

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE  
Ministère De L'enseignement Supérieur Et De La Recherche Scientifique

UNIVERSITE MOULOU D MAMMERI DE TIZI-OUZOU  
FACULTE DE GENIE ELECTRIQUE ET DE L'INFORMATIQUE  
DEPARTEMENT D'ELECTROTECHNIQUE



## MEMOIRE DE MAGISTER

Spécialité : Electrotechnique

Option : Machine électrique

Présenté par :

**M<sup>elle</sup> AIT KAID Djamila**

Ingénieur d'état en électrotechnique option machine UMMTO

## THEME

***Commande d'une machine asynchrone  
sans capteur mécanique, à l'aide de  
régulateurs fractionnaires***

Devant le jury:

BENAMROUCHE Nacer Eddine, Professeur à L'UMMTO  
MANSOURI Rachid, Maître de Conférences à L'UMMTO  
HADDAD Salah, Professeur à L'UMMTO  
MAIDI Ahmed, Maître de Conférences à L'UMMTO  
MELLAH Rabah, Maître de Conférences à L'UMMTO

Président  
Rapporteur  
Examineur  
Examineur  
Examineur

ANNEE 2011

# ***Remerciements***

Je ne pourrai jamais remercier suffisamment mon promoteur, Monsieur **R. MANSOURI**, Maître de Conférences à UMMTO, pour avoir assumé la responsabilité de m'encadrer, m'orienter et de m'avoir conseillée tout au long de la réalisation de ce travail ainsi pour la confiance qu'il m'a accordé. Je lui exprime ma gratitude et mon profond respect.

Je remercie très vivement Monsieur **BENAMROUCHE.N.E**, Professeur à UMMTO pour l'honneur qu'il me fait en acceptant de présider le jury de soutenance de ce mémoire.

Je tiens à exprimer ma reconnaissance à Monsieur **HADDAD.S**, Professeur à UMMTO, pour la confiance et l'honneur qu'il m'accorde en acceptant de participer à ce jury.

Mes vifs remerciements vont également à Monsieur **MAIDI.A**, Maître de Conférences à UMMTO, pour avoir accepté de participer au jury de soutenance.

Je remercie également, Monsieur **MELLAH. R**, Maître de Conférences à UMMTO, pour la confiance et l'honneur qu'il m'accorde en acceptant de participer à ce jury.

Mes remerciements vont aussi à l'adresse de Madame **Mansouri.O** et Mademoiselle **Kachenoura.R** pour leurs conseils et gentilleses, et leurs discussions scientifiques. Sans oublier Monsieur **Meziane.R** responsable de la bibliothèque de l'électrotechnique.

Je ne peux oublier les personnes qui m'ont épaulés et aidés dans les moments difficiles, mes très chers parents et ma famille en particulier sans oublier mes amis **LEBAZ Amar**, **AGGOUN Ghania**, **AIT RAMDANE Naima**, **MECHAREK Amar**, pour leurs aides, conseils et sympathie.

Enfin, si j'ai oublié quelqu'un, je le prie de me pardonner. Il y a tant de personne qui se sont données du mal pour moi, de près ou de loin, je les remercie tous.

..... A mes très chers parents  
A toute ma famille.....

# ***Glossaire***

$s, r$	Indice relatif au stator et au rotor.
$V_s = [V_{as}, V_{bs}, V_{cs}]^t$	[V] Tensions statoriques triphasées.
$V_{sdq} = [V_{ds}, V_{qs}]^t$	[V] Tensions statoriques biphasés dans le repère tournant de Park ( $d, q$ ).
$v_{s\alpha\beta} = [v_{s\alpha}, v_{s\beta}]^t$	[V] Tensions statoriques biphasées dans le repère fixe de Concordia ( $\alpha, \beta$ ).
$I_s = [I_{as}, I_{bs}, I_{cs}]^t$	[A] Courants statoriques triphasés.
$I_{sdq} = [I_{ds}, I_{qs}]^t$	[A] Courants statoriques biphasés dans le repère tournant de Park ( $d, q$ ).
$I_r = [I_{ar}, I_{br}, I_{cr}]^t$	[A] Courants rotoriques triphasés.
$I_{rdq} = [I_{dr}, I_{qr}]^t$	[A] Courants rotoriques biphasés dans le repère tournant de Park ( $d, q$ ).
$\varphi_s = [\varphi_{as}, \varphi_{bs}, \varphi_{cs}]^t$	[Wb] Flux statoriques triphasés.
$\varphi_{sdq} = [\varphi_{ds}, \varphi_{qs}]^t$	[Wb] Flux statoriques biphasés dans le repère tournant de Park ( $d, q$ ).
$\varphi_r = [\varphi_{ar}, \varphi_{br}, \varphi_{cr}]^t$	[Wb] Flux rotoriques triphasés.
$\varphi_{rdq} = [\varphi_{dr}, \varphi_{qr}]^t$	[Wb] Flux rotoriques biphasés dans le repère tournant de Park ( $d, q$ ).
$M_s$	[H] Inductance mutuelle entre deux phases statoriques.
$M_r$	[H] Inductance mutuelle entre deux phases rotoriques.
$M_{rs}$	[H] Inductance mutuelle maximum entre rotor et stator.
$L_s = l_s - M_s$	[H] Inductances cycliques statoriques.
$L_r = l_r - M_r$	[H] Inductances cycliques rotoriques.
$L_m = \frac{3}{2} M_{sr}$	[H] Inductances cycliques mutuelles entre le stator et le rotor.
$R_s, R_r$	[ $\Omega$ ] Résistances statorique et rotorique.
$l_s, l_r$	[H] Inductances propres d'une phase de la machine.
$f$	[Hz] Fréquence du réseau électrique d'alimentation.

---

$\theta$	[rd] Position angulaire du rotor.
$p$	Nombre de paire de pole.
$\Omega$	[rad/s] Vitesse mécanique.
$\omega = p\Omega$	[rad/s] Pulsation mécanique correspondant à la vitesse de rotation $\Omega$ .
$\omega_r$	[rad/s] Pulsation des grandeurs électriques rotoriques.
$\omega_s = \omega_r + p\Omega$	[rad/s] Pulsation des grandeurs électriques statoriques.
$\sigma = 1 - \left(\frac{L_m^2}{L_s L_r}\right)$	Coefficient de dispersion ou de Blondel.
$C_{em}$	[N.m] Couple électromagnétique.
$C_r$	[N.m] Couple résistant inclut le couple de charge.
$k_f$	Coefficient des frottements.
N	[tr/mn] vitesse mécanique.

# Table des matières

## Chapitre I : Commande vectorielle de la machine asynchrone

Introduction .....	1
<b>1. Modélisation de la machine asynchrone.....</b>	<b>3</b>
<b>1.1. Hypothèses simplificatrices .....</b>	<b>3</b>
<b>1.2. Equations des tensions et des flux.....</b>	<b>3</b>
<b>1.3. Modèle de Park de la machine asynchrone .....</b>	<b>5</b>
<b>1.3.1. Transformation de Park .....</b>	<b>5</b>
<b>1.3.2. Transformation de Concordia .....</b>	<b>7</b>
<b>1.3.3. Lien entre Park et Concordia.....</b>	<b>8</b>
<b>1.4. Application aux équations des tensions.....</b>	<b>9</b>
<b>1.5. Application aux équations des flux .....</b>	<b>10</b>
<b>1.6. Choix de référentiel .....</b>	<b>11</b>
<b>1.6.1. Référentiel lié au stator.....</b>	<b>12</b>
<b>1.6.2. Référentiel lié au rotor.....</b>	<b>12</b>
<b>1.6.3. Référentiel lié au champ tournant .....</b>	<b>13</b>
<b>1.7. Expression de couple électromagnétique.....</b>	<b>14</b>
<b>2. Onduleur de tension.....</b>	<b>15</b>
<b>2.1. Modélisation de l'onduleur de tension.....</b>	<b>15</b>
<b>2.2. Modulation de largeur d'impulsion sinusoïdale PWM.....</b>	<b>17</b>
<b>3. Commande vectorielle .....</b>	<b>18</b>
<b>3.1. Commande par orientation de flux rotorique .....</b>	<b>18</b>
<b>3.2. Découplage entrée-sortie .....</b>	<b>19</b>

Conclusion.....	21
<b>Chapitre II : Synthèse de régulateurs entiers et fractionnaires</b>	
Introduction.....	23
<b>I. Etude des régulateurs classiques dans le domaine temporel</b>	24
<b>1. Synthèse des correcteurs PI et IP</b> .....	24
<b>1.1. Structure de commande PI</b> .....	24
<b>1.2. Structure de commande IP</b> .....	26
<b>1.3. Dimensionnement des régulateurs</b> .....	28
<b>1.3.1. Régulation des courants statoriques</b> .....	28
<b>1.3.2. Régulation du flux <math>\varphi_r</math></b> .....	29
<b>1.3.3. Régulation de la pulsation mécanique <math>\omega</math> (vitesse mécanique <math>\Omega</math>)</b> .....	30
<b>2. Résultats de simulation sous Matlab</b> .....	32
<b>II. Commande CRONE et les régulateurs fractionnaires</b> .....	33
<b>1. Correcteur d'ordre entier dans le domaine fréquentiel</b> .....	33
<b>1.1. Régulateur proportionnel intégral <math>PI</math></b> .....	35
<b>1.2. Régulateur Intégral proportionnel <math>IP</math></b> .....	37
<b>2. Commande des systèmes à l'aide de régulateurs fractionnaires</b> .....	41
<b>2.1. Fonction de transfert idéal de Bode</b> .....	41
<b>2.2. Commande CRONE d'un système de premier ordre</b> .....	44
<b>2.3. Correcteur <math>I^\alpha P</math> fractionnaire dans le domaine fréquentiel</b> .....	46
<b>2.4. Synthèse de régulateur <math>PI^\alpha</math> fractionnaire</b> .....	50
<b>III. Optimisation par essaim particulaire</b> .....	51
<b>1. Principe de base de PSO standard</b> .....	52
<b>1.1. Notion de particule</b> .....	52

1.2. Propriété d'exploration et de mémorisation.....	54
1.3. Définition de la position et de la vitesse courante associée à une particule.....	54
1.4. Mécanisme de confinement .....	57
1.5. Fonction objectif .....	57
2. Conception et déroulement de l'algorithme .....	58
<b>IV. Application de l'algorithme PSO à l'optimisation du régulateur <math>PI^\alpha</math> fractionnaire</b>	<b>60</b>
Conclusion.....	66

### Chapitre III: **Commande sans capteur mécanique de la machine asynchrone**

Introduction.....	69
1. Observateurs linéaires.....	71
1.1. Principe de fonctionnement des observateurs linéaires (observateur de Luenberger).....	71
1.2. Modèle mathématique de l'observateur linéaire .....	72
2. Observateurs non linéaires.....	73
2.1. Observabilité.....	73
2.2. Observateur à grand gain.....	75
2.3. Conception de l'observateur à grand gain.....	76
2.4. Similitude entre l'observateur de luenberger et l'observateur à grand gain.....	77
2.5. Observateur à grand gain interconnecté .....	78
2.6. Résolution de l'équation de lapunov.....	83
2.7. Interprétation et implémentation du capteur logiciel.....	88
Conclusion.....	88

### Chapitre IV : **Commande CRONE**

Introduction.....	89
-------------------	----

<b>I.</b>	Simulation de la machine asynchrone.....	91
<b>II.</b>	Simulation de la machine asynchrone raccordée à l'observateur interconnecté à grand gain.....	93
<b>III.</b>	Commande vectorielle de la machine asynchrone.....	96
<b>1.</b>	Commande avec capteurs mécaniques, à l'aide des régulateurs PI.....	96
<b>2.</b>	Commande sans capteurs mécaniques, à l'aide des régulateurs PI.....	100
<b>3.</b>	Commande avec capteurs mécaniques, à l'aide des régulateurs IP.....	102
<b>4.</b>	Commande sans capteurs mécaniques, à l'aide des régulateurs IP.....	104
<b>IV.</b>	Application de la commande CRONE à la commande de la machine asynchrone sans capteur mécanique.....	106
<b>1.</b>	Application de la commande $PI^\alpha$ fractionnaire.....	106
<b>2.</b>	Application de la commande $IP^\alpha$ fractionnaire.....	109
	Conclusion .....	111

# ***Introduction Générale***

Simple dans sa construction, la machine asynchrone est la plus compliquée à commander si le but est de l'utiliser comme entraînement à vitesse variable. Hormis ses innombrables applications non-réglées telles qu'entraînements de pompes, ventilateurs et machines de tous types, les années 1970-1990 ont mis la machine asynchrone sur l'avant-scène, elle a dominée le marché [23], [1]. L'objectif visé actuellement étant son utilisation comme servo-entraînement précis tout à la fois économique et robuste, alors des recherches scientifiques sont orientées dans ce sens. Des applications de pointe existent dans le domaine de la traction (locomotive de TGV Atlantique). Pour cela des stratégies de pilotage ont été développées et font aujourd'hui partie intégrante de systèmes de commande disponibles sur le marché ; la stratégie de loin la plus prisée par les industriels étant la commande vectorielle.

En plus de son ample utilisation dans l'industrie, et grâce aux développements de l'informatique industrielle de la technologie de pointe et de semi conducteurs de puissance de plus en plus performant, la machine asynchrone est devenue une partie intégrante de l'électroménager et de la robotique. Sa gamme de puissance varie entre quelque Watts à quelque M Watts [18], [19].

Des progrès dans de nouvelles stratégies de contrôle ont été développés, l'objectif étant de contrôler les procédés industriels avec une meilleure robustesse et un faible coût. A cet effet, des commandes robustes d'ordre non entier sont mises en œuvre [2], elles permettent de garantir la robustesse de la commande. Des observateurs d'états non linéaires sont introduits, ils permettent de réduire le nombre de capteurs physiques dans la machine asynchrone et réduire considérablement le coût de construction de la machine [3], [26], [55].

Ce travail porte sur l'étude de la commande vectorielle de la machine asynchrone à l'aide de régulateurs  $PI$  et  $IP$  classiques, dans le domaine temporel. Ensuite, dans le but d'améliorer la robustesse de la commande, on remplace les régulateurs classiques par des régulateurs  $PI^\alpha$  et  $I^\alpha P$  fractionnaires, dans le domaine fréquentiel. Enfin, on fait appel aux observateurs d'état non linéaires ; de type à grand gain, pour réduire le nombre de capteurs

physiques, donc réduire le coût de construction de la machine asynchrone. C'est dans ce sens que ce mémoire est orienté, il est organisé en quatre parties:

Chapitre I : on rappelle d'abord la modélisation de la machine asynchrone dans le système triphasé, puis on développe la transformation de Park et de Concordia, afin de réduire le modèle de la machine asynchrone à un système biphasé, pour simplifier les équations et faciliter l'application de la commande.

Chapitre II : dans une première partie on développe une méthode de régulation dans le domaine temporel puis dans le domaine fréquentiel à l'aide des régulateurs  $PI$  et  $IP$  classiques. Ensuite, on fait appel à la commande CRONE « Commande Robuste d'Ordre Non Entier » dont la synthèse des correcteurs fractionnaires se fonde sur des spécifications qui relèvent de la théorie de la commande fréquentielle classique, et qui doivent refléter aussi bien la stabilité que la robustesse du système en boucle fermée. Vue, la notion mathématique « *ordre non entier* » qui reste un paradoxe pour les mathématiciens et les systèmes d'équations d'ordre fractionnaire qui n'ont pas de méthode exacte et rigoureuse à leurs résolutions. Une méthode algorithmique et métaheuristique appelée PSO « particle swarm optimization » est développée dans le but de résoudre des problèmes basés ce type d'équation. Dans ce chapitre, une partie sera consacrée à la commande CRONE, une autre sera consacrer à la description de la méthode d'optimisation par essaim particulaire « *PSO* ». Enfin, on applique la méthode du PSO à la synthèse des régulateurs  $PI^\alpha$  fractionnaires.

Chapitre III : habituellement, la mesure des grandeurs électriques magnétiques et mécaniques de la machine asynchrone sont obtenues à partir de capteurs physiques. La connaissance de ces grandeurs est indispensable à la conception d'une commande performante. A cet effet, les observateurs non linéaires, constituent un capteur indirect capable de remplacer les capteurs physiques du flux et de la vitesse. Ce chapitre est organisé comme suit, au début on a introduit les observateurs linéaires de **Luenberger**, Ensuite, on a introduit les observateurs non linéaires appelés observateurs à **grand gain**. Vue la complexité du modèle de la machine asynchrone et la non linéarité de ses équations, ces deux types d'observateurs deviennent compliqués et nécessitent plus de calculs et de développements mathématiques. C'est pour cette raison qu'on a opté pour une meilleure solution, qui est le développement de deux observateurs à grand gain interconnectés, ils servent à remplacer le capteur mécanique de la vitesse et le capteur du flux magnétique rotorique.

Chapitre IV : il est consacré aux résultats de simulation sous Matlab Simulink de la machine asynchrone, avec et sans capteurs mécaniques. Ensuite contrôlé par des régulateur PI et IP classique basé sur le principe de la commande vectorielle. Enfin, on remplace la commande classique par la commande robuste et les capteurs physiques par des capteurs logiciels puis on observe les résultats de simulation et on tire les conclusions.

# **Chapitre I**

## **Modélisation et commande vectorielle de la machine Asynchrone.**

### **Introduction**

La machine asynchrone à cage rotorique est très utilisée dans les applications industrielles car, de part sa conception, son coût est relativement moindre comparé à celui des autres machines. Cependant, la relative simplicité de conception de cette machine cache une complexité fonctionnelle assez importante dès lors où l'objectif est le contrôle de la conversion électromagnétique réalisé [50].

Le modèle de cette machine est d'abord explicité dans le repère triphasé lié à son alimentation en mettant à profit le formalisme matricielle. Ensuite, des transformations mathématiques *Park* et *Concordia* sont présentées et utilisées afin de substituer aux grandeurs électriques, des composantes qui vont faciliter les calculs et simplifier les représentations. Un modèle général de cette machine est ensuite présenté propice à la conception de la commande.

En seconde partie, nous montrons que moyennant une orientation particulière du repère de *Park*, l'expression du couple de la machine asynchrone prend une forme similaire à celui produit par une machine à courant continu. La stratégie de la commande vectorielle consiste

alors à orienter le repère de *Park* ( $d, q$ ) de manière à annuler une des composantes du flux afin de simplifier l'expression mathématique du couple. Cette expression simplifiée est ensuite utilisée pour concevoir une commande permettant le contrôle de la vitesse et du flux. Dans notre cas on choisit la commande vectorielle à flux rotorique orienté [50]. Elle a été ces dernières années l'une des voies de recherche les plus importantes et les mieux adaptées aux exigences industrielles. Elle vient de régler le problème du découplage du flux à l'intérieur de la machine.

La machine asynchrone est alimentée par le réseau électrique via un onduleur de tension commandable à tension et fréquence variables. La commande du convertisseur statique dépend de l'objectif qu'on veut faire atteindre à la machine elle-même. Les signaux de commande de la machine produit par des régulateurs, issus de la commande vectorielle, sont transmis à l'onduleur à travers une MLI.

## 1. Modélisation de la machine asynchrone

Le choix d'un modèle de représentation, qu'il soit formel ou issu d'une identification se fait toujours en fonction de type de commande à réaliser. Le modèle généralement retenu pour la machine asynchrone triphasée repose sur plusieurs hypothèses [18].

### 1.1. Hypothèses simplificatrices

- § Entrefer constant et effet des encoches négligeable,
- § Distribution spatiale sinusoïdale des forces magnétomotrices d'entrefer,
- § Circuit magnétique non saturé et parfaitement feuilleté,
- § Pertes ferromagnétiques négligeables,
- § Influence de l'effet de peau et de l'échauffement sur les caractéristiques n'est pas pris en compte.

### 1.2. Equations des tensions et des flux

Les équations des tensions statoriques, écrites dans un référentiel stationnaire lié au stator, peuvent être exprimées, en utilisant la notation matricielle [18] [50], par :

$$[V_s] = [R_s][I_s] + \frac{d}{dt}[\varphi_s] \quad (I\ 1)$$

Les équations des tensions rotoriques, écrites dans un référentiel tournant lié au rotor, peuvent être exprimées par :

$$[V_r] = [0] = [R_r][I_r] + \frac{d}{dt}[\varphi_r] \quad (I\ 2)$$

$$\text{Où : } [V_s] = \begin{bmatrix} V_{as} \\ V_{bs} \\ V_{cs} \end{bmatrix}; [I_s] = \begin{bmatrix} I_{as} \\ I_{bs} \\ I_{cs} \end{bmatrix}; [I_r] = \begin{bmatrix} I_{ar} \\ I_{br} \\ I_{cr} \end{bmatrix}; [\varphi_s] = \begin{bmatrix} \varphi_{as} \\ \varphi_{bs} \\ \varphi_{cs} \end{bmatrix}; [\varphi_r] = \begin{bmatrix} \varphi_{ar} \\ \varphi_{br} \\ \varphi_{cr} \end{bmatrix}; \quad (I\ 3)$$

$$[R_s] = \begin{bmatrix} R_s & 0 & 0 \\ 0 & R_s & 0 \\ 0 & 0 & R_s \end{bmatrix}; [R_r] = \begin{bmatrix} R_r & 0 & 0 \\ 0 & R_r & 0 \\ 0 & 0 & R_r \end{bmatrix} \quad (I\ 4)$$

Les flux statoriques et rotoriques instantanés par phase, sont donnés par :

$$[\varphi_s] = [L_{ss}] [I_s] + [M_{sr}] [I_r] \quad (\text{I } 5)$$

$$[\varphi_r] = [L_{rr}] [I_r] + [M_{sr}]^t [I_s] \quad (\text{I } 6)$$

$$\text{Où : } [L_{ss}] = \begin{bmatrix} l_s & M_s & M_s \\ M_s & l_s & M_s \\ M_s & M_s & l_s \end{bmatrix} ; \quad [L_{rr}] = \begin{bmatrix} l_r & M_r & M_r \\ M_r & l_r & M_r \\ M_r & M_r & l_r \end{bmatrix} ; \quad (\text{I } 7)$$

$$\text{Et : } [M_{sr}] = M_{sr} \begin{bmatrix} \cos\theta & \cos(\theta + 2\pi/3) & \cos(\theta - 2\pi/3) \\ \cos(\theta - 2\pi/3) & \cos\theta & \cos(\theta + 2\pi/3) \\ \cos(\theta + 2\pi/3) & \cos(\theta - 2\pi/3) & \cos\theta \end{bmatrix} \quad (\text{I } 8)$$

En remplaçant les équations (I 5) et (I 6) dans, respectivement, dans les équations (I 1) et (I 2), on obtient les deux expressions des tensions statorique et rotorique:

$$[V_s] = [R_s] [I_s] + [L_{ss}] \frac{d}{dt} [I_s] + \frac{d}{dt} \{[M_{sr}] [I_r]\} \quad (\text{I } 9)$$

$$[0] = [R_r] [I_r] + [L_{rr}] \frac{d}{dt} [I_r] + \frac{d}{dt} \{[M_{sr}]^t [I_s]\} \quad (\text{I } 10)$$

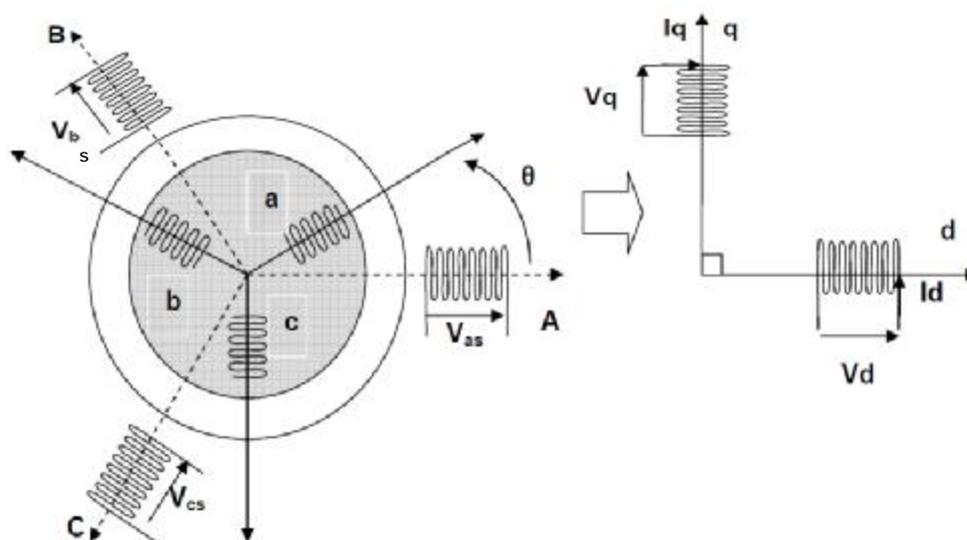
Cette mise en équation aboutit à des équations différentielles à coefficients variables (courant, flux et angle de position). L'étude analytique du comportement du système est alors relativement laborieuse, vu le grand nombre de variables. On utilise alors des transformations mathématiques qui permettent de décrire le comportement de la machine à l'aide d'équations différentielles à coefficients constants.

Les transformations utilisées doivent conserver la puissance instantanée et la réciprocité des inductances mutuelles. Ceci permet d'établir une expression du couple électromagnétique dans le repère correspondant au système transformé et qui reste valable pour la machine réelle. Parmi les transformations utilisées, on cite celle de R.H.Park.

### 1.3. Modèle de Park de la machine asynchrone

Afin d'obtenir des coefficients constants dans les équations différentielles, la transformation de *Park* est utilisée. Cette transformation est ancienne (1929) et si elle redevient à l'ordre du jour, c'est tout simplement parce que les progrès de la technologie des composants permettent maintenant de la réaliser en temps réel.

Physiquement, on peut la comprendre comme une transformation des trois enroulements de la machine asynchrone à seulement deux enroulements, la figure suivante (figure I.1) illustre cette transformation :



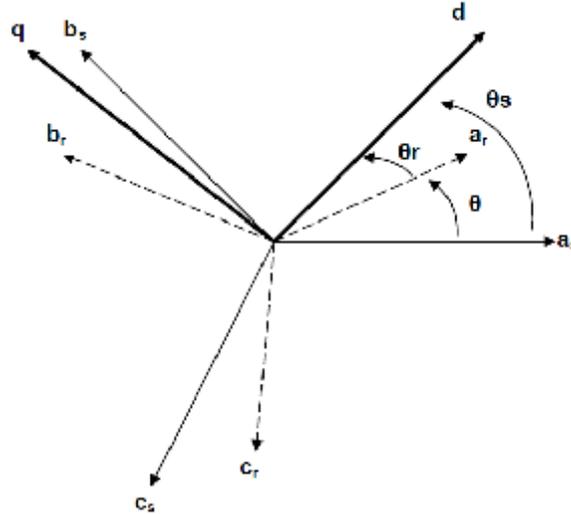
*Fig. I.1: Modèle de Park de la Machine Asynchrone*

#### 1.3.1. Transformation de Park

La transformation de Park est constituée d'une transformation triphasée - diphasée suivie d'une rotation. Elle permet de passer du repère **abc** vers le repère mobile **dq**. Pour chaque ensemble de grandeurs (statoriques et rotoriques), on applique la transformation de *Park*. Pour simplifier les équations, et par conséquent le modèle. Les repères de la transformation de Park des grandeurs statoriques et celle des grandeurs rotoriques doivent

coïncider. En effet, si l'on note par  $\theta_s$  (resp. par  $\theta_r$ ) l'angle de la transformation de *Park* des grandeurs statoriques (resp. rotoriques) voir la figure (I.2) ceci se fait en liant les angles  $\theta_s$  et  $\theta_r$  par la relation : [18], [50]

$$\theta + \theta_r = \theta_s \quad (\text{I } 11)$$



**Fig. I.2 :** Représentation des axes de la machine

Les amplitudes directe  $d$  et en quadrature  $q$  des grandeurs statoriques et rotoriques sont fictives; les équivalences pour ces grandeurs avec les grandeurs par phase sont comme suit:

$$\begin{bmatrix} V_{ds} \\ V_{qs} \\ V_o \end{bmatrix} = c \begin{bmatrix} \cos(\theta_s) & \cos\left(\theta_s - \frac{2\pi}{3}\right) & \cos\left(\theta_s + \frac{2\pi}{3}\right) \\ -\sin(\theta_s) & -\sin\left(\theta_s - \frac{2\pi}{3}\right) & -\sin\left(\theta_s + \frac{2\pi}{3}\right) \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{as} \\ V_{bs} \\ V_{cs} \end{bmatrix} = [P(\theta_s)] \begin{bmatrix} V_{as} \\ V_{bs} \\ V_{cs} \end{bmatrix} \quad (\text{I } 12)$$

$$\begin{bmatrix} V_{as} \\ V_{bs} \\ V_{cs} \end{bmatrix} = c \begin{bmatrix} \cos(\theta_s) & -\sin(\theta_s) & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \cos\left(\theta_s - \frac{2\pi}{3}\right) & -\sin\left(\theta_s - \frac{2\pi}{3}\right) & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \cos\left(\theta_s + \frac{2\pi}{3}\right) & -\sin\left(\theta_s + \frac{2\pi}{3}\right) & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{ds} \\ V_{qs} \\ V_o \end{bmatrix} = [P^{-1}(\theta_s)] \begin{bmatrix} V_{ds} \\ V_{qs} \\ V_o \end{bmatrix} \quad (\text{I } 13)$$

Où  $c$  est une constante qui peut prendre soit les valeurs

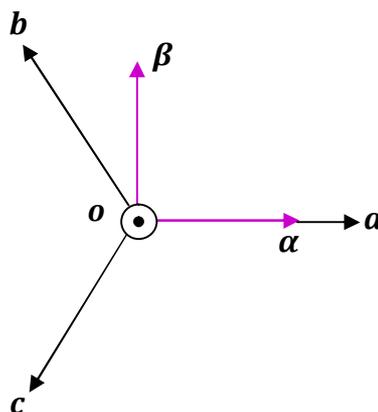
- §  $c = \frac{2}{3}$  pour la transformation directe  $[x_{dqo}] = c [P(\theta_s)][x_{abc}]$  et 1 pour la transformation inverse  $[x_{abc}] = c [P^{-1}(\theta_s)][x_{dqo}]$ , cette transformation conserve l'amplitude des grandeurs mais pas la puissance ni le couple.
- § soit la valeur  $\sqrt{\frac{2}{3}}$  pour une conservation de puissance, c'est cette valeur qui sera retenu dans le cadre de ce travail.

### 1.3.2. Transformation de Concordia

La transformation de *Concordia* est constituée également d'une transformation triphasée-diphasée mais dans un repère fixe sans rotation. Elle transforme le système d'équation de repère **abc** vers le repère  **$\alpha\beta$** .

Par conséquent, si on considère un champ magnétique tournant triphasé il sera réduit à deux phases. En effet, La transformation de *Concordia*, illustrée sur la figure (I.3), permet d'obtenir un système de trois enroulements. Deux situées dans le même plan ( $\alpha, \beta$ ) et une troisième perpendiculaire à ce plan, c'est la composante homopolaire, elle caractérise l'équilibre du système, dont l'expression s'écrit : [50]

$$x_o = \frac{1}{\sqrt{3}} (x_a + x_b + x_c) \quad (\text{I } 14)$$



**Fig. I.3 :** Représentation de système triphasé dans le plan de Concordia

La composante homopolaire est nulle lorsque le système est équilibré. Le passage de système triphasé  $abc$  au biphasé  $\alpha\beta$  est défini par:

$$\begin{bmatrix} x_\alpha \\ x_\beta \\ x_o \end{bmatrix} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_a \\ x_b \\ x_c \end{bmatrix} \quad (\text{I } 15)$$

Avec la matrice de passage  $[C]$  égale:

$$[C] = \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix} \quad (\text{I } 16)$$

Et la matrice de passage inverse égale à la transposée de la matrice  $[C]$ , on peut écrire donc :

$$[C]^T = [C]^{-1}$$

Et le passage inverse de système, de biphasé  $\alpha\beta$  au triphasé  $abc$  est défini :

$$[x_{\alpha\beta o}] = \sqrt{\frac{2}{3}} [C]^T [x_{abc}] \quad (\text{I } 17)$$

### 1.3.3. Lien entre Park et Concordia

Le passage direct de la transformation de *Concordia* fixe à la transformation de *Park* dans le repère tournant se fait à l'aide de l'expression suivante :

$$[x_{dq}] = P(-\theta)[x_{\alpha\beta}]$$

Où la matrice de rotation est :

$$P(-\theta) = \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix}$$

#### 1.4. Application aux équations des tensions

Appliquons la transformation de *Park* (I 12) et (I 13) à l'expression (I 1):

$$[P^{-1}(\theta_s)] [V_{sdq}] = [R_s] [P^{-1}(\theta_s)] [I_{sdq}] + \frac{d}{dt} \{ [P^{-1}(\theta_s)] [\varphi_{sdq}] \} \quad (\text{I } 18)$$

En multipliant les deux membres de l'égalité par  $P(\theta_s)$  et en simplifiant, nous trouvons :

$$[V_{sdq}] = [R_s] [I_{sdq}] + \frac{d}{dt} [\varphi_{sdq}] + [P(\theta_s)] \frac{d}{dt} [P^{-1}(\theta_s)] [\varphi_{sdq}] \quad (\text{I } 19)$$

Or

$$\frac{d}{dt} [P^{-1}(\theta_s)] = \sqrt{\frac{2}{3}} \frac{d\theta_s}{dt} \begin{bmatrix} \sin(\theta_s) & -\cos(\theta_s) & 0 \\ \sin\left(\theta_s - \frac{2\pi}{3}\right) & -\cos\left(\theta_s - \frac{2\pi}{3}\right) & 0 \\ \sin\left(\theta_s + \frac{2\pi}{3}\right) & -\cos\left(\theta_s + \frac{2\pi}{3}\right) & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{I } 20)$$

Donc après un calcul direct, nous trouvons

$$[P(\theta_s)] \frac{d}{dt} [P^{-1}(\theta_s)] = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{d\theta_s}{dt} & 0 \\ \frac{d\theta_s}{dt} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{I } 21)$$

Et l'expression (I 19) devient alors:

$$[V_{sdq}] = [R_s] [I_{sdq}] + \frac{d}{dt} [\varphi_{sdq}] + \begin{bmatrix} 0 & -\frac{d\theta_s}{dt} \\ \frac{d\theta_s}{dt} & 0 \end{bmatrix} [\varphi_{sdq}] \quad (\text{I } 22)$$

Ou encore :

$$\begin{bmatrix} V_{ds} \\ V_{qs} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_s & 0 \\ 0 & R_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{ds} \\ I_{qs} \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \varphi_{ds} \\ \varphi_{qs} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & -\frac{d\theta_s}{dt} \\ \frac{d\theta_s}{dt} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varphi_{ds} \\ \varphi_{qs} \end{bmatrix} \quad (\text{I } 23)$$

De manière similaire, et en suivant les mêmes étapes, nous obtenons pour le rotor l'expression suivante :

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_r & 0 \\ 0 & R_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{dr} \\ I_{qr} \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \varphi_{dr} \\ \varphi_{qr} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & -\frac{d\theta_r}{dt} \\ \frac{d\theta_r}{dt} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varphi_{dr} \\ \varphi_{qr} \end{bmatrix} \quad (\text{I } 24)$$

### 1.5. Application aux équations des flux

Appliquons la transformation de *Park* (I 12) et (I 13) à l'expression (I 5):

$$[P^{-1}(\theta_s)] [\varphi_{sdq}] = [L_{ss}] [P^{-1}(\theta_s)] I_{sdq} + [M_{sr}] [P^{-1}(\theta_r)] [I_{rdq}] \quad (\text{I } 25)$$

Soit :

$$[\varphi_{sdq}] = [P(\theta_s)] [L_{ss}] [P^{-1}(\theta_s)] I_{sdq} + [P(\theta_s)] [M_{sr}] [P^{-1}(\theta_r)] [I_{rdq}] \quad (\text{I } 26)$$

Un calcul simple nous donne :

$$[P(\theta_s)] [L_{ss}] [P^{-1}(\theta_s)] = \begin{bmatrix} l_s - M_s & 0 & 0 \\ 0 & l_s - M_s & 0 \\ 0 & 0 & l_s + 2M_s \end{bmatrix} \quad (\text{I } 27)$$

Et

$$[P(\theta_s)] [M_{sr}] [P^{-1}(\theta_r)] = \frac{3}{2} M_{sr} \begin{bmatrix} \cos(\theta_s - \theta_r - \theta) & \sin(\theta_s - \theta_r - \theta) & 0 \\ -\sin(\theta_s - \theta_r - \theta) & \cos(\theta_s - \theta_r - \theta) & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{I } 28)$$

Or, d'après l'égalité (I 11), nous pouvons écrire :

$$[P(\theta_s)] [M_{sr}] [P^{-1}(\theta_r)] = \frac{3}{2} M_{sr} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{I } 29)$$

En introduisant les inductances cycliques :

$$\begin{cases} L_s = l_s - M_s \\ L_m = \frac{3}{2} M_{sr} \end{cases} \quad (\text{I } 30)$$

L'expression (I 26) devient alors :

$$\begin{bmatrix} \varphi_{ds} \\ \varphi_{qs} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_s & 0 \\ 0 & L_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{ds} \\ I_{qs} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} L_m & 0 \\ 0 & L_m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{dr} \\ I_{qr} \end{bmatrix} \quad (\text{I } 31)$$

De la même manière, en appliquant la transformation de park à l'équation du flux rotorique, et en introduisant l'inductance cyclique:

$$L_r = l_r - M_r \quad (\text{I } 32)$$

On aura :

$$\begin{bmatrix} \varphi_{dr} \\ \varphi_{qr} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_r & 0 \\ 0 & L_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{dr} \\ I_{qr} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} L_m & 0 \\ 0 & L_m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{ds} \\ I_{qs} \end{bmatrix} \quad (\text{I } 33)$$

## 1.6. Choix de référentiel

De manière générale, les équations des tensions et des flux de la Machine Asynchrone, écrites dans le plan  $dq$ , d'après (I 23), (I 24), (I 31) et (I 32), sont les suivantes : [5]

### Equations des tensions

$$\begin{cases} V_{ds} = R_s I_{ds} + \frac{d\varphi_{ds}}{dt} - \frac{d\theta_s}{dt} \varphi_{qs} \\ V_{qs} = R_s I_{qs} + \frac{d\varphi_{qs}}{dt} + \frac{d\theta_s}{dt} \varphi_{ds} \\ 0 = R_r I_{dr} + \frac{d\varphi_{dr}}{dt} - \frac{d\theta_r}{dt} \varphi_{qr} \\ 0 = R_r I_{qr} + \frac{d\varphi_{qr}}{dt} + \frac{d\theta_r}{dt} \varphi_{dr} \end{cases} \quad (\text{I } 34)$$

**Equation des flux**

$$\begin{cases} \varphi_{ds} = L_s I_{ds} + L_m I_{dr} \\ \varphi_{qs} = L_s I_{qs} + L_m I_{qr} \\ \varphi_{dr} = L_r I_{dr} + L_m I_{qs} \\ \varphi_{qr} = L_r I_{qr} + L_m I_{qs} \end{cases} \quad (\text{I } 35)$$

Cependant, nous pouvons simplifier ces équations encore en choisissant un référentiel particulier pour  $\mathbf{dq}$ . En effet, trois types de référentiels peuvent être envisagés, à savoir [5] :

**1.6.1. Référentiel lié au stator** caractérisé par  $\theta_s = 0$ , et par conséquence  $\theta_r = -\theta$  le système d'équations (I 34) devient alors :

$$\begin{cases} V_{ds} = R_s I_{ds} + \frac{d\varphi_{ds}}{dt} \\ V_{qs} = R_s I_{qs} + \frac{d\varphi_{qs}}{dt} \\ 0 = R_r I_{dr} + \frac{d\varphi_{dr}}{dt} + \omega \varphi_{qr} \\ 0 = R_r I_{qr} + \frac{d\varphi_{qr}}{dt} - \omega \varphi_{dr} \end{cases} \quad (\text{I } 36)$$

Où  $\omega = \frac{d\theta}{dt}$  est la pulsation mécanique

**1.6.2. Référentiel lié au rotor** caractérisé par  $\theta_r = 0$ , et par conséquence  $\theta_s = \theta$ .

Le système d'équations (I 34) devient alors:

$$\begin{cases} V_{ds} = R_s I_{ds} + \frac{d\varphi_{ds}}{dt} - \omega \varphi_{qs} \\ V_{qs} = R_s I_{qs} + \frac{d\varphi_{qs}}{dt} + \omega \varphi_{ds} \\ 0 = R_r I_{dr} + \frac{d\varphi_{dr}}{dt} \\ 0 = R_r I_{qr} + \frac{d\varphi_{qr}}{dt} \end{cases} \quad (\text{I } 37)$$

**1.6.3. Référentiel lié au champ tournant**  $\frac{d\theta_s}{dt} = \omega_s$  c'est la pulsation statorique,  $\frac{d\theta_r}{dt} = \omega_r$

c'est la pulsation rotorique et  $\omega + \omega_r = \omega_s$  avec  $\omega = p\Omega$  c'est la pulsation mécanique.

Le système d'équation (I 34) devient alors :

$$\begin{cases} V_{ds} = R_s I_{ds} + \frac{d\varphi_{ds}}{dt} - \omega_s \varphi_{qs} \\ V_{qs} = R_s I_{qs} + \frac{d\varphi_{qs}}{dt} + \omega_s \varphi_{ds} \\ 0 = R_r I_{dr} + \frac{d\varphi_{dr}}{dt} - (\omega_s - \omega) \varphi_{qr} \\ 0 = R_r I_{qr} + \frac{d\varphi_{qr}}{dt} + (\omega_s - \omega) \varphi_{dr} \end{cases} \quad (\text{I } 38)$$

*Remarque :* le champ tournant expliqué dans [5] et [6], est le champ crée par le bobinage statorique et qui tourne, en régime permanent, à la vitesse de synchronisme  $\Omega_s$ .

C'est dans ce référentiel que nous allons travailler par la suite. L'avantage d'utiliser ce référentiel est d'avoir des grandeurs constantes en régime permanent. Il est alors plus aisé d'en faire la régulation [34].

Pour commander et observer le comportement de la machine asynchrone, une représentation d'état est nécessaire. Pour cela nous avons considéré le vecteur d'état qui est constitué des courants statoriques  $(I_{ds}, I_{qs})$  et des flux rotoriques  $(\varphi_{dr}, \varphi_{qr})$  [35] [28].

$$\dot{X} = AX + BU \quad (\text{I } 39)$$

Avec:

$$X = \begin{bmatrix} i_{ds} \\ i_{qs} \\ \varphi_{dr} \\ \varphi_{qr} \end{bmatrix} ; U = \begin{bmatrix} v_{ds} \\ v_{qs} \end{bmatrix} \quad (\text{I } 40)$$

$$A = \begin{bmatrix} R_s + \left(\frac{L_m^2}{L_r T_r}\right) & \omega_s & \left(\frac{L_m}{L_r T_r}\right) & \frac{L_m \omega}{\sigma L_s L_r} \\ -\omega_s & -\frac{R_s + \left(\frac{L_m^2}{L_r T_r}\right)}{\sigma L_s} & -\frac{L_m \omega}{\sigma L_s L_r} & \left(\frac{L_m}{L_r T_r}\right) \\ \frac{L_m}{T_r} & 0 & -\frac{1}{T_r} & (\omega_s - \omega) \\ 0 & \frac{L_m}{T_r} & -(\omega_s - \omega) & -\frac{1}{T_r} \end{bmatrix}; B = \frac{1}{\sigma L_s} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (I 41)$$

Où :  $\sigma = 1 - \frac{L_m^2}{L_s L_r}$  représente le coefficient de dispersion ou de Blondel.

$T_r = \frac{L_r}{R_r}$  est la constante du temps rotorique.

### 1.7. Expression de couple électromagnétique

Dans le cas générale, la puissance électrique instantanée  $p_e$  fournie aux enroulements statoriques et rotoriques s'exprime en fonction des grandeurs d'axes  $d, q$ : [18]

$$p_e(t) = v_{ds}(t) i_{ds}(t) + v_{qs}(t) i_{qs}(t) + v_{dr}(t) i_{dr}(t) + v_{qr}(t) i_{qr}(t) \quad (I 42)$$

En développant cette expression, nous trouvons que la puissance instantanée se décompose en trois termes : Puissance dissipée en pertes Joule, puissance représentant les échanges d'énergie électromagnétique avec la source, et puissance mécanique :

$$P_e = P_J + P_{em} + P_{mec} \quad (I 43)$$

Où :

$$P_J = R_s (I_{ds}^2 + I_{qs}^2) + R_r (I_{dr}^2 + I_{qr}^2) \quad (I 44)$$

$$P_{em} = I_{ds} \frac{d\varphi_{ds}}{dt} + I_{qs} \frac{d\varphi_{qs}}{dt} + I_{dr} \frac{d\varphi_{dr}}{dt} + I_{qr} \frac{d\varphi_{qr}}{dt} \quad (I 45)$$

$$P_{mec} = \omega (I_{dr} \varphi_{qr} - I_{qr} \varphi_{dr}) \quad (I 46)$$

L'équation mécanique décrivant le couple en fonction de la vitesse est décrite comme suit:

$$C_{em}(t) = J \frac{d\Omega(t)}{dt} + k_f \Omega(t) + C_r \quad (I 47)$$

Avec la vitesse mécanique  $\Omega = \frac{\omega}{p}$  (rad/s). Et  $p$  le nombre de paire de pôle rotorique.

Or la puissance mécanique est reliée au couple électromagnétique par l'expression suivante :

$$C_{em} = \frac{P_{mec}}{\Omega} = p \frac{P_{mec}}{\omega} \quad (I 48)$$

$$C_{em}(t) = p \frac{L_m}{L_r} \left( \varphi_{dr}(t) i_{qs}(t) - \varphi_{qr}(t) i_{ds}(t) \right) \quad (I 49)$$

Sans oublier de convertir la vitesse mécanique  $N (tr/mn) = \Omega (rad/s) 60/(2\pi)$  au cours des simulations.

On constate que l'équation de couple électromagnétique n'est pas linéaire, à cause de produit croisé des composantes du courant et du flux (couplage). Chose qui complique la commande de la machine asynchrone. Le recours à la commande vectorielle permet de résoudre ce problème.

## 2. Onduleur de tension

Les onduleurs de tension alimentent les machines asynchrones à partir d'une source de tension continue. Ils permettent d'imposer aux bornes de la machine des tensions d'amplitude et de fréquences réglables en agissant sur la commande des interrupteurs du convertisseur statique. A cet effet, la machine asynchrone devient un outil incontournable à la variation en vitesse et à l'entraînement des processus industriels.

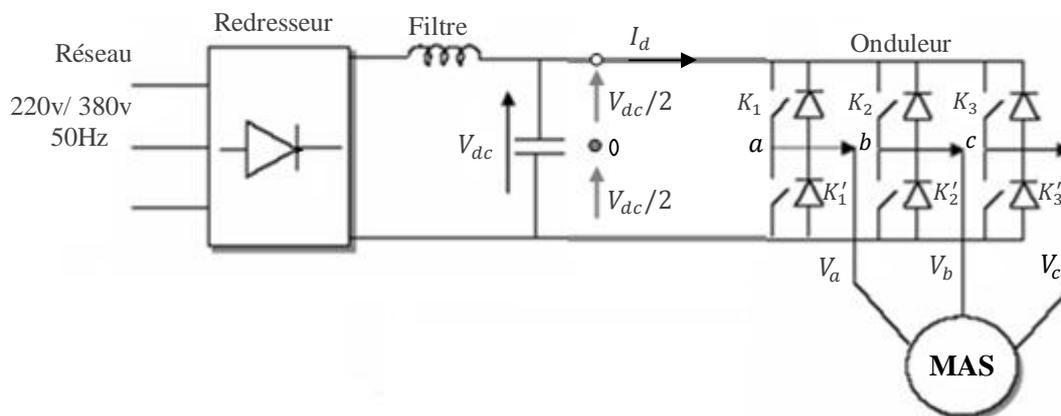
### 2.1. Modélisation de l'onduleur de tension

L'onduleur de tension est alimenté par une tension du réseau redressée  $V_{dc}$ , et il est important de produire cette tension. Le principe de redressement est d'injecter à l'entrée du redresseur une tension alternative sinusoïdale de 220/380 V du réseau à 50 Hz et de récolter à

la sortie une tension ondulée d'une valeur moyenne égale à  $V_{dc}$ , ensuite filtrée par un filtre  $LC$  passe bas, pour obtenir vers la fin l'expression de la tension continu :

$$V_{dc} = \frac{3\sqrt{6}}{\pi} V \cong 2,34 V \quad (\text{I } 50)$$

Une machine triphasée sans liaison de neutre est alimentée par un onduleur de tension à trois bras comprenant chacun deux cellules de commutation. Chaque cellule est composée d'un interrupteur, commandé à l'amorçage et au blocage et d'une diode antiparallèle. Comme le présente le schéma de la figure (I.5) suivante :



**Fig. I.5:** schéma d'alimentation d'une machine à induction via un onduleur de tension à partir d'un réseau triphasé.

Les interrupteurs de chaque bras sont pilotés de façon complémentaire. Les ordres de commande de l'ondeur sont transmis aux trois bras par l'intermédiaire des signaux de commandes  $C_1, C_2, C_3$ . La convention adoptée pour le fonctionnement de chaque bras est la suivante : [8]

$$\begin{bmatrix} V_a \\ V_b \\ V_c \end{bmatrix} = \frac{V_{dc}}{3} \begin{bmatrix} 2 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & -1 \\ -1 & -1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_1 \\ C_2 \\ C_3 \end{bmatrix} \quad (\text{I } 51)$$

Et les différentes formes d'onde de tension composée à la sortie de l'ondeur sont données par

$$\begin{bmatrix} U_{ac} \\ U_{ba} \\ U_{cb} \end{bmatrix} = V_{dc} \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_1 \\ C_2 \\ C_3 \end{bmatrix} \quad (\text{I } 52)$$

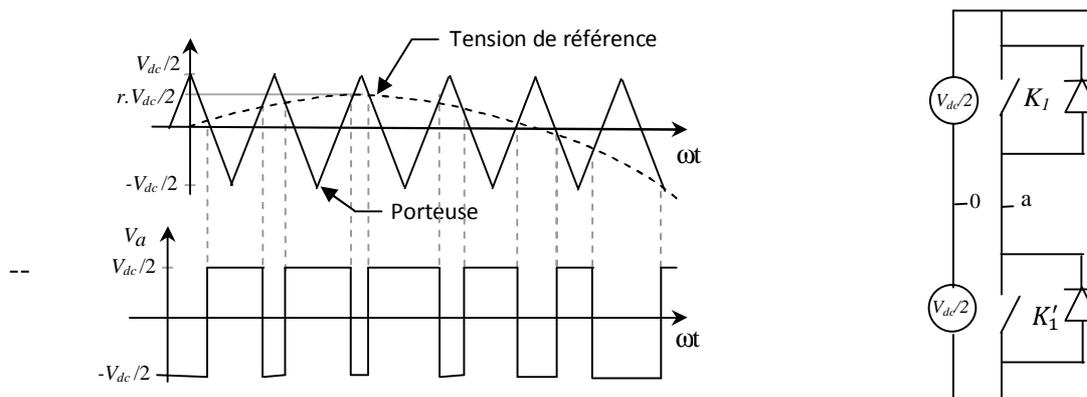
Et le potentiel du point neutre est:

$$V_{n0} = \frac{1}{3} (V_{a0} + V_{b0} + V_{c0}) \quad (\text{I } 53)$$

En général, la technique de commande MLI permet de définir les instants de commande des interrupteurs. La commande en tension par MLI sinus-triangle ou MLI intersective est présentée dans le cadre de ce travail.

## 2.2. Modulation de largeur d'impulsion sinusoidale PWM

La MLI sinus triangle décrite dans [28], [38] et [25], est réalisée par comparaison d'une onde modulante basse fréquence (tension de référence) à une onde porteuse haute fréquence de forme triangulaire présenté dans la figure (I.6). Les instants de commutation sont déterminés par les points d'intersection entre la porteuse et la modulante. La fréquence de commutation des interrupteurs est fixée par la porteuse. En triphasé, les trois références sinusoidales sont déphasées de  $\frac{2\pi}{3}$  à la même fréquence  $f_s$ .



**Fig. I.6:** M.L.I sinus triangle

Comme la référence est sinusoïdale et la porteuse triangulaire, alors deux paramètres caractérisent la commande : [38]

§ **L'indice de modulation  $m$**  égale au rapport de la fréquence de la porteuse  $f_p$  sur la fréquence de la modulante  $f_s$ .

$$m = f_p / f_s \quad (\text{I } 54)$$

§ **Le coefficient de réglage en tension  $r$**  égal au rapport de l'amplitude de la tension de référence  $V_s$  à la valeur de crête  $V_{dc}/2$  de la porteuse. Il permet de régler la tension à la sortie de l'onduleur.

$$r = V_s / V_p \quad (\text{I } 55)$$

La valeur maximale de la tension de phase à la sortie de l'onduleur vaut exactement :

$$V_{max} = r V_{dc} / 2 \quad (\text{I } 56)$$

### 3. Commande vectorielle

Le but de la commande vectorielle est d'arriver à commander la machine asynchrone comme une machine à courant continu à excitation indépendante où il y a un découplage naturel entre la grandeur commandant le flux (le courant d'excitation), et celle liée au couple (le courant d'induit). Ce découplage permet d'obtenir une réponse très rapide du couple [3].

#### 3.1. Commande par orientation de flux rotorique

Le principe de la commande vectorielle est de réduire l'expression (I 49) la rendant comparable à l'expression du couple de la machine à courant continu donnée par (I 57). La technique consiste à orienter le vecteur flux, montré sur la figure (I.8), sur l'axe  $d$  ( $\varphi_{dr} = \varphi_r ; \varphi_{qr} = 0$ ) dans un repère lié au champ tournant. Donc il y a lieu de mettre en évidence que, conformément au système d'équations de la machine asynchrone, le flux rotorique réduit à sa seule composante  $d$  peut être commandé par le courant  $i_{ds}$  et le couple ou la vitesse par le courant  $i_{qs}$  [37] [13].

§ Pour le rotor :

$$C_{em} = p \frac{L_m}{L_r} \varphi_r i_{qs} \quad (\text{I } 57)$$

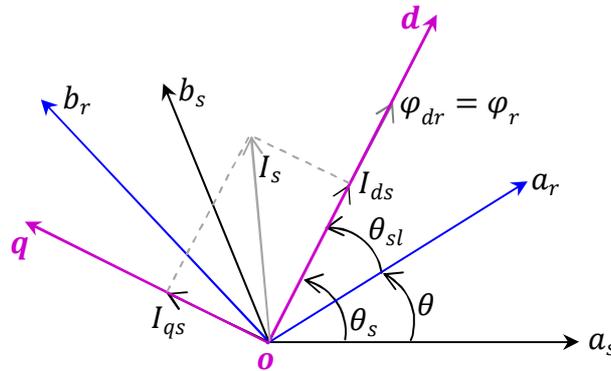
$$T_r \frac{d\varphi_r}{dt} + \varphi_r = L_m i_{ds} \quad (\text{I } 58)$$

$$\left(\frac{J}{p}\right) \frac{d\omega}{dt} + \left(\frac{k_f}{p}\right) \omega + C_r = p \frac{L_m}{L_r} \varphi_r i_{qs} \quad (\text{I } 59)$$

§ Pour le stator

$$V_{ds} = \sigma L_s \frac{di_{ds}}{dt} + \left(R_s + R_r \left(\frac{L_m}{L_r}\right)^2\right) i_{ds} - \omega_s \sigma L_s i_{qs} - \frac{L_m}{L_r} R_r \varphi_r \quad (\text{I } 60)$$

$$V_{qs} = \sigma L_s \frac{di_{qs}}{dt} + \left(R_s + R_r \left(\frac{L_m}{L_r}\right)^2\right) i_{qs} + \sigma L_s \omega_s i_{ds} + \frac{L_m}{L_r} \omega \varphi_r \quad (\text{I } 61)$$



**Fig. I.8 :** Représentation schématisique de la machine asynchrone découplée.

### 3.2. Découplage entrée-sortie

L'objectif est, dans la mesure du possible, de limiter l'effet d'une entrée à une seule sortie. Nous pouvons alors modéliser le processus sous la forme d'un ensemble de systèmes monovariables évoluant en parallèle. Les commandes sont alors non interactives. [15]

Différentes techniques existent : découplage utilisant un régulateur, découplage par retour d'état, et découplage par compensation. Nous présenterons ce dernier type de découplage

### ***Découplage par compensation***

Le principe de découplage par compensation, illustré sur la figure (1.9), revient à définir deux nouvelles variables de commande  $V_{ds}^*$  et  $V_{qs}^*$  telles que  $V_{ds}^*$  n'agit que sur  $I_{ds}$  et  $V_{qs}^*$  n'agit que sur  $I_{qs}$ .

Définissons ces deux nouvelles variables de commande  $V_{ds}^*$  et  $V_{qs}^*$  :

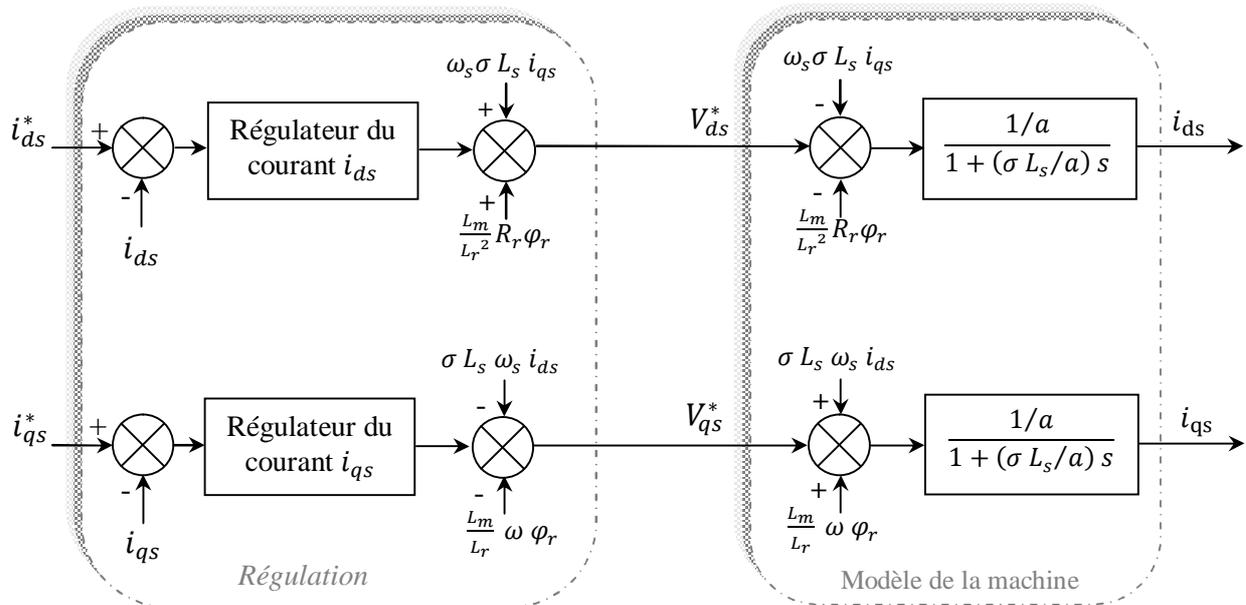
$$\begin{cases} V_{ds}^* = V_{ds} + e_{ds} \\ V_{qs}^* = V_{qs} + e_{qs} \end{cases} \quad (\text{I } 62)$$

On réécrit les équations (I 60) et (I 61), sous forme des deux expressions de (I 63) et (I 64) :

$$\begin{cases} V_{ds}^* = \sigma L_s \frac{di_{ds}}{dt} + \left( R_s + R_r \left( \frac{L_m}{L_r} \right)^2 \right) i_{ds} \\ e_{ds} = \omega_s \sigma L_s i_{qs} + \frac{L_m}{L_r^2} R_r \varphi_r \end{cases} \quad (\text{I } 63)$$

$$\begin{cases} V_{qs}^* = \sigma L_s \frac{di_{qs}}{dt} + \left( R_s + R_r \left( \frac{L_m}{L_r} \right)^2 \right) i_{qs} \\ e_{qs} = -\sigma L_s \omega_s i_{ds} - \frac{L_m}{L_r} \omega \varphi_r \end{cases} \quad (\text{I } 64)$$

Le principe de découplage par compensation est décrit en détail sur la figure suivante :



**Fig. I.9** : Découplage par addition des termes de compensation

$$\text{Avec } a = \left( R_s + R_r \left( \frac{L_m}{L_r} \right)^2 \right)$$

- La tension  $V_{ds}^*$  permet de commander le courant  $i_{ds}$ , donc le flux  $\varphi_r$ .
- La tension  $V_{qs}^*$  permet de commander le courant  $i_{qs}$ , donc le couple  $C_{em}$  ou la vitesse  $\Omega$ .

En vue d'imposer un flux constant équivalent à  $\varphi_r^*$  dans la machine, des stratégies de commandes seront développées. D'abord fixer  $i_{ds}$  à une valeur égale à la référence  $i_{ds}^*$ , ensuite contrôler les variations du couple ou de la vitesse au moyen de  $i_{qs}$ .

## Conclusion

Ce chapitre est consacré à la modélisation de la machine asynchrone et à l'établissement de lois de commandes portées sur l'orientation de flux rotorique. Le passage du modèle standard au modèle dans le domaine de Park, facilite la manipulation des équations et réduit le nombre de variables dans le modèle. Comme on l'a constaté, les entrées et les sorties du système sont couplées les unes aux autres, et pour remédier à ce problème on a ajouté à la sortie de la machine

des termes de découplage. De cette manière on a pu modéliser le processus sous forme d'un ensemble de systèmes monovariables évoluant en parallèle, alors le modèle de la machine asynchrone est réduit à un ensemble d'équation de premier ordre facile à commander, du coup les commandes sont non interactives. Dans le deuxième chapitre nous allons appliquer plusieurs types de régulations, à la commande de la machine asynchrone.

# Chapitre II

## Synthèse de régulateurs entiers et fractionnaires

### Introduction

Les régulateurs classiques sont en générale dimensionnés dans le domaine temporel ou fréquentiel. Un régulateur doit satisfaire aux objectifs généraux de performances et de robustesse et aux contraintes liées aux perturbations. Dans le cas des régulateurs  $IP$  et  $PI$  classiques et à cause du manque de degré de liberté supplémentaire, ces régulateurs s'avèrent inefficace quant à la garantie du degré de stabilité (robustesse). Mais l'avènement de la commande CRONE, qui introduit un degré de liberté supplémentaire lié à l'ordre non entier, permet de contourner le problème des régulateurs classiques et d'améliorer leurs performances à les rendre robustes. A cet effet, des régulateurs  $PI$  et  $IP$  fractionnaires et entiers seront développés dans le domaine temporel puis dans le domaine fréquentiel, dans le but d'améliorer et de concevoir une commande robuste applicable au contrôle de la machine asynchrone.

Dans l'approche non entier qu'utilise la commande CRONE, abréviation de commande Robuste d'Ordre Non entier, la robustesse est de nature plus sévère puisqu'il s'agit de la robustesse du degré de stabilité [47]. La synthèse des correcteurs fractionnaires se fonde sur des spécifications qui relèvent de la théorie de la commande fréquentielle classique, et qui doivent refléter aussi bien la stabilité que la robustesse du système en boucle fermée [2]. Dans notre cas, les performances qu'on cherche à imposer aux régulateurs  $PI^\alpha$  et  $I^\alpha P$  fractionnaires de la machine asynchrone seront celles de l'intégrateur généralisé.

## I. Etude des régulateurs classiques dans le domaine temporel

Les régulateurs classiques permettent de contrôler la précision et la rapidité des systèmes asservis, ils sont les plus prisés dans l'industrie. Dans ce cas les régulateurs  $PI$  et  $IP$  classiques, feront l'objet d'étude dans la première partie ce chapitre, ensuite, des régulateurs fractionnaires seront étudiés, appliqués au contrôle de la vitesse, du flux et des courants statoriques de la machine asynchrone, dans l'environnement Matlab Simulink.

### 1. Synthèse des correcteurs $PI$ et $IP$

#### 1.1. Structure de la commande $PI$

Chaque boucle de régulation est dotée d'un régulateur proportionnel intégral  $PI$  classique, présenté sur la figure (II.1), il comporte une action proportionnelle qui sert à régler la rapidité avec laquelle la régulation doit avoir lieu et une action intégrale qui sert à éliminer l'erreur statique entre la grandeur régulée et sa propre consigne. [8]

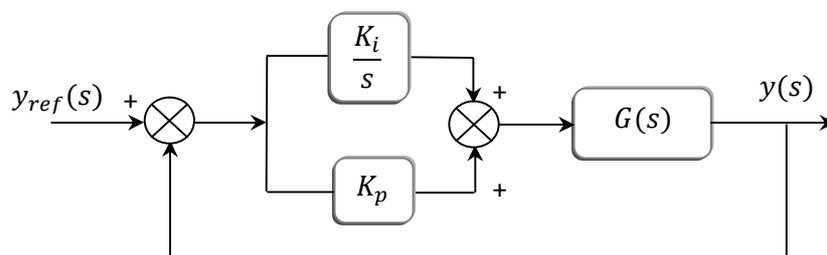


Fig. II.1 : Schéma de commande utilisant la structure  $PI$

Soit  $G(s)$  un système de premier ordre donné par :

$$G(s) = \frac{G_0}{1 + \tau s}$$

La fonction de transfert en boucle fermée est :

$$FTBF(s) = \frac{G_0 K_i \left( \frac{K_p}{K_i} s + 1 \right)}{(\tau s + 1) \left( s + (K_p s + K_i) \frac{G_0}{\tau s + 1} \right)} \quad (\text{II } 1)$$

L'apport d'un zéro par le régulateur *PI* dans la fonction de transfert en boucle fermée peut modifier le régime transitoire du système, voir [19] [40]. Pour remédier à ce problème, la méthode de compensation des pôles est plus adaptée pour le calcul des paramètres  $K_p$  et  $K_i$ . Elle consiste à imposer le zéro du régulateur égal à un pôle de la fonction de transfert du système à commander et une constante du temps  $\tau_{bf}$  répondant aux objectifs fixés, le principe est illustré par les relations de l'équation (II 2) :

$$\begin{cases} \left( \frac{K_p}{K_i} s + 1 \right) = (\tau s + 1) \Rightarrow \tau = \frac{K_p}{K_i} \\ FTBF(s) = \frac{G_0 K_i}{s + G_0 K_i} \Rightarrow \tau_{bf} = \frac{1}{G_0 K_i} \end{cases} \quad (\text{II } 2)$$

Les paramètres du régulateurs sont alors donnés par :

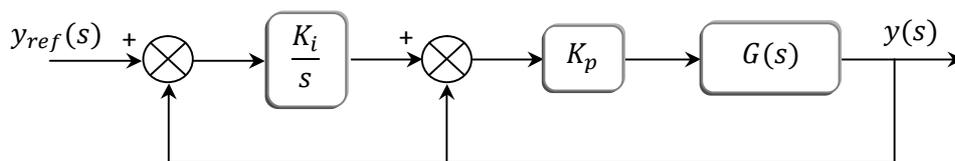
$$\begin{cases} K_i = \frac{1}{G_0 \tau_{bf}} \\ K_p = \frac{\tau}{G_0 \tau_{bf}} \end{cases} \quad (\text{II } 3)$$

## 1.2. Structure de commande IP

La commande des machines électriques à l'aide des régulateurs *PI* dimensionnés par les méthodes de compensation des pôles ou de placement des pôles, présente les inconvénients suivants:

- La méthode de placement des pôles  $s$  permet d'imposer n'importe quelle dynamique à la boucle fermée, néanmoins elle présente l'inconvénient d'introduire un zéro (non contrôlable) qui peut modifier la dynamique imposée.
- La méthode de compensation des pôles permet de remédier à ce problème, mais elle ne permet d'imposer qu'une dynamique du premier ordre, de plus le comportement de la régulation vis-à-vis du couple résistant est médiocre, car la dynamique du rejet du couple résistant n'est pas imposée par le régulateur [19] [40] [21]. La structure de commande *IP* permet de remédier à tous ces inconvénients.

La structure du régulateur Intégral proportionnelle *IP* schématisé par la figure (II.2), est une association d'une boucle interne munie du régulateur proportionnel et d'une boucle externe commandée par un régulateur intégrateur.



**Fig. II.2 :** Schéma de commande utilisant la structure *IP*

Lorsque  $G(s)$  est du premier ordre, la fonction de transfert en boucle fermée est donnée par:

$$FTBF_{IP}(s) = \frac{K_i K_p G_0 / \tau}{s^2 + \left(\frac{1 + K_p G_0}{\tau}\right) s + \frac{K_i K_p G_0}{\tau}} \quad (\text{II } 4)$$

Le calcul des paramètres  $K_i$  et  $K_p$  ne peut être fait que par la méthode de placement des pôles.

La fonction de transfert en boucle fermée, peut être mise sous la forme de celle d'un modèle de second ordre standard de l'équation (II 5):

$$H(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2 z \omega_n s + \omega_n^2} \quad (\text{II } 5)$$

A partir de l'équation caractéristique, on impose les pôles du système en boucle fermée de sorte que le système soit sous-amorti (ie:  $0.7 \leq z < 1$ ), [4]

Les pôles de  $H(s)$  sont :

$$\begin{cases} s_1 = \omega_n (-z + j\sqrt{1-z^2}) = -\frac{1}{\tau_p} + j\omega_a \\ s_2 = \omega_n (-z - j\sqrt{1-z^2}) = -\frac{1}{\tau_p} - j\omega_a \end{cases}$$

$$\text{Où: } \tau_p = \frac{1}{z\omega_n} \quad \text{et } \omega_a = \omega_n \sqrt{1-z^2}$$

La réponse transitoire est alors donnée par l'oscillation de pseudo-période  $\frac{2\pi}{\omega_a}$  amortie par une exponentielle de constante de temps  $\tau_p$ . [4]

L'analogie entre la fonction de transfert en boucle fermée de l'équation (II 4) et celle du modèle du second ordre standard (II 5) est obtenu lorsque

$$\begin{cases} \frac{1 + K_p G_O}{\tau} = 2z\omega_n \\ \frac{K_i K_p G_O}{\tau} = \omega_n^2 \end{cases} \quad (\text{II } 6)$$

Les coefficients du régulateur sont alors calculés par les relations :

$$\begin{cases} K_p = \frac{2z\omega_n\tau - 1}{G_O} \\ K_i = \frac{\omega_n^2\tau}{2z\omega_n\tau - 1} \end{cases} \quad (\text{II } 7)$$

Dans la section suivante nous allons voir les avantages qu'apporte un régulateur de type *IP* par rapport au régulateur de type *PI* appliqués à des systèmes de premier ordre, en choisissant le modèle d'équations (I 59), (I 63) et (I 64). Afin de tester et comparer ces deux régulateurs associés à la machine asynchrone, nous allons les soumettre aux mêmes conditions de fonctionnement, les résultats de simulations sont exposés dans le chapitre IV.

### 1.3. Dimensionnement des régulateurs

#### 1.3.1. Régulation des courants statoriques

A partir des équations (I 63) et (I 64), en supposant que les termes de couplage  $e_{ds}$  et  $e_{qs}$  ont été compensés, on peut déduire les fonctions de transfert de premier ordre, qui sont utilisées pour calculer les régulateurs de courant  $i_{ds}$  et  $i_{qs}$ , on trouve:

$$G_{i_{ds}}(s) = \frac{i_{ds}(s)}{V_{ds}^*(s)} = G_{i_{qs}}(s) = \frac{i_{qs}(s)}{V_{qs}^*(s)} = \frac{G_e}{1 + \tau_e s} \quad (\text{II } 8)$$

$$\text{Avec : } G_e = 1/(R_s + R_r(L_m/L_r)^2) \quad \text{et} \quad \tau_e = \sigma L_s/(R_s + R_r(L_m/L_r)^2)$$

En calculant  $G_e$  et  $\tau_e$ , on trouve

$$G_e = 0,13 \quad \text{et} \quad \tau_e = 0,004$$

### ***Application de la correction PI***

L'application de la méthode de compensation des pôles à la boucle de régulation, permet de calculer  $K_p$  et  $K_i$  du régulateur par les équations de l'expression (II 3), en tenant compte de la constante de temps imposée  $\tau_{ebf} = 0.004$ . Le résultat des valeurs numériques sont donnée :

$$K_p = 758,08 \cdot 10^{-2} \quad \text{et} \quad K_i = 1849,9$$

### ***Application de la correction IP***

L'utilisation de la méthode de placement des pôles en imposant les paramètres  $z = 0,607$  et  $\omega_n = 402$  à la boucle fermée, on trouve grâce aux relations des équations (II 7) les valeurs numériques des paramètres  $K_p$  et  $K_i$  suivantes :

$$K_p = 758,08 \cdot 10^{-2} \quad \text{et} \quad K_i = 662,302$$

### ***1.3.2. Régulation du flux $\varphi_r$***

A partir de l'équation (I 58), on peut écrire l'équation de transfert suivante:

$$G_{\varphi_r}(s) = \frac{\varphi_r(s)}{i_{ds}^*(s)} = \frac{G_{0\varphi}}{1 + \tau_\varphi s} \quad (\text{II } 9)$$

Avec :  $G_{0\varphi} = L_m$  et  $\tau_\varphi = T_r$  ayant les valeurs numériques suivantes:

$$G_{0\varphi} = 0,26 \quad \text{et} \quad \tau_\varphi = 0,09$$

### ***Application de la correction PI***

En utilisant une nouvelle fois la méthode de compensation des pôles et en imposant la constante de temps  $\tau_{\varphi_{bf}} = 0.089$ , on trouve :

$$K_p = 3876.10^{-3} \quad \text{et} \quad K_i = 43,5693$$

### ***Application de la correction IP***

La méthode de placement des pôles permet de calculer  $K_p$  et  $K_i$ , en imposant à la boucle fermée  $z = 0,607$  et  $\omega_n = 18,52$ , on trouve :

$$K_p = 3876.10^{-2} \quad \text{et} \quad K_i = 3050,86.10^{-2}$$

### ***1.3.3. Régulation de la pulsation mécanique $\omega$ (vitesse mécanique $\Omega$ )***

Puisque les boucles de courant sont contrôlées à l'aide de régulateurs contenant la fonction d'intégration, alors la valeur finale des courants est égale à celle de référence imposée, par les régulateurs de vitesse (pour le courant  $i_{qs}$ ) et le régulateur de flux (pour le courant  $i_{ds}$ ). De plus, la dynamique des courants est très faible comparée à celle de la vitesse. Par conséquent, pour calculer le régulateur de vitesse on peut négliger la dynamique de la boucle interne de courant  $i_{qs}$ .

Dans ce cas, à partir de l'équation (I 59) la fonction de transfert qui décrit la dynamique de la vitesse est donnée par :

$$G_{\omega}(s) = \frac{\omega(s)}{i_{qs}^*(s)} = \frac{p^2 \frac{L_m}{L_r} \frac{\varphi_r}{k_f}}{1 + \frac{J}{k_f} s} \quad \text{Avec : } \begin{cases} G_{o\omega} = p^2 \frac{L_m}{L_r} \frac{\varphi_r}{k_f} \\ \tau_{\omega} = \frac{J}{k_f} \end{cases} \quad (\text{II } 10)$$

Avec les valeurs de  $G_{o\omega} = 532$  et  $\tau_{\omega} = 3,87$

### ***Application de la correction PI***

Les gains  $K_i$  et  $K_p$  du contrôleur *PI* seront déduits par compensation de pôle, ils sont calculés en imposant  $\tau_{\omega} = 3,87$  et un courant  $i_{qs}^*$  à l'entrée du système égale à un échelon unitaire, alors :

$$K_p = 1,9 \cdot 10^{-3} \quad \text{et} \quad K_i = 4,8508 \cdot 10^{-4}$$

### ***Application de la correction IP***

Par placement des pôles, on déduit les gains  $K_p$  et  $K_i$  du régulateur par l'imposition de  $z = 0,607$  et  $\omega_n = 0,425$  en boucle fermée, par conséquent on trouve :

$$K_p = 1,9 \cdot 10^{-3} \quad \text{et} \quad K_i = 700,4 \cdot 10^{-3}$$

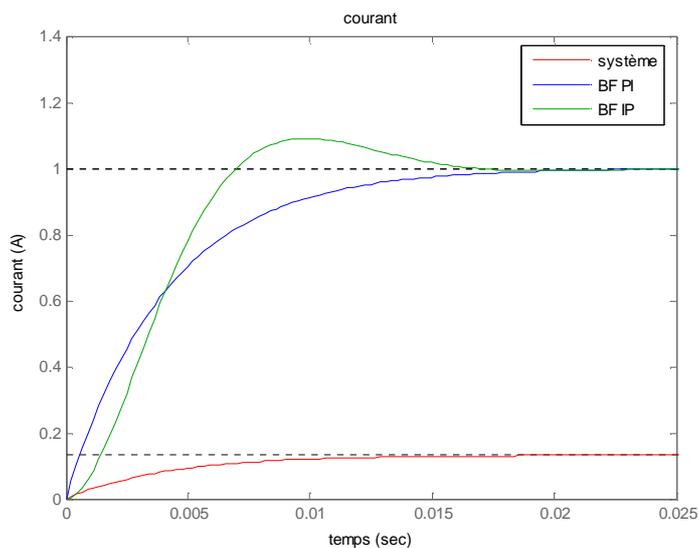
**NB** : les références des systèmes décrits par les équations (II 8), (II 9) et (II 10) sont toutes des échelons unitaires.

## ***2. Résultats de simulation sous matlab***

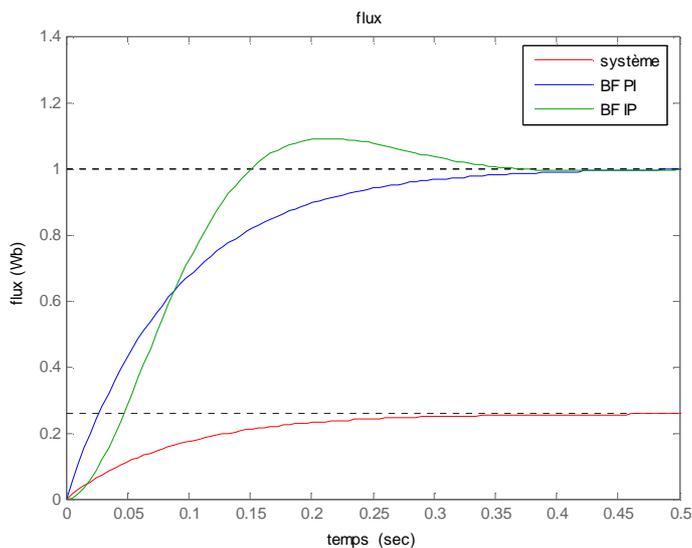
Après avoir donné le détail de calcul des paramètres des différents régulateurs, on présente dans les figures (II.3), (II.4) et (II.5) les résultats de simulation des différentes boucles de régulations. Afin de vérifier que les valeurs imposées aux différentes boucles fermées sont celles finalement obtenues.

NB : les courbes en bleus représentent le système en boucle fermée avec régulateur PI.

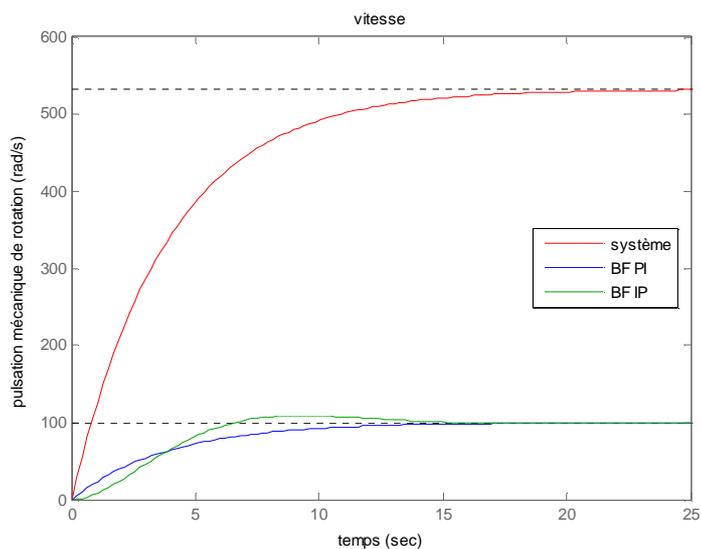
Les courbes en vert représentent le système en boucle fermée avec régulateur IP.



**Fig. II.3** : système de 1<sup>ier</sup> ordre de courant et la réponse indicielle de la boucle de régulation.



**Fig. II.4** : système de 1<sup>ier</sup> ordre du flux et la réponse indicielle de la boucle de régulation.



**Fig. II.5** : système de 1<sup>ier</sup> ordre de la pulsation mécanique et la réponse indicielle de la boucle de régulation.

## ***Interprétation***

Les figures (II.3), (II.4) et (II.5) issues de la simulation sous Matlab de chaque système de premier ordre et de chaque boucle de régulation sont exposées dans le but de vérifier l'état de marche des régulateurs, et de comparer l'influence de régulateurs *PI* aux régulateurs *IP* sur un système de premier ordre. Dans cette simulation, on impose à la boucle fermée dans le domaine temporel, avec les deux types de régulateurs, la même dynamique que celle du système de premier ordre (voir la même constante du temps). On constate que les réponses indicielles des systèmes de premier ordre du courant électrique du flux magnétique et de la pulsation mécanique, illustré sur les figures (II.3), (II.4) et (II.5), sont semblables aux figures en boucle fermée avec régulateurs *PI* et régulateurs *IP*. Par conséquent les régulateurs *PI* et *IP* classiques, suivent bien la consigne imposée et la constante du temps de chaque boucle fermée est équivalente à celle de chaque système de premier ordre. Alors que les régulateurs *PI* diffèrent des régulateurs *IP* dans la forme tel que le, régulateur *PI* prend l'allure d'un système de premier ordre au régime transitoire tandis que le régulateur *IP* suit la forme d'un système de second ordre et présente un dépassement au régime transitoire. La suite de ce chapitre sera consacrée à l'étude de régulateurs fractionnaires.

## ***II. Commande CRONE et les régulateurs fractionnaires***

La commande CRONE, abréviation de *Commande Robuste d'Ordre Non Entier*, a pour but d'améliorer les performances dynamiques des systèmes asservis, de façon à les rendre capables de continuer à bien fonctionner, même si les conditions de fonctionnement du système changent [49].

Dans cette partie, on exploite les propriétés de l'analyse fréquentielle, afin de concevoir des correcteurs basés sur la commande CRONE associés à des systèmes continus et causaux. L'analyse temporelle est également abordée dans le premier chapitre, dans le but de montrer les performances dynamiques d'un système régulé soumis à une consigne en échelon.

## 1. Correcteur d'ordre entier dans le domaine fréquentiel

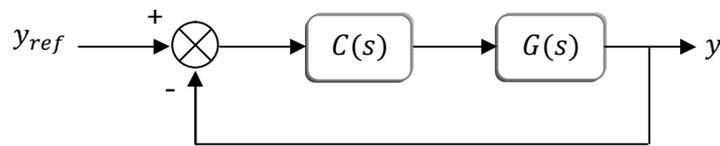
Compenser ou corriger un système asservi consiste à modifier ses propriétés par l'action d'un correcteur, de façon à le stabiliser s'il y a lieu et à lui conférer des performances données. Le choix du correcteur se fait de façon à assurer des performances imposées par le cahier des charges qui sont résumés par les trois mots, stabilité, précision et rapidité, dans notre cas on considère les régulateurs *PI* et *IP* classiques.

De manière générale il existe deux manières de calculer des régulateurs. La première consiste à traduire les performances à imposer au système asservi sous forme d'une fonction de transfert appelée fonction de transfert de référence. La fonction de transfert du régulateur est alors calculée simplement de sorte que le transfert en boucle ouverte ou en boucle fermée soit égale à la fonction de transfert de référence. Cette méthode est très simple à mettre en œuvre, par contre la structure du régulateur peut être complexe.

L'autre manière consiste à imposer une structure du régulateur, à utiliser dans la boucle de régulation. Le problème consiste alors à déterminer les paramètres du régulateur ainsi choisi afin de conférer au système asservi les performances imposées dans le domaine fréquentiel. C'est cette deuxième démarche que nous avons adoptée et les régulateurs choisis sont les régulateurs *PI* et *IP* car ils sont les plus utilisés, en plus ils garantissent une erreur statique nulle.

L'amélioration des performances dynamiques dans le domaine fréquentiel d'un système donné, se fait en imposant à la boucle ouverte une marge de phase  $\Delta\phi$  à la pulsation de coupure  $\omega_c$  pour assurer la stabilité, et à la boucle fermée un facteur de surtension  $M_p$  à la pulsation  $\omega_r$  pour limiter le dépassement de la réponse indicielle, et une largeur de la bande passante  $\omega_b$  pour contrôler la rapidité. Dans ce qui suit on s'intéresse à un modèle de 1<sup>ier</sup> ordre dans le domaine fréquentiel, puisque la machine asynchrone se ramène à la commande de quatre systèmes de premier ordre.

Soit  $G(s)$  la fonction de transfert du système à commander et  $C(s)$  celle du correcteur utilisé, la boucle fermée est illustrée sur la figure (II.6).



**Fig. II.6.** Structure du système de premier ordre en boucle fermée.

Le système asservi résultant est supposé être à retour unitaire, et l'expression de la fonction de transfert en boucle ouverte est supposée avoir la forme suivante :

$$G_{BO}(s) = C(s) G(s) \quad (\text{II } 11)$$

Cette méthode consiste à déterminer la valeur qu'il faut donner aux paramètres du correcteur en se basant sur la marge de phase du système en boucle ouverte qui doit être comprise entre  $30^\circ$  et  $60^\circ$  [21].

### 1.1. Régulateur proportionnel intégral PI

Dans le cas où le correcteur  $C(s)$  est un régulateur *PI*, mis en série avec un système de premier ordre  $G(s)$  à retour unitaire, illustré sur la figure (II.1), la fonction de transfert en boucle ouverte est donné par:

$$G_{BO}(s) = C(s)G(s) = \left(k_i \frac{1}{s} + k_p\right) \left(\frac{G_0}{1 + \tau s}\right) \quad (\text{II } 12)$$

Le problème étant de calculer les paramètres  $k_i$  et  $k_p$  du régulateur *PI* à partir du diagramme de Bode, en se servant de la pulsation  $\omega_c$  à laquelle le module de  $G_{BO}$  en dB doit être égale à 0, et de la marge de phase  $\Delta\phi$  à imposer à la fonction de transfert en boucle ouverte. L'expression du gain de  $G_{BO}(j\omega)$  est :

$$|G_{BO}(j\omega)| = \frac{G_0 \left(k_i^2 + (k_p \omega)^2\right)^{1/2}}{\omega (1 + (\tau \omega)^2)^{1/2}} \quad (\text{II } 13)$$

Pour  $\omega = \omega_c$ , le module  $G_{BO}(j\omega)$  en dB étant égal à 0, de l'équation (II 13) on peut déduire la relation (II 14) qui constitue la première équation permettant de calculer les paramètres du régulateur  $k_i$  et  $k_p$  :

$$k_i^2 + (k_p \omega_c)^2 = \left(\frac{\omega_c}{G_0}\right)^2 (1 + (\tau \omega_c)^2) \quad (\text{II } 14)$$

En utilisant l'expression de la marge de phase, on déduit la deuxième équation qui permet de déterminer  $k_p$  et  $k_i$ . En effet la marge de phase est donnée par:

$$\Delta\phi = 180^\circ + \arg(G_{BO}(j\omega_c)) \quad (\text{II } 15)$$

Alors

$$\Delta\phi = 90^\circ + \arctg\left(\frac{k_p}{k_i} \omega_c\right) - \arctg(\tau \omega_c) \quad (\text{II } 16)$$

$$\arctg\left(\frac{k_p}{k_i} \omega_c\right) = \Delta\phi - 90^\circ + \arctg(\tau \omega_c) \quad (\text{II } 17)$$

Par conséquent :

$$\frac{k_p}{k_i} = \frac{\text{tg}(\Delta\phi - 90^\circ + \arctg(\tau \omega_c))}{\omega_c} \quad (\text{II } 18)$$

La résolution du système d'équation (II 14) et (II 18) permet de déterminer les paramètres  $k_i$  et  $k_p$  du régulateur PI. Ils sont donnés par :

$$\begin{cases} K_p = \frac{1}{G_0} \text{tg}(\Delta\phi - 90^\circ + \arctg(\tau \omega_c)) \left( \frac{1 + (\tau \omega_c)^2}{1 + (\text{tg}(\Delta\phi - 90^\circ + \arctg(\tau \omega_c)))^2} \right)^{1/2} \\ K_i = \frac{\omega_c}{G_0} \left( \frac{1 + (\tau \omega_c)^2}{1 + (\text{tg}(\Delta\phi - 90^\circ + \arctg(\tau \omega_c)))^2} \right)^{1/2} \end{cases} \quad (\text{II } 19)$$

## 1.2. Régulateur intégral proportionnel IP

Dans le cas d'une commande à l'aide du régulateur IP, les fonctions proportionnelle et intégrale sont associées au système  $G(s)$  en formant deux boucles imbriquées voir la figure (II 2). Par conséquent on ne peut pas parler de boucle ouverte comme dans le cas classique, car cela n'aurait aucun sens.

Néanmoins, afin d'utiliser le principe de la boucle ouverte, on procède comme suit : on détermine la fonction de transfert en boucle fermée  $G_{BF}(s)$ . Puis, on calcule une fonction de transfert fictive qui mise en contre-réaction unitaire donne  $G_{BF}(s)$ . Cette fonction de transfert fictive sera considérée comme étant la fonction de transfert en boucle ouverte et qui servira par la suite à déterminer les paramètres  $K_i$  et  $K_p$  du régulateur.

Ainsi, la fonction de transfert en boucle fermée est donnée par :

$$G_{BF}(s) = \frac{K_i K_p G_0 / \tau}{s^2 + \left(\frac{1 + K_p G_0}{\tau}\right) s + \frac{K_i K_p G_0}{\tau}} \quad (\text{II } 20)$$

Une fonction de transfert à retour unitaire en boucle fermée  $H_{BF}(s)$  est mise en œuvre, équivalente à la fonction de transfert  $G_{BF}(s)$  de l'équation (II 20):

$$G_{BF}(s) = \frac{H_{BO}(s)}{1 + H_{BO}(s)} \quad (\text{II } 21)$$

La fonction de transfert en boucle ouverte notée  $H_{BO}(s)$  est déduite en manipulant les deux équations (II 20), (II 21):

$$H_{BO}(s) = \frac{K_i K_p G_0 / \tau}{s \left( s + \left( \frac{1 + K_p G_0}{\tau} \right) \right)} \quad (\text{II } 22)$$

Après avoir défini la fonction de transfert en boucle ouverte, on détermine maintenant les paramètres  $K_i$  et  $K_p$  du régulateur  $IP$  en imposant dans ce cas aussi une marge de phase  $\Delta\phi$ .

L'expression du gain de la fonction de transfert en boucle ouverte est :

$$|H_{BO}(j\omega)| = \frac{K_i K_p G_0 / \tau}{\omega \left( \omega^2 + \left( \frac{1 + K_p G_0}{\tau} \right)^2 \right)^{1/2}} \quad (\text{II } 23)$$

§ En utilisant l'équation de la marge de phase on obtient pour  $\omega = \omega_c$ :

$$\Delta\phi = 90^\circ - \text{arctg} \left( \frac{\tau \omega_c}{1 + K_p G_0} \right) \quad (\text{II } 24)$$

Qui permet de déterminer le paramètre  $K_p$ , qui est donné par :

$$K_p = \frac{\tau \omega_c - \text{tg}(90^\circ - \Delta\phi)}{G_0 \text{tg}(90^\circ - \Delta\phi)} \quad (\text{II } 25)$$

§ En utilisant l'équation du module  $|H_{BO}|_{dB}$  qui doit être nulle pour  $\omega_c = \omega$ , on obtient :

$$\left( \frac{1 + K_p G_0}{\tau} \right)^2 - \left( \frac{K_i K_p G_0}{\tau \omega_c} \right)^2 + \omega_c^2 = 0 \quad (\text{II } 26)$$

En remplaçant  $K_p$  par son expression donnée par l'équation (II 25), l'expression du paramètre  $K_i$  est finalement donnée par :

$$K_i = \left( \frac{\tau \omega_c \text{tg}(90^\circ - \Delta\phi)}{\tau \omega_c - \text{tg}(90^\circ - \Delta\phi)} \right) \left( \omega_c^2 + \left( \frac{1}{\tau} + \left( \frac{\tau \omega_c - \text{tg}(90^\circ - \Delta\phi)}{\tau \text{tg}(90^\circ - \Delta\phi)} \right) \right)^2 \right)^{1/2} \quad (\text{II } 27)$$

**Application 1**

Supposant un système de premier ordre auquel on impose les caractéristiques suivantes : erreur statique nulle, dépassement  $D = 10\%$  et un temps de réponse  $t_r 5\% = 0,3 (s)$ .

L'expression de la fonction de transfert en boucle ouverte est tirée de la première partie de ce chapitre, supposant l'expression de la vitesse, de l'équation (II 28) donnée comme suit:

$$G_\omega(s) = \frac{\omega(s)}{i_{qs}^*(s)} = \frac{p^2 \frac{L_m}{L_r} \frac{\varphi_r}{k_f}}{1 + \frac{J}{k_f} s} \quad \text{Avec : } \begin{cases} G_{o\omega} = p^2 \frac{L_m}{L_r} \frac{\varphi_r}{k_f} \\ \tau_\omega = \frac{J}{k_f} \end{cases} \quad (\text{II 28})$$

Sachons que :  $G_{o\omega} = 532$  ,  $\tau_\omega = 3,87$  et le temps de réponse =  $20(s)$ .

De ces performances données dans le domaine temporel, on déduit les performances à imposer dans le domaine fréquentiel. Les lois de synthèse des paramètres de réglage de ces performances sont citées en annexe B, les résultats de calcul sont regroupés dans le tableau (II.1) :

$z$	$\omega_n$	$\omega_c$	$\omega_r$	$D\phi$	$M_p$
0,591	16,916	12,211	9,282	58,59	0,950

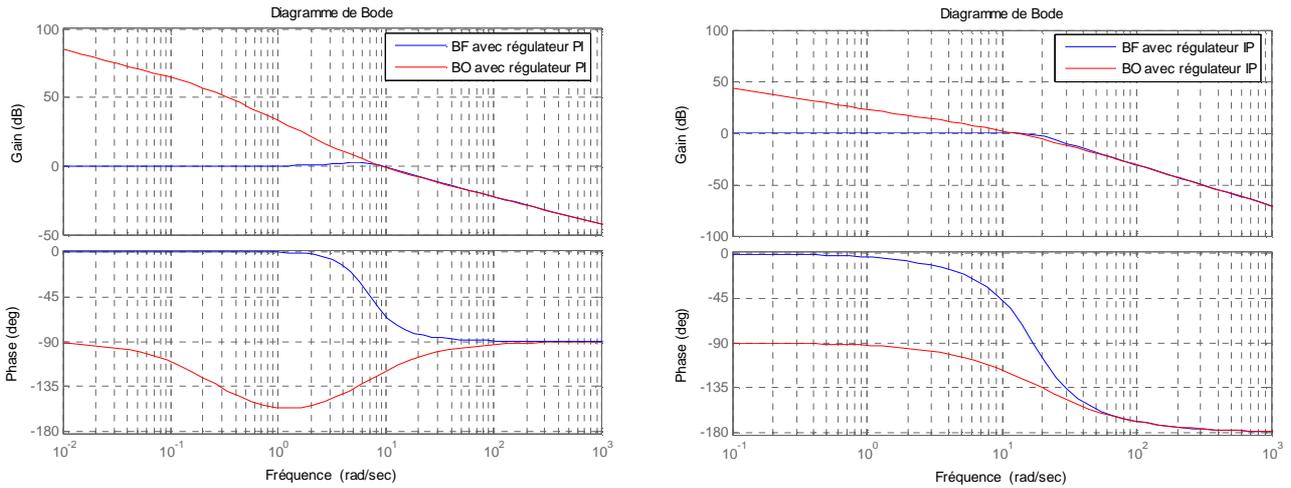
Tableau (II.1)

Afin de garantir les performances du tableau (II.1) on fait appel aux régulateurs *IP* et *PI* classiques. Les résultats de simulation sous Matlab sont regroupés dans le tableau (II.2) suivant :

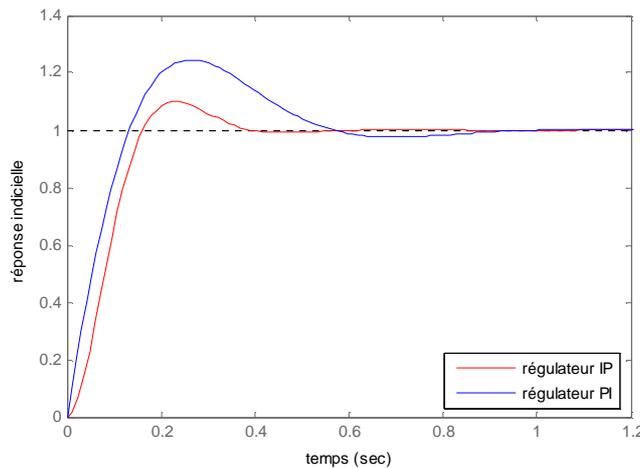
	$K_i$	$K_p$	$\Delta\phi$
Régulateur <i>PI</i>	$584,9 \cdot 10^{-3}$	$74,8 \cdot 10^{-3}$	58,6
Régulateur <i>IP</i>	14,4949	$143,6 \cdot 10^{-3}$	58,6

Tableau (II.2)

La réponse indicielle et le Diagramme de Bode du système corrigé sont donnés pour le système de premier ordre en boucle ouverte et en boucle fermée avec régulateur *PI* et *IP*. Les résultats de simulation sont donnés sur les figures (II.7), (II.8) suivantes :



**Fig. II.7 :** Diagramme de Bode d'un système de premier ordre corrigé par des régulateurs *PI* et *IP* classiques.



**Fig. II.8 :** la réponse indicielle d'un système de premier ordre corrigé par des régulateur *PI* et *IP* classiques.

Les figures (II.7) et (II.8) résultantes de la simulation sous Matlab de la fonction de transfert de l'expression (II 28) en boucle fermée et en boucle ouverte, montre que dans le domaine fréquentiel, la dynamique de la réponse indicielle pour un système de premier ordre corrigé par un régulateur  $PI$ , prend l'allure d'un système de second ordre au régime transitoire avec l'apparition d'un dépassement important, et le temps d'établissement du régime permanent devient considérablement long. Tandis que le régulateur  $IP$  est semblable à un système de second ordre, ayant un dépassement et un temps d'établissement proches de ceux qu'on a imposé.

On déduit que le régulateur  $IP$ , dans le domaine fréquentiel, répond plus rapidement aux conditions de rapidité de la stabilité et au taux de dépassement imposés à la réponse indicielle, contrairement au régulateur  $PI$ . Comme on constate, la marge de phase  $\Delta\phi = 58,6^\circ$  qui est fixe et qui garantie la stabilité du système régulée est loin de  $45^\circ$  qui permet une robustesse optimal, c'est la raison pour laquelle on fait appel à la commande CRONE et à la méthode d'optimisation par essaim particulière pour imposer à la commande, des systèmes de premier ordre, un meilleur degré de stabilité.

## 2. Commande des systèmes à l'aide des régulateurs fractionnaires

La synthèse des correcteurs fractionnaires se fonde sur des spécifications qui relèvent de la théorie de la commande fréquentielle classique, et qui doivent refléter aussi bien la stabilité que la robustesse du système en boucle fermée

Dans le cas de la commande d'ordre fractionnaire, la procédure de synthèse du régulateur, a pour but de calculer les paramètres du correcteur, qui garantissent à la réponse fréquentielle en boucle ouverte, une forme calibrée particulière décrite par la "fonction de transfert idéale de Bode", c'est-à-dire par un intégrateur d'ordre non entier réel compris entre 1 et 2 [2] [48] [47].

### 2.1. Fonction de transfert idéale de Bode

Imaginé par Bode au milieu des années 1940, la fonction de transfert idéale de Bode est sensée assurer, lorsqu'elle décrit la boucle ouverte, des performances invariantes vis-à-vis des variations du gain de la boucle ouverte. Manabe [41], puis Oustaloup [46] [47] [48], à travers leurs travaux sur la commande fractionnaire, matérialisent cette fonction idéale au moyen d'un intégrateur d'un ordre non entier compris entre 1 et 2. Le système résultant en boucle fermée, dans le cadre d'une configuration typique à retour unitaire, présente le même comportement

qu'un système de second ordre standard faiblement amorti, mais avec des paramètres caractéristiques (pulsation naturelle, coefficient d'amortissement, pulsation propre...) qui varient uniquement en fonction de l'ordre du dérivateur généralisé définissant la chaîne directe. Ce système est considéré comme un modèle de référence par la plupart des stratégies de commande fractionnaire [16] [32].

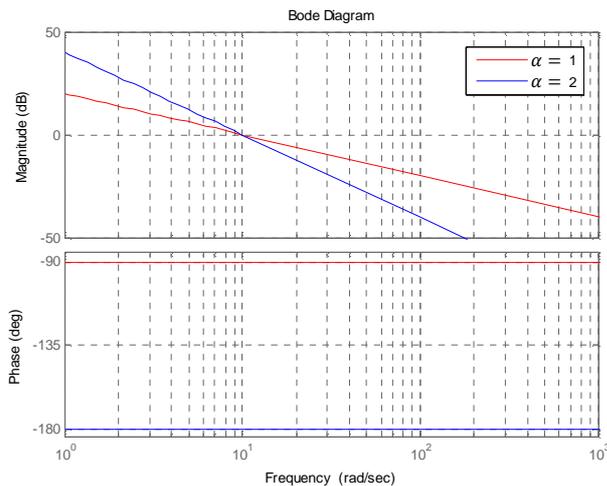
Avant d'expliquer l'intérêt que l'ordre de l'intégrateur soit non entier, considérons d'abord le cas des intégrateurs d'ordre 1 et 2 pour lesquels on associe les transmittances  $D_1(s)$ ,  $D_2(s)$  et la fréquence de coupure  $\omega_c$  :

$$D_\alpha(s) = \left(\frac{\omega_c}{s}\right)^\alpha \quad \alpha = \{1,2\} \quad (\text{II } 29)$$

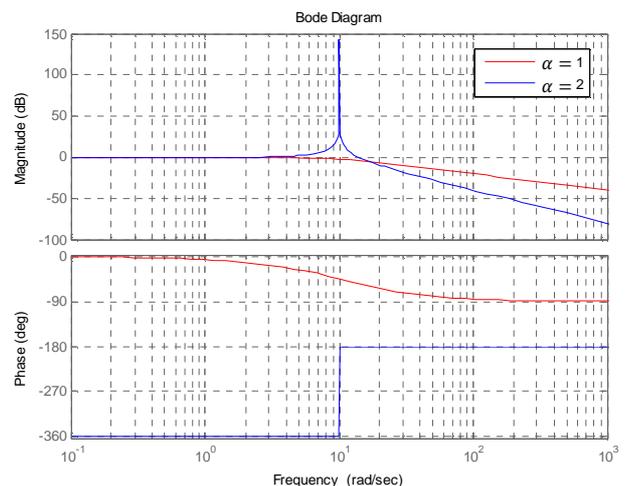
La fonction de transfert en boucle fermée correspondante est donnée par :

$$FTBF_\alpha(s) = \frac{(\omega_c/s)^\alpha}{1 + (\omega_c/s)^\alpha} = \frac{\omega_c^\alpha}{s^\alpha + \omega_c^\alpha} \quad \alpha = \{1, 2\} \quad (\text{II } 30)$$

Les diagrammes de Bode, des figures  $\{(a),(b):(II.9)\}$ , associées aux fonctions de transfert en boucle ouverte  $D_\alpha(s)$  et en boucle fermée  $FTBF_\alpha(s)$  avec une fréquence de coupure  $\omega_c = 10$  représenté par la figure:



**Fig. (a)** Diagramme de Bode d'un intégrateur entier d'ordres 1 et 2 en boucle ouverte.



**Fig. (b)** Diagramme de Bode d'un intégrateur entier d'ordres 1 et 2 en boucle fermée.

**Fig. II.9 :** diagrammes de Bode d'un intégrateur dans le domaine fréquentiel.

Cette figure montre que les phases des deux fonctions de transfert  $D_\alpha(s)$  en boucle ouverte sont constantes pour toutes les valeurs de  $\omega$ , les phases associées à l'ordre  $\alpha = \{1, 2\}$  sont :

- A l'ordre 1 correspond une phase égale à  $-90^\circ$  donc une marge de phase  $\Delta\phi = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$ . Les caractéristiques de la boucle fermée sont celles d'un système de premier ordre.
- L'ordre 2, il correspond à une phase égale à  $-180^\circ$  donc une marge de phase  $\Delta\phi = 180^\circ - 180^\circ = 0^\circ$ . Cette marge de phase nulle indique que le système est sur la limite de stabilité. En boucle fermée le système est de second ordre. Il apparaît une surtension  $M_p$  d'une valeur importante à la fréquence de résonance  $\omega_r$  donc des oscillations de la réponse indicielle.

L'intérêt que suscite un intégrateur en boucle ouverte est d'avoir une marge de phase constante quelque soit le gain de la fonction de transfert en boucle ouverte. L'avantage d'obtenir une telle caractéristique est l'invariance du dépassement de la réponse indicielle malgré les variations du gain de la boucle ouverte.

L'inconvénient que l'ordre de l'intégrateur soit égal à 1 ou 2, c'est que les marges de phase soient trop importantes pour  $D_1(s)$  donc une réponse indicielle trop amortie, soit une marge de phase nulle pour  $D_2(s)$ , donc une réponse indicielle oscillatoire.

Or la marge de phase qui garantie la stabilité et la robustesse d'un système asservi est comprise entre  $30^\circ \leq \Delta\phi \leq 60^\circ$ . Pour obtenir une telle marge de  $\Delta\phi$  l'ordre de l'intégrateur doit être compris entre 1 et 2, donc d'ordre non entier.

Lorsque l'ordre d'intégration  $\alpha$  est fractionnaire la transmittance correspond à la fonction de transfert (II 29) est :

$$D_\alpha(j\omega) = \left(\frac{\omega_c}{j\omega}\right)^\alpha = \frac{\omega_c^\alpha}{(j\omega)^\alpha} \quad 1 < \alpha < 2 \quad (\text{II 31})$$

L'équation (II 31) ayant la forme d'un nombre complexe peut s'écrire en fonction de son module et de son argument :

$$D_\alpha(j\omega) = \left(-j \frac{\omega_c}{\omega}\right)^\alpha = \left(\frac{\omega_c}{\omega}\right)^\alpha e^{-j\alpha\pi/2} \quad (\text{II } 32)$$

Le module de la transmittance  $|D_\alpha(j\omega)| = \left(\frac{\omega_c}{\omega}\right)^\alpha$ , vaut 1 pour  $\omega = \omega_c$ , et son argument égal à  $-90^\circ\alpha$ .  $\Delta\phi$  étant la marge de phase est égale à  $(180^\circ - 90^\circ\alpha)$ , et pour obtenir une marge de phase comprise entre  $30^\circ$  et  $60^\circ$  il faut que  $30^\circ < 180^\circ - 90^\circ\alpha < 60^\circ$ .

$$\frac{4}{3} < \alpha < \frac{5}{3} \Rightarrow 1.33 < \alpha < 1.66 \quad (\text{II } 33)$$

Quant à la fonction de transfert en boucle fermée, elle s'écrit :

$$FTBF_\alpha(j\omega) = \frac{\omega_c^\alpha}{(j\omega)^\alpha + \omega_c^\alpha} = \frac{\omega_c^\alpha}{\left(\omega^\alpha \cos\left(\alpha \frac{\pi}{2}\right) + \omega_c^\alpha\right) + j\omega^\alpha \sin\left(\alpha \frac{\pi}{2}\right)} \quad (\text{II } 34)$$

Dont le gain est:

$$|FTBF_\alpha(j\omega)| = \frac{\omega_c^\alpha}{\sqrt{\omega^{2\alpha} + \omega_c^{2\alpha} + 2\omega_c^\alpha \cdot \omega^\alpha \cdot \cos\left(\alpha \frac{\pi}{2}\right)}} \quad (\text{II } 35)$$

Celui-ci présente un maximum pour la fréquence de résonance  $\omega_r$  donnée par :

$$\omega_r = \omega_c \left(-\cos\frac{\alpha\pi}{2}\right)^{1/\alpha} \quad (\text{II } 36)$$

Le facteur de résonance correspondant est dans ce cas:

$$M_p = |FTBF_\alpha(j\omega_r)| = \frac{1}{\sin\left(\frac{\alpha\pi}{2}\right)} \quad (\text{II } 37)$$

Comme  $\alpha$  est compris entre  $\frac{4}{3}$  et  $\frac{5}{3}$  alors le facteur de résonance doit être délimité entre :

$$1.1547 < M_p < 2 \quad (\text{II } 38)$$

## 2.2. Commande CRONE d'un système du premier ordre

L'objectif de la commande CRONE est le maintien de la stabilité ou de la robustesse en stabilité d'un système à commander. Cet exemple est donné pour expliquer analytiquement, l'importance de la commande CRONE.

Soit un intégrateur généralisé :

$$I^\alpha(s) = \frac{\omega_c}{s^\alpha} \quad 1 < \alpha < 2 \quad (\text{II } 39)$$

Et une fonction de transfert  $G(s)$  du système de premier ordre:

$$G(s) = \frac{G_0}{1 + \tau \cdot s} \quad (\text{II } 40)$$

Soit à commander un système dont le modèle est de premier ordre de gain statique  $G_0$  et de constante de temps  $\tau$ . On souhaite, calculer un régulateur  $C(s)$  de sorte à imposer à la fonction de transfert en boucle ouverte, une marge de phase  $\Delta\phi$  constante autour de la fréquence de coupure  $\omega_c$ . Pour atteindre cet objectif on doit imposer à ce que la fonction de transfert en boucle ouverte  $C(s)G(s)$  soit égale à la fonction de transfert idéal de Bode. L'équation (II 41) illustre cette relation.

$$G_{BO}(s) = C(s) G(s) = \frac{\omega_c}{s^\alpha} \quad 1 < \alpha < 2 \quad (\text{II } 41)$$

La fonction de transfert de régulateur est alors

$$C(s) = \frac{\omega_c}{s^\alpha} \frac{1}{G(s)} = \frac{\omega_c (1 + \tau s)}{G_0 s^\alpha} \quad 1 < \alpha < 2 \quad (\text{II } 42)$$

Remarque sur le fait que cette manière de calculer le régulateur nécessite l'inversion de la fonction de transfert du système. Le contrôleur peut donc ne pas être causal lorsque la différence entre le degré du polynôme dénominateur de  $G(s)$  est celui de son numérateur est supérieur ou égal à 2. Pour corriger ce problème Oustaloup [47] [48] propose d'ajouter au contrôleur  $C(s)$  des filtres passe bas.

### 2.3. Correcteur $I^\alpha P$ fractionnaire dans le domaine fréquentiel

Comme les régulateurs d'ordre entier, les régulateurs d'ordre fractionnaire assurent les mêmes fonctions avec les opérateurs de *Laplace* élevés à la puissance  $\alpha$ . Ce paramètre constitue un degré de liberté supplémentaire quant aux régulateurs fractionnaires, il permet d'imposer une caractéristique spécifique au système en boucle fermée voir [44] [43].

Dans cette partie on utilise la structure de commande *IP* déjà illustré dans la première partie de ce chapitre par la figure (II.2), en remplaçant l'intégrateur d'ordre entier par un intégrateur d'ordre non entier.

La fonction de transfert en boucle fermée est donnée par :

$$G_{BF}(s) = \frac{K_i K_p G_0 / \tau}{s^{\alpha+1} + \left(\frac{1 + K_p G_0}{\tau}\right) s^\alpha + \frac{K_i K_p G_0}{\tau}} \quad (\text{II } 43)$$

Le transfert fictif en boucle ouverte qui, mise en contre réaction unitaire donne la fonction de transfert  $G_{BF}(s)$ , est donnée:

$$H_{BO}(s) = \frac{K_i K_p G_0 / \tau}{s^\alpha \left( s + \left( \frac{1 + K_p G_0}{\tau} \right) \right)} \quad (\text{II } 44)$$

Dont le gain et la phase sont donnés par

$$|H_{BO}(s)| = \frac{K_i K_p G_0 / \tau}{\omega^\alpha \left( \omega^2 + \left( \frac{1 + K_p G_0}{\tau} \right)^2 \right)^{1/2}} \quad (\text{II 45})$$

$$\arg(G_{BO}) = -\alpha \cdot 90^\circ - \arctg \left( \frac{\omega \cdot \tau}{1 + K_p \cdot G_0} \right) \quad (\text{II 46})$$

Le correcteur *IP* fractionnaire est calculé de façon à satisfaire une bonne précision, une bonne stabilité et un bon degré de stabilité. Le problème est de déterminer les trois paramètres  $K_i$ ,  $K_p$  et  $\alpha$  du régulateur. Pour se faire on impose trois objectifs :

### § Le premier

Imposer une phase  $\arg(H_{BO})$  constante autour de  $\omega_c$  pour garantir la robustesse (invariance de dépassement) vis-à-vis des variations des paramètres du modèle, pour ça, il faut résoudre l'équation suivante :

$$\frac{d}{d\omega} \arg(H_{BO}) = 0 \quad (\text{II 47})$$

Comme :

$$\frac{d}{dx} \arctg(f(x)) = \frac{1}{1 + f(x)^2} \frac{d}{dx} f(x) \quad (\text{II 48})$$

Alors

$$\frac{d}{d\omega} \arg(G_{BO}) = - \frac{1}{1 + \frac{\omega^2}{\left( \frac{1 + K_p G_0}{\tau} \right)^2}} \frac{\tau}{1 + K_p G_0} \quad (\text{II 49})$$

$$\frac{d}{d\omega} \arg(G_{BO}) = 0 \Rightarrow 1 + K_p G_0 = 0$$

Finalement on déduit

$$K_p = -\frac{1}{G_0} \quad (\text{II 50})$$

### § Le deuxième

Imposer la pulsation  $\omega = \omega_c$ , à l'équation (II 45) qui traduit le module  $|G_{BO}|_{dB} = 0$  de la transmittance de la fonction de transfert en boucle ouverte, on aura :

$$\left(\frac{1 + K_p G_0}{\tau}\right)^2 - \left(\frac{K_i K_p G_0}{\tau \omega_c^\alpha}\right)^2 + \omega_c^2 = 0 \quad (\text{II 51})$$

Qui permet de déterminer le paramètre  $K_i$ , il est donné par :

$$K_i = \frac{\tau \omega_c^\alpha}{K_p G_0} \left( \left(\frac{1 + K_p G_0}{\tau}\right)^2 + \omega_c^2 \right)^{1/2} \quad (\text{II 52})$$

En tenant compte de l'équation (II 50) on obtient finalement :

$$K_i = -\tau \omega_c^{\alpha+1} \quad (\text{II 53})$$

### § Le troisième

Imposer une marge de phase voulue  $\Delta\phi$  à l'équation (II 44), et donner son expression dans (II 54) :

$$\Delta\phi = 180^\circ - \alpha 90^\circ - \text{Arctg}\left(\frac{\omega_c \tau}{1 + K_p G_0}\right) \quad (\text{II 54})$$

Dans ce cas aussi, en tenant compte de l'équation (II 51) on obtient  $\alpha$  en fonction de  $\Delta\phi$  donnée par:

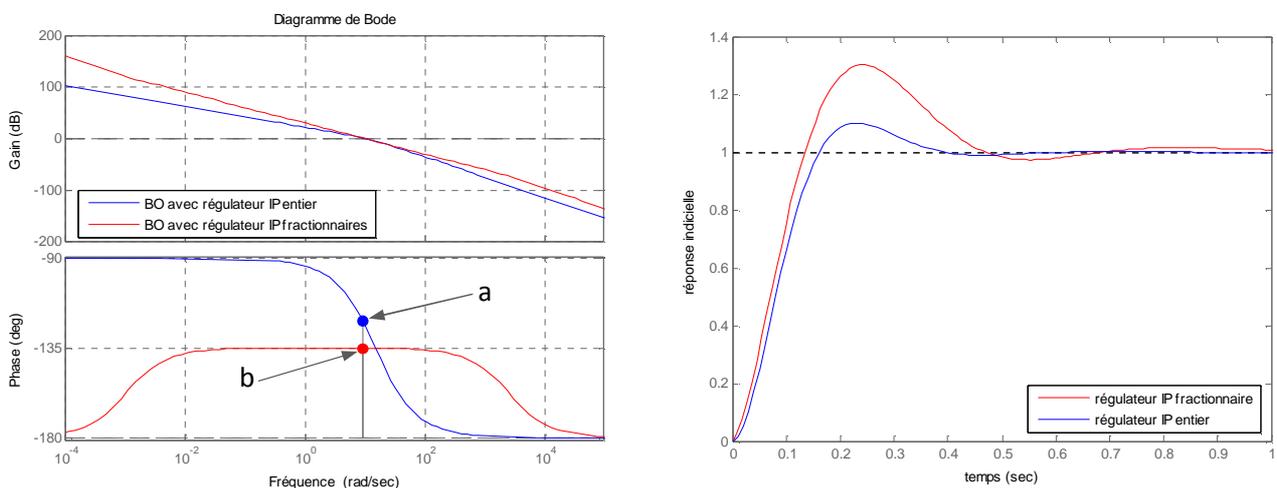
$$\Delta\phi = 90^\circ (1 - \alpha) \Rightarrow \alpha = 1 - \frac{\Delta\phi}{90^\circ} \quad (\text{II 55})$$

Ainsi on constate que la dynamique du système sera réglée par les trois paramètres du régulateur fractionnaire  $\alpha$ ,  $K_i$  et  $K_p$ . La marge de phase  $\Delta\phi$  de l'équation (II 50) permet de calculer l'ordre de la dérivation non entière  $\alpha$ , la pulsation de coupure  $\omega_c$  de l'équation (II 52) permet de calculer le gain  $K_i$ , et la robustesse du dépassement de l'équation (II 53) permet de calculer le paramètre  $K_p$ .

### Application 2

Supposant les paramètres du tableau (II.1), de la première application donné dans le domaine fréquentiel, et la fonction de transfert de la vitesse donnée par l'équation (II 28).

La régulation du système donnée par l'expression (II 28) à l'aide de régulateur  $I^\alpha P$  fractionnaire, emploie la fréquence de coupure  $\omega_c = 12,211$  calculée par les paramètres du tableau (II.1) en imposant une erreur statique nulle un dépassement  $D = 10\%$  et un temps de réponse  $t_r$   $5\% = 0,3$  (s), et une marge de phase  $\Delta\phi = \frac{\pi}{4}$  qui permet de garantir la robustesse de cette régulation. Les résultats de simulation sont illustrés sur les figures (II.10) et (II.13).



**Fig. II.10** : Digramme de Bode et la réponse indicielle d'un système de premier ordre corrigé par un régulateur  $IP$  d'ordre entier et  $I^\alpha P$  fractionnaire.

Les paramètres de régulation des deux correcteurs, et le relevé de la marge de phase et de la fréquence de coupure des deux points a et b citées sur le diagramme de Bode de la figure (II.10) sont regroupés dans le tableau (II.3) :

	$K_i$	$K_p$	L'ordre $\alpha$	$\Delta\phi$	$\omega_c$
Régulateur $IP$ d'ordre entier	14,4949	0,1436	1	58,6°	12,211
Régulateur $I^\alpha P$ fractionnaire	-165,1421	-0,0019	0,5	44,9°	12,211

Tableau (II.3)

On remarque que l'influence d'un régulateur  $IP$  classique face à un régulateur  $I^\alpha P$  fractionnaire sur un système de premier ordre, est apparente dans le régime transitoire et le dépassement de la réponse indicielle. Car le dépassement de la réponse indicielle est plus élevé avec le régulateur fractionnaire, tandis que le degré de stabilité de la commande non entière, mesuré par la marge de phase  $\Delta\phi$  et qui reflète le degré de stabilité de la commande fractionnaire, est plus robuste.

#### 2.4. Synthèse de régulateur $PI^\alpha$ fractionnaire

On constate que le dimensionnement de régulateur  $IP$  fractionnaire se fait sans difficulté avec la méthode analytique, mais ceci n'est pas toujours évident pour les différents types de régulateurs, à cause de la complication du modèle mathématique issu de la dérivée non entière. Par conséquent, on fait appel à la méthode du PSO pour dimensionner le régulateur  $PI^\alpha$  fractionnaires, dans le but de montrer l'intérêt de l'application de la méthode d'optimisation par essaim particulaire à la résolution des problèmes mathématiques et physiques complexes voir les travaux de [1] [42] [8].

Lorsqu'on utilise un régulateur  $PI^\alpha$  pour contrôler un système dont le modèle est de premier ordre, la fonction de transfert en boucle ouverte est donnée par :

$$G_{BO}(s) = \left( \frac{k_i + k_p s^\alpha}{s^\alpha} \right) \left( \frac{G_0}{1 + \tau s} \right) \quad (\text{II } 56)$$

Qui dans le domaine fréquentiel s'écrit :

$$G_{BO}(j\omega) = \left( \frac{k_i + k_p (j\omega)^\alpha}{(j\omega)^\alpha} \right) \left( \frac{G_0}{1 + \tau (j\omega)} \right) \quad (\text{II } 57)$$

Cette expression montre que le calcul analytique des paramètres  $k_p$ ,  $k_i$  et  $\alpha$  du régulateur  $PI^\alpha$  est très complexe, voir même impossible. Cela justifie l'utilisation d'autres méthodes utilisant des algorithmes d'optimisation heuristique. C'est ce qui est présenté dans ce qui suit en utilisant la méthode d'optimisation par essaim particulaire.

### **III. Optimisation par essaim particulaire**

Les problèmes d'optimisation (mono-objectif) peuvent être décrits en termes mathématiques simples de la manière suivante : *étant donné une certaine fonction (dite fonction objectif) définie sur un certain domaine de définition (appelé espace de recherche), trouver le (ou les) point(s) de ce domaine de définition qui réalise(nt) « la meilleure valeur » de la fonction objectif* [31].

Pour ce faire, la manière la plus élémentaire de procéder, ce que certains auteurs appellent une « recherche triviale », consiste à évaluer la fonction objectif sur l'ensemble des points de l'espace de recherche puis retenir la meilleure position ainsi trouvée.

Lorsque la fonction objectif présente certaines propriétés (par exemple, lorsqu'elle est analytique, continue,...) il existe plusieurs méthodes de recherche, dites exactes, permettant de trouver le point optimum sans pour autant avoir à évaluer la fonction objectif sur l'ensemble du domaine. Un bon exemple de méthode exacte est le bien connu « algorithme du simplexe » dans le cadre de la programmation linéaire [31].

Cependant, dans bon nombre de cas pratiques, ces méthodes dites exactes se révèlent inefficaces et ce généralement parce qu'elles demeurent trop lentes vis-à-vis de l'espace de recherche beaucoup trop vaste.

Pour pallier à ce problème, de nouvelles méthodes, dites « *non-exactes* », et connues sous le nom de « *métaheuristiques* », ont commencé à apparaître. Par non-exactes, il faut comprendre que ces méthodes reposent sur des schémas d'exploration de l'espace de recherche faisant intervenir le hasard et n'assurant pas de retrouver avec certitude la solution cherchée mais présentant cependant d'excellente performance dans bon nombre de cas pratiques, ce qui motive leur emploi. Ces schémas de recherche s'inspirent généralement de processus naturel, présentant des propriétés d'évolution vers « *quelque chose de meilleur* ». L'Optimisation Par Essaim Particulaire l'OEP ou (PSO en anglais) est l'une de ces métaheuristiques [31].

L'OEP fut inventée fortuitement en 1995 par Russel Eberhart (Ingénieur et professeur d'université) et James Kennedy (psychologue social et statisticien) [33] qui, à l'époque, travaillaient ensemble sur la simulation d'interactions sociales entre insectes [31] [8].

De leurs travaux émergea ce qui apparut comme une méthode d'optimisation dont le schéma s'inspirait du schéma auto-organisationnel d'un essaim d'abeilles, et de la mise au point de cette méthode, naquit la première version de l'OEP appelée OEP minimale (ou OEP native, ou encore OEP historique). L'OEP révéla ensuite très vite son utilité en tant qu'outil d'optimisation à travers de ses premières applications dans le domaine de l'étude des réseaux neuronaux [31].

Depuis, l'OEP fut étudiée et utilisée par bon nombre de chercheurs, si bien qu'à l'heure actuelle, plusieurs variantes sont proposées et beaucoup d'autres applications sont traitées à l'aide de cette méthode d'optimisation.

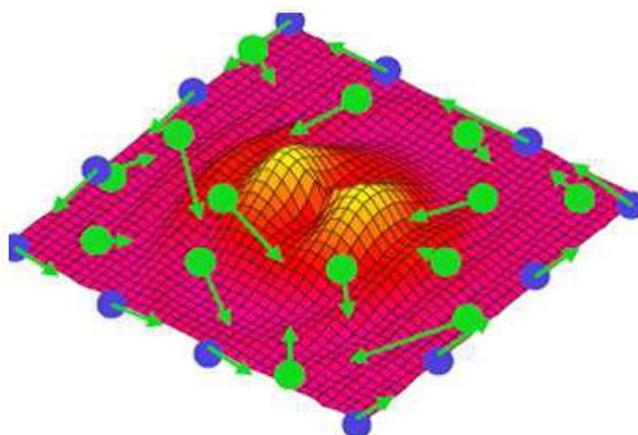
## ***1. Principe de base de PSO standard***

### ***1.1. Notion de particule***

Fondamentalement, le fonctionnement de l'OEP est assez simple ; à chaque itération, l'algorithme va évaluer la fonction en  $Np$  points différents de l'espace de recherche. La subtilité de l'algorithme OEP consiste alors en les règles assez simples sur lesquelles il s'appuie pour

effectuer le choix des nouvelles positions d'évaluation, d'itération en itération, et ce, de manière à ce que petit à petit, ces positions aient une bonne chance de converger toutes vers l'optimum recherché [31] [42].

Pour comprendre ces règles, introduisons la notion de particule issue de la métaphore apicole ayant inspirée l'invention de l'OEP. Lors de l'initialisation de la recherche, le choix des positions envisagées se fait aléatoirement. L'idée est alors d'associer (par vue de l'esprit) à chacune de ces positions ce que l'on appelle « *une particule* ». Ensuite, à chaque itération, l'algorithme va faire se déplacer les particules dans l'espace de recherche. Chaque particule possède ainsi une position courante et le choix des prochaines positions d'évaluation de la fonction objectif se fait par le biais du déplacement de ces particules. Pour ce faire, en plus d'une position courante, l'algorithme attribue à chaque particule une vitesse courante. L'unité de temps étant ici l'itération, la vitesse courante d'une particule correspond à l'information de définition de sa prochaine position courante. D'itération en itération, les particules se déplacent donc amenant ainsi l'algorithme à évaluer à chaque fois la fonction objectif en nouveaux points de l'espace de recherche, le principe est illustré sur la figure (II.11) [31] [42].



**Fig. II.11.** : Les particules de l'essaim, en exploration de l'espace, à la recherche d'une éventuelle solution.

### 1.2. Propriété d'exploration et de mémorisation

Jusqu'à présent, il a été implicitement considéré que chaque particule assumait la double fonction d'exploration et de mémorisation. La fonction d'exploration correspond au déplacement aventureux de la particule vers une position de qualité incertaine, ce qui permet à la recherche d'explorer des zones inconnues. La fonction de mémorisation correspond à la conservation de la donnée de la meilleure position rencontrée par la particule au cours de sa recherche individuelle ( $p_{best}$ ), la fonction de mémorisation concerne également la conservation de la donnée de la meilleure position déjà rencontrée par l'une des particules de l'essaim ( $g_{best}$ ) [31].

### 1.3. Définition de la position et de la vitesse courante associée à une particule

Les particules sont décrites par leurs propriétés ayant deux caractéristiques: *position et vitesse*. La position de chaque particule représente un point dans l'espace de recherche, qui est une solution possible du problème d'optimisation et la vitesse est employée pour désigner la direction vers une nouvelle position. Les propriétés des particules changent à chaque itération. Elles sont mises à jour par les équations (II 58) [49].

$$\begin{cases} v_{ij}^{k+1} = \omega \cdot v_{ij}^k + c_1 \cdot rand_1 (p_{best_{ij}} - x_{ij}^k) + c_2 \cdot rand_2 (g_{best_j} - x_{ij}^k) \\ x_{ij}^{k+1} = x_{ij}^k + v_{ij}^{k+1} \end{cases} \quad (\text{II } 58)$$

$$i = 1, 2, \dots, N_p \quad j = 1, 2, \dots, N_d$$

$k = 1, 2, \dots, iter_{max}$  : désigne le rang de l'itération.

Où :

$N_p$  est le nombre de particules de l'essaim.

$N_d$  est le nombre de variables du problème (c-à-d dimension d'une particule).

$iter_{max}$  est le nombre maximal d'itération.

$v_{ij}^k$  est la vitesse de la  $j^{\text{ième}}$  composante de la  $i^{\text{ième}}$  particule de l'essaim, à la  $k^{\text{ième}}$  itération.

$p_{best_{ij}}$  est la  $j^{\text{ième}}$  composante de la meilleure position occupée par la  $i^{\text{ième}}$  particule de l'essaim, enregistrée dans les itérations précédentes (particule best).

$g_{best_j}$  est la  $j^{\text{ième}}$  composante de la meilleure position occupée par la meilleure particule globale de l'essaim (global best).

$x_{ij}^k$  est la  $j^{\text{ième}}$  coordonnée de la position actuelle de la particule  $i$ , à la  $k^{\text{ième}}$  itération.

$\omega$  est une pondération qui change à chaque itération. Elle est calculée par l'expression :

$$\omega(ite\text{r}) = \omega_{max} - \frac{\omega_{max} - \omega_{min}}{ite\text{r}_{max}} \cdot ite\text{r} \quad (\text{II } 59)$$

$ite\text{r}$  : est le rang de l'itération actuelle.

$\omega_{max}$  : est la valeur initiale de la pondération, on la prend généralement égale à 0.9.

$\omega_{min}$  : est la valeur finale de la pondération, elle est comprise entre 0.3 et 0.4.

$c_1$  et  $c_2$  sont les coefficients d'accélération elles caractérisent la capacité de la particule à chercher dans un autre endroit de l'espace de recherche, ou bien à affiner sa recherche à l'endroit où elle se trouve. En général on choisit  $c_1$  et  $c_2$  tels que  $c_1 + c_2 < 4$ .

$rand_1$  et  $rand_2$  sont deux nombres aléatoires compris entre 0 et 1 [42].

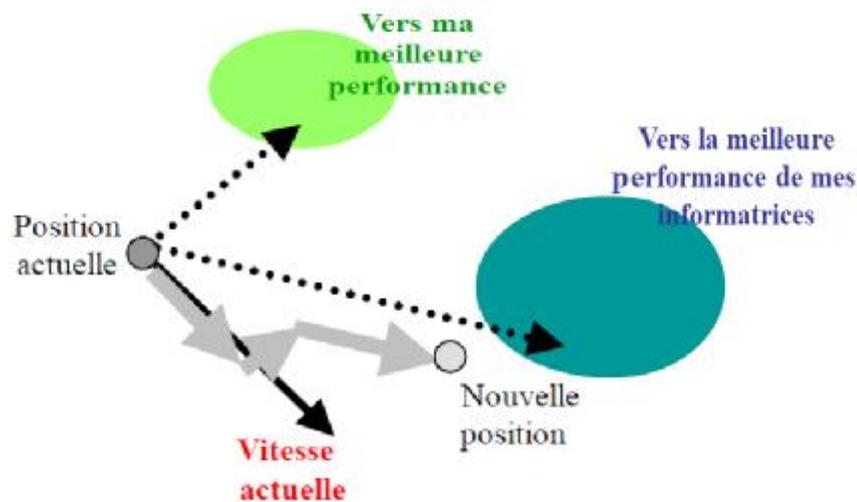
L'analyse de l'équation (II 58), schématisé par la figure (II.12), montre que l'évolution de la vitesse d'une particule est la somme de trois termes et mène aux constatations suivantes:

§ **Le premier terme  $v_{ij}$**  : c'est la direction précédente, elle signifie que la particule continue d'évoluer dans le même sens, sans tenir compte ni de  $P_{best}$  ni de  $g_{best}$  (elle avance en aveugle).

§ **Le deuxième terme** :  $(p_{best_{ij}} - x_{ij}^k)$  indique la direction vers la meilleure position déjà occupée par la particule  $x_{ij}^k$  (elle fait confiance à ça propre expérience).

§ **Le troisième terme** :  $(g_{best_j} - x_{ij}^k)$  indique la direction vers la meilleure position déjà occupée par l'ensemble de l'essaim (elle fait confiance au groupe).

Ensuite chacun de ces trois termes est pondéré par un coefficient qui permet de favoriser l'un ou l'autre de ces trois termes puisqu'à la fin on fait leur somme. La figure (II.12) illustre ce principe



**Fig. II.12** : Schéma de principe du déplacement d'une particule. Pour réaliser son prochain mouvement, chaque particule combine trois tendances : suivre sa vitesse propre, revenir vers sa meilleure performance, aller vers la meilleure performance de ses informatrices.

Le paramètre  $\omega$  est celui qui permet de pondérer le premier terme. Comme au début, on se pose dans le cas général où aucune particule n'occupe la position recherchée solution de problème. La particule ne doit pas être influencée par les informations de la meilleure position ni de la particule individuellement ni de l'essaim. Elle doit plutôt faire confiance à la recherche en aveugle, c'est pourquoi à cette étape de l'algorithme la valeur de  $\omega$  est grande.

Ensuite, au fur et à mesure que la recherche continue et donc que les particules aient investi une grande partie de l'espace de recherche elles doivent faire appel à leur collaboration, elles vont donc plus favoriser les meilleures positions individuel et collective plutôt que la recherche en aveugle d'où la diminution de la valeur de  $\omega$ . Les deux autres termes sont favorisés au hasard puisque  $c_1$  et  $c_2$  sont constantes se sont donc les coefficients  $rand_1$  et  $rand_2$  qui change (d'où la recherche au hasard de PSO). Vers la fin  $P_{best}$  s'approche de

$g_{best}$  et  $\omega$  disparaît presque totalement, d'où  $v_{ij}^{k+1} = c_2 \cdot rand_2 (g_{best_j} - x_{ij}^k)$  et toutes les particules se rejoignent.

#### 1.4. Mécanisme de confinement

Il arrive parfois que compte tenu de la position courante et de la vitesse courante d'une particule, cette dernière a tendance à sortir de l'espace de recherche lors de son déplacement. Lorsque c'est le cas, l'algorithme fait intervenir un mécanisme de confinement, dit confinement d'intervalle, afin de gérer le déplacement de la particule et ce, de manière à ce que celui-ci l'amène sur un nouveau point appartenant lui aussi à l'espace de recherche. De manière générale, ce mécanisme consiste à ramener la particule dans le point admissible « le plus proche » [31] [42].

$$\begin{cases} \text{if } x_{ij} > x_{j \max} \Rightarrow x_{ij} = x_{j \max} \\ \text{if } x_{ij} < x_{j \min} \Rightarrow x_{ij} = x_{j \min} \\ v_{ij} = 0 \end{cases} \quad (\text{II } 60)$$

Où :  $x_{j \min}$  et  $x_{j \max}$  sont les valeurs limites du paramètre  $x_{ij}$ .

#### 1.5. Fonction objectif

Un problème d'optimisation est un problème à partir duquel on peut définir une ou plusieurs fonctions objectifs permettant la différenciation d'une bonne solution une mauvaise. Concrètement, ces fonctions objectifs parcourent l'ensemble des solutions possibles de l'espace de recherche local et sont, à chaque itération, comparées à des optimums précédemment définis. Leur égalité (ou presque égalité dans le cas d'une garantie de performance) conduit alors à l'état final ; à la solution [42] [36].

Le principe même d'une métaheuristique est de minimiser ou de maximiser ces fonctions afin de réduire les solutions possibles et par la même occasion le temps d'exécution. Lorsqu'une seule valeur est associée à une seule fonction objectif on parle de problème *mono-objectif*. Dans le cas contraire on parle naturellement d'un problème *multi-objectifs* [42] [36].

## 2. Conception et déroulement de l'algorithme

Pour expliquer le principe de l'algorithme PSO appliqué pour résoudre un problème de minimisation ou de maximisation, considérons le problème d'optimisation: [42]

$$\min\{f(x_j)\}, \quad j = 1, 2, 3 \dots, d \quad (\text{II } 61)$$

La fonction fitness associée est :

$$\text{Fitness}(x_j) = f(x_j) \quad (\text{II } 62)$$

L'algorithme de PSO se déroule suivant les étapes suivantes: [49]

**Étape 1 :** initialiser une population de particules et de vitesses, uniformément réparties dans l'espace de recherche, et fixer le critère d'arrêt.

**Étape 2 :** Évaluer la fonction objectif, pour chaque particule.

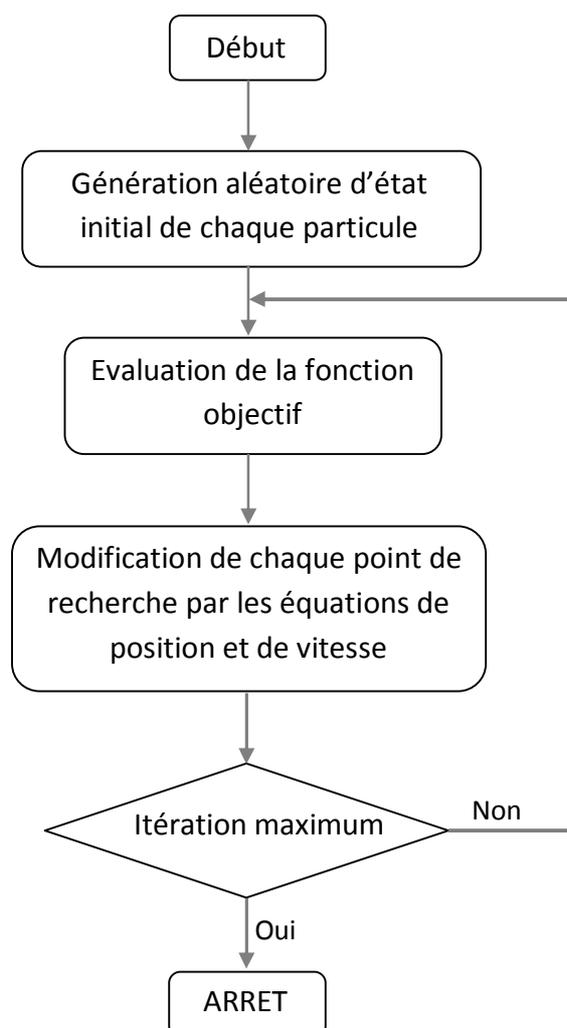
**Étape 3 :** Mettre à jour la meilleure position  $p_{best_{ij}}$  pour chaque particule et la meilleure position globale  $g_{best_j}$  dans la population.

**Étape 4 :** Mettre à jour la position et la vitesse utilisant les équations (II 58).

**Étape 5 :** Si une particule, déplacée par l'algorithme vers la limite ou à l'extérieur de l'espace de recherche, le mécanisme de confinement des particules exprimé par les équations (II 60) intervient et ramène la particule à l'intérieur de l'espace de recherche.

**Étape 6 :** vérifier le critère d'arrêt. Si le critère d'arrêt n'est pas satisfait, aller vers l'étape 2 ; sinon, le programme se termine, et la solution optimale est produite.

L'algorithme de la figure (II.13) résume ces étapes :



*Fig. II.13. Organigramme générale du PSO*

### **Remarque**

Comme la recherche de la solution se fait de manière aléatoire, et comme on ne connaît pas à priori la solution au problème, on ne sait donc pas si la solution produite par l'algorithme est la solution juste. On dira plutôt que c'est une solution qui nous satisfait. Par conséquent, il est souvent conseillé d'exécuter le programme plusieurs fois. Puisque la population initiale est générée aléatoirement elle change à chaque exécution, la solution à retenir finalement sera donc celle qu'on retrouve le plus souvent.

#### IV. Application de l'algorithme PSO à l'optimisation du régulateur $PI^\alpha$ fractionnaire

L'application de cet algorithme sera portée sur l'optimisation d'une fonction de transfert de premier ordre en série avec un régulateur  $PI^\alpha$  fractionnaire, en boucle fermée à retour unitaire, comparée à un intégrateur généralisé écrit sous la forme :

$$I^\beta(s) = \frac{A}{s^\beta} \quad 1 < \beta < 2 \quad (\text{II } 63)$$

Ayant la pulsation de coupure  $\omega_c = 12.211$  tirée du tableau (II.1). L'ordre fractionnaire  $\beta$  et le gain  $A$  sont calculés comme suit :

$$\begin{cases} \beta = \frac{2}{\pi}(\pi - \Delta\phi) \\ A = \omega_c^\beta \end{cases} \quad (\text{II } 64)$$

La marge de phase  $\Delta\phi$  choisit pour l'intégrateur généralisé  $I^\beta(s)$  égale à  $\frac{\pi}{4}$  d'où on déduit  $\beta = 1,5$ .

La fonction de transfert de premier ordre, et le correcteur  $C(s)$  sont donnés comme suit :

$$G(s) = \frac{G_0}{1 + \tau s} \quad \text{avec} \quad \begin{cases} G_0 = 532 \\ \tau = 3,87 \\ tr\ 5\% = 20 (s) \end{cases} \quad (\text{II } 65)$$

$$C(s) = \frac{k_i}{p^\alpha} + k_p \quad (\text{II } 66)$$

La boucle ouverte et la boucle fermée à retour unitaire associée au système en série avec le régulateur  $PI^\alpha$  fractionnaire sont données :

$$FTBO(s) = G(s)C(s) \quad (\text{II } 67)$$

$$FTBF(s) = (G(s)C(s))/(1 + G(s)C(s)) \quad (\text{II } 68)$$

La procédure de synthèse du correcteur  $PI^\alpha$  fractionnaire consiste à calculer ses paramètres  $ki$ ,  $kp$  et  $\alpha$  de sorte à satisfaire la marge de phase, le dépassement et la pulsation de coupure  $\omega_c$  de l'intégrateur généralisé.

L'objectif de la commande CRONE est le maintien de la stabilité ou de la robustesse en stabilité d'un système à commander. La robustesse dont il s'agit est celle du degré de stabilité de la commande vis-à-vis des incertitudes du procédé [46]. Le degré de stabilité est mesuré par la marge de phase qui doit être égale ou proche de  $\frac{\pi}{4}$  sur un intervalle de  $\left[\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{3}\right]$ .

### ***Déroulement de l'algorithme***

L'Optimisation par Essaim Particulaire emploie une population, appelée essaim, composée de  $N_p = 100$  particules, au quelle on impose un nombre d'itération égale à 100 itération.

La difficulté principale qu'il faut surmonter lorsqu'on utilise ce genre de méthode d'optimisation c'est la définition de la fonction objectif.

Dans notre cas on cherche à déterminer les paramètres  $ki$ ,  $kp$  et  $\alpha$  du contrôleur  $PI^\alpha$  de sorte que la fonction de transfert en boucle ouverte soit égale à la fonction idéale de Bode, la fonction objectif est donc donnée par :

$$\min_{kp, ki, \alpha} \left\{ G_{BO}(s) - \frac{A}{s^\beta} \right\} \quad (\text{II } 69)$$

$A$  étant le gain de l'intégrateur et  $\beta$  un nombre compris entre 1 et 2 qui impose la marge de phase de la boucle ouverte. Comme cette fonction objectif est une fonction complexe en la décompose en deux partie : *le module et l'argument*.

La fonction objectif devient alors :

$$\min_{kp, ki, \alpha} \{ \arg(G_{BO}(j\omega)) + \beta\pi/2 \} \quad (\text{II } 70)$$

Et

$$\min_{k_p, k_i, \alpha} \{|G_{BO}(j\omega_c)| - 1\} \quad (\text{II 71})$$

Qui montre qu'il s'agit d'un problème d'optimisation multiobjectif. Afin de ramener ce problème à un problème d'optimisation mono-objectif on introduit deux paramètres de pondération  $\gamma$  et  $\lambda$  tels que  $\gamma + \lambda = 1$ , qui permettent de pondérer les relations des modules ou des arguments. Ainsi, lorsque  $\gamma = 1$  et  $\lambda = 0$  par exemple, l'optimisation sera faite en minimisant l'écart des modules seules. Lorsque  $\gamma = 0.5$  et  $\lambda = 0.5$  l'optimisation inclut les deux fonctions objectifs.

Supposons la fonction objectif attribuée au problème d'optimisation, équivalente au minimum de la fonction *fitness*  $(k_p, k_i, \alpha) = \psi(k_p, k_i, \alpha)$  donnée par l'équation (II 72):

$$\min(\psi(k_p, k_i, \alpha)) = \min_{k_p, k_i, \alpha} \left( \frac{1}{N_p} \sqrt{\sum_{i=1, N_p} Er(i)^2} \right) \quad (\text{II 72})$$

$$\text{Telle que } Er(i) = |\gamma E_f(i) + \lambda E_m(i)| \text{ avec } \gamma + \lambda = 1$$

Les  $N_p$  particules du PSO sont générées aléatoirement au début de l'algorithme. Et les erreurs sur les modules et les phases sont générées et données:

$$\begin{cases} E_f(i) = |phase_{g\acute{e}n\acute{e}r\acute{e}e}(i) - phase_{r\acute{e}f\acute{e}r\acute{e}n\acute{c}e}(i)| \\ E_m(i) = |Gain_{g\acute{e}n\acute{e}r\acute{e}e}(i) - Gain_{r\acute{e}f\acute{e}r\acute{e}n\acute{c}e}(i)| \end{cases} \quad (\text{II 73})$$

La marge d'erreur entre modules et phase des fonctions générées et celle de l'intégrateur généralisé, sont regroupées dans deux vecteurs de dimension  $N_p$  nommés  $E_f(i)$  attribué aux erreurs entre phases, et  $E_m(i)$  aux erreurs entre modules.

Pour une bonne convergence de l'algorithme, les valeurs de  $c_1$  et  $c_2$  ne doivent pas être choisies indépendamment l'un de l'autre. En pratique le premier doit être un peut inférieure à 1 et le second peut être calculé par la formule  $c_2 = (2 / 0,97725) c_1$ .

En fin et à mesure que l'algorithme s'exécute d'itération en itération, les particules de la population changent de position et de vitesse en se rapprochant de plus en plus de la solution optimale.

Cette opération est reproduite jusqu'à atteindre le nombre maximum d'itération qu'on a fixé à  $iter_{max} = 100$  itérations.

Pour un nombre total de particules  $N_p = 100$ , de dimension  $N_d = 3$  ayant les positions  $x_{i1} = ki, x_{i2} = kp$  et  $x_{i3} = \alpha$  de facteur de cognitif  $c_1 = 0,7$ ,  $c_2 = 0,3$ ; l'algorithme se résume comme suit :

### **Etape 1**

Initialiser, aléatoirement ou avec valeurs prédéfinies, les positions et les vitesses des  $N_p$  particules. Les positions de  $kp$ ,  $ki$  et  $\alpha$  sont initialisées avec des valeurs aléatoires distribuées uniformément sur  $[2,7 \cdot 10^{-5}; 5 \cdot 10^{-5}]$ ,  $[85 \cdot 10^{-3}; 1]$  et  $[0,5; 0,7]$  respectivement, la vitesse est initialisée à zéro,  $v_{ij}^0 = (0, 0, 0)$ .

### **Etape 2**

Evaluer la fonction objectif  $\min(\psi(k_p, k_i, \alpha))$  à chacune des positions  $x_{ij}^0$ , poser à l'itération initiale  $k = 0$  et déterminer  $p_{best_{ij}}^0$  et  $g_{best_j}^0$

### **Etape 3**

Evaluer la pondération  $\omega(iter) = \omega_{max} - \frac{\omega_{max} - \omega_{min}}{iter_{max}} iter$ , avec  $iter = \{1, \dots, iter_{max}\}$   
Pour  $\omega_{max} = 0,9$  et  $\omega_{min} = 0,3$ .

### **Etape 4**

Déterminer la fonction  $Fitness(x_{ij}) = \psi(x_{ij})$  et évaluer la fonction objectif associée  $\min(\psi_k(k_p, k_i, \alpha))$  à chacune des positions  $x_{ij}^k$  et mettre à jour la position et la vitesse de chaque particule avec les équations (II 70), en posant  $k = k + 1$ .

Si la valeur de la position  $x_{ij}^k$  à la  $k^{ième}$  itération est meilleure que son  $p_{best}$  courante,  $p_{best}$  prend cette nouvelle valeur. Si la meilleure valeur de  $p_{best}$  est meilleure que  $g_{best}$

courante,  $g_{best}$  est remplacé par cette meilleure valeur et la position qui correspond à cette meilleure valeur est ainsi stockée.

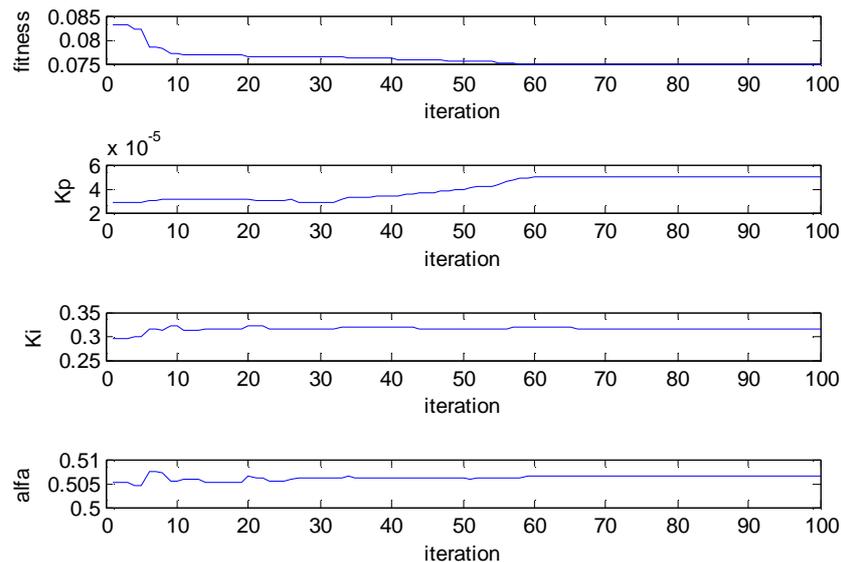
Au cours des itérations, d'éventuelles particules peuvent sortir vers l'extérieur du champ de recherche, à ce moment le critère de confinement intervient pour remettre les particules au domaine de recherche.

### Etape 5.

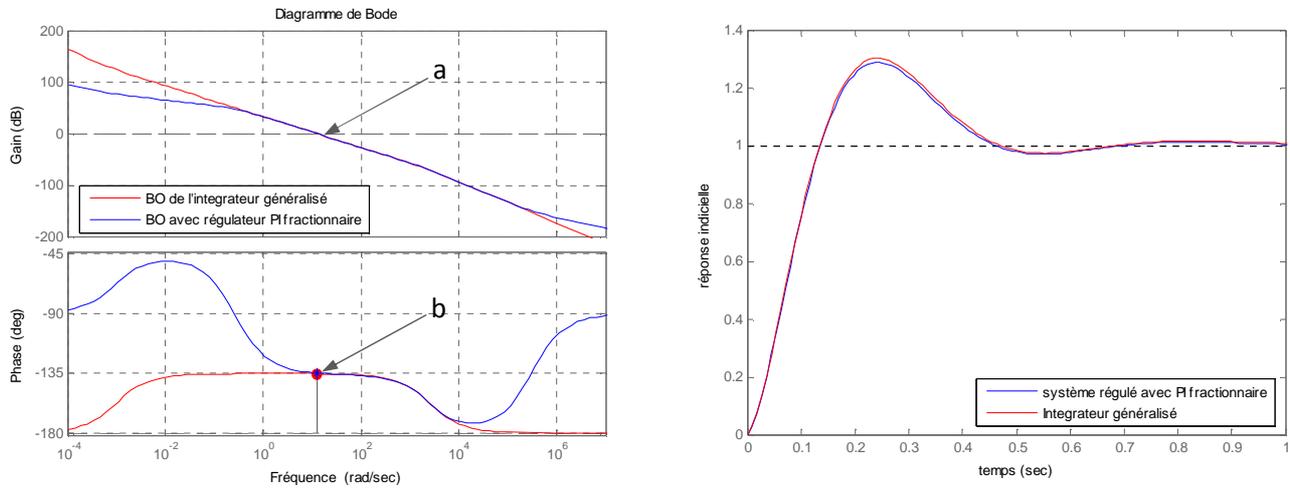
Vérifier à chaque fois le critère d'arrêt, si celui-ci est atteint l'algorithme se termine et donne la solution  $(x_{i1}^k, x_{i2}^k, x_{i3}^k) = (g_{best1}, g_{best2}, g_{best3}) = (kp, ki, \alpha)$

### Etape 6

Cette étape traduit respectivement l'évolution de la fonction objectif  $\min(\psi_k(k_p, k_i, \alpha))$  et les position  $x_{ij}^k$  associée aux paramètres  $(kp, ki, \alpha)$ , les résultats de simulation sont donnés dans les deux figures (II.14), (II.15) au fonction de l'évolution des itération sur  $k = iter_{max} = 100$ .



**Fig. II.14** : évolution de la fonction objectif minimisée et des solutions  $g_{best_j}$  en fonction de nombre des itérations



**Fig. II.15 :** Diagramme de Bode et la réponse indiciale d’un système de premier ordre en série avec un régulateur PI fractionnaire, comparé au diagramme de Bode et à la réponse indiciale de l’intégrateur généralisé.

Les paramètres de simulation imposés et ceux générés par l’algorithme PSO ( $K_i$ ,  $K_p$  et  $\alpha$ ) sont regroupés dans le tableau (II.4) :

Paramètres du modèle de 1 <sup>er</sup> ordre		Modèle BF		Paramètres de régulation $PI^\alpha$			L’ordre de l’intégrateur $I^\beta$
Cte du temps	Gain statique	pulsation $\omega_c$	Marge de phase $\Delta\phi$	$K_i$	$K_p$	$\alpha$	$\beta$
3,87	532	12,211	$\pi/4$	0,316	$5,10^{-5}$	0,507	1,5

Tableau (II.4)

Sur la figure (II.15), qui décrit le diagramme de Bode de l’intégrateur généralisé et de la boucle ouverte du système régulé avec régulateurs  $PI^\alpha$  fractionnaires, on relève les caractéristiques des points a et b citées sur la figure (II.15), elles sont regroupées dans le tableau (II.5) :

	$\omega_c$	$\Delta\phi$
Intégrateur généralisé $I^\beta$	12,2	44,9
Régulateur $PI^\alpha$ d’ordre fractionnaire	12,2	45,5

Tableau (II.5)

On constate que les paramètres du régulateur  $PI^\alpha$  fractionnaire déduits par la méthode d'optimisation par essaim particulaire, regroupés dans les tableaux (II.4) et (II.5), répondent aux exigences de la robustesse de la commande. Les valeurs de la marge de phase  $\Delta\phi$  et de la pulsation de coupure  $\omega_c$  imposées au système régulé par des régulateurs  $PI^\alpha$  d'ordre fractionnaire, sont très proches des valeurs imposées à l'intégrateur généralisé  $I^\beta$ , et comme la robustesse de la commande est assurée pour une marge de phase  $\Delta\phi$  comprise entre  $[30^\circ, 60^\circ]$  et  $\Delta\phi$  de notre commande est égale à  $45^\circ$ , alors la commande avec régulateurs  $PI^\alpha$  ayant les paramètres du tableau (II.4) est robuste.

On conclut que la méthode d'optimisation par essaim particulaire PSO est parvenue à dimensionner le régulateur  $PI^\alpha$  fractionnaire. Au cours des simulations on était confronté à des difficultés diverses dont on peut citer le choix de la fonction objectif. Le choix du champ de recherche qui est choisi aléatoirement grand au début, puis réduit au fur et à mesure que le programme est exécuté, jusqu'à ce qu'on trouve le champ de recherche qui permet la meilleur optimisation de la fonction objectif. Egalement une autre difficulté sur le choix du nombre d'itérations  $iter_{max}$  et le nombre de particules  $N_p$  choisi, tel que le programme PSO donne de bons résultats à partir de  $N_p = 50$  particules et  $iter_{max} = 100$  itérations, alors on se limite à des valeurs supérieures ou égales à ces valeurs là mais pas infiniment grande.

## Conclusion

Au début, on fait appel aux lois de commande classique pour élaborer une commande vectorielle à base de régulateur  $PI$  et  $IP$  classique avec capteur mécanique. On a appliqué la méthode de la compensation de pôle au régulateur  $PI$  et la méthode de placement de pôle pour le régulateur  $IP$ . Afin de comparer entre les deux méthodes, on a choisit de simuler sous Matlab, chaque boucles de régulation, de système de premier ordre seule, en appliquant à l'entrée de chaque système un échelon unitaire. On constate que l'évolution du régime transitoire prend l'allure d'un système de second ordre avec dépassement pour les boucles  $IP$ , et pour les boucles  $PI$  évoluent comme un système de premier ordre. Les courbes sont décalées au régime transitoire pour les deux régulateurs, tandis qu'ils atteignent le régime permanent au même temps. La différence et les avantages entre régulateurs  $PI$  et  $IP$  classiques, et l'application de ces

différentes régulations à la commande vectorielle de la machine asynchrone sera données dans le chapitre IV consacré aux résultats de simulation.

Ensuite, nous avons abordé l'analyse fréquentielle et le calcul des régulateurs dans le domaine fréquentiel. L'étude de l'asservissement et de la commande des systèmes asservis se révèle très pratique dans domaine fréquentiel. Des régulateurs classiques  $PI$  et  $IP$  sont étudiés et dimensionnés, dans le but de démontrer les limites et les capacités des régulateurs classiques entiers, afin de les comparer aux régulateurs fractionnaires. Comme on l'a constaté, la méthode classique s'avère limitée quant à la robustesse de la commande.

Cependant, le développement avancé des mathématiques et de la dérivée d'ordre non entier, qui ont apportées un degré de liberté supplémentaire aux contrôleurs des systèmes, ont donnés naissance à la commande CRONE et aux régulateurs  $PI^\alpha$  et  $I^\alpha P$  fractionnaires. Elle procure un avantage particulier au réglage de la transmittance des systèmes régulés dans le domaine fréquentiel. Cet avantage apparait clairement, en agissant séparément sur l'ordre non entier  $\alpha$ , la marge de phase et le module de la transmittance, qui permettent d'obtenir des objectifs fixés par le cahier des charges et de garantir la robustesse du système contrôlé.

Toutefois, les équations d'ordre non entier n'ont pas toujours de méthode mathématique rigoureuse, exacte à leurs résolutions. Le développement d'un programme sous MATLAB de la méthode d'optimisation par essaim particulière, apporte une solution approché ou métaheuristique aux équations d'ordre non entier, cette approche mathématique procure à la commande CRONE une possibilité d'être dimensionnée, quelque soit les difficultés.

En fin, comme on a constaté que le dimensionnement de régulateur  $IP$  fractionnaire se fait sans difficulté avec la méthode analytique, contrairement aux régulateurs  $PI$  fractionnaires. Alors on a proposé d'optimiser le régulateur  $PI$  fractionnaire par la méthode du PSO pour démontré sont utilité. Des applications sur la machine asynchrone seront illustrées dans le chapitre IV.



# Chapitre III

## Commande sans capteur mécanique de la machine Asynchrone

### Introduction

La majeure partie des lois de commande des machines asynchrones telles que les commandes vectorielles et non linéaires nécessitent la mesure non seulement des courants statoriques (éventuellement des tensions statoriques) mais aussi de la vitesse mécanique. Par conséquent, le prix du capteur rend le plus souvent cette mesure très coûteuse. La commande sans capteur mécanique (vitesse, position et couple de charge) est donc devenue un sujet de préoccupation majeur. Dans cette partie, on s'intéresse à la synthèse d'observateur non linéaire pour la machine asynchrone sans capteur mécanique.

Le bon modèle de la machine asynchrone devra répondre à trois questions, intellectuellement distinctes, mais en pratique fortement interdépendante : la commande, l'observation et la robustesse. La commande devra être *performante* en terme dynamique, l'observation doit réaliser ce que *l'instrumentation échoue à faire*, et le tout doit être robuste [50].

La mise en œuvre de régulateurs *PI* et *IP* classiques permet de contrôler la dynamique des principales variables, flux magnétique, vitesse de rotation, mais aussi d'introduire des *sécurités actives* (limitation instantanées des amplitudes de courant par exemple). Ces contrôles sont d'autant plus performants que le concepteur est capable de disposer de modèles précis dont les paramètres doivent être connus [20].

Ce chapitre sera consacré à la présentation d'un observateur d'état non linéaire appelé observateur à grand gain, qui fera l'objet d'un capteur logiciel. Synthétiser pour observer, des grandeurs mécaniques (vitesse, position, couple) des grandeurs magnétiques (flux), de la machine asynchrone, dans le but de concevoir une commande sans capteur mécanique.

## 1. Observateurs linéaires

Un observateur d'état d'un système est en générale l'expression du modèle du système en représentation d'état qui permet de reconstituer l'évolution de ses états sur la base de mesures effectuées par les grandeurs d'entrée et sortie. Les sorties du modèle à choisir n'étant pas nécessairement les grandeurs à commander mais les grandeurs accessibles à la mesure.

### 1.1. Principe de fonctionnement des observateurs linéaires (observateur de Luenberger)

La structure de l'observateur indiquée sur la Figure (III.1) fait intervenir tout d'abord un estimateur fonctionnant en boucle ouverte, celui-ci est tout simplement le modèle d'état du système. Comme, lors du fonctionnement normal, le système est soumis à son environnement, le modèle ne peut pas refléter l'action de cet environnement sur les états du système. On introduit alors une matrice  $L$  qui permet d'annuler l'écart entre la sortie du système et celle de l'observateur. Cette matrice intervient aussi sur la dynamique de l'observateur elle est déterminée de sorte que la dynamique de l'observateur soit plus rapide que celle du système. En effet, ce n'est qu'en régime permanent des sorties que l'erreur peut être annulée. C'est donc à ce moment là que l'observateur reconstitue convenablement l'évolution des états; la structure d'observateur d'état linéaire est décrite sur la figure suivante:

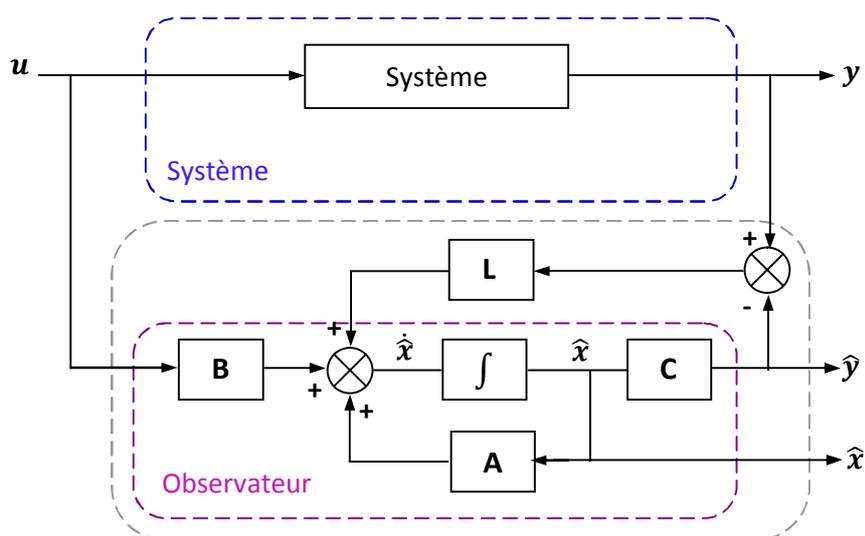


Fig.III.1 : structure d'un observateur linéaire connecté à un système linéaire

La sortie du système  $y$  est comparée à la sortie estimée  $\hat{y}$  et la différence est pondérée par le gain de **Luenberger**, noté  $L$ . Le résultat de cette pondération est utilisé comme contre réaction dans les équations de l'observateur afin de rendre nulle l'erreur d'observation. Le problème consiste alors à déterminer le gain  $L$  de l'observateur, il est calculé de façon à annuler l'erreur d'observation avec une dynamique satisfaisante. Puisqu'il permet de modifier les valeurs propres de la matrice  $(A - LC)$  qui sont déterminantes dans le comportement dynamique de l'observateur [53].

## 1.2. Modèle mathématique de l'observateur linéaire

Soit le modèle d'état d'un système linéaire :

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu \\ y = Cx \end{cases} \quad (\text{III } 1)$$

Le modèle de l'observateur est alors donné par:

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}} = A\hat{x} + Bu + L(y - \hat{y}) \\ \hat{y} = C\hat{x} \end{cases} \quad (\text{III } 2)$$

On vient corriger l'évolution de l'état grâce au modèle en fonction de l'écart  $(y - \hat{y})$  constaté entre la sortie observée et la sortie reconstruite par l'observateur.

Le modèle de l'observateur peut alors être réécrit sous la forme :

$$\dot{\hat{x}} = (A - LC)\hat{x} + Bu + Ly \quad (\text{III } 3)$$

Cette relation montre bien que l'observateur reconstruit l'état  $x$  en fonction de la commande  $u$  et la mesure  $y$ .

La matrice  $L$  est appelée matrice de gain et doit être choisie de manière à ce que l'erreur sur l'état converge exponentiellement vers 0.

Soit  $\tilde{x} = (\hat{x} - x) \rightarrow 0$ . Pour cela, il suffit de choisir  $L$  telle que la matrice  $(A - LC)$  soit une matrice *Hurwitz*, c'est-à-dire que ses valeurs propres soient à parties réelles négatives dans le cas continu.

## 2. Observateurs non linéaires

L'observabilité d'un système est la propriété qui permet de dire si l'état du système peut être déterminé uniquement à partir de la connaissance des signaux d'entrée et sortie. Contrairement au cas linéaire, le problème d'observabilité des systèmes non linéaires se complique, dans la mesure où l'observabilité dans ce cas peut dépendre de l'entrée appliquée et des conditions initiales.

Pour les systèmes non-linéaires, il n'existe pas de solution générale pour le calcul des observateurs. Une des difficultés théoriques de la synthèse d'observateurs non linéaire est due à l'existence d'entrées rendant le système inobservable, qui est un phénomène typique dans un cadre non-linéaire. Les premières solutions théoriques proposées consistaient souvent à se ramener d'une façon ou d'une autre aux systèmes linéaires [55].

Dans le cas de la machine asynchrone, le fonctionnement et le modèle mathématique sont d'une complexité assez élevée à cause de la non linéarité des équations et des grandeurs rotoriques quasi inaccessible. Un observateur non linéaire est exposé dans [26] [27], il ne requiert ni linéarisation ni approximation, comme dans le cas des méthodes qui reposent sur la linéarisation exacte et le filtre de Kalman étendu. L'observateur ainsi obtenu, porte le nom d'observateur à grand gain. On rappelle, dans ce qui suit, quelques résultats bien connus sur ce sujet [55].

### 2.1. Observabilité

Une définition plus précise de l'observabilité est donnée dans le cas des systèmes non linéaires à temps continu de la forme :

$$\begin{cases} \dot{x} = f(x, u) \\ y = h(x, u) \end{cases} \quad (\text{III } 4)$$

Avec  $f : \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^m \rightarrow \mathbb{R}^n$  et  $h : \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^m \rightarrow \mathbb{R}^p$

Le système non linéaire de l'équation (II 4) est dit observable s'il n'admet pas de paire *indiscernable*. En d'autres termes, un système est observable s'il n'existe pas d'états initiaux distincts qui ne puissent être départagés par examen de la sortie du système [26].

**Indiscernabilité** : Deux états initiaux  $x_1(t_0) = x_1$  et  $x_2(t_0) = x_2$  sont dit indiscernables pour le système de l'équation (II 4) si  $\forall t \in [t_0, t_1]$ , les sorties correspondantes  $y_1(t)$  et  $y_2(t)$  sont identiques quelle que soit l'entrée admissible  $u(t)$  du système [26].

### Observabilité au sens du rang

Un champ de vecteurs  $f$  peut être interprété selon les besoins de deux manières [14]:

- (1) Comme une application qui à tout point  $x$  assigne un vecteur  $f(x)$ . Dans ce cas on l'écrit dans la base canonique sous la forme:

$$f(x) = [f_1(x) \ f_2(x) \ \dots \ f_n(x)]^T \quad (\text{III } 5)$$

On dit que les  $f_i$  sont ses composantes. Sous cette forme, on dit aussi qu'il régit un système d'équations différentielles (une dynamique) dont les courbes tangentes  $x(t)$  vérifient :

$$\dot{x}(t) = f(x(t)) \quad (\text{III } 6)$$

On dit que  $x(t)$  est une courbe intégrale de  $f$ .

- (2) Comme une dérivation qu'il faut écrire sous la forme suivante :

$$f = f_1 \frac{\partial}{\partial x_1} + f_2 \frac{\partial}{\partial x_2} + \dots + f_n \frac{\partial}{\partial x_n} \quad (\text{III } 7)$$

Sous cette forme il s'applique à une fonction réelle  $h(x)$  comme suit :

$$L_f h = f_1 \frac{\partial h}{\partial x_1} + f_2 \frac{\partial h}{\partial x_2} + \dots + f_n \frac{\partial h}{\partial x_n} \quad (\text{III } 8)$$

Cette nouvelle fonction  $L_f h$  s'appelle la dérivée de Lie de  $h$  dans la direction de  $f$ . Si  $f = \frac{\partial}{\partial x_i}$ , alors  $L_f h = \frac{\partial h}{\partial x_i}$  et on reconnaît les dérivations partielles.

Maintenant, nous sommes en mesure de donner une définition "faible" de la notion d'observabilité.

### Définition

Soit le système dynamique non linéaire suivant:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = f(x(t), u) \\ y = h(x(t)) \end{cases} \quad (\text{III } 9)$$

Où  $x \in \mathbb{R}^n$  représentent l'état,  $u \in \mathbb{R}^m$  l'entrée et  $y \in \mathbb{R}^p$  la sortie.

On dit que la paire  $(f, h)$  est observable au sens du rang si la différentielle de la sortie  $h$  avec les différentielles de ses dérivées de Lie successives dans la direction de  $f$  jusqu'à l'ordre  $n - 1$  sont indépendante (sur un voisinage de 0). C'est-à-dire que [14]:

$$\text{Rang} \{ dh, dL_f h, \dots, dL_f^{n-1} h \} = n \quad (\text{III } 10)$$

Où l'écriture de  $dL_f^k h$  ici est donnée par le co-vecteur :

$$dL_f^k h = \left( \frac{\partial L_f^k h}{\partial x_1}, \frac{\partial L_f^k h}{\partial x_2}, \dots, \frac{\partial L_f^k h}{\partial x_n} \right) \quad (\text{III } 11)$$

On remarque que  $L_f^k h = y^{(k)}$  est la dérivée  $k^{\text{ième}}$  de la sortie  $y$ .

Généralement, l'observabilité d'un système non-linéaire dépend des entrées appliquées. On dit que le système est uniformément observable ou observable pour toute entrée si cette propriété est vérifiée pour tout  $u$  appartenant à un ensemble de commande  $U$  [55] [26].

### 2.2. Observateur à grand gain

Un observateur de type grand gain est synthétisé pour une classe de systèmes non-linéaires uniformément observables. Le principe repose sur l'introduction d'un gain d'observation qui dépend d'un paramètre  $\theta$ . Le nom "grand gain" est dû au fait que le gain de l'observateur est suffisamment grand pour affaiblir la non-linéarité du système [9] [27].

Considérons le système non linéaire suivant:

$$\begin{cases} \dot{x} = f(x) + g(x)u \\ y = h(x) \end{cases} \quad (\text{III } 12)$$

Supposons que le système (III 12) est uniformément observable pour toutes les entrées  $u$ , Il est alors possible d'effectuer le changement de variable  $\xi = \Gamma(x)$  qui transforme le système (III 12) sous la forme canonique observable suivante [12]:

$$\begin{cases} \dot{\xi} = A\xi + \phi(u, \xi) \\ y = C\xi \end{cases} \quad (\text{III } 13)$$

Le développement des équations (III 13), permet d'obtenir le système d'équation suivant:

$$\dot{\xi} = \begin{pmatrix} \xi_2 \\ \xi_3 \\ \dots \\ \xi_n \\ \varphi(\xi) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} g'_1(\xi_1) \\ g'_2(\xi_1, \xi_2) \\ \dots \\ g'_{n-1}(\xi_1, \dots, \xi_{n-1}) \\ g'_n(\xi) \end{pmatrix} \cdot u = f'(\xi) + g'(\xi)u \quad (\text{III } 14)$$

$$y = \xi_1 := C\xi$$

Où la fonction  $g'(\xi)$  est globalement lipchitzienne par rapport à  $\xi$ , uniformément par rapport à  $u$ .

### 2.3. Conception de l'observateur à grand gain

La conception de l'observateur à grand gain pour les systèmes non-linéaires sous la forme canonique d'observabilité uniforme (III 13) nécessite les deux hypothèses suivantes [55]:

**Hypothèse 1 :**

Les deux fonctions non-linéaires  $f$  et  $g$  sont globalement lipschitziennes.

**Hypothèse 2 :**

L'entrée  $u$  reste toujours dans un ensemble borné  $U$ .

L'observateur à grand gain proposé par [26] est alors donné sous la forme :

$$\begin{cases} \dot{\hat{\xi}} = f'(\hat{\xi}) + g'(\hat{\xi})u + S_{\infty}^{-1}(\theta)C^T(y - C\hat{\xi}) \\ \hat{y} = C\hat{\xi} \end{cases} \quad (\text{III 15})$$

Avec  $S_{\infty}$  solution définie positive de l'équation de Lyapunov :

$$\dot{S}_{\infty} = -\theta S_{\infty} - A^T S_{\infty} - S_{\infty} A + C^T C \quad (\text{III 16})$$

Qui est un outil puissant pour l'étude de la stabilité de l'observateur.

On constate que pour  $\theta$  suffisamment grand, le gain de l'observateur  $S_{\infty}^{-1} C^T$  permet d'annuler l'erreur d'estimation  $\tilde{\xi} = (\hat{\xi} - \xi) \rightarrow 0$ , d'où l'intérêt de l'observateur à grand gain.

Il faut noter néanmoins que la transformation inverse de la matrice  $S_{\infty}$  fait appelle à son déterminant, qui peut s'annuler à un moment donné. Ce qui fait augmenter considérablement le gain  $S_{\infty}^{-1} C^T$  de l'observateur à grand gain. Cette augmentation excessive du gain engendre la perte d'observabilité au moment de l'annulation du déterminant de la matrice  $S_{\infty}$ , ce qui est un inconvénient lors de l'implémentation de l'observateur à grand gain [26] [12] [9].

**2.4. Similitude entre l'observateur de luenberger et l'observateur à grand gain**

Si on compare la structure de l'observateur de *luenberger* conçu pour les systèmes linéaires donné par :

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}} = A\hat{x} + Bu + L(y - C\hat{x}) \\ \hat{y} = C\hat{x} \end{cases} \quad (\text{III 17})$$

À celle de l'observateur à grand gain conçu pour les systèmes non linéaires donné par :

$$\begin{cases} \dot{\hat{\xi}} = A\hat{\xi} + \phi(u, \hat{\xi}) + S_{\infty}^{-1}(\theta)C^T(y - C\hat{\xi}) \\ \hat{y} = C\hat{\xi} \end{cases} \quad (\text{III 18})$$

On constate que les deux observateurs sont similaires, à l'exception des termes  $\phi(u, \hat{\xi}) \neq Bu$ . Le principe de fonctionnement des deux observateurs est basé sur le choix:

- Du gain  $L$  de manière à ce que l'erreur sur l'état  $\tilde{x} = (\hat{x} - x) \rightarrow 0$  converge exponentiellement vers 0 pour les observateurs de *luenberger*.
- Et du gain  $S_{\infty}^{-1}(\theta)C^T$  (en imposant  $\theta$  suffisamment grand) de manière également à ce que l'erreur sur l'état  $\tilde{\xi} = (\hat{\xi} - \xi) \rightarrow 0$  pour l'observateur à grand gain.

Dans le cas des systèmes linéaires, la matrice  $L$  de *luenberger* se calcul très simplement et surtout peut être systématique. Par contre, la mise en œuvre de l'observateur à grand gain dépend de la complexité du modèle du système à observer, qui est dû à la forme des équations du modèle et à ces coefficients qui peuvent être variables, car une équation différentielle à coefficients variables est plus difficile à manipuler.

C'est le cas de la machine asynchrone. Lorsque les grandeurs à observer sont les flux rotoriques, en se basant sur la mesure de la vitesse, l'observateur à grand gain est relativement facile à développer [26] [12]. Par contre lorsqu'il s'agit d'observer la vitesse mécanique et le flux magnétique de la machine le problème devient beaucoup plus complexe.

## 2.5. Observateur à grand gain interconnecté

Dans les machines asynchrones, la non linéarité du modèle dynamique apparait clairement dans les matrices d'état. Les grandeurs responsables de la non linéarité sont : la pulsation rotorique, les courants statoriques, les flux rotoriques et la vitesse mécanique. Il est donc nécessaire de synthétiser des observateurs qui prennent en compte cette non-linéarité. Ceci permet de retenir l'observateur à grand gain.

Les observateurs d'états à grand gain sont synthétisés pour les systèmes non linéaires qu'on peut mettre sous la forme canonique observable:

$$\begin{cases} \dot{\xi} = A\xi + \phi(u, \xi) \\ y = C\xi \end{cases} \quad (\text{III } 19)$$

Néanmoins un certain nombre de spécifications de la machine asynchrone pose problème. La complexité, le nombre d'équations d'état, les opérations mathématiques sur l'observabilité et le passage à la forme canonique observable rend la synthèse de l'observateur difficile.

L'idée de l'observateur interconnecté, consiste à décomposer le système non linéaire global en plusieurs sous-systèmes non linéaires de tailles plus petites, afin de simplifier la synthèse de l'observateur. Il suffit ensuite de synthétiser un observateur des états de chaque sous système, en utilisant l'hypothèse que les états de tous les autres sous systèmes sont disponibles.

Chaque sous système non linéaire obtenu est mis sous la forme:

$$\begin{cases} \dot{x} = A(u, y)x + g(u, y, x) \\ y = Cx \end{cases} \quad (\text{III } 20)$$

Un observateur dans le plan  $(\alpha, \beta)$  sera plus simple à mettre en œuvre du fait de l'absence de calcul des matrices de rotation. C'est pour cette raison qu'on a choisi la transformation de Concordia au lieu de Park. Le modèle de la machine asynchrone considéré dans cette partie est le même que celui développé dans le chapitre I à l'exception de la transformation appliquée. Sous certaines hypothèses, la construction d'un observateur est possible.

Dans ce qui suit, on exploite l'idée développée dans [26] afin de construire deux observateurs à grand gain interconnectés, illustrés sur la figure (III.3) par les équations (III 30) et (III 31), et qui constituent le capteur logiciel.

Considérons le modèle dynamique de la machine asynchrone :

$$\begin{bmatrix} \dot{i}_{s\alpha} \\ \dot{i}_{s\beta} \\ \dot{\varphi}_{r\alpha} \\ \dot{\varphi}_{r\beta} \\ \dot{\Omega} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b(a\varphi_{r\alpha} + p\Omega\varphi_{r\beta}) - \gamma i_{s\alpha} \\ b(a\varphi_{r\beta} - p\Omega\varphi_{r\alpha}) - \gamma i_{s\beta} \\ -a\varphi_{r\alpha} - p\Omega\varphi_{r\beta} + aL_m i_{s\alpha} \\ -a\varphi_{r\beta} + p\Omega\varphi_{r\alpha} + aL_m i_{s\beta} \\ m(\varphi_{r\alpha} i_{s\beta} - \varphi_{r\beta} i_{s\alpha}) - c\Omega \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} m_1 & 0 & 0 \\ 0 & m_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{J} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_{s\alpha} \\ v_{s\beta} \\ C_r \end{bmatrix} \quad (\text{III 21})$$

$$\begin{bmatrix} i_{s\alpha} \\ i_{s\beta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{s\alpha} \\ i_{s\beta} \\ \varphi_{r\alpha} \\ \varphi_{r\beta} \\ \Omega \end{bmatrix}$$

Où les paramètres  $a, b, c, \gamma, \sigma, m, m_1$  sont définis par :

$$a = \frac{R_r}{L_r}, \quad b = \frac{L_m}{\sigma L_s L_r}, \quad c = \frac{k_f}{J}, \quad \gamma = \frac{L_r^2 R_s + L_m^2 R_r}{\sigma L_s L_r^2}, \quad \sigma = 1 - \left(\frac{L_m^2}{L_s L_r}\right), \quad m = \frac{p L_m}{J L_r}, \quad m_1 = \frac{1}{\sigma L_s}.$$

$\sigma$  : Représente le coefficient de dispersion ou de Blondel.

$C_r$  : correspond au couple résistant inclut le couple de charge.

Le modèle de la machine asynchrone peut être réécrit sous la forme de deux sous systèmes interconnectés.

**Le premier sous système est décrit par**

$$\begin{pmatrix} \dot{i}_{s\alpha} \\ \dot{\Omega} \\ \dot{C}_r \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & b p \varphi_{r\beta} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{J} \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_{s\alpha} \\ \Omega \\ C_r \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -\gamma i_{s\alpha} + a b \varphi_{r\alpha} + m_1 v_{s\alpha} \\ m(\varphi_{r\alpha} i_{s\beta} - \varphi_{r\beta} i_{s\alpha}) - c \Omega \\ 0 \end{pmatrix} \quad (\text{III 22})$$

$$i_{s\alpha} = (1 \ 0 \ 0) \begin{pmatrix} i_{s\alpha} \\ \Omega \\ C_r \end{pmatrix}$$

*Le deuxième sous système est*

$$\begin{pmatrix} \dot{i}_{s\beta} \\ \dot{\varphi}_{r\alpha} \\ \dot{\varphi}_{r\beta} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\gamma & b p \Omega & a b \\ 0 & -a & -p \Omega \\ 0 & p \Omega & -a \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_{s\beta} \\ \varphi_{r\alpha} \\ \varphi_{r\beta} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} m_1 v_{s\beta} \\ a L_m i_{s\alpha} \\ a L_m i_{s\beta} \end{pmatrix} \quad (\text{III 23})$$

$$i_{s\beta} = (1 \ 0 \ 0) \begin{pmatrix} i_{s\beta} \\ \varphi_{r\alpha} \\ \varphi_{r\beta} \end{pmatrix}$$

Les deux sous systèmes interconnectés (III 22) et (III 23) peuvent être représentés sous une forme interconnectée plus compacte comme suit :

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = A_1(u, y, x_2)x_1 + g_1(u, y, x_2, x_1) \\ y_1 = C_1 x_1 \end{cases} \quad (\text{III 24})$$

$$\begin{cases} \dot{x}_2 = A_2(u, y, x_1)x_2 + \varphi(u, y) \\ y_2 = C_2 x_2 \end{cases} \quad (\text{III 25})$$

$$A_1(u, y, x_2) = \begin{pmatrix} 0 & b p \varphi_{r\beta} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{J} \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad A_2(u, y, x_1) = \begin{pmatrix} -\gamma & -b p \Omega & a b \\ 0 & -a & -p \Omega \\ 0 & p \Omega & -a \end{pmatrix} \quad (\text{III 26})$$

$$g_1(u, y, x_2, x_1) = \begin{pmatrix} -\gamma i_{s\alpha} + a b \varphi_{r\alpha} + m_1 v_{s\alpha} \\ m(\varphi_{r\alpha} i_{s\beta} - \varphi_{r\beta} i_{s\alpha}) - c \Omega \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \varphi(u, y) = \begin{pmatrix} m_1 v_{s\beta} \\ a L_m i_{s\alpha} \\ a L_m i_{s\beta} \end{pmatrix} \quad (\text{III 27})$$

$$x_1 = [x_{11}, x_{12}, x_{13}]^T \text{ avec } \begin{cases} x_{11} = i_{s\alpha} \\ x_{12} = \Omega \\ x_{13} = C_r \end{cases} \quad (\text{III 28})$$

$$x_2 = [x_{21}, x_{22}, x_{23}]^T \text{ avec } \begin{cases} x_{21} = i_{s\beta} \\ x_{22} = \varphi_{r\alpha} \\ x_{23} = \varphi_{r\beta} \end{cases} \quad (\text{III 29})$$

$$C_1 = C_2 = (1 \ 0 \ 0); \quad u = [v_{s\alpha}, v_{s\beta}]^T; \quad y = [i_{s\alpha}, i_{s\beta}]^T$$

Considérons les hypothèses suivantes

*Hypothèse 1* : les variables  $(u, y, x_2)$  et  $(u, y, x_1)$  sont considérées comme des signaux connus respectivement pour les deux sous-systèmes (III 24), (III 25).

*Hypothèse 2* :

1.  $(u, y, x_2)$  et  $(u, y, x_1)$  sont bornés et supposés être régulièrement persistants [26] pour garantir la propriété d'observabilité des sous-systèmes (III 22) et (III 23) respectivement.
2.  $A_1(u, y, x_2)$  est globalement Lipschitz par rapport à  $x_2$  uniformément par rapport à  $(u, y)$ .
3.  $A_2(u, y, x_1)$  est globalement Lipschitz par rapport à  $x_1$  uniformément par rapport à  $(u, y)$ .
4.  $g_1(u, y, x_2, x_1)$  est globalement Lipschitz par rapport à  $x_2$  uniformément par rapport à  $(u, y, x_1)$ .

Sous les hypothèses 1, 2, 3 et 4 les observateurs des sous-systèmes interconnectés (III 24) et (III 25), sont :

$$\begin{cases} \dot{z}_1 = A_1(u, y, z_2) z_1 + g_1(u, y, z_2, z_1) + S_1^{-1} C_1^T (y_1 - \hat{y}_1) \\ \dot{S}_1 = -\theta_1 S_1 - A_1^T(u, y, z_2) S_1 - S_1 A_1(u, y, z_2) + C_1^T C_1 \\ \hat{y}_1 = C_1 z_1 \end{cases} \quad (\text{III 30})$$

$$\begin{cases} \dot{z}_2 = A_2(u, y, z_1) z_2 + \varphi(u, y) + S_2^{-1} C_2^T (y_2 - \hat{y}_2) \\ \dot{S}_2 = -\theta_2 S_2 - A_2^T(u, y, z_1) S_2 - S_2 A_2(u, y, z_1) + C_2^T C_2 \\ \hat{y}_2 = C_2 z_2 \end{cases} \quad (\text{III 31})$$

$$z_1 = [z_{11}, z_{12}, z_{13}]^T \text{ avec } \begin{cases} z_{11} = \hat{i}_{s\alpha} \\ z_{12} = \hat{\Omega} \\ z_{13} = \hat{T}_1 \end{cases} \quad (\text{III 32})$$

$$z_2 = [z_{21}, z_{22}, z_{23}]^T \text{ avec } \begin{cases} z_{21} = \hat{i}_{s\beta} \\ z_{22} = \hat{\varphi}_{r\alpha} \\ z_{23} = \hat{\varphi}_{r\beta} \end{cases} \quad (\text{III } 33)$$

Les matrices  $A_1(u, y, z_2)$  et  $A_2(u, y, z_1)$  ainsi que le champ de vecteur  $g_1(u, y, z_2, z_1)$  sont données par :

$$A_1(u, y, z_2) = \begin{pmatrix} 0 & b p \hat{\varphi}_{r\beta} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{J} \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, A_2(u, y, z_1) = \begin{pmatrix} -\gamma & -b p \hat{\Omega} & a b \\ 0 & -a & -p \hat{\Omega} \\ 0 & p \hat{\Omega} & -a \end{pmatrix} \quad (\text{III } 34)$$

$$g_1(u, y, z_2, z_1) = \begin{pmatrix} -\gamma \hat{i}_{s\alpha} + a b \hat{\varphi}_{r\alpha} + m_1 v_{s\alpha} \\ m (\hat{\varphi}_{r\alpha} \hat{i}_{s\beta} - \hat{\varphi}_{r\beta} \hat{i}_{s\alpha}) - c \hat{\Omega} \\ 0 \end{pmatrix} \quad (\text{III } 35)$$

Les fonctions de Lyapunov cités dans les équations (III 30) et (III 31) sont un outil puissant, quant à l'étude de la stabilité de l'observateur à grand gain. Afin de garantir la stabilité des deux sous systèmes, on doit assurer que les solutions des deux équations de Lyapunov soit supérieure à zéro ( $S > 0$ ) et imposer les coefficients  $\theta_1, \theta_2$  suffisamment grand pour une meilleure convergence de l'observateur. La résolution des équations de Lapunov citées en (III 30) et (III 31) seront développés dans ce qui suit.

## 2.6. Résolution de l'équation de Lyapunov

Nous avons vu que le gain du premier observateur à grand gain est donné en fonction de  $S_1^{-1}$  où  $S$  est la solution de l'équation de Lyapunov [26]:

$$\dot{S}_1 = -\theta_1 S_1 - A_1^T(u, y, Z_2) S_1 - S_1 A_1(u, y, Z_2) + C_1^T C_1 \quad (\text{III } 36)$$

$$\text{avec } S = S^T > 0$$

L'équation peut être réécrite de la manière suivante :

$$\begin{cases} \dot{S}_{11} = -\theta_1 S_{11} + 1 \\ \dot{S}_{12} = -\theta_1 S_{12} - b p \hat{\varphi}_{r\beta} S_{11} \\ \dot{S}_{13} = -\theta_1 S_{13} + \frac{1}{J} S_{12} \\ \dot{S}_{22} = -\theta_1 S_{22} - 2 b p \hat{\varphi}_{r\beta} S_{12} \\ \dot{S}_{23} = -\theta_1 S_{23} - b p \hat{\varphi}_{r\beta} S_{13} + \frac{1}{J} S_{22} \\ \dot{S}_{33} = -\theta_1 S_{33} + \frac{2}{J} S_{23} \end{cases} \quad (\text{III } 37)$$

On suit la même démarche, pour la résolution de l'équation de Lyapunov et le calcul de la matrice  $S_2$  du gain de second observateur.

$$\dot{S}_2 = -\theta_2 S_2 - A_2^T(u, y, z_1) S_2 - S_2 A_2(u, y, z_1) + C_2^T C_2 \quad (\text{III } 38)$$

$\|S_1\|$  et  $\|S_2\|$  ainsi que les valeurs propres de  $S_1$  et  $S_2$  sont bornées pour  $\theta_1, \theta_2$  assez larges. Notant que  $S_1^{-1} C_1^T$  et  $S_2^{-1} C_2^T$  sont les gains des deux observateurs (III 30) respectivement (III 31).

## 2.7. Interprétation et implémentation du capteur logiciel

Les capteurs logiciels sont d'une importance considérable, face à l'industrie qui tente de réduire le coût de ses équipements industriels. Le principe de fonctionnement du capteur logiciel est illustré sur la Figure (III.3):

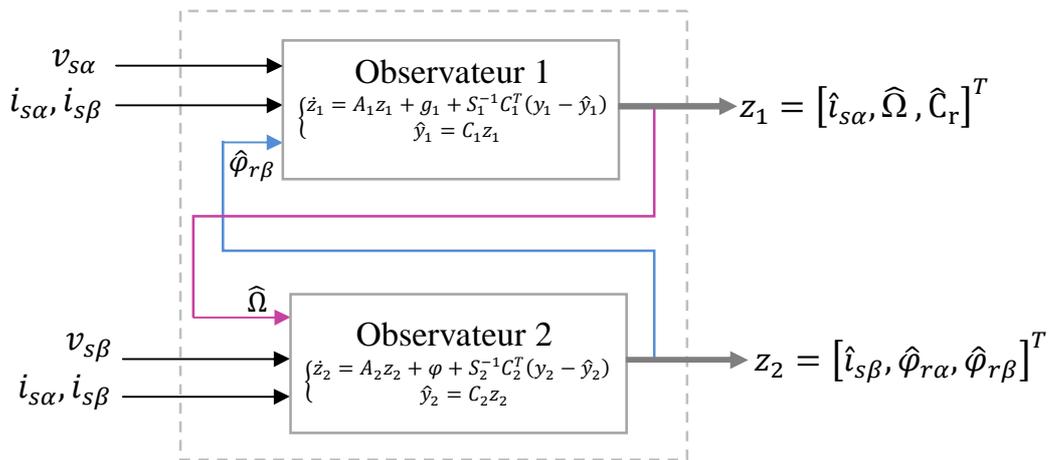


Fig.III.3 Observateurs à grand gain interconnectés

Au début de ce chapitre, des explications sur le principe de fonctionnement des observateurs à grand gain ont été développées dans le sens couramment utilisé. On a signalé que la synthèse d'un observateur à grand gain est réalisable, seulement si le système à observer est sous sa forme canonique observable.

$$\text{La matrice } A_2 = \begin{pmatrix} -\gamma & -bp\widehat{\Omega} & ab \\ 0 & -a & -p\widehat{\Omega} \\ 0 & p\widehat{\Omega} & -a \end{pmatrix} \text{ (respectivement } A_1 = \begin{pmatrix} 0 & bp\widehat{\varphi}_{r\beta} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{J} \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix})$$

contient le terme vitesse  $\widehat{\Omega}$  (respectivement flux  $\widehat{\varphi}_{r\beta}$ ) qui varie instantanément dans le temps, ce qui cause la non linéarité des deux matrices  $A_2$  et  $A_1$ , d'où la nécessité de linéarisation.

Dans [26] est exposé une méthode d'observation des systèmes non linéaires qui ne demande ni linéarisation ni transformation des deux matrices  $A_2$  et  $A_1$ . Elle est juste basée sur le principe d'observation simultanée des deux grandeurs vitesse et flux manquant aux matrices  $A_2$  et  $A_1$ .

**L'observateur 1** connecté à **l'observateur 2**, reçoit la valeur de flux, (respectivement **l'observateur 2** connecté à **l'observateur 1**, reçoit la valeur de la vitesse) c-à-d : **l'observateur 1** estime instantanément la valeur de la vitesse mécanique  $\widehat{\Omega}$  et la transmet à **l'observateur 2**, instantanément **l'observateur 2** estime la valeur de flux rotorique  $\widehat{\varphi}_{r\beta}$  et la transmet à **l'observateur 1**.

Ainsi, les deux observateurs vont s'interconnecter et s'échanger les données qui sont les valeurs des grandeurs manquantes (vitesse et flux). Ils se comportent comme si les deux sous systèmes sont sous leur forme canonique observable. De cette façon tous les coefficients des matrices  $A_1$  et  $A_2$  sont connus instantanément et la non linéarité des sous systèmes n'est plus un obstacle à l'observation des grandeurs électriques et mécaniques.

Cette méthode procure donc facilitée et rapidité de la conception de l'observateur. Elle permet d'observer les grandeurs mécaniques (couple, vitesse), les grandeurs magnétiques (flux rotoriques) et les grandeurs électriques (courants rotoriques) inaccessible à la mesure, sans passer par la méthode de linéarisation de la matrice  $A$ .

Notons cependant qu'avec l'observateur à grand gain, le choix d'un paramètre  $\theta$  suffisamment grand assure une convergence sûre et rapide, avec en contrepartie une grande sensibilité au bruit d'observation [9].

Le schéma général de la machine asynchrone alimentée par des convertisseurs statiques, observée par des observateurs à grand gain interconnectés et commandé par une boîte de régulation sont présentés sur la figure (III.4).

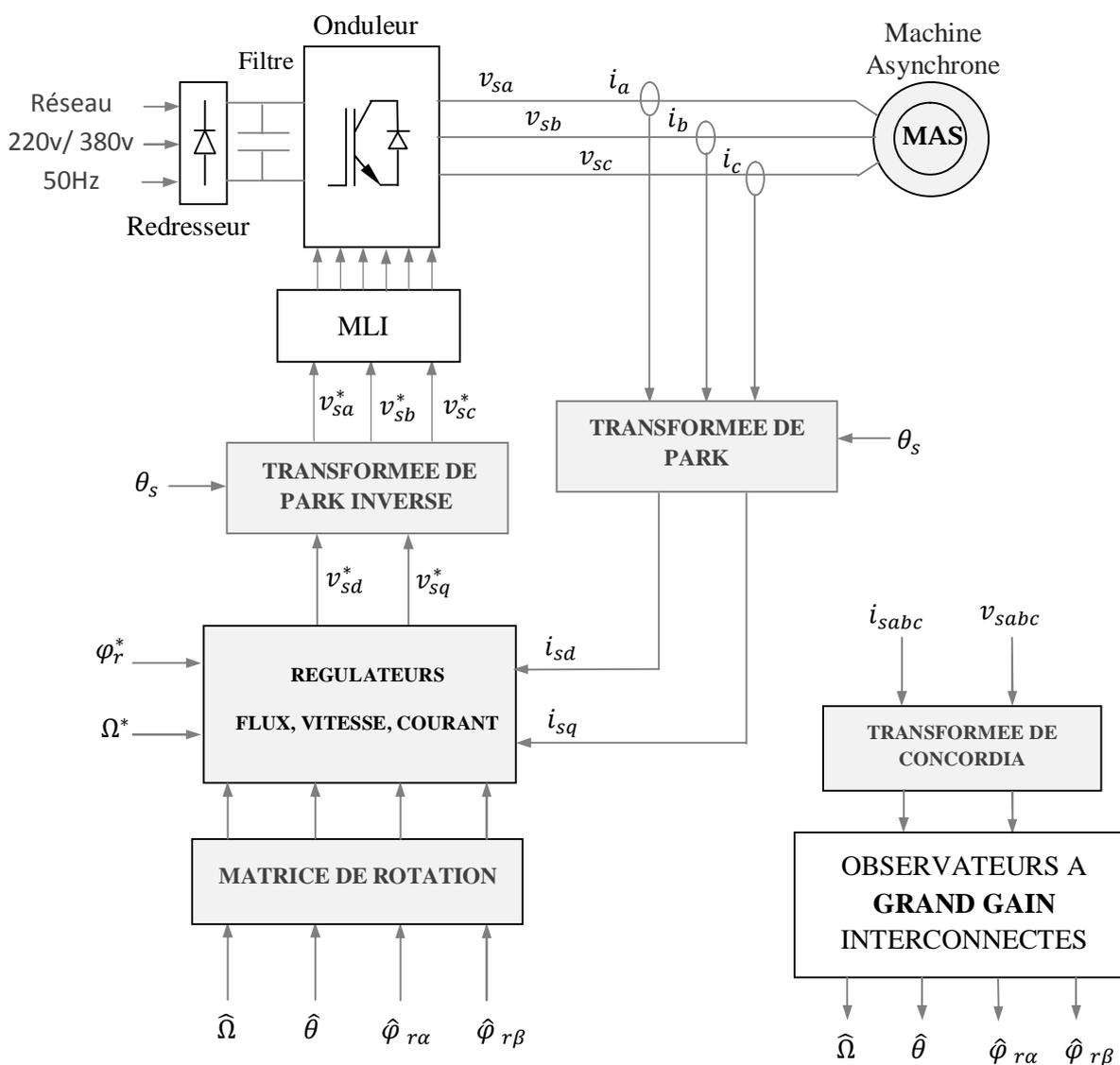


Fig.III.4 schéma générale de la machine asynchrone commandée sans capteur mécanique.

Le bloc « observateurs à grand gain » de la figure (III.4), est constitué de deux observateurs interconnectés. Cet observateur utilise uniquement la mesure des courants et des tensions statoriques dans le repère de Concordia pour estimer la variable mécanique (vitesse  $\Omega$ ) et les variables magnétiques (flux  $\varphi_{r\alpha}, \varphi_{r\beta}$ ). Le bloc « régulateurs », c'est le bloc qui sert à l'établissement d'une commande vectorielle pour le contrôle du flux magnétique et de la vitesse mécanique. Les signaux de commande générés par le bloc de régulation sont transmis à la machine asynchrone via un onduleur de tension à MLI sinus triangle. Le bloc filtre redresseur sert à transformer la tension alternative du réseau, 220/380 v à 50 Hz, à une tension continue filtrée dans le but d'alimenter l'onduleur de tension.

### **Conclusion :**

La première partie de ce chapitre, est consacrée à l'étude de l'observateur d'état linéaire (observateur de *Luenberger*) et non linéaire (observateur à *grand gain*) en tirant la conclusion sur leurs avantages et inconvénients. On a choisi l'observateur à grand gain pour ses avantages qui sont la réduction de nombre de capteurs mécaniques d'où la réduction du coût de sa conception, mais ceci nous mène à des inconvénients parfois difficiles à surmonter qui sont la complexité des équations du système non linéaires et les formules mathématiques difficiles à manipuler telle la dérivée de Lie et l'étude de l'observabilité.

La seconde partie, est menée sur l'étude de l'observateur d'état interconnecté à grand gain. Elle est étudiée dans le but de synthétiser un observateur d'état moins complexe et plus facile à étudier. A cet effet, on décompose le modèle d'état de la machine asynchrone en deux sous systèmes d'état, et sous certaines hypothèses, on synthétise un observateur pour chaque sous système. L'avantage que procure cet observateur est sa capacité à fonctionner par l'interconnexion de plusieurs observateurs à grand gain et la réduction de la difficulté et de la complexité des équations, les résultats de simulation sous Matlab seront exposés dans le chapitre IV.

Au cours de la recherche bibliographique et de la programmation sous l'environnement Matlab, nous avons rencontré plusieurs difficultés, dont on peut citer le problème de la documentation. Car les détails sur les observateurs à grand gain sont rarement exposés et soigneusement préservés à cause de la concurrence ardente entre les industriels et les chercheurs dans ce domaine. L'autre difficulté concerne la programmation de l'observateur sous Matlab. Comme on remarque dans ce chapitre, on fait souvent appel aux calculs matriciels, tel le calcul du déterminant et de la matrice inverse. En effet, le modèle de la machine asynchrone est mis sous la forme d'un modèle d'état ou matricielle et l'annulation du déterminant, au départ de l'algorithme, de la matrice d'état de la machine, induit à l'annulation du dénominateur de la matrice inverse, donc au blocage du logiciel au lancer de la simulation, et pour remédier à cette singularité on ajoute souvent un nombre infiniment petit au déterminant des matrices pour éviter la division par zéro.

Le prochain chapitre sera consacré, à la commande robuste CRONE de la machine asynchrone sans capteurs mécaniques.

# **Chapitre IV**

## **Commande CRONE : application à la machine Asynchrone**

### **Introduction**

Le contrôle des machines asynchrone dans divers applications, nécessite la mise en œuvre d'algorithmes complexes pour le traitement des signaux d'observation d'estimation et de la commande des grandeurs variables d'entrée et sortie de la machine. Pour effectuer ces commandes, il est nécessaire de disposer de certains nombre d'informations au niveau des grandeurs électriques et mécaniques obtenues à partir des capteurs mécaniques et/ou capteurs logiciels. Dans notre cas l'observateur à grand gain interconnecté remplace les capteurs physiques de flux, de couple et de la vitesse.

Les régulateurs IP et PI classiques étudiés dans le premier chapitre sont appliqués, dans un premier lieu, au contrôle de la machine asynchrone avec capteur mécanique, puis, appliqué au contrôle de la machine asynchrone sans capteur mécanique. Le dimensionnement des régulateurs IP et PI et la structure des boucles de régulation sont maintenues identiques à celles étudiée dans le premier chapitre.

Les capteurs mécaniques seront ensuite remplacés par des capteurs logiciels, car notre objectif est de montrer l'intérêt qu'apporte un observateur d'état non linéaire à grand gain et son comportement associé à la commande sans capteurs physiques de la machine asynchrone. Les convertisseurs statiques onduleurs, redresseurs et filtres sont considérées parfaits, ils sont

écartés dans le cadre de ce travail, à cause de la sensibilité de l'observateur à grand gain aux bruits d'observation et aux harmoniques. Ce problème constitue d'ailleurs une perspective de continuité de ce mémoire.

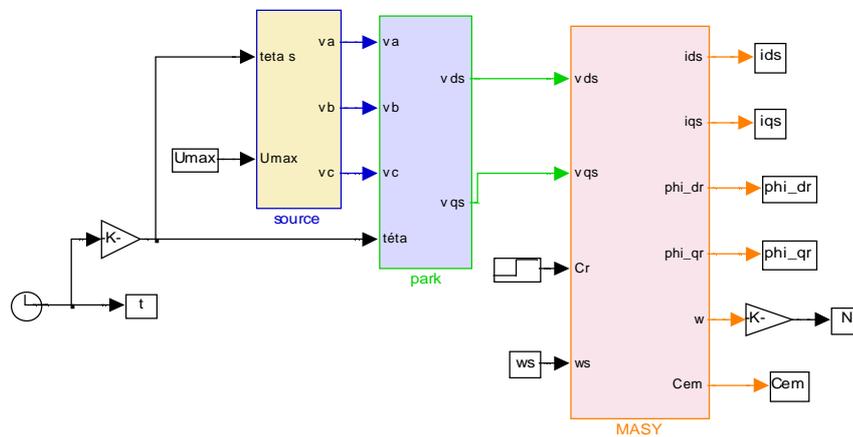
Ensuite, pour élaborer une commande robuste capable de satisfaire les exigences de robustesse du cahier des charges, on fait appel à la commande CRONE et aux régulateurs  $I^\alpha P$  et  $PI^\alpha$  fractionnaires exposés dans le chapitre II. Les régulateurs classiques de la vitesse seront remplacés par des régulateurs fractionnaires dans le but d'améliorer la robustesse de la commande de la machine asynchrone sans capteur mécanique. A cet effet, lorsque le développement analytique n'est pas simple, le dimensionnement des régulateurs est effectué dans le domaine fréquentiel par la méthode d'optimisation par essaim particulaire PSO, c'est le cas des régulateurs PI fractionnaires.

Mais avant de présenter les résultats de simulation de la commande de la machine avec et sans capteur mécanique, on présente les résultats de simulation de la machine seule dans la première partie de ce chapitre, afin de valider les modèles de simulation développés sous Matlab Simulink.

## I. Simulation de la machine asynchrone

Les chapitres I et III sont consacrés à la modélisation et à l'étude de la dynamique de la machine asynchrone, dans le but de concevoir une commande vectorielle, avec et sans capteur mécanique, capable de contrôler la vitesse et de maintenir l'orientation de flux rotorique.

La machine asynchrone est d'abord simulée seule avec l'application d'un couple résistant d'une valeur  $Cr = 6 (N.m)$  à  $t = 0.7 (s)$  qui sera maintenue durant toutes les simulations, ensuite avec des observateurs à grand gain interconnectés. Le schéma de simulation est présenté par la figure (IV.1).



**Fig. IV.1** Schéma bloc de la machine asynchrone sous Matlab Simulink.

Le bloc source représente l'alimentation de la machine asynchrone par le réseau électrique de 220/380v à 50Hz, le bloc de Park contient les équations de la transformation de Park et à l'intérieur de bloc MASY sont regroupées les équations de la machine asynchrone.

Les résultats de simulation de la machine seule sont donnés par les figures (IV.2), (IV.3), (IV.4) et (IV.5)

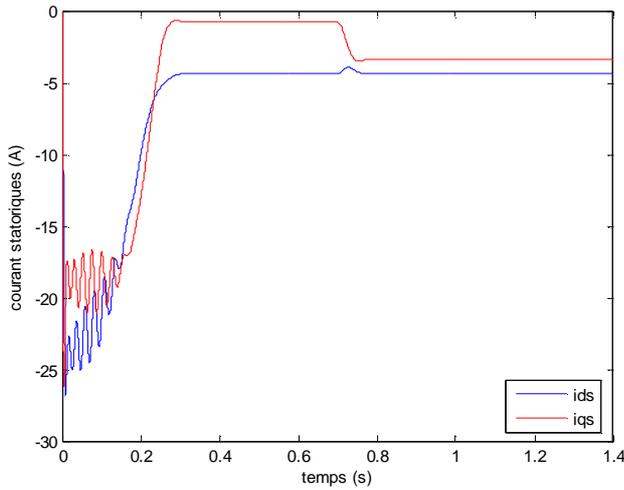


Fig. IV.2 composantes de Park des courants statoriques.

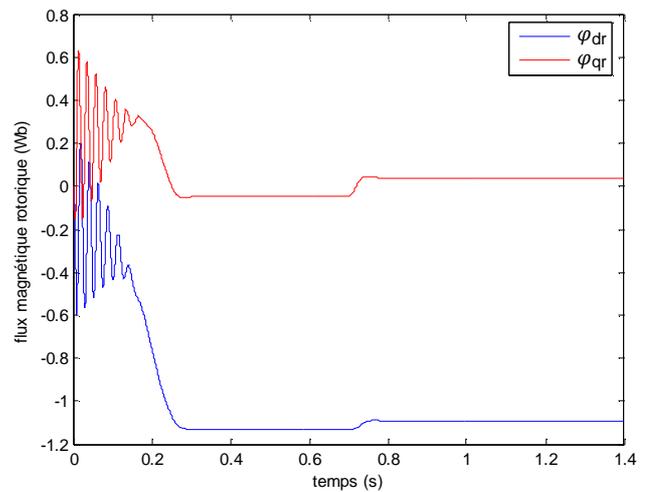


Fig. IV.3 composantes de Park des flux rotoriques.

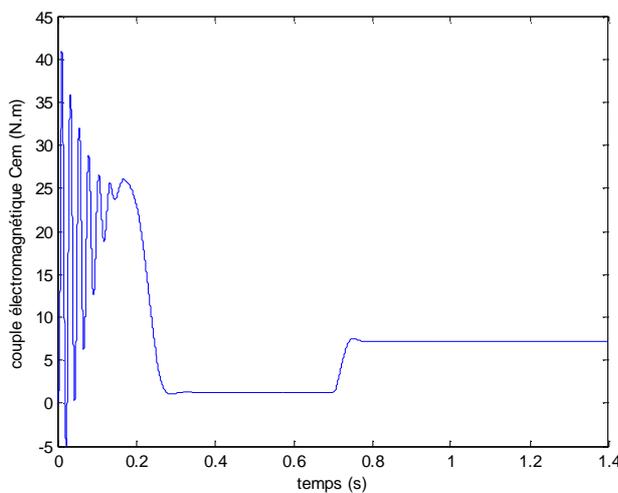


Fig. IV.4 couple électromagnétique de la machine.

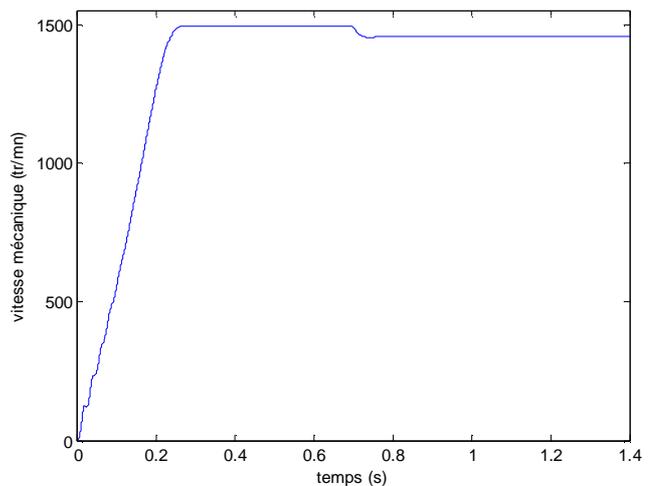


Fig. IV.5 vitesse mécanique

### Interprétation

D'après les résultats de simulation de la machine asynchrone dans le domaine de Park, raccordée directement au réseau, on constate que l'évolution des grandeurs mécaniques électriques et magnétiques, possède des dépassements et des ondulations importantes au

démarrage de la machine. Ces ondulations durent un temps compris entre 0 – 0.3 (s). Les courants atteignent des pics de courants importants proches de 27 (A) , les flux rotoriques atteignent un pic de 0.65 (Wb) et le couple électromagnétique un dépassement de 40 (N.m).

Une fois que le régime permanent est établi, la vitesse mécanique se stabilise autour de 1500 (tr/mn) à vide, puis chute à 1455(tr/mn) à l'application du couple résistant  $Cr = 6$  (N.m) à  $t = 0.7$  (s) . L'amplitude des composantes de Park des courants statoriques se fixe à  $i_{ds} = 4,37(A)$  et  $i_{qs} = 0.77(A)$  , puis change au moment de l'application de Couple de charge ;  $i_{ds}$  se modifie légèrement puis revient à sa valeur précédente 4,37(A) tandis que  $i_{qs}$  augmente et atteint une valeur de 3.36 (A). Le couple électromagnétique se stabilise à 1.25 (N.m), puis augment sous l'effet du couple résistant et atteint 7.22 (N.m). Les flux magnétiques ( $\varphi_{dr}, \varphi_{qr}$ ) prennent au régime permanent les valeurs de (1.13, 1.45) (Wb) puis réagissent au couple résistant et atteignent (1.09, 0.04) (Wb). Toutes ces courbes sont conformes à celles habituellement trouvées dans la littérature consacrée au régime transitoire de la machine asynchrone.

## **II. Simulation de la machine asynchrone raccordée à l'observateur interconnecté à grand gain**

Dans le but de reproduire l'évolution des grandeurs électriques, magnétiques et mécanique de la machine asynchrone, on simule les Blocs de simulation de la machine asynchrone raccordée à l'observateur à grand gain interconnecté, donnés sous Matlab Simulink, représentés par la figure (IV.6). Les résultats de simulation sont donnés sur les figures (IV.7), (IV.8), (IV.9), (IV.10).

On utilise la transformation de Concordia pour passer du système triphasé au système biphasé. Et on choisit arbitrairement les paramètres de l'observateur  $\theta_1$  et  $\theta_2$  , qui permettent de régler les gains de l'observateur, jusqu'à ce que l'observateur fonctionne. Dans le cas où les paramètres  $\theta_1$  et  $\theta_2$  sont trop petits, les grandeurs observées à la sortie de l'observateur divergent et l'observateur perd son observabilité, et quand on choisit ces paramètres trop grands l'observateur converge et donne de bons résultats, mais ça se répercute négativement sur le cas pratique, car lorsque  $\theta$  est trop grand l'observateur devient très sensible aux bruits

d'observation. Par conséquent on choisit  $\theta_1$  et  $\theta_2$  proche où à la limite de la convergence de l'observateur. En faisant plusieurs simulations,  $\theta_1$  est choisit égale à 0.5 et  $\theta_2$  égale 800.

Après avoir validé le modèle de simulation de la machine asynchrone seule, on présente dans ce qui suit les résultats de simulation obtenus lorsqu'elle est raccordée à l'observateur à grand gain interconnecté.

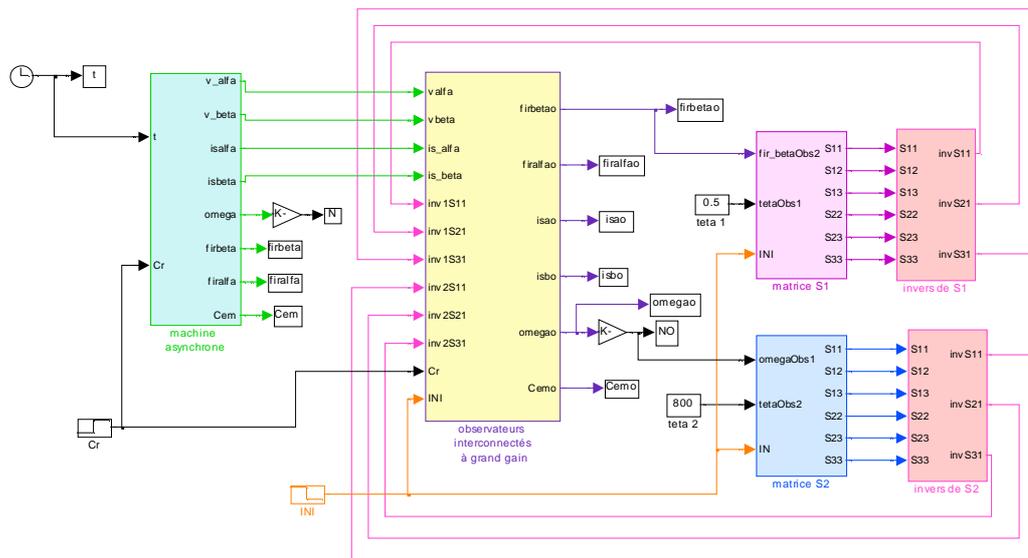


Fig. IV.6 Blocs de simulation, sous Matlab Simulink, de la machine asynchrone raccordée aux observateurs à grand gain interconnectés.

Le bloc machine asynchrone regroupe les équations de la machine et celles de la source d'alimentation, le bloc observateurs interconnectés à grand gain contient les équations des deux observateurs interconnectés à grand gain et les blocs matrice S1, matrice S2, inverse S1 et inverse de S2 regroupe les équations des deux matrices S1 et S2 de Lyapunov, étudié dans chapitre III, injectée au bloc de l'observateur qui contient ces les équations des gains.

Les résultats de simulations qui traduisent l'évolution des grandeurs électriques mécaniques et magnétiques observées, comparées aux grandeurs mesurables sont illustrés sur les figures (IV.7), (IV.8), (IV.9), (IV.10).

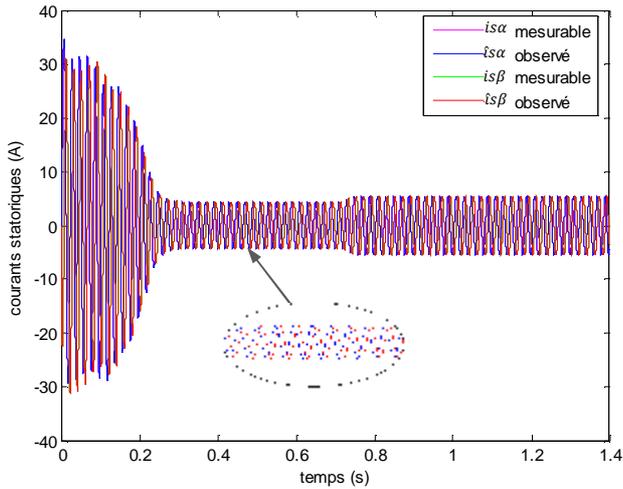


Fig. IV.7 courants électriques statoriques dans le domaine de Concordia.

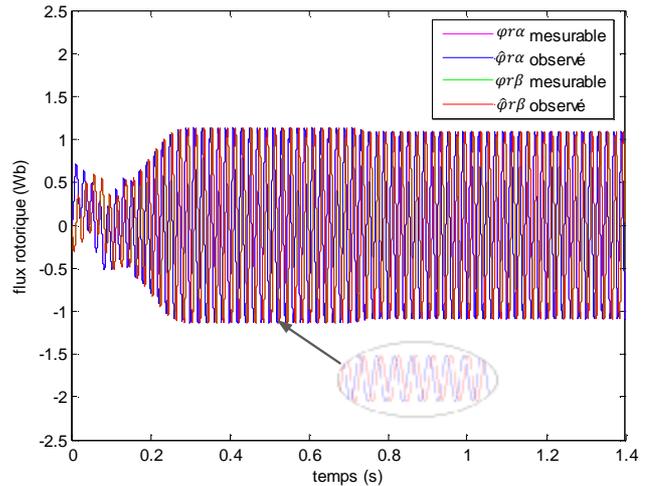


Fig. IV.8 Flux de la machine.

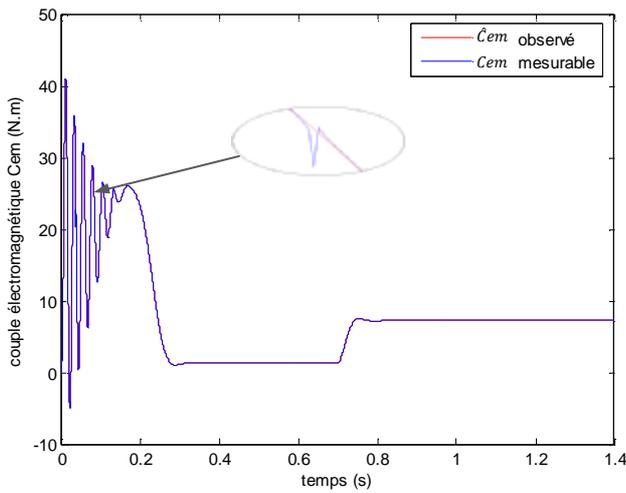


Fig. IV.9 Couple électromagnétique.

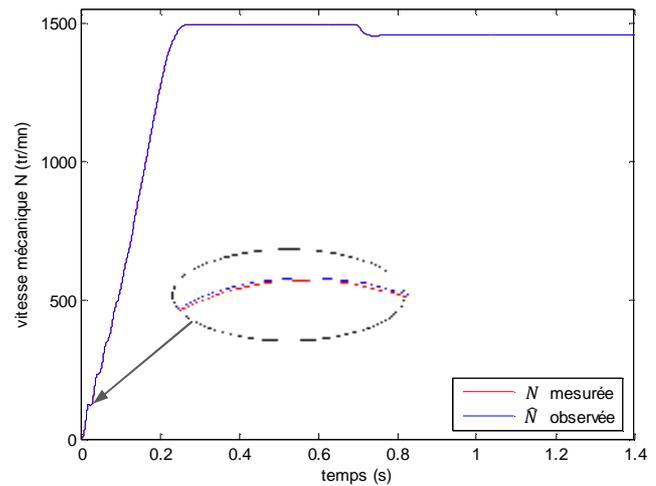


Fig. IV.10 Vitesse mécanique.

### Interprétation

Le but de cette simulation est de montrer le comportement de l'observateur à grand gain interconnecté associé à la machine asynchrone. On constate que le couple électromagnétique et la vitesse mécanique des figures (IV.9) et (IV.10) évoluent d'une manière similaire à celle

de la machine asynchrone seule illustrée sur les figures (IV.4) et (IV.5). La figure (IV.9) contient une petite perturbation de la Cem observée à l'instant  $t = 0.08$  (s), cette perturbation est due au réglage des paramètres ( $\theta_1$  et  $\theta_2$ ) des gains de l'observateur. La figure (IV.10) montre que la vitesse observée et celle mesurée évoluent d'une manière presque identique, alors on déduit que les paramètres  $\theta_1 = 0.5$  et  $\theta_2 = 800$  sont à la limite de convergence de l'observateur, ils répondent aux exigences de l'observateur interconnecté à grand gain.

### **III. Commande vectorielle de la machine asynchrone**

Des commandes de rendement élevé pour la machine asynchrone peuvent être mises en application au moyen de contrôleurs de vitesse et flux qui se basent sur des concepts d'orientation de flux magnétique. L'algorithme de commande vectorielle orientée est une commande sur les courants, les flux et la vitesse mécanique. Des capteurs mécaniques tels que les codeurs incrémentaux et les résolveurs sont habituellement employés pour mesurer la vitesse mécanique de la machine asynchrone. Ces capteurs de vitesse réduisent la robustesse et la fiabilité d'entraînement de la machine asynchrone et augmentent son coût ainsi que la complexité des montages. Par conséquent, durant cette dernière décennie, les commandes sans capteur mécanique de la machine asynchrone (sans mesure de vitesse), sont devenues un sujet important et un attrayant champ de la perspective industrielle [26].

Dans notre cas, la commande vectorielle de la machine asynchrone est employée avec deux types de régulateurs *PI* et *IP* classiques. Ils sont associés à la machine asynchrone dans le but de contrôler les courants le flux et la vitesse. Les équations de la machine asynchrone sont traduites du système triphasé *abc* au système biphasé *dq* de Park; Les résultats de simulation, sous Matlab Simulink, sont donnés dans les deux cas de régulations. Ensuite, une commande sans capteur mécanique est élaborée, comparé à la commande vectorielle avec capteur mécanique, elle fera l'objet d'étude de cette partie.

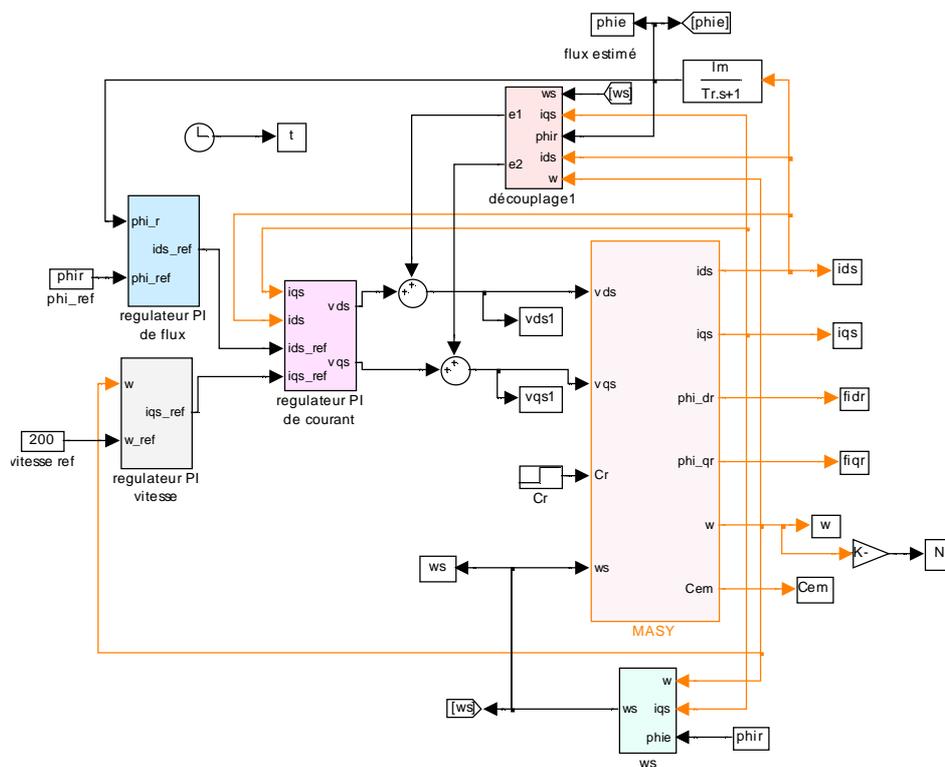


Fig. IV.11 schéma bloc de la commande vectorielle de la machine asynchrone.

Le bloc découplage contient les équations de découplages des équations de la machine et les blocs régulateurs contiennent les boucles de régulations PI ou PI de flux des courants et de la vitesse.

### 1. Commande avec capteurs mécaniques, à l'aide des régulateurs PI

Les régulateurs classiques PI sont dimensionnés dans le chapitre I, on a adopté la méthode de la compensation de pôle. Alors chaque boucle de régulation est mise sous forme d'un système de premier ordre, les paramètres  $K_i$  et  $K_p$  de régulateur PI et les valeurs de références des grandeurs de la machine asynchrone sont données dans le tableau (IV.1) :

	modèle du 1 <sup>er</sup> ordre		Modèle BF	régulation		Référence
	Cte du temps	Gain statique	Cte du temps	$K_i$	$K_p$	$\omega^*$ et $\varphi_r^*$
Pulsation mécanique $\omega$ (rad/s)	3,87	532	$\tau_\omega = 0,077$	0,0243	0,094	$\omega^* = 200$
Flux $\varphi_{dr}$ (Wb)	0,09	0,26	$\tau_\omega / 5 = 0,015$	250,0625	22,2458	$\varphi_r^* = 1,13$
Courant $i_{ds}$ et $i_{qs}$	0,004	0,13	$\tau_\omega/100 = 0,0007$	9781,7	40,0848	—

Tableau (IV.1)

N.B : dans toutes les simulations, on prélève la vitesse mécanique en (tr/mn), dans ce cas la vitesse mécanique de référence  $N^* = \omega^* 60/(2\pi p)$  avec  $\omega^* = 200$  et  $p = 2$  d'où  $N^* = 955$  (tr/mn).

Les résultats de simulations en utilisant les paramètres donnés dans le (tableau IV.1) sont donnés sur les figures (IV.12), (IV.13), (IV.14), (IV.15).

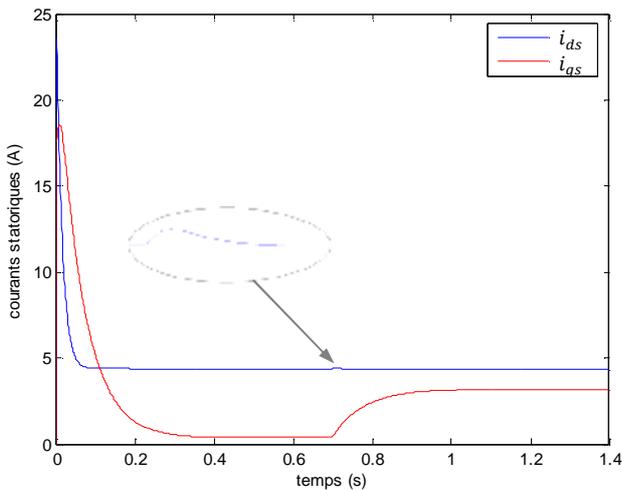


Fig. IV.12 Courant statoriques.

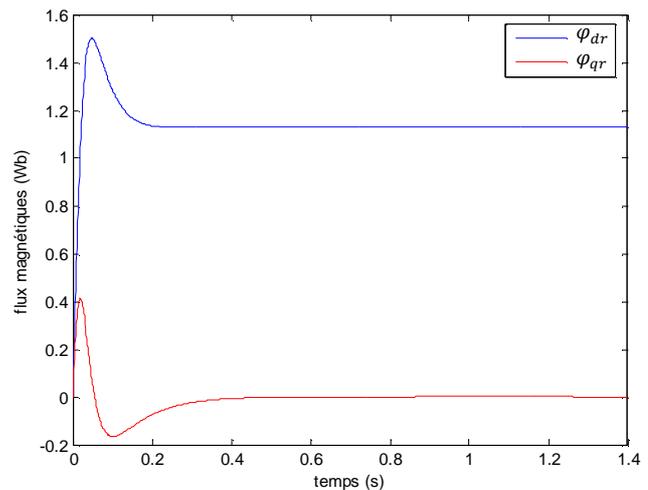
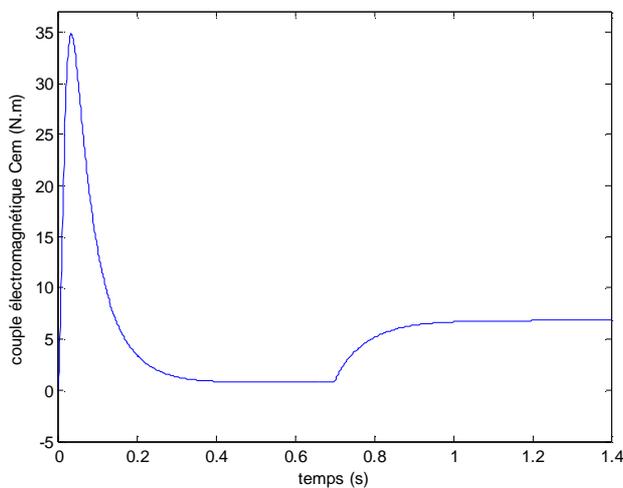
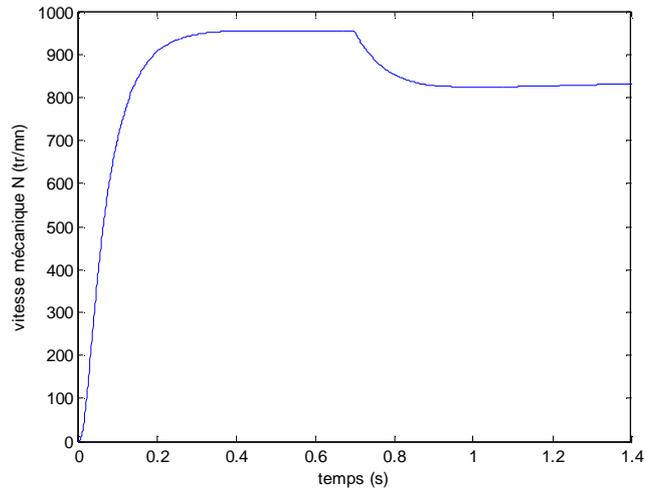


Fig. IV.13 flux rotoriques.

Fig. IV.14 couple électromagnétique  $C_{em}$ .Fig. IV.15 Vitesse mécanique  $N$ .

### Interprétation

La commande vectorielle est essentiellement basée sur l'orientation de l'une des composantes du flux rotorique. On choisit l'orientation de  $\varphi_{dr}$  dans le sens de l'axe  $od$  dans le repère de Park équivalente au flux total induit dans le rotor d'où la référence  $\varphi_r^* = 1.13$  (Wb) imposée à la composante  $\varphi_{dr}$ . Pour contrôler la vitesse à l'aide de régulateur PI, on applique une consigne choisie et réglable selon le cahier des charges  $\omega^* = 200$  (rad/s).

Les résultats de simulations données sur les figures (IV.12), (IV.13), (IV.14), (IV.15) montrent l'intérêt de la commande vectorielle. La courbe (IV.13) des flux montre que le flux  $\varphi_{dr}$  suit la consigne imposée à 1.13 (Wb) et  $\varphi_{qr}$  s'annule au régime permanent. La figure (IV.12) des courants montre l'évolution des courants qui présentent un pic important au démarrage, avec  $i_{ds} = 23.5$  (A) et  $i_{qs} = 18.5$  (A) puis se stabilise au régime permanent  $i_{ds} = 4.37$  (A) et  $i_{qs} = 0.77$  (A), l'application d'un couple de charge à  $t = 0.7$  (s) influence sur le courant  $i_{qs}$  qui devient égale à 3,36 (A) tandis que son effet est néfaste face à  $i_{ds}$  et aux composantes de flux rotorique. L'application d'un couple de charge affecte également la vitesse donnée sur la figure (IV.15), et le régulateur réagit pour le ramener à sa valeur de référence. Par contre la dynamique du rejet de perturbation est très lente. Ceci constitue l'inconvénient des régulateurs PI dimensionnés à l'aide de la méthode de compensation de pôle. Il faut noter néanmoins que lors de l'application du couple résistant,

les grandeurs statoriques ne sont pas affectées, ceci montre que le découplage est essentiellement assuré.

## 2. Commande sans capteurs mécaniques, à l'aide des régulateurs PI

On refait les mêmes simulations avec les paramètres du (tableau IV.1), en remplaçant les capteurs de flux et de la vitesse par des observateurs à grand gain interconnectés. Les paramètres  $\theta_1$  et  $\theta_2$  qui caractérisent les gains des observateurs sont choisis  $\theta_1 = 40$  et  $\theta_2 = 2000$ . Puis on relève les courbes de simulation qui reproduisent l'évolution des grandeurs vitesse, flux, courants et couple électromagnétique de la machine asynchrone.

Les résultats de simulation sous MATLAB SIMULINK avec leur bloc de simulation sont exposés sur les figures(IV.16), (IV.17), (IV.18), (IV.19), (IV.20).

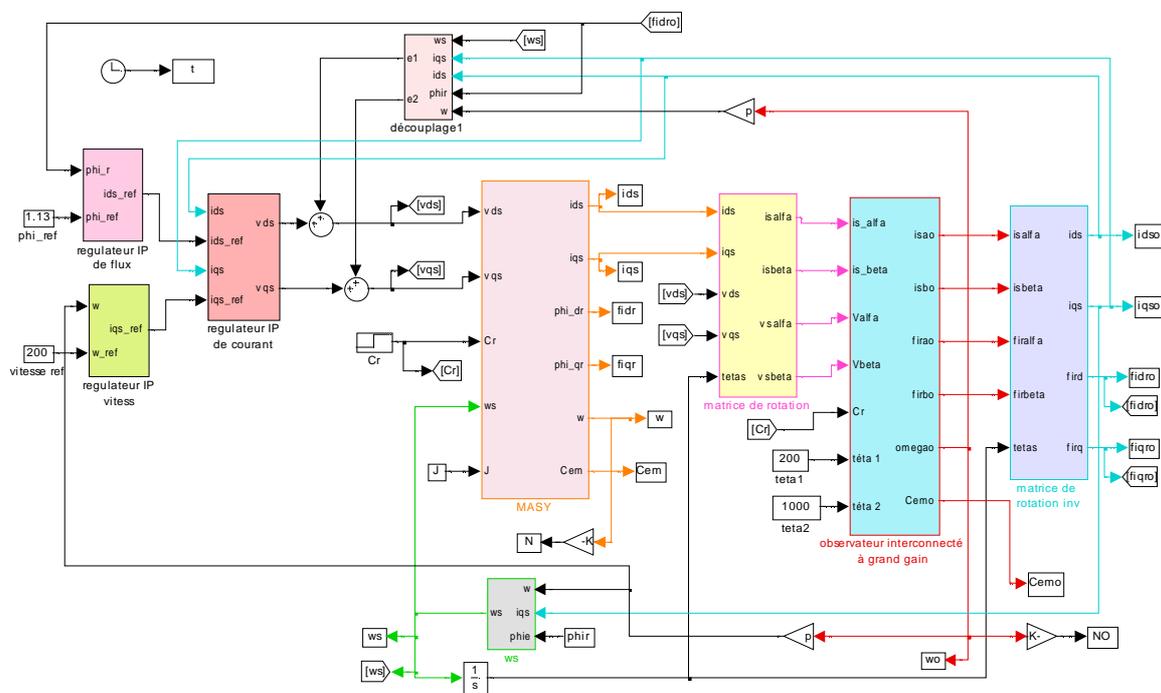


Fig. IV.16 Blocs de simulation de la machine asynchrone raccordée au observateurs à grand gain interconnectés contrôlé par des régulateurs IP (et PI).

En plus des blocs décrits précédemment, on ajoute au bloc de l'observateur à grand gain interconnecté la matrice de rotation et la matrice de rotation inverse, qui sert à passer de la transformation de Concordia à la transformation de Park.

Ces figures illustrent l'évolution des grandeurs de la machine asynchrone face aux observateurs à grand gain interconnectés.

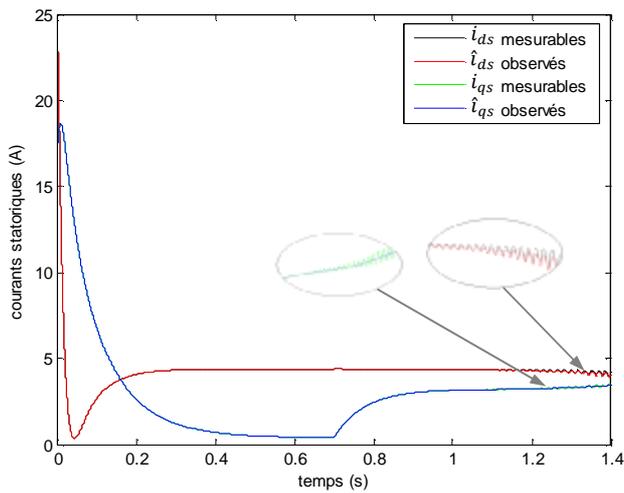


Fig. IV.17 Courants statoriques observés et mesurables.

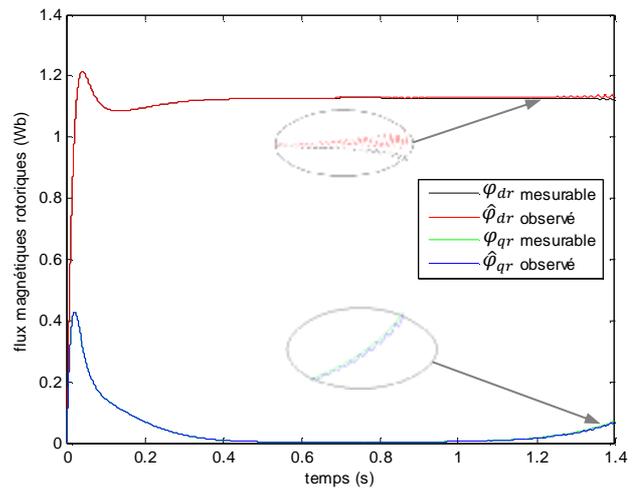


Fig. IV.18 flux magnétiques observés et mesurables.

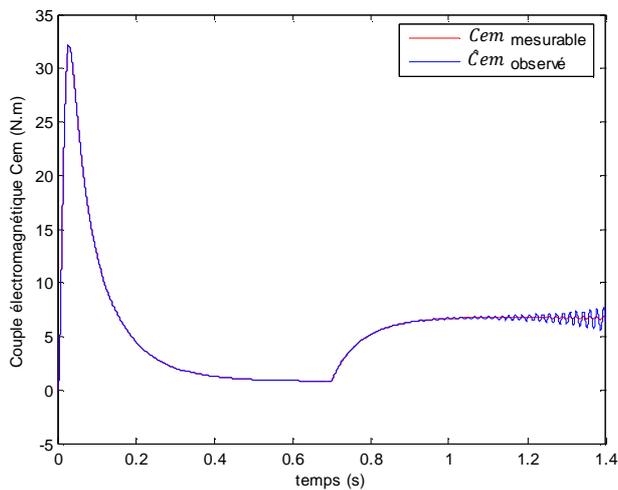


Fig. IV.19 Couple électromagnétique observé et mesurable.

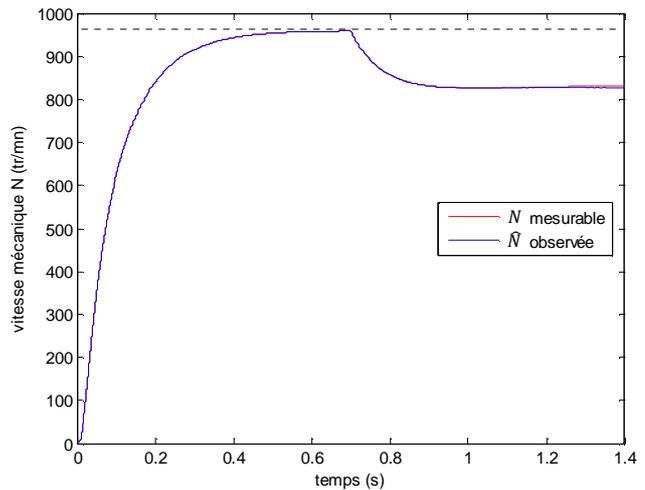


Fig. IV.20 vitesse mécanique observée et mesurable.

***Interprétation***

Si on compare les résultats de simulation de la machine asynchrone avec observateurs à grand gain interconnectées aux résultats de simulation de la machine avec capteur mécanique, contrôlé par la commande vectorielle, on constate que l'évolution des grandeurs électriques magnétiques et mécaniques des figures (IV.17), (IV.18), (IV.19), (IV.20) au démarrage de la machine diffèrent légèrement en amplitudes et en formes des figures (IV.12), (IV.13), (IV.14), (IV.15), tandis qu'au régime permanent elles ont la même dynamique au début puis des ondulations apparaissent celles-ci montre que les grandeurs observées commencent à diverger. Ceci est dû au choix des paramètres  $\theta_1$  et  $\theta_2$  des gains des observateurs. Car pour éviter ces ondulations il faut choisir une autre combinaison de  $\theta_1$  et  $\theta_2$  suffisamment grand pour assuré la convergence de l'observateur. On remarque également que l'observateur à grand gain interconnecté, ne modifie pas le comportement de la commande vectorielle et n'agit pas sur la dynamique de la commande au moment de l'application de couple de charge. On conclut alors que la présence de l'observateur ne modifie pas le comportement des régulateurs PI.

**3. Commande avec capteurs mécaniques, à l'aide des régulateurs IP**

Les régulateurs IP diffèrent des régulateurs PI dans leurs structures voir les figures (I.10) et (I.11). Les paramètres des régulateurs IP des différentes boucles de régulation de la machine asynchrone sont donnés dans le chapitre I, on a adopté la méthode de placement de pôle.

Afin de pouvoir comparer entre les deux types de régulateurs, on choisit les mêmes constantes de temps pour la boucle fermée. Les paramètres des régulateurs IP des différentes boucles de régulation sont illustrés sur le tableau (IV.2). On choisit également le coefficient d'amortissement  $z = 0.607$  pour toutes les grandeurs de la machine. De plus dans un souci de comparaison dans les prochains paragraphes, on gardera les mêmes paramètres de régulation sur le courant et le flux et on utilisera des régulateurs fractionnaires sur la vitesse qui imposent un dépassement à la réponse indicielle.

	modèle du 1 <sup>er</sup> ordre		Modèle BF		régulation		références
	Cte du temps	Gain statique	pulsation $\omega_n$	Cte du temps	$K_i$	$K_p$	$\omega^*$ et $\varphi_r^*$
Pulsation mécanique $\omega$ (rad/s)	3,87	532	21,26	$\tau_\omega = 0,077$	17,6871	0,1861	$\omega^* = 200$
Flux $\varphi_{dr}$ (Wb)	0,09	0,26	106,3	$\tau_\omega / 5 = 0,015$	95,906	40,6157	$\varphi_r^* = 1.13$
Courant $i_{ds}$ et $i_{qs}$	0,004	0,13	2125,7	$\tau_\omega / 100 = 0,0007$	1933,9	72,5887	—

Tableau (IV.2)

Les résultats de simulation sont donnés par les figures (IV.21), (IV.22), (IV.23) et (IV.24) :

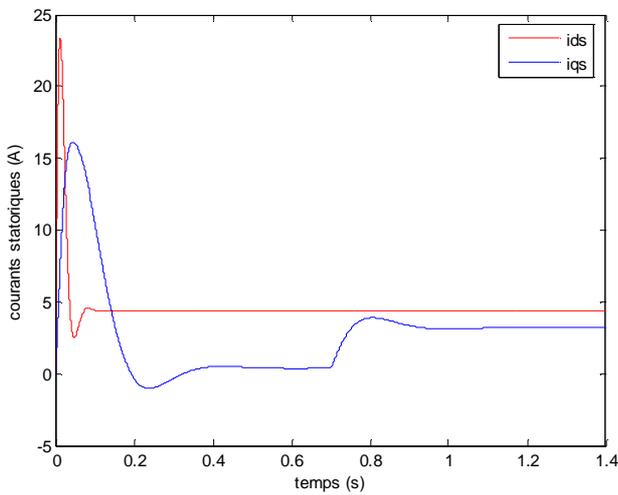


Fig. IV.21 Courants électriques statoriques.

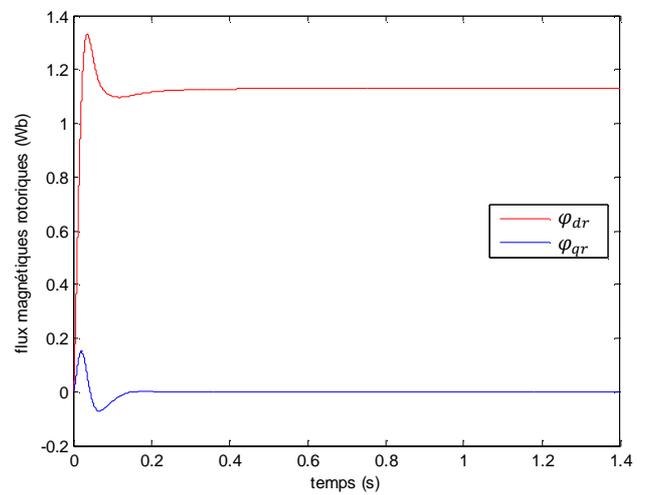


Fig. IV.22 Flux magnétiques rotoriques.

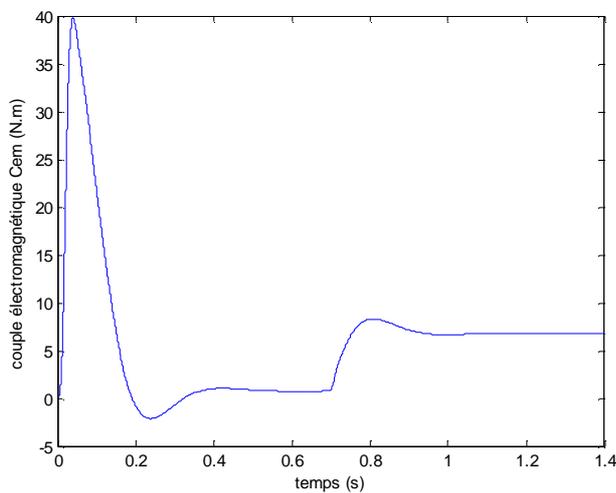


Fig. IV.23 Couple électromagnétique.

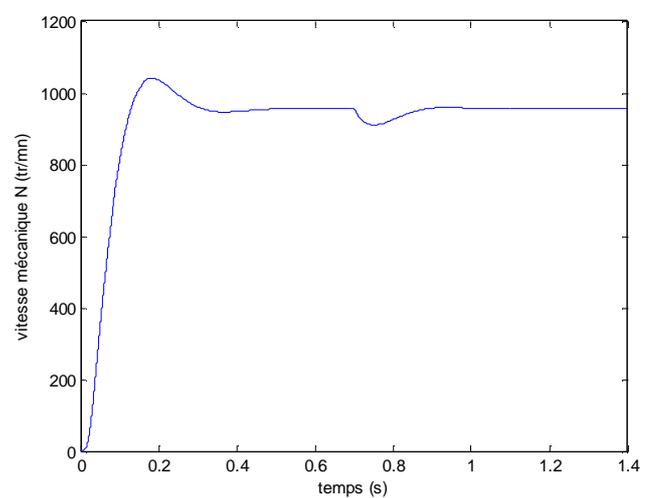


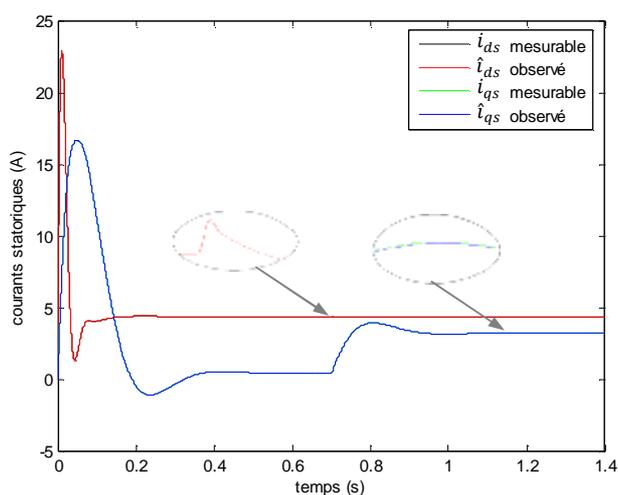
Fig. IV.24 Vitesse mécanique.

### Interprétation

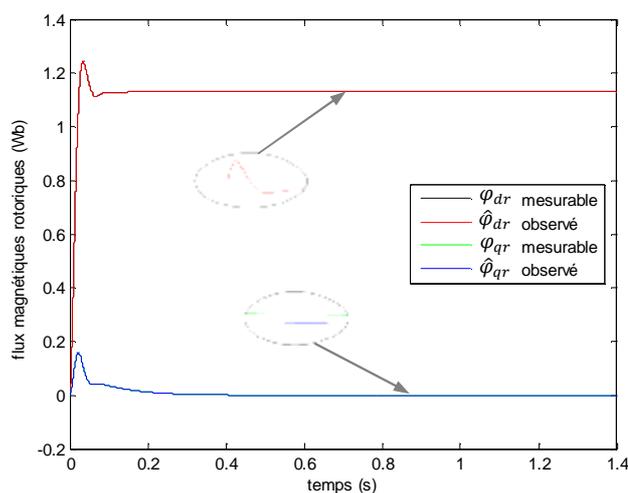
Si on compare les figures (IV.12), (IV.13), (IV.14), (IV.15) des grandeurs de la machines asynchrone commandées par des régulateurs PI, aux figures (IV.21), (IV.22), (IV.23), (IV.24) commandées par des régulateurs IP, on constate une légère différence dans les amplitudes au démarrage de la machine, telle que les dépassements de la vitesse et de couple sont plus importants dans le cas des régulateurs IP. Ensuite on applique un couple de charge de 6 (N.m) à  $t = 0.7(s)$ , on constate que toutes les grandeurs de la machine asynchrone agissent de la même manière que dans le cas des régulateurs PI mais avec une dynamique beaucoup plus rapide. La vitesse chute légèrement au moment de l'application de couple de charge et revient poursuivre la référence au bout de 0.1 (s), c'est la chose qui fait que le régulateur IP est plus avantageux que le régulateur PI.

### 4. Commande sans capteurs mécaniques, à l'aide des régulateurs IP

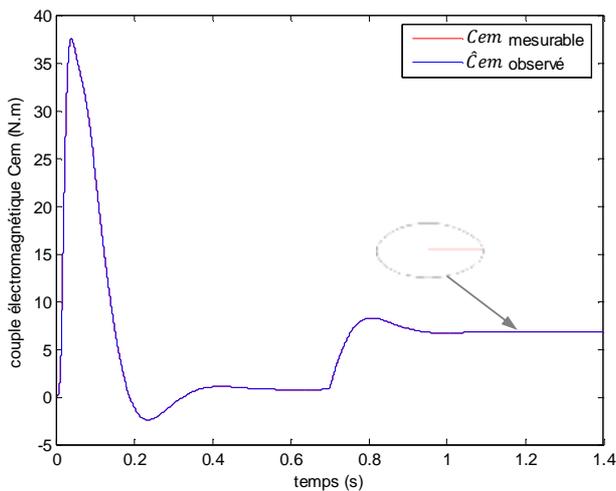
Les paramètres des régulateurs, qui permettent d'effectuer une commande sans capteur mécanique de la machine asynchrone à l'aide des régulateurs IP, sont ceux donnés dans le tableau (IV.2). Les observateurs interconnectés à grand gain sont réglés par les paramètres  $\theta_1$  choisi égale à 200 et  $\theta_2$  égale à 2000. Les simulations de la machine asynchrone sans capteurs mécaniques contrôlée par des régulateurs IP, sont données par les figures (IV.25), (IV.26), (IV.27), (IV.28).



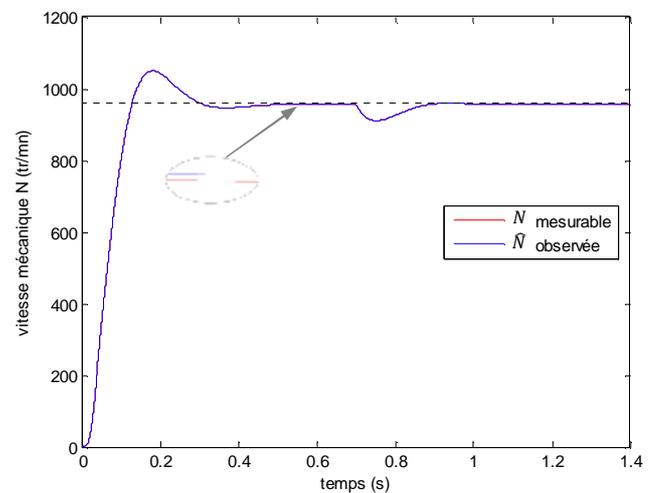
**Fig. IV.25** Courants statoriques observés et mesurables.



**Fig. IV.26** flux magnétiques observés et mesurables.



**Fig. IV.27** Couple électromagnétique observé et mesurable.



**Fig. IV.28** vitesse mécanique observée et mesurable.

### Interprétation

On constate que la dynamique des grandeurs électriques mécanique est magnétiques, estimées par les capteurs logiciels illustrés sur les figures (IV.25), (IV.26), (IV.27), (IV.28) sont similaires aux grandeurs mesurées par des capteurs mécaniques données par les figures (IV.21), (IV.22), (IV.23), (IV.24). La différence entre ces deux cas de figures apparaît dans les dépassements de chaque grandeurs, au démarrage de la machine ; car le dépassement de couple électromagnétique ( $C_{em}$ ) et du flux ( $\varphi_{dr}$ ) des figures (IV.27), (IV.26) observées sont légèrement inférieurs aux valeurs données par les figures (IV.23), (IV.22) mesurées par des capteurs physiques.

On constate également que la dynamique des grandeurs observées et mesurable de la machine asynchrone, illustrées par les figures (IV.25), (IV.26), (IV.27), (IV.28), sont très proches. Alors, on déduit que le choix sur les paramètres de l'observateur à grand gain ( $\theta_1$  et  $\theta_2$ ) est meilleur dans ce cas.

### Conclusion

On conclut que le rejet de perturbation dans le cas des régulateurs PI suit une dynamique très lente, tandis qu'avec les régulateurs IP la dynamique de rejet de perturbation est très rapide. Avec les régulateur PI la dynamique de la vitesse évolue comme un système de

premier ordre, alors qu'avec les régulateurs IP on remarque la formation d'un dépassement au moment de la stabilisation de la vitesse. On conclut également que les observateurs à grand gain interconnectés, n'influence pas sur la dynamique de la commande vectorielle de la machine asynchrone quelque soit le type de régulateur utilisé.

#### ***IV. Application de la commande CRONE à la commande de la machine asynchrone sans capteur mécanique***

Cette partie est consacrée à la commande robuste d'ordre non entier appliquée à la machine asynchrone sans capteur mécanique. Les régulateurs  $PI$  et  $IP$  classiques de la vitesse sont remplacés par des régulateurs  $PI^\alpha$  et  $I^\alpha P$  fractionnaires, dans le but de mener à bien le fonctionnement de la machine. Des objectifs de robustesses (marge de phase  $\Delta\phi$  et  $\omega_c$ ) sont fixés, ils permettent à la machine de continuer à bien fonctionner malgré les défaillances qui surviennent sur la machine. Les paramètres du régulateur  $I^\alpha P$  fractionnaire sont déjà calculés avec la méthode analytique dans le chapitre II, et ceux du régulateur  $PI^\alpha$  fractionnaire optimisé par la méthode d'optimisation par essaim particulaire ils sont illustrés sur les tableaux (IV.4) et (IV.6). Les régulateurs entiers classiques de flux et des courants sont maintenus identiques à ceux des deux tableaux (IV.1) et (IV.2).

##### ***1. Application de la commande $PI^\alpha$ fractionnaire***

Le modèle de la machine asynchrone sans capteurs mécanique au quel on impose les paramètres de régulation des tableaux (IV.3) et (IV.4) est simulé sous Matlab Simulink dans le but de voir l'évolution des grandeurs électriques et mécanique de la machine. La machine asynchrone raccordée aux capteurs logiciels (observateurs à grand gain interconnectés) qui remplace les capteurs mécaniques, et commandé en tenant compte de la régulation non entière de la vitesse, à l'aide de régulateur  $PI^\alpha$  fractionnaire ayant les dimensions du tableau (IV.4), et des régulateurs entiers du flux et des courants ayant les paramètres du tableau (IV.3).

	Paramètres du modèle du 1 <sup>er</sup> ordre		Modèle BF	Paramètres de régulation		Références
	Cte du temps	Gain statique		Cte du temps	$K_i$	
Flux $\varphi_{dr}$ (Wb)	0.09	0,26	$\tau_\omega / 5 = 0,015$	250,0625	22,2458	$\varphi_r^* = 1.13$
Courant $i_{ds}$ et $i_{qs}$	0.004	0,13	$\tau_\omega / 100 = 0.0007$	9781,7	40,0848	-

Tableau (IV.3)

Paramètres du modèle de 1 <sup>er</sup> ordre		Modèle BF		Paramètres de régulation $PI^\alpha$			référence
Cte du temps	Gain statique	$\omega_c$	$\Delta\phi$	$K_i$	$K_p$	$\alpha$	$\omega^*$
3.87	532	12,211	45,5°	0.316	$5.10^{-5}$	0,507	200

Tableau (IV.4)

Les résultats de simulations de la machine asynchrone sont donnés par les figures (IV.29), (IV.30), (IV.31), (IV.32)

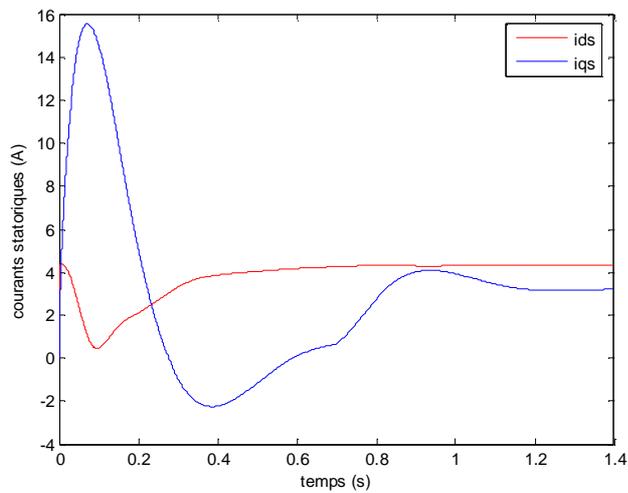


Fig. IV.29 Courants statoriques observés.

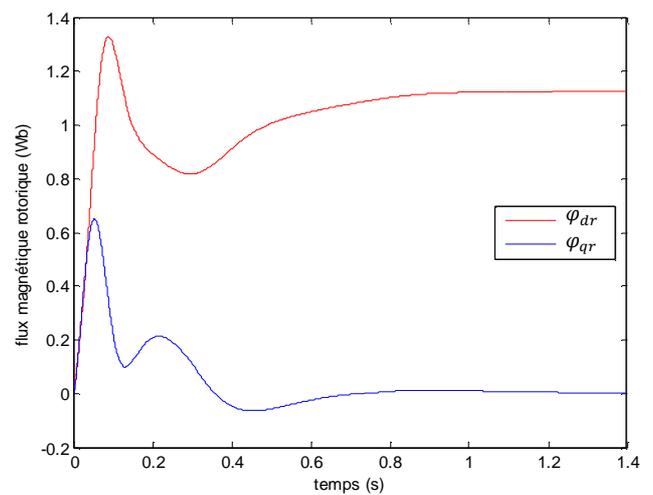


Fig. IV.30 flux magnétiques observés.

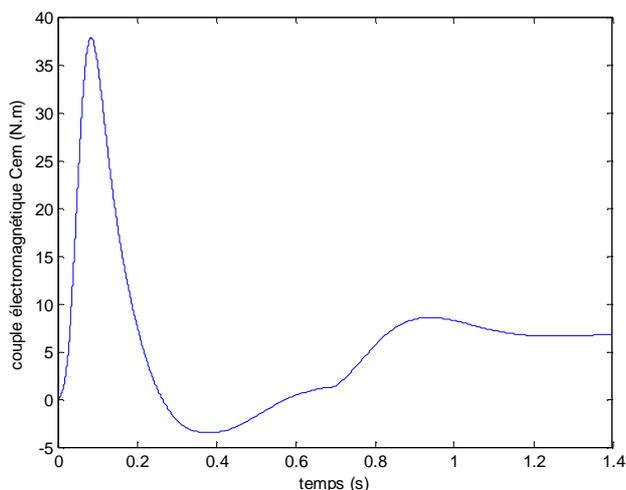


Fig. IV.31 Couple électromagnétique observé.

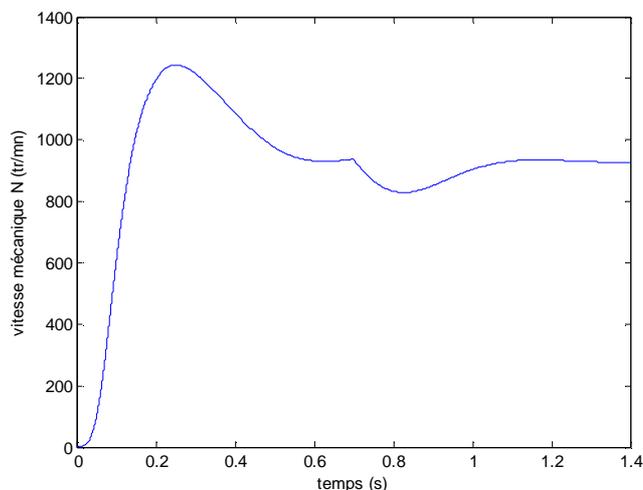


Fig. IV.32 vitesse mécanique observée.

### Interprétation

La commande CRONE, imposée à la vitesse mécanique de la machine asynchrone dans le domaine fréquentiel, est dimensionnée en imposant temps de réponse  $tr_{5\%} = 0,3$  (s) et une marge de phase  $\Delta\phi = 45^\circ$  à la fréquence de coupure  $\omega_c = 12.211$  (rad/s). Les paramètres de régulation  $K_i$  et  $K_p$  optimisés par la méthode de PSO, donnés sur le tableau (IV.4), ont induit à l'évolution de la vitesse illustrée sur la figure (IV.32), on remarque qu'elle est caractérisée par un dépassement considérable apporté par le régulateur fractionnaire et un temps de réponse de 0.6 (s) deux fois plus supérieur que celui imposé. On constate également, contrairement à la régulation  $PI$  classique, le rejet de perturbation appliqué à  $t = 0.7$ (s) d'une valeur égale à 6 (N.m) est plus rapide dans ce cas. Les grandeurs électriques magnétiques et électromagnétiques de la machine illustrées sur les figures (IV.29), (IV.30) et (IV.31) évoluent de manière similaire que les figures données par (IV.17), (IV.18) et (IV.19) avec un temps de réponse plus lent et des dépassements plus au moins proche. En déduit que la commande CRONE, à l'aide de correcteur  $PI^\alpha$  fractionnaire appliqué à la vitesse, modifie légèrement la dynamique de la machine mais le maintien de la marge de phase à  $\Delta\phi = 45^\circ$  garantie la stabilité et la robustesse en stabilité de la commande.

2. Application de la commande  $IP^\alpha$  fractionnaire

On remplace le correcteur  $IP$  classique de la vitesse par un correcteur  $IP^\alpha$  fractionnaire ayant les dimensions calculées analytiquement dans le chapitre II données sur tableau (IV.6) et on maintient ceux des courants et des flux dimensionnés sur le tableau (IV.5).

	modèle du 1 <sup>er</sup> ordre		Modèle BF		régulation		Références
	Cte du temps	Gain statique	pulsation $\omega_n$	Cte du temps	$K_i$	$K_p$	$\omega^*$ et $\varphi_r^*$
Flux $\varphi_{dr}$ (Wb)	0.09	0,26	106.3	$\tau_\omega / 5 = 0,015$	95,906	40,6157	$\varphi_r^* = 1.13$
Courant $i_{ds}$ et $i_{qs}$	0.004	0,13	2125.7	$\tau_\omega / 100 = 0.0007$	1933,9	72,5887	—

Tableau (IV.5)

Paramètres du modèle de 1 <sup>er</sup> ordre		Modèle BF		Paramètres de régulation $IP^\alpha$			Référence
Cte du temps	Gain statique	$\omega_c$	$\Delta\phi$	$K_i$	$K_p$	$\alpha$	$\omega^*$
3,87	532	12,211	$\pi/4$	-165.1421	-0.0019	0,5	200

Tableau (IV.6)

Les résultats de simulation de la machine asynchrone sans capteur mécanique contrôlée à l'aide de la commande robuste utilisant des régulateurs  $IP^\alpha$  fractionnaires, sont illustrés sur les figures (IV.33), (IV.34), (IV.35) et (IV.36)

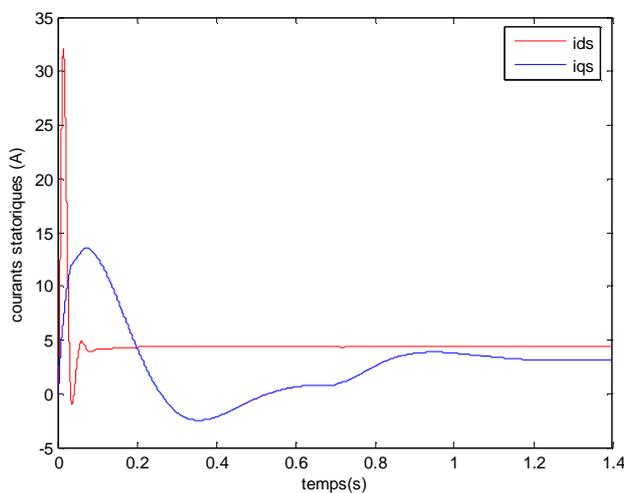


Fig. IV.33 Courants statoriques observés.

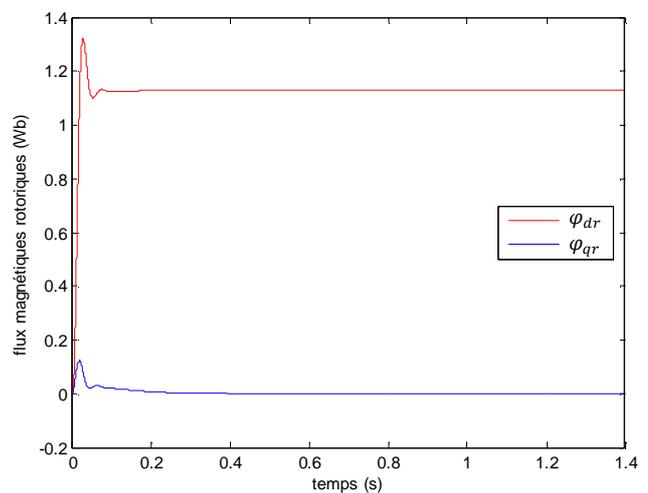
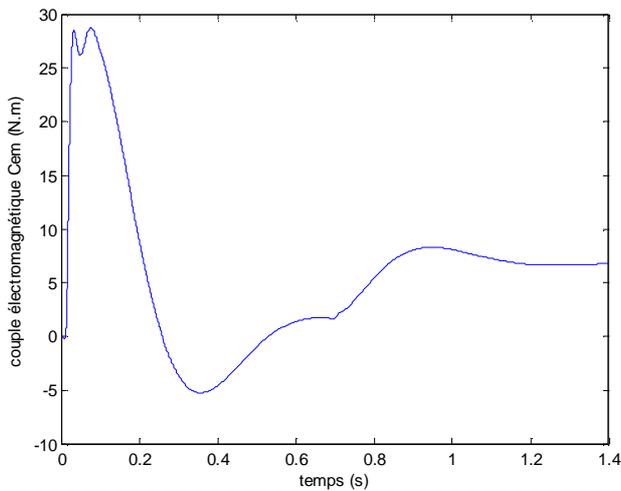
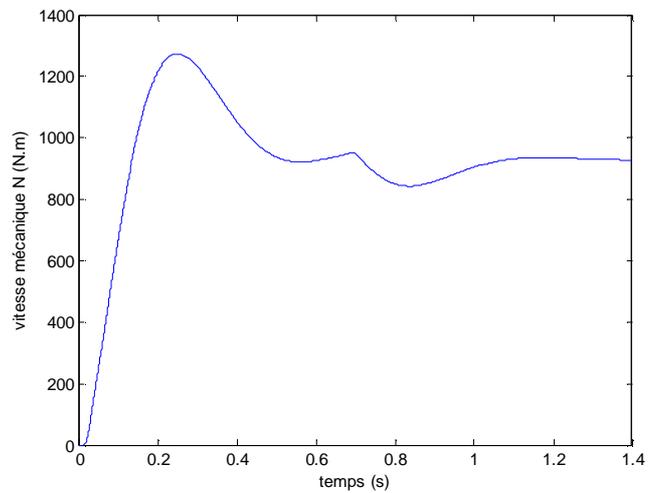


Fig. IV.34 flux magnétiques observés.



**Fig. IV.35** Couple électromagnétique observé.



**Fig. IV.36** vitesse mécanique observée.

### Interprétation

On soumit la boucle de contrôle de la vitesse de la machine asynchrone aux mêmes conditions de robustesse et au même temps de réponse que celui de la commande CRONE avec régulateur  $PI^\alpha$  fractionnaire,  $\Delta\phi = 45^\circ$ ,  $\omega_c = 12.211$  (rad/s) et  $tr\ 5\% = 0,3$  (s). La vitesse donnée par la figure (IV.36) contrôlée par des régulateurs  $I^\alpha P$  fractionnaires suit la même allure que celle de la figure (IV.32). Quant aux grandeurs électriques magnétiques et électromagnétiques illustrés sur les figures (IV.33), (IV.34) et (IV.35) elles ont presque la même dynamique que celle des figures (IV.25), (IV.26) et (IV.27). On conclut que l'application de la commande CRONE au contrôle de la vitesse mécanique influence légèrement la dynamique de la machine en garantissant une meilleure robustesse.

### **Conclusion**

Au début de ce chapitre, la machine asynchrone est d'abord simulée seule raccordé directement au réseau. On a constaté que l'évolution de la dynamique des grandeurs électriques magnétiques et mécaniques sont conformes à celles retrouvées dans des ouvrages dédiés à l'étude de la machine asynchrone.

Puis on applique la commande vectorielle à l'aide des régulateurs classiques PI et IP, calculés dans le domaine fréquentiel, appliqués à la machine asynchrone en tenant compte de la commande avec ou sans capteurs mécanique. On constate que la machine asynchrone répond plus rapidement à la commande IP, et le rejet de perturbation est beaucoup plus lent avec les régulateurs PI. Quant à la présence des observateurs interconnectés à grand gain, on conclut qu'ils fonctionnent indépendamment de la commande. Car, on a comparé entre les résultats de simulation de la machine asynchrone commandée avec capteurs mécanique et sans capteurs physique, on a constaté que la dynamique des grandeurs mécaniques électrique et magnétiques de la machine sont très similaires.

Dans le but de reconstituer la vitesse mécanique de la machine asynchrone sans capteurs mécanique, à l'aide d'un capteur logiciel, on a adopté l'observateur à grand gain interconnecté. On constate qu'il a la particularité de se servir d'un gain réglable qui lui est propre pour observer la vitesse et le flux. Pour minimiser l'erreur d'estimation on agit arbitrairement sur les coefficients  $\theta_1$  et  $\theta_2$  inclus dans les deux matrices  $S_1$  et  $S_2$  des gains de l'observateur, ils sont imposés suffisamment grand pour garantir leur efficacités.

En fin, on applique la commande robuste d'ordre non entier à la commande de la vitesse de la machine asynchrone sans capteur mécanique. On conclut que cette commande modifie légèrement la dynamique des grandeurs de la machine asynchrone, mais garantie un meilleur degré de stabilité, alors la commande robuste d'ordre non entier procure un avantage particulier à la machine asynchrone, qui est de continuer à bien fonctionner, même si les conditions de fonctionnement de la machine changes.

# ***Conclusion Générale***

Notre travail est porté sur l'étude de la commande vectorielle sans capteur mécanique, à l'aide de régulateurs fractionnaires. Il est partagé en quatre chapitres principaux, auxquels on attribue une étude théorique validée par des simulations sous logiciel Matlab, puis appliqué à la machine asynchrone dans le dernier chapitre.

On a commencé par l'étude de la commande vectorielle, et de la régulation classique dans le domaine temporel. Des régulateurs  $PI$  et  $IP$  classiques avec capteur mécanique ont été adoptés. On a choisit la méthode de la compensation des pôles, appliquée au régulateur  $PI$  et la méthode du placement de pôle appliquée au régulateur  $IP$  classique. On a constaté que l'influence de la commande à l'aide des régulateurs  $IP$  sur la dynamique de la machine asynchrone diffère de celle de régulateurs  $PI$  tel que les contrôleurs  $IP$  rejettent plus vite la perturbation et répondent plus rapidement aux exigences de la commande, contrairement aux contrôleurs  $PI$ .

La conception d'une commande robuste appelée « CRONE », et d'une méthode d'optimisation par essaim particulière appelée « PSO » ont été la second problématique abordée. D'abord, on dimensionne la commande dans le domaine temporel, ensuite on étudie les régulateurs  $PI$  et  $IP$  classiques dans le domaine fréquentiel. Dans le but de connaître leurs performances en boucle fermée, de voir l'évolution de la réponse indicielle et de mesurer le degré de stabilité des deux commandes, on développe un programme informatique sous Matlab, qui nous permet de simuler et de comparer entre les deux méthodes appliquées à la machine asynchrone, puis on tire les conclusions. On a constaté que les deux commandes répondent aux exigences de la stabilité et de la rapidité imposées mais ne répondent pas aux exigences de la robustesse, donc ces régulateurs sont stables précis mais pas robuste. Pour remédier à ce problème, on a proposé de remplacer l'intégrateur entier, des deux contrôleurs, par un intégrateur d'ordre non entier. Il apporte un degré de liberté supplémentaire qui permet d'imposer la marge de phase, donc le degré de stabilité est maintenant contrôlable. Le développement mathématique des équations de la commande  $IP^\alpha$  fractionnaire est possible analytiquement, tandis que celles de la commande  $PI^\alpha$  fractionnaire nous mène à des équations plus complexes qui s'avèrent impossible à résoudre. Dans ce cas, on a fait appel à

la méthode d'optimisation par essaim particulière, qui permet de faire atteindre aux régulateurs  $PI^\alpha$  fractionnaires des performances d'un intégrateur non entier généralisé en boucle ouverte. Après avoir effectué plusieurs fois la simulation sous Matlab, on est parvenu à avoir des résultats mesurant le degré de stabilité très satisfaisant, et l'application des régulateurs  $PI^\alpha$  et  $I^\alpha P$  fractionnaires, à la commande de la vitesse mécanique de la machine asynchrone sans capteur mécanique montre que, cette commande modifie légèrement la dynamique du régime transitoire des grandeurs physiques de la machine asynchrone mais garantie la robustesse.

On a aussi abordé le problème de la commande sans capteur mécanique de la machine asynchrone dans le troisième chapitre. L'objectif qu'on s'est fixé est de synthétiser des capteurs logiciels qui servent à réduire le nombre de capteurs physiques dans la machine asynchrone. A cet effet des observateurs à grand gain interconnecté ont été élaborés, ils sont conçus dans le but de remplacer les capteurs physiques de la vitesse et de flux magnétique. Ces observateurs sont caractérisés par des gains, réglables par des paramètres  $\theta_1$  et  $\theta_2$ , qui servent à annuler l'erreur d'estimation. On a constaté que le bon fonctionnement de l'observateur est possible seulement si le choix sur les paramètres  $\theta_1$  et  $\theta_2$  est bon. Après la synthèse de l'observateur, on applique la commande vectorielle, d'abord avec les régulateurs  $PI$  et  $IP$  entier ensuite avec des régulateurs  $PI^\alpha$  et  $I^\alpha P$  fractionnaires. Les résultats de simulation de la commande montrent que, l'influence de l'observateur à grand gain interconnecté sur la commande classique et la commande CRONE, est minime.

Du point de vue scientifique, la conception de nouvelles méthodes de commande non linéaire robustes sans capteur mécanique reste un sujet de préoccupation majeur pour les scientifiques. Ce problème constitue d'ailleurs une perspective de continuité de ce mémoire.

# Bibliographie

- [1] **L Ait Messaoud, R Mansouri, S Haddad** « Programmation non linéaire avec Optimisation par Essaims Particulaires : Calcul des Paramètres Optimaux d'un Correcteur Fractionnaire ». *6ème Rencontre d'Analyse Mathématique et ses Applications, RAMA VI, 26-28 Avril 2008, Tizi-Ouzou, Algérie.*
- [2] **L Ait Messaoud** « Contribution à la commande des systèmes par des régulateurs d'ordre non entier. Application à la commande de la machine asynchrone » *mémoire de magister en automatique, Université UMMTO de Tizi-Ouzou 2007.*
- [3] **I Al-Rouh** « Contribution à la commande sans capteur de la machine asynchrone » *thèse de doctorat, Université Henri Poincaré, Nancy-I, 2004.*
- [4] **D Arzelier** « représentation et analyse des systèmes linéaires » *note de cours, LAAS-CNRS Toulouse*
- [5] **L Baghli** « Contribution à la commande de la machine asynchrone: utilisation de la logique flou, des réseaux de neurones et des algorithmes génétiques » *Thèse de doctorat de, Université Henri Poincaré - Nancy-I, France, 1999.*
- [6] **L Baghli** « Modélisation et commande de la machine asynchrone » *notes de cours de l'Université Henri Poincaré - Nancy-I, 2005.*
- [7] **J.P Barbot** « Observateurs pour le diagnostic » *exposé ECS-EA-3649-ENSEA, Membre de l'Équipe Projet ALIEN, INRIA-Futurs.*
- [8] **S Bazi** « Contribution à la Commande Robuste d'une Machine Asynchrone par la Technique PSO' Particle Swarm Optimization' » *mémoire de Magister en Electrotechnique l'Université de Batna 2009.*
- [9] **M Benallouch** « Observation des systèmes non-linéaires à entrées inconnues, application à la pile à combustible de type PEM » *thèse de doctorat, Université de Strasbourg 2009.*

- [10] **G Besançon** « Advanced Topics in Control Systems Theory », *LNCIS 328*, pp. 61–89, Springer Verlag London 2006.
- [11] **G Bornard, H Hamouri**, « A high gain observer for a class of uniformly observable systems » *IEEE, Brighton, Great Britain, 1991*.
- [12] **T Boumegoura** « Recherche de signature électromagnétique des défauts dans une machine asynchrone et synthèse d'observateurs en vue du diagnostic » *thèse de doctorat, Ecole Centrale De Lyon 2001*.
- [13] **T Boutabba** « Commande vectorielle en temps discret d'une Machine à Induction » *mémoire de Magister en Electrotechnique Université de Batna 2008*.
- [14] **D Boutat** « La notion d'observateur pour les systèmes non linéaires » *Cours d'école doctorale, ENSI de Bourges, Institut PRISME FRANCE*
- [15] **G Buche** « Commande vectorielle de machine asynchrone en environnement temps réel » *mémoire d'ingénieur 2001 Grenoble*.
- [16] **S Canat** « Contribution à la modélisation dynamique d'ordre non entier de la machine asynchrone à cage » *thèse de Doctorat, Institut National Polytechnique De Toulouse 2005*.
- [17] **C Canudas De Wit** « Observability Conditions of Induction Motors at Low Frequencies » *Laboratoire d'Automatique de Grenoble, 2000*.
- [18] **J.P Caron, J.P Hautier** « Modélisation et commande de la machine asynchrone » *Edition TCHNIP 1995*.
- [19] **J.P Corriou** « Commande des procédés » *l'Ecole ENSIG de Nancy Edition Lavoisier*.
- [20] **B De Fornel, J.P Louis** « identification et observation des actionneurs électriques 1, mesures et identification » *Edition HERMES, Lavoisier 2007*.
- [21] **B El-Kebir** « systèmes asservis » *édition de l'école polytechnique de Montréal 1995*.
- [22] **O Enacheanu** « Modélisation fractale des réseaux électriques » *thèse de doctorat, Grenoble 2008*.
- [23] **M Etique** « Entraînements réglés » *cours de Haute Ecole d'Ingénierie et de Gestion du Canton de Vaud mars 2006*.
- [24] **M Etique** « régulation automatique » *Haute Ecole d'Ingénierie et de Gestion du Canton de Vaud, Yverdon-les-Bains, septembre 2009*.

- [25] **H Foch, F Forest, T Meynard** « Onduleurs de tension ‘Mise en œuvre’ » *Technique de l'ingénieur D3 177, traité Génie électrique.*
- [26] **M Ghanes** « Observation et commande de la machine asynchrone sans capteur mécanique » *thèse de Doctorat, IRCCyN de Nantes 2005.*
- [27] **M Ghanes, A Girin, T Saheb** « Original Benchmark for sensorless induction motor drives at low frequencies and validation of high gain observer » *Proceeding of the 2004 American Control Conference Boston, Massachusetts.*
- [28] **G Grellet, G Clerc** « Actionneurs électriques » *Edition Eyrolles 2000.*
- [29] **H Hammouri, G Besançon** « Nonlinear Observers and Applications », *LNCIS 363, pp. 35–70, pp. 1–33, Springer-Verlag Berlin Heidelberg 2007.*
- [30] **A Hubert** « Commande des systèmes dynamiques » *presse Universitaire Franche-Compté 2008.*
- [31] **M.T Huynh** « Application de l'Optimisation par Essaim Particulaire à la représentation de matrices de préférence valuées » *Université Libre De Bruxelles 2009.*
- [32] **Y Janat** « Commande crone monovariante et multivariante de systèmes peu amortis » *thèse de Doctorat, Université TOULOUSE III-Paul Sabatier, 2007.*
- [33] **J Kennedy, R Eberhart** « Particle Swarm Optimization ». *IEEE International Conference Neural Networks, vol, IV, pp.1942-1948 Perth, Australia, 1995.*
- [34] **M.A Khalfa1, R Randoulsi, A Sellami1, R Mhiri1** « Commande vectorielle indirecte d'une pompe centrifuge photovoltaïque au fil de soleil » *Revue des Energies renouvelables CICME'08 Sousse, 2008, Tunisie.*
- [35] **M Kherbouche** « minimisation du courant statorique par l'optimisation du niveau de flux dans une machine à induction commandée par la méthode de flux orienté » *Ecole Nationale Polytechnique El Harrach, Alger 2005.*
- [36] **H Kaoro, H K Dong** « Vector control for loss minimization of induction motor using GA-PSO » *Department of C.I. & S.S., Tokyo Institute of Technology G3-49, 4259 Nagatsuta, Midori-ku, Yokohama-city, 226-8502, Japan, Elsevier 2008, ScienceDirect.*
- [37] **A Larabi** « Contribution à l'étude de la commande vectorielle discrète de la machine asynchrone » *Thèse de Doctorat d'Etat en Electronique ENP Alger.*

- [38] **F Larbrique, G Seguir, R Bausiere** « les convertisseurs de l'électronique de puissance 'La conversion continu alternatif' » *Volume III, Edition tec&doc Technique-Lavoisier, Paris 1989.*
- [39] **C Lobry, T Sari** « Introduction à la théorie du contrôle » <http://www.math.uha.fr/sari/papers/lscimpa1.pdf>.
- [40] **A Lokriti, Y Zidani** « Comparaison des performances des régulateurs PI et IP appliqués pour la commande vectorielle à flux rotorique orienté d'une machine asynchrone » *8e Conférence Internationale de Modélisation et Simulation - MOSIM'10 - 10 au 12 mai 2010- Hammamet-Tunisie.*
- [41] **S Manabe** «The Non-Integer Integral and its Application to Control Systems». *English Translation Journal of Japan, vol.6, n°3-4, pp.83-87, 1961.*
- [42] **R Mansouri** « contribution à l'analyse et la synthèse des systèmes d'ordre fractionnaire par la représentation d'état » *thèse de Doctorat en Electrotechnique UMMTO 2008.*
- [43] **R Mansouri, M Bettayeb, S Djennoune** « Non integer order I-P pole placement controller design : Application to Induction motor control » *International Review of Electrical Engineering (IREE), ISSN 1827-6660.*
- [44] **R Mansouri, S Djennoune, S Haddad, M Bettayeb** « Permanent magnet synchronous motor control using fractional I-P controllers ». *Second International Conference on Electrical Systems. ICES'06, 8-10 May 2006, Oum El Bouaghi, Algeria.*
- [45] **A Merabet** « Commande non linéaire à modèle prédictif pour une machine asynchrone » *thèse de doctorat, Université de QUEBEC à CHICOUTIMI, Mai 2007.*
- [46] **A Oustaloup** « la dérivation non entière » *Edition HERMES, Paris, 1995.*
- [47] **A Oustaloup, B Mathieu** « La commande CRONE du scalaire au multivariable » *Editions HERMES, Paris, 1999.*
- [48] **A Oustaloup** « La commande CRONE » *Editions HERMES, Paris, 1991.*
- [49] **R Qi, B Hu, P.H Cournede** « PSOTS: A Particle Swarm Optimization Toolbox in Scilab » *978-1-4244-4453-3 / 09 / 2009 IEEE.*
- [50] **B Robyns, B François, P Degobert, J.P Hautier** «commande vectorielle de la machine asynchrone » *Edition TCHNIP 2007.*

- [51] **V.P Sakthivel** « Multi-objective parameter estimation of induction motor using particle swarm optimization » *Engineering Applications of Artificial Intelligence* (2009), doi: 10.1016 / j.engappai.2009.06.004 *ScienceDirect*.
- [52] **A.I Tiçlea** « techniques d'immersion pour l'estimation non linéaire application aux systèmes de puissance » *thèse de Doctorat à l'université de Grenoble, Laboratoire D'automatique 2006*.
- [53] **B Tounsi** « Etude comparative de groupes électrogènes embarqués à large gamme de vitesse variable associant machines à aimants permanents et conversion statique » *Thèse de Doctorat, Laboratoire Plasma et Conversion d'Energie de l'ENSEEIH, Toulouse 2007*.
- [54] **G Videau** « Contrôle d'intégrité paramétrique par satisfaction de contraintes: cas des systèmes non linéaires non linéaires à temps continu » *Université de Bordeaux, 2008*.
- [55] **A Xu** « Observateurs adaptatifs non-linéaires et diagnostic de pannes » *thèse de doctorat, Université de Rennes1, septembre 2002*.

# Annexe A

## ***Paramètres de la machine asynchrone***

Puissance nominale	$P_n = 1500 [W]$
Vitesse de synchronisme	$N = 1500 [tr/mn]$
Le couple de charge nominale	$Cr = 10 [N.m]$
Résistance statorique	$R_s = 4,85 [\Omega]$
Résistance rotorique	$R_r' = 3,08 [\Omega]$
Inductance cyclique statorique	$L_s = 0,274 [H]$
Inductance cyclique rotorique	$L_r = 0,274 [H]$
Inductance cyclique mutuelle	$L_m = 0,258 [H]$
Nombre de paire de pôle	$p = 2$
L'inertie	$J = 0,031 [Kg.m^3]$
Coefficient des frottements	$k_f = 0,008$
Le courant	$I = 6,31/3,64 [A]$

## ***Paramètres du réseau électrique***

La tension	$V = 220/380 [V]$
La fréquence	$f = 50 [Hz]$

# Annexe B

## Développement des expressions qui sert à dimensionner les paramètres des régulateur PI et IP classique dans le domaine fréquentiel.

*Dimensionnement du régulateur IP classiques :*

La fonction de transfert en boucle ouverte est donnée :

$$H_{BO}(s) = \frac{K_i K_p G_0 / \tau}{s \left( s + \left( \frac{1 + K_p G_0}{\tau} \right) \right)} \quad (\text{B } 1)$$

La fonction de transfert en boucle fermée est donnée par :

$$G_{BF}(s) = \frac{K_i K_p G_0 / \tau}{s^2 + \left( \frac{1 + K_p G_0}{\tau} \right) s + \frac{K_i K_p G_0}{\tau}} \quad (\text{B } 2)$$

L'expression du gain de la fonction de transfert en boucle ouverte est :

$$|H_{BO}(j\omega)| = \frac{K_i K_p G_0 / \tau}{\omega \left( \omega^2 + \left( \frac{1 + K_p G_0}{\tau} \right)^2 \right)^{1/2}} \quad (\text{C } 3)$$

§ En utilisant l'équation de la marge de phase on obtient pour  $\omega = \omega_c$ :

$$\Delta\phi = 180^\circ - 90^\circ - \arctg\left(\frac{\tau \omega_c}{1 + K_p G_0}\right) + \arctg\left(\frac{0}{K_i K_p G_0 / \tau}\right) \quad (\text{B } 4)$$

$$\Rightarrow \Delta\phi = 90^\circ - \operatorname{arctg}\left(\frac{\tau \omega_c}{1 + K_p G_0}\right) \quad (\text{B } 5)$$

$$\Rightarrow \operatorname{arctg}\left(\frac{\tau \omega_c}{1 + K_p G_0}\right) = 90^\circ - \Delta\phi \quad (\text{B } 6)$$

$$\Rightarrow \frac{\tau \omega_c}{1 + K_p G_0} = \operatorname{tg}(90^\circ - \Delta\phi) \quad (\text{B } 7)$$

$$\Rightarrow \tau \omega_c = (1 + K_p G_0)(\operatorname{tg}(90^\circ - \Delta\phi)) \quad (\text{B } 8)$$

$$\Rightarrow \tau \omega_c = \operatorname{tg}(90^\circ - \Delta\phi) + K_p G_0 \operatorname{tg}(90^\circ - \Delta\phi) \quad (\text{B } 9)$$

Qui permet de déterminer le paramètre  $K_p$ :

$$K_p = \frac{\tau \omega_c - \operatorname{tg}(90^\circ - \Delta\phi)}{G_0 \operatorname{tg}(90^\circ - \Delta\phi)} \quad (\text{B } 10)$$

§  $|H_{BO}(j\omega)|_{dB} = 0 \Rightarrow |H_{BO}(j\omega)| = 1$  pour  $\omega = \omega_c$

On obtient :

$$|H_{BO}(j\omega_c)| = \frac{K_i K_p G_0 / \tau}{\omega_c \left( \omega_c^2 + \left( \frac{1 + K_p G_0}{\tau} \right)^2 \right)^{1/2}} = 1 \quad (\text{B } 11)$$

$$\Rightarrow K_i K_p G_0 / \tau = \omega_c \left( \omega_c^2 + \left( \frac{1 + K_p G_0}{\tau} \right)^2 \right)^{1/2} \quad (\text{B } 12)$$

$$\Rightarrow K_i = \frac{\tau \omega_c}{G_0 K_p} \left( \omega_c^2 + \left( \frac{1 + K_p G_0}{\tau} \right)^2 \right)^{1/2} \quad (\text{B } 13)$$

On remplace l'expression de  $K_p$  dans  $K_i$  on obtient :

$$K_i = \frac{\tau \omega_c}{G_0 \left( \frac{\tau \omega_c - tg(90^\circ - \Delta\phi)}{G_0 tg(90^\circ - \Delta\phi)} \right)} \left( \omega_c^2 + \left( \frac{1 + \left( \frac{\tau \omega_c - tg(90^\circ - \Delta\phi)}{G_0 tg(90^\circ - \Delta\phi)} \right) G_0}{\tau} \right)^2 \right)^{1/2} \quad (B 14)$$

Après avoir remplacé  $K_p$  par son expression donnée par l'équation (B10), l'expression du paramètre  $K_i$  est finalement donnée par :

$$K_i = \frac{\tau \omega_c}{\left( \frac{\tau \omega_c - tg(90^\circ - \Delta\phi)}{tg(90^\circ - \Delta\phi)} \right)} \left( \omega_c^2 + \left( \frac{1}{\tau} + \left( \frac{\tau \omega_c - tg(90^\circ - \Delta\phi)}{\tau tg(90^\circ - \Delta\phi)} \right) \right)^2 \right)^{1/2} \quad (B15)$$

### ***Dimensionnement des régulateurs PI classiques***

La fonction de transfert en boucle ouverte est dans ce cas donné par:

$$G_{BO}(s) = \left( k_i \frac{1}{s} + k_p \right) \left( \frac{G_0}{1 + \tau s} \right) = \left( \frac{k_i + k_p s}{s} \right) \left( \frac{G_0}{1 + \tau s} \right) \quad (B 16)$$

La fonction de transfert en boucle fermée est :

$$G_{BF}(s) = \frac{G_0 K_i \left( \frac{K_p}{K_i} s + 1 \right)}{(\tau s + 1) \left( s + (K_p s + K_i) \left( \frac{G_0}{\tau s + 1} \right) \right)} \quad (B 17)$$

L'expression de module du gain de la boucle ouverte est :

$$|G_{BO}(j\omega)| = \frac{G_0 \left( k_i^2 + (k_p \omega)^2 \right)^{1/2}}{\omega (1 + (\tau \omega)^2)^{1/2}} \quad (B 18)$$

§ Pour  $\omega = \omega_c$ ,  $|G_{BO}(j\omega)| = 1$ :

$$k_i^2 + (k_p \omega_c)^2 = \left(\frac{\omega_c}{G_0}\right)^2 (1 + (\tau \omega_c)^2) \quad (\text{B } 19)$$

Supposons  $A = \left(\frac{\omega_c}{G_0}\right)^2 (1 + (\tau \omega_c)^2)$  de l'expression (B 19)

Alors :

$$k_i^2 + (k_p \omega_c)^2 = A \quad (\text{B } 20)$$

§ L'expression de la marge de phase

$$\Delta\phi = 180^\circ + \text{arg}(G_{BO}(j\omega_c)) \quad (\text{B } 21)$$

$$\Rightarrow \Delta\phi = 180^\circ - 90^\circ + \text{arctg}\left(\frac{k_p \omega_c}{k_i}\right) - \text{arctg}(\tau \omega_c) \quad (\text{B } 22)$$

$$\Rightarrow \text{arctg}\left(\frac{\omega_c k_p}{k_i}\right) = \Delta\phi - 90^\circ + \text{arctg}(\tau \omega_c) \quad (\text{B } 23)$$

$$\Rightarrow \frac{k_p}{k_i} = \frac{1}{\omega_c} \text{tg}(\Delta\phi - 90^\circ + \text{arctg}(\tau \omega_c)) \quad (\text{C } 24)$$

Supposons :

$$B = \frac{1}{\omega_c} \text{tg}(\Delta\phi - 90^\circ + \text{arctg}(\tau \omega_c)) \quad (\text{B } 25)$$

Alors :

$$\frac{k_p}{k_i} = B \quad (\text{B } 26)$$

De l'expression (B 20) et (B 26) on aura :

$$\left\{ \begin{array}{l} k_i^2 + (k_p \omega_c)^2 = A \Rightarrow k_i^2 = A - k_p^2 \omega_c^2 \end{array} \right. \quad (\text{B } 27)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{k_p}{k_i} = B \Rightarrow k_p^2 = k_i^2 B^2 \end{array} \right. \quad (\text{B } 28)$$

On remplace (B 28) dans (B 27) on aura :

$$\begin{aligned}k_p^2 &= (A - k_p^2 \omega_c^2) B^2 \\ \Rightarrow k_p^2 &= A B^2 - k_p^2 \omega_c^2 B^2 \\ \Rightarrow k_p^2 (1 + \omega_c^2 B^2) &= A B^2 \\ \Rightarrow k_p^2 &= \frac{A B^2}{(1 + \omega_c^2 B^2)}\end{aligned}\tag{B 29}$$

D'où l'expression du gain  $k_p$

$$k_p = \frac{1}{G_0} \operatorname{tg}(\Delta\phi - 90^\circ + \operatorname{arctg}(\tau \omega_c)) \left( \frac{1 + (\tau \omega_c)^2}{1 + (\operatorname{tg}(\Delta\phi - 90^\circ + \operatorname{arctg}(\tau \omega_c)))^2} \right)^{1/2}\tag{B 30}$$

Puis on remplace l'expression de  $k_p$  dans (B 26) :

$$k_i = \left( \frac{\omega_c}{G_0} \right) \left( \frac{1 + (\tau \omega_c)^2}{1 + (\operatorname{tg}(\Delta\phi - 90^\circ + \operatorname{arctg}(\tau \omega_c)))^2} \right)^{1/2}$$