

République Algérienne Démocratique et Populaire  
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique

UNIVERSITE MOULOUD MAMMARI DE TIZI-OUZOU

FACULTE DU GENIE ELECTRIQUE ET D'INFORMATIQUE  
DEPARTEMENT D'AUTOMATIQUE

## Mémoire de Fin d'Etudes MASTER ACADEMIQUE

Spécialité : **Commande des systèmes**  
Filière : **Génie électrique**

*Présenté par*  
**Fatah KOUCHI**  
**Salah Eddine KHIAR**

Mémoire dirigé et proposé par **Mr Boualem SALHI**

### Thème

# Commande adaptative par Backstepping d'une machine à courant continu

*Mémoire soutenu publiquement le 30 / 09 / 2015 devant le jury composé de :*

**Nom : Maidi      Prénom : Ahmed**  
MAA, UMMTO, Président

**Nom : Salhi      Prénom : Boualem**  
MAA, UMMTO, Encadreur

**Nom : Touat      Prénom : Mouhandou Achour**  
MAA, UMMTO, Examineur

**Nom : Haddouche      Prénom : Arezki**  
MAA, UMMTO, Examineur

## Remerciements

---

Nous tenons à remercier profondément Dieu, le tout puissant de nous avoir donné le courage, la volonté, ainsi que la santé pour réaliser ce modeste travail.

Nous tenons à exprimer nos vifs remerciements et nos sincères reconnaissances à **Mr SALHI Boualem**, pour sa disponibilité, ses conseils judicieux, ses directives et ses orientations concernant notre projet de fin d'étude, tout en nous accordant sa confiance et en nous faisant profiter de sa large expérience tout au long de la réalisation de ce projet de fin d'étude.

Nous remercions les membres de jury qui ont fait l'honneur de participer au jugement de ce travail.

Nous tenons à remercier toutes les personnes qui ont contribué au bon déroulement de ce projet de fin d'étude :

- ❖ A tous les professeurs de la faculté génie électrique pour leurs conseils et leurs orientations.
- ❖ Aux personnels du département.
- ❖ A nos parents et à toute la famille **KOUCHI** et **KHIAR**
- ❖ A nos frères et sœurs.
- ❖ A tous nos amis.

Et enfin nos remerciements à toutes les personnes qui ont contribué de près ou de loin à la réalisation de ce projet de fin d'étude.

## Dédicaces

---

### Je dédie ce modeste travail à:

- Mes très chers parents qui ont fait de moi ce que je suis aujourd'hui et qui ont veillé de guider mes pas durant toute ma vie par leurs aides, leur grands émotions, leur sacrifices, et leur soutien et encouragement pendant la réalisation du projet de fin d'étude.
- Ma très chère sœur : Souad ainsi son époux Kamel et leur petite fille : Serine,  
Ainsi ma petite sœur : Yasmine
- Mes très chers frères : Hamid
- Mon binôme : Salah eddine
- Mes amis de Afir : Brahim, Mazigh, Moh Said, Rabeh, Mokrane, Hamza, Lyazid, Fouad, Samir, Lyes et Cherif Hakim
- Mes amis de la chambre G13 : Marzouk, Ramdane, Djilali, Achour, Mourad, Kamel et Karim
- Mes amis de la promotion : Rafik, Mdjid, Djamel, Nourdine, Sofiane, Nabil, Said, Azedine, Achour, Kousseila et Houcine
- Toute la promotion Automatique 2015

**FaTAH**

## **INTRODUCTION GENERALE**

---

### **Chapitre 1 : modélisation de la machine à courant continu associée a un convertisseur Buck**

<b>INTRODUCTION .....</b>	<b>1</b>
<b>1. ETUDE DE LA MACHINE A COURANT CONTINU .....</b>	<b>1</b>
1.1 Description.....	1
1.2. Constitution .....	1
1.3. Principe de fonctionnement .....	3
1.4. Schéma équivalent .....	5
1.5. Les différents modes d'excitation .....	6
<b>2. GENERALITES SUR LES CONVERTISSEURS .....</b>	<b>8</b>
2.1. Les convertisseurs continu-continu .....	9
2.2. Le convertisseur Buck .....	10
2.3. Fonctionnement et modélisation du convertisseur Buck.....	11
<b>3. MODELISATION DE L'ENSEMBLE BUCK_ MCC.....</b>	<b>13</b>
<b>CONCLUSION .....</b>	<b>15</b>

### **Chapitre 2 : Observabilité et observateurs**

<b>INTRODUCTION .....</b>	<b>16</b>
<b>1. OBSERVABILITE.....</b>	<b>16</b>
<b>2. OBSERVATEURS.....</b>	<b>20</b>
2.1. Observateur du type grand gain.....	21
2.2. Observateur adaptatif du type grand gain.....	24

2.3. Application.....	27
2.4. Résultat de simulation .....	31
<b>CONCLUSION.....</b>	<b>34</b>

## **Chapitre 3 : Commande adaptative par BackStepping**

<b>INTRODUCTION.....</b>	<b>35</b>
<b>1. PRINCIPE GENERALE DU BACKSTEPPING .....</b>	<b>35</b>
<b>2. APPROCHE NON ADAPTATIVE.....</b>	<b>35</b>
2.1. Principe.....	35
<b>3. APPROCHE ADAPTATIVE .....</b>	<b>37</b>
3.1. Conditions d'implantation .....	38
<b>4. APPLICATION DE LA COMMANDE BACKSTEPPING SUR LA MCC .....</b>	<b>38</b>
4.1. Commande non adaptative.....	39
4.1.1 Application.....	39
4.1.2 Résultat de simulation.....	45
4.2. Commande adaptative.....	47
4.2.1 Résultat de simulation.....	47
<b>CONCLUSION .....</b>	<b>50</b>

## **CONCLUSION GENERALE**

---

## **BIBLIOGRAPHIE**

# **Introduction générale**

## Introduction générale

Les synthèses modernes des lois de commande performantes, demandent une connaissance très fine des systèmes à commander, cependant, dans certains cas pratiques, la commande du système, lui-même, peut s'avérer difficile, et parfois impossible de la mettre en œuvre à cause des paramètres inconnus. Pour cette raison, l'automaticien doit estimer, à l'aide de ses propres moyens, les paramètres inconnus pendant le fonctionnement du procédé ; si bien que son objectif principal est l'élaboration d'une loi de commande qui confère à un système des propriétés basées sur des techniques de synthèse spécifiques qu'on va développer, afin de réaliser une bonne performance quand les paramètres sont inconnus ou varient avec le temps.

Ceci nous introduit à la notion de la « *commande adaptative* » ; une commande est dite adaptative si elle comporte des paramètres non fixés, à l'avance, mais modifiés en ligne via des algorithmes d'adaptations qui permettent d'estimer continuellement dans le temps les paramètres du système, dans notre cas, cette estimation est assurée par un observateur du type grand gain adaptative.

N'oublions pas que l'instabilité est le problème le plus gênant pour cette classe des systèmes, durant les transitions des paramètres, l'état peut diverger infiniment pendant une durée finie. Donc, ce genre de problème va être résolu par la commande adaptative « Backstepping », adoptée dans ce travail.

Notre travail sera reparti en 3 chapitres :

- ❖ Le premier chapitre est consacré à l'étude de la machine à courant et à sa modélisation en modèle d'état.
- ❖ Le deuxième chapitre est consacré à la définition de quelques notions d'observabilités et d'observateurs, et à l'application de l'observateur adaptatif sur la machine à courant continu.
- ❖ Le troisième chapitre est dédié à l'étude de la commande par « Backstepping » et son implantation sur la machine à courant continu.



**Chapitre 1 :**  
**Modélisation de la machine  
à courant continu associée à  
un convertisseur Buck**

# Chapitre I : Modélisation de la machine à courant continu Associée à un convertisseur Buck

## Introduction

Dans ce premier chapitre notre étude est portée sur la machine à courant continu et les convertisseurs électriques et plus particulièrement sur le convertisseur DC-DC de type Hacheur série(Buck). Le système complet étant construit par l'association de ces deux systèmes (MCC, Hacheur), nous développerons donc le modèle mathématique qui décrira le comportement réel du système

## 1 Etude de la machine à courant continu

### 1.1 Description

Une machine à courant continu est un convertisseur rotatif réversible d'énergie. Lorsque l'énergie électrique est transformée en énergie mécanique, la machine fonctionne en moteur. Lorsque l'énergie mécanique est transformée en énergie électrique, la machine fonctionne en génératrice, l'énergie mécanique se présente sous la forme d'un couple de moment  $C_{em}$  tournant à la vitesse  $\Omega$ .

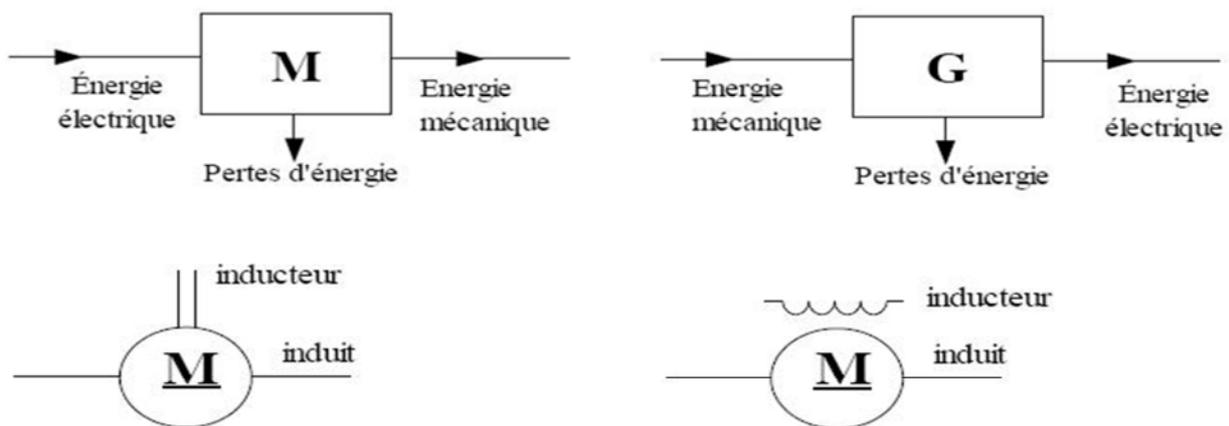


Fig.1.1.Symbolisation

### 1.2 Constitution

La machine à courant continue comporte les parties principales suivantes :une partie fixe appelée Stator (inducteur), une partie mobile appelée Rotor (l'induit) et le dispositif Ballais-Collecteur voir **Fig. 1.2**

# Chapitre I : Modélisation de la machine a courant continu Associée à un convertisseur Buck

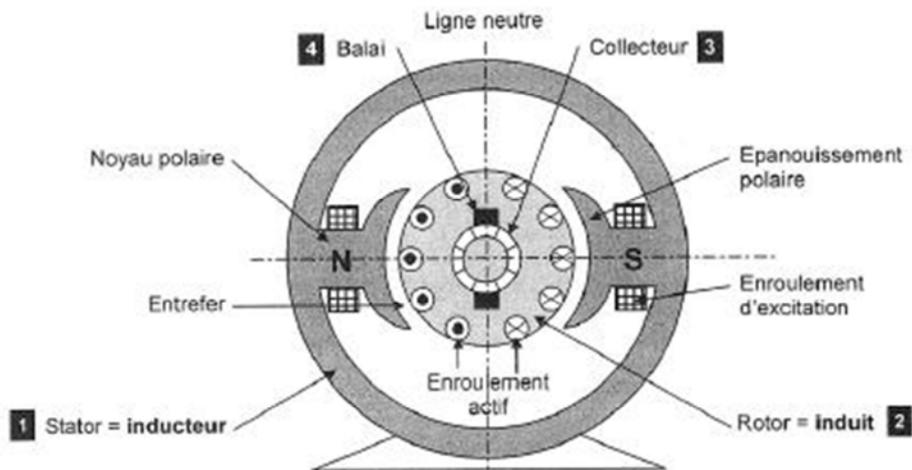


Fig.1.2 Les différents composants de la Machine a courant continu

## a. L'inducteur

Il est formé soit d'aimants permanents soit de bobines placées autour des noyaux polaires. Lorsque les bobines sont parcourues par un courant continu, elles créent un champ magnétique dans le circuit magnétique de la machine notamment dans l'entrefer, espace séparant la partie fixe et la partie mobile, où se situent les conducteurs. **Fig.1.3**

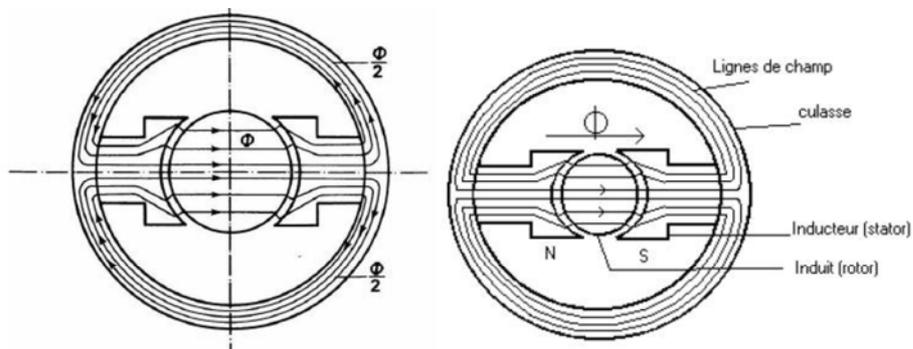


Fig.1.3 Lignes de champs créés par l'inducteur

## b. L'induit

Il est composé de conducteurs isolés et parcourus par un courant continu (alimentation du moteur), ces conducteurs sont soumis à des forces électromagnétiques (force de Laplace) entrainant la rotation du moteur. **Fig.1.4**

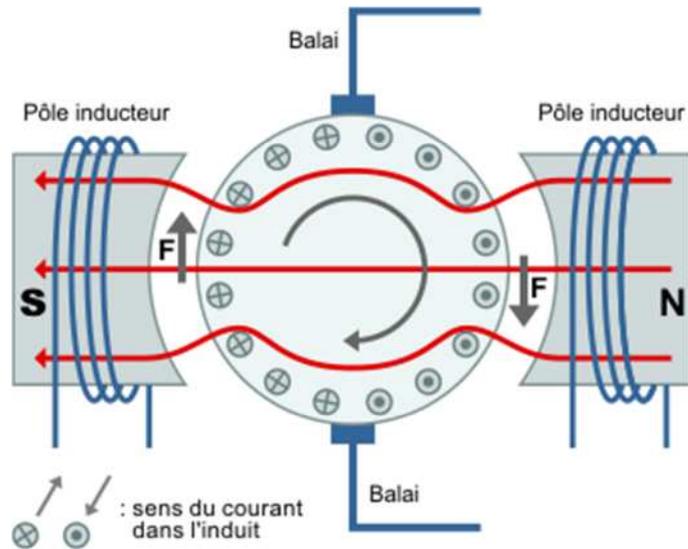


Fig.1.4 circulation du courant dans l'induit

## c. Dispositif Balais-Collecteur

Le collecteur est un ensemble de lames en cuivre isolées, disposées sur l'extrémité du rotor, les balais portés par le stator frottent sur le collecteur fixe par rapport au rotor.

## 1.3 Principe de fonctionnement

### a. Fonctionnement génératrice

Si l'on considère une spire constituée de deux conducteurs et placée sur l'induit lequel tourne à vitesse donnée  $\Omega$  Cette spire en tournant coupe les lignes de champ et selon la loi de Faraday ( $e = \frac{d\Phi}{dt}$ ) elle est alors le siège d'une force électromotrice E (fem) sinusoïdale. L'ensemble des fem générées par les différentes spires sont redressées par le système balais-collecteur pour obtenir aux bornes des balais la tension fem continue E.[1]

$$E = \frac{P}{2\pi \cdot a} N \cdot \Phi \cdot \Omega \quad (1,1)$$

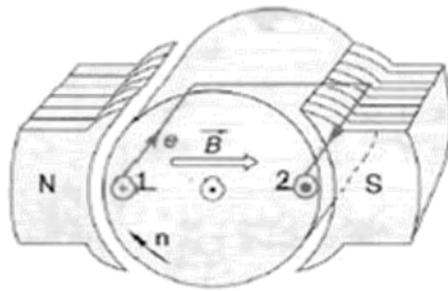
$$E = k_e \cdot \Phi \cdot \Omega \quad \text{Avec} \quad k = \frac{P}{2\pi \cdot a} N \quad (1,2)$$

$N$  : Le nombre de conducteur

$P$  : Nombre de paires de pôles

$\Phi$  : Le flux de l'inducteur en webers (Wb)

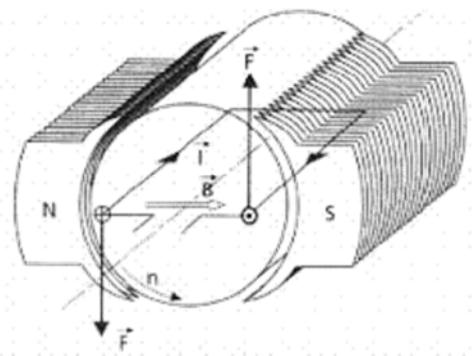
$\alpha$  : Nombre de paires de voies d'enroulement



**Fig.1.5 fonctionnement génératrice**

**b. Fonctionnement moteur**

Considérant la même spire mais cette fois-ci parcourue par un courant alternatif et baignant dans le champ d'induction  $B$  généré par l'inducteur ; selon la loi de Laplace les deux conducteurs de cette spire sont exposés à deux forces de même amplitude et de sens opposés, ces deux forces forment alors un couple électromagnétique.



**Fig.1.6 Fonctionnement moteur**

Le couple électromagnétique  $C_{em}$  globale étant donné par l'ensemble des couples élémentaires a pour équation :

$$C_{em} = k_e \cdot \Phi \cdot i_a \tag{1.3}$$

$k_e$  Est la même constante que dans la formule (1,2). Si de plus la machine fonctionne à flux constant :

$$C_{em} = k \cdot i_a \quad \text{Avec } k = k_e \cdot \Phi \tag{1.4}$$

$E$  : Force contre électro motrice du moteur (V)

$k_e$  : Constante électromagnétique

$k$  : Constante propre du moteur

# Chapitre I : Modélisation de la machine a courant continu Associée à un convertisseur Buck

$\Omega$  : La vitesse angulaire du moteur (rd /s)

$i_a$  : Le courant de l'induit (A)

## 1.4 Schéma équivalent

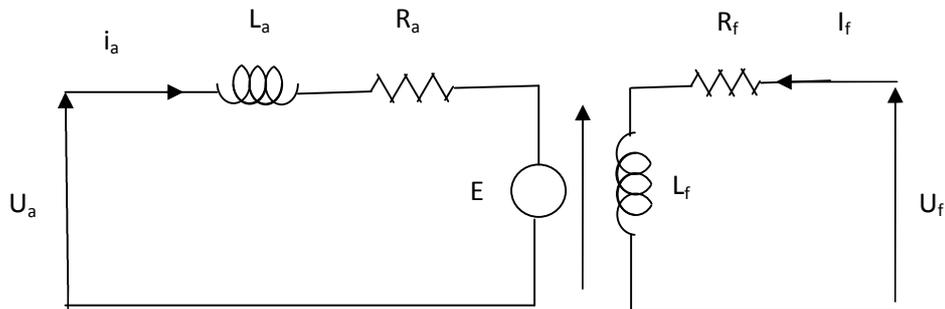


Fig.1.6 le circuit électrique équivalent de la MCC

### a. Equation électrique

$$U_a = E + R_a \cdot i_a + L_a \frac{di_a}{dt} \quad (1.5)$$

$U_a$  : La tension d'alimentation du circuit d'induit (V)

$R_a$  :  $R_a$  : résistance de l'induit (ohm)

$L_a$  : L'inductance équivalente de l'induit (F)

$E$  : Force contre électro motrice du moteur (V)

$i_a$  : Le courant de l'induit(A)

### b. Equation mécanique

$$C_{em} - C_r = j \frac{d\Omega}{dt} + f \cdot \Omega - C_s \quad (1.6)$$

$C_r$  : Couple de perturbation dû a la charge

## 1.5 Les différents modes d'excitation

Type de Moteur	Particularités	Avantage	Emploi
Excitation séparée	Le circuit inducteur est Alimenté par une source Séparée	Vitesse constante Quelque soit la charge	Utilisée sur les dispositifs a vitesse variable
Excitation dérivation	Le circuit inducteur est alimenté en parallèle aux bornes de l'induit		
Excitation série	Inducteur monté en série avec l'induit	Fort couple de démarrage	Utilisée en traction électrique
Excitation composée	C'est une combinaison des deux cas précédents		

Tab.1.1 Type de moteurs à inducteur bobiné

### a. Excitation séparée (indépendante)

Deux sources d'alimentation sont nécessaires, une pour l'induit, l'autre pour l'inducteur comme l'indique la **Fig. (1.8)**, ce mode d'excitation offre à l'utilisateur une fréquence de rotation indépendante de la charge et réglable par action sur la tension d'induit ou sur le courant d'excitation.

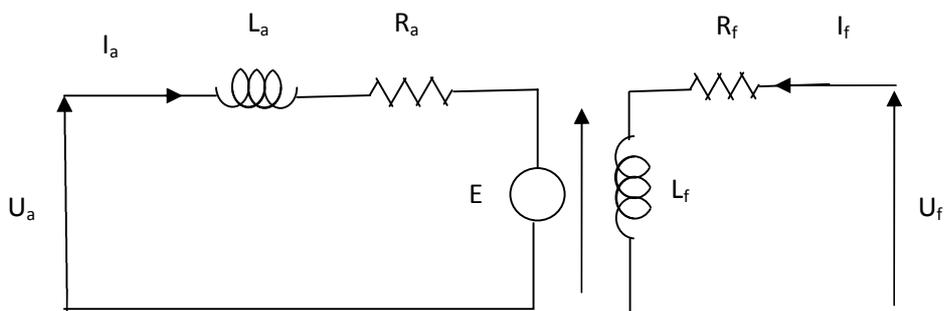


Fig.1.8 Moteur a excitation indépendante

## b. Excitation série

Dans ce montage, le courant d'excitation est le même que le courant dans l'induit, la fréquence de rotation du moteur varie beaucoup avec la charge et ce type de moteur a tendance à s'emballer à vide ou sous faible charge.

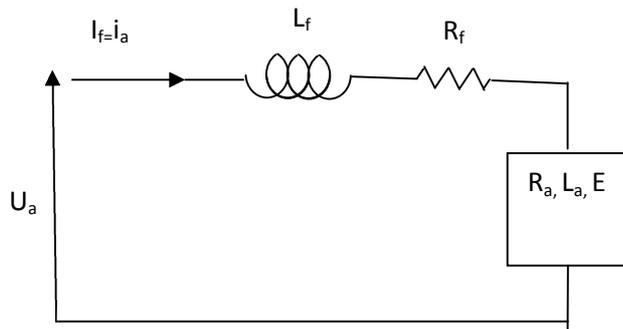


Fig. 1.9 Moteur à excitation série

## c. Excitation parallèle (shunt)

La même source d'alimentation alimente l'induit et l'inducteur. L'inducteur est mis en parallèle avec l'induit, **Fig. 1.10** Les propriétés du moteur à excitation dérivation sont les mêmes que celle du moteur à excitation indépendante, ce mode d'excitation offre à l'utilisateur une fréquence de rotation pratiquement indépendante de la charge et qui peut démarrer à vide.

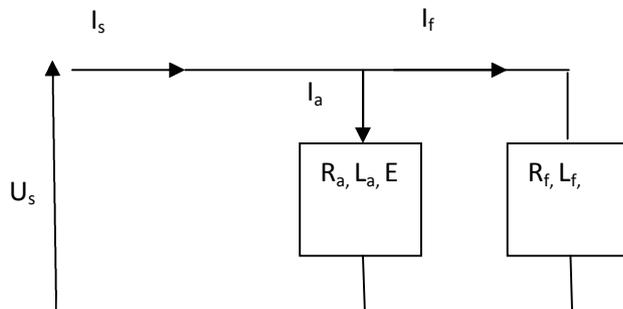


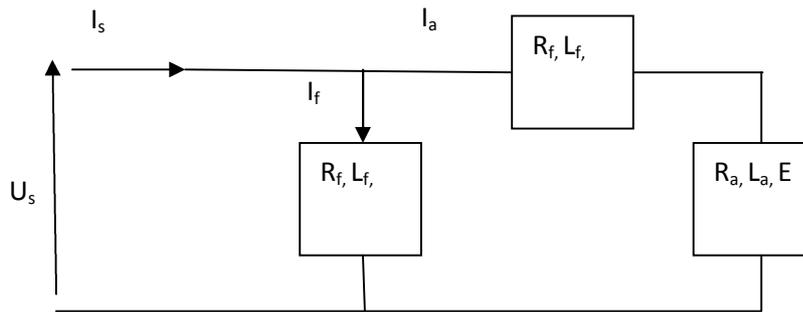
Fig.1.10 Moteur a excitation parallèle

## d. Excitation composée

Dans ce cas une partie de stator (l'inducteur) est raccordé en série avec l'induit (rotor) et l'autre en parallèle avec ce dernier. **Figure 1.11**

Le moteur a excitation compound présente :

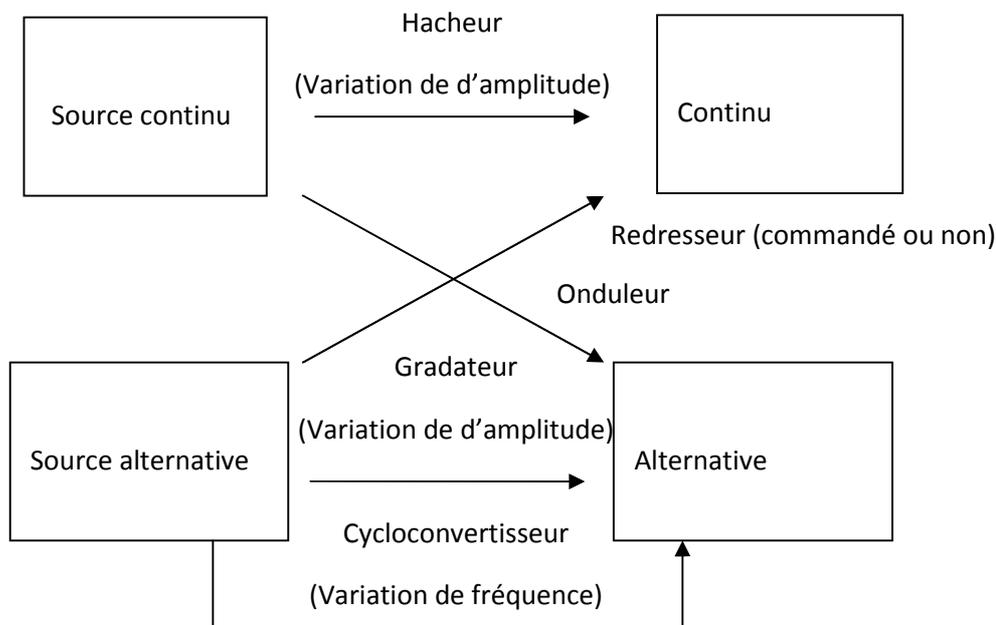
- Un couple de démarrage important
- Une instabilité de vitesse



**Fig.1.11 Moteur a excitation composée**

## 2 Généralités sur les convertisseurs

Il existe plusieurs types de convertisseurs statiques dont le classement dépend du type de la tension à l'entrée et celle obtenue en sortie. Le schéma qui suit résume ces différents types :



**Fig.1.12 les différents type de convertisseurs**

Un convertisseur **continu-alternatif** permet de délivrer des tensions et des courants alternatifs à partir d'une source d'énergie électrique délivrant un courant continu. C'est la fonction inverse d'un redresseur (**onduleurs**)

Un convertisseur **alternatif-alternatif** permet de modifier un signal électrique dans le but de faire varier sa tension et son intensité efficace de sortie et de modifier ainsi la puissance dans la charge. Ce dispositif est utilisé sur des tensions alternatives (**Gradateur**).

Un convertisseur **alternatif-continu** permet d'alimenter une charge sous une tension continue (éventuellement réglable) à partir d'une source de tension alternative (**Redresseurs , Alimentations à découpage**).

# Chapitre I : Modélisation de la machine a courant continu Associée à un convertisseur Buck

Dans notre projet on utilise les convertisseurs continu-continu de type hacheur Buck dont le domaine d'application est l'alimentation des Machines à courant continu en vue d'obtenir une vitesse variable.

## 2.1 Les convertisseurs continu-continu

Le hacheur est un convertisseur continu- continu mettant en œuvre un ou plusieurs interrupteurs commandés et qui permet de modifier la valeur de la tension d'une source de tension continue avec un rendement élevé. Le rapport cyclique se fait à une fréquence très élevée ce qui a pour conséquence de créer une tension moyenne. Si la tension délivrée en sortie est Inférieure à la tension appliquée en entrée. Le hacheur est dit dévolteur. Dans le cas contraire, il est dit survolteur. Il existe des hacheurs capables de travailler des deux manières (Boost-Buck). Les hacheurs de puissance sont utilisés pour la variation de vitesse des moteurs à courant continu en plus faible puissance.

Il existe plusieurs types de convertisseurs DC DC comme les montrent les figurent suivantes :

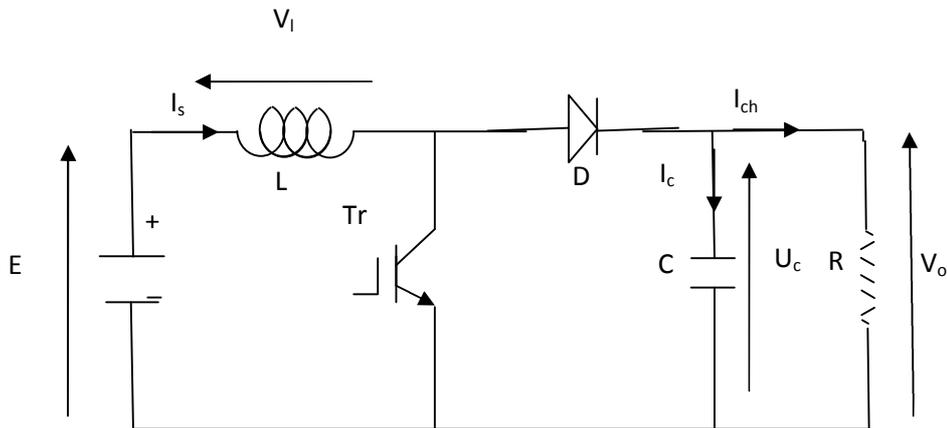


Fig.1.13 Schéma détaillé d'un Convertisseur Boost

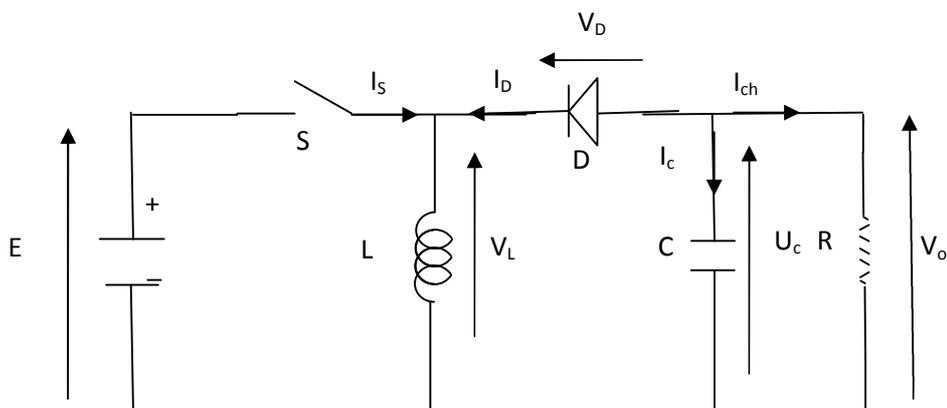


Fig.1.14 Schéma détaillé d'un Convertisseur Buck Boost

# Chapitre I : Modélisation de la machine a courant continu Associée à un convertisseur Buck

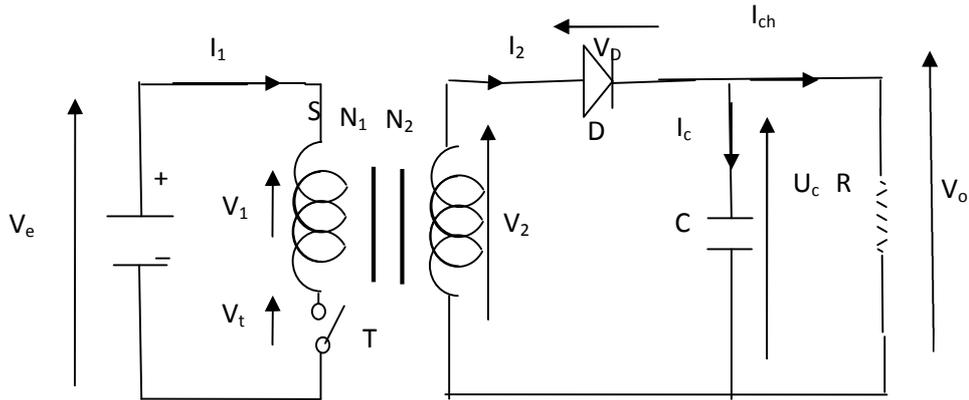


Fig.1.15 Schéma détaillé d'un Convertisseur Flyback

Voici quelques caractéristiques de ces convertisseurs :

Convertisseur	Rapport de transformation	Isolement galvanique
Buck	$a$	Non
Boost	$\frac{1}{1-a}$	Non
Buck Boost ou Cuck	$\frac{-a}{1-a}$	Non
Flyback	$k \frac{a}{1-a}$	Oui

Tab.1.2 Caractéristiques

## 2.2 Le convertisseur Buck

Ce convertisseur est constitué d'une source d'alimentation (E), de deux commutateurs (transistor (TP) et diode à roue libre (D)) fonctionnant de manière périodique et complémentaire, d'une inductance de lissage (L) placée en série avec la charge et d'un condensateur de filtrage (C).

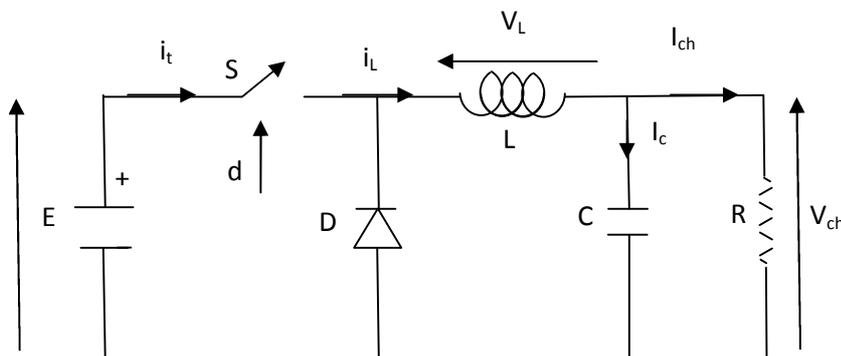


Fig.1.16 circuit de base du convertisseur Buck

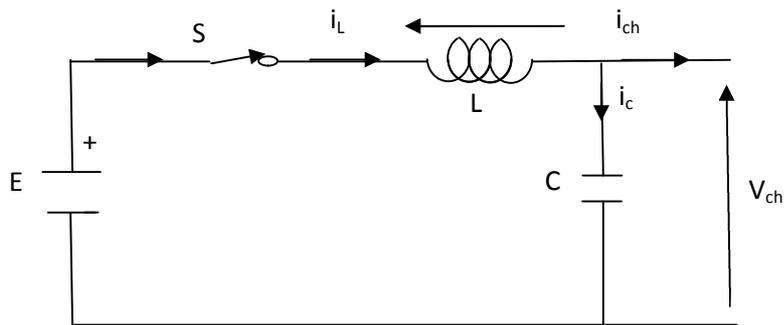
# Chapitre I : Modélisation de la machine a courant continu Associée à un convertisseur Buck

## 2.3 Fonctionnement et modélisation du convertisseur Buck

Le fonctionnement d'un convertisseur Buck peut être divisé en deux configurations suivant l'état de Mosfet, Dans l'état passant, le Mosfet est fermé  $t \in [0, \mu T]$

La tension aux bornes de l'inductance vaut,  $V_L = E - V_s$  Le courant traversant l'inductance augmente linéairement. La tension aux bornes de la diode étant négative, aucun courant ne la traverse

La **Figure (1.17)** montre le schéma équivalent pour l'intervalle  $t \in [0, \mu T]$



**Fig.1.17 Représentation du convertisseur a l'état passant**

En appliquant la loi des mailles et des nœuds on aura les équations suivantes :

$$\begin{cases} i_L = i_c + i_{ch} \\ E = V_{ch} + V_L \end{cases}$$

$$\begin{cases} i_L = C \frac{dV_{ch}}{dt} + i_{ch} \\ E = V_{ch} + L \frac{di_L}{dt} \end{cases}$$

$$\begin{bmatrix} \frac{dV_{ch}}{dt} \\ \frac{di_L}{dt} \end{bmatrix}_{[0, \mu T]} = \begin{bmatrix} \frac{i_L}{C} - \frac{i_{ch}}{C} \\ \frac{E}{L} - \frac{V_{ch}}{L} \end{bmatrix} \quad (1.7)$$

## Chapitre I : Modélisation de la machine a courant continu Associée à un convertisseur Buck

Dans l'état bloqué, le Mosfet est ouvert  $t \in [\mu T, T]$  La diode devient passante afin d'assurer la continuité du courant dans l'inductance. La tension aux bornes de l'inductance vaut  $V_L = -V_{ch}$ , Le courant traversant l'inductance décroît.

La figure (1.18) montre le schéma équivalent pour l'intervalle  $t \in [0, \mu T]$

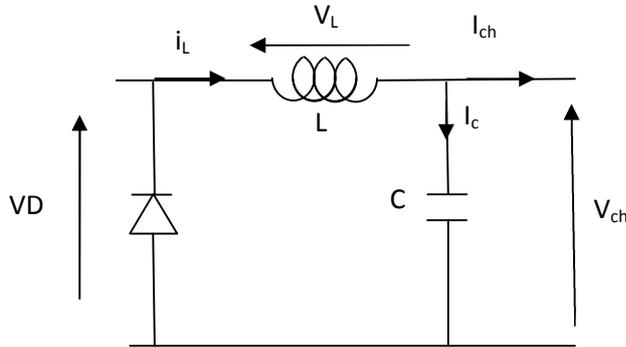


Fig.1.18 Représentation du convertisseur a l'état bloqué

$$\begin{cases} i_L = i_c + i_{ch} \\ V_L = -V_{ch} \end{cases}$$

$$\begin{cases} i_L = C \frac{dV_{ch}}{dt} + i_{ch} \\ V_L = -V_{ch} \end{cases}$$

$$\begin{bmatrix} \frac{dV_{ch}}{dt} \\ \frac{di_L}{dt} \end{bmatrix}_{[\mu T, T]} = \begin{bmatrix} \frac{1}{C} i_L - \frac{1}{C} i_{ch} \\ -\frac{1}{L} V_{ch} \end{bmatrix} \quad (1.8)$$

Maintenant on combine les deux équations (1,7) et (1,8) pour modéliser le système sur tout l'intervalle  $[0, T]$  tel que  $\mu$  est le rapport cyclique:

$$T \begin{bmatrix} \frac{dV_{ch}}{dt} \\ \frac{di_L}{dt} \end{bmatrix}_{[0, T]} = \begin{bmatrix} \frac{dV_{ch}}{dt} \\ \frac{di_L}{dt} \end{bmatrix}_{[0, \mu T]} * \mu T + \begin{bmatrix} \frac{dV_{ch}}{dt} \\ \frac{di_L}{dt} \end{bmatrix}_{[\mu T, T]} * [T - \mu T]$$

## Chapitre I : Modélisation de la machine a courant continu Associée à un convertisseur Buck

$$\begin{bmatrix} \frac{dV_{ch}}{dt} \\ \frac{di_L}{dt} \end{bmatrix}_{[0,T]} = \begin{bmatrix} \frac{1}{C}i_L - \frac{1}{C}i_{ch} \\ \frac{E}{L} - \frac{V_{ch}}{L} \end{bmatrix} * \mu + \begin{bmatrix} \frac{1}{C}i_L - \frac{1}{C}i_{ch} \\ -\frac{1}{L}V_{ch} \end{bmatrix} * [1-\mu]$$

$$\begin{cases} \frac{dV_{ch}}{dt} = \frac{1}{C}i_L - \frac{1}{C}i_{ch} \\ \frac{di_L}{dt} = -\frac{V_{ch}}{L} + \frac{E}{L} * \mu \end{cases} \quad (1.9)$$

### 3 Modélisation de l'ensemble Buck\_ MCC

La machine est commandée par un convertisseur DC-DC de type Buck dont les équations d'états seront prises sous les hypothèses suivantes :

1. L'effet de la saturation et de la réaction d'induit seront négligeables
2. L'ensemble fixe à l'arbre de la machine est de moment d'inertie j

Le circuit qui rassemble le convertisseur plus la machine est présenté sur la figure suivante :

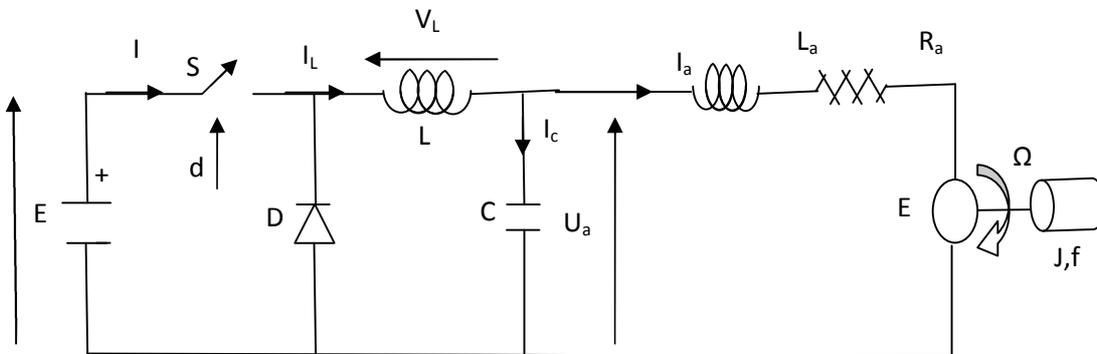


Fig.1.19 association convertisseur Buck + MCC

Dans l'association des deux systèmes l'entrée de l'induit est reliée à la sortie du convertisseur ce qui nous donne  $V_{ch} = U_a$  et  $i_{ch} = i_a$  de ce fait l'équation (1.9) ce réécrit comme suit :

$$\begin{cases} \frac{dU_a}{dt} = \frac{1}{C}i_L - \frac{1}{C}i_a \\ \frac{di_L}{dt} = -\frac{dU_a}{L} + \frac{E}{L} * \mu \end{cases} \quad (1.10)$$

## Chapitre I : Modélisation de la machine a courant continu Associée à un convertisseur Buck

---

Coté moteur les équations (1.5) et (1.6) ne changent pas pendant tout l'intervalle  $[0, T]$  et à partir de ces deux on aura les équations suivantes :

$$\begin{cases} \frac{di_a}{dt} = \frac{U_a}{L_a} - \frac{R_a}{L_a} i_a - \frac{k}{L_a} \Omega \\ \frac{d\Omega}{dt} = \frac{-f}{j} \Omega + \frac{k}{j} i_a - \frac{Cr}{j} \end{cases} \quad (1.11)$$

Maintenant on associe l'équation (1.10) et (1.11) pour modéliser le système complet :

$$\begin{cases} \frac{di_L}{dt} = -\frac{U_a}{L} + \frac{E}{L} * \mu \\ \frac{U_a}{dt} = \frac{1}{C} i_L - \frac{1}{C} i_a \\ \frac{d\Omega}{dt} = \frac{-f}{j} \Omega + \frac{k}{j} i_a - \frac{Cr}{j} \\ \frac{di_a}{dt} = \frac{U_a}{L_a} - \frac{R_a}{L_a} i_a - \frac{k}{L_a} \Omega \end{cases} \quad (1.12)$$

On supposera que la machine fonctionne à vide et sans frottement donc on néglige le couple de charge  $C_r$  et le couple de frottement  $C_s$  et on aura le modèle d'état suivant :

$$\begin{cases} \frac{d\Omega}{dt} = \frac{-f}{j} \Omega + \frac{k}{j} i_a \\ \frac{di_a}{dt} = \frac{U_a}{L_a} - \frac{R_a}{L_a} i_a - \frac{k}{L_a} \Omega \\ \frac{dU_a}{dt} = \frac{1}{C} i_L - \frac{1}{C} i_a \\ \frac{di_L}{dt} = -\frac{U_a}{L} + \frac{E}{L} * \mu \end{cases} \quad (1.13)$$

# Chapitre I : Modélisation de la machine à courant continu Associée à un convertisseur Buck

---

## Conclusion

Dans ce chapitre en premier lieu on a commencé par rappeler quelques généralités et notions de bases sur la machine à courant continu et les convertisseurs dont on a pu donner quelques définitions, par ailleurs, on s'est intéressé particulièrement à l'étude de la machine à courant continu, à excitation indépendante et au convertisseur DC-DC du type Buck pour lesquels nous avons étudié quelques peu leurs mode de fonctionnement, d'autres part, ces rappels nous ont servi à l'étude du comportement physique du système globale (association MCC Buck) et à la modélisation de ce dernier en série d'équations mathématiques sous forme de modèle d'état traduisant la fonctionnent des variables (tension ,courant , vitesse).

# **Chapitre 2 :**

## **Observabilité et observateurs**

**Introduction**

Le deuxième chapitre présente d'une manière concise les concepts d'observabilité et de Synthèse d'observateur qui seront utilisées dans les contributions de ce mémoire, cela dit une attention particulière est réservée à l'observateur adaptatif du type grand gain que nous avons utilisé dans nos travaux afin d'estimer les paramètres de la machine à courant continu.

**1 Observabilité [8]**

On présentera dans ce qui suit les définitions usuelles relatives au concept d'observabilité des systèmes non linéaires dont le comportement dynamique peut être décrit par :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = f(u(t), x(t)) \\ y(t) = h(x(t)) \end{cases} \quad x(0) = x_0 \tag{2.1}$$

Où  $x(t) \in V \subset \mathbb{R}^n$ ,  $u(t) \in U \subset \mathbb{R}^m$ ,  $y(t) \in Y \subset \mathbb{R}^p$  désignent respectivement l'état. L'entrée et la sortie du système,  $f = [f_1 \dots f_n]^T$  et  $h = [h_1 \dots h_n]^T$  sont des fonctions infiniment différentiables sur la variété différentielle  $V$  dans  $\mathbb{R}^n$ . On notera  $f_u$  le champ vectoriel défini par  $f_u(x) = f(u, x)$ .

Rappelons que l'observabilité d'un système est la possibilité de déterminer son état initial à partir de son comportement d'entrée-sortie sur un intervalle de temps fini. On commencera par les concepts de distinguabilité et d'indistinguabilité de deux états initiaux différents qui permet d'introduire naturellement le concept d'observabilité.

**Définition 1.1.** Deux états initiaux différents  $x_0 \in V$  et  $x_1 \in V$  sont dits distinguables dans  $V$  s'il existe un instant  $t \geq 0$  et une entrée admissible et  $u : [0, t] \rightarrow U$  telle que les trajectoires des sorties respectivement issues de  $x_0$  et  $x_1$  ne sont pas identiques, i.e.,  $y(t, x_0, u(t)) \neq y(t, x_1, u(t))$ . On dira que l'entrée  $u$  distingue les états initiaux  $x_0$  et  $x_1$  dans  $V$ .

**Définition 1.2.** Deux états initiaux différents  $x_0 \in V$  et  $x_1 \in V$  sont dits indistinguables dans  $V$  si pour tout instant  $t \geq 0$  et pour toute entrée admissible  $u : [0, t] \rightarrow U$ , les trajectoires des sorties respectivement issues de  $x_0$  et  $x_1$  sont différents, i.e.  $y(t, x_0, u(t)) \neq y(t, x_1, u(t)) \forall t \in [0, t]$ .

Le concept de distinguabilité permet de définir ce qu'est un système observable en un point et en déduire aisément ce qu'est un système observable.

**Définition 1.3.** Un système est observable en  $x_0 \in V$  si tout autre état  $x_1 \neq x_0$  est distinguable de  $x_0$  dans  $V$ . Un système est observable s'il est observable en tout point  $x_0 \in V$ .

Cette notion d'observabilité peut être relâchée pour pouvoir distinguer un état initial des états contenus dans son voisinage.

**Définition 1.4.** Un système est localement observable en  $x_0$  si pour tout voisinage ouvert  $V_0$  de  $x_0$ , l'ensemble des points qui sont indistinguables de  $x_0$  dans  $V_0$  via les trajectoires dans  $V_0$  est le point  $x_0$  lui-même.

**Définition 1.5.** Un système est localement faiblement observable en  $x_0$  s'il existe un voisinage ouvert  $V_0$  de  $x_0$  tel que pour tout voisinage ouvert  $\bar{V}_0 \subset V_0$ , l'ensemble des points qui sont indistinguables de  $x_0$  dans  $\bar{V}_0$  via les trajectoires dans  $\bar{V}_0$  est le point  $x_0$  lui-même.

La propriété d'observabilité locale faible peut être vérifiée par une condition algébrique portant sur l'espace d'observation des systèmes non linéaires considérés que nous donnons ci-dessous après avoir défini l'espace d'observation.

**Définition 1.6.** L'espace d'observation est le plus petit sous-espace vectoriel de  $E_0$  fonctions de l'espace d'état  $V$  à valeurs dans l'espace des sorties  $Y$  contenant les sorties  $\{h_i\}_{i \in [1,p]}$  et invariant pour la dérivation de Lie le long des champs de vecteurs  $f_u$  lorsque l'entrée  $u$  décrit l'espace des entrées admissibles  $U$ .

**Théorème 1.1.** Soit  $dE_0$  l'espace des différentielles des éléments de  $E_0$ , le système est localement faiblement observable en  $x_0$  si

$$\dim(dE_0(x)) = n \quad (2.2)$$

Où  $dE_0(x_0)$  n'est autre que l'évaluation de  $dE_0$  en  $x_0$ , On dira alors que le système est observable au sens du rang si la propriété ci-dessus est satisfaite pour tout  $x_0 \in V$ .

Le résultat ci-dessus a permis d'obtenir le résultat suivant sur l'observabilité d'un système au sens du rang.

**Théorème 1.2.** Un système est localement faiblement observable si  $\dim(dE_0(x)) = n$  pour tout  $x$  appartenant à un ouvert  $\bar{V}_0$  dense dans  $V$ .

**Remarque 1.1.** La condition de rang peut être réécrite comme suit

$$\begin{bmatrix} h \\ Lf h \\ \vdots \\ Lf^{n-1} h \end{bmatrix} = n$$

Ou  $Lf h$  n'est autre que la dérivée de Lie d'ordre  $i$  de la fonction de sortie  $h$  par rapport champ vectoriel  $f_u$

**Remarque 1.2.** On dispose de quatre propriétés pour qualifier l'observabilité d'un système qui ne sont pas équivalentes dans le cas général. Elles sont toutefois reliées entre elles comme suit :

$$\begin{array}{ccc} \text{SYS est localement observable} & \Rightarrow & \text{SYS est observable} \\ \Downarrow & & \Downarrow \end{array}$$

$$\text{SYS est localement faiblement observable} \Rightarrow \text{SYS est faiblement observable}$$

Il est important de noter que l'espace d'observation des systèmes non-linéaires dépend de son entrée, ce qui conduit naturellement aux concepts d'entrée universelle et d'observabilité uniforme définis ci-dessous.

**Définition 1.7.** Une entrée admissible  $u : [0, \tau] \rightarrow U$  est dite universelle pour le système sur l'intervalle de temps  $[0, \tau]$  si pour tout couple d'états initiaux distincts  $(x_0, x_1) \in V \times V$  il existe au moins un instant  $t \in [0, \tau]$  tel que  $y(t, x_0, u(t)) \neq y(t, x_1, u(t))$  On dira alors qu'une entrée est singulière si elle n'est pas universelle.

**Définition 1.8.** Un système dont toutes les entrées admissibles  $u : [0, \tau] \rightarrow U$  sont universelles est dit U-uniformément observable ou observable pour toute entrée admissible. Et dans le cas où  $U = \mathbb{R}^m$ , on dira tout simplement que le système est uniformément observable.

**Définition 1.9.** Un système est dit localement uniformément observable si et seulement si pour tout  $x \in V$  admet un voisinage  $V_x$  dans lequel le système est uniformément observable.

Enfin, on peut terminer ce panorama sur l'observabilité par les notions d'entrée persistante et d'observabilité uniforme complète définis ci-dessus.

**Définition 1.10.** Une séquence d'entrée  $\{u(t)\}_{t \in \mathbb{R}^+} \in U \subset \mathbb{R}^m$  est dite persistante si elle vérifie la propriété suivante :

$$\exists T > 0; \exists a_1, a_2 > 0 : a_1 I_m \leq \int_t^{t+T} u(\tau)u(\tau)^T d\tau \leq a_2 I_m$$

**Définition 1.11.** Un système est complètement uniformément observable si toutes ses séquences d'entrée sont régulièrement persistantes.

Plusieurs études ont été consacrées à la caractérisation des systèmes uniformément observables. On distingue deux contributions fondamentales donnant des conditions nécessaires et suffisantes dans le cas des systèmes non linéaires affines en la commande et des systèmes bilinéaires admettant une seule sortie. Dans le cas des systèmes à plusieurs sorties, le problème est encore ouvert même si on dispose d'un ensemble de contributions prometteuses. Nous donnons ci-dessous le résultat fondamental pour la caractérisation des systèmes non linéaires affines en la commande admettant une seule sortie.

**Théorème 1.3.** Considérons la classe des systèmes non linéaires affines en la commande décrite par

$$\begin{cases} \dot{x} = f(x) + \sum_{i=1}^m u_i g_i(x) \\ y = h(x) \end{cases} \tag{2.3}$$

Où  $x \in R^n, u \in R^m, y \in R$  désignent respectivement l'état, l'entrée et la sortie du système et  $u_i \in IR$  n'est autre que la  $i^{eme}$  composante de  $u$ . Le système est uniformément observable si et seulement si, il existe un système de coordonnées qui permet de le réécrire sous la forme canonique d'observabilité donnée par :

$$\begin{cases} \dot{z} = Az + \varpi(z) + \sum_{i=1}^m u_i \varphi_i(z) \\ y = Cz \end{cases} \tag{2.4}$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & 0 \\ 0 & \cdot & \cdot & 1 \\ 0 & \cdot & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \varpi(z) = \begin{bmatrix} 0 \\ \cdot \\ \dot{0} \\ \varpi_n(z) \end{bmatrix}, \quad \text{et } C = [1 \ 0 \ \cdot \ 0]$$

Où le  $j^{eme}$  élément de  $\varphi_i$  est de la forme  $\varphi_{ij}(z) = \varphi_{ij}(z) (z_1, \dots, z_j)$  pour

$$(i, j) \in [1, m] \times [1, n].$$

On notera que le système de coordonnées est obtenu à partir du changement de variable

$$z = \phi(x) = \begin{bmatrix} h(x) \\ Lf(h)(x) \\ \vdots \\ Lf^{n-1}(h)(x) \end{bmatrix}$$

La caractérisation des systèmes non linéaires uniformément observables à travers des formes canoniques d'observabilité, en l'occurrence les formes triangulaires. La synthèse est particulièrement effectuée à partir de ses formes triangulaires en utilisant les concepts de grand gain, de modes glissants ou de Backstepping. Les observateurs du type grand gain se distinguent par leur simplicité de mise en œuvre et permettent de recouvrir des approximations admissibles d'observateurs avec modes glissants modulo, une convergence exponentielle au lieu d'une convergence en temps fini. En effet, le gain d'observation sous-jacent est issu d'une équation algébrique de Lyapunov usuelle que l'on peut résoudre analytiquement et son réglage est effectué à travers la spécification d'un seul paramètre de synthèse scalaire. On notera qu'il existe des classes de systèmes uniformément observables qui peuvent se mettre sous des formes qui ne sont pas nécessairement triangulaires et pour lesquelles on peut concevoir des observateurs du type grand gain.

## 2 Observateurs

Un observateur est un système dynamique qui permet de réaliser une estimation admissible des variables d'état du système à partir de son comportement d'entrée sortie

Considérons le cas du système (2.1), un observateur peut être écrit par les équations

$$\begin{aligned} \dot{x} &= f(x, u, y) \\ \hat{x} &= \phi(x) \end{aligned} \tag{2.5}$$

ou  $x \in \mathcal{V} \in \mathbb{R}^n$  et  $\hat{x} \in \mathcal{V} \in \mathbb{R}^n$  désignent respectivement l'état de l'observateur et l'état estimé du système et  $f$  et  $\phi$  sont des fonctions différentielles convenablement choisies pour réaliser une estimation admissible, en l'occurrence, une erreur d'estimation asymptotiquement nulle avec une convergence exponentielle

$$\exists \lambda > 0, \|\hat{x}(t) - x(t)\| \leq \mu e^{-\lambda t} \|\hat{x}(0) - x(0)\|$$

Dans un contexte idéal de synthèse caractérisé par une modélisation précise du système et une absence des perturbations et des bruits de mesure.

On notera que  $\phi : \mathcal{V} \rightarrow \mathcal{V}$  est une application différentielle surjective de rang  $n$  et que la structure d'observateur communément utilisée pour ce faire est inspirée par celle proposée par Luenberger pour les systèmes linéaires, notamment :

$$\begin{aligned} \dot{\hat{x}} &= f(x, u) + g(\gamma)(y - h(\hat{x})) \\ \hat{x} &= \varphi(\hat{x}, u, y, \gamma) \end{aligned} \quad (2.6)$$

Où la fonction  $g$  désigne le gain d'observation et  $(y - h(\hat{x}))$  n'est autre que l'erreur d'estimation de sortie qui est utilisée comme un terme de correction.

En guise d'illustration, on donne ci-dessous deux observateurs qui ont été particulièrement conçus pour réaliser une estimation admissible des variables d'état des systèmes linéaires variant dans le temps décrits par la réalisation d'état

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = A(t)x(t) + B(t)u(t) \\ y(t) = C(t)x(t) \end{cases} \quad (2.7)$$

Où  $x(t) \in \mathbb{R}^n, u(t) \in \mathbb{R}^u$  et  $y(t) \in \mathbb{R}^p$  désignent respectivement l'état, l'entrée et la sortie du système et  $A(t) \in \mathbb{R}^{n \times n}, B(t) \in \mathbb{R}^{n \times m}$  et  $C(t) \in \mathbb{R}^{p \times n}$  sont les matrices d'état, d'entrée et de sortie satisfaisant toutes les propriétés d'observabilité requises pour la synthèse de ces observateurs, notamment l'observabilité uniforme complète

Ces observateurs sont issus des travaux de Kalman sur l'estimation optimale pour des entrées régulièrement persistantes et sont respectivement donnés par les équations suivantes

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}(t) = A(t)\hat{x} + B(t)u(t) + S^{-1}(t)C^T(t)(y(t) - C(t)\hat{x}) \\ \dot{S}(t) = -\theta S(t) - A^T(t)S(t) - S(t)A(t) + C^T(t)C(t) \end{cases} \text{ Avec } S(0) = S_0 \quad (2.8)$$

Et

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}(t) = A(t)\hat{x} + B(t)u(t) + S^{-1}(t)C^T(t)(y(t) - C(t)\hat{x}) \\ \dot{S}(t) = -S(t)QS(t) - A^T(t)S(t) - S(t)A(t) + C^T(t)C(t) \end{cases} \text{ Avec } S(0) = S_0 \quad (2.9)$$

Où  $\theta$  est un scalaire positif et  $Q$  et  $S_0$  sont des matrices définies positives.

**Remarque 1.3.** L'observabilité uniforme complète du système permet de garantir la stabilité et la convergence exponentielle de ces observateurs, notamment la bornitude de la séquence matricielle  $\{S(t)\}_{t \in \mathbb{R}^+}$

Dans ce qui suit, on présente les deux observateurs du type grand gain

## 2.1 Observateur du type grand gain

Comme il a été d'ores et déjà mentionné, la synthèse des observateurs du type grand gain a reçu une attention particulière comme l'indique le nombre de contributions fondamentales qui lui ont été consacrées. On présente dans ce qui suit un résultat fondamental

sur la synthèse d'un observateur qui se distingue par sa simplicité de mise en œuvre et son caractère unificateur des synthèses du type grand gain [2], il concerne la classe des systèmes non linéaires uniformément observables qui peuvent se réécrire sous la forme canonique observable suivante modulo un changement de coordonnées approprié.

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + \varphi(u, x) \\ y = Cx \end{cases} \quad (2.10)$$

$$x = \begin{pmatrix} x^1 \\ \cdot \\ \cdot \\ x^i \\ \cdot \\ \cdot \\ x^q \end{pmatrix} \quad \phi(u, x) = \begin{pmatrix} \phi^1(u, x^1) \\ \cdot \\ \cdot \\ \phi^{q-1}(u, x^1, \dots, x^i) \\ \cdot \\ \cdot \\ \phi^q(u, x) \end{pmatrix} \quad (2.11)$$

$$A = \begin{pmatrix} 0 & I_p & 0 & 0 \\ 0 & 0 & I_p & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I_p \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad C = (I_p \ 0 \ 0 \ 0) \quad (2.12)$$

$x \in R^n$  Avec  $x^k \in R^p$  pour  $k \in [1 \ q]$  et  $n = pq$  désigne l'état du système,  $u \in U$  un compact de  $R^m$  un compact et  $y \in R^p$  désignent respectivement l'entrée et la sortie du système et  $\varphi$  est une fonction qui vérifie l'hypothèse intrinsèque à une synthèse du type grand gain, en l'occurrence.

**HP :** La fonction  $\varphi$  est globalement lipchitzienne par rapport à  $x$  uniformément en  $u$ .

**Remarque 1.4.** On peut vérifier aisément que la forme triangulaire (2.10)-(2.12) est observable pour toute entrée : une propriété vitale pour la synthèse d'un observateur.

**Remarque 1.5.** L'hypothèse sur l'égalité de la dimension de toutes les composantes  $x^k$  n'est pas restrictive dans la mesure où l'on peut recouvrer cette hypothèse dans des cas où ces composantes n'ont pas nécessairement la même dimension à partir d'un changement de coordonnée appropriées. Quant à l'hypothèse HP, il permet d'effectuer la synthèse des observateurs dont les trajectoires ne sont pas nécessairement bornées.

L'observateur propose dans [2] permet de réaliser une estimation précise des variables d'état du système (2. 10)-(2. 12) et est décrit par les équations suivantes :

$$\dot{\hat{x}} = A\hat{x} + \phi(u, \hat{x}) - \theta \Delta_\theta^{-1} S^{-1} c^T k_0(\tilde{x}) \quad (2.13)$$

Où  $\hat{x} \in R^n$  n'est autre que l'état estimé que l'on peut décomposer comme l'état du système, i.e.

$$\hat{x} = \begin{pmatrix} \hat{x}^1 \\ \cdot \\ \cdot \\ \hat{x}^i \\ \cdot \\ \cdot \\ \hat{x}^q \end{pmatrix}$$

$\Delta_\theta$  Est une matrice diagonale donnée par

$$\Delta_\theta = \text{diag} \left( I_p, \frac{1}{\theta} I_p, \dots, \frac{1}{\theta^{q-1}} I_p \right) \tag{2.14}$$

où  $\theta$  est un scalaire positif,  $S$  est la solution de l'équation algébrique de Lyapunov suivante

$$S + A^T S + SA - C^T C = 0 \tag{2.15}$$

et  $K_o : R^p \rightarrow R^p$  est une fonction bornée satisfaisant la propriété suivant

$$\xi^T K_o(\xi) \geq \frac{1}{2} \xi^T \xi \quad \forall \xi \in \Omega \tag{2.16}$$

Où  $\Omega$  est un compact de  $R^p$

**Remarque 1.6.** Il a été établi dans [3] et [4] que l'équation de Lyapunov (2.15) admet une solution unique symétrique et définie positive et que :

$$S^{-1}C^T = \begin{pmatrix} C_q^1 I_p \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ C_q^q I_p \end{pmatrix} \quad \text{Avec} \quad C_q^i = \frac{q!}{i!(q-i)!} \text{ pour } i \in [1, q]$$

Cet aspect de synthèse montre clairement que la mise en œuvre de l'observateur est aussi simple que la fonction  $K_o$

Le résultat fondamental suivant confirme que le système dynamique (2.13)-(2.16) constitue bien un observateur du système.

**Théorème 1.4.** Considérons le système (2.10)-(2.12) avec une fonction  $\varphi$  satisfaisant l'hypothèse **HP**, alors le système dynamique (2.13)-(2.16) est un observateur du système réalisant une convergence exponentielle de l'erreur d'observation vers l'origine pour des valeurs relativement grandes du gain  $\theta$  pourvu que la séquence d'entrée du système soit bornée.

**Remarque 1.7.** Le caractère unificateur de la synthèse d'écoule naturellement de l'introduction de la fonction de synthèse bornée  $K_0$  complètement caractérisée par la propriété (2.16) Dans ce qui suit, on donne quelques fonctions de synthèse satisfaisant cette propriété.

Les fonctions de synthèse grand gain usuelles données par

$$K_0(\zeta) = \zeta$$

On notera que cette fonction vérifie les conditions requise sur tout compact de  $R^n$

Les fonctions de synthèse de type modes glissants données par

$$K_0(\zeta) = \gamma_0 \text{sign}(\zeta)$$

Où  $\gamma_0$  est un scalaire positif et  $\text{sign}$  est la fonction signe usuelle. On notera que la

Condition requise est toujours vérifiée dans le cas des systèmes à entrées bornées-états bornes. Cependant, ces fonctions ne peuvent pas être utilisées comme telles dans la pratique car la fonction signe induit un phénomène de réticence.

Les fonctions de synthèse communément utilisées dans la pratique des méthodes à modes glissants pour s'affranchir du phénomène de réticence, notamment

$$K_0(\zeta) = \gamma_0 \tanh(\zeta)$$

Où  $\tanh$  signifie la fonction tangente hyperbolique et  $\gamma_0$  est un scalaire positif,  $K_0$  ne se limite pas aux fonctions présentées ci-dessus. D'autres expressions valables peuvent être obtenues en considérant par exemple l'inverse de la fonction tangente ou en additionnant des fonctions de type grand gain avec les fonctions de type modes glissants.

## 2.2 Observateur adaptatif du type grand gain

Une attention particulière a été réservée tout au long des quatre dernières décennies à la synthèse des observateurs adaptatifs réalisant une estimation conjointe des variables d'état et des paramètres d'un système sous des conditions précises d'observabilité du système et d'identifiabilité des paramètres à estimer avec une convergence exponentielle. Ces études ont

été particulièrement motivées par la synthèse de systèmes de commande adaptative pour les systèmes non linéaires ou la détection des défauts. La plupart des contributions ont été consacrées aux cas des systèmes linéaires et des systèmes intarissables par un changement de coordonnées approprié modulo une injection de sortie si besoin est. Le potentiel issu de ces contributions a été judicieusement exploité pour concevoir des observateurs pour des classes de systèmes non linéaires uniformément observables exhibant des paramétrisations linéaires et des paramétrisations non linéaires. On présente dans ce qui suit, l'observateur adaptatif que nous avons utilisé dans nos travaux. Il concerne la classe des systèmes uniformément observables qui peuvent se récrire sous la forme canonique observable suivante modulo un changement de coordonnées approprié.[6]

$$\text{sys} \begin{cases} \dot{x} = Ax + g(u, x) + \phi(u, x)\rho \\ y = Cx \end{cases} \quad (2.17)$$

$$x = \begin{bmatrix} x^1 \\ \vdots \\ x^i \\ \vdots \\ x^q \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad \rho = \begin{bmatrix} \rho^1 \\ \vdots \\ \rho^i \\ \vdots \\ \rho^s \end{bmatrix}$$

$$\phi(u, x) = \begin{bmatrix} \phi^1(u, x^1) \\ \vdots \\ \phi^{q-i}(u, x^1, \dots, x^i) \\ \vdots \\ \phi^q(u, x) \end{bmatrix} \quad g(u, x) = \begin{bmatrix} g^1(u, x^1) \\ \vdots \\ g^{q-i}(u, x^1, \dots, x^i) \\ \vdots \\ g^q(u, x) \end{bmatrix} \quad (2.18)$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & I_p & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I_p \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad C = (I_p \quad 0_p \quad \dots \quad 0_p) \quad (2.19)$$

Où  $x \in V \subset \mathbb{R}^n$  avec  $x^k \in \mathbb{R}^p$  pour  $k \in [1, q]$  et  $n = pq$  désigne l'état du système,  $\rho \in$  un compact de  $\mathbb{R}^s$  avec  $\rho_i \in \mathbb{R}$  représente les paramètres inconnus du système,  $u \in U$  un compact de  $\mathbb{R}^m$  et  $y \in \mathbb{R}^p$  désignent respectivement l'entrée et la sortie du système et  $\phi$  est une fonction qui vérifie des hypothèses qui seront précisés lors de l'énoncé du résultat fondamental.

L'observateur adaptatif proposé dans [5] permet de réaliser une estimation conjointe précise des variables d'état et des paramètres inconnus du système (2.17)-(2.19) et est décrit par les équations suivantes :

$$\begin{aligned}
 \dot{\hat{x}} &= A\dot{x} + g(u, \hat{x}) + \phi(u, \hat{x})\rho - \theta\Delta_\theta^{-1}(S^{-1} + \Upsilon(t)P(t)\Upsilon(t)^T)C^T(C\hat{x} - y) \\
 \dot{\hat{\rho}} &= -\theta P(t)\Upsilon(t)^T C^T (C\hat{x} - y) \\
 \dot{\Upsilon}(t) &= \theta(A - S^{-1}C^T C)\Upsilon(t) + \Delta_\theta\tilde{\phi}(u, \hat{x}) \\
 &\text{avec } \Upsilon(0) = 0 \\
 \dot{P} &= -\theta P(t)\Upsilon(t)^T C^T C)\Upsilon(t)P(t) + \theta P(t) \\
 &\text{avec } P(0) = P^T(0) = 0
 \end{aligned} \tag{2.20}$$

Où  $\hat{x} \in R^n$  et  $\hat{\rho} \in R^s$  ne sont autres que l'état et les paramètres estimé du système

$$\hat{x} = \begin{bmatrix} \hat{x}^1 \\ \vdots \\ \hat{x}^i \\ \vdots \\ \hat{x}^q \end{bmatrix} \quad \hat{\rho} = \begin{bmatrix} \hat{\rho}^1 \\ \vdots \\ \hat{\rho}^i \\ \vdots \\ \hat{\rho}^s \end{bmatrix}$$

$\Delta_\theta$  Est une matrice diagonale donnée par

$$\Delta_\theta = \text{diag}\left(I_p, \frac{1}{\theta} I_p, \dots, \frac{1}{\theta^{q-1}} I_p\right) \tag{2.21}$$

Où  $\theta$  est un scalaire positif,  $S$  est la solution de l'équation algébrique de Lyapunov suivante

$$S + A^T S + SA - C^T C = 0 \tag{2.22}$$

L'équation de Lyapunov admet une solution unique symétrique et définie positive et que

$$S^{-1}C^T = \begin{pmatrix} C_q^1 I_p \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ C_q^q I_p \end{pmatrix} \quad \text{Avec } C_q^i = \frac{q!}{i!(q-i)!} \text{ pour } i \in [1, q] \tag{2.23}$$

Et la matrice  $A - S^{-1}C^T C$  est Hurwitz

### 3 Application

Dans cette partie le but est de synthétiser un observateur adaptatif du type grand gain cité auparavant sur la machine à courant continu afin d'estimer les paramètres supposés inconnus.

Maintenant on considère notre système :

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = -\frac{f}{j}x_1(t) + \frac{K}{j}x_2(t) \\ \dot{x}_2(t) = -\frac{K}{L_a}x_1(t) - \frac{R_a}{L_a}x_2(t) + \frac{1}{L_a}x_3(t) \\ \dot{x}_3(t) = -\frac{1}{C}x_2(t) + \frac{1}{C}x_4(t) \\ \dot{x}_4(t) = -\frac{1}{L}x_3(t) + \frac{U}{L}\mu \end{cases} \quad (2.24)$$

On cherche à retrouver la forme uniforme observable (2.17) pour le système (2.24)

A partir du système (2.24) on prendra le changement suivant :

$$\begin{aligned} a_1 &= \frac{f}{j}, & a_2 &= \frac{k}{j}, & b_1 &= \frac{k}{L_a}, & b_2 &= \frac{R_a}{L_a}, \\ b_3 &= \frac{1}{L_a}, & c &= \frac{1}{C}, & d_1 &= \frac{1}{L}, & d_2 &= \frac{E}{L}, \end{aligned}$$

Donc notre système s'écrira comme suit :

$$\begin{aligned} \dot{x}_1(t) &= -a_1x_1(t) + a_2x_2(t) \\ \dot{x}_2(t) &= -b_1x_1(t) - b_2x_2(t) + b_3x_3(t) \\ \dot{x}_3(t) &= -cx_2(t) + cx_4(t) \\ \dot{x}_4(t) &= -d_1x_3(t) + d_2\mu \end{aligned} \quad (2.25)$$

On transforme le système (2.25) en une seule équation différentielle et pour cela on suit les étapes suivantes :

$$\dot{x}_1 = -a_1x_1 + a_2x_2$$

On dérive l'équation  $\dot{x}_1$  Et on remplace  $\dot{x}_2$  par son équation dans le système (2.25) :

$$\begin{aligned}\ddot{x}_1 &= -a_1\dot{x}_1 + a_2\dot{x}_2 \\ &= -a_1\dot{x}_1 + a_2(-b_1x_1 - b_2x_2 + b_3x_3) \\ &= -a_1\dot{x}_1 - a_2b_1x_1 - a_2b_2x_2 + a_2b_3x_3\end{aligned}$$

On dérive une deuxième fois l'équation  $\ddot{x}_1$

$$\ddot{x}_1 - a_1\ddot{x}_1 - a_2b_1\dot{x}_1 - a_2b_2\dot{x}_2 + a_2b_3\dot{x}_3$$

On retire  $\dot{x}_2$  dans l'équation 1 et  $\dot{x}_3$  dans l'équation 3 du système (2.25):

$$\begin{aligned}\ddot{x}_1 &= -a_1\ddot{x}_1 - a_2b_1\dot{x}_1 - a_2b_2\dot{x}_2 + a_2b_3\dot{x}_3 \\ &= -a_1\ddot{x}_1 - a_2b_1\dot{x}_1 - b_2(\ddot{x}_1 + a_1\dot{x}_1) + a_2b_3(-cx_2 + cx_4) \\ &= (-a_1 - b_2)\ddot{x}_1 + (-a_2b_1 - b_2a_1)\dot{x}_1 + a_2b_3(-cx_2 + cx_4) \\ &= -(a_1 + b_2)\ddot{x}_1 - (a_2b_1 + b_2a_1)\dot{x}_1 + a_2b_3\left(-\frac{a_2}{a_2}c(\dot{x}_1 + a_1x_1) + cx_4\right) \\ &= -(a_1 + b_2)\ddot{x}_1 - (a_2b_1 + b_2a_1 + b_3c)\dot{x}_1 - a_1b_3cx_1 + a_2b_3cx_4\end{aligned}$$

On dérive  $\ddot{x}_1$

$$\ddot{x}_1 = -(a_1 + b_2)\ddot{x}_1 - (a_2b_1 + b_2a_1 + b_3c)\dot{x}_1 - a_1b_3c\dot{x}_1 + a_2b_3c\dot{x}_4$$

On remplace  $\dot{x}_4$  par son équation dans le système (2.25) :

$$\begin{aligned}\ddot{x}_1 &= -(a_1 + b_2)\ddot{x}_1 - (a_2b_1 + b_2a_1 + b_3c)\dot{x}_1 - a_1b_3c\dot{x}_1 + a_2b_3c(-d_1x_3 + d_2\mu) \\ &= -(a_1 + b_2)\ddot{x}_1 - (a_2b_1 + b_2a_1 + b_3c)\dot{x}_1 - a_1b_3c\dot{x}_1 - a_2b_3cd_1x_3 + a_2b_3cd_2\mu\end{aligned}$$

Maintenant, on cherchera à tirer  $x_3$  en fonction de la variable  $x_1$  est ses dérivées et pour cela on extraie d'abord  $x_3$  a partir de l'équation 2 du système (2.25)

$$x_3 = \frac{1}{b_3}\dot{x}_2 + \frac{b_1}{b_3}x_1 + \frac{b_2}{b_3}x_2$$

Et On tire  $\dot{x}_2$  et  $x_2$  en fonction de  $x_1$  partir de l'équation 1 du système (2.25) et on remplace dans  $x_3$

$$\begin{aligned} x_3 &= \frac{1}{a_2 b_3} (\ddot{x}_1 + a_1 \dot{x}_1) + \frac{b_1}{b_3} x_1 + \frac{b_2}{a_2 b_3} (\dot{x}_1 + a_1 x_1) \\ &= \frac{1}{a_2 b_3} \ddot{x}_1 + \frac{a_1 + b_2}{a_2 b_3} \dot{x}_1 + \frac{b_1 a_2 + b_2 a_1}{a_2 b_3} x_1 \end{aligned}$$

On remplace  $x_3$  dans  $\ddot{x}_1$

$$\begin{aligned} \ddot{x}_1 &= -(a_1 + b_2)\ddot{x}_1 - (a_2 b_1 + b_2 a_1 + b_3 c)\dot{x}_1 - a_1 b_3 c \dot{x}_1 \\ &\quad - a_2 b_3 c d_1 \left( \frac{1}{a_2 b_3} \ddot{x}_1 + \frac{a_1 + b_2}{a_2 b_3} \dot{x}_1 + \frac{b_1 a_2 + b_2 a_1}{a_2 b_3} x_1 \right) + a_2 b_3 c d_2 \mu \\ &= -(a_1 + b_2)\ddot{x}_1 - (a_2 b_1 + a_1 b_2 + b_3 c + c d_1)\dot{x}_1 - (a_1 b_3 c + a_1 c d_1 + b_2 c d_1)\dot{x}_1 \\ &\quad - (a_2 b_1 c d_1 + a_1 b_2 c d_1)x_1 + a_2 b_3 c d_2 \mu \\ \ddot{x}_1 &= -(a_1 + b_2)\ddot{x}_1 - (a_2 b_1 + b_2 a_1 + b_3 c + c d_1)\dot{x}_1 - (a_1 b_3 c + c d_1 a_1 + c d_1 b_2)\dot{x}_1 \\ &\quad - (a_2 b_1 c d_1 + b_2 a_1 c d_1)x_1 + a_2 b_3 c d_2 \mu \end{aligned} \quad (2.26)$$

Maintenant On a  $y = x_1 = \Omega$  , on remplace  $x_1$  par  $y$  dans (3.3) on aura l'équation suivante :

$$\frac{d^4 y}{d^4 t} = -\rho_1 \frac{d^3 y}{d^3 t} - \rho_2 \frac{d^2 y}{d^2 t} - \rho_3 \frac{d y}{d t} - \rho_4 y + \rho_5 \mu \quad (2.27)$$

Tel que :  $\rho_1 = (a_1 + b_2)$

$$\rho_2 = (a_2 b_1 + b_2 a_1 + b_3 c + c d_1)$$

$$\rho_3 = (a_1 b_3 c + c d_1 a_1 + c d_1 b_2)$$

$$\rho_4 = (a_2 b_1 c d_1 + b_2 a_1 c d_1)$$

$$\rho_5 = a_2 b_3 c d_2$$

On tire un nouveau modèle d'état à partir de l'équation (2.27) comme suit

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{\bar{x}}_1 = \bar{x}_2 - \rho_1 \bar{x}_1 \\ \dot{\bar{x}}_2 = \bar{x}_3 - \rho_2 \bar{x}_1 \\ \dot{\bar{x}}_3 = \bar{x}_4 - \rho_3 \bar{x}_1 \\ \dot{\bar{x}}_4 = -\rho_4 \bar{x}_1 + \rho_5 \mu \end{array} \right. \quad (2.28)$$

On peut écrire ce système sous forme matricielle et on retrouve la forme (2.17) :

:  $\bar{x}_1 = y$

$$\begin{bmatrix} \dot{\bar{x}}_1 \\ \dot{\bar{x}}_2 \\ \dot{\bar{x}}_3 \\ \dot{\bar{x}}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{x}_1 \\ \bar{x}_2 \\ \bar{x}_3 \\ \bar{x}_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -y & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -y & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -y & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -y & \mu \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \rho_1 \\ \rho_2 \\ \rho_3 \\ \rho_4 \\ \rho_5 \end{bmatrix} \quad (2.29)$$

Tel que :

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \rho = \begin{bmatrix} \rho_1 \\ \rho_2 \\ \rho_3 \\ \rho_4 \\ \rho_5 \end{bmatrix}, \quad \phi = \begin{bmatrix} -y & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -y & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -y & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -y & \mu \end{bmatrix}$$

Il est clair que le système (2.29) coïncide avec le système (2.17) avec  $g(u, x) = 0$ , par conséquent, il ne fait aucune différence si l'on considère le système (2.29) au lieu de (2.17) pour la synthèse de l'observateur. (2.20)

**Théorème 1.5.** Considérons le système (2.29) alors le système dynamique (2.20) est un observateur du système réalisant une convergence exponentielle des erreurs d'observation et paramétriques vers l'origine pour des valeurs relativement grandes du gain  $\theta$  pourvu les hypothèses suivantes soient satisfaites :

- **H1** Pour toute séquence d'entrée bornée  $\{u(t)\} \in U$ , les trajectoires d'état sont bornées  $\{x(t)\} \in V \subset \mathbb{R}^n$
- **H2** La fonction  $\phi$  est lipchitzienne par rapport à  $x$  et  $\rho$ , uniformément en  $u$  pour tout  $(u, x, \rho) \in U \times V \times \Omega$
- **H3** Pour toute trajectoire d'état  $\{\hat{x}(t)\} \in V \subset \mathbb{R}^n$  de l'observateur ayant comme condition initiale  $(\hat{x}(0), \rho(0)) \in V \times \Omega$  il existe un scalaire positif  $\delta$  indépendant de  $\theta$  et un horizon temporel  $T$  tels que la séquence matricielle  $\{C\gamma(t)\} \in \mathbb{R}^{n \times n}$  vérifie la propriété suivante

$$\exists \delta_1, \delta_2 > 0; \exists T > 0; \forall t \geq 0$$

$$\delta_1 I_m \leq \int_t^{t+T} \Upsilon^T(\tau) C^T C \Upsilon(\tau) d\tau \leq \delta_2 I_m$$

**Remarque 1.8.** Les hypothèses **H1** et **H2** permettent de relâcher l'hypothèse d'une fonction  $\phi$  globalement lipchitzienne par rapport  $x$  et  $\rho$ , L'hypothèses **H3** est vitale pour la convergence de l'observateur. **H3** est communément connu sous l'appellation de condition d'excitation persistante communément requise pour l'identification des systèmes et certains problèmes de commande adaptative

## 2.4 Résultat de simulation

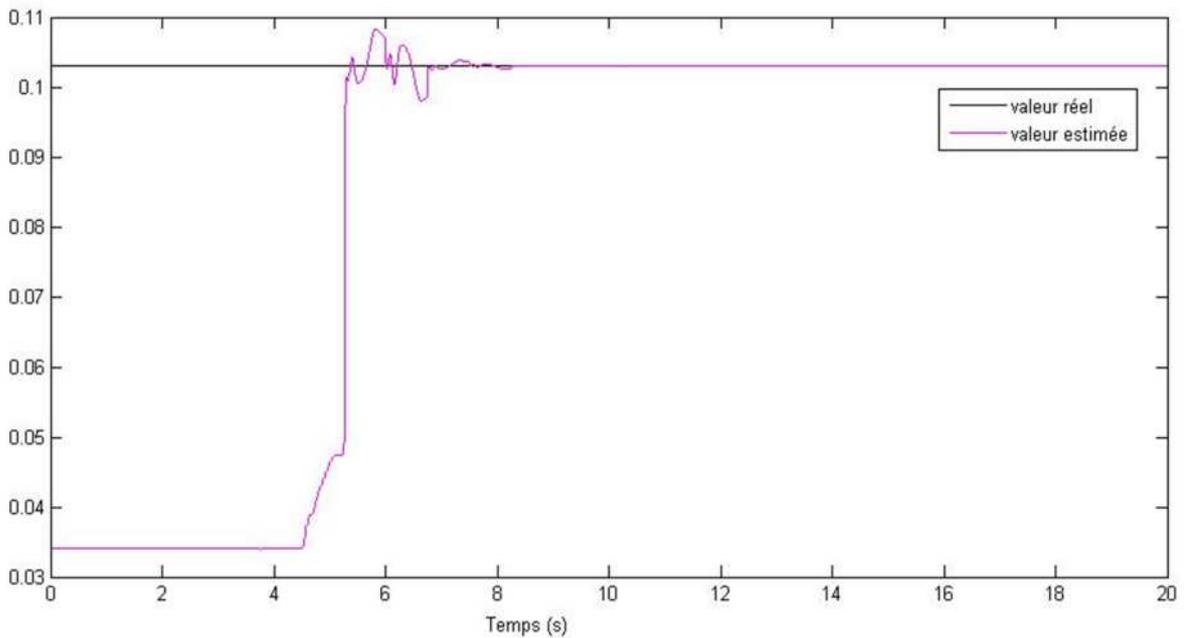


Fig. 2.1 estimation de l'inductance de l'induit ( $L_a$ )

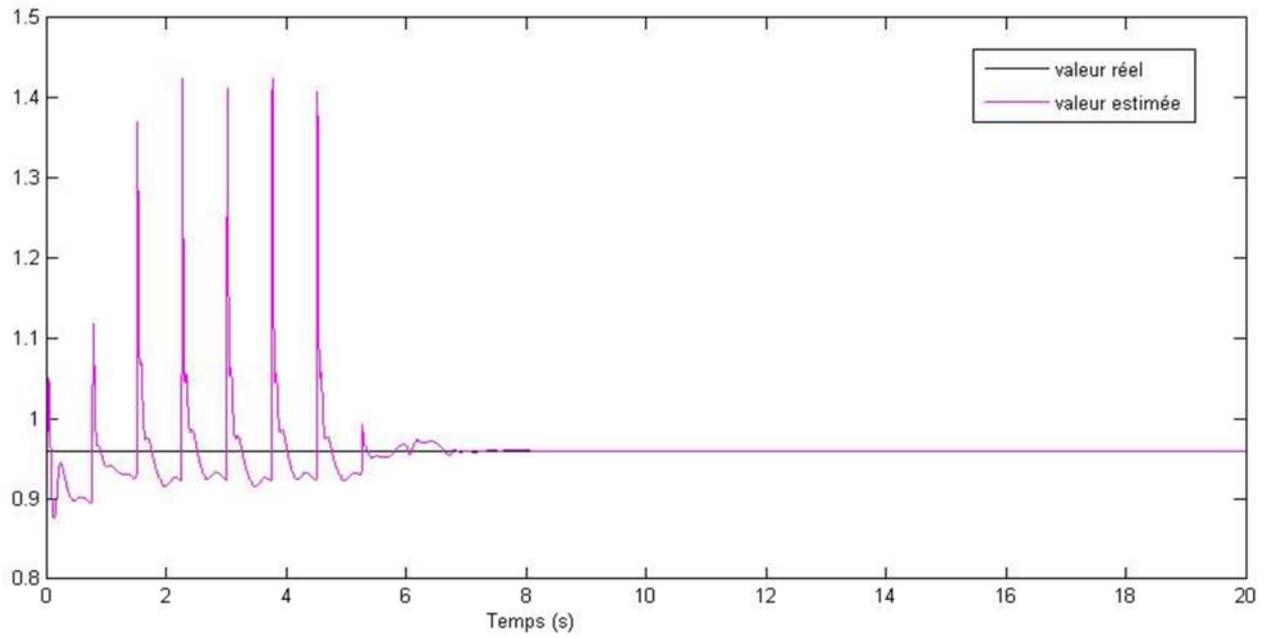


Fig. 2.2 estimation de la constante propre du moteur ( $k$ )

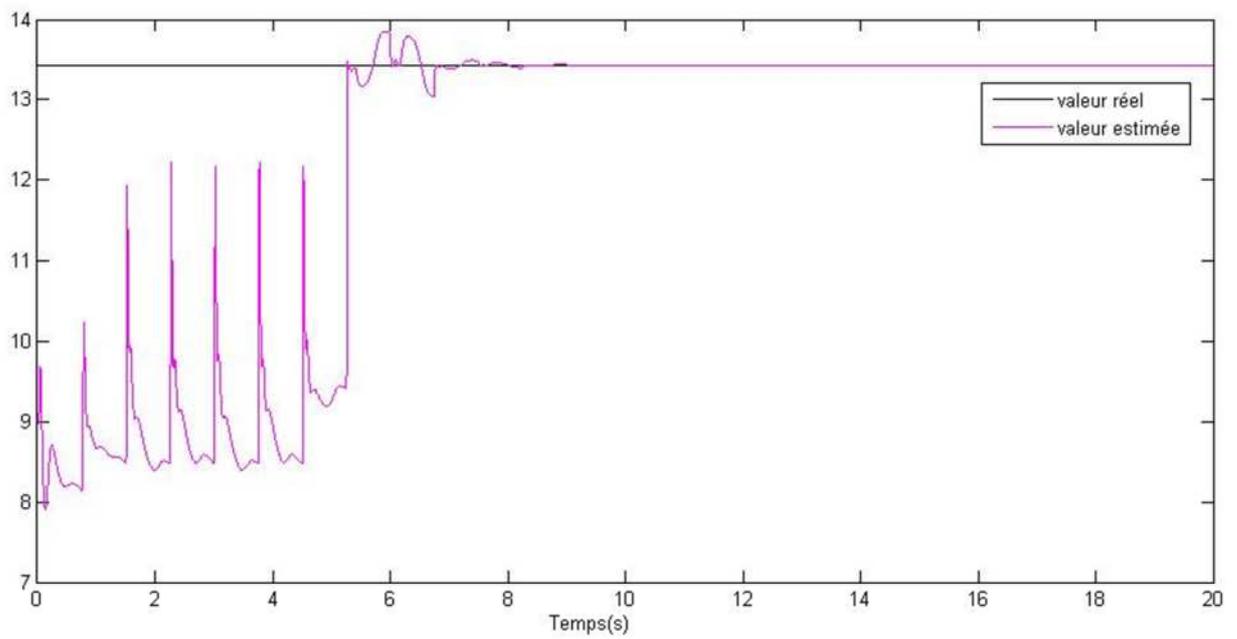


Fig. 2.3 estimation de la résistance d'induit ( $R_a$ )

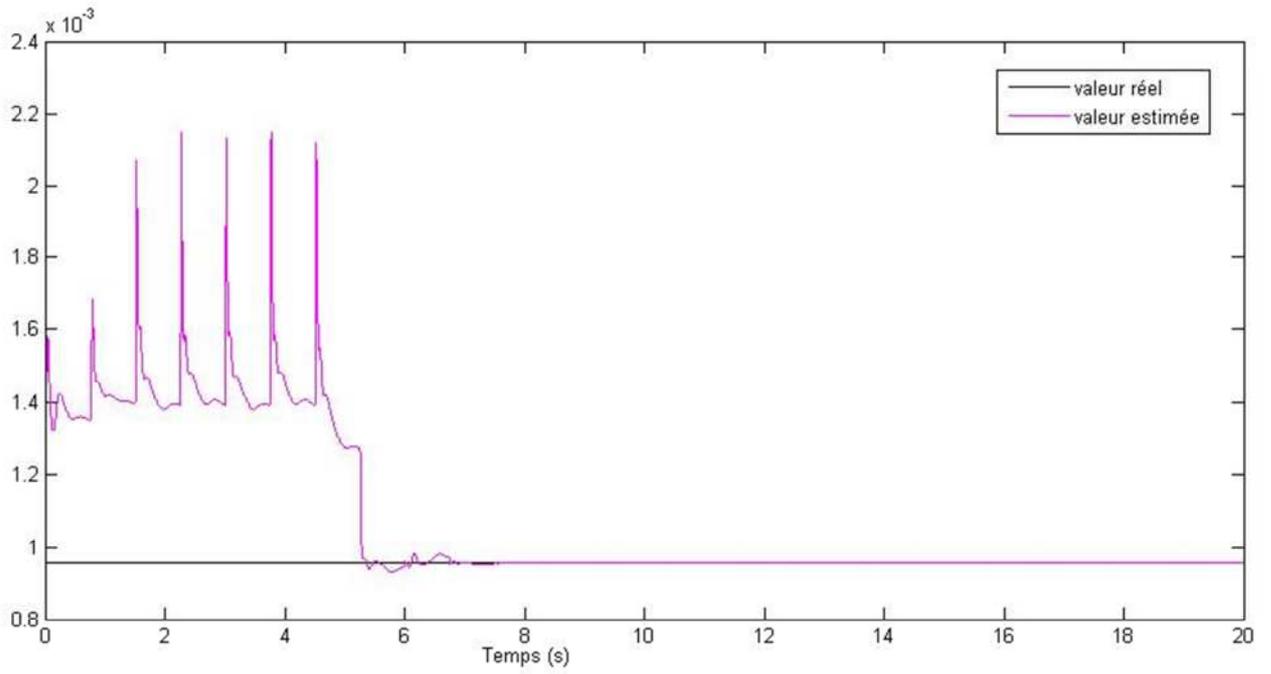


Fig. 2.4 estimation de la constant d'inertie (j)

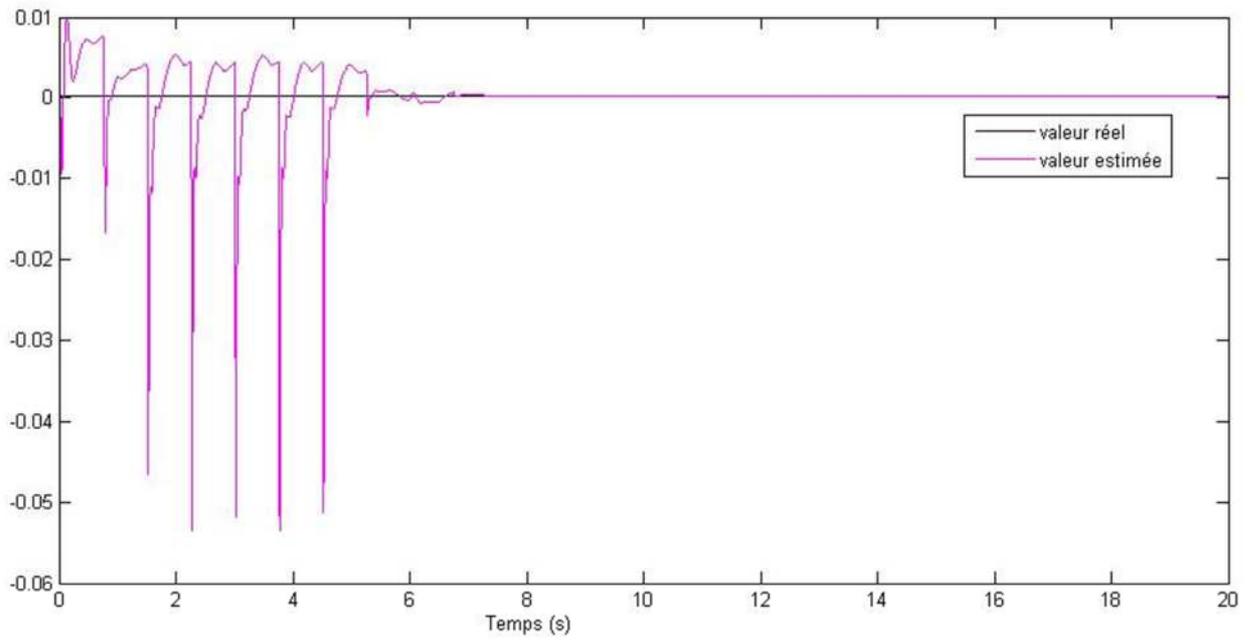


Fig. 2.5 estimation du coefficient de frottement visqueux (f)

**Conclusion**

La motivation principale dans ce chapitre était de concevoir un observateur adaptatif pour une classe de système uniformément observable, la convergence exponentielle de l'observateur était supposée être garantie pour les paramètres sous hypothèse de l'existence de la condition d'excitation persistante.

Le choix du paramètre  $\theta$  est obtenue après plusieurs essais, cette valeur a été fixée à 10 lors de la simulation de l'observateur (2.20) Les estimations des paramètres ( $L_m, R_m, k, j, f$ ) fournis par l'observateur sont comparés avec leurs vraies valeurs (issus de la simulation du modèle), dans Les Figures 2.1 jusqu'à 2.5 .ces résultats montrent clairement la bonne performance de l'observateur qui fournit une estimation satisfaisante des paramètres inconnus.

**Chapitre 3 :**  
**Commande adaptative par**  
**BackStepping**

## Introduction

Ce chapitre est consacré à l'étude de la méthode du Backstepping adaptative et non adaptative appliquée a la machine a courant continu , étape par étape, une commande est conçue et une analyse de stabilité est établie. A l'étape finale, une loi de commande globale assurant la stabilité en boucle fermée du système est construite via une fonction de Lyapunov.

## 1 Principe générale du Backstepping

L'idée consiste à calculer une loi de commande afin de garantir que la dérivée d'une certaine fonction (de Lyapunov) soit définie positive et que sa dérivée soit toujours négative. La méthode consiste à fragmenter le système en un ensemble de sous-systèmes imbriqués d'ordre décroissant.

Le calcul de la fonction de Lyapunov s'effectue, ensuite, récursivement en partant de l'intérieur de la boucle. A chaque étape, l'ordre du système est augmenté et la partie non stabilisée lors de l'étape précédente est traitée. À la dernière étape, la loi de commande est trouvée. Celle-ci permet de garantir, en tout temps, la stabilité globale du système compensé tout en travaillant en poursuite et en régulation.

## 2 Approche non adaptative

### 2.1 Principe

Pour simplifier la présentation, nous commençons par développer un exemple de commande non adaptative (figure 3.1) par la technique Backstepping dans le but d'atteindre la convergence des erreurs afin de réaliser la stabilité et l'équilibre  $y = x_1$  du système dont  $y_r$  est l'entrée de référence.

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= x_2 + \varphi(x_1)^T \theta \\ \dot{x}_2 &= u \\ y &= x_1\end{aligned}\tag{3.1}$$

Tel que  $\theta$  : vecteur paramétrique

$\varphi(x_1)$  : Vecteur de fonction dérivable, tel que  $\varphi(0) = 0$

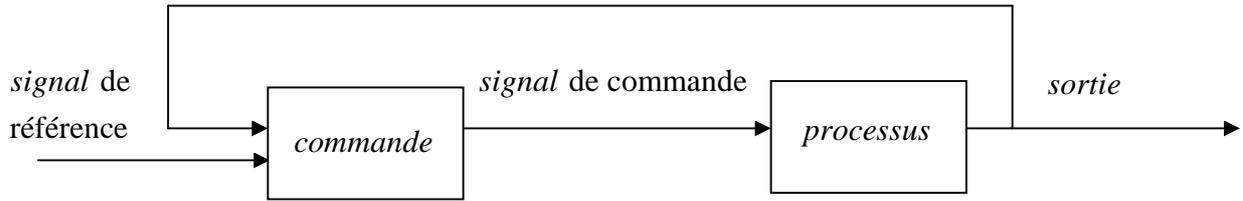


Figure 3.1 schéma de principe de la commande non adaptative

La conception du Backstepping est réursive. D'abord, on choisit l'état  $x_2$  comme étant Commande virtuelle de l'état  $x_1$  ensuite on adopte la fonction stabilisante Suivante :

$$\alpha(x_1) = -c_1(x_1 - y_r) - \varphi(x_1)^T \theta \quad c_1 > 0 \quad (3.2)$$

Cette solution est conçue pour stabiliser l'équation (3.1) en supposant que  $x_1 = \alpha_1(x_1)$  Peu être implanté .Puisque ce n'est pas le cas, on définit:

$$\begin{aligned} z_1 &= x_1 - y_r \\ z_2 &= x_2 - \alpha(x_1) - \dot{y}_r \end{aligned} \quad (3.3)$$

$z_2$  Est la variable qui exprime la réalité que  $x_2$  n'est pas la commande exacte, alors le système complet (3.1) peut être formulé en utilisant les nouvelles coordonnées  $z_1$  et  $z_2$

$$\begin{aligned} \dot{z}_1 &= -c_1 z_1 + z_2 \\ \dot{z}_2 &= u - \frac{\partial \alpha_1}{\partial x_1} (x_2 + \varphi(x_1)^T \theta) - \dot{y}_r - \frac{\partial \alpha_1}{\partial y_r} \ddot{y}_r \end{aligned} \quad (3.4)$$

Pour le système d'équations (3.4), on va concevoir une loi de commande  $u = \alpha(x_1, x_2)$  afin de rendre la dérivée de la fonction de Lyapunov définie négative :

$$V = \frac{1}{2} z_1^2 + \frac{1}{2} z_2^2 \quad (3.5)$$

La dérivée de (3.5) le long de la trajectoire donne:

$$\begin{aligned} \dot{V} &= z_1 \dot{z}_1 + z_2 \dot{z}_2 \\ &= -c_1 z_1^2 + \left[ u + z_1 - \frac{\partial \alpha_1}{\partial x_1} (x_2 + \varphi(x_1)^T \theta) - \dot{y}_r - \frac{\partial \alpha_1}{\partial y_r} \dot{y}_r \right] z_2 \end{aligned} \quad (3.6)$$

Le chemin pour réaliser et atteindre la négativité de  $\dot{V}$  est de choisir la commande  $u$  comme :

$$u = -c_1 z_2 - z_1 + \frac{\partial \alpha_1}{\partial x_1} (x_2 + \varphi(x_1)^T \theta) + \ddot{y}_r + \frac{\partial \alpha_1}{\partial y_r} \dot{y}_r \quad (3.7)$$

Alors :

$$V = -c_1 z_1^2 - c_2 z_2^2 \leq 0 \quad (3.8)$$

Ce qui signifie que l'équilibre est globalement asymptotiquement stable. Le système en boucle fermée est stable:

$$z = Az \quad (3.9)$$

Avec :

$$A = \begin{bmatrix} -c_1 & 1 \\ -1 & -c_2 \end{bmatrix}, z = \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \end{bmatrix}$$

### 3 Approche adaptative

Les modèles réels des systèmes physiques ne sont pas linéaires et habituellement caractérisés par des paramètres (masses, inductances, ..... ) qui sont peu connus ou dépendent d'un petit changement d'environnement. Si ces paramètres varient dans un intervalle important, il serait préférable d'employer une loi d'adaptation pour estimer les paramètres du système. La figure 4.2 donne le schéma de principe d'une commande adaptative.

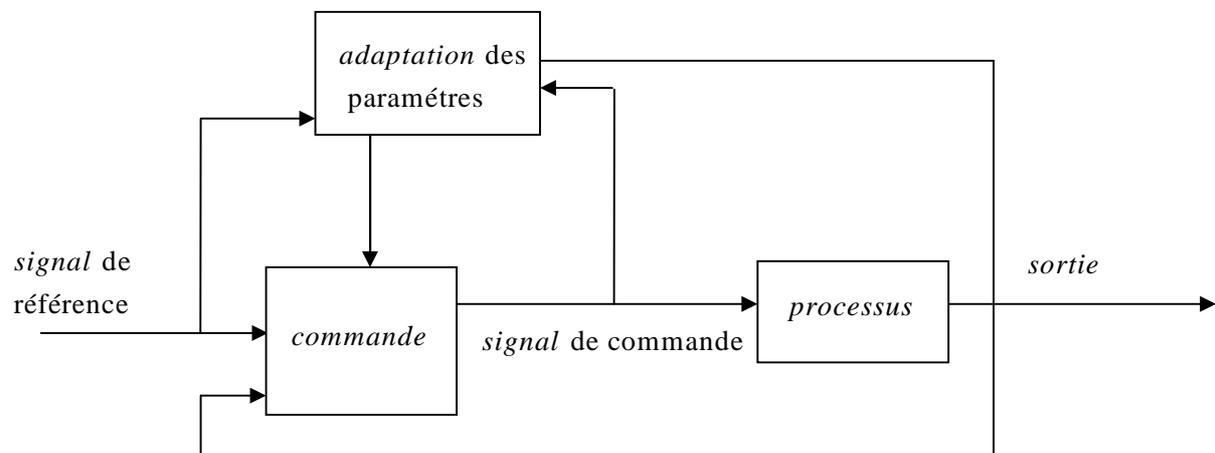


Figure 3.2 : Schéma de principe de la commande adaptative

### 3.1 Conditions d'implantation

Comme la majorité des méthodes de commande des systèmes non linéaires, l'application de la technique Backstepping est limitée à certaines classes de systèmes. Les systèmes dans ce cas doivent être sous une certaine forme triangulaire. La forme générale du système à analyser est donnée par :

$$\begin{aligned}
 \dot{x}_1 &= x_2 + \varphi_1(x_1)^T \theta \\
 \dot{x}_2 &= x_3 + \varphi_2(x_1, x_2)^T \theta \\
 &\cdot \\
 &\cdot \\
 &\cdot \\
 \dot{x}_n &= \beta(x)u + \varphi_n(x)^T \theta \\
 y &= x_1
 \end{aligned} \tag{3.10}$$

Où chaque  $\varphi_i : R^i \rightarrow R^p$  : est un vecteur de fonctions non linéaires, et  $\theta \in R^p$  est un vecteur de coefficients constants. La commande  $u$  est multipliée par la fonction  $\beta(x)$  avec  $\beta(x) \neq 0 \forall x \in R_n$

Si le but est d'atteindre la trajectoire désirée  $y_r$  en utilisant l'état  $x_i$ , alors l'algorithme du Backstepping peut être utilisée pour la stabilisation globale asymptotique de l'erreur du système (on note l'erreur primaire par  $z \in R^n$ ). Puisque le vecteur est inconnu, alors avec une augmentation du système par la dynamique de l'estimateur, l'algorithme de la commande adaptative Backstepping peut être utilisé pour atteindre la stabilité globale et asymptotique de l'erreur du système si les étapes et les conditions suivantes sont respectées :

- Le système est introduit selon la forme (3.10) ;
- La paramétrisation est linéaire ;
- La fonction  $\beta(x)$  satisfait la condition,  $\beta(x) \neq 0, \forall x \in R^n$
- Le signal de référence  $y_r$  est continu ;
- Tous les états sont mesurables.

### 4 Application de la commande Backstepping sur la MCC :

Dans ce qui suit, on va présenter l'étude et l'implantation de la commande adaptative et non adaptative par la méthode Backstepping sur la machine à courant continu. :

## 4.1 Commande non adaptative :

### 4.1.1 Application :

On considère le système suivant :

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = -\frac{f}{j}x_1 + \frac{k}{j}x_2 \\ \dot{x}_2 = \frac{1}{L_a}x_3 - \frac{R_a}{L_a}x_2 - \frac{k}{L_a}x_1 \\ \dot{x}_3 = \frac{1}{C}x_4 - \frac{1}{C}x_2 \\ \dot{x}_4 = -\frac{1}{L}x_3 + \frac{E}{L}\mu \end{cases} \quad (3.11)$$

Le système est sous la forme (3.10) donc on peut appliquer l'algorithme du Backstepping :

#### Etape 1 :

On pose  $z_1$  l'erreur de poursuite, le but est de forcer cette erreur à tendre vers zéro tel que  $z_1$  est définie par:

$$z_1 = x_1 - w_r$$

$w_r$  Est la référence donnée

La trajectoire de cette erreur est définie par :

$$\dot{z}_1 = \dot{x}_1 - \dot{w}_r = -\frac{f}{j}x_1 + \frac{k}{j}x_2 - \dot{w}_r \quad (3.12)$$

Dans cette équation la grandeur  $\frac{k}{j}x_2$  se présente comme une commande virtuelle considère la fonction candidate de Lyapunov suivante:

$$V_1 = 0.5z_1^2 \quad (3.13)$$

La dérivée de cette-ci le long de la trajectoire de (3.12) est:

$$\dot{V}_1 = z_1 \dot{z}_1 = z_1 \left( -\frac{f}{j} x_1 + \frac{k}{j} x_2 - \dot{w}_r \right) \quad (3.14)$$

On impose  $\dot{z}_1 = -c_1 z_1$  et tenant compte (3.12) on tire

$$\frac{k}{j} x_2 = \alpha_1 \quad (3.15)$$

Avec

$$\alpha_1 = +\frac{f}{j} x_1 + \dot{w}_r - c_1 z_1 \quad (3.16)$$

$\alpha_1$  Est la fonction stabilisante, ce implique  $\dot{V}_1 = -c_1 z_1^2$

Comme  $\left(\frac{k}{j} x_2\right)$  n'est pas une commande effective, on définit alors la deuxième erreur suivante :

**Etape 2 :**

$$z_2 = \frac{k}{j} x_2 - \alpha_1 \quad (3.17)$$

En remplaçant, dans (3.12), le terme  $\frac{k}{j} x_2$  par  $z_2 + \alpha_1$  et tenant compte de (3.16), la dérivée de  $z_1$  devient :

$$\dot{z}_1 = -c_1 z_1 + z_2 \quad (3.18)$$

Dans ce cas la fonction de Lyapunov (3.14) se réécrit:

$$\dot{V}_1 = -c_1 z_1^2 + z_1 z_2 \quad (3.19)$$

Afin d'assurer la stabilité asymptotique de  $z_1$  il est nécessaire de faire tendre  $z_2$  vers zéro .La trajectoire de cette dernière est définie par l'équation suivante:

$$\dot{z}_2 = \left( -\frac{k^2}{jL_m} + \left(\frac{f}{j}\right)^2 \right) x_1 - \left( \frac{kR_m}{jL_m} + \frac{jk}{j^2} \right) x_2 + \frac{k}{jL_m} x_3 - c_1^2 z_1 + c_1 z_2 - \ddot{w}_r \quad (3.20)$$

Dans (3.20), le terme  $\frac{k}{jL_m}x_3$  se présente comme une commande virtuelle pour le système composé des équations (3.18), (3.20), a cet effet, on prend la fonction candidate de Lyapunov suivante :

$$V_2 = V_1 + 0.5z_2^2 \quad (3.21)$$

En tenant compte de (3.10) sa dérivée est :

$$\dot{V}_2 = -c_1z_1^2 + z_2(z_1 + \dot{z}_2) \quad (3.22)$$

Afin de stabiliser asymptotiquement le système (3.18) et (3.20), On choisie la commande virtuelle telle que  $\dot{V}_2 = -c_1z_1^2 - c_2z_2^2$  (avec  $c_2$  une constante positive de réglage). Tenu compte de (3.12), la dérivée de  $z_2$  est donnée par :

$$\dot{z}_2 = -z_1 - c_2z_2 \quad (3.23)$$

En comparant (3.18) et (3.23) il en résulte l'expression suivante pour la commande virtuelle

$$\frac{k}{jL_m}x_3 = \alpha_2 \quad (3.24)$$

Avec

$$\alpha_2 = \dot{z}_2 = \left(\frac{k^2}{jL_m} - \left(\frac{f}{j}\right)^2\right)x_1 + \left(\frac{kR_m}{jL_m} + \frac{jk}{j^2}\right)x_2 - (c_1^2 - 1)z_1 - (c_1 + c_2)z_2 + \ddot{w}_r \quad (3.25)$$

Comme  $\frac{k}{jL_m}x_3$  n'est pas la commande effective, on abandonne l'équation (3.24). Néanmoins nous retenons la fonction stabilisant (3.25) est nous introduisons l'erreur :

$$z_3 = \frac{k}{jL_m}x_3 - \alpha_2 \quad (3.26)$$

En remplaçant dans (3.20) le terme  $\frac{k}{jL_m}x_3$  par  $z_3 + \alpha_2$ , on trouve :

$$\dot{z}_2 = -z_1 - c_2z_2 + z_3 \quad (3.27)$$

En tenant compte de (3.22), la dérivée de  $V_2$  devient :

$$\dot{V}_2 = -cz_1^2 - c_2z_2^2 + z_2z_3 \quad (3.28)$$

**Etape 3 :**

Le but de cette étape est de force l'erreur  $z_3$  à tendre vers zéro dont la trajectoire est définie par :

$$\dot{z}_3 = \frac{k}{jL_m} \dot{x}_3 + \dot{\alpha}_2 \quad (3.29) \quad \text{en}$$

tenant compte de (3.11), (3.25), (3.27) on aura :

$$\begin{aligned} \dot{z}_3 = & (b_1 \frac{f}{j} + b_2 (\frac{k}{L_m}))x_1 + (-b_1 \frac{k}{j} + b_2 \frac{R_m}{L_m} - \frac{k}{jL_m C})x_2 - \frac{b_2}{L_m}x_3 + \frac{k}{jL_m C}x_4 + \\ & (c_1^3 - 2c_1 - c_2)z_1 - (c_1^2 - c_2^2 + c_1c_2 - 1)z_2 + (c_1 + c_2)z_3 - \ddot{w}_r \end{aligned} \quad (3.30)$$

Avec

$$b_1 = (\frac{k^2}{jL_m} - (\frac{f}{j})^2)$$

$$b_2 = (\frac{kR_m}{jL_m} + \frac{jk}{j^2})$$

La quantité  $\frac{k}{jL_m C}x_4$  se présente comme une commande virtuelle pour le système composé des équations (3.11) (3.27) et (3.30) pour analyser la stabilité de ce système nous prenons la fonction de Lyapunov suivante :

$$V_3 = V_2 + 0.5z_3^2 \quad (3.31)$$

Tenant compte de (3.28), la dérivée de la fonction de Lyapunov  $V_3$  est :

$$\dot{V}_3 = -cz_1^2 - c_2z_2^2 + z_3(z_2 + \dot{z}_3) \quad (3.32)$$

Pour assure la stabilité asymptotique du système (3.18), (3.27) et (3.30) on choisie la commande virtuelle telle que :

$$\dot{z}_3 = -z_2 - c_3z_3 \quad (\text{Avec } c_3 \text{ constante positive}) \quad (3.33)$$

L'équation (3.32) devient :

$$\dot{V}_3 = -c_1 z_1^2 - c_2 z_2^2 - c_3 z_3^2 \quad (3.34)$$

En comparant (3.30) et (3.33), la commande virtuelle  $\frac{k}{jL_m C} x_4$  est donnée par l'expression suivante :

$$\frac{k}{jL_m C} x_4 = \alpha_3 \quad (3.35)$$

Avec

$$\alpha_3 = -(b_1 \frac{f}{j} + b_2 (\frac{k}{L_m})) x_1 + (-b_1 \frac{k}{j} + b_2 \frac{R_m}{L_m} - \frac{k}{jL_m C}) x_2 + \frac{b_2}{\hat{L}_m} x_3 - (c_1^3 - 2c_1 - c_2) z_1 + (c_1^2 - c_2^2 + c_1 c_2 - 2) z_2 + (c_1 + c_2 + c_3) z_3 - \ddot{w}_r \quad (3.36)$$

Comme  $\frac{k}{jL_m C} x_4$  n'est pas une commande effective, en tenant compte de la fonction stabilisante (4-36), on introduit l'erreur :

$$z_4 = \frac{k}{jL_m C} x_4 - \alpha_3 \quad (3.37)$$

En remplaçant dans l'expression (3.30) le terme  $\frac{k}{jL_m C} x_4$  par  $z_4 + \alpha_3$  et en utilisant (3.36), on obtient :

$$\dot{z}_3 = -z_2 - c_3 z_3 + z_4 \quad (3.38)$$

L'équation (3-34) devient alors :

$$\dot{V}_3 = -c_1 z_1^2 - c_2 z_2^2 - c_3 z_3^2 + z_3 z_4 \quad (3.39)$$

**Etape4 :**

A partir de (3-37),(3-11),(3-36),(3-18),(3-23) et (3-33) , la dérivée de l'erreur est définie par :

$$\begin{aligned} \dot{z}_4 = & -(b_3 \frac{f}{j} - b_4 \frac{k_m}{L_m})x_1 + (b_3 \frac{f}{j} + b_4 \frac{R_m}{L_m} + b_2 \frac{1}{L_m C})x_2 - (\frac{k}{jL_m CL} + \frac{b_4}{L_m})x_3 - \frac{b_2}{L_m C}x_4 - \frac{kE}{jL_m CL}\mu \\ & -(c_1^4 - 3c_1^2 - 2c_1c_2 + 2)z_1 - (-c_1^3 - c_2^3 - c_1c_2^2 - c_2c_1^2 + 3c_1 + 4c_2 + c_3)z_2 \\ & -(c_1^2 + c_2^2 + c_3^2 + c_1c_2 + c_3 + c_3c_2 + c_1c_3 - 2)z_3 + (c_1 + c_2 + c_3)z_3 - w_r^{(4)} \end{aligned} \quad (3-40)$$

Avec

$$b_3 = b_1 \frac{f}{j} - b_2 \frac{k_m}{L_m} \quad (3-40a)$$

$$b_4 = b_1 \frac{f}{j} - b_2 \frac{R_m}{L_m} + \frac{1}{jL_m C} \quad (3-40b)$$

La commande  $\mu$  apparait pour la première fois dans l'équation (3-40).pour l'élaboration de la loi de commande, on considère la fonction candidate de Lyapunov

Suivante :

$$V_4 = V_3 + \frac{1}{2} z_4^2 \quad (3-41)$$

Dont la dérivée devient :

$$\dot{V}_4 = -c_1 z_1^2 - c_2 z_2^2 - c_3 z_3^2 + z_4 (z_3 + \dot{z}_4) \quad (3-42)$$

Afin d'assurer la stabilité asymptotique du système dont l'état est composé des variables  $(z_1, z_2, z_3, z_4)$ , on choisit la loi de commande de telle sorte que :

$$\dot{z}_4 = -z_3 - c_4 z_4 \quad (3-43)$$

Avec ce choix, la dérivée de  $V_4$  devient :

$$\dot{V}_4 = -c_1 z_1^2 - c_2 z_2^2 - c_3 z_3^2 - c_4 z_4^2 \quad (3-44)$$

Ce qui implique que le système est asymptotiquement stable. En combinant les équations (3-40) et (3-43) on obtient la loi de commande suivante :

$$\mu = \frac{kE}{jL_m CL} \left\{ \begin{array}{l} +(b_3 \frac{f}{j} - b_4 \frac{k_m}{L_m})x_1 - (b_3 \frac{f}{j} + b_4 \frac{R_m}{L_m} + b_2 \frac{1}{L_m C})x_2 + (\frac{k}{jL_m C} + \frac{b_4}{L_m})x_3 + \frac{b_2}{L_m C}x_4 \\ -(c_1^4 - 3c_1^2 - 2c_1c_2 + 2)z_1 - (-c_1^3 - c_2^3 - c_1c_2^2 - c_2c_1^2 + 3c_1 + 4c_2 + c_3)z_2 \\ -(c_1^2 + c_2^2 + c_3^2 + c_1c_2 + c_3 + c_3c_2 + c_1c_3 - 3)z_3 + (c_1 + c_2 + c_3 + c_4)z_3 - w_r^{(4)} \end{array} \right\} \quad (3-45)$$

Le système d'erreurs est donné par l'équation suivante :

$$\begin{bmatrix} \dot{z}_1 \\ \dot{z}_2 \\ \dot{z}_3 \\ \dot{z}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -c_1 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & -c_2 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & -c_3 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & -c_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ z_3 \\ z_4 \end{bmatrix} \quad (3.46)$$

Par conséquent, le système d'erreurs (3-46) est asymptotiquement stable, donc l'erreur de poursuite  $z_1 = x_1 - w_r$  Converge vers zéro.

### 4.1.2 Résultat de simulation :

Les figures (3.3) et (3.4) montrent le comportement du système pour une référence variable entre 30 et 130 rad/s

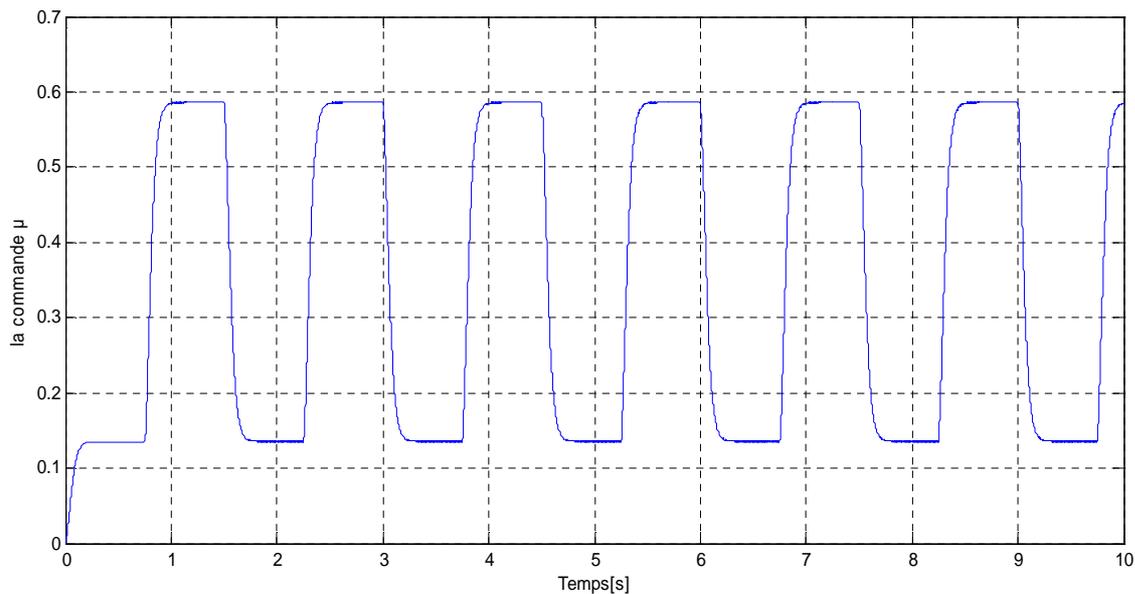


Figure 3.3 la commande  $\mu$  (rapport cyclique)

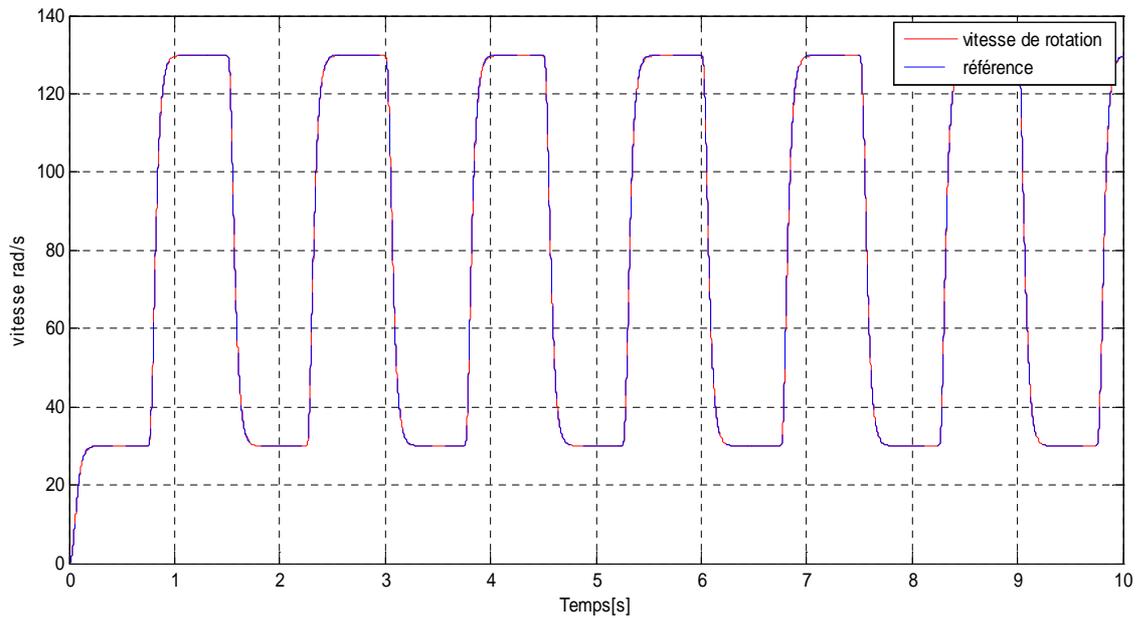


Figure 3.4 vitesse de rotation

La figure (3.5) montre le comportement du système pour une référence entre 30 et 130rad/s et une variation des paramètres  $f$ ,  $j$ ,  $L_m$  tel que :

$$f=f*5$$

$$j=j*5$$

$$L_m=5*L_m$$

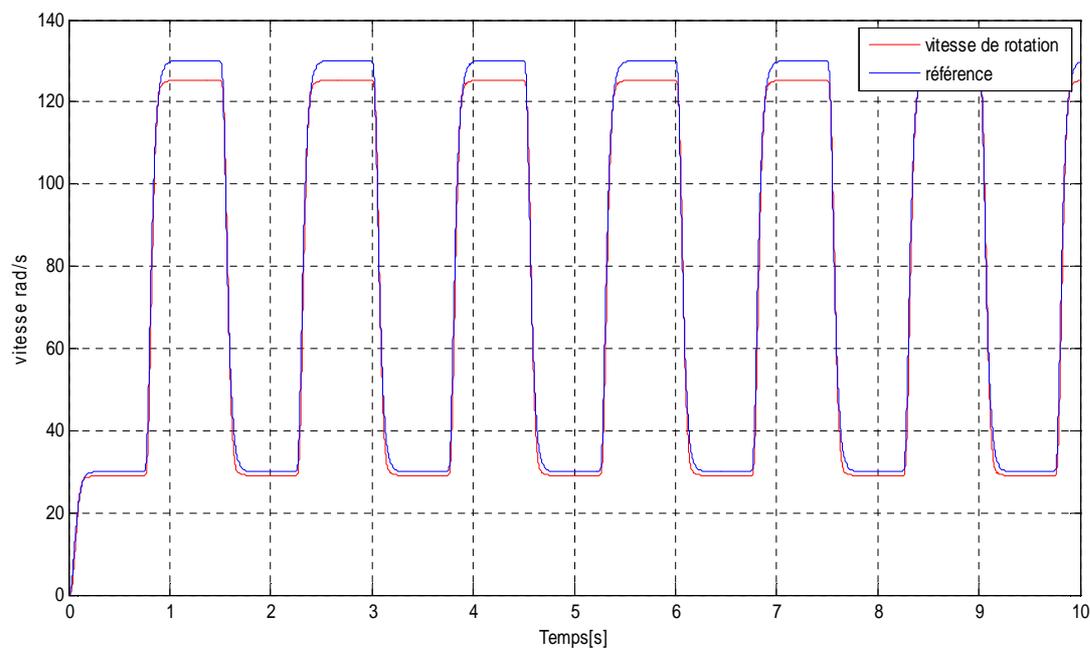


Figure 3.5 vitesse de rotation

## 4.2 Commande adaptative

Pour concevoir une commande adaptative dans cette partie, on remplace le vecteur de paramètres réels  $\theta$  dans la commande final calculé dans (3.45) par son estimation  $\hat{\theta}$  calculé par l'observateur adaptatif que nous avons développé au deuxième chapitre tel que :

$$\theta = \begin{bmatrix} L_m \\ R_m \\ k \\ j \\ f \end{bmatrix} \text{ et } \hat{\theta} = \begin{bmatrix} \hat{L}_m \\ \hat{R}_m \\ \hat{k} \\ \hat{j} \\ \hat{f} \end{bmatrix}$$

La commande adaptative s'écrira comme suit :

$$\mu = \frac{KE}{\hat{j}\hat{L}_m CL} \begin{bmatrix} +(b_3 \frac{\hat{f}}{\hat{j}} - b_4 \frac{\hat{k}_m}{\hat{L}_m})x_1 - (b_3 \frac{\hat{f}}{\hat{j}} + b_4 \frac{\hat{R}_m}{\hat{L}_m} + b_2 \frac{1}{\hat{L}_m C})x_2 + (\frac{\hat{k}}{\hat{j}\hat{L}_m C} + \frac{b_4}{\hat{L}_m})x_3 + \frac{b_2}{\hat{L}_m C}x_4 \\ -(c_1^4 - 3c_1^2 - 2c_1c_2 + 2)z_1 - (-c_1^3 - c_2^3 - c_1c_2^2 - c_2c_1^2 + 3c_1 + 4c_2 + c_3)z_2 \\ -(c_1^2 + c_2^2 + c_3^2 + c_1c_2 + c_3 + c_3c_2 + c_1c_3 - 3)z_3 + (c_1 + c_2 + c_3 + c_4)z_3 - w_r^{(4)} \end{bmatrix}$$

### 4.2.1 Résultat de simulation :

La figure (3.6) et (3.7) montre le comportement du système pour une référence variable entre 20 et 140 rad/s

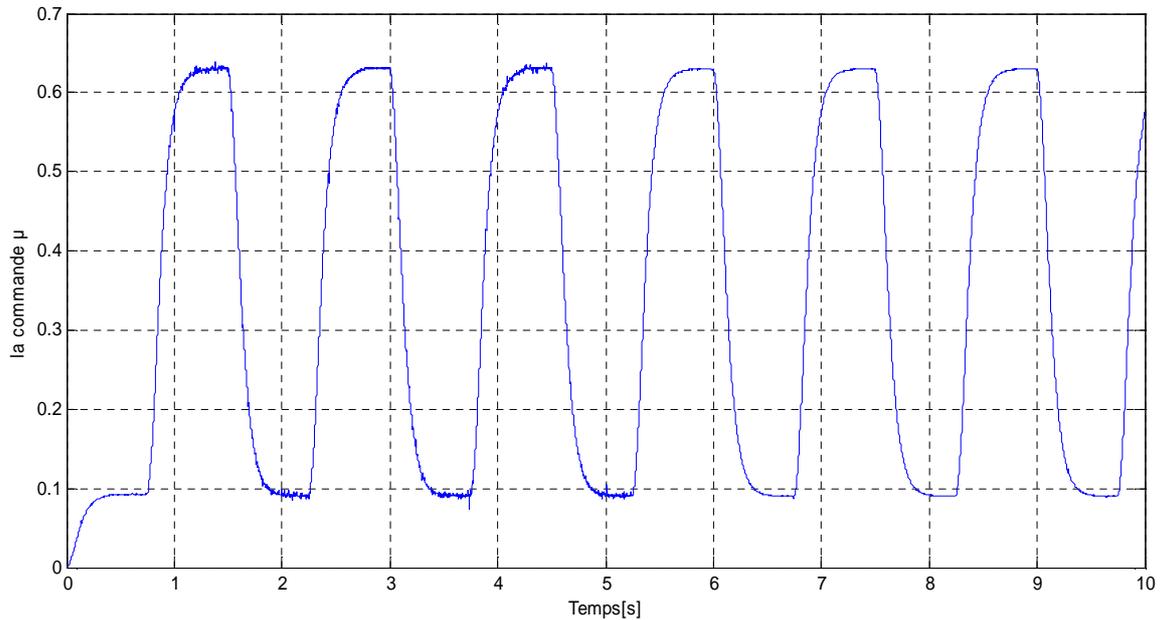


Figure 3.6 la commande  $\mu$  (rapport cyclique)

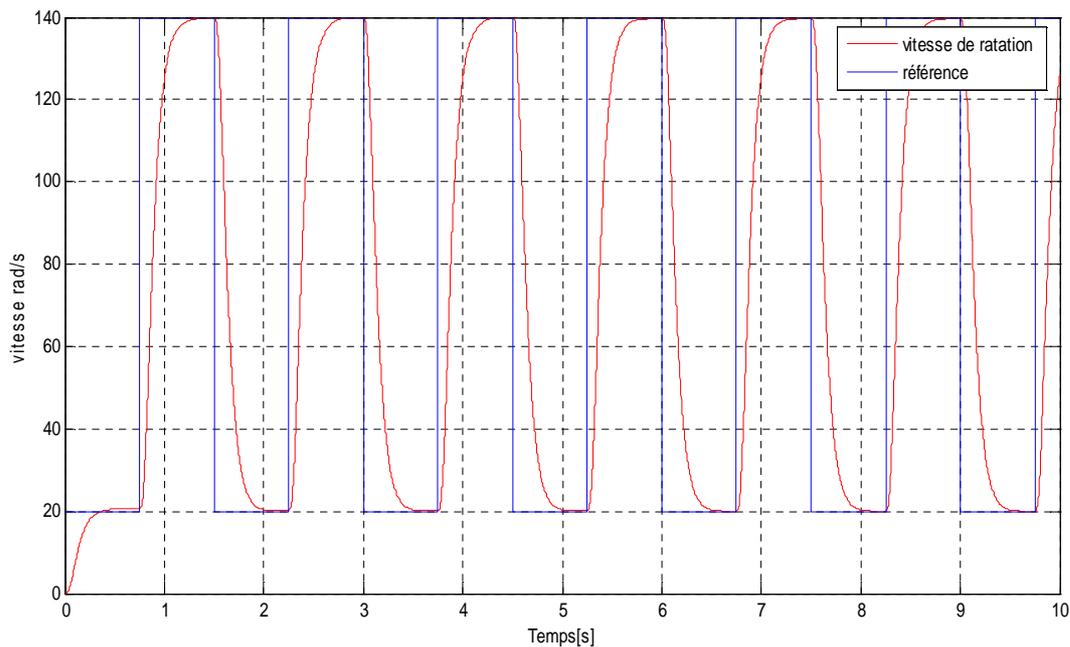


Figure 3.7 vitesse de rotation

La figure (3.8) (3.9) montre le comportement du système pour une référence entre 20 et 140 rad/s et une variation des paramètres  $f$ ,  $j$ ,  $L_m$  tel que :

1 Premier cas :  $f=f*5$

$j=j*5$

$Lm=5*Lm$

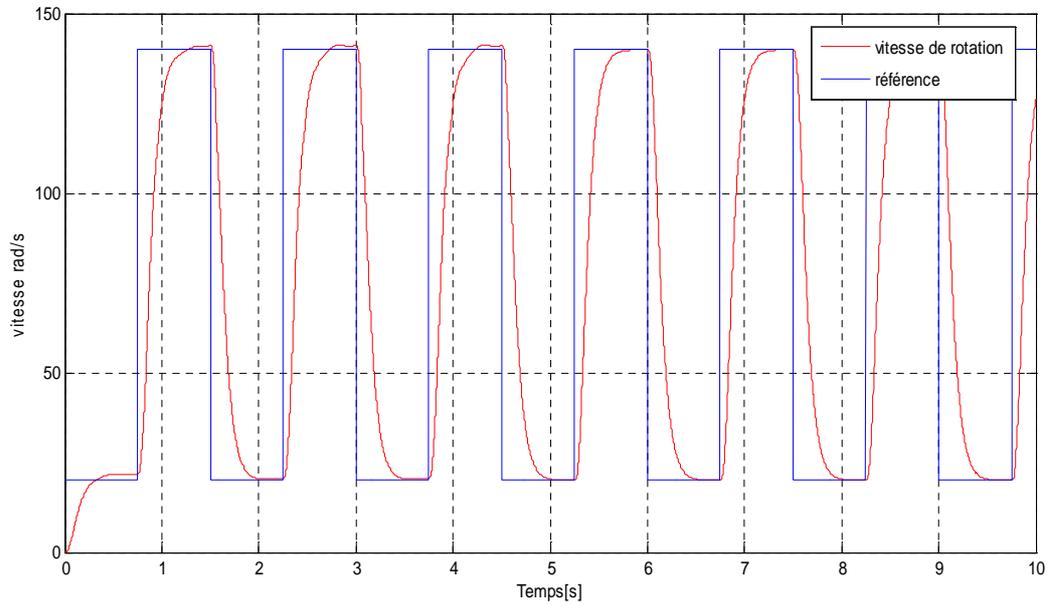


Figure 3.8 vitesse de rotation

Deuxieme cas :

$f=f*20$

$j=j*15$

$Lm=5*Lm$

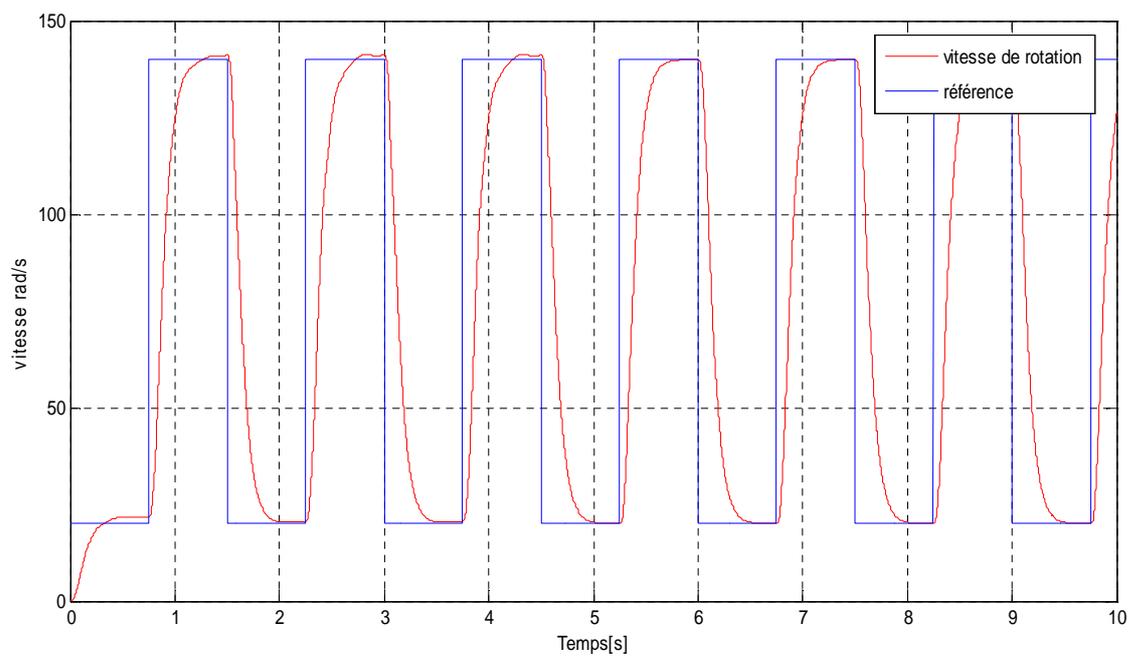


Figure 3.9 vitesse de rotation

**Conclusion**

D'après les résultats de simulation des deux commandes, on constate clairement l'efficacité de l'approche adaptative qui garantie une meilleur stabilité et poursuite de l'erreur car d'après la comparaison de la figure (3.5) décrivant la réponse du système pour la commande non adaptative et la figure (3.8) donnant les résultats de la commande adaptative pour des valeurs paramétriques changés après simulation , on constate que l'approche adaptative ce montre plus robuste malgré le changement des paramètres subis par  $L_m$ ,  $f$ ,  $j$  la vitesse de rotation tend toujours vers la références voulu.

# **Conclusion générale**

## Conclusion générale

Dans ce travail nous avons commencé par l'étude du fonctionnement de la machine a courant continu associée a un convertisseur Buck, cette dernière nous a permis de décrire le comportement des états physiques de la machine (courant , tension , vitesse) en série d'équations mathématiques avec lesquelles on a pu construire un modèle traduisant l'évolution dans le temps des états considérés. Par la suite notre étude s'est portée sur les observateurs plus particulièrement l'observateur adaptatif du type grand gain que nous avons utilisés dans nos travaux afin d'estimer les paramètres de la machine a courant continu supposé inconnus, par ailleurs, après simulation et comparaison avec des paramètres d'un modèle réel construit et dont les paramètres sont connus à l'avance, les paramètres estimés par l'observateur convergent parfaitement vers les paramètres réels.

Par ailleurs, nous avons étudié l'approche de la commande non adaptative et adaptative en utilisant la technique « Backstepping » dans le cas adaptatif où les paramètres sont inconnus, cette commande est basée sur l'estimation en ligne des paramètres du système via un observateur et l'élaboration d'une loi de commande basée sur la stabilité de « Lyapunov », les résultats après simulation des deux commandes montrent clairement la robustesse de l'approche adaptative vis-à-vis du changement paramétrique subi par l'inductance  $j L_m$  et  $f$  constatant que le système converge parfaitement vers la référence donnée, ce qui a permis de garder une performance requise malgré une grande variation paramétrique.

# **Bibliographie**

## Bibliographie

- [1] Bennabi Nacira, Cherfa Souad , Meziani Ouiza ‘ « modélisation et simulation de la machine a courant continu » mémoire D.U.E.A , U.M.M.T.O, 2009
- [2] K. Busawon, M. Farza, and H. Hammouri. Observer design for a special class of nonlinear systems. *International Journal of Control*, 71(3) :405–418, 1998.
- [3] M. Farza, M. M’Saad, T. Maatoug, and M. Kamoun. Adaptive observers for nonlinearly parametrized class of nonlinear systems. *Automatica*, 45(10) :2292–2299, 2009.
- [4] M. Farza, M. M’Saad, and L. Rossignol. Observer design for a class of MIMO nonlinear systems. *Automatica*, 40(1) :135–143, 2004
- [5] J.P. Gauthier, H. Hammouri, and S. Othman. A simple observer for nonlinear systems - application to bioreactors. *IEEE Trans. Auto. Control*, 37 :875–880, 1992.
- [6] Abdou Dib. Observation et Commande de la Machine Asynchrone. *Automatic Control Engi-neering*. Université de Caen, mémoire, 2012. French
- [7] Yassine Soukkou .commande adaptative par backstepping d’une classe de système non linéaire incertain université de jijel ,2014
- [8] Abdou Dib. Observation et Commande de la Machine Asynchrone. *Automatic Control Engi-neering*. Université de Caen, 201