

RÉPUBLIQUE ALGÉRIENNE DÉMOCRATIQUE ET POPULAIRE
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique

UNIVERSITÉ MOULOUD MAMMERI DE TIZI-OUZOU
FACULTÉ DE GÉNIE ÉLECTRIQUE ET DE L' INFORMATIQUE
DÉPARTEMENT D'AUTOMATIQUE

THÈSE

Présentée pour obtenir le diplôme de

DOCTORAT LMD

Spécialité : AUTOMATIQUE

Par :

Tassadit CHEKARI

THÈME

CONTRIBUTION À LA COMMANDE MULTI-BOUCLE

FRACTIONNAIRE DES SYSTÈMES

MULTIVARIABLES

THÈSE SOUTENUE PUBLIQUEMENT DEVANT LE JURY :

Président	Saïd DJENNOUNE	<i>Professeur, Université Mouloud Mammeri, Tizi-Ouzou</i>
Rapporteur	Rachid MANSOURI	<i>Professeur, Université Mouloud Mammeri, Tizi-Ouzou</i>
Co-Rapporteur	Maâmar BETTAYEB	<i>Professeur, Université de Sharjah (EAU)</i>
Examineurs	Ahmed MAIDI	<i>Professeur, Université Mouloud Mammeri, Tizi-Ouzou</i>
	Abdelmadjid KHELASSI	<i>Maitre de Conférences A, Université M'hamed Bougara, Boumerdès</i>

DATE : 11 MARS 2019

Je dédie ce travail de thèse à la mémoire de mon défunt, très cher frangin Samir, pour son soutien inconditionnel tout au long de sa vie, pour sa confiance en moi et pour toutes les belles choses qu'il a su m'offrir.

Ce travail a été effectué au Laboratoire de Conception et Conduite des Systèmes de Production (L2CSP), de l'université Mouloud Mammeri de Tizi-Ouzou.

Je tiens à remercier, en premier lieu, Monsieur Rachid MANSOURI, Professeur à l'université Mouloud Mammeri de Tizi-Ouzou, Directeur de ma thèse pour avoir dirigé ce travail de recherche tout au long de ces années de thèse et pour la confiance qu'il a su me témoigner. Outre ses qualités professionnelles, j'ai pu apprécier aussi ses qualités humaines et sa disponibilité. Qu'il trouve ici l'expression de mon profond respect.

Je témoigne toute ma gratitude à Monsieur Maâmar BETTAYEB, Professeur à l'université de Sharjah (Emirats Arabes Unies) co-directeur de ma thèse, pour son aide et sa collaboration.

Je souhaite remercier également Monsieur Saïd DJENNOUNE, Professeur à l'université Mouloud Mammeri de Tizi-Ouzou de m'avoir fait l'honneur d'accepter de présider le jury de ma soutenance de thèse.

Mes remerciements vont également envers Messieurs : Ahmed MAIDI, Professeur à l'université Mouloud Mammeri de Tizi-Ouzou, Abdelmadjid KHELASSI, Maître de Conférences A, Université M'hamed Bougara de Boumerdès d'avoir accepté de considérer et d'évaluer notre travail de recherche.

Je témoigne ma reconnaissance à Monsieur Mourad AIT-AHMED, membre du laboratoire IREENA, Institut de Recherche en Energie Electrique de Nantes Atlantique, au sein du Centre de Recherche et du Transfert des Technologies (CRTT) pour m'avoir accueilli pendant mon stage, pour son aide et sa sympathie.

Mes remerciements s'adressent également à tous les membres du laboratoire de Conception et Conduite des Systèmes de Production (L2CSP). L'ambiance de travail pendant

ces années de recherche, n'aurait jamais été ce qu'elle est sans la présence de tous ses membres à savoir enseignants et doctorants.

Je tiens particulièrement à manifester toute ma reconnaissance à mes chers parents, qui ont permis l'aboutissement de mes longues années d'études, pour leur soutien indéfectible et pour la confiance qui m'ont toujours accordée. Qu'ils trouvent ici l'expression de ma profonde gratitude. Un grand merci à tous mes frères et soeurs pour leurs encouragements et patience.

Je ne manquerais pas de remercier tous mes enseignants du département d'Automatique pour leurs encouragements et sympathie.

Je ne saurais clore cette page sans remercier Monsieur Tahar AIT KAID, Enseignant à l'université de Boumerdès et Monsieur RAVI pour leurs aide.

Notations

$C_1(s)$:	contrôleur diagonal pour la réduction de l'effet des interactions
$c_{1i}(s)$:	contrôleur de la réduction de l'effet du couplage de la boucle (u_i, y_i)
$C_2(s)$:	contrôleur diagonal pour le suivi de consigne
$c_{2i}(s)$:	contrôleur du suivi de consigne pour la boucle (u_i, y_i)
$f_i(s)$:	fonction de transfert désirée de la boucle (u_i, y_i)
$g(s)$:	fonction de transfert d'un système monovarié
$G(s)$:	matrice de fonction de transfert d'un système multivarié
$G_m(s)$:	matrice fonction de transfert sans les interactions
$G_m^+(s)$:	matrice diagonale incluant les parties non inversibles des fonctions de transfert de la configuration de commande choisie
s :	opérateur de Laplace
$T(s)$:	matrice fonction de sensibilité complémentaire
$t_i(s)$:	fonction de sensibilité complémentaire définie pour la boucle (u_i, y_i)
τ_{ci} :	constante de temps du modèle de référence de la boucle (u_i, y_i)
τ_{ti} :	constante de temps de la fonction de sensibilité complémentaire de la boucle (u_i, y_i)
α_i :	ordre fractionnaire choisi pour la boucle (u_i, y_i)
Λ :	matrice des gains relatifs
λ_{ij} :	gain relatif correspondant à la boucle (u_j, y_i)

Abréviations

$1DDL$:	un seul degré de liberté
$2DDL$:	deux degrés de liberté
COF :	acronyme de la commande d'ordre fractionnaire
FOF :	acronyme anglais du filtre d'ordre fractionnaire
IMC :	acronyme anglais de la structure de commande par modèle interne
$MIMO$:	acronyme anglais des systèmes multivariés
NI :	acronyme anglais de l'indice de Niederlinski
RGA :	acronyme anglais de la matrice des gains relatifs
$SISO$:	acronyme anglais des systèmes monovariés

Table des matières

Introduction générale	1
1 Généralités sur les systèmes multivariables : Analyse et Commande	9
1.1 Introduction	9
1.2 Définition et représentation des systèmes multivariables	10
1.2.1 Représentation par matrice fonction de transfert	11
1.2.2 Phénomène des interactions dans un système multivariable	12
1.3 Analyse des interactions dans un système multivariable	14
1.3.1 Matrice des gains relatifs (RGA : Relative Gain Array)	15
1.3.2 Interprétation des éléments de la matrice des gains relatifs	18
1.3.3 Matrice des gains relatifs pour un système TITO	19
1.3.4 Variantes de la matrice des gains relatifs	23
1.4 Commande des systèmes multivariables	25
1.4.1 Méthodes de commande multivariable	25
1.4.2 Commande par découplage	26
1.4.3 Commande multi-boucle	27
1.5 Stabilité et synthèse de la commande multi-boucle	32
1.5.1 Stabilité de la structure de commande multi-boucle	32
1.5.2 Dominance diagonale	34
1.5.3 Intégrité	35
1.5.4 Indice de Niederlinski	36
1.5.5 Synthèse d'un système de commande multi-boucle	37

1.6	Méthodes de la commande d'ordre fractionnaire	38
1.7	Conclusion	39
2	COF à base de la commande IMC et la commande à 2DDL	41
2.1	Introduction	41
2.2	Principe de la commande par modèle interne	42
2.3	Fonction idéale de Bode	45
2.4	Simulation et implémentation des régulateurs fractionnaires	49
2.4.1	Approximation d'Oustaloup	49
2.4.2	Intégrateur borné en fréquences	53
2.5	Régulateur PID vs régulateur $PI^\lambda D^\mu$	55
2.6	Synthèse du contrôleur IMC-PID-FOF	57
2.7	Commande à deux degrés de liberté	59
2.7.1	Fonctions de sensibilité et sensibilité complémentaire	59
2.7.2	Contrôleur IMC-PID-FOF à 2DDL	63
2.7.3	Exemple d'illustration	70
2.8	Conclusion	76
3	Synthèse des contrôleurs multi-boucles fractionnaires pour les systèmes MIMO	77
3.1	Introduction	77
3.2	Synthèse du contrôleur multi-boucle fractionnaire à 1DDL	78
3.3	Synthèse du contrôleur multi-boucle d'ordre fractionnaire à 2DDL	82
3.4	Exemples d'illustration	86
3.4.1	Exemple 1	86
3.4.2	Exemple 2	94
3.5	Conclusion	104
4	Contrôleur multi-boucle fractionnaire des systèmes MIMO fractionnaires	106
4.1	Introduction	106
4.2	Matrice fonction de transfert d'ordre fractionnaire	107

4.3	Synthèse du contrôleur multi-boucle fractionnaire à 2DDL	108
4.4	Choix de la fonction de sensibilité complémentaire	110
4.5	Exemples d'illustration	116
4.5.1	Exemple 1	116
4.5.2	Exemple 2	129
4.6	Conclusion	138
5	Application de la commande multi-boucle fractionnaire au procédé hy-	
	draulique	140
5.1	Introduction	140
5.2	Description et fonctionnement du procédé	141
5.3	Application de la commande fractionnaire à un seul réservoir	143
5.3.1	Modélisation d'un seul réservoir	143
5.3.2	Linéarisation du modèle	144
5.3.3	Application des contrôleurs IMC-PID-FOF à 1DDL et à 2DDL	145
5.4	Application de la commande fractionnaire à l'ensemble du système	152
5.4.1	Modélisation de l'ensemble du système	152
5.4.2	Linéarisation du modèle	154
5.4.3	Application du contrôleur multi-boucle fractionnaire à 1DDL	155
5.4.4	Application du contrôleur multi-boucle fractionnaire à 2DDL	159
5.5	Application du contrôleur multi-boucle fractionnaire obtenu en utilisant le modèle fractionnaire approximé du procédé	164
5.6	Conclusion	167
	Conclusion générale	169
A	Principe de la commande du procédé hydraulique et calibrage des cap-	
	teurs	173
A.1	Éléments nécessaires pour le fonctionnement	173
A.2	Système de commande	174
A.3	Installation des logiciels (partie software)	177

A.4	Calibrage des capteurs	178
A.5	Commande du procédé à partir du simulink	181
	Bibliographie	184

Table des figures

1.1	Système multivariable	10
1.2	Influence des interactions dans un système TITO	13
1.3	Illustration de la méthode des gains relatifs sur un système TITO	16
1.4	Commande multi-boucle d'un système TITO	21
2.1	Structure IMC	43
2.2	Commande classique à retour unitaire	43
2.3	Diagramme de Bode de $L(s)$ pour $\tau_c = 1$ et $\alpha = (0, 0.5, 1)$	46
2.4	Diagramme de Bode de $L(s)$ pour $\alpha = 0.5$ et différentes valeurs de τ_c	47
2.5	Réponse indicielle de $L_{bf}(s)$ pour $\alpha = 0.5$ et différentes valeurs de τ_c	48
2.6	Diagramme de Bode du dérivateur généralisé et du dérivateur borné en fréquences	51
2.7	Principe de l'approximation d'Oustaloup	52
2.8	Diagramme de Bode de l'intégrateur généralisé $(-)$, borné en fréquences $(-)$, borné en fréquences en utilisant l'approximation par la méthode de Trigeassou $(-)$	54
2.9	Diagramme d'amplitude du contrôleur PID classique (figure (A)) et du contrôleur $PI^\alpha D^\mu$ (figure (B))	56
2.10	Commande classique à retour unitaire avec un bruit sur la mesure	60
2.11	Schéma de commande à deux degrés de liberté avec bruit de mesure	62
2.12	Structure IMC à deux degrés de liberté	64
2.13	Diagramme de l'amplitude de $s(s)$ et $t(s)$ pour différentes valeurs de τ_t	68

2.14	Diagramme de Bode du correcteur $c_2(s)$ pour différentes valeurs de τ_t	69
2.15	Structure du contrôleur $c_1(s)$ de l'équation (2.60)	70
2.16	Structure du contrôleur $c_2(s)$ de l'équation (2.63)	71
2.17	Structure du contrôleur $c(s)$ de l'équation (2.64)	72
2.18	Évolution de la réponse indicielle du système de l'équation (2.56)	72
2.19	Évolution du signal de commande	73
2.20	Évolution de la réponse indicielle du système avec perturbations	74
2.21	Évolution de la réponse indicielle du système avec perturbations pour différentes valeurs de τ_t	75
2.22	Évolution de la réponse indicielle du système avec bruit pour différentes valeurs de τ_t	75
3.1	Commande multi-boucle par modèle interne	79
3.2	Commande multi-boucle standard	81
3.3	Schéma de commande multi-boucle à 2DDL	84
3.4	Schéma de commande multi-boucle classique à 2DDL	86
3.5	Tracé d'amplitude du diagramme de Bode des éléments de la matrice fonction de transfert, en boucle ouverte, du système (3.18)	87
3.6	Évolution de la réponse perturbée du système (3.18) pour différentes valeurs du τ_{t1} et τ_{t2} (— modèle de référence, — $\tau_{ti} = 3$; — $\tau_{ti} = 1$; — $\tau_{ti} = 0.6$; — $\tau_{ti} = 0.2$; $i=1,2$)	89
3.7	Evolution de la réponse bruitée du système (3.18) pour différentes valeurs du τ_{t1} et τ_{t2} (— modèle de référence; — $\tau_{ti} = 0.2$; — $\tau_{ti} = 0.6$; — $\tau_{ti} = 1$; — $\tau_{ti} = 3$; $i=1,2$)	90
3.8	Evolution de la réponse indicielle du système (3.18) (— modèle de référence; — correcteur entier; — correcteur multi-boucle à 1DDL; — correcteur multi-boucle à 2DDL)	92
3.9	Evolution des signaux de commande (— correcteur entier; — correcteur multi-boucle à 1DDL; — correcteur multi-boucle à 2DDL)	93

3.10	Evolution de réponse indicielle du système (3.18) avec des perturbations (– correcteur entier [92]; – correcteur multi-boucle à 1DDL; – correcteur multi-boucle à 2DDL)	94
3.11	Tracé d’amplitude du diagramme de Bode des éléments diagonaux et la somme des éléments non diagonaux dans chaque ligne et colonne	96
3.12	Evolution de la réponse indicielle du système (3.25) (– modèle de référence; – correcteur entier [175]; – correcteur multi-boucle fractionnaire à 1DDL; – correcteur multi-boucle fractionnaire à 2DDL)	99
3.13	Evolution du signal de commande pour le système (3.25) (– correcteur entier [175], – correcteur multi-boucle fractionnaire à 1DDL, – correcteur multi-boucle fractionnaire à 2DDL)	101
3.14	Évolution de la réponse indicielle du système (3.25), – valeurs nominales des gains; – variation de +20% sur tous les gains de la boucle ouverte . . .	103
3.15	Évolution de la réponse indicielle du système (3.25), – valeurs des constantes du temps nominales; – variation de +40% sur toutes les constantes du temps de la boucle ouverte	103
3.16	Evolution de la réponse indicielle du système (3.25); – valeurs nominales des retards; – variation de +10% sur tous les éléments retard de la boucle ouverte	104
4.1	Diagramme de Bode de $s_{FO}(s)$ et $t_{FO}(s)$ pour différentes valeurs de μ . . .	112
4.2	Réponse indicielle du système de l’équation (4.13) pour différentes valeurs du paramètre $\mu : 0 < \mu < 1$	114
4.3	Réponse indicielle du système (4.13) pour $\beta = 1.5$ pour différentes valeurs du paramètre $\mu : 1 < \mu < 2$	115
4.4	Tracé d’amplitude du diagramme de Bode des éléments de la matrice fonc- tion de transfert de l’équation (4.20)	117
4.5	Structure de commande avec découplage	120
4.6	Réponse indicielle du système (4.20) pour des variations séquentielles des références	121

4.7	Évolution des signaux de commande du système (4.20)	122
4.8	Réponse indicielle du système (4.20) pour $\tau_{t1} = \tau_{t1} = 0.1$	123
4.9	Réponse indicielle perturbée du système (4.20)	124
4.10	Réponse indicielle du système (4.20) avec des variations sur les gains diagonaux	125
4.11	Réponse indicielle du système (4.20) avec des variations sur les gains non diagonaux	126
4.12	Réponse indicielle du système (4.20) avec un bruit de mesure	127
4.13	Tracé d'amplitude du diagramme de Bode des éléments de la matrice fonction de transfert en boucle ouverte du système (4.33)	130
4.14	Réponse indicielle en boucle ouverte de $g_{11}(s)$ et de $\tilde{g}_{11}(s)$	131
4.15	Réponse indicielle du système (4.18) pour des variations séquentielles des références	133
4.16	Réponse indicielle perturbée du système (4.33), obtenue avec le correcteur multi-boucle fractionnaire à 2DDL	134
4.17	Réponse indicielle perturbée du système (4.33), obtenue avec le correcteur dRI (entier)	135
4.18	Réponse indicielle du système (4.33) avec bruit de mesure, Contrôleur multi-boucle à 2DDL	135
4.19	Réponse indicielle du système (4.33) avec bruit de mesure, Contrôleur dRI	136
4.20	Réponse indicielle du système (4.33) avec des variations sur tous les gains de la matrice fonction de transfert en boucle ouverte, Contrôleur multi-boucle à 2DDL	136
4.21	Réponse indicielle du système (4.33) avec des variations sur tous les gains de la matrice fonction de transfert en boucle ouverte, Contrôleur dRI	137
4.22	Réponse indicielle du système (4.33) avec des variations sur tous les éléments retard de la matrice fonction de transfert en boucle ouverte, Contrôleur multi-boucle à 2DDL	137

4.23 Réponse indicielle du système (4.33) avec des variations sur tous les éléments retard de la matrice fonction de transfert en boucle ouverte, Contrôleur dRI	138
5.1 Vue générale du procédé hydraulique à quatre réservoirs relié à un PC . . .	142
5.2 Réservoir du procédé hydraulique	143
5.3 Evolution du niveau d'eau dans le réservoir et du signal de commande en utilisant le schéma de commande à 1DDL	147
5.4 Évolution du niveau d'eau dans le réservoir et du signal de commande en utilisant le schéma de commande à 2DDL	148
5.5 Évolution du niveau d'eau et du signal de commande à partir du $h_0 = 10$.	150
5.6 Evolution du niveau d'eau h et du signal de commande u en utilisant le correcteur fractionnaire à 1DDL (-) et correcteur fractionnaire à 2DDL (-), référence (-)	151
5.7 Evolution des niveau d'eau h et du signal de commande u en utilisant le correcteur fractionnaire à 2DDL pour différentes valeurs de τ_t : référence (-), $\tau_t = 8$ (-), $\tau_t = 6$ (-), $\tau_t = 4$ (-)	151
5.8 Schéma de la configuration choisie pour le procédé hydraulique	153
5.9 Evolution des niveaux d'eau h_2 et h_4 et des signaux de commande u_1 et u_2 en utilisant le contrôleur multi-boucle fractionnaire à 1DDL	157
5.10 Evolution des niveaux d'eau h_2 et h_4 et des signaux de commande u_1 et u_2 avec perturbations en utilisant le contrôleur multi-boucle fractionnaire à 1DDL	159
5.11 Evolution des niveaux d'eau h_2 et h_4 et des signaux de commande u_1 et u_2 en utilisant le contrôleur multi-boucle fractionnaire à 2DDL	161
5.12 Evolution des niveaux d'eau h_2 et h_4 et des signaux de commande u_1 et u_2 en utilisant le contrôleur multi-boucle fractionnaire à 2DDL pour $\tau_{t1} = \tau_{t2} = 20$	162

5.13 Evolution des niveaux d'eau h_2 et h_4 et des signaux de commande u_1 et u_2 avec perturbations en utilisant le contrôleur multi-boucle fractionnaire à 2DDL	163
5.14 Réponse indicielle g_{11} , g_{22} , \tilde{g}_{11} et \tilde{g}_{22}	165
5.15 Evolution des niveaux d'eau h_2 et h_4 et des signaux de commande u_1 et u_2 en utilisant le contrôleur multi-boucle fractionnaire à 2DDL calculés à la base du modèle fractionnaire approximés	167
A.1 Établissement de la liaison entre le PC et le procédé physique	175
A.2 Système de commande du procédé hydraulique	176
A.3 Schéma bloc du réservoir	177
A.4 Menu des modèles simulink	179
A.5 Menu du "Coupld Tanks Real-Time Models"	180
A.6 Compilation de l'application de commande	182
A.7 Exécution de l'application de commande	183

Liste des tableaux

3.1	Paramètres du modèle de référence $f_i(s)$ et de la fonction de sensibilité complémentaire $t_i(s)$ ($i = 1, 2, 3$)	97
3.2	Expression du contrôleur multi-boucle fractionnaire à 1DDL	97
3.3	Expressions des contrôleurs $C_1(s)$ et $C_2(s)$	98
3.4	Caractéristiques temporelles du modèle de référence spécifié pour chaque boucle et de la réponse indicielle du système (3.25)	100
3.5	Intégrale de l'erreur absolue (IAE) de la réponse indicielle du système (3.25)	100
3.6	Effet de la variation de la référence r_i sur la sortie y_j ($i, j = 1, 2, 3; i \neq j$) (en pourcentage (%))	101
4.1	Paramètres du modèle de référence $f_i(s)$ et de la fonction de sensibilité complémentaire $t_i(s)$ ($i = 1, 2$) pour l'exemple 1	119
4.2	Caractéristiques temporelles du modèle de référence et de la réponse indicielle du système (4.20)	122
4.3	Paramètres du modèle de référence $f_i(s)$ et de la fonction de sensibilité complémentaire $t_i(s)$ ($i = 1, 2$) pour l'exemple 2	132
5.1	Expressions des contrôleurs $C_1(s)$ et $C_2(s)$	160
5.2	Expressions des contrôleurs $C_1(s)$ et $C_2(s)$ obtenus en utilisant le modèle fractionnaire approximé du procédé	166

"'Engineering approach' implies lots of shortcuts and simplifications. Simplification often means telling the truth but not the whole truth. If it were the whole truth, it would not be simple!". Bob Atkins

Introduction générale

Il existe trois différentes natures des systèmes industriels : les systèmes mécaniques (sous actionnés, sur actionnés..), les systèmes monovariables et les systèmes multivariables, ces derniers sont à plusieurs entrées et plusieurs sorties (Multiple Inputs - Multiple Outputs, système MIMO). La structure minimale qui est avec deux entrées et deux sorties (Two Input-Two Output, système TITO) correspond, dans l'industrie, au cas le plus simple à savoir la matière première et le coût de fonctionnement comme entrées et la quantité et la qualité du produit comme sorties [38, 145]. Lorsque le nombre d'entrées est égal au nombre de sorties, le système est dit carré. Dans le cas contraire, le système est non carré. Le présent travail de Thèse porte sur la commande des systèmes multivariables carrés.

On peut définir un système multivariable comme étant un ensemble de sous systèmes monovariables, ou bien de couples entrée/sortie interconnectés dans la mesure où l'application d'un signal sur une entrée peut entraîner une variation de plusieurs sorties. De la même manière, si une sortie est affectée par une perturbation toutes les variables de commande engendreront un nouveau signal de commande. Ainsi, les autres sorties seront également affectées [2, 163].

Le niveau de cette variation peut être négligeable comme il peut être important. On dit alors que les systèmes multivariables sont caractérisés par le phénomène des interactions ou bien du couplage, la présence de ce dernier influe la qualité du produit, l'énergie consommée et le coût de fonctionnement comme il pose un sérieux problème lors de la conception d'un schéma de commande. A cet effet, la présence des interactions engendre deux contraintes sur la commande des systèmes MIMO [116] :

- Le couplage peut déstabiliser le système.
- La synthèse d'un schéma de commande est difficile car la fonction de transfert entre u_i et y_i dépend de l'ouverture et de la fermeture des autres boucles.

Pour ces raisons, la première étape lors de la conception d'un schéma de commande est l'analyse des interactions. Cette démarche permet de quantifier ou bien évaluer le degré des interactions dans un système multivariable, afin d'exprimer les difficultés créées par les éléments du couplage.

Depuis les années soixante du siècle dernier, différentes méthodes d'analyse des interactions ont été développées. En se focalisant sur les techniques qui utilisent le modèle par la matrice fonction de transfert du système, nous avons classé ces méthodes en deux catégories : la première englobe les méthodes qui utilisent les propriétés statiques du système [18, 136, 149], celles-ci sont parmi les premiers travaux réalisés dans ce domaine. Ces techniques présentent l'avantage d'être simples à comprendre et à utiliser. Toutefois, elles ne sont valables que pour les systèmes qui travaillent proche de la fréquence nulle. Les méthodes de la deuxième catégorie sont plus récentes et plus complexes à comprendre et à utiliser. Cependant, elles présentent l'avantage de considérer toutes les dynamiques du système sur une bande de fréquences [1, 44, 73, 119, 183] ou bien utiliser quelques propriétés du système telle que la réponse indicielle en boucle ouverte de chaque élément [47], la bande passante de chaque élément de la matrice fonction de transfert [185].

Les méthodes [19, 58, 63, 132] sont la généralisation de la méthode des gains relatifs (Relative Gain Array, RGA) proposée par Bristol en 1966 [18]. Cette méthode permet d'évaluer le changement du gain, en régime permanent, de la boucle considérée lorsque les autres boucles passent de ouvertes à fermées. Vu la simplicité de calcul et son indépendance des unités de mesure, cette technique est souvent utilisée dans l'industrie en association avec l'indice de Niederlinski [136].

Une fois l'étape de l'analyse des interactions a révélé un certain degré des interactions dans un système multivariable, on opte pour une structure de commande pour améliorer les performances du système en boucle fermée.

- Commande multivariable : Dans le schéma de commande multivariable, la matrice

fonction de transfert du contrôleur n'est pas diagonale. Le recours aux contrôleurs multivariables est d'un intérêt pour minimiser l'effet des interactions sur les performances du système contrôlé lorsque ce dernier présente un niveau du couplage fort [12, 78, 138, 148]. Cependant, l'inconvénient de ces structures réside dans la complexité de synthèse et d'implémentation.

- Commande par découplage : Lorsque l'étape de l'analyse des interactions indique un niveau de couplage fort, au lieu d'utiliser un contrôleur multivariable, on peut avoir recours aux structures de découplage [31, 51, 101] qui permettent d'affaiblir ou bien éliminer si possible l'effet des interactions. Ceci, afin de pouvoir utiliser un ensemble de contrôleurs monovariables [52, 112, 192]. Dans ce cas aussi, l'inconvénient de ces techniques réside dans la complexité et la cherté de leur instrumentation. La non réalisabilité de certaines structures en particulier pour les systèmes à phase non minimale. En plus de la sensibilité aux erreurs de modélisation.
- Commande multi-boucle : Lorsque les interactions dans un système multivariable sont modérées, la commande multi-boucle peut être préférable pour obtenir de bonnes performances. Dans le schéma de commande multi-boucle, une attention considérable est accordée, en premier lieu, à l'analyse des interactions pour faire le meilleur choix de la configuration de commande [1, 76, 132, 183], ce choix est dicté par un niveau du couplage faible. Le système multivariable est alors vu comme un ensemble de sous systèmes qui évoluent en parallèle. Ensuite, en s'intéressant au réglage individuel des boucles de régulation, plusieurs méthodes de synthèse des contrôleurs ont été proposées telles que les méthodes de réajustement [109, 125], les méthodes de conception indépendantes [44, 66, 100, 164, 197]. Les schémas de commande multi-boucle présentent l'avantage de la simplicité de conception et d'implémentation, en plus de la flexibilité par rapport aux changements de fonctionnement.

L'introduction du calcul fractionnaire dans la théorie de la commande des systèmes a fait apparaître deux nouveaux concepts à savoir : les systèmes d'ordre fractionnaire (SOF) et la commande d'ordre fractionnaire (COF). En effet, des travaux de recherche ont montré que les modèles d'ordre fractionnaire décrivent les propriétés de certains procédés

physiques mieux que les modèles d'ordre entier [23, 64, 124, 159]. De plus, les systèmes entiers d'ordre élevé peuvent être approximés par des modèles d'ordre fractionnaire. Ceci, afin de simplifier la synthèse des contrôleurs pour ces systèmes [3, 4, 115].

D'un autre côté et du point de vue commande, la majorité des travaux de recherche réalisés, depuis des années, sont destinés à la commande des systèmes monovariables. On rencontre le travail d'Oustaloup où il propose la commande CRONE (acronyme de Commande Robuste d'Ordre Fractionnaire) [140], Podlubny a introduit la notion du PID-fractionnaire avec des actions intégrale et dérivée d'ordre fractionnaire [142] et autres [23, 9, 97, 124]. La fonction idéale de Bode offre une alternative meilleure pour le choix du modèle de référence dans plusieurs méthodes de synthèse des contrôleurs SISO fractionnaires où le choix du modèle de référence est une étape primordiale, ce qui permet d'obtenir des systèmes de commande robustes aux variations de gain. Ce principe a été adopté par Bettayeb et Mansouri dans plusieurs de leurs papiers [3, 14, 15, 167]. Par conséquent, le contrôleur IMC-PID-FOF a été proposé, résultat de l'équivalence entre la structure de commande par modèle interne et la structure classique à retour unitaire.

Parmi les avantages de la commande d'ordre fractionnaire est qu'elle offre des degrés de liberté supplémentaires (les ordres fractionnaires dans les expressions analytiques des contrôleurs) par rapport aux correcteurs entiers. Par conséquent une souplesse de réglage des paramètres est remarquable et un cahier de charge plus exigeant peut être spécifié en boucle fermée. Cependant, de nouvelles méthodes de synthèse des contrôleurs sont requises pour tenir compte de ces degrés de liberté supplémentaires.

Contrairement aux systèmes monovariables, la commande d'ordre fractionnaire des systèmes multivariables est très peu abordée dans la littérature, en particulier dans le domaine fréquentiel. En plus de la nouveauté de cette approche (COF) qui nécessite de nouvelles méthodes de synthèse des contrôleurs, la commande des systèmes multivariables est fréquemment entravée par le phénomène des interactions entre ses variables d'entrée et de sortie. La plus part des travaux de recherche réalisés dans ce domaine, nous les classons dans le contexte de la commande multivariable [130, 128, 162, 180]. A titre d'exemple, la commande CRONE a été généralisée dans [57] au cas des systèmes multivariables carrés.

Dans [126], un contrôleur PID-fractionnaire multivariable a été proposé en utilisant les algorithmes génétiques.

Dans le cadre de la commande par découplage, on rencontre le travail réalisé dans [43, 94] où les techniques de découplage idéal, simplifié et inversé ont été généralisées au cas des systèmes TITO d'ordre fractionnaire, sans proposer une structure de commande pour les contrôler. Toutefois, le travail effectué dans [96] consiste à éliminer les interactions dans le système TITO fractionnaire en utilisant la structure de découplage inversé. Ensuite, un contrôleur décentralisé est synthétisé en se basant sur la commande par modèle interne. Très récemment, d'autres travaux sont apparus dans ce contexte [10, 59].

Les contributions inscrites dans le cadre de la commande multi-boucle fractionnaire des systèmes multivariables se résument principalement au travail réalisé dans [7, 86] où un contrôleur PID adaptatif d'ordre fractionnaire a été dimensionné dans un environnement multi-boucle et implémenté sur un procédé hydraulique à quatre réservoirs. Dans [147], un correcteur PI prédictif d'ordre fractionnaire a été dimensionné pour le modèle linéarisé du procédé à quatre réservoirs.

Dans l'ensemble, on peut alors dire que la recherche dans le domaine de la commande d'ordre fractionnaire des systèmes multivariables, particulièrement la commande multi-boucle d'ordre fractionnaire, est encore au stade initial. De plus, les méthodes de synthèse sont souvent confrontées à un compromis qui s'établit de lui-même entre la réduction de l'effet du phénomène de couplage, d'un côté. De l'autre côté, on cherche à développer une méthode de synthèse simple, facile à comprendre et à implémenter. Pour ces raisons, et compte tenu des travaux de recherche réalisés précédemment, le travail présenté dans ce manuscrit de thèse s'inscrit dans le cadre de la commande multi-boucle fractionnaire des systèmes multivariables. L'objectif visé dans ce travail de thèse est de proposer une méthode de synthèse du contrôleur multi-boucle simple à comprendre et facile à implémenter, tout en réduisant l'effet des interactions sur les performances du système en boucle fermée.

Le principe de la méthode de synthèse proposée consiste à considérer les interactions comme étant des perturbations sur les couples entrée/sortie obtenus lors de l'étape de l'analyse des interactions. La structure à deux degrés de liberté (2DDL) est alors utilisée

pour séparer le problème du suivi de trajectoire de celui de la réduction de l'effet des interactions. Une fonction de sensibilité complémentaire est définie, pour chaque boucle, dont la constante de temps est un paramètre de réglage τ_{ti} ($i = 1 \dots n$), n est l'ordre du système multivariable. En réglant ce paramètre, un compromis est établi entre la réduction de l'effet des interactions et l'atténuation du bruit de mesure.

Contribution et organisation de la thèse

Le travail de cette thèse porte sur la synthèse d'une loi de commande multi-boucle fractionnaire pour les systèmes multivariables, on s'intéresse dans une première étape à la synthèse d'un schéma de commande multi-boucle fractionnaire pour les systèmes multivariables entiers. Celui ci, est généralisé dans une seconde étape pour commander les systèmes MIMO fractionnaires. Cette structure est également adaptée pour la commande des systèmes entiers d'ordre élevé, afin de simplifier leur contrôle. Enfin, ce schéma de commande est implémenté sur un procédé réel qui est un système hydraulique à quatre réservoirs disponible au laboratoire L2CSP. Ces travaux de recherche ont donné lieu aux publications et communications suivantes :

1. Chekari, T., Mansouri, R., et Bettayeb, M., (2018). "Improved Internal Model Control-Proportional-Integral-Derivative Fractional-Order Multiloop Controller Design for Non Integer Order Multivariable Systems". *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, vol. 141, n° 1, DOI : 10.1115/1.4041353.
2. Chekari, T., Mansouri, R., et Bettayeb, M., (2018). "IMC-PID Fractional Order Filter Multiloop Controller Design for Multivariable Systems Based on Two Degrees Of Freedom Control Scheme". *International Journal of Control, Automation and Systems*, vol. 16, n° 2, pp. 689-701.
3. Chekari, T., Mansouri, R., et Bettayeb, M., (2015). "IMC-PID-Fractional-order-filter controller design for Two Input-Two Output (TITO) systems". *International Conference on Automatic control, Telecommunication and Signals (ICATS15)*, 16-18 Novembre, Annaba.

Afin de faciliter la lecture de ce manuscrit, nous avons choisi de structurer cette thèse de la manière suivante :

- Dans le premier chapitre, après avoir éclairci le phénomène des interactions dans un système multivariable, les méthodes d’analyse des interactions, les plus rencontrées dans la littérature, sont présentées. La matrice des gains relatifs est abordée avec plus des détails. Par la suite, les différentes structures de commande des systèmes multivariables sont exposées.
- Dans le deuxième chapitre, les préliminaires nécessaires à la synthèse du schéma de commande multi-boucle proposé, sont présentés à savoir la commande par modèle interne (la commande IMC), la méthode d’Oustaloup pour l’approximation de l’ordre non entier, le principe de la commande à deux degrés de liberté (la commande à 2DDL) et l’utilisation de la fonction de sensibilité complémentaire pour améliorer le rejet de perturbations.
- Dans le troisième chapitre, la méthode de synthèse du contrôleur multi-boucle fractionnaire, que nous avons nommé à 1DDL, est d’abord exposée. Ensuite, la méthode de synthèse du contrôleur multi-boucle fractionnaire à 2DDL est présentée. Des résultats de simulation ont été effectués pour comparer les performances des deux schémas de commande proposés avec celles obtenues en utilisant d’autres méthodes proposées dans la littérature.
- Dans le quatrième chapitre, la méthode de synthèse du contrôleur multi-boucle fractionnaire à 2DDL, est généralisée au cas des systèmes multivariables d’ordre non entier. Le choix de la fonction de sensibilité complémentaire est abordé. Des résultats de simulation ont été effectués pour illustrer la méthode de synthèse dans le cas des systèmes entiers d’ordre élevé d’une part. D’autre part, comparer les performances de la méthode proposée à celles des autres méthodes.

- Le cinquième chapitre consiste à valider les résultats de simulation obtenus dans les chapitres précédents, par l'implémentation des schémas de commande proposés sur un système hydraulique à quatre réservoirs, qui est un procédé à deux entrées et deux sorties.

- La conclusion générale et quelques perspectives ouvertes par le présent travail seront présentées à la fin de ce manuscrit de thèse.

Chapitre 1

Généralités sur les systèmes multivariables : Analyse et Commande

1.1 Introduction

Les systèmes multivariables sont essentiellement distingués des systèmes monovariables par le phénomène des interactions existant entre les variables d'entrée et de sortie [2, 82, 145, 163]. Cette caractéristique a fait que l'analyse et la commande des systèmes multivariables ne se font pas de la même manière que pour les systèmes monovariables. En effet, des outils d'analyse sont d'abord développés pour évaluer et quantifier le niveau des interactions dans un système MIMO [18, 119]. Ensuite, différents schémas de commande sont proposés soit par la généralisation des méthodes des systèmes monovariables [44, 109] ou bien élaborer des structures de commande spécifiques aux systèmes multivariables telles que la commande multivariable et la commande par découplage [51, 78].

Un schéma de commande destiné à la commande des systèmes multivariables, en plus des objectifs de commande en commun avec les systèmes monovariables, vise à réduire l'effet des interactions sur les performances du système en boucle fermée.

Dans la section (1.2) de ce chapitre, nous commençons par définir et éclaircir le phénomène des interactions dans un système multivariable. Par la suite, les méthodes d'analyse des interactions les plus rencontrées dans la littérature sont présentées dans la section

(1.3). Dans la section (1.4), les différentes approches de commande des systèmes multivariables dans le domaine fréquentiel sont également abordées. Autres propriétés importantes des systèmes multivariables, lorsqu'ils sont contrôlés par la structure de commande multi-boucle, sont exposées dans la section (1.5). Le chapitre se termine par un aperçu sur la commande d'ordre fractionnaire des systèmes MIMO et une conclusion.

1.2 Définition et représentation des systèmes multivariables

Les systèmes multivariables sont des systèmes à plusieurs entrées (u_1, u_2, \dots, u_p) et plusieurs sorties (y_1, y_2, \dots, y_q) [38, 145, 163] comme le montre la figure (1.1).

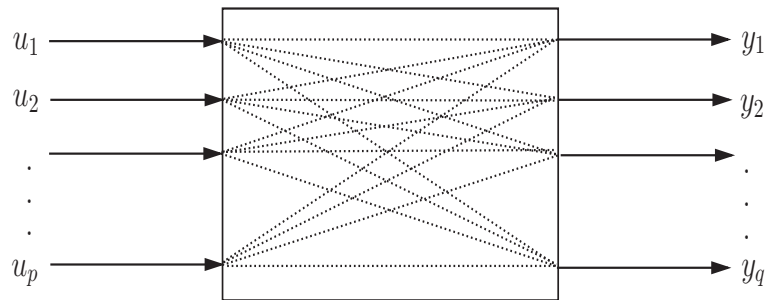


FIG. 1.1: Système multivariable

Très souvent, les systèmes multivariables ne se réduisent pas à la mise en parallèle d'un ensemble de sous systèmes monovariables mais ils se caractérisent par le phénomène des interactions. En effet, l'application d'un signal sur une entrée entraîne en général une variation de plusieurs ou de toutes les sorties du système, et vice versa si une perturbation affecte une sortie, son effet atteint les autres sorties (lorsque le système est bouclé par un contrôleur).

Un système est dit non interactif si une entrée n'affecte que sa sortie correspondante. Par exemple : u_1 affecte la sortie y_1 , u_2 affecte la sortie y_2 et ainsi de suite [53, 163].

Les systèmes multivariables carrés sont des systèmes dont le nombre d'entrées est égal au nombre de sorties ($p=q=n$). Dans le cadre de cette thèse, on ne s'intéresse qu'aux

systèmes multivariables carrés.

1.2.1 Représentation par matrice fonction de transfert

La matrice fonction de transfert est utilisée pour représenter les caractéristiques entrée-sortie d'un procédé multivariable. Le système étant linéaire stationnaire, la représentation par la matrice fonction de transfert s'effectue en utilisant le théorème de superposition [38]. L'effet de la j^{eme} entrée sur la i^{eme} sortie s'obtient en posant $u_k = 0$ pour $k \neq j$, il vient alors $y_i(s) = g_{ij}(s)u_j(s)$ avec $u_k = 0$ pour $k \neq j$

En superposant l'effet des autres entrées, on obtient alors :

$$y_i(s) = \sum_{j=1}^n g_{ij}(s)u_j(s), \quad i = 1, \dots, n \quad (1.1)$$

On note $G(s)$ la matrice des éléments $g_{ij}(s)$. $Y(s)$ et $U(s)$ les vecteurs respectivement de sortie et de commande tels que :

$$U(s) = \begin{bmatrix} u_1 & u_2 & \dots & u_n \end{bmatrix}^T \quad \text{et} \quad Y(s) = \begin{bmatrix} y_1 & y_2 & \dots & y_n \end{bmatrix}^T.$$

L'équation (1.1) peut alors être réécrite sous la forme matricielle :

$$Y(s) = G(s)U(s) \quad (1.2)$$

Avec :

$$\mathbf{G}(s) = \begin{pmatrix} g_{11}(s) & g_{12}(s) & \dots & g_{1n}(s) \\ g_{21}(s) & g_{22}(s) & \dots & g_{2n}(s) \\ \vdots & \ddots & & \vdots \\ g_{n1}(s) & g_{n2}(s) & \dots & g_{nn}(s) \end{pmatrix} \quad (1.3)$$

$G(s)$ est dite matrice fonction de transfert du système.

La représentation par matrice fonction de transfert suppose que les conditions initiales sont nulles. Dans le cas des systèmes multivariables dont le comportement peut être décrit par un modèle d'ordre fractionnaire, la représentation (1.3) devient une matrice fonction de transfert d'ordre fractionnaire où chaque élément g_{ij} ($i = 1 \dots n, j = 1 \dots n$) est une fonction de transfert d'ordre fractionnaire. Ces systèmes seront étudiés dans le quatrième chapitre de cette thèse.

1.2.2 Phénomène des interactions dans un système multivariable

Le phénomène des interactions est une propriété propre aux systèmes multivariables, son effet se propage dans tout le système. Ceci, peut engendrer la variation de toutes les variables du système tout en causant la dégradation des performances [116, 163]. Dans la littérature plusieurs définitions du phénomène de couplage sont proposées, parmi elles, on peut citer les plus rencontrées :

Définition 1

Les boucles de commande dans un système multivariable sont dites interactives, si une action sur la commande u_j , résultat d'une perturbation d_j ou d'un changement de consigne r_j , provoque une action sur la commande u_i ($i \neq j$) dans une ou plusieurs boucles, ceci, afin de maintenir les variable de sorties y_i ($i \neq j$) à leurs consignes r_i ($i \neq j$) [80].

Définition 2

Les interactions dans un système multivariable, en boucle fermée, sont déterminées par les transmittances qui influent sur la manière dont une consigne r_j ou une perturbation d_j affecte l'ensemble des sorties y_i ($i \neq j$). Ou encore, les interactions sont déterminées par les transmittances qui influent sur la manière dont une sortie y_i est affectée par l'ensemble des consignes r_j ($j \neq i$) ou des perturbations d_j ($j \neq i$) [76].

Définition 3

La transmission des interactions existe lorsqu'un changement dans la variable d'entrée d'un contrôleur affecte la sortie commandée par ce dernier à travers une boucle qui inclut une autre sortie et un autre contrôleur [116].

En conclusion de toutes ces définitions, le mot INTERACTION dans un système multivariable signifie en général que la variation d'une consigne affecte plusieurs sorties et l'effet d'une perturbation agissant sur une sortie peut en se propageant dans le système perturber d'autres sorties.

Pour éclaircir le phénomène des interactions, considérons un système à deux entrées et

deux sorties (système TITO) représenté par la figure (1.2).

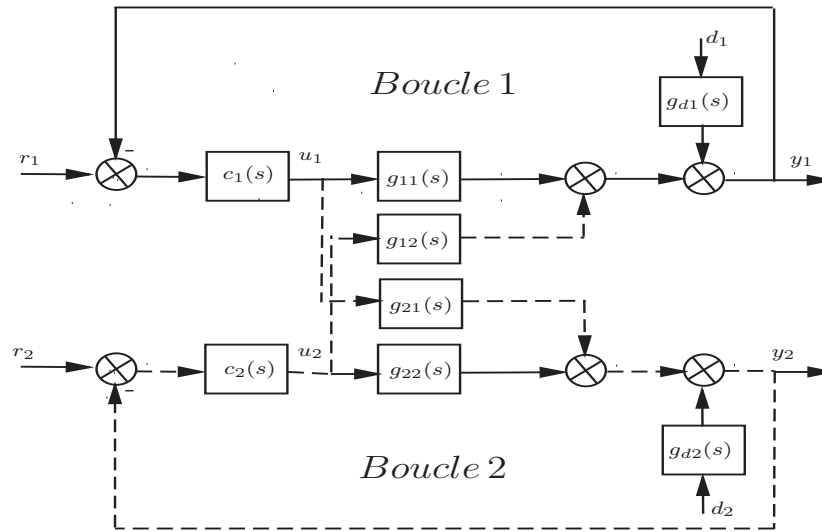


FIG. 1.2: Influence des interactions dans un système TITO

Lorsque la perturbation d_1 affecte la sortie y_1 , cette dernière s'écarte de sa valeur de consigne r_1 , le régulateur $c_1(s)$ génère alors une commande u_1 afin d'annuler cet écart (ligne continue). Cependant, le signal de commande u_1 généré affecte aussi la sortie y_2 à travers la transmittance $g_{21}(s)$ (ligne discontinue), donc la sortie y_2 s'écarte aussi de sa valeur de consigne r_2 . De ce fait, le régulateur $c_2(s)$ génère, à son tour, le signal de commande u_2 pour maintenir la sortie y_2 à la consigne r_2 . Cette action correctrice du contrôleur $c_2(s)$ affecte ainsi la sortie y_1 à travers la transmittance $g_{12}(s)$ (ligne discontinue).

L'action correctrice u_1 affecte alors sa sortie correspondante y_1 de deux manières différentes : la première est directe à travers la transmittance $g_{11}(s)$, la deuxième est indirecte à travers une troisième boucle dite cachée (hidden loop) qui inclut $g_{12}(s)$ et $g_{21}(s)$ en plus du contrôleur $c_2(s)$. On dit alors qu'il y'a une transmission des interactions entre les deux boucles (1) et (2) (définition 3), ce qui n'est pas le cas si $g_{12}(s)$ et/ou $g_{21}(s)$ est nul.

Le maintien des sorties y_1, y_2 à leurs consignes désirées, en présence de la perturbation d_1 qui doit être annulée par le régulateur $c_1(s)$, est une tâche difficile.

Les transmittances $g_{12}(s)$ et $g_{21}(s)$, en se référant à la définition 2 sont alors les transmittances qui influent sur les performances du système commandé, dont leur effet est important sur la stabilité du système commandé comme cela sera illustré à travers un

exemple dans le paragraphe (1.3.3). Par conséquent, le phénomène des interactions est une contrainte qui pose un problème pour la commande des systèmes multivariables, c'est pourquoi l'analyse des interactions joue un rôle principal lors de la conception d'un système de commande.

1.3 Analyse des interactions dans un système multivariable

On entend par l'analyse des interactions dans un système multivariable, l'évaluation du degré de couplage, entre ses différentes boucles de commande. Ceci, afin d'exprimer les difficultés liées aux interactions lors de l'étape de la conception d'un système de commande. Pour ce faire, plusieurs méthodes ont été proposées, on s'intéresse particulièrement aux méthodes qui se basent sur le modèle par matrice fonction de transfert du système [155]. Dans ce contexte, on cite les méthodes qui utilisent les informations statiques du système et celles qui considèrent toutes les dynamiques du système.

Les premiers travaux sur l'analyse des interactions remontent aux travaux de Rijnsdorp en 1965 [149] et de Bristol en 1966 [18]. Rijnsdorp propose la méthode du quotient d'interaction (IQ : Interaction Quotient) qui donne une information sur le niveau des interactions entre les boucles d'une configuration candidate en calculant le IQ pour chaque configuration possible afin de dégager la meilleure.

Notons que cette méthode utilise les gains statiques de la matrice fonction de transfert du système, sa généralisation aux hautes et moyennes fréquences a été proposée dans [76].

La matrice directe de Nyquist (DNA : Direct Nyquist Array) est une méthode graphique qui permet l'analyse des interactions entre les boucles de la configuration définie par les éléments de la diagonale de la matrice fonction de transfert [119, 151]. Le principe de cette méthode repose sur la construction du lieu de Nyquist de chaque élément de la diagonale sur une bande de fréquences variant de 0 à $+\infty$. Ces tracés sont superposés avec les cercles de Gershgorin obtenus sur la même bande de fréquences. Une conclusion est ensuite déduite sur le niveau des interactions d'après la position des cercles et des tracés

par rapport l'origine du plan complexe.

L'analyse des interactions par la structure de commande par modèle interne (IMC) a été introduite par Economou et Morari en 1986 [44], les auteurs définissent deux quantités $L_i(w)$ et $C_i(w), i = 1 \dots n$ sur une bande de fréquences variant de 0 à $+\infty$ pour chaque couple entrée/sortie d'une configuration possible. Ensuite, ils concluent sur le niveau des interactions en fonction des valeurs de $L_i(w)$ et $C_i(w)$ obtenues.

D'autres méthodes plus récentes sont proposées dans la littérature telles que la matrice des potentiels d'interaction [71], la matrice des amplitudes relatives dynamiques (DRMA) [83, 84], qui permet d'analyser les interactions présentes dans le système en boucle fermée (commande multi-boucle).

1.3.1 Matrice des gains relatifs (RGA : Relative Gain Array)

La façon la plus simple d'analyser et d'étudier les interactions dans un système multivariable est de s'intéresser au changement de gain statique d'une boucle lorsque les autres boucles passent de ouvertes à fermées. Ce principe a été proposé par Bristol en 1966 [18] où il développe la méthode de la matrice des gains relatifs (RGA) qui est devenue très utilisée dans l'industrie, en raison de la simplicité de son principe et de la méthode de calcul. De plus, cette technique [116] :

- Informe sur le niveau des interactions dans un système multivariable.
- Donne une recommandation sur les couples entrée/sortie dont le niveau des interactions est faible.

Les gains relatifs mesurent alors l'influence d'une entrée de commande sélectionnée sur une grandeur de sortie, aussi sélectionnée, relativement aux autres grandeurs de commande agissant sur le système [145].

D'une manière générale, le gain relatif de la boucle (u_j, y_i) est donnée par [18] :

$$\lambda_{ij} = \frac{\left[\frac{\partial y_i}{\partial u_j} \right]_{\text{les autres boucles ouvertes}}}{\left[\frac{\partial y_i}{\partial u_j} \right]_{\text{les autres boucles fermées}}} = \frac{\left[\frac{\partial y_i}{\partial u_j} \right]_{u_k = \text{cste}, k \neq j}}{\left[\frac{\partial y_i}{\partial u_j} \right]_{y_k = \text{cste}, k \neq j}} \quad (1.4)$$

Le numérateur représente le gain statique entre u_j et y_i en boucle ouverte, alors que le dénominateur représente le gain statique entre u_j et y_i lorsque les autres boucles sont

fermées.

Par souci de simplicité, cette notion du gain relatif peut être mieux illustrée en se servant de la figure (1.3) qui représente un système à deux entrées et deux sorties [145].

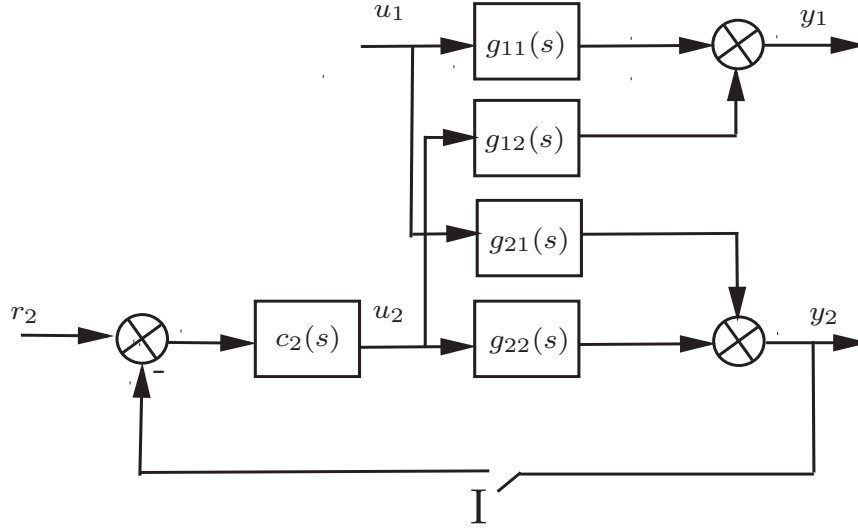


FIG. 1.3: Illustration de la méthode des gains relatifs sur un système TITO

La première boucle (u_1, y_1) est ouverte, la deuxième boucle (u_2, y_2) passe de ouverte à fermée en utilisant l'interrupteur I.

Le gain statique de la première boucle (u_1, y_1) , lorsque la deuxième boucle est ouverte, est :

$$\frac{y_1}{u_1} = k_{11} \quad (1.5)$$

Bristol suppose que le correcteur $c_2(s)$ est parfait, ainsi $y_2 = 0$ lorsque $r_2 = 0$, on aura alors en régime permanent :

$$\begin{cases} y_1 = k_{11}u_1 + k_{12}u_2 \\ 0 = k_{21}u_1 + k_{22}u_2 \end{cases} \quad (1.6)$$

k_{12} , k_{21} et k_{22} sont les gains statiques des fonctions de transfert respectivement g_{12} , g_{21} et g_{22} .

Après quelques manipulations sur l'équation (1.6), on aura :

$$\frac{y_1}{u_1} = \frac{k_{11}k_{22} - k_{12}k_{21}}{k_{22}} \quad (1.7)$$

L'équation (1.7) montre que la fermeture de la deuxième boucle (u_2, y_2) influe sur la valeur du gain statique de la première boucle. En effet, si les termes des interactions sont nuls (k_{12} et/ou k_{21} est nul), le rapport $\frac{y_1}{u_1}$ devient simplement égal à k_{11} (gain statique en boucle ouverte).

Le gain relatif est le rapport entre le gain de la première boucle lorsque la deuxième boucle est ouverte (équation (1.5)) et lorsqu'elle est fermée (équation (1.7)), on aura alors :

$$\lambda_{11} = \frac{k_{11}k_{22}}{k_{11}k_{22} - k_{12}k_{21}} \quad (1.8)$$

L'équation (1.8) montre que le gain relatif d'une boucle inclut tous les éléments statiques de la matrice fonction de transfert. Cela, est dû à la présence des interactions entre les deux boucles. En effet, si k_{12} et/ou k_{21} est nul, le gain relatif est égal à un ($\lambda_{11} = 1$). Dans ce cas, la fermeture de la deuxième boucle n'a aucun effet sur le gain de la première boucle et le système est non interactif ou bien découplé. Néanmoins, en présence de ces interactions, qui est le cas le plus fréquent, la valeur de λ_{11} détermine le niveau des interactions dans le système multivariable.

Par définition (équation (1.4)), les gains du système en boucle ouverte et en boucle fermée sont nécessaires pour déterminer le gain relatif d'une boucle de commande. Cependant, le gain relatif peut être calculé en utilisant seulement les gains de la boucle ouverte.

L'équation (1.4) peut alors être réécrite comme suit [116] :

$$\lambda_{ij} = \left[\frac{\partial y_i}{\partial u_j} \right]_{u_k = cste, k \neq j} \left[\frac{\partial u_j}{\partial y_i} \right]_{y_k = cste, k \neq j} \quad (1.9)$$

Ainsi, pour calculer la matrice des gains relatifs, on procède d'abord à évaluer la matrice des gains statiques du système, déterminer son inverse transposée, ensuite le produit élément par élément est effectué entre les deux matrices, ceci afin de calculer tous les gains relatifs de toutes les boucles de commande possibles du système. La matrice des gains relatifs est alors calculée comme suit [18] :

$$\Lambda = G(0) \otimes (G(0)^{-1})^T \quad (1.10)$$

où \otimes désigne le produit élément par élément, T désigne la transposée de la matrice et $G(0) = \lim_{s \rightarrow 0} G(s)$.

Les principales propriétés de la matrice RGA sont résumées comme suit [82, 163] :

- La somme des éléments d'une ligne ou bien d'une colonne dans la matrice des gains relatifs est égale à 1.
- Les gains relatifs sont indépendants des échelles et des unités de mesure.
- Une permutation des lignes ou des colonnes dans la matrice fonction de transfert du système, engendre la même permutation dans la matrice RGA.
- Lorsque la matrice fonction de transfert est diagonale ou bien triangulaire, la matrice des gains relatifs devient une matrice identité.

D'autres propriétés sont présentées dans [82].

1.3.2 Interprétation des éléments de la matrice des gains relatifs

Le choix de la configuration de commande adéquate pour un système donné se fait suivant la valeur du gain relatif λ_{ij} correspondant à la boucle (u_j, y_i) .

L'interprétation des éléments de la matrice RGA se fait comme suit [38, 82, 116] :

- si $\lambda_{ij} < 0$, cela signifie que la réponse de la boucle correspondante peut changer de sens de variation si les autres boucles sont fermées, les boucles dont les gains relatifs sont négatifs sont alors à éviter.
- si $\lambda_{ij} = 0$, alors le gain en boucle ouverte entre la variable de commande u_j et la sortie y_i est nul. Cela veut dire que u_j n'a aucun effet sur y_i .
- si $0 < \lambda_{ij} < 1$, dans ce cas, le gain en boucle ouverte entre u_j et y_i est plus petit que le gain lorsque les autres boucles sont fermées, les boucles interagissent et si possible on évite les couples (u_j, y_i) dont $\lambda_{ij} = 0.5$.
- si $\lambda_{ij} = 1$, la réponse du couple (u_j, y_i) , quand toutes les autres boucles sont ouvertes ou bien fermées, sera la même. Cela veut dire que les autres boucles n'ont pas d'influence sur la boucle (u_j, y_i) , la sortie y_i doit être contrôlée par u_j .
- si $\lambda_{ij} > 1$, le gain en boucle ouverte entre u_j et y_i est plus grand que le gain lorsque les autres boucles sont fermées. Les boucles interagissent. Si possible on évite le couple (u_j, y_i) dont λ_{ij} est très grand
- si $\lambda_{ij} \longrightarrow \infty$, le gain du couple (u_j, y_i) est nul quand toutes les autres boucles sont fermées. La sortie y_i ne peut pas être contrôlée par la commande u_j .

On conclut que le choix de la configuration de commande appropriée porte sur les couples entrée/sortie ayant un gain relatif λ_{ij} positif et proche de 1.

Notons que cette méthode de la RGA n'est valable que pour les systèmes qui travaillent autour de la fréquence nulle.

1.3.3 Matrice des gains relatifs pour un système TITO

Pour un système TITO représenté par la figure (1.3), le modèle du système en régime permanent est donné par :

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} \\ k_{21} & k_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} \quad (1.11)$$

La matrice RGA est donnée par [116, 163, 165] :

$$\Lambda = \begin{bmatrix} \lambda & 1 - \lambda \\ 1 - \lambda & \lambda \end{bmatrix} \quad (1.12)$$

Avec $\lambda = \frac{k_{11}k_{22}}{k_{11}k_{22} - k_{12}k_{21}}$.

Pour choisir les couples entrée/sortie adéquats pour la commande d'un système TITO, on opte pour les boucles de commande dont λ_{ij} est proche de 1 tout en évitant les boucles de commande dont λ_{ij} est très grand ou bien négatif.

Pour illustrer ce choix, considérons quelques exemples numériques pour un système TITO où :

$$G(0) = \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} \\ k_{21} & k_{22} \end{bmatrix}; k_{ij} \neq 0 \text{ pour } i, j = 1, 2.$$

$$- \text{ Lorsque } G(0) = \begin{bmatrix} 2 & 1.5 \\ 1.5 & 2 \end{bmatrix}; \text{ alors } \Lambda = \begin{bmatrix} 2.28 & -1.28 \\ -1.28 & 2.28 \end{bmatrix}$$

La configuration de commande adéquate est (u_1, y_1) et (u_2, y_2) car le gain relatif qui correspond à chacune des deux boucles de cette configuration est positif (2.28) ce qui n'est pas le cas du gain relatif des boucles de l'autre configuration (-1.28). on dit que le degré du couplage est fort car la valeur du λ_{11} et λ_{22} est grande par rapport à 1.

– Lorsque $G(0) = \begin{bmatrix} -2 & 1.5 \\ 1.5 & 2 \end{bmatrix}$; alors $\Lambda = \begin{bmatrix} 0.64 & 0.36 \\ 0.36 & 0.64 \end{bmatrix}$

La configuration de commande adéquate est (u_1, y_1) et (u_2, y_2) car le gain relatif qui correspond à chacune des deux boucles de cette configuration est plus proche de 1 (0.64) que le gain relatif des boucles de l'autre configuration (0.36). on dit que le degré du couplage est faible car la valeur du λ_{11} et λ_{22} est proche de 1.

– Pour $G(0) = \begin{bmatrix} 1 & 0.9 \\ 0.9 & 1 \end{bmatrix}$; alors $\Lambda = \begin{bmatrix} 5.26 & -4.26 \\ -4.26 & 5.26 \end{bmatrix}$

Dans ce cas aussi, la configuration de commande adéquate est (u_1, y_1) et (u_2, y_2) car le gain relatif qui correspond à chacune des deux boucles de cette configuration est positif (5.26) ce qui n'est pas le cas du gain relatif des boucles de l'autre configuration (-4.26). Cependant, le système présente un degré du couplage fort puisque le degré relatif de la configuration choisie est très grand devant 1.

– Pour $G(0) = \begin{bmatrix} 0.5 & 0.5 \\ 0.5 & 0.5 \end{bmatrix}$ ou bien $G(0) = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$; les éléments de la matrice

Λ sont infinis car la matrice $G(0)$ est singulière (son déterminant est nul). Dans ce cas, le système est très fortement couplé et la commande multi-boucle n'est pas envisageable.

– Pour $G(0) = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$; alors $\Lambda = \begin{bmatrix} 0.5 & 0.5 \\ 0.5 & 0.5 \end{bmatrix}$

Dans ce cas, l'effet de la fermeture d'une boucle sur le gain de la boucle considérée est le même pour toutes les configurations possibles. Ainsi, toutes les boucles interagissent (degré du couplage est très fort) et l'analyse par la matrice RGA ne recommande aucune configuration de commande.

Influence des interactions sur la stabilité d'un système multivariable

Le phénomène des interactions existent entre les variables d'entrée et de sortie d'un système multivariable, rend leur commande et analyse difficiles par rapport aux systèmes monovariables, voire engendrer l'instabilité de l'ensemble du système, en boucle fermée, même si les sous systèmes monovariables le constituant sont individuellement stables.

Afin d'illustrer cette difficulté liée à la stabilité du système en boucle fermée, on considère un système à deux entrées (r_1, r_2) et deux sorties (y_1, y_2) dont les dynamiques sont

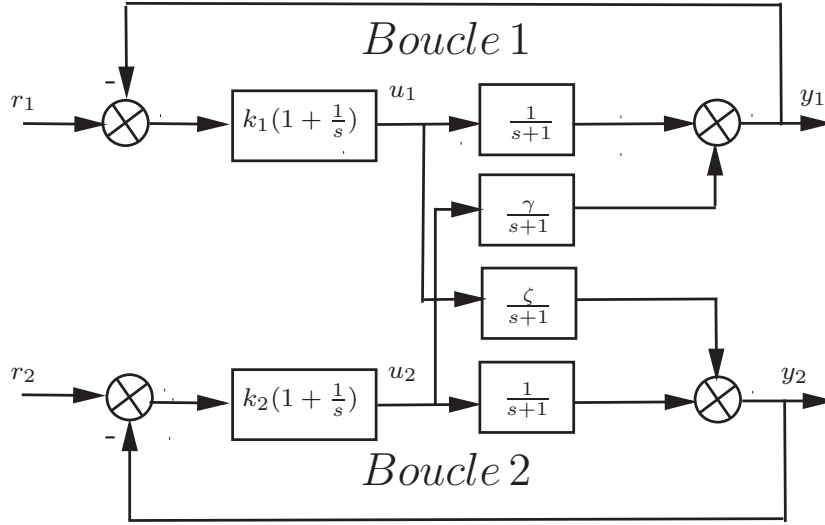


FIG. 1.4: Commande multi-boucle d'un système TITO

données par [122] :

$$\begin{aligned} y_1 &= \frac{1}{s+1}u_1 + \frac{\gamma}{s+1}u_2 \\ y_2 &= \frac{\zeta}{s+1}u_1 + \frac{1}{s+1}u_2 \end{aligned} \quad (1.13)$$

Ce système est montré sur la figure (1.4) avec la configuration de commande choisie est celle qui correspond aux éléments diagonaux, les interactions sont reliées aux paramètres γ et ζ . Les variables r_1 et r_2 représentent les signaux de référence des sorties respectivement y_1 et y_2 . Deux contrôleurs Proportionnel Intégral (PI) sont implémentés sur le système. Si u_1 contrôle y_1 en utilisant un PI comme suit :

$$u_1 = k_1 \left(1 + \frac{1}{s}\right) (r_1 - y_1) \quad (1.14)$$

et $u_2 = 0$, la fonction de transfert, en boucle fermée, entre r_1 à y_1 est :

$$\frac{y_1}{r_1} = \frac{k_1}{s + k_1} \quad (1.15)$$

Le système (1.15) est stable pour $k_1 > 0$.

De la même manière, si le système est commandé en utilisant seulement la deuxième boucle de façon que u_2 contrôle y_2 en utilisant un PI comme suit :

$$u_2 = k_2 \left(1 + \frac{1}{s}\right) (r_2 - y_2) \quad (1.16)$$

et $u_1 = 0$, la fonction de transfert, en boucle fermée, qui lie r_2 et y_2 est :

$$\frac{y_2}{r_2} = \frac{k_2}{s + k_2} \quad (1.17)$$

Le système (1.17) est stable pour $k_2 > 0$.

On considère maintenant le cas où les deux boucles sont fermées.

Par souci de simplification, soit $k_1 = k_2 = 1$, la fonction de transfert en boucle fermée entre r_1 et y_1 et celle entre r_2 et y_2 deviennent :

$$\frac{y_1}{r_1} = \frac{y_2}{r_2} = \frac{s + 1 - \gamma \zeta}{s^2 + 2s + 1 - \gamma \zeta} \quad (1.18)$$

Dans ce cas, le système (1.13), commandé en utilisant la structure de commande multi-boucle (figure 1.4), est instable pour $\gamma \zeta > 1$.

Cet exemple montre que la présence des interactions peut déstabiliser un système multivariable dont les boucles individuelles sont stables.

L'analyse de l'effet des gains des interactions γ et ζ sur la stabilité du système (1.13), peut être effectuée en utilisant la matrice RGA comme suit :

La matrice des gains statiques du système (1.13) est :

$$G(0) = \begin{bmatrix} 1 & \gamma \\ \zeta & 1 \end{bmatrix} \quad (1.19)$$

La matrice inverse est :

$$G(0)^{-1} = \frac{1}{1 - \gamma \zeta} \begin{bmatrix} 1 & -\gamma \\ -\zeta & 1 \end{bmatrix} \quad (1.20)$$

En utilisant l'équation (1.10), la matrice des gains relatifs du système (1.13) est donnée par :

$$\Lambda = \begin{bmatrix} \frac{1}{1 - \gamma \zeta} & \frac{-\gamma \zeta}{1 - \gamma \zeta} \\ \frac{-\gamma \zeta}{1 - \gamma \zeta} & \frac{1}{1 - \gamma \zeta} \end{bmatrix} \quad (1.21)$$

L'équation (1.21) montre que les éléments de la RGA dépendent des gains des interactions γ et ζ .

D'après les éléments de la RGA obtenus, on distingue les cas suivants :

- Pour $\gamma \zeta = 1$, les gains relatifs $\frac{1}{1 - \gamma \zeta}$ et $\frac{-\gamma \zeta}{1 - \gamma \zeta}$ sont infinis, ainsi, la commande multi-boucle n'est pas envisageable.

- Pour $\gamma\zeta > 1$, $\frac{1}{1-\gamma\zeta} < 0$ et $\frac{-\gamma\zeta}{1-\gamma\zeta} > 0$, le système est instable si la configuration de commande diagonale est choisie. Cependant, la configuration de commande off-diagonale pourrait être appropriée.
- Pour $\gamma\zeta = 0$, le modèle du système (1.13) devient triangulaire ou bien diagonal, le système est alors découplé et stable en boucle fermée.
- Pour $\gamma\zeta < 1$ avec $\gamma\zeta \neq 0$, on a $\frac{1}{1-\gamma\zeta} > 0$ et $\frac{-\gamma\zeta}{1-\gamma\zeta} > 0$, deux cas peuvent se produire : Si $\gamma\zeta$ tend vers zéro, $\frac{1}{1-\gamma\zeta}$ tend vers l'unité, $\frac{-\gamma\zeta}{1-\gamma\zeta}$ tend vers zéro, ainsi le système est stable en choisissant la configuration de commande diagonale. Cependant, Si $\gamma\zeta$ tend vers $-\infty$, $\frac{1}{1-\gamma\zeta}$ tend vers zero et $\frac{-\gamma\zeta}{1-\gamma\zeta}$ tend vers 1, la configuration off-diagonale est préférable.

Cet exemple montre que les gains des interactions jouent un rôle essentiel dans la stabilité du système en boucle fermée dont les boucles individuelles sont stables. D'où l'importance de l'étape de l'analyse des interactions et le choix des couples entrée/sortie adéquats pour la commande lors de la synthèse d'un schéma de commande multi-boucle.

Toute l'analyse qui vient d'être présentée dans les paragraphes (1.3.1) à (1.3.3), en utilisant la matrice RGA, que se soit pour l'évaluation du niveau des interactions dans un système multivariable ou bien pour voir l'effet de ces interactions sur la stabilité du système en boucle fermée, se base sur les gains du système en régime permanent, tout en négligeant les dynamiques du système. Cependant, des généralisations de cette méthode ont été effectuées durant ces dernières décennies, afin d'inclure les dynamiques du système [170, 183] ou bien utiliser d'autres données comme la réponse indicielle en boucle ouverte [47].

1.3.4 Variantes de la matrice des gains relatifs

Le choix de la configuration de commande en utilisant la technique RGA ne prend pas en considération les dynamiques du système, ce qui est considéré comme étant une limitation de la méthode. A titre d'exemple, il a été montré dans [120, 170, 183] que si la matrice fonction de transfert possède des éléments dont le retard ou la constante de temps sont très importants par rapport aux autres éléments, la matrice RGA pourrait engendrer

une configuration de commande inappropriée. Dans ce cas, il est nécessaire d'utiliser la matrice des gains relatifs dynamiques [19, 120, 170, 183].

En remplaçant le gain statique $g_{ij}(0)$ par la fonction de transfert correspondante $g_{ij}(s)$ sur une bande de fréquences de travail du système, la matrice des gains relatifs dynamiques (DRGA) [76, 183] devient :

$$\Lambda(s) = G(s) \otimes (G(s)^{-1})^T \quad (1.22)$$

L'examen des lieux de Nyquist des éléments $\lambda_{ij}(s)$, $i, j = 1, \dots, n$ permet d'analyser les interactions existantes entre les variables du système et de déterminer la configuration de commande adéquate.

Les interactions dans le système sont faibles si le module de chaque élément $\lambda_{ii}(s)$ est proche de 1 et les modules des autres éléments sont proches de zéro dans la bande de fréquences de travail du système. On note que la limitation des deux méthodes RGA et DRGA réside dans la supposition que le régulateur de la deuxième boucle est parfait. En d'autres termes, on suppose que la sortie y_2 demeure constante en tout temps même si la commande u_1 est modifiée [145], la matrice des gains relatifs dynamiques généralisés (GDRG)[71] permet d'éviter cette approximation.

Dans la matrice dynamique relative (RDA), les réponses en boucle ouverte à un échelon des éléments de la matrice de transfert viennent remplacer les gains statiques correspondants [47].

La matrice des gains relatifs effectifs (ERGA) proposée en 2005 [185] utilise le gain statique et la bande passante de chaque élément de la matrice fonction de transfert en boucle ouverte du système.

La matrice des réponses relatives (RRA) a été proposée dans [74] pour analyser les interactions dynamiques dans un système TITO, cette méthode se base sur l'intégrale de la réponse indicielle du système en boucle ouverte et en boucle fermée. Afin d'avoir les bonnes performances, le contrôleur est déterminé en utilisant la structure IMC. Cette approche est généralisée dans [73] au cas des systèmes multivariables dont le nombre d'entrées et de sorties est supérieur à deux.

D'autres méthodes peuvent être consultées dans la littérature, par exemple, la matrice

des gains relatifs normalisés (NRGA) [63], la matrice des gains relatifs partiels (PRG)[58].

Un aperçu général sur toutes ces méthodes et autres, est présenté dans [82, 155].

1.4 Commande des systèmes multivariables

La commande des systèmes multivariables est généralement entravée par le phénomène des interactions existant entre ses variables d'entrée et de sortie [145, 165]. Ces interactions ont un effet plus ou moins détériorant sur les performances et la stabilité du système en boucle fermée [116]. Dans la littérature plusieurs schémas de commande sont alors développés pour améliorer les performances des systèmes MIMO (satisfaire le cahier des charges spécifié), tout en réduisant ou bien éliminant l'effet des interactions. Dans cette optique, trois grandes classes des méthodes de commande des systèmes multivariables sont à citer [32, 37, 38, 145, 163] :

1.4.1 Méthodes de commande multivariable

Lorsque l'étape d'analyse des interactions indique un niveau du couplage fort dans un système multivariable, on opte pour la commande multivariable (centralisée) dans le but d'avoir de bonnes performances du système en boucle fermée en présence de l'effet indésirable (détériorant) de ces interactions [2, 42].

La structure de commande multivariable consiste à utiliser un régulateur non diagonal à plusieurs entrées et plusieurs sorties. Dans ce contexte, différentes méthodes de synthèse ont été développées [12, 16, 78, 148, 157, 191], parmi elles les méthodes qui se basent sur la structure de commande par modèle interne [13, 42, 106].

L'avantage principal de la commande multivariable est que le contrôleur multivariable est moins sensible au choix des couples entrée/sortie. Cependant, l'inconvénient de ces méthodes réside dans la complexité des méthodes de synthèse. De plus, ces techniques de commande présentent des difficultés sur le plan pratique (implémentation) qui sont proportionnelles aux dimensions et au degré des interactions [145].

1.4.2 Commande par découplage

Une autre approche pour la commande des systèmes multivariables, dans le cas où ils présentent un niveau de couplage significatif, est la technique de découplage [101, 178]. Cette stratégie permet d'éliminer, ou bien affaiblir, les interactions entre les variables d'entrée et de sortie du système. Cela est réalisable en ajoutant des éléments supplémentaires dits découpleurs (compensateurs) en amont du procédé [101, 160]. Une fois le système augmenté (système et le découpleur) est à dominance diagonale, les méthodes de synthèse des régulateurs monovariables peuvent être adaptés pour la commande des sous systèmes obtenus indépendamment l'un de l'autre.

Différentes structures de découplage ont été mentionnées dans la littérature [99, 111, 112]. La structure de découplage statique [6, 91, 133, 156] garantit la compensation des interactions autour de la fréquence nulle. Néanmoins, les structures de découplage dynamique éliminent ou bien réduisent les interactions sur une bande de fréquences mais la méthode de conception est plus difficile et les éléments du découpleur obtenus sont complexes à implémenter [31, 51].

D'un autre côté et du point de vue structure, on distingue la technique de découplage idéal, simplifié et inversé [48, 52]. Le découplage idéal facilite le réglage du contrôleur décentralisé car le système augmenté est complètement découplé. Cependant, il est rarement utilisé en pratique en raison de la complexité de ses éléments.

Dans la stratégie de découplage simplifié, la structure de découpleur est simple. Cependant, la structure du système augmenté est complexe. De ce fait, des approximations sont nécessaires avant la conception du contrôleur décentralisé [110].

La structure du découplage inversé présente à la fois les performances idéales de la technique du découplage idéal et la simplicité de la structure du découplage simplifié [174, 177]. Pour plus de détails, une étude comparative a été effectuée entre les trois méthodes du point de vue stabilité, robustesse et implémentations dans [48, 52].

Lorsque le contrôle d'une variable est plus important que le contrôle des autres comme l'exemple cité dans [165], il n'est pas alors nécessaire de découpler toutes les interactions, on parle alors du découplage partiel ou bien le découplage dans un seul sens.

La commande par découplage présente principalement les avantages suivants :

- L'évolution des sorties indépendamment les unes des autres.
- La non propagation de la perturbation agissant sur une sortie dans le procédé.

Les inconvénients des méthodes de découplage peuvent être résumés comme suit :

- Les découpleurs nécessitent une connaissance complète du modèle de procédé réel, puisque cette exigence n'est pas vérifiée en pratique, les découpleurs n'offrent qu'un découplage partiel avec une interaction faible qui persiste encore.
- Les structures de découplage sont sensibles aux variations des paramètres du système [91]
- Les processus chimiques sont généralement de nature non linéaire et non stationnaire, par conséquent, même si le découplage est initialement parfait, à mesure que le point de fonctionnement change, le découplage se détériore.
- Pour les systèmes multivariables d'ordre élevé, la conception des découpleurs devient compliquée.

1.4.3 Commande multi-boucle

Une approche simple pour la commande des systèmes multivariables est d'utiliser un contrôleur diagonal généralement appelé contrôleur multi-boucle [163].

La commande multi-boucle, ou la commande directe boucle par boucle, consiste à négliger les interactions et considérer le système proche d'un ensemble de sous systèmes monovariables indépendants les uns des autres [38].

En utilisant la commande multi-boucle, les contrôleurs monovariables sont synthétisés indépendamment les uns des autres. En effet, chaque contrôleur utilise une entrée du système pour contrôler la sortie qui lui est associée, le retour de sortie permet de remédier aux effets indésirables des interactions [136]. Le choix des couples entrée/sortie adéquats pour la commande est alors d'une grande importance dans la conception d'un schéma de command multi-boucle [192].

Les méthodes de commande multi-boucle peuvent être classées comme suit :

1. Méthodes de réajustement

Ces méthodes consistent à synthétiser des correcteurs monovariables pour les boucles de commande sans considérer les interactions. Ensuite, les paramètres de ces régulateurs sont réajustés en définissant un facteur de réajustement [11]. Dans ce contexte, on cite la méthode du plus grand module du Luyben (BLT) [109, 125] qui consiste dans une première étape à calculer les paramètres des contrôleurs PI en utilisant la méthode de Ziegler Nichols. Par la suite, un facteur de réajustement est défini pour recalculer les paramètres des contrôleurs. L'inclusion de ce facteur établit un compromis entre la stabilité et les performances du système en boucle fermée. Dans [33], les auteurs proposent de dimensionner les correcteurs PID en se basant sur les éléments correspondants à la configuration de commande adéquate. Ensuite, les paramètres de ces correcteurs sont réajustés selon les valeurs des degrés relatifs.

Malgré la simplicité des méthodes de cette approche, le principe considère les interactions comme des éléments qui entravent la stabilité du système et tente de les éliminer plutôt les contrôler pour améliorer la dynamique des boucles de commande. Les caractéristiques du système sont alors exploitées avec prudence afin d'améliorer ses performances[181].

2. Méthodes de synthèse séquentielle

L'idée de la fermeture séquentielle des boucles de commande lors de la synthèse du schéma de commande multi-boucle a été introduite par Mayne en 1973 [118]. Par la suite, d'autres méthodes ont été développées [35, 67, 161]. En utilisant ces méthodes, les contrôleurs SISO sont conçus séquentiellement en commençant du contrôleur de la boucle la plus rapide, l'interaction due à cette boucle est considérée dans la fermeture de la prochaine boucle et ainsi de suite. Toutefois, les interactions sont bien prises en charge si les dynamiques des boucles sont considérablement différentes comme cela a été mentionné dans [181]. Quelques inconvénients relatives aux méthodes de cette approche ont été présentés dans [70, 81, 181] tels que : les performances du système en boucle fermée dépendent de l'ordre de la fermeture des boucles et même de la méthode de synthèse du premier contrôleur monovisible

[41, 81]. De plus, le contrôle de la boucle considérée peut avoir un effet détériorant sur la réponse des boucles déjà fermées d'où l'idée d'introduire les méthodes itératives.

3. Méthodes de conception itérative

Comme pour les méthodes de synthèse séquentielle, les méthodes itératives consistent à synthétiser les correcteurs monovariables des boucles l'un après l'autre. Cependant, dans cette approche une fois toutes les boucles sont fermées les paramètres des régulateurs déjà déterminés sont réajustés l'un après l'autre jusqu'à convergence [75, 158]. D'autres méthodes consistent à déterminer les paramètres du correcteur PID séquentiellement en amenant le système à la limite de stabilité [87]. Ces méthodes sont généralement associées à des relais [21, 60, 105, 168, 172]. Ces méthodes sont utilisées lorsque le modèle du système n'est pas connu. Cependant, l'inconvénient principal des méthodes de cette approche réside dans la nécessité de faire plusieurs essais pour atteindre les performances désirées, en plus de la faiblesse du lien entre la méthode de réglage et les performances de la boucle [70, 175].

4. Méthodes utilisant les algorithmes d'optimisation

Dans cette approche, les algorithmes d'optimisation sont utilisés pour déterminer les paramètres du contrôleur multi-boucle [41, 49, 95, 154]. Dans [173] les algorithmes génétiques sont utilisés pour déterminer les paramètres optimaux du contrôleur multi-boucle. La synthèse du correcteur multi-boucle est mis sous forme d'un problème d'optimisation [8] qu'il faut résoudre avec des contraintes sous formes des inégalités matricielles. L'inconvénient de cette méthode est que les résultats obtenus dépendent des conditions définies dans la fonction objective, ainsi, les correcteurs obtenus peuvent engendrer l'instabilité du système en boucle fermée en particulier lors de la défaillance d'une boucle [70].

5. Méthodes de conception indépendante

Dans cette approche, les interactions entre les boucles de commande, la robustesse en performance et la stabilité sont d'abord considérées. Ensuite, les contrôleurs SISO sont conçus indépendamment l'un de l'autre en utilisant les fonctions de transfert correspondantes aux boucles de commande de la configuration choi-

sie [44, 54, 66, 100, 164, 193, 197]. A titre d'exemple, une méthode du réglage du contrôleur multi-boucle a été proposée dans [30], cette technique garantit la stabilité du système en boucle fermée en utilisant les conditions de stabilité de Nyquist. Ensuite des correcteurs PI sont dimensionnés pour toutes les boucles de commande indépendamment les uns des autres. Dans [65] les auteurs proposent une méthode analytique pour le réglage du contrôleur multi-boucle PID en se basant sur les conditions de stabilité de Nyquist et les spécifications des marges du gain et de phase pour chaque boucle.

Quelques exemples de synthèse de ces méthodes utilisent les spécifications de la fonction de transfert en boucle fermée de chaque boucle telles que la méthode de synthèse du contrôleur PID en se basant sur la structure IMC [25]. Comme les propriétés dynamiques des contrôleurs dans les autres boucles ne sont pas utilisées dans la boucle considérée, les performances du système en boucle fermée peuvent alors ne pas être satisfaisantes [41, 70]. Toutefois, de bonnes performances sont obtenues lorsque le système est à dominance diagonale.

6. Méthodes des fonctions de transfert équivalentes

Une autre manière de remédier au problème des interactions entre les boucles de commande et par conséquent, entre l'effet de l'action des contrôleurs l'un sur l'autre d'un côté. De l'autre côté, utiliser les méthodes de synthèse des contrôleurs mono-variables, consiste à décomposer le système en un ensemble de boucles équivalentes où chaque boucle inclut souvent la dynamique des correcteurs des autres boucles, qui devrait être connue [107, 135, 184]. Une méthode de synthèse du contrôleur multi-boucle a été proposée dans [134] pour atteindre les spécifications désirées en marges de phase et de gain pour chaque boucle du système TITO. Les interactions sont considérées comme des incertitudes sur les boucles de commande, l'incertitude maximale est estimée pour déterminer le contrôleur initial de la première boucle, qui est utilisé pour la synthèse du contrôleur de la deuxième boucle. Par la suite, le premier contrôleur est redéfini en connaissant celui de la deuxième boucle.

Cependant, dans [70] la difficulté liée aux interactions est résolue par la formulation

des dynamiques de la transmission en boucle ouverte de u_i à y_i par la boucle ouverte effective du système (Effective Open loop Process). Cette boucle équivalente est déterminée sans la connaissance préalable de la dynamique des contrôleurs dans les autres boucles de commande.

Le principe de la fonction de transfert effective en boucle ouverte (Effective Open loop Transfer Function) est introduit dans [175] afin de décomposer le système multivariable en un ensemble de boucles indépendantes et équivalentes. En utilisant les techniques de réduction de modèle, cette fonction de transfert est réduite à une forme plus simple. Ensuite, des contrôleurs PID à la base de la structure IMC sont conçus en utilisant ces modèles simples.

D'autres méthodes de commande multi-boucle ont été proposées dans la littérature [40, 81, 88, 179, 195]. Le problème d'optimisation est simplifié dans [176] pour chercher un seul paramètre qui est la constante de temps du filtre de la structure IMC et qui correspond à la constante de temps désirée pour chaque boucle. Dans [92] les termes proportionnel et dérivé sont déterminés en négligeant les interactions. Cependant, le terme intégral est calculé en considérant ces interactions en basses fréquences.

La commande multi-boucle offre un certain nombre d'avantages qui font qu'elle est préférable à la commande des systèmes multivariable, si l'on compare à la commande multivariable ou bien à la commande par découplage [66, 145] :

- La commande multi-boucle est plus simple à comprendre et son implémentation sur un équipement industriel est plus rapide et aisée.
- Il est plus facile de spécifier des performances différentes pour chaque sortie et d'utiliser des périodes d'échantillonnage différentes pour chaque boucle individuelle.
- Si un choix adéquat des couples entrée/sortie est effectué, une des boucles de commande peut être ouverte sans engendrer l'instabilité du système. Cette flexibilité permet de mieux supporter des changements d'opération tels que le démarrage et arrêt du procédé, l'entretien de certaines parties ou la mise en mode manuel d'une partie de la stratégie de commande.
- La commande multi-boucle permet l'application des méthodes de réglage des cor-

- recteurs monovariables dont l'efficacité et la disponibilité n'est plus à démontrer.
- Les régulateurs multi-boucles peuvent être implémentés sur des micro-processeurs différents diminuant ainsi les conséquences d'une panne de capteur, d'un actionneur, ou même d'un processeur.
 - La non propagation de la perturbation agissant sur une sortie dans le système.

1.5 Stabilité et synthèse de la commande multi-boucle

Vu les avantages que présente la commande multi-boucle, certaines propriétés sont requises (nécessaires) pour le système à commander, cela afin de garantir la stabilité et les bonnes performances en boucle fermée. Comme il sera présenté, l'analyse peut se référer souvent à l'interprétation de la matrice des gains relatifs [18].

1.5.1 Stabilité de la structure de commande multi-boucle

En utilisant les méthodes multi-boucles de conception indépendante, les contrôleurs monovariables sont déterminés en utilisant seulement les éléments diagonaux correspondants à la configuration de commande, tout en négligeant les interactions entre ces boucles. Par conséquent, des conditions de stabilité ont été développées afin de préserver la stabilité du système en boucle fermée en présence de ces interactions [2, 55, 90, 163].

Dans ce qui suit, on présente les conditions établies dans [55] en terme du choix du comportement désiré en boucle fermée et du niveau des interactions dans un système multivariable.

Soit le système multivariable à commander donné par la matrice fonction de transfert de l'équation (1.3), le contrôleur multi-boucle est donné par :

$$C(s) = \text{diag} \left[c_1(s), c_2(s), \dots, c_n(s) \right] \quad (1.23)$$

Ce contrôleur est déterminé pour le système diagonal (sans interactions) modélisé par :

$$G_m(s) = \text{diag} \left[g_{11}(s), g_{22}(s), \dots, g_{nn}(s) \right] \quad (1.24)$$

Le système diagonal, en boucle fermée, est :

$$G_{bfm}(s) = (I + G_m(s)C(s))^{-1}G_m(s)C(s) \quad (1.25)$$

Le système complet (avec les interactions), en boucle fermée, est :

$$G_{bf}(s) = (I + G(s)C(s))^{-1}G(s)C(s) \quad (1.26)$$

Des contraintes sur le choix de $G_{bfm}(s)$ sont alors imposées pour garantir la stabilité de $G_{bf}(s)$ [2, 55, 163].

Soit la matrice E définie par :

$$E(s) = (G(s) - G_m(s))G_m^{-1}(s) \quad (1.27)$$

qui représente l'erreur relative due à l'approximation du modèle complet $G(s)$ par le modèle diagonal $G_m(s)$. En d'autres termes, l'erreur due à l'élimination des termes diagonaux, donc des interactions.

La stabilité du modèle en boucle fermée $G_{bf}(s)$ de l'équation (1.26), est liée au terme $(I + GC)^{-1}$. Par conséquent, pour analyser la stabilité de $G_{bf}(s)$ en utilisant le terme $E(s)$ de l'équation (1.27), on peut mettre $(I + GC)$ sous la forme [2, 55, 163] :

$$\underbrace{(I + G(s)C(s))}_{\text{Comportement multi-boucle}} = \underbrace{(I + E(s)G_{bfm}(s))}_{\text{Analyse des interactions}} \underbrace{(I + G_m(s)C(s))}_{\text{Boucles individuelles}} \quad (1.28)$$

Cette relation montre que la stabilité de la commande multi-boucle est tributaire de la stabilité des boucles individuelles, mais également de l'analyse des interactions à travers le terme $(I + E(s)G_{bfm}(s))$.

Une condition suffisante a été proposée dans [44, 55] pour la stabilité du système complet en terme des lignes de $G(s)$ comme suit :

$$|G_{bfmi}(jw)| < \frac{|g_{ii}(jw)|}{\sum_{j=1, j \neq i}^n |g_{ij}(jw)|} \text{ pour } i = \dots n, \text{ et } 0 \leq w < \infty \quad (1.29)$$

De la même manière, en terme des colonnes de $G(s)$, on a :

$$|G_{bfmi}(jw)| < \frac{|g_{ii}(jw)|}{\sum_{j=1, j \neq i}^n |g_{ji}(jw)|} \text{ pour } i = \dots n, \text{ et } 0 \leq w < \infty \quad (1.30)$$

$G_{bfmi}(s)$ est l'élément correspondant à la i^{me} ligne et la i^{me} colonne de l'équation (1.25). En d'autres termes c'est la fonction de transfert en boucle fermée de la boucle (u_i, y_i) . Les équations (1.29) et (1.30) montrent que pour des petites valeurs de $|g_{ij}(jw)|$ ($j \neq i$) et/ou des grandes valeurs de $|g_{ii}(jw)|$, ces conditions sont largement vérifiées. Ceci est vérifié lorsque le système est à dominance diagonale. Cette notion sera présentée dans le paragraphe (1.5.2).

D'autres conditions suffisantes plus rigoureuses sont développées afin de garantir la stabilité de la structure de commande multi-boucle [90, 163].

Pour une analyse plus rigoureuse de la stabilité des systèmes multivariables commandés par la structure multi-boucle, une autre propriété doit être considérée, c'est la propriété de l'intégrité qui sera abordée dans le paragraphe (1.5.3).

1.5.2 Dominance diagonale

La notion de la dominance diagonale a été introduite par Rosenbrock en 1969 [152], elle joue un rôle important dans l'analyse et la commande des systèmes multivariables particulièrement lorsque ces derniers sont contrôlés par le schéma de commande multi-boucle.

La dominance diagonale dans un système multivariable se définit de différentes manières :

1. Un système est dit à dominance diagonale ou bien diagonalement dominant si le module de chaque élément de la diagonale de la matrice fonction de transfert du système est supérieur ou égal à la somme des autres termes de la même ligne ou de la même colonne [131]. On parle alors de la dominance diagonale par rapport aux lignes :

$$|g_{ii}(jw)| \geq \sum_{j=1, j \neq i}^n |g_{ij}(jw)| \text{ pour } i = \dots n, \text{ et } 0 \leq w < \infty \quad (1.31)$$

et de la dominance diagonale par rapport aux colonnes :

$$|g_{ii}(jw)| \geq \sum_{j=1, j \neq i}^n |g_{ji}(jw)| \text{ pour } i = \dots n, \text{ et } 0 \leq w < \infty \quad (1.32)$$

2. Si l'effet d'une commande ou bien d'un ensemble de commandes est supérieur à l'effet des autres commandes sur une sortie ou bien un ensemble de sorties, le système est dit à dominance diagonale [82].
3. Si les éléments de la diagonale de la matrice des gains relatifs (RGA) sont proches de l'unité et les éléments non diagonaux sont proches de zéro, le système est dit à dominance diagonale [163].

L'avantage d'avoir un système diagonalement dominant est qu'il peut être vu comme un ensemble de sous systèmes monovariabiles indépendants l'un de l'autre. Des correcteurs SISO simples peuvent alors être conçus pour atteindre de bonnes performances du système multivariable en boucle fermée [2, 152, 187, 188]. Pour plus de détails, le lecteur peut se référer à ces références et celles y incluses.

1.5.3 Intégrité

Dans un système multivariable, une situation où certaines boucles de commande sont ouvertes et les autres sont fermées, peut se produire pour des raisons de changement de fonctionnement, de maintenance ou bien de défaillance d'un capteur et/ou d'un actionneur. Une telle séparation de boucles peut engendrer un état d'instabilité même si le système en boucle ouverte et le système complet (toutes les boucles) en boucle fermée sont stables car il peut se créer des interactions indésirables entre les boucles de commande qui sont fermées [2, 46, 181]. Pour analyser une telle situation, on utilise la notion d'intégrité.

On dit qu'un système multivariable, commandé par le schéma de commande multi-boucle, possède la propriété d'intégrité si le système en boucle fermée reste toujours stable même lorsque une ou plusieurs boucles sont ouvertes. Dans ce cas, les boucles en service sont toujours stables et essaient d'atteindre les références qui leurs ont été imposées [22, 38, 82].

Durant des années, ce concept d'intégrité a été l'axe de plusieurs travaux de recherche, cela afin d'établir les conditions nécessaires et/ou suffisantes pour qu'un système contrôlé par un schéma de commande multi-boucle possède la propriété d'intégrité [22, 61, 198].

Souvent, des conditions sur les gains statiques du système avec des régulateurs qui

incluent l'action intégrale permettent de vérifier l'intégrité du système. Cela se traduit par la propriété de contrôlabilité intégrale avec intégrité (integral controllability with integrity, ICI) [2, 82]. Une condition nécessaire pour qu'un système possède cette propriété est que les éléments de la RGA correspondants aux couples choisis pour la commande soient positifs [22, 163].

Les conditions de la propriété de contrôlabilité intégrale décentralisée (decentralized integral controllability, DIC) sont introduites dans [22]. Cette propriété permet à l'opérateur d'ajuster les gains des contrôleurs des boucles indépendamment les uns des autres sans engendrer l'instabilité du système. Cette propriété se traduit également par les éléments de la RGA correspondants à la configuration diagonale choisie qu'ils soient positifs comme il a été démontré dans [163].

Dans la littérature, il existe d'autres conditions pour vérifier l'intégrité [46, 36]. Pour plus des détails, le lecteur peut se référer à ces références et celles y incluses.

Une autre méthode plus simple de vérifier l'intégrité du système multivariable contrôlé par une structure de commande multi-boucle est d'utiliser l'indice de Niederlinski.

1.5.4 Indice de Niederlinski

L'indice de Niederlinski, ou bien l'indice de stabilité en boucle fermée, permet d'éliminer les couples entrée/sortie qui engendreront l'instabilité du système commandé en cas d'ouverture d'une boucle [2, 38, 62, 82, 163].

Un système multivariable commandé par une structure de commande multi-boucle diagonale qui inclut des régulateurs avec action intégrale, est instable si l'indice de Niederlinski donné par l'équation (1.33) est négatif [34, 136] :

$$NI = \frac{\det[G(0)]}{\prod_{i=1}^n g_{ii}(0)} \quad (1.33)$$

Néanmoins, si cet indice est positif, le système pourrait être stable et un autre outil complémentaire est nécessaire pour conclure sur l'intégrité du système.

La sélection de la configuration de commande appropriée en utilisant la matrice RGA [18] et l'utilisation de l'indice de stabilité de Niederlinski [136] sont souvent adoptés pour

vérifier l'intégrité du système multivariable [56, 62, 181, 190]. Cependant, l'association de ces deux outils constitue une condition nécessaire et suffisante pour l'intégrité des systèmes à deux entrées et deux sorties (TITO). Cette condition devient juste nécessaire pour les systèmes dont le nombre d'entrées et de sorties est supérieur à deux [56, 68, 181].

1.5.5 Synthèse d'un système de commande multi-boucle

En conclusion de toutes les définitions et propriétés présentées dans les paragraphes (1.5.1) à (1.5.4) sur la commande multi-boucle, il vient de lui même que les deux étapes principales de cette approche sont le choix des couples entrée/sortie adéquats pour le contrôle tout en préservant la stabilité et l'intégrité du système en boucle fermée. Ensuite, la synthèse des contrôleurs monovariabiles indépendamment les uns des autres.

1. Détermination de la configuration de commande adéquate : L'analyse des interactions par la matrice RGA présente l'avantage d'être simple puisqu'elle utilise les gains statiques du système en boucle ouverte. De plus, elle est indépendante des unités de mesure puisque le gain relatif est défini comme étant le rapport des deux gains en boucle ouverte et lorsque les autres boucles sont fermées [18]. La matrice des gains relatifs (RGA) est utilisée avec l'indice de Niederlinski [136] afin de garantir la stabilité et l'intégrité du système en boucle fermée de telle sorte que la RGA est utilisée pour évaluer les interactions et sélectionner les configurations de commande, l'indice de Niederlinski est utilisé pour éliminer les couples entrée/sortie instables.
2. Synthèse des contrôleurs monovariabiles pour les boucles de commande, tout en considérant les interactions entre elles.

Tout au long de cette thèse, lors de l'analyse des interactions dans un système multivariable, on opte pour la configuration de commande qui correspond aux éléments de la RGA qui sont positifs et proches de 1 et dont l'indice de Niederlinski est positif.

Cette démarche de synthèse du contrôleur multi-boucle sera adoptée dans le troisième chapitre pour proposer un schéma de commande multi-boucle simple à concevoir et à

implémenter, tout en améliorant les performances du système contrôlé en boucle fermée et en réduisant les interactions entre les boucles de commande.

1.6 Méthodes de la commande d'ordre fractionnaire

Vu l'abondance des travaux de recherche qui traitent de la commande d'ordre fractionnaire des systèmes monovariables, les tentatives de généralisation de ces méthodes pour la commande des systèmes multivariables d'une part et la synthèse de nouvelles méthodes d'une autre part, sont proposées dans la littérature [93, 137, 186].

Dans le contexte de la commande multivariable [128, 130, 162, 180], Oustaloup et ses collaborateurs ont proposé la généralisation de la commande CRONE au cas des systèmes multivariables carrés avec retard [57]. Une méthode de synthèse du régulateur FO-PID multivariable a été proposée dans [126], cela en utilisant les algorithmes génétiques. Un algorithme de réglage du contrôleur IMC multivariable d'ordre fractionnaire a été proposé dans [129] pour contrôler les systèmes MIMO, le correcteur multivariable d'ordre fractionnaire obtenu est implémenté sur un système hydraulique à quatre réservoirs.

Les méthodes de découplage idéal, simplifié et inversé ont été généralisées au cas des systèmes TITO fractionnaires [43, 94], tout en imposant une condition sur les ordres non entier des fonctions de transfert de la boucle ouverte. Ceci, afin d'assurer la réalisabilité et la causalité des découpleurs fractionnaires obtenus. De plus, la matrice des gains relatifs dynamiques a été également déterminée pour ces systèmes, sans proposer aucune structure de commande pour améliorer leurs performances. Cependant, dans [96] la structure de découplage inversé est utilisée pour éliminer les interactions dans le système TITO fractionnaire, par la suite, un contrôleur décentralisé fractionnaire est synthétisé en se basant sur le schéma de commande par modèle interne. La méthode proposée donne de bons résultats pour le suivi de trajectoire et le rejet de perturbations.

Une méthode d'identification est proposée dans [10] pour obtenir le modèle matrice fonction de transfert d'ordre fractionnaire du procédé hydraulique à quatre réservoirs. Les interactions sont réduites en utilisant une méthode de découplage. Par la suite, des

correcteurs SISO fractionnaires sont conçus pour les deux boucles de commande. Des correcteurs PID fractionnaires ont été dimensionnés en utilisant l'algorithme de la colonie d'abeilles dynamique [59]. Cela, en utilisant le modèle matrice fonction de transfert d'une colonne de distillation avec et sans découplage.

Dans le cadre de la commande multi-boucle [86], très peu de travaux sont publiés, on cite la méthode proposée dans [7] pour dimensionner un contrôleur multi-boucle adaptatif d'ordre fractionnaire, ce dernier est implémenté sur le système hydraulique à quatre réservoirs. La méthode de réglage est basée sur l'algorithme de la colonie d'abeilles (Bee Algorithm Tuning, BAT). Dans [147], un correcteur PI prédictif d'ordre fractionnaire a été dimensionné pour le modèle linéarisé du système hydraulique à quatre réservoirs, une étude comparative a été effectuée pour le modèle à phase minimale et à phase non minimale.

1.7 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté quelques définitions relatives aux interactions dans un système multivariable et quelques méthodes d'analyse les plus répandues dans la littérature. La matrice des gains relatifs (RGA) a été exposée avec plus des détails car elle sera utilisée tout au long de cette thèse.

Nous avons passé également en revue quelques approches de commande des systèmes multivariables. Le choix de la méthode adéquate s'effectue généralement en fonction du niveau de couplage entre les variables d'entrée et de sortie. Si le niveau des interactions est faible, la commande du système multivariable revient à l'approche multi-boucle où on crée autant de boucles de retour de sorties que de couples entrée/sortie, choisis de manière à assurer la stabilité et vérifier l'intégrité du système en boucle fermée. Par la suite, commander chaque boucle de régulation séparément. Cependant, si le niveau des interactions est important ou bien non désiré, on opte pour la commande multivariable ou bien effectuer la synthèse d'un ensemble des contrôleurs monovariables, après avoir éliminé ou bien affaibli les interactions en utilisant les techniques de découplage.

Notre approche consiste à considérer les interactions dans un système multivariable comme étant des perturbations par rapport aux boucles de commande utilisées pour le contrôle. De ce fait, la structure de commande à deux degrés de liberté sera utilisée pour résoudre les deux problèmes du suivi de trajectoire et de la réduction de l'effet des interactions séparément l'un de l'autre. L'introduction de la fonction idéale de Bode comme fonction désirée en boucle fermée pour chaque boucle de commande, fera inscrire le travail dans le cadre de la commande fractionnaire des systèmes multivariables.

Dans le prochain chapitre, les notions relatives au schéma de commande proposé dans le cadre de la commande d'ordre fractionnaire des systèmes multivariables, seront abordées.

Chapitre 2

Contrôleurs d'ordre fractionnaire à base de la commande par modèle interne et la commande à deux degrés de liberté

2.1 Introduction

Lorsque le PID classique ne permet pas d'obtenir les performances désirées et qu'on ne dispose pas d'une puissance de calcul importante et d'un modèle assez précis du système, pour qu'on puisse implémenter une régulation avancée, la structure de commande par modèle interne s'avère une approche intéressante [127]. En effet, cette structure de commande est simple à mettre en oeuvre puisqu'elle requiert un seul paramètre de réglage, en plus de sa robustesse vis-à-vis des erreurs de modélisation.

En général, les objectifs de commande sont [45] :

- Le suivi de trajectoire : le régulateur agit de sorte à ce que la réponse du système en boucle fermée puisse suivre au mieux le signal de référence.
- Le rejet des perturbations et l'atténuation de bruit : synthétiser un correcteur qui permet d'avoir la réponse du système en boucle fermée moins sensible aux perturbations externes et aux bruits de mesure.
- Robustesse vis-à-vis des incertitudes sur les paramètres du modèle : le correcteur

fait de sorte à avoir la réponse du système en boucle fermée avec un niveau de performances spécifié en présence des erreurs de modélisation.

Atteindre tous ces objectifs de commande avec la structure à un seul degré de liberté (1DDL) n'est pas une tâche facile, d'où l'introduction du schéma de commande à plusieurs degrés de liberté qui consiste à résoudre ces problèmes indépendamment l'un de l'autre. La structure à deux degrés de liberté (2DDL) [20, 102, 194] consiste à découpler les deux problèmes du suivi de trajectoire et du rejet des perturbations, ceci afin de résoudre au mieux ce dernier.

Dans ce chapitre, on présente le principe de la commande par modèle interne ainsi que la méthode de synthèse du contrôleur. Les principales propriétés de la fonction idéale de Bode sont données. Quelques notions relatives à la simulation et l'approximation de l'opérateur s^α sont également exposées. Une étude comparative simple du point de vue analyse fréquentielle est faite pour montrer l'apport du PID fractionnaire par rapport au PID classique. Le chapitre se termine par quelques rappels relatifs aux fonctions de sensibilité et sensibilité complémentaire dans le cas de la structure de commande à 1DDL et celle à 2DDL. Par la suite, un exemple d'illustration de la méthode de synthèse proposée (à 2DDL) sera présenté.

2.2 Principe de la commande par modèle interne

La commande par modèle interne [50, 127] ne cesse d'acquérir un intérêt croissant en raison de sa robustesse vis-à-vis des erreurs de modélisation et sa simplicité de synthèse. Le schéma de commande par modèle interne est donné par la figure (2.1) où le système à commander est représenté par $g(s)$ et son modèle est donné par la fonction de transfert $g_m(s)$. Le signal de référence r est comparé avec l'écart entre la sortie réelle y et la sortie mesurée y_m , la différence est introduite à l'entrée du contrôleur $c_{imc}(s)$ dont la sortie est l'entrée du système $g(s)$ et de son modèle $g_m(s)$, la grandeur de perturbation d est ajoutée à la sortie du procédé.

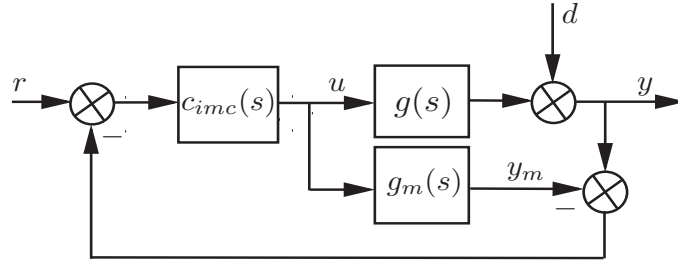


FIG. 2.1: Structure IMC

Les fonctions de transfert, reliant les deux entrées r et d à la sortie y , sont données par :

$$y = \frac{c_{imc}(s)g(s)}{1 + c_{imc}(s)(g(s) - g_m(s))}r + \frac{1 - c_{imc}(s)g_m(s)}{1 + c_{imc}(s)(g(s) - g_m(s))}d \quad (2.1)$$

La fonction de sensibilité $s(s)$ est définie comme étant [127] :

$$s(s) = \frac{y}{d} = \frac{1 - c_{imc}(s)g_m(s)}{1 + c_{imc}(s)(g(s) - g_m(s))} \quad (2.2)$$

La fonction de sensibilité complémentaire est :

$$t(s) = \frac{y}{r} = \frac{c_{imc}(s)g(s)}{1 + c_{imc}(s)(g(s) - g_m(s))} \quad (2.3)$$

Dans le cas où le modèle représente parfaitement le système, i.e : $g_m(s) = g(s)$, les équations (2.2) et (2.3) deviennent :

$$s(s) = 1 - c_{imc}(s)g_m(s) \quad (2.4)$$

$$t(s) = c_{imc}(s)g(s) \quad (2.5)$$

La structure de commande classique à retour unitaire donnée par la figure (2.2).

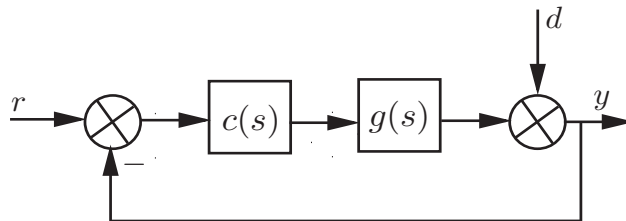


FIG. 2.2: Commande classique à retour unitaire

Lorsqu'on utilise la structure de la figure (2.2), les deux fonctions $s(s)$ et $t(s)$ données comme suit.

$$s(s) = \frac{1}{1 + c(s)g(s)} \quad ; \quad t(s) = \frac{c(s)g(s)}{1 + c(s)g(s)} \quad (2.6)$$

On sait que la fonction de sensibilité $s(s)$ est liée aux performances du système en boucle fermée et la fonction de sensibilité complémentaire $t(s)$ est liée à sa robustesse (vis-à-vis des perturbations et des erreurs de modélisation) [127].

D'après les équations (2.4) et (2.5), le contrôleur $c_{imc}(s)$ est lié aux fonctions $s(s)$ et $t(s)$ à travers des relations linéaires simples, ce qui n'est pas le cas dans la structure classique à retour unitaire donnée par la figure (2.2) dont les relations liant le contrôleur $c(s)$ aux fonctions $s(s)$ et $t(s)$ données par l'équation (2.6) sont plus complexes. Cela justifie l'utilisation de la commande par modèle interne.

Avec l'hypothèse que le modèle est parfait, l'expression de la fonction de transfert en boucle fermée de la structure IMC (l'équation (2.1)) se réduit à :

$$y = c_{imc}(s)g_m(s)r + (1 - c_{imc}(s)g_m(s))d \quad (2.7)$$

L'équation (2.7) montre que le système commandé peut être vu comme fonctionnant en boucle ouverte. Par conséquent, la stabilité du système en boucle fermée dépend de la stabilité du système à commander $g(s)$ et du contrôleur $c_{imc}(s)$ [127].

La synthèse du contrôleur IMC se réalise en deux étapes [127, 150] :

Étape 1 : Afin de considérer les systèmes à phase non minimale, il a été proposé dans [127] que le modèle soit factorisé en deux parties inversible et non inversible selon :

$$g_m(s) = g_m^+(s) g_m^-(s) \quad (2.8)$$

La partie non inversible $g_m^+(s)$ inclut les zéros instables et l'élément retard. Le gain statique de ce transfert doit être égal à 1 ($g_m^+(0) = 1$) afin de garantir le suivi de trajectoire.

La partie inversible $g_m^-(s)$ inclut le reste de la fonction de transfert $g_m(s)$. C'est cette partie qui est utilisée pour calculer le contrôleur $c_{imc}(s)$.

Étape 2 : Le contrôleur $c_{imc}(s)$ est donné par :

$$c_{imc}(s) = \frac{1}{g_m^-(s)} \times f(s) \quad (2.9)$$

Le filtre $f(s)$ représente la fonction de transfert désirée du système en boucle fermée, il est généralement choisi égal à : [150, 127]

$$f(s) = \frac{1}{(1 + \tau_c s)^r} \quad (2.10)$$

Ce filtre $f(s)$ est ajouté pour robustifier le système en boucle fermée vis-à-vis des erreurs de modélisation.

Le paramètre r est choisi pour que le contrôleur $c_{imc}(s)$ soit propre. τ_c est un paramètre de réglage qui permet d'imposer la durée du régime transitoire, en poursuite, de la réponse du système en boucle fermée.

Plus de détails sont donnés dans [127, 150].

Afin d'imposer un comportement fractionnaire au système en boucle fermée, la fonction de transfert en boucle fermée de la fonction idéale de Bode s'avère intéressante, vu les propriétés importantes qu'elle offre. Ceci a été proposé par Bettayeb et Mansouri dans leurs travaux récents [3, 14, 15, 167].

2.3 Fonction idéale de Bode

Dans ses travaux sur les amplificateurs à retour, Bode a proposé une fonction de transfert d'ordre fractionnaire pour maintenir un fonctionnement stable des amplificateurs pour des variations importantes du gain [17]. En appliquant l'idée de Bode au contrôle de position d'un objet massif, Tustin a proposé une boucle ouverte d'ordre fractionnaire afin de garder une marge de phase appropriée autour de la fréquence au gain unité, il a proposé que le contrôleur soit conçu de sorte que la fonction de transfert de la boucle de commande soit équivalente à la "*fonction idéale de Bode*" dont la forme est donnée par [171] :

$$L(s) = \left(\frac{\omega_c}{s}\right)^{\alpha+1} = \frac{1}{\tau_c s^{\alpha+1}}, \quad 0 < \alpha < 1 \quad (2.11)$$

Où $\omega_c = \frac{1}{\tau_c(\alpha+1)}$ est la fréquence de coupure à 0 dB et le paramètre $(\alpha + 1)$ représente la pente du tracé du module dans l'échelle logarithmique .

Les caractéristiques fréquentielles de la fonction idéale de Bode sont obtenues en posant

$s = j\omega$.

Le module et l'argument sont respectivement donnés par :

$$\begin{cases} |L(j\omega)|_{dB} : & 20 \log \left| \frac{1}{\tau_c (j\omega)^{(\alpha+1)}} \right| = -20(\alpha+1) \log(\tau_c \omega) \\ \phi(rad) : & \arg \left(\frac{1}{(j\omega)^{(\alpha+1)}} \right) = -(\alpha+1) \frac{\pi}{2} \end{cases} \quad (2.12)$$

La figure (2.3) représente le diagramme de Bode de $L(s)$ pour $\tau_c = 1$ et trois valeurs de α ($\alpha = 0, 0.5, 1$).

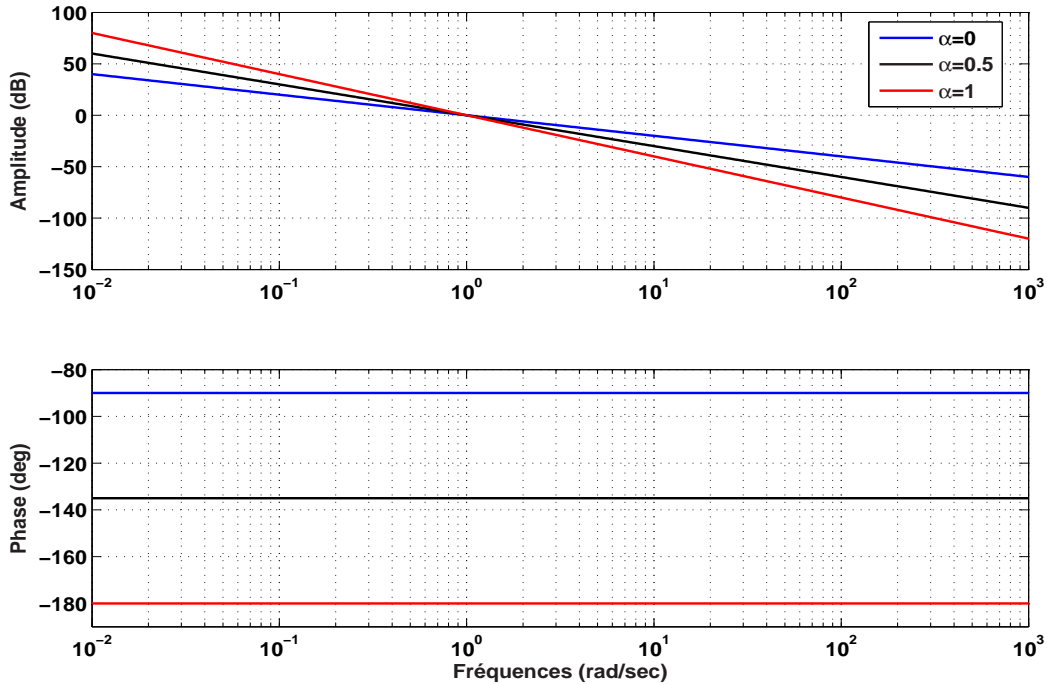


FIG. 2.3: Diagramme de Bode de $L(s)$ pour $\tau_c = 1$ et $\alpha = (0, 0.5, 1)$

La figure (2.3) montre que la valeur de la phase dépend de l'ordre non entier α . En effet, pour $\alpha = 0$, la fonction idéale de Bode se comporte comme un intégrateur, sa phase est $\phi = -90^\circ$ donc une marge de phase de 90° , ce qui donne un comportement équivalent à celui d'un système du premier ordre. Pour $\alpha = 1$, la fonction idéale de Bode se comporte comme un double intégrateur avec une marge de phase de 0° , le système est à la limite de stabilité. De la même manière, pour $\alpha = 0.5$, la phase vaut $\phi = -135^\circ$, ce qui correspond à une marge de phase de 45° , on dit alors pour des valeurs non entières du paramètre α tel que $0 < \alpha < 1$, la fonction idéale de Bode a un comportement fractionnaire et plusieurs

valeurs de la marge de phase peuvent être obtenues.

En choisissant la fonction de transfert en boucle ouverte du système égale à la fonction idéale de Bode (l'équation (2.11)), on peut avoir n'importe quelle valeur de la marge de phase ϕ en fonction de la valeur de α choisie. Ainsi, l'ordre non entier α offre une flexibilité dans le choix de la marge de phase du système ce qui n'est pas le cas lorsque α est entier. La fonction de transfert du système en boucle fermée est alors :

$$L_{bf}(s) = \frac{1}{1 + \tau_c s^{\alpha+1}} \quad (2.13)$$

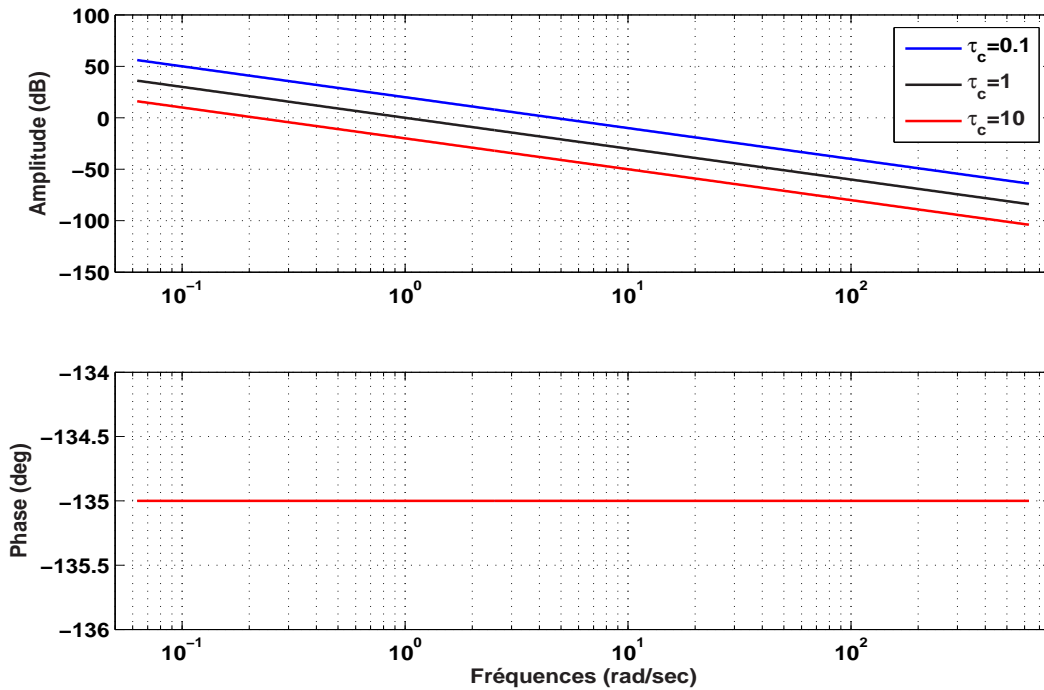


FIG. 2.4: Diagramme de Bode de $L(s)$ pour $\alpha = 0.5$ et différentes valeurs de τ_c

La figure (2.4) montre que la phase du système en boucle ouverte, et par conséquent la marge de phase, est indépendante des variations du paramètre τ_c et donc du gain. Cette propriété importante se voit également dans la réponse indicielle du système boucle fermée, donnée par la figure (2.5).

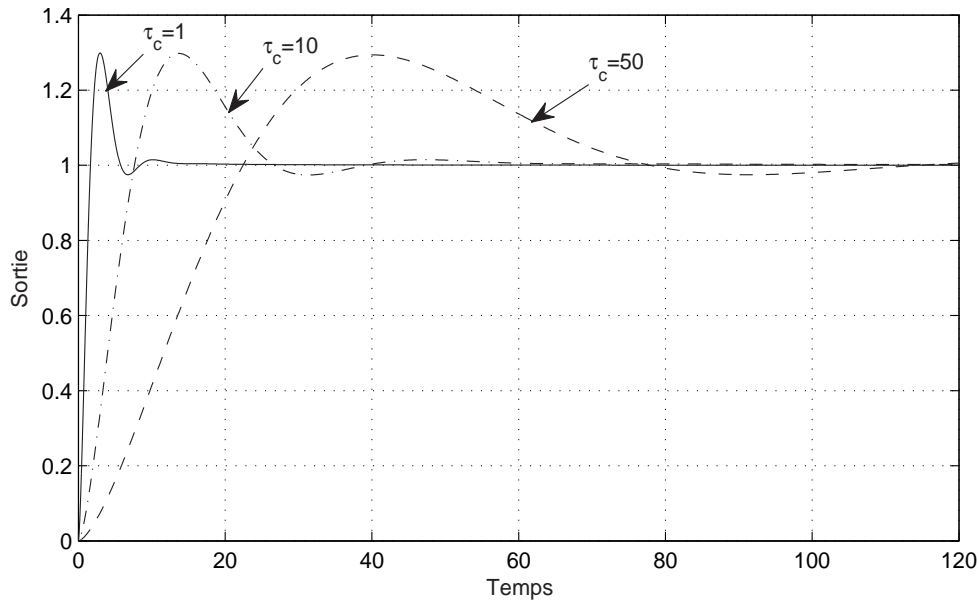


FIG. 2.5: Réponse indicielle de $L_{bf}(s)$ pour $\alpha = 0.5$ et différentes valeurs de τ_c

La figure (2.5) montre que la réponse du système en boucle fermée, présente le même dépassement pour différentes valeurs de la constante de temps τ_c .

L'étude du comportement dynamique du système en boucle ouverte au voisinage de la fréquence au gain unité ω_c détermine son comportement en boucle fermée. La motivation d'utiliser la fonction idéale de Bode dans la synthèse des correcteurs fractionnaires rentre dans ce contexte. L'idée est donc d'avoir une phase plate autour de la fréquence ω_c qui permet d'avoir un système en boucle fermée robuste aux variations du gain comme le montrent les figures (2.4) et (2.5). Cela se traduit par un dépassement de la réponse indicielle en boucle fermée constant pour n'importe quelle valeur du gain. Cette propriété est dite "*propriété d'iso-amortissement*".

Les caractéristiques fréquentielles et temporelles de la fonction de transfert en boucle fermée de la fonction idéale de Bode sont étudiées d'une manière détaillée dans [9]. La fonction idéale de Bode sera utilisée tout au long de cette thèse pour synthétiser les contrôleurs fractionnaires.

2.4 Simulation et implémentation des régulateurs fractionnaires

La propriété majeure des régulateurs fractionnaires est qu'ils sont de dimension infinie, ceci est dû au caractère global de l'opérateur de dérivation ou d'intégration d'ordre non entier, qui nécessite la connaissance de tout le passé de la fonction [23, 64, 124, 159].

Afin d'approximer l'opérateur d'ordre non entier sur une bande de fréquences donnée en utilisant une fonction continue rationnelle, les méthodes les plus connues sont bien résumées dans [114, 144], on cite les méthodes qui utilisent la technique d'interpolation telles que la méthode de Carlson [24] qui se base sur un processus itératif de Newton et la méthode de Matsuda [117] qui utilise le principe de développement en fractions continues. Oustaloup [140, 141] et Charef [26] déterminent les zéros et les pôles du transfert entier en se basant sur le critère de récursivité de ses fréquences transitionnelles, celles-ci sont obtenues au moyen d'un calcul géométrique simple. Ce sont ces deux méthodes qui sont souvent utilisées. Dans ce qui suit on présente les détails de calcul de l'approximation d'Oustaloup, celle-ci sera utilisée tout au long de cette Thèse pour simuler les régulateurs ainsi que les systèmes fractionnaires.

2.4.1 Approximation d'Oustaloup

L'approximation d'Oustaloup d'un dérivateur généralisé dont l'action s'étend sur toute la bande de fréquences consiste dans une première étape à limiter le comportement de ce dérivateur sur une bande de fréquences donnée. Ensuite, remplacer le transfert irrationnel obtenu par un transfert entier dont les pôles et les zéros sont particulièrement distribués [140, 141]. Le dérivateur généralisé est donné par :

$$D_{gen}(s) = \left(\frac{s}{\omega_c} \right)^\alpha \quad (2.14)$$

ω_c est la pulsation au gain unité et α est l'ordre de dérivation non entier .

Du fait que la plus part des systèmes physiques ont un comportement dynamique borné en fréquences, Oustaloup propose de limiter le comportement de ce dérivateur généralisé

sur une bande $[w_b, w_h]$ choisie selon des besoins pratiques, de manière à avoir w_c au milieu de cet intervalle, le dérivateur ainsi obtenu est dit "*borné en fréquences*", il est donné par :

$$D_{\text{borné}}(s) = D_0 \left(\frac{1 + \frac{s}{\omega_b}}{1 + \frac{s}{\omega_h}} \right)^\alpha \quad (2.15)$$

Pour que $D_{\text{gen}}(s)$ et $D_{\text{borné}}(s)$ aient le même gain (0 dB) à la fréquence ω_c , les fréquences ω_b et ω_h vérifient les relations suivantes :

$$(\omega_b \omega_h)^{1/2} = \omega_c \quad (2.16)$$

Puisque ω_b et ω_h sont symétriques par rapport à $\omega = \omega_c$, il faut choisir D_0 égal à :

$$D_0 = \left(\frac{\omega_b}{\omega_c} \right)^\alpha = \left(\frac{\omega_c}{\omega_h} \right)^\alpha \quad (2.17)$$

Dans cette bande de fréquences $[w_b, w_h]$, $D_{\text{gen}}(s)$ et $D_{\text{borné}}$ ont le même comportement dynamique.

La figure (2.6) montre le diagramme de Bode du dérivateur généralisé de l'équation (2.14) avec $\alpha = 0.75$ et $\omega_c = 10$ rad/sec et son équivalent borné en fréquences de l'équation (2.15) dans la bande $[0.1, 1000]$.

On voit que les deux diagrammes de Bode sont très proches dans la bande d'approximation centrée sur $\omega_c = 10$ rad/sec. Cependant, l'écart entre les diagrammes respectifs d'amplitude et de phase s'accroît en dehors de l'intervalle d'approximation.

Afin d'obtenir une fonction de transfert d'ordre entier équivalente au dérivateur généralisé, Oustaloup propose de mettre une infinité de filtres passe bandes en série, dont les singularités (pôle/zéro) sont correctement choisies et particulièrement distribuées (d'une manière récursive) dans la bande d'approximation. En fait, l'approximation est effectuée pour plus de précision sur un intervalle plus large $[w_{\min}, w_{\max}]$ tel que :

$$\omega_{\min} \ll \omega_b \quad \text{et} \quad \omega_{\max} \gg \omega_h \quad (2.18)$$

Ce principe est illustré sur la figure (2.7). Les relations de l'équation (2.17) sont toujours valables.

La fonction de transfert d'ordre entier équivalente au dérivateur borné en fréquences s'écrit

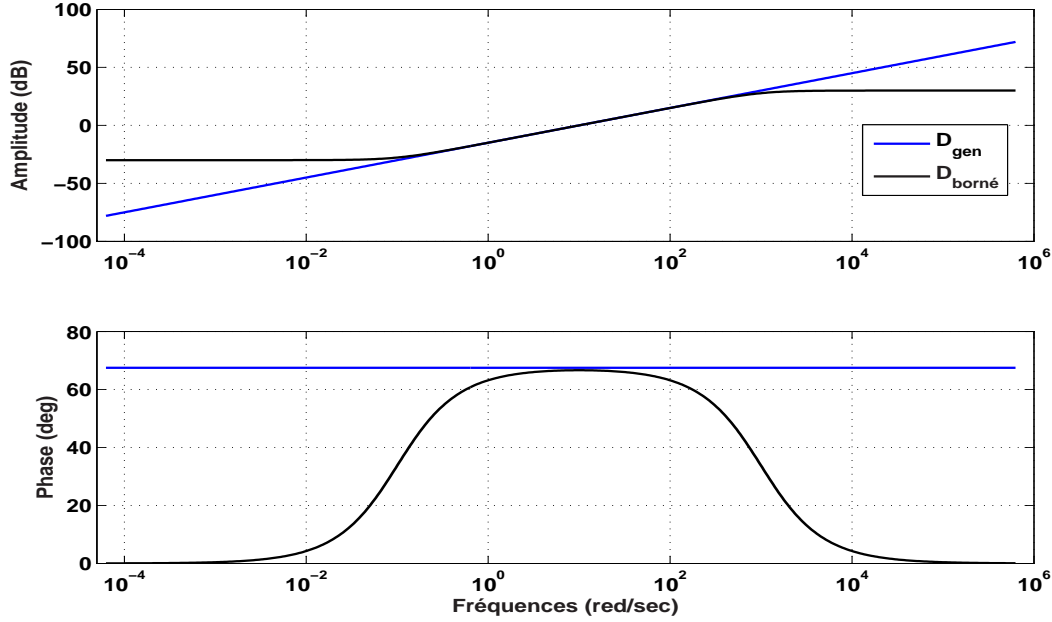


FIG. 2.6: Diagramme de Bode du dérivateur généralisé et du dérivateur borné en fréquences

alors :

$$D_{borné} = D_0 \prod_{i=0}^{\infty} \left(\frac{1 + \frac{s}{z_i}}{1 + \frac{s}{p_i}} \right) \quad (2.19)$$

z_i est un zéro de rang i et p_i est un pôle de rang i .

Comme ce transfert d'ordre entier ne peut pas être réalisé à cause de sa dimension infinie, on l'approxime par un transfert de dimension finie en utilisant un nombre limité de cellules passe bandes, on obtient alors [140, 141] :

$$D_{gen}(s) \approx D_{borné}(s) \approx D_{\alpha}(s) = D_0 \prod_{i=-N}^N \left(\frac{1 + \frac{s}{z_i}}{1 + \frac{s}{p_i}} \right) \quad (2.20)$$

N est le nombre de cellules nécessaires pour obtenir une bonne précision. Cette dernière est d'autant meilleure que N est grand.

Il est à noter que l'approximation d'Oustaloup a la particularité que le gain D_0 ne dépend pas du nombre de cellules N . Par contre, il dépend des paramètres de la bande d'approximation et de l'ordre non entier α . Les singularités (p_i/z_i) au nombre total de $(2N + 1)$

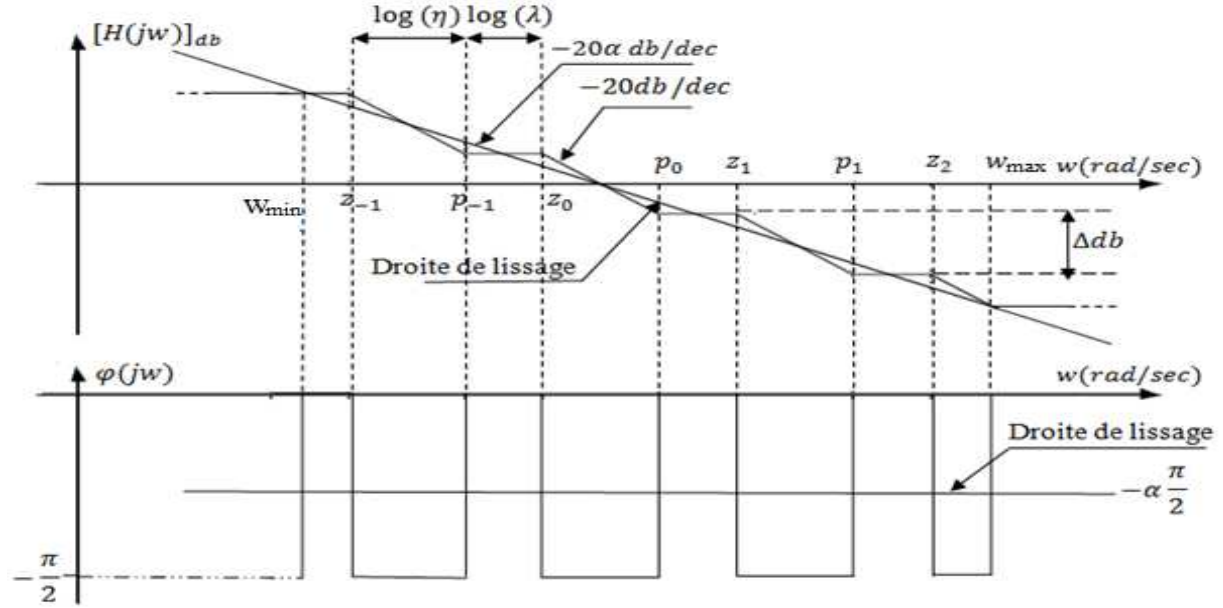


FIG. 2.7: Principe de l'approximation d'Oustaloup

sont distribuées comme suit :

$$\begin{cases} \frac{p_i}{z_i} = \mu > 0 \\ \frac{z_{i+1}}{p_i} = \lambda > 0 \\ \frac{z_{i+1}}{z_i} = \frac{p_{i+1}}{p_i} = \lambda\mu > 1, \quad i = -N, \dots, N-1 \end{cases} \quad (2.21)$$

Les rapports λ et μ qui impliquent un rapport constant $\lambda\mu$ entre deux zéros ou deux pôles consécutifs sont appelés facteurs récursifs et sont donnés par :

$$\lambda = \left(\frac{\omega_{max}}{\omega_{min}} \right)^{\alpha/2N+1} \quad \text{et} \quad \mu = \left(\frac{\omega_{max}}{\omega_{min}} \right)^{(1-\alpha)/2N+1} \quad (2.22)$$

Ainsi, les pôles et les zéros du transfert entier sont donnés par :

$$\begin{cases} z_1 = \omega_{min} \sqrt{\mu} \\ p_i = z_1 \lambda \quad i = -N, \dots, N \\ z_{i+1} = \mu p_i \quad i = -N, \dots, N-1 \\ \omega_{max} = p_N \sqrt{\mu} \end{cases} \quad (2.23)$$

$$N = \text{partie entière de } \left\lceil \frac{\log(\frac{\omega_{max}}{\omega_{min}})}{\log(\lambda\mu)} \right\rceil$$

Deux possibilités sont offertes pour déterminer la relation qui lie l'ordre α aux coefficients récursifs de l'équation (2.22), soit on utilise la droite du lissage de gain ou bien de phase.

$D_\alpha(s)$ est juste propre et présente un gain constant en dehors de la bande d'approximation. Plus des détails sur cette méthode d'approximation peuvent être consultés dans [140, 141]. Afin de faciliter la notation, on note l'approximation d'Oustaloup par \mathcal{O} par exemple l'approximation d'Oustaloup du dérivateur fractionnaire s^α est notée $\mathcal{O}(s^\alpha)$.

2.4.2 Intégrateur borné en fréquences

Afin d'approximer l'intégrateur d'ordre fractionnaire par une fonction de transfert d'ordre entier, comme pour le dérivateur généralisé présenté dans le paragraphe (2.4.1), le comportement dynamique de l'intégrateur généralisé est limité dans une première étape sur une bande de fréquences donnée $[\omega_b, \omega_h]$. Le transfert irrationnel ainsi obtenu est dit "*intégrateur borné en fréquences*". Trigeassou a proposé de réécrire cet intégrateur borné en fréquences sous forme d'un intégrateur entier en série avec une fonction de transfert d'ordre non entier [169].

Soit l'intégrateur fractionnaire donné par :

$$I^\alpha = \frac{\omega_c}{s^\alpha} \quad (2.24)$$

ω_c est la pulsation au gain unité, α est l'ordre non entier.

Son équivalent borné en fréquences est :

$$I^\alpha = I_0 \left(\frac{1 + \frac{s}{\omega_b}}{1 + \frac{s}{\omega_h}} \right)^{-\alpha} \quad (2.25)$$

ω_b et ω_h sont les limites inférieure et supérieure de la bande d'approximation, le gain I_0 est calculé afin de garantir un gain unitaire à ω_c ($I_0 = \left(\frac{\omega_c}{\omega_b}\right)^\alpha$).

Trigeassou propose de réécrire l'équation (2.25) comme suit :

$$I^\alpha = \frac{G_\alpha}{s} \left(\frac{1 + \frac{s}{\omega_b}}{1 + \frac{s}{\omega_h}} \right)^{1-\alpha} \quad (2.26)$$

où $G_\alpha = \left(\frac{\omega_c}{\omega_b}\right)^{1-\alpha}$

La figure (2.8) montre le diagramme de Bode correspondant à l'intégrateur de l'équation (2.24) avec $\alpha = 0.6$ et $\omega_c = 1$ rad/sec et celui qui correspond à l'intégrateur borné en fréquences de l'équation (2.25) dans la bande de fréquences $[10^{-2}, 10^{+2}]$. Le diagramme

de Bode correspondant à l'intégrateur borné en fréquences en utilisant la méthode de Trigeassou (équation (2.26)) est également donné.

La figure (2.8) montre que le diagramme de Bode est composé de deux parties : dans la

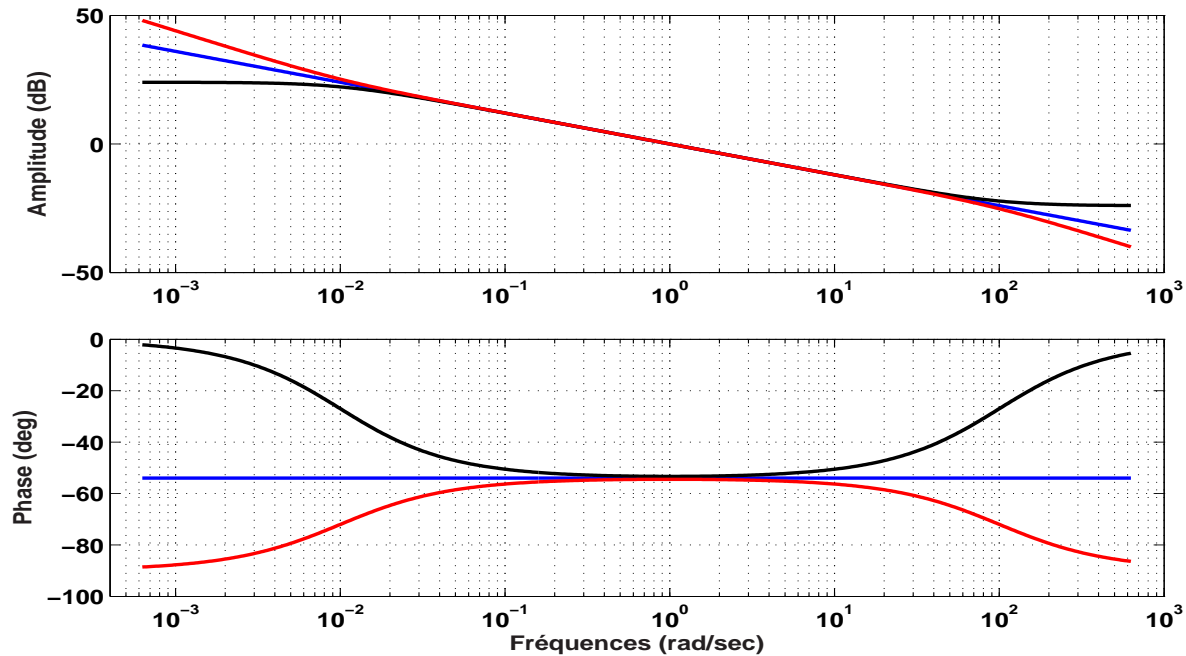


FIG. 2.8: Diagramme de Bode de l'intégrateur généralisé (—), borné en fréquences (—), borné en fréquences en utilisant l'approximation par la méthode de Trigeassou (—)

bande de l'approximation les trois tracés se superposent, ce qui signifie que le comportement du dérivateur généralisé est le même en utilisant les deux méthodes d'approximation d'Oustaloup et de Trigeassou. En dehors des bornes de l'approximation, pour la méthode de Trigeassou, le comportement est celui de l'intégrateur d'ordre 1. C'est cette solution que nous utilisons lorsqu'il s'agit d'implémenter des régulateurs fractionnaires car l'aspect intégrateur entier en dehors des bornes d'approximation, en basses fréquences en particulier, garantit une erreur statique nulle.

2.5 Régulateur PID vs régulateur $PI^\lambda D^\mu$

Avec le progrès qu'a connu le calcul fractionnaire, défini comme étant la généralisation des méthodes classiques d'intégration et de dérivation de l'ordre entier au cas de l'ordre appartenant à l'ensemble des nombres réels et même complexes [23, 64, 124, 159], Podlubny a proposé la généralisation de la structure de commande PID à une autre structure plus globale, comportant une action intégrale d'ordre fractionnaire et une action dérivée d'ordre fractionnaire [142]. Cette nouvelle structure nommée "*PID fractionnaire*" et notée $PI^\alpha D^\mu$ avec α et μ sont respectivement les ordres non entiers des termes intégral et dérivé, ces ordres sont compris entre 0 et 1.

L'expression analytique du PID fractionnaire est :

$$c(s) = k_p \left(1 + \frac{1}{\tau_i s^\alpha} + \tau_d s^\mu \right) \quad (2.27)$$

k_p est le gain proportionnel, τ_i est la constante d'intégration et τ_d est la constante de dérivation.

De l'équation (2.27), on note que pour $\alpha = \mu = 1$, le correcteur PID fractionnaire devient le correcteur PID classique. Ainsi, les correcteurs P, PI et PD sont tous des cas particuliers du correcteur PID fractionnaire. Contrairement au PID classique le *PID* fractionnaire possède deux paramètres de réglage supplémentaires à savoir α et μ . Cette flexibilité offre une opportunité pour mieux ajuster ou bien spécifier des performances dynamiques du système en boucle fermée (généralement, les marges de stabilité) ce qui n'est pas lorsque le PID classique est utilisé.

Lorsque le PID classique est implémenté, l'action dérivée est souvent mise en cascade avec un filtre passe bas dont la constante du temps est $\frac{\tau_d}{N}$, N est généralement compris entre 8 et 16 [5, 108]. Ceci, afin de limiter l'amplification du bruit en hautes fréquences. Ce problème est directement résolu lors de l'approximation de l'opérateur de dérivation fractionnaire dans le cas du PID fractionnaire. En effet, pour implémenter ce dernier, on utilise la méthode d'Oustaloup pour approximer le terme dérivé $\tau_d s^\mu$ par un transfert entier qui est juste propre et correspond à une constante en hautes fréquences. Néanmoins, si le terme intégral est approximé directement par l'approximation d'Oustaloup, on perd

la précision de l'intégrateur en basses fréquences. Afin de remédier à ceci, on utilise la méthode de Trigeassou qui est utilisée dans de nombreux papiers de Bettayeb et Mansouri et leurs collaborateurs [3, 14, 15, 28, 167]. On obtient alors : $\frac{1}{\tau_i s^\alpha} = I^\alpha(s) = \frac{1}{s} \mathcal{O}(s^{1-\alpha})$ dont le comportement en dehors de l'intervalle d'approximation est celui d'un intégrateur d'ordre entier.

Le PID classique est connu pour sa structure simple et par conséquent, son omniprésence dans l'industrie (plus de 90% des systèmes de commande sont à la base du régulateur PID [113]). De plus, il existe différentes techniques du réglage des paramètres du régulateur PID classique [38, 45, 145]. Toutefois, l'implémentation du PID fractionnaire requiert l'approximation des opérateurs fractionnaires et par conséquent l'utilisation de plusieurs cellules RC. En outre, le développement de nouvelles méthodes de synthèse est nécessaires pour le calcul de ses paramètres.

La figure (2.9) montre le tracé d'amplitude du diagramme de Bode du contrôleur PID classique et de celui du contrôleur $PI^\alpha D^\mu$. La figure (A) montre le tracé d'amplitude

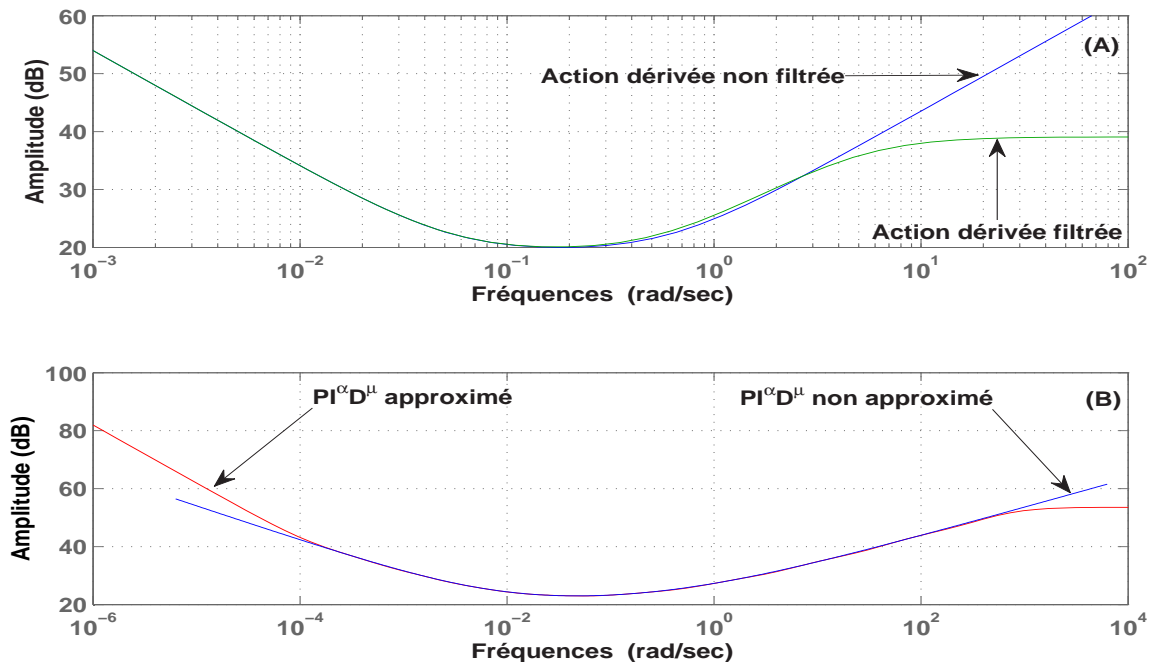


FIG. 2.9: Diagramme d'amplitude du contrôleur PID classique (figure (A)) et du contrôleur $PI^\alpha D^\mu$ (figure (B))

du PID classique où $K_p = 10$, $\tau_i = 20$ et $\tau_d = 1.5$ lorsque l'action dérivée est filtrée ($N = 8$) (courbe verte) et lorsqu'elle n'est pas filtrée (courbe bleue) . La figure (B) représente le diagramme d'amplitude du PID fractionnaire où $\alpha = 0.6$ et $\mu = 0.5$ lorsque les opérateurs d'intégration et de dérivation fractionnaires sont respectivement approximés par les méthodes Trigeassou et d'Oustaloup.

La figure (2.9) montre que le PID classique se comporte comme un intégrateur en basse fréquences, donc, en général, le système sera précis en régime statique. En mettant un filtre passe bas en série avec le terme dérivé, l'effet de l'action dérivée est grandement diminuée en hautes fréquences; ceci permet de réduire la sensibilité du système commandé par rapport aux bruits. De l'autre côté, on voit sur la figure (B) du PID fractionnaire que l'approximation du terme intégral, en basses fréquences, permet d'améliorer la précision du système en régime permanent. En plus, l'approximation du terme dérivé, en utilisant la méthode d'Oustaloup permet de limiter systématiquement l'effet de l'action dérivée en hautes fréquences et ainsi réduire l'effet du bruit sur le système commandé. C'est cette manière d'approximer les termes dérivé et intégral qui sera utilisée dans cette thèse lors de l'implémentation des correcteurs PID fractionnaires.

2.6 Synthèse du contrôleur IMC-PID-FOF

La méthode de conception du contrôleur IMC-PID-FOF, qui est l'abréviation du correcteur PID en série avec un filtre d'ordre fractionnaire déterminé à la base de la commande par modèle interne, a été proposée par Bettayeb et Mansouri [14]. Elle est basée sur l'équivalence entre la structure de commande à modèle interne (figure (2.1)) et celle de la commande classique à retour unitaire (figure (2.2)). Ceci, afin d'associer la simplicité d'implémentation des correcteurs PID à la robustesse des contrôleurs fractionnaires en se basant sur la facilité de synthèse qu'offre la structure IMC. Le comportement fractionnaire du correcteur est imposé par la fonction idéale de Bode en boucle fermée, cette dernière est choisie comme modèle de référence lors du calcul du correcteur $c_{imc}(s)$.

La méthode de synthèse proposée se résume en trois étapes principales [14] :

Etape 1 :

Comme cela a été présenté dans le principe de la commande à modèle interne, dans la section (2.2), la première étape consiste à factoriser le modèle $g_m(s)$ en deux parties inversible et non inversible, suivant l'équation (2.8) avec $g_m^+(0) = 1$ afin d'assurer une erreur statique nulle.

Etape 2 :

Le contrôleur $c_{imc}(s)$ est donné par :

$$c_{imc}(s) = \frac{1}{g_m^-(s)} f(s) \quad (2.28)$$

le modèle de référence $f(s)$ est donné par la fonction de transfert en boucle fermée de la fonction idéale de Bode :

$$f(s) = \frac{1}{1 + \tau_c s^{\alpha+1}}, \quad 0 < \alpha < 1 \quad (2.29)$$

Les deux paramètres α et τ_c sont choisis afin de spécifier respectivement une marge de phase Φ (qui est liée au dépassement) et la fréquence au gain unité ω_c (qui est liée au temps de réponse) du $f(s)$, respectivement [4, 14] :

$$\alpha = \frac{\pi - \Phi}{\frac{\pi}{2}}, \quad \tau_c = \frac{1}{\omega_c^{\alpha+1}} \quad (2.30)$$

Etape 3 :

L'équivalence entre les deux structures IMC et classique respectivement des figures (2.1) et (2.2), aboutit aux relations suivantes :

$$c(s) = \frac{c_{imc}(s)}{1 - g_m(s)c_{imc}(s)} \quad (2.31)$$

$$c_{imc}(s) = \frac{c(s)}{1 + g_m(s)c(s)} \quad (2.32)$$

Afin de simplifier l'implémentation ; on choisit de calculer $c(s)$ sachant $c_{imc}(s)$ en utilisant l'équation (2.31).

On note que l'expression analytique du contrôleur $c(s)$ peut être mise sous forme d'un

filtre d'ordre fractionnaire (FOF) en cascade avec un correcteur PID d'ordre entier, comme cela a été montré pour plusieurs modèles de procédés existants dans la littérature [14], d'où la nomination du contrôleur IMC-PID-FOF.

$$c(s) = \underbrace{m(s)}_{FOF} \underbrace{k_p \left(1 + \frac{1}{\tau_i s} + \tau_d s\right)}_{\text{conventional PID}} \quad (2.33)$$

Du fait que la réponse du système, contrôlé par un correcteur synthétisé en utilisant la structure IMC, par rapport aux perturbations est très lente [20, 104], on opte généralement à découpler les deux problèmes du suivi de trajectoire et du rejet de perturbations ; ceci, en utilisant la structure à deux degrés de liberté (2DDL) qui sera traitée dans la section (2.7).

2.7 Commande à deux degrés de liberté

Les deux structures de commande présentées dans la section (2.6) (figures (2.1) et (2.2)) sont dites à un seul degré de liberté (1DDL) car elles utilisent un seul régulateur pour résoudre les problèmes du suivi de trajectoire et du rejet de perturbations simultanément. Néanmoins, souvent on obtient de bonnes performances pour la poursuite, mais la régulation se produit très lentement [20, 104]. Afin de remédier à ce problème, on utilise la structure à deux degrés de liberté (2DDL) utilisant deux contrôleurs afin de résoudre les problèmes du suivi de trajectoire et du rejet de perturbations indépendamment l'un de l'autre.

Afin de mettre en évidence l'intérêt de la commande à 2DDL, on procède à l'analyse fréquentielle de deux fonctions qui jouent un rôle important lors de la synthèse d'un schéma de commande et servent généralement de mesures de robustesse à savoir les fonctions de sensibilité et de sensibilité complémentaire.

2.7.1 Fonctions de sensibilité et sensibilité complémentaire

Lors de la synthèse d'un schéma de commande, on veille à dimensionner le correcteur de manière à ce que la boucle fermée ne soit pas trop sensible à une variation paramé-

trique, au vieillissement du procédé, à l'influence des facteurs externes qui se manifestent généralement par des perturbations qui s'ajoutent à l'entrée ou bien à la sortie du système et aussi à l'influence du bruit de mesure...etc. Ce degré de sensibilité est dit robustesse. Pour plus de clarté, on considère le schéma de commande de la figure (2.2) avec un bruit de mesure introduit à la sortie du procédé. On obtient alors le schéma de commande de la figure (2.10).

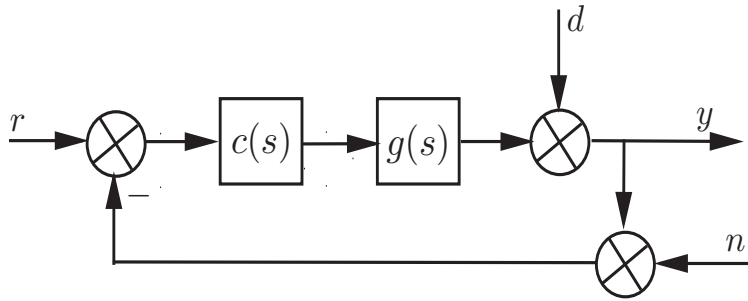


FIG. 2.10: Commande classique à retour unitaire avec un bruit sur la mesure

Le signal de sortie y s'exprime en fonctions des signaux d'entrée r , d , n comme suit :

$$y = \frac{g(s)c(s)}{1 + g(s)c(s)}r + \frac{1}{1 + g(s)c(s)}d - \frac{g(s)c(s)}{1 + g(s)c(s)}n \quad (2.34)$$

puis peut être réécrit sous la forme :

$$y = t(s)r + s(s)d - t(s)n \quad (2.35)$$

$s(s)$ et $t(s)$ sont respectivement les fonctions de sensibilité et de sensibilité complémentaire.

A partir de cette équation, on voit que la quantité $g(s)c(s)$ intervient dans les trois transferts ($t(s)$, $s(s)$ et $-t(s)$), en plus, la quantité $(1 + g(s)c(s))$ est le dénominateur commun de ces trois fonctions de transfert. Par conséquent, on fixe l'amplitude de $g(s)c(s)$ notée $|g(s)c(s)|$ en fonction de l'objectif qu'on souhaite atteindre, à savoir le suivi de trajectoire, le rejet de perturbation ou bien l'atténuation du bruit comme suit [166] :

- Pour régler le suivi de trajectoire, on considère seulement à la fonction de transfert entre la référence r et la sortie y c'est à dire la fonction de sensibilité complémentaire $t(s)$.

De l'équation (2.34) on constate que lorsque $|g(s)c(s)|$ augmente, le module de $t(s)$ ($|t(s)|$) s'approche de l'unité. En d'autres termes, si $|g(s)c(s)|$ est très grande dans la bande de fréquences où le signal de référence agit, généralement, en basses fréquences $|t(s)|$ doit donc être proche de l'unité dans cette gamme de fréquences. Ainsi le système aura de bonnes performances en poursuite.

- Pour régler le problème du rejet de perturbations, on s'intéresse à la fonction de transfert entre y et d , qui est la fonction de sensibilité $s(s)$. on constate que lorsque $|g(s)c(s)|$ augmente, $|s(s)|$ diminue. Cela veut dire que lorsque $|g(s)c(s)|$ est très grande dans la bande de fréquences où les perturbations sont susceptibles d'exister, habituellement en basses fréquences, $|s(s)|$ sera très petite. Ainsi, l'effet des perturbations sera complètement éliminé.
- Pour l'atténuation du bruit, la fonction de transfert entre la sortie y et le bruit de mesure n est donnée par la fonction de sensibilité complémentaire négative ($-t(s)$). On constate que lorsque $|g(s)c(s)|$ augmente, $|t(s)|$ diminue. Par conséquent, pour atténuer l'effet du bruit, $|g(s)c(s)|$ devrait être très petite dans la gamme des hautes fréquences, ce qui donne $|t(s)|$ très petite.

On conclut que pour un système donné, tant qu'il y'a une séparation adéquate entre la gamme des fréquences où les entrées agissent et la plage où les bruits de mesure se produisent, il y'a aucun problème pour atteindre les objectifs de commande à savoir la poursuite, le rejet de perturbations et l'atténuation de bruit en utilisant la structure à 1DDL. On veille seulement à vérifier la relation $s(s) + t(s) = 1$ sur toute la bande de fréquences $[0, \infty[$. Cependant, afin d'améliorer ou bien imposer un cahier des charges à la réponse du système en poursuite ou bien en régulation, par exemple la durée du régime transitoire, l'utilisation de la structure à 2DDL s'avère intéressante car les deux problèmes sont résolus indépendamment l'un de l'autre.

Dans ce qui suit, on présente la possibilité et la manière d'atteindre les mêmes objectifs de commande, à savoir le suivi de trajectoire, le rejet de perturbation et l'atténuation de bruit dans le cas où le paradigme à 2DDL est utilisé.

La figure (2.11) montre la structure de commande à 2DDL avec un pré-filtre et un bruit n sur la mesure la sortie. Le système à commander est représenté par $g(s)$, la perturbation d est ajoutée à sa sortie à travers la fonction de transfert $g_d(s)$. Le contrôleur $c_1(s)$ est d'abord synthétisé pour résoudre le problème du rejet de perturbations. Par la suite, le contrôleur $c_2(s)$ est déterminé afin de résoudre le problème du suivi de trajectoire.

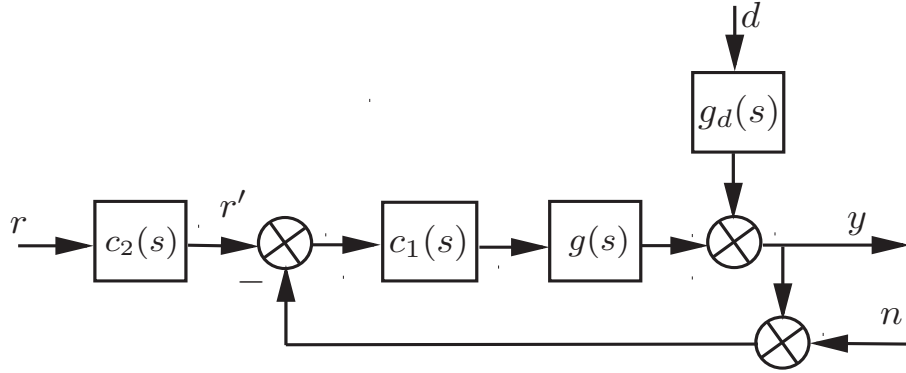


FIG. 2.11: Schéma de commande à deux degrés de liberté avec bruit de mesure

Dans ce cas, le signal de sortie y s'exprime en fonctions des signaux d'entrée r , d , n comme suit :

$$y = \frac{g(s)c_1(s)c_2(s)}{1 + g(s)c_1(s)}r + \frac{g_d(s)}{1 + g(s)c_1(s)}d - \frac{g(s)c_1(s)}{1 + g(s)c_1(s)}n \quad (2.36)$$

L'équation (2.36) peut être réécrite ainsi :

$$y = \tilde{t}(s)r + g_d(s)s(s)d - t(s)n \quad (2.37)$$

avec $\tilde{t}(s) = c_2(s)t(s)$

Comme pour la structure à un degré de liberté (figure 2.10), le rejet de perturbations est bien garanti pour $|g(s)c_1(s)|$ très grand ce qui donne $|s(s)|$ très petite en basses fréquences. Dans ce cas, la perturbation s'ajoute à la sortie du système à travers la fonction de transfert $g_d(s)$ qui tend habituellement vers l'unité en basses fréquences ($g_d(0) = 1$). Ainsi le rejet de perturbations est bien assuré même en présence de $g_d(s)$.

L'atténuation du bruit se fait en hautes fréquences pour $|g(s)c_1(s)|$ très petite, ce qui donne $t(s)$ qui tend vers zéro dans cette gamme de fréquences. Ceci est le cas avec la structure à un seul degré de liberté.

Pour avoir un bon suivi de trajectoire, l'amplitude de la fonction $\tilde{t}(s)$ ($|\tilde{t}(s)|$) devrait tendre vers l'unité en basses fréquences. Comme $\tilde{t}(s) = c_2(s)t(s)$, des conditions sont faites sur $|t(s)|$ et $|c_2(s)|$, on distingue alors trois cas :

- $|c_2(s)| \longrightarrow |t(s)|^{-1}$ en basses fréquences : cela veut dire que le module de $c_2(s)$ s'approche de l'inverse du module de $t(s)$ en basses fréquences.
- Ou bien $|t(s)| \longrightarrow |c_2(s)|^{-1}$ en basses fréquences : cela veut dire que le module de $t(s)$ s'approche de l'inverse du module de $c_2(s)$ en basses fréquences.
- Ou bien $|t(s)| \longrightarrow 1$ et $|c_2(s)| \longrightarrow 1$ en basses fréquences : cela veut dire que le module de $t(s)$ s'approche de 1 et le module de $c_2(s)$ s'approche de 1 en basses fréquences.

On constate que pour résoudre le problème du suivi de trajectoire il y'a une différence entre la structure à un degré de liberté et celle à deux degrés de liberté. En effet, dans la structure à 1DDL (figure (2.10)), le correcteur $c(s)$ intervient simultanément pour résoudre le problème du suivi de trajectoire et du rejet de perturbations. Toutefois, dans le schéma de commande (figure (2.11)), le contrôleur $c_1(s)$ intervient dans les trois transferts du suivi de trajectoire, le rejet de perturbation et l'atténuation de bruit. le contrôleur $c_2(s)$ intervient juste pour résoudre le problème du suivi de trajectoire. On rappelle que, lors de la conception du schéma de commande de la figure (2.11), le régulateur $c_1(s)$ est synthétisé pour avoir un bon rejet de perturbations. Ensuite, on synthétise le correcteur $c_2(s)$ pour avoir le suivi de trajectoire avec le cahier de charge exigé.

2.7.2 Contrôleur IMC-PID-FOF à 2DDL

Dans cette section, on utilise le schéma de commande à 2DDL proposé dans [102, 103, 194]. Cette structure est utilisée pour résoudre les deux problèmes de suivi de trajectoire et de rejet de perturbations indépendamment l'un de l'autre.

Une nouvelle méthode de synthèse du contrôleur est proposée dans [28, 29] pour améliorer le rejet de perturbations dans le cas des systèmes monovariables et réduire l'effet des interactions dans le cas des systèmes multivariables. La méthode de synthèse est d'abord présentée pour la commande des systèmes monovariables, sa généralisation aux systèmes

MIMO sera présentée dans le troisième chapitre.

La structure de commande est donnée par la figure (2.12) où $g(s)$ représente le procédé à commander, $g^+(s)$ est la partie non inversible de $g(s)$, $f(s)$ est le modèle de référence et $g_d(s)$ est la fonction de transfert à travers laquelle la perturbation d s'ajoute à la sortie. Les deux contrôleurs $c_s(s)$ et $c_f(s)$ sont synthétisés afin de garantir respectivement le suivi de trajectoire et le rejet de perturbation. Notons que la partie non inversible $g^+(s)$ est omise dans la structure proposée dans [102, 103, 194]. Cependant, on la fait apparaître explicitement, dans le schéma de commande de la figure (2.12), afin de distinguer entre la fonction idéale de Bode de l'équation (2.29) et la fonction de transfert désirée en boucle fermée. Ce modèle de référence est le produit de la fonction idéale de Bode et $g^+(s)$ ($f(s) \times g^+(s)$), sachant que $g^+(s)$ est une dynamique intrinsèque au système qu'on ne peut pas changer.

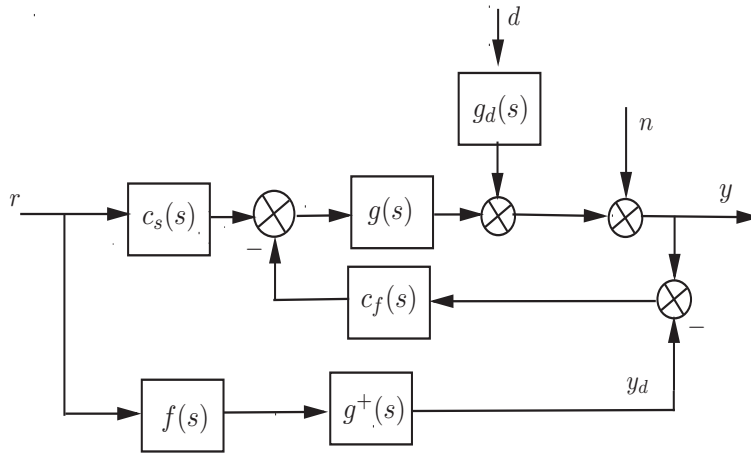


FIG. 2.12: Structure IMC à deux degrés de liberté

La méthode de synthèse proposée se réalise en trois étapes :

- Etape 1 : Synthèse du contrôleur $c_s(s)$ pour le suivi de trajectoire :

En absence de perturbations ($d = 0$) et de bruit de mesure ($n = 0$), on aura $y = y_d$, on obtient :

$$g(s)c_s(s) = f(s)g^+(s) \quad (2.38)$$

En utilisant l'équation (2.8), l'équation (2.38) est réécrite comme suit :

$$g^+(s)g^-(s)c_s(s) = f(s)g^+(s) \quad (2.39)$$

Le correcteur permettant le suivi de trajectoire est donc calculé par :

$$c_s(s) = \frac{1}{g^-(s)}f(s) \quad (2.40)$$

$f(s)$ est donnée par l'équation (2.29). Ainsi, le correcteur $c_s(s)$ est déterminé de la même manière que le contrôleur $c_{imc}(s)$ dans la structure à 1DDL.

– Etape 2 : Synthèse du contrôleur $c_f(s)$ pour le rejet des perturbations :

L'effet de la perturbation $d(s)$ sur la sortie $y(s)$ est donné par :

$$\frac{y}{d} = \frac{1}{1 + c_f(s)g(s)} \quad (2.41)$$

La fonction de sensibilité complémentaire entre l'entrée et la sortie du système est :

$$t(s) = \frac{g(s)c_f(s)}{1 + g(s)c_f(s)} \quad (2.42)$$

De cette équation, on fait sortir le correcteur $c_f(s)$, il est donné par :

$$c_f(s) = \frac{1}{g(s)} \frac{t(s)}{1 - t(s)} \quad (2.43)$$

Substituons l'équation (2.43) dans l'équation (2.41), on obtient :

$$y = g_d(s)(1 - t(s))d \quad (2.44)$$

Afin de garantir efficacement le rejet des perturbations, la fonction de sensibilité complémentaire $t(s)$ devrait être choisie de sorte à atteindre les deux objectifs suivants :

- Réduire la durée du régime transitoire de l'effet de la perturbation sur la sortie.
- Annuler l'effet de la perturbation sur la sortie en régime permanent.

Pour atteindre ces deux objectifs, nous avons proposé dans [28, 29] de choisir $t(s)$ comme suit :

$$t(s) = g^+(s)h(s) \quad (2.45)$$

avec

$$h(s) = \frac{1}{1 + \tau_t s} \quad (2.46)$$

$h(s)$ est un filtre passe bas, sa constante de temps τ_t est choisie inférieure à la constante de temps désirée de $f(s)$ afin de rejeter la perturbation d le plus rapidement possible dans le cas monovarié et réduire l'effet des interactions dans le cas multivarié.

L'expression analytique (équation 2.43) du contrôleur $c_f(s)$ devient :

$$c_f(s) = \frac{h(s)}{g^-(s)(1 - (g^+(s)h(s)))} \quad (2.47)$$

- Etape 3 : Élaborer un schéma de commande facile à implémenter est une exigence pratique qu'on devrait prendre en considération dans chaque étude théorique. Pour ceci, on propose d'établir une équivalence entre le schéma de commande de la figure (2.12) et la structure à 2DDL avec pré-filtre donnée par la figure (2.11). Cette équivalence aboutit aux expressions analytiques suivantes [28] :

$$c_1(s) = c_f(s), \quad c_2(s) = \frac{c_s(s)}{c_f(s)} + g^+(s)f(s) \quad (2.48)$$

En remplaçant les équations (2.40) et (2.47) dans l'équation (2.48), on obtient :

$$c_1(s) = \frac{h(s)}{g^-(s)(1 - (g^+(s)h(s)))}, \quad c_2(s) = \frac{f(s)}{h(s)} \quad (2.49)$$

On remplace les équations (2.46) et (2.29) dans l'équation (2.49), on obtient :

$$c_1(s) = \frac{1}{g^-(s)(1 + \tau_t s - g^+(s))}, \quad c_2(s) = \frac{1 + \tau_t s}{1 + \tau_c s^{\alpha+1}} \quad (2.50)$$

Remarque 1 Dans l'équation (2.50), le contrôleur $c_1(s)$ risque d'être instable à cause du terme $g^+(s)$. Dans le cas des systèmes à retard, ce problème peut être résolu de la manière suivante :

- Lorsque le retard est petit par rapport à la constante de temps du système, on l'approxime en utilisant la méthode de Taylor.
- Lorsque le retard est grand par rapport à la constante de temps du système, on utilise le prédictor de Smith comme cela expliqué dans le paragraphe (2.7.3).

Les expressions analytiques de $c_1(s)$ et $c_2(s)$ pour quelques modèles existants dans la littérature sont données dans [28].

Analyse fréquentielle de la fonction de sensibilité complémentaire

Pour un système du 1^{er} ordre donné par :

$$g(s) = \frac{k}{1 + \tau s} \quad (2.51)$$

puisque $g^+(s) = 1$, la fonction de sensibilité complémentaire $t(s)$ de l'équation (2.45) devient :

$$t(s) = \frac{1}{1 + \tau_t s} \quad (2.52)$$

Le contrôleur $c_1(s)$ de l'équation (2.50) est, dans ce cas, égal à :

$$c_1(s) = \frac{1 + \tau s}{k\tau_t s} = \frac{\tau}{k\tau_t} \left(1 + \frac{1}{\tau s}\right) \quad (2.53)$$

La fonction de sensibilité $s(s)$ est :

$$s(s) = \frac{1}{1 + c_1(s)g(s)} \quad (2.54)$$

En utilisant les équations (2.51) et (2.53), $s(s)$ devient :

$$s(s) = \frac{\tau_t s}{1 + \tau_t s} \quad (2.55)$$

Le tracé de Bode de l'amplitude des fonctions $t(s)$ et $s(s)$ est montré par la figure (2.13) pour différentes valeurs du paramètre τ_t ($\tau_t = 0.01, 0.1, 1, 10, 100$).

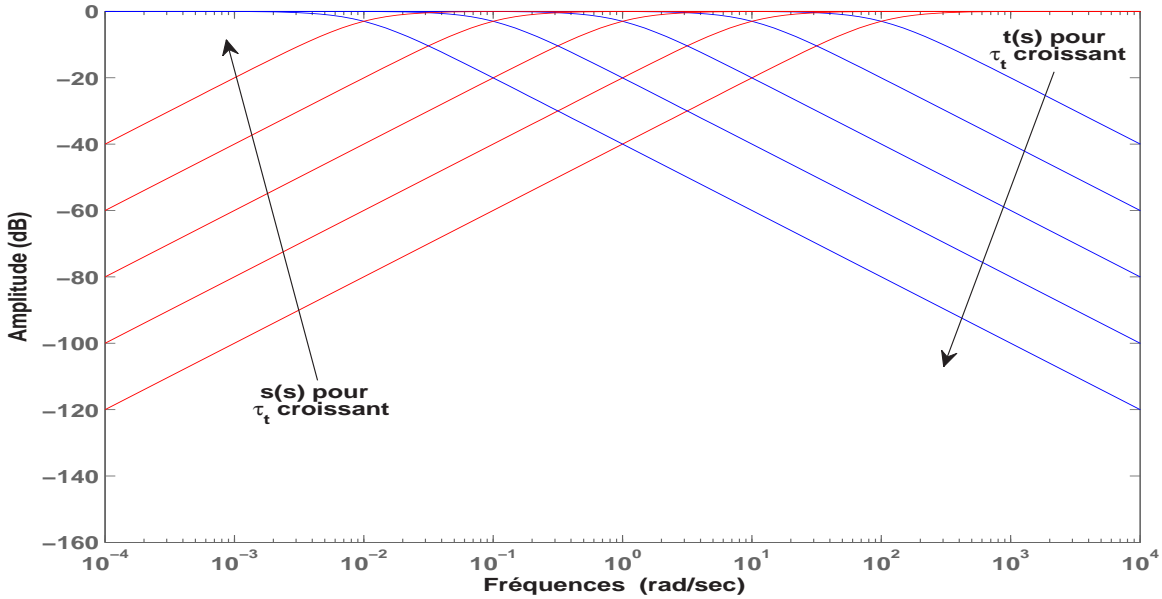


FIG. 2.13: Diagramme de l'amplitude de $s(s)$ et $t(s)$ pour différentes valeurs de τ_t

En faisant le lien avec l'expression de la sortie y en fonction des signaux d'entrée, r , d et n de l'équation (2.37), on constate que, lorsque la constante de temps τ_t augmente, la réponse du système par rapport aux perturbations devient plus lente, ainsi le problème du rejet de perturbations dans le cas SISO et la compensation des interactions dans le cas MIMO n'est pas bien résolu. Toutefois, la bande passante de $t(s)$ devient plus petite et une gamme importante du bruit est filtrée. Par conséquent, le problème de l'atténuation du bruit est bien résolu. De l'autre côté, pour des valeurs petites de τ_t , la réponse par rapport aux perturbations devient plus rapide et le rejet de perturbations est amélioré. Cependant, la bande passante du $t(s)$ devient plus large et le problème du filtrage du bruit n'est pas bien résolu. En d'autres termes, on conclut que la variation du paramètre τ_t , affecte la rapidité de la réponse du système par rapport aux perturbations et l'aptitude du système à atténuer les bruits de mesure simultanément. Donc, un compromis est établi entre ces deux objectifs de commande, on choisit alors la valeur du paramètre τ_t inférieure à la valeur du τ_c , tout en considérant ce compromis.

On note que le problème du suivi de trajectoire est résolu par le correcteur $c_2(s)$ donné par l'équation (2.50), il n'est donc pas direct affecté par le choix de τ_t .

Le tracé de Bode du contrôleur $c_2(s)$ est donné par la figure (2.14) avec $\tau_c = 5$, $\alpha = 0.2$ et différentes valeurs de τ_t ($\tau_t = 0.1, 0.4, 1, 2$).

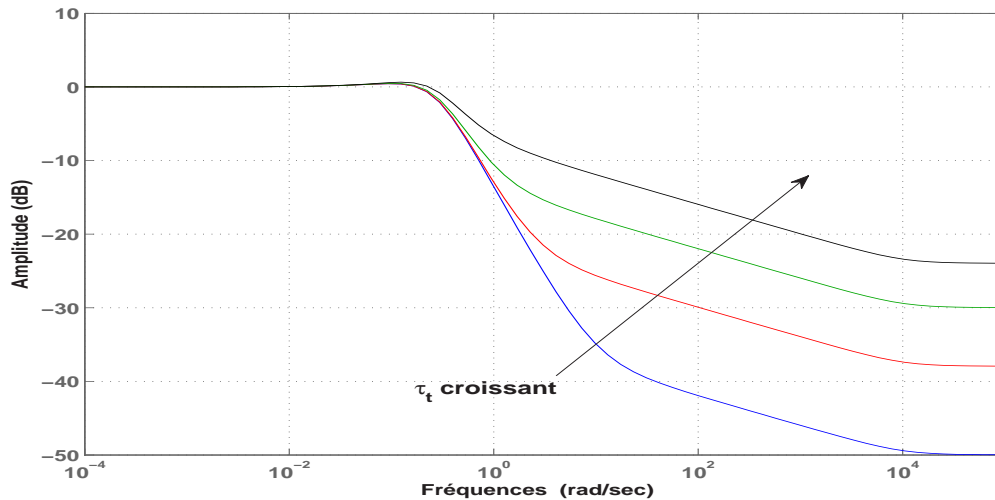


FIG. 2.14: Diagramme de Bode du correcteur $c_2(s)$ pour différentes valeurs de τ_t

La figure (2.14) montre que le module du correcteur $c_2(s)$ tend vers l'unité en basses fréquences, et ceci pour toutes les valeurs de τ_t .

Comme on vient de le présenter, la méthode proposée consiste à rejeter les perturbations le plus rapidement possible, donc il n'y a pas une nécessité d'imposer un comportement fractionnaire à la réponse du système par rapport aux perturbations. Par conséquent, le correcteur dimensionné pour résoudre le problème du rejet de perturbations est d'ordre entier. Cependant, le régulateur dimensionné pour garantir le suivi de trajectoire est d'ordre fractionnaire puisque le comportement de la fonction idéale de Bode en boucle fermée est imposé comme dynamique désirée du système commandé.

La méthode de synthèse proposée s'applique pour les systèmes sans retard et avec retard. En effet, pour les systèmes possédant un petit retard (le retard est très petit par rapport à la constante de temps du système), cet élément irrationnel peut être approximé en utilisant l'approximation de Padé ou bien de Taylor. Dans le cas où le système présente un retard important, on propose d'utiliser la structure de Smith pour l'implémentation du correcteur.

2.7.3 Exemple d'illustration

Pour illustrer la méthode de synthèse à 2DDL qui vient d'être proposée, on considère un système du 1^{er} ordre avec retard donné par :

$$g(s) = \frac{ke^{-\theta s}}{1 + \tau s} = \frac{2e^{-4s}}{1 + 5s} \quad (2.56)$$

la fonction de sensibilité complémentaire $t(s)$ de l'équation (2.45) devient :

$$t(s) = \frac{e^{-\theta s}}{1 + \tau_t s} = \frac{e^{-4s}}{1 + 0.2s} \quad (2.57)$$

Afin de rejeter rapidement les perturbations, on choisit la constante de temps $\tau_t = 0.2$.

Le modèle de référence $f(s)$ est donné par l'équation (2.29) avec $\alpha = 0.4$, $\tau_c = 2$.

En utilisant l'équation (2.50), les contrôleurs $c_1(s)$ et $c_2(s)$ sont donnés par :

$$c_1(s) = \frac{1 + \tau s}{k(1 + \tau_t s - e^{-\theta s})} = \frac{1 + 5s}{2(1 + 0.2s - e^{-4s})} \quad (2.58)$$

$$c_2(s) = \frac{1 + \tau_t s}{1 + \tau_c s^{\alpha+1}} = \frac{1 + 0.2s}{1 + 2s^{1.4}} \quad (2.59)$$

Implémentation du contrôleur du rejet des perturbations $c_1(s)$

D'après l'équation (2.58), le correcteur $c_1(s)$ est composé d'un régulateur PI en série avec un filtre avec prédicteur de smith :

$$c_1(s) = \underbrace{\frac{\tau}{k\tau_t} \left(1 + \frac{1}{\tau s}\right)}_{PI} \underbrace{\frac{1}{1 + \frac{1 - e^{-\theta s}}{\tau_t s}}}_{\text{Prédicteur de Smith}} \quad (2.60)$$

Le schéma de l'implémentation du correcteur $c_1(s)$ est donné par la figure (2.15) avec

$$k_p = \frac{\tau}{k\tau_t}$$

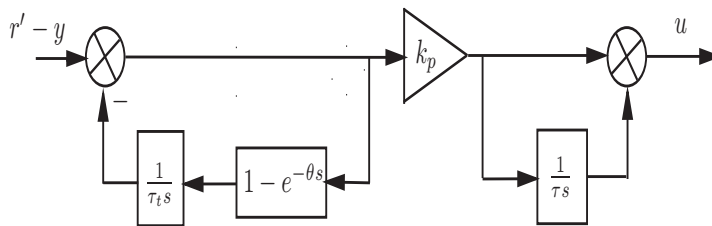


FIG. 2.15: Structure du contrôleur $c_1(s)$ de l'équation (2.60)

Implémentation de contrôleur de suivi de trajectoire $c_2(s)$

Le contrôleur $c_2(s)$ de l'équation (2.59) peut être réécrit sous la forme :

$$c_2(s) = \underbrace{\frac{1}{1 + \tau_c s^{\alpha+1}}}_{FOF} \underbrace{(1 + \tau_t s)}_{PD} \quad (2.61)$$

Le contrôleur $c_2(s)$ est réécrit ainsi :

$$c_2(s) = \frac{\frac{1}{\tau_c s^{\alpha+1}}}{1 + \frac{1}{\tau_c s^{\alpha+1}}} \tau_t s \left(1 + \frac{1}{\tau_t s}\right) \quad (2.62)$$

ce qui donne :

$$c_2(s) = \frac{\frac{1}{\tau_c s^\alpha}}{1 + \frac{1}{\tau_c s^\alpha} \frac{1}{s}} \tau_t \left(1 + \frac{1}{\tau_t s}\right) \quad (2.63)$$

Le schéma de l'implémentation du correcteur $c_2(s)$ est donné par la figure (2.16) :

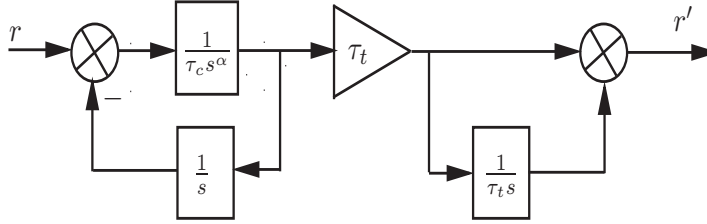


FIG. 2.16: Structure du contrôleur $c_2(s)$ de l'équation (2.63)

Implémentation de contrôleur $c(s)$ (contrôleur IMC-PID-FOF)

Afin de comparer les performances du schéma de commande à 2DDL (figure (2.11)) avec celles de la structure classique (figure (2.2)), on détermine le contrôleur IMC-PID-FOF présenté dans la section (2.6) pour le système (2.56). Ceci, en utilisant les équations (2.8) et (2.28) à (2.31).

Pour l'implémentation directe, on obtient alors :

$$c(s) = \frac{1}{1 + \frac{1-e^{-\theta s}}{\tau_c s^{\alpha+1}}} \frac{1}{\tau_c s^\alpha} \frac{\tau}{k} \left(1 + \frac{1}{\tau s}\right) \quad (2.64)$$

Le schéma de l'implémentation du correcteur $c(s)$ est donné par la figure (2.17). La structure de commande de la figure (2.10) est utilisée pour implémenter ce correcteur. Le contrôleur proposé à 2DDL est implémenté en utilisant le schéma de commande de la figure (2.11).

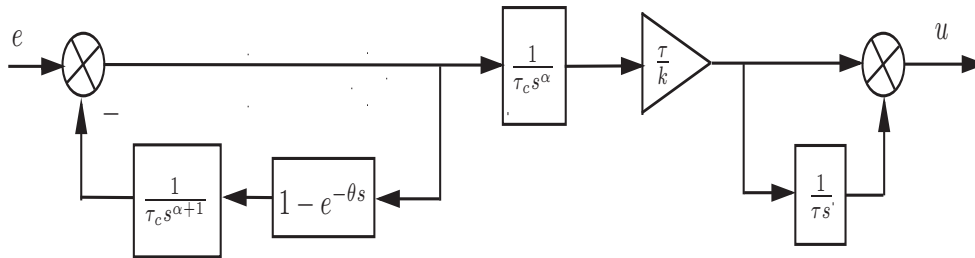


FIG. 2.17: Structure du contrôleur $c(s)$ de l'équation (2.64)

Les termes dérivé et intégral dans les équations (2.63) et (2.64) sont implémentés en utilisant les approximations d'Oustaloup et de Trigeassou présentées dans la section (2.4). L'intervalle de l'approximation est donné par $[10^{-4}, 10^{+4}]$ avec 15 cellules ($N = 15$).

la réponse indicielle du système de l'équation (2.56) contrôlé par le correcteur à 2DDL des équations (2.60) et (2.63) et celle obtenue lorsque le correcteur à 1DDL de l'équation (2.64) est implémenté, sont montrées sur la figure (2.18). Ces deux réponses sont comparées au modèle de référence $f(s)$.

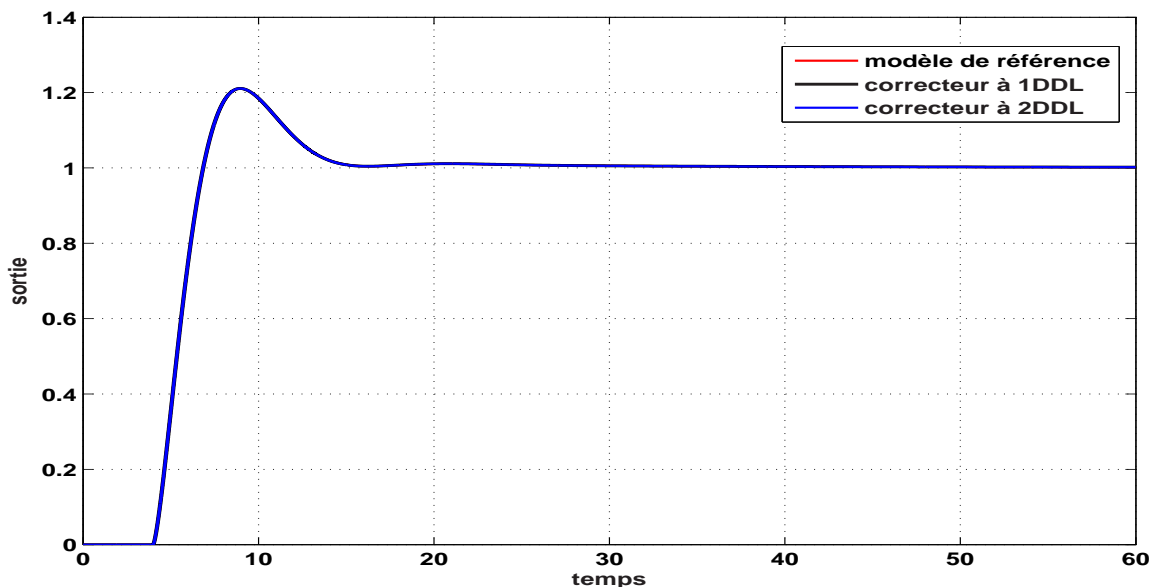


FIG. 2.18: Évolution de la réponse indicielle du système de l'équation (2.56)

On voit sur la figure (2.18) que le comportement désiré en boucle fermée est atteint en utilisant le schéma de commande à 1DDL et celui à 2DDL puisque les trois courbes

sont confondues. La figure (2.19) montre que l'effort de commande fourni par les deux correcteurs est identique. Afin de montrer le rejet des perturbations effectué par les deux

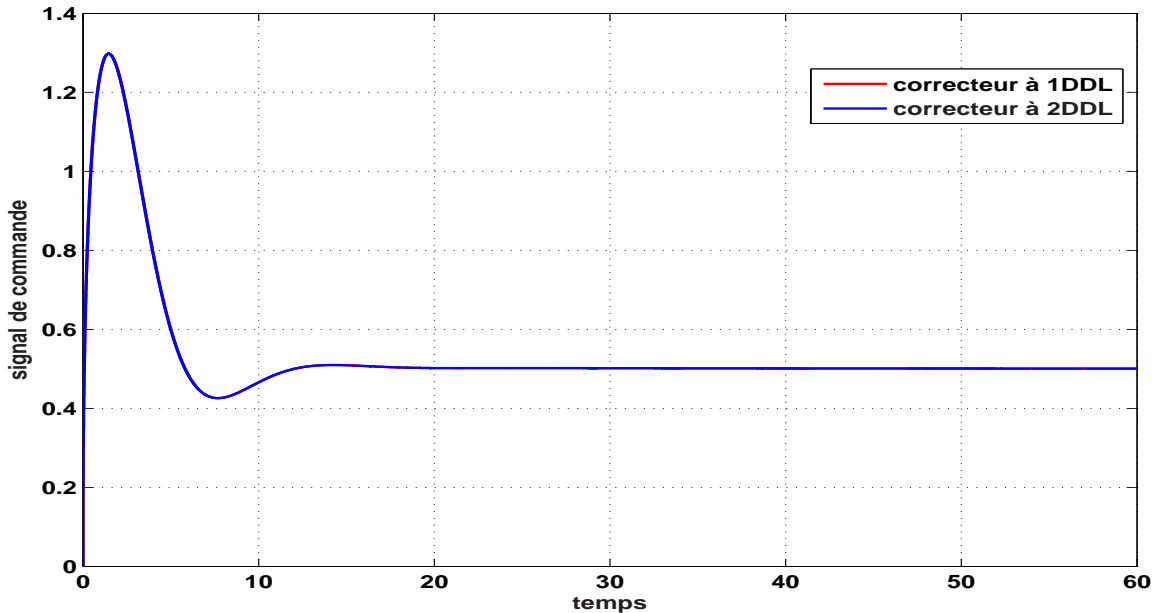


FIG. 2.19: Évolution du signal de commande

correcteurs, une perturbation d d'amplitude 0.2 est ajoutée à la sortie du système à l'instant $t = 40$, ceci à travers la fonction de transfert $\frac{1}{1+2s}$.

La figure (2.20) illustre la réponse indicielle du système obtenue lorsque les deux correcteurs à 1DDL et à 2DDL sont implémentés séparément. La figure (2.20) montre que la réponse du système par rapport aux perturbations, obtenue lorsque le correcteur à 2DDL est utilisé, est plus rapide que celle obtenue lorsque le correcteur à 1DDL est utilisé. La rapidité de la réponse par rapport aux perturbations, dans le cas de la structure à 2DDL, est influencée par la fonction de sensibilité complémentaire $t(s)$ dont la constante de temps τ_t est un paramètre de réglage.

Pour illustrer l'effet de la constante de temps τ_t de la fonction de sensibilité complémentaire $t(s)$ sur la réponse par rapport aux perturbations, la figure (2.21) montre les résultats obtenus pour différentes valeurs de τ_t ($\tau_t = 2.5, 1, 0.5, 0.08$).

La figure (2.21) montre que lorsque τ_t devient plus petit, la réponse du système par rapport aux perturbations devient un plus rapide.

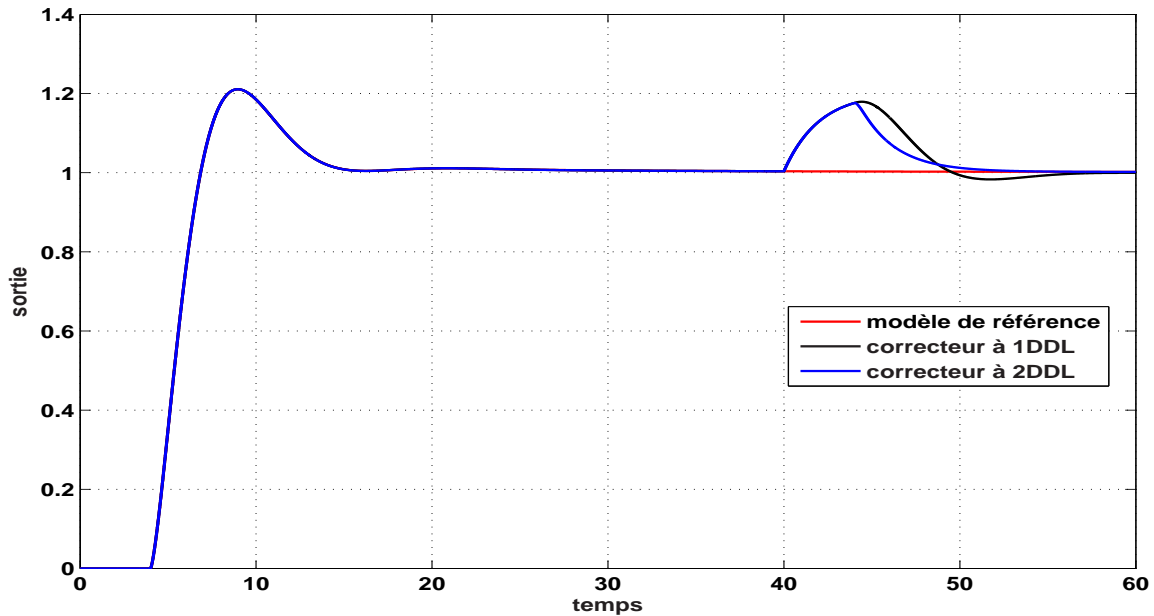


FIG. 2.20: Évolution de la réponse indicielle du système avec perturbations

La figure (2.22) montre la réponse indicielle du système pour différentes valeurs de τ_t , ($\tau_t = 2.5, 1, 0.5, 0.08$) avec un bruit ajouté à sa sortie, les paramètres de ce bruit sont : la valeur moyenne est nulle, la variance est unitaire avec un gain de 0.2 et une fréquence de 100 Hz. Les résultats obtenus montrent que le bruit est bien filtré tant que la valeur de τ_t est plus grande.

De ces résultats de simulation, obtenus pour un système du 1^{er} ordre avec retard, on conclut qu'avec la structure à 2DDL, on peut atteindre le cahier de charge spécifié en boucle fermée, en plus, rejeter les perturbations externes le plus rapidement possible, ceci, en définissant la fonction de sensibilité complémentaire $t(s)$ dont la constante de temps τ_t , est choisie la plus petite possible par rapport à la constante de temps désirée du système. Cependant, pour éviter l'amplification du bruit en hautes fréquences, la valeur de τ_t ne doit pas être choisie trop petite. Par conséquent, un compromis est établi entre le rejet des perturbations et l'atténuation de bruit. Par conséquent, nous avons choisi la valeur $\tau_t = 0.2$ pour tenir compte de ce compromis.

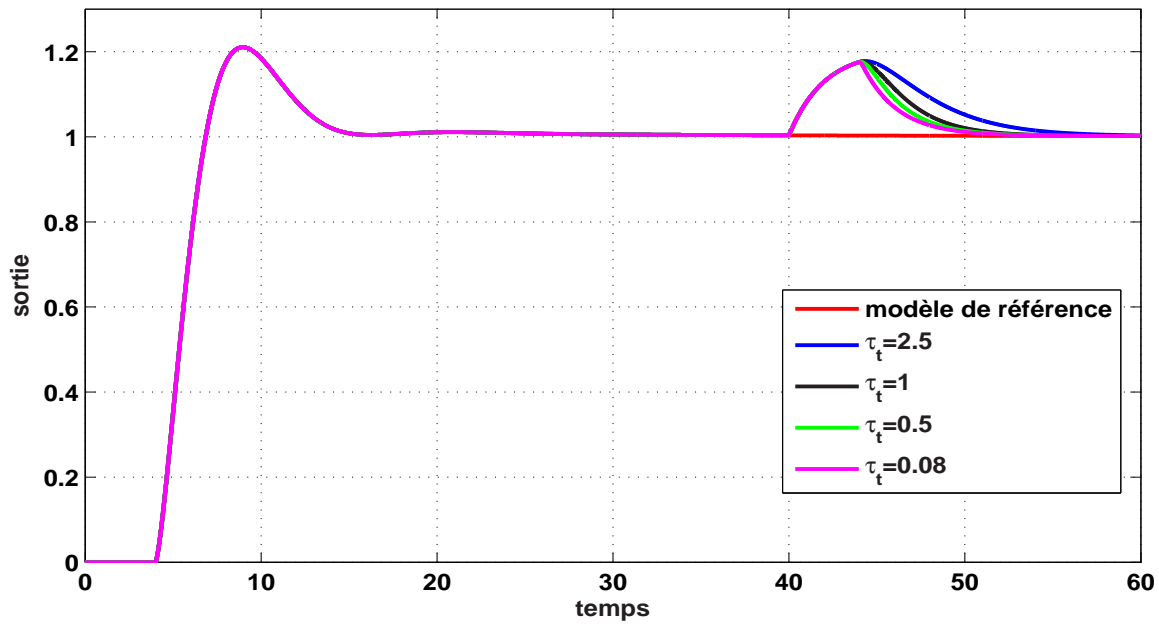


FIG. 2.21: Évolution de la réponse indicielle du système avec perturbations pour différentes valeurs de τ_t

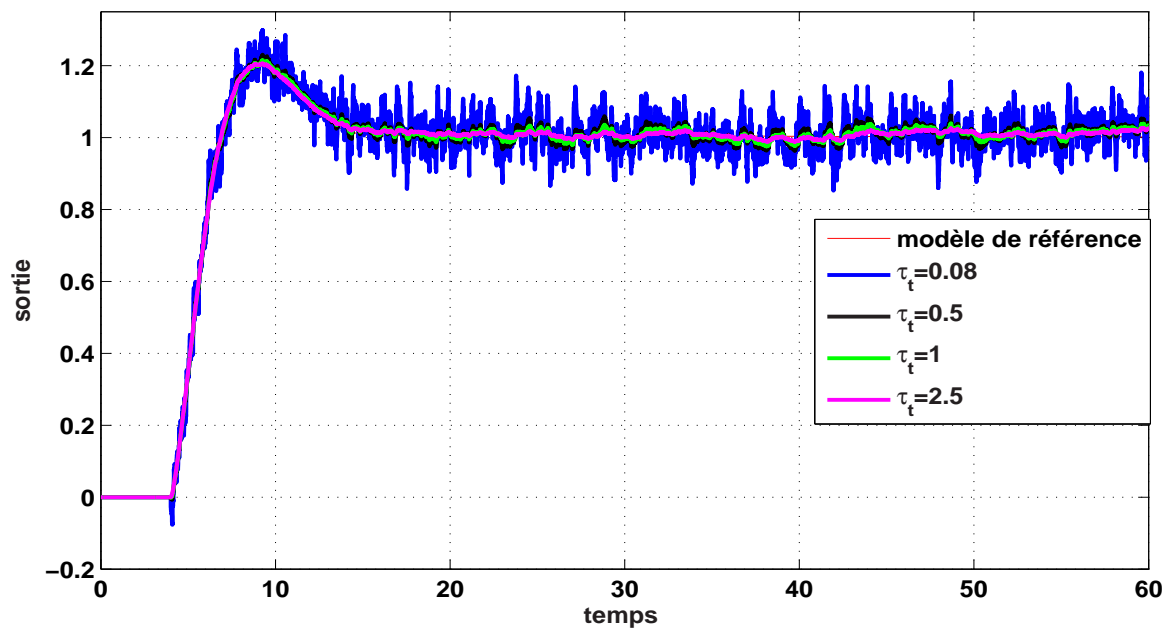


FIG. 2.22: Évolution de la réponse indicielle du système avec bruit pour différentes valeurs de τ_t

2.8 Conclusion

Dans ce chapitre, après avoir présenté quelques rappels sur la commande par modèle interne, l'approximation d'Oustaloup, PID fractionnaire, la fonction idéale de Bode et la méthode de synthèse du contrôleur IMC-PID-FOF, une analyse fréquentielle des fonctions de sensibilités et de sensibilités complémentaires a été présentée.

une structure de commande à 2DDL a été proposée pour commander les systèmes monovariabiles avec retard, les deux problèmes de suivi de trajectoire et de rejet des perturbations sont alors résolus indépendamment l'un de l'autre. En effet, la fonction idéale de Bode a été imposée comme modèle de référence et le correcteur obtenu pour le suivi de trajectoire est ainsi d'ordre fractionnaire. Pour rejeter rapidement les perturbations, un filtre passe bas dont la constante de temps τ_t est un paramètre de réglage, est défini comme étant la fonction de sensibilité complémentaire entre l'entrée et la sortie du système; le correcteur ainsi obtenu pour le rejet des perturbations est d'ordre entier. Néanmoins, la valeur de τ_t est choisie en tenant compte du compromis établi entre le rejet des perturbations et l'atténuation de bruit.

Dans le troisième chapitre, cette structure de commande sera généralisée à la commande des systèmes MIMO afin d'améliorer les performances du système en boucle fermée. L'effet de toutes les boucles est considéré comme une perturbation sur la boucle de commande considérée, d'où l'idée d'utiliser la structure de commande à 2DDL, pour séparer le problème de suivi de trajectoire de celui de la compensation des interactions.

Chapitre 3

Synthèse des contrôleurs multi-boucles fractionnaires pour les systèmes multivariables

3.1 Introduction

Lors de la synthèse d'une loi de commande pour les systèmes monovariables, la structure de commande classique à retour de sortie pourrait ne pas suffire pour avoir de bonnes performances en poursuite et en régulation simultanément [20, 104]. Pour cette raison, on procède, dans certains cas, à résoudre ces deux problèmes séparément dans le cadre de la commande à 2DDL.

Dans notre étude, on propose d'utiliser ce principe pour réduire l'effet des interactions dans un système multivariable, tout en considérant l'effet de toutes les boucles de commande comme une perturbation externe par rapport à la boucle de commande étudiée. On dimensionne alors deux contrôleurs pour chaque boucle de commande : le premier est synthétisé pour réduire l'effet des interactions, le deuxième est dimensionné pour assurer le suivi de trajectoire. Pour le système multivariable, on obtient alors un contrôleur diagonal pour garantir la minimisation de l'effet des interactions et un autre pour assurer le suivi de trajectoire [28, 29]. Vu les propriétés intéressantes que présente la fonction

idéale de Bode du point de vue robustesse [9, 17], son comportement en boucle fermée est imposé comme modèle de référence pour chaque boucle. Ce fait donne lieu à un schéma de commande multi-boucle d'ordre fractionnaire.

Dans ce chapitre, on propose de synthétiser un contrôleur multi-boucle fractionnaire en utilisant le schéma de commande par modèle interne. Après avoir choisi la configuration de commande dont le niveau de couplage est faible, la synthèse du contrôleur est effectuée pour chaque boucle sans tenir compte des interactions avec les autres boucles. On nomme ce schéma de commande structure multi-boucle à 1DDL [44]. Ensuite, on présente le schéma de commande multi-boucle à 2DDL, où on tient compte des interactions, en définissant la fonction de sensibilité complémentaire pour chaque boucle afin de réduire l'effet de ces interactions [27, 28, 29]. Deux exemples seront présentés pour :

1. Illustrer le compromis entre le rejet des perturbations et l'atténuation du bruit
2. Comparer les performances du correcteur multi-boucle fractionnaire à 2DDL avec celles du contrôleur à 1DDL et même avec d'autres correcteurs multi-boucles d'ordre entier du point de vue minimisation des interactions et la satisfaction du cahier de charge spécifié en boucle fermée.

3.2 Synthèse du contrôleur multi-boucle fractionnaire à 1DDL

Un contrôleur IMC dans un environnement multi-boucle a été développé dans [44] en considérant les interactions comme des erreurs de modélisation, on dimensionne alors le contrôleur multi-boucle en utilisant seulement les éléments correspondants aux couples entrée/sortie de la configuration de commande choisie (sans tenir compte des éléments correspondants aux interactions).

Un modèle de référence est imposé pour chaque boucle pour synthétiser le correcteur IMC. Par la suite, le correcteur équivalent dans la structure de commande multi-boucle standard, est déterminé.

La contribution de cette étude est d'imposer un comportement fractionnaire pour les

boucles de commande du système en boucle fermée. Ceci, en choisissant le modèle de référence, pour chaque boucle, comme étant la fonction idéale de Bode en boucle fermée. La méthode de synthèse proposée peut alors être vue comme étant la généralisation de la méthode de synthèse du contrôleur IMC-PID-FOF [14], présentée dans la section (2.6) pour la commande des systèmes monovariabiles, au cas des systèmes multivariabiles [29]. Le schéma de commande multi-boucle par modèle interne est donné par la figure (3.1), le procédé à contrôler est représenté par $G(s)$, son modèle est $G_m(s)$. Le contrôleur IMC est diagonal et donné par $G_c(s)$.

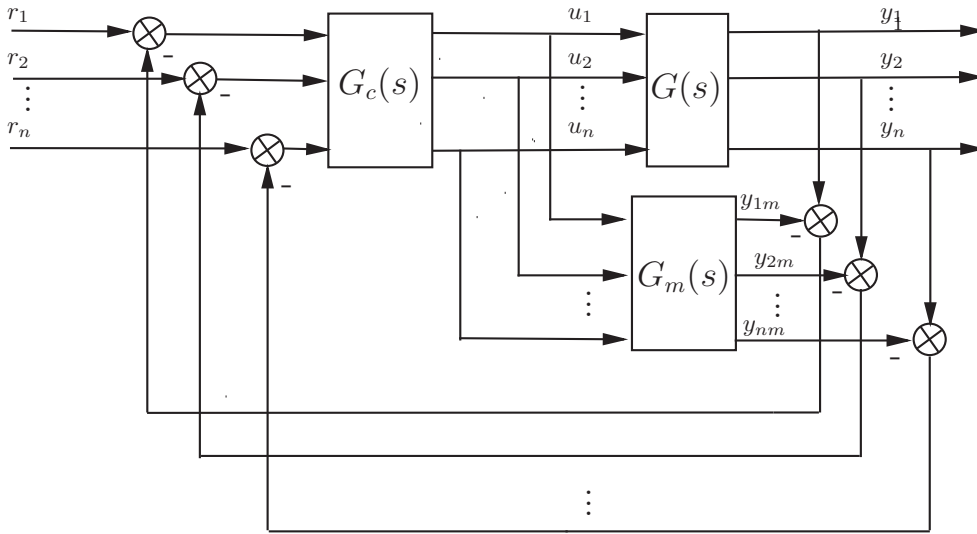


FIG. 3.1: Commande multi-boucle par modèle interne

Le procédé à contrôler est donné par la matrice fonction de transfert :

$$\mathbf{G}(s) = \begin{pmatrix} g_{11}(s) & g_{12}(s) & \cdots & g_{1n}(s) \\ g_{21}(s) & g_{22}(s) & \cdots & g_{2n}(s) \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ g_{n1}(s) & g_{n2}(s) & \cdots & g_{nn}(s) \end{pmatrix} \quad (3.1)$$

La méthode de synthèse du contrôleur multi-boucle fractionnaire à 1DDL se réalise en trois étapes :

- Étape 1 : Analyse des interactions et choix de la configuration de commande :

La matrice des gains relatifs (RGA) [18] permet d'évaluer le niveau des interactions entre les variables du système multivariable et de choisir les couples entrée/sortie

dont le niveau de couplage faible, elle se calcule en utilisant l'équation (1.10). L'indice de Niederlinski est un outil complémentaire à la RGA, il est donné par l'équation (1.33).

La configuration de commande adéquate correspond aux éléments de la RGA qui sont positifs et proches de l'unité, et celle avec l'indice de Niederlinski est positif.

On considère la configuration de commande diagonale qui affecte à chaque sortie y_i l'entrée u_i ($i = 1, 2, \dots, n$) n est le nombre de boucle de commande.

Par conséquent, le modèle du système devient :

$$G_m(s) = \text{diag} \left[g_{11}(s), g_{22}(s) \dots g_{nn}(s) \right] \quad (3.2)$$

– Etape 2 : Calcul du contrôleur multi-boucle :

Le contrôleur multi-boucle est donné par :

$$G_c(s) = \text{diag} \left[g_{c1}(s), g_{c2}(s) \dots g_{cn}(s) \right] \quad (3.3)$$

Afin de calculer les correcteurs monovariabiles $g_{ci}(s)$, $i = 1, 2, \dots, n$, on procède d'abord à factoriser chaque élément $g_{ii}(s)$ en deux parties : inversible et non inversible [28, 29, 44].

$$g_{ii}(s) = g_{ii}^-(s)g_{ii}^+(s) \quad (3.4)$$

avec $g_{ii}^+(0) = 1$

Chaque contrôleur de la matrice (3.3) est alors calculé comme suit :

$$g_{ci}(s) = \frac{1}{g_{ii}^-(s)} f_i(s), \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (3.5)$$

$f_i(s)$ est le modèle de référence imposé à la boucle (u_i, y_i) .

Généralement, le modèle de référence $f_i(s)$ est donné par une fonction de transfert d'ordre entier (l'équation (2.10)) [44, 50, 92], ce choix vise à robustifier le système en boucle fermée vis-à-vis des erreurs de modélisation tout en veillant à vérifier la causalité du contrôleur IMC obtenu, et choisir la durée du régime transitoire de la réponse en boucle fermée.

Cependant, dans notre cas, on propose d'imposer un comportement fractionnaire

pour chaque boucle en choisissant la fonction idéale de Bode en boucle fermée comme modèle de référence [28, 29].

$$f_i(s) = \frac{1}{1 + \tau_{ci}s^{\alpha_i+1}}, \quad 0 < \alpha_i < 1, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (3.6)$$

Le choix de $f_i(s)$ a été effectué pour tirer profit des caractéristiques importantes que présente la fonction idéale de Bode à savoir la propriété d'iso-amortissement qui se traduit par la robustesse vis-à-vis des variations du gain de la boucle ouverte, comme cela a été expliqué dans la section (2.3) du deuxième chapitre.

Les deux paramètres α_i et τ_{ci} sont choisis alors en spécifiant la marge de phase et la fréquence de coupure désirées pour chaque boucle en boucle fermée, ceci en utilisant les relations de l'équation (2.30) dans la section (2.6) du deuxième chapitre. Toutefois, ce choix peut s'effectuer dans le domaine temporel en spécifiant le temps de réponse ou bien le temps de montée désirés pour chaque boucle, les relations sont plus complexes et sont données dans [4].

– Etape 3 : Simplification de l'implémentation

La structure de commande multi-boucle standard est donnée par la figure (3.2) où $G(s)$ est le système multivariable à contrôler, il est donné par l'équation (3.1), $C(s)$ est le contrôleur multi-boucle à déterminer, il est donné par l'équation (3.7) :

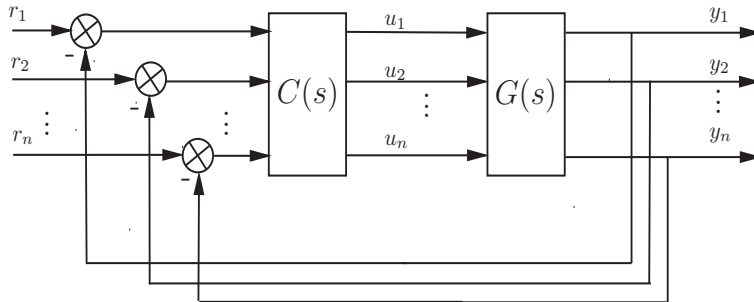


FIG. 3.2: Commande multi-boucle standard

$$C(s) = \text{diag} \left[c_1(s), c_2(s) \dots c_n(s) \right] \quad (3.7)$$

L'équivalence entre les deux structures de commande IMC multi-boucle et classique

respectivement des figures (3.1) et (3.2), aboutit à la relation [66] :

$$c_i(s) = \frac{g_{ci}(s)}{1 - g_{ci}(s)g_{ii}(s)}, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (3.8)$$

Noter que dans la structure de commande multi-boucle par modèle interne (la figure (3.1)), la conséquence de passage de $G(s)$ à $G_m(s)$ en éliminant les éléments non diagonaux se traduit par l'introduction des erreurs de modélisation. De ce fait, le filtre $f_i(s)$, $i = 1, 2, \dots, n$ est choisi de manière à préserver la stabilité du système contrôlé en présence de telles erreurs de modélisation [44, 66]. Toutefois, dans la structure de commande multi-boucle que nous avons proposée, les interactions sont considérées comme étant des perturbations par rapport aux boucles de commande choisies pour le contrôle du système. La structure de commande à 2DDL est alors utilisée pour séparer les deux problèmes du suivi de trajectoire et de la réduction de l'effet des interactions. Cela, afin de réduire l'effet des interactions sur les performances du système en boucle fermée [28, 29].

3.3 Synthèse du contrôleur multi-boucle d'ordre fractionnaire à 2DDL

Afin de tenir compte des interactions lors de la synthèse d'un schéma de commande multi-boucle, la méthode de synthèse du contrôleur IMC-PID-FOF à 2DDL, proposée dans le paragraphe (2.7.2) du deuxième chapitre pour la commande des systèmes mono-variables, est généralisée dans cette section au cas des systèmes multivariables. Comme ces systèmes sont caractérisés par le phénomène des interactions, la matrice des gains relatifs (RGA) est utilisée pour quantifier ces interactions et choisir la configuration de commande dont le niveau des interactions est faible.

L'idée de base de ce travail est de considérer l'effet de toutes les boucles de commande comme une perturbation externe par rapport à la boucle de commande étudiée et représentée par une perturbation d qui est ajoutée à sa sortie à travers une fonction de transfert qui englobe toutes les fonctions de transferts parcourues par l'interaction provenant d'une boucle donnée. De ce fait, le schéma de commande de la figure (2.12) peut être aisément

adapté pour chaque boucle de commande (u_i, y_i) indépendamment des autres.

On dimensionne alors le correcteur $c_{si}(s)$ ($i = 1, 2, \dots, n$) pour garantir le suivi de trajectoire de la sortie correspondante. Comme pour le schéma de commande à 1DDL, la fonction idéale de Bode, en boucle fermée, est choisie comme modèle de référence. Pour dimensionner le correcteur $c_{fi}(s)$ ($i = 1, 2, \dots, n$) pour le rejet des perturbations plus précisément pour réduire l'effet des interactions, on définit une fonction de sensibilité complémentaire $t_i(s)$ entre l'entrée et la sortie de l'élément correspondant à la boucle de commande étudiée, $t_i(s)$ est un filtre passe bas dont la constante de temps $\tau_{ti}(s)$ est la plus petite possible par rapport à la constante de temps du modèle de référence. On aura alors pour le système multivariable un contrôleur diagonal $C_S(s)$ pour garantir le suivi de trajectoire et un autre $C_F(s)$ pour réduire l'effet des interactions à travers les boucles de commande.

Le schéma de commande proposé est représenté par la figure (3.3) où $G(s)$ est le système multivariable représenté par l'équation (3.1), $C_S(s)$ et $C_F(s)$ sont les deux correcteurs synthétisés respectivement pour le suivi de trajectoire et la réduction de l'effet des interactions. $G^+(s)$ est le bloc diagonal qui comprend toutes les parties non inversibles des fonctions de transfert correspondantes à la configuration de commande choisie. La matrice diagonale $F(s)$ comprend les modèles de référence choisis pour toutes les boucles de commande. La synthèse du contrôleur multi-boucle fractionnaire à 2DDL se réalise suivant les étapes suivantes :

- Etape 1 : Choix de la configuration de commande appropriée

Comme pour la méthode de synthèse du contrôleur multi-boucle à 1DDL, présentée dans la section (3.2), la première étape consiste à choisir les couples entrée/sortie dont le niveau des interactions est faible. La matrice RGA de l'équation (1.10) est utilisée, le modèle du système ainsi obtenu, sans tenir compte des interactions, est donné par l'équation (3.2).

- Etape 2 : Le correcteur de suivi de consigne $C_S(s)$ est donné par :

$$C_S(s) = \text{diag} \left[c_{s1}(s), c_{s2}(s) \dots c_{sn}(s) \right] \quad (3.9)$$

Ce correcteur est déterminé de la même manière que le correcteur $G_c(s)$ dans le

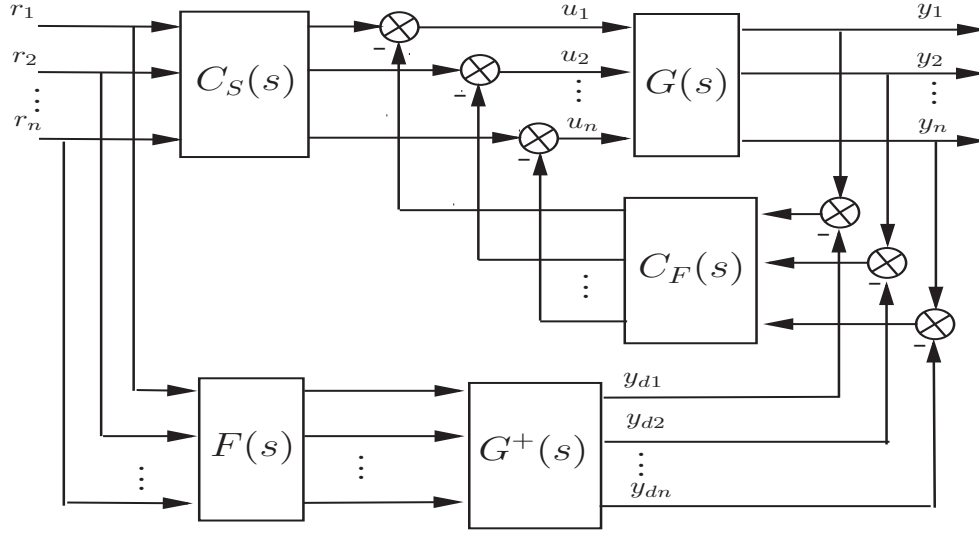


FIG. 3.3: Schéma de commande multi-boucle à 2DDL

schéma de commande multi-boucle à 1DDL, il est calculé suivant les équations (3.4) à (3.6).

- Etape 3 : Pour réduire l'effet des éléments non diagonaux sur les performances de la réponse du système multivariable, on détermine le correcteur $C_F(s)$ tel que :

$$C_F(s) = \text{diag} \left[c_{f1}(s), c_{f2}(s) \dots c_{fn}(s) \right] \quad (3.10)$$

Pour ceci, on définit la matrice fonction de sensibilité complémentaire entre l'entrée et la sortie du système ainsi [98, 28, 29] :

$$T(s) = \text{diag} \left[t_1(s), t_2(s) \dots t_n(s) \right] \quad (3.11)$$

On propose de choisir la fonction de sensibilité complémentaire entre l'entrée et la sortie de chaque boucle de commande (u_i, y_i) comme suit [28] :

$$t_i(s) = \frac{g_{ii}^+(s)}{1 + \tau_{ti}s}, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (3.12)$$

$g_{ii}^+(s)$ est la partie non inversible de la fonction de transfert correspondante à la boucle (u_i, y_i) .

On choisit la constante de temps τ_{ti} ($i = 1, 2, \dots, n$) la plus petite possible par rapport à la constante de temps du modèle de référence de la boucle considérée, ceci afin de rejeter rapidement l'effet des autres boucles de commande.

Comme a été présenté dans la section (2.7) du deuxième chapitre, Pour des petites valeurs de $\tau_{ti}(i = 1, 2, \dots, n)$, le bruit de mesure n'est pas bien filtré, un compromis est alors établi entre la réduction de l'effet des interactions ou bien le rejet des perturbations et l'atténuation du bruit.

Chaque élément $c_{fi}(s)$ de l'équation (3.10) est donné par [28] :

$$c_{fi}(s) = \frac{1}{g_{ii}(s)} \frac{t_i(s)}{1 - t_i(s)}, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (3.13)$$

- Etape 4 : Afin de faciliter l'implémentation de ce contrôleur multi-boucle, on propose d'établir une équivalence entre le schéma de commande de la figure (3.3) et la structure de commande à 2DDL montrée sur la figure (3.4).

Cette équivalence aboutit aux relations suivantes [28] :

$$C_1(s) = C_F(s), \quad C_2(s) = C_F(s)^{-1}C_S(s) + G^+(s)F(s) \quad (3.14)$$

L'équation (3.14) montre que $C_1(s)$ assure la réduction de l'effet des interactions et le rejet des perturbations externes.

$C_2(s)$ garantit la poursuite des sorties du système multivariable.

où :

$$F(s) = \text{diag} \left[f_1(s), f_2(s) \dots f_n(s) \right] \quad (3.15)$$

$$G^+(s) = \text{diag} \left[g_{11}^+(s), g_{22}^+(s) \dots g_{nn}^+(s) \right] \quad (3.16)$$

Comme $F(s)$, $G^+(s)$, $C_S(s)$ et $C_F(s)$ sont des matrices diagonales, $C_1(s)$ et $C_2(s)$ sont aussi diagonales. Chaque correcteur monovisible de $C_1(s)$ et de $C_2(s)$, est calculé comme suit :

$$c_{1i}(s) = c_{fi}(s), \quad c_{2i}(s) = \frac{c_{si}(s)}{c_{fi}(s)} + g_{ii}^+(s)f_i(s) \quad (3.17)$$

$$i = 1, 2, \dots, n$$

$f_i(s)$ est donnée par l'équation (3.6).

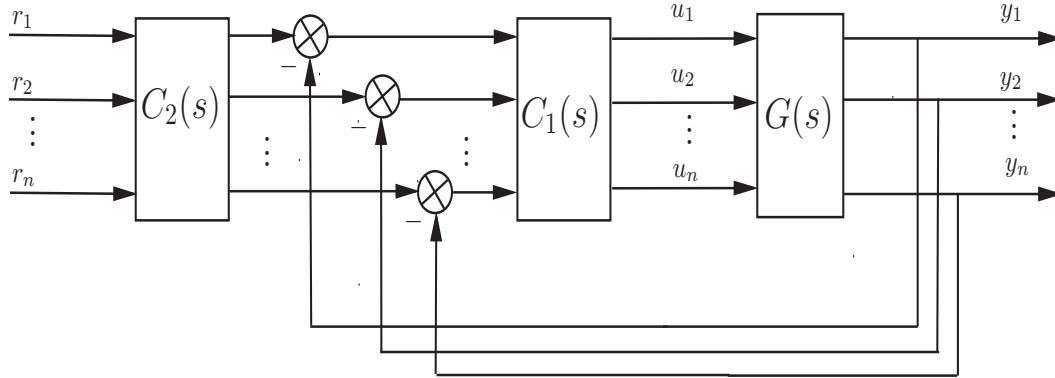


FIG. 3.4: Schéma de commande multi-boucle classique à 2DDL

La différence entre les deux structures de commande multi-boucle à 1DDL et à 2DDL, est que dans le schéma de commande multi-boucle à 2DDL, on s'intéresse aux interactions tout en essayant de réduire leur effet sur les performances du système en boucle fermée. Pour ceci, en plus de la synthèse du correcteur du suivi de trajectoire dans les deux schémas de commande, on synthétise le correcteur de la réduction de l'effet des interactions dans le schéma de commande à 2DDL, en définissant une fonction de sensibilité complémentaire pour chaque boucle.

3.4 Exemples d'illustration

Afin d'illustrer la méthode de synthèse des deux schémas de commande multi-boucle à 1DDL et à 2DDL d'un côté et comparer les performances de la réponse obtenue avec ces deux schémas et celle obtenue avec d'autres méthodes d'ordre entier d'un autre côté, deux exemples très rencontrés dans la littérature sont considérés.

3.4.1 Exemple 1

Afin d'illustrer la méthode de synthèse des contrôleurs multi-boucle fractionnaires et illustrer le compromis entre la réduction de l'effet des interactions et l'atténuation de bruit, on considère le modèle de la colonne de distillation de Wood and Berry [182], très souvent étudiée dans la littérature [92, 109], qui est un système multivariable à deux entrées et

deux sorties.

Le procédé est modélisé par :

$$G(s) = \begin{bmatrix} \frac{12.8e^{-s}}{1+16.7s} & \frac{-18.9e^{-3s}}{1+21s} \\ \frac{6.6e^{-7s}}{1+10.9s} & \frac{-19.4e^{-3s}}{1+14.4s} \end{bmatrix} \quad (3.18)$$

En utilisant l'équation (1.10), la matrice des gains relatifs est donnée par :

$$RGA(G(0)) = \begin{bmatrix} 2.0094 & -1.0094 \\ -1.0094 & 2.0094 \end{bmatrix} \quad (3.19)$$

En utilisant l'équation (1.33), l'indice de Niederlinski est : $NI = 0.4977$.

D'après l'analyse des éléments de la RGA et comme NI est positif, la configuration de commande appropriée est : la sortie y_1 est contrôlée par le signal de commande u_1 et la sortie y_2 est contrôlée par le signal de commande u_2 .

Par conséquent, le modèle du système sans interactions est :

$$G_m(s) = \begin{bmatrix} \frac{12.8e^{-s}}{1+16.7s} & 0 \\ 0 & \frac{-19.4e^{-3s}}{1+14.4s} \end{bmatrix} \quad (3.20)$$

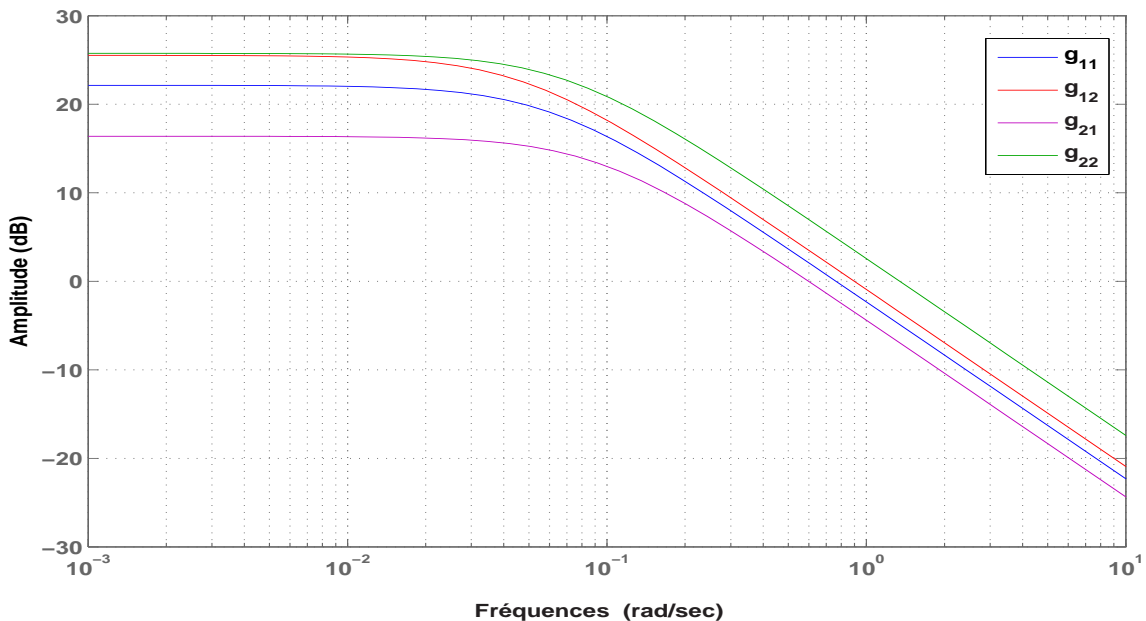


FIG. 3.5: Tracé d'amplitude du diagramme de Bode des éléments de la matrice fonction de transfert, en boucle ouverte, du système (3.18)

D'après le tracé d'amplitude obtenu pour chaque élément de la matrice fonction de transfert du système (3.18), l'élément correspondant à la deuxième boucle domine les éléments des interactions ($g_{12}(s), g_{21}(s)$). Toutefois, l'élément correspondant à la première boucle domine seulement l'élément $g_{21}(s)$. Par conséquent, le système (3.18) présente un niveau de couplage faible.

Comme le gain relatif correspondant aux boucles de commande (u_1, y_1) et (u_2, y_2) est supérieur à 1, le gain de chaque boucle diminue, en régime permanent, lorsque l'autre boucle est fermée, le rôle des contrôleurs multi-boucle fractionnaires proposés est de maintenir les deux sorties y_1 et y_2 à leur références désirées, en présence de ces variations.

La synthèse du contrôleur multi-boucle fractionnaire à 1DDL se fait en considérant seulement les éléments diagonaux de la matrice fonction de transfert du système (équation (3.18)). Cependant, lors du dimensionnement du contrôleur multi-boucle fractionnaire à 2DDL, on définit la matrice fonction de sensibilité complémentaire pour réduire l'effet des éléments non diagonaux sur les performances du système en boucle fermée.

Afin de montrer l'intérêt d'introduire la fonction de sensibilité complémentaire dans la synthèse de la commande multi-boucle fractionnaire, les performances du correcteur multi-boucle à 2DDL ainsi obtenu, sont comparées à celles du correcteur multi-boucle à 1DDL. Les performances de ces deux structures de commande sont également comparées à celles du correcteur d'ordre entier proposé dans [92].

Les paramètres de la fonction idéale de Bode (équation 3.6), sont choisis de sorte à avoir le même comportement dynamique pour les sorties du système en boucle fermée, que celui spécifié lors du dimensionnement du correcteur entier [92]. On a alors : $\alpha_1 = \alpha_2 = 0.06$ et $\tau_{c1} = \tau_{c2} = 6$.

L'expression numérique du contrôleur multi-boucle fractionnaire à 1DDL, obtenu en utilisant les équations (3.3) à (3.8), est :

$$C(s) = \begin{bmatrix} \frac{1}{1 + \frac{1-e^{-s}}{6s^{1.06}}} \frac{0.22}{s^{0.06}} \left(1 + \frac{1}{16.7s}\right) & 0 \\ 0 & \frac{1}{1 + \frac{1-e^{-3s}}{6s^{1.06}}} \frac{-0.124}{s^{0.06}} \left(1 + \frac{1}{14.4s}\right) \end{bmatrix} \quad (3.21)$$

Dans le schéma de commande multi-boucle fractionnaire à 2DDL, les contrôleurs $C_1(s)$ et $C_2(s)$ sont déterminés respectivement pour la réduction de l'effet des interactions et le

suivi de trajectoire en utilisant les équations (3.9) à (3.17).

Afin de montrer l'effet du choix des paramètres τ_{t1} et τ_{t2} sur les performances de la réponse du système (3.18), en boucle fermée, et ainsi illustrer le compromis entre le rejet de perturbation (ou bien la réduction de l'effet des interactions) et l'atténuation du bruit, on considère des perturbations externes qui s'ajoutent aux sorties du système (3.18) à travers le vecteur des fonctions de transfert :

$$G_d(s) = \left[\frac{3.8}{1+14.9s}, \frac{4.9}{1+13.2s} \right] \quad (3.22)$$

Ces perturbations sont introduites à la première et à la deuxième sorties respectivement aux instants $t=50$ et $t=150$, avec un échelon d'amplitude 0.2

La figure (3.6) montre la réponse indicielle perturbée du système (3.18) avec les valeurs des modèles de référence données précédemment et différentes valeurs des paramètres τ_{t1} et τ_{t2} ($\tau_{t1} = \tau_{t2} = 3, 1, 0.6, 0.2$).

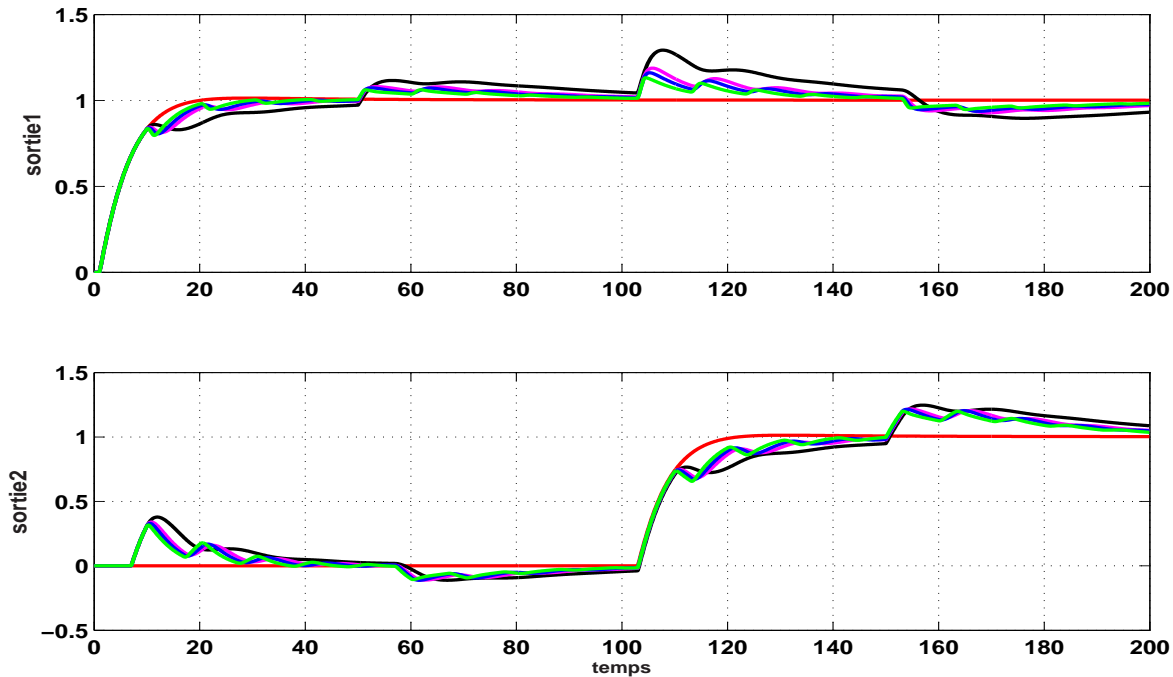


FIG. 3.6: Évolution de la réponse perturbée du système (3.18) pour différentes valeurs du τ_{t1} et τ_{t2} (— modèle de référence, — $\tau_{ti} = 3$; — $\tau_{ti} = 1$; — $\tau_{ti} = 0.6$; — $\tau_{ti} = 0.2$; $i=1,2$)

La figure (3.6) montre que la réponse obtenue, pour chaque boucle, est plus proche

du modèle de référence pour des valeurs de τ_{ti} ($i=1,2$) qui sont plus petites (1 ; 0.6 ; 0.2). En plus, l'effet des interactions, à travers les deux boucles de commande, est réduit tant que τ_{ti} ($i=1,2$) est plus petit. A titre d'exemple, à $t=100$, on ramène la deuxième sortie à l'unité, l'effet de ce changement de consigne sur la première sortie est moins important tant τ_{ti} ($i=1,2$) est plus petit. De même, pour le rejet des perturbations externes, par exemple, à $t=50$, la perturbation ajoutée à la première sortie est rejetée rapidement pour des petites valeurs de τ_{ti} ($i=1,2$).

Pour tester la robustesse du schéma de commande à 2DDL, un bruit de mesure dont les caractéristiques sont les mêmes que celles du bruit utilisé dans le paragraphe (2.7.3) du deuxième chapitre, est ajouté aux sorties du système, les résultats de simulation obtenus sont donnés par la figure (3.7) pour différentes valeurs de τ_{ti} ($i=1,2$) ($\tau_{t1} = \tau_{t2} = 0.2, 0.6, 1, 3$)

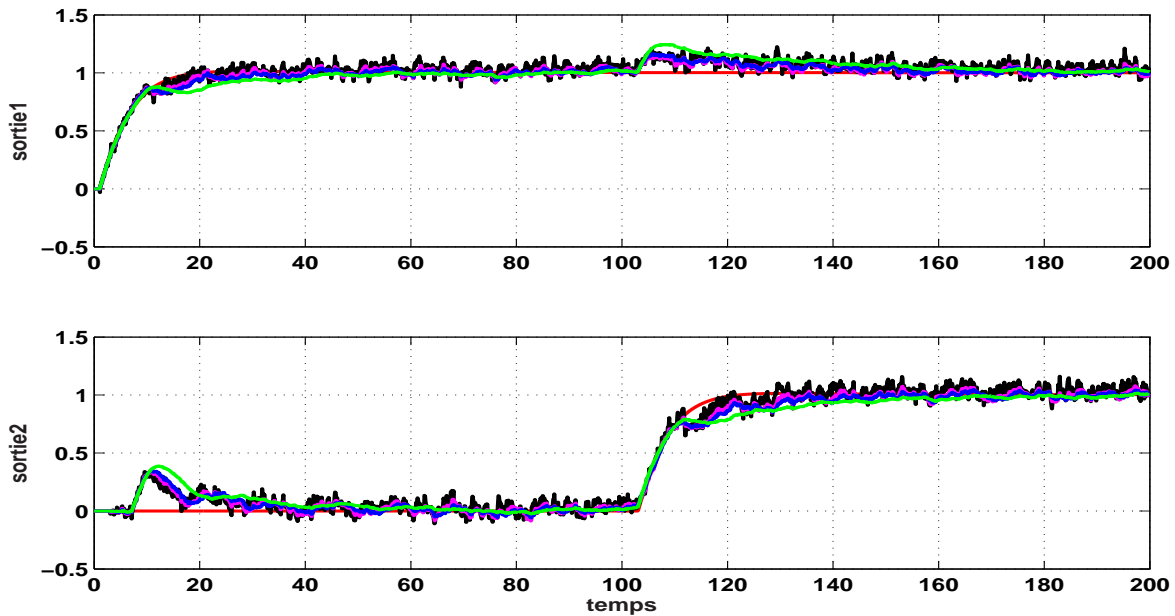


FIG. 3.7: Evolution de la réponse bruitée du système (3.18) pour différentes valeurs du τ_{t1} et τ_{t2} (— modèle de référence ; — $\tau_{ti} = 0.2$; — $\tau_{ti} = 0.6$; — $\tau_{ti} = 1$; — $\tau_{ti} = 3$; $i=1,2$)

Les résultats de simulation de la figure (3.7) montrent que le bruit de mesure est filtré d'une manière appropriée pour des valeurs de τ_{ti} ($i=1,2$) qui ne sont pas très petites par rapport à la constante de temps désirée τ_{ci} ($i=1,2$). Cependant, l'effet des interactions est

plus visible sur la réponse du système pour ces valeurs, comme est illustré par la courbe verte pour $\tau_{t1} = \tau_{t2} = 3$.

On conclut que la réponse indicielle du système (3.18) est plus proche du modèle de référence, spécifié pour chaque boucle, tant que le paramètre τ_{ti} ($i=1,2$) est plus petit par rapport à τ_{ci} ($i=1,2$). De plus, l'effet des interactions et des perturbations externes est réduit pour ces petites valeurs de τ_{ti} ($i=1,2$). Toutefois, l'atténuation de bruit de mesure se fait d'une manière appropriée pour des valeurs de τ_{ti} ($i=1,2$) qui ne sont pas très petites. Un compromis est alors établi entre la réduction de l'effet des interactions, la possibilité d'aboutir au comportement spécifié en boucle fermée et l'atténuation de bruit de mesure. De ce fait, en prenant en considération ce compromis, on choisit $\tau_{t1} = \tau_{t2} = 0.6$.

Le correcteur $C_1(s)$ pour la réduction de l'effet des interactions ainsi obtenu est :

$$C_1(s) = \begin{bmatrix} \frac{2.17}{1 + \frac{1-e^{-s}}{0.6s}} \left(1 + \frac{1}{16.7s}\right) & 0 \\ 0 & \frac{-1.24}{1 + \frac{1-e^{-3s}}{0.6s}} \left(1 + \frac{1}{14.4s}\right) \end{bmatrix} \quad (3.23)$$

Le correcteur $C_2(s)$ pour le suivi de trajectoire est :

$$C_2(s) = \begin{bmatrix} \frac{1+0.6s}{1+6s^{1.06}} & 0 \\ 0 & \frac{1+0.6s}{1+6s^{1.06}} \end{bmatrix} \quad (3.24)$$

Les termes dérivé et intégral dans l'expression des correcteurs fractionnaires (équations (3.21) et (3.24)) sont implémentés sous MATLAB en utilisant l'approximation d'Oustaloup dans l'intervalle $[10^{-3}, 10^{+3}]$ en utilisant 15 cellules.

La réponse indicielle du système (3.18), obtenue en utilisant le correcteur multi-boucle à 2DDL (équations (3.23) et (3.24)), est comparée à celle obtenue en utilisant le correcteur multi-boucle à 1DDL (équation (3.18)) et celle obtenue en utilisant le correcteur multi-boucle d'ordre entier proposé dans [92].

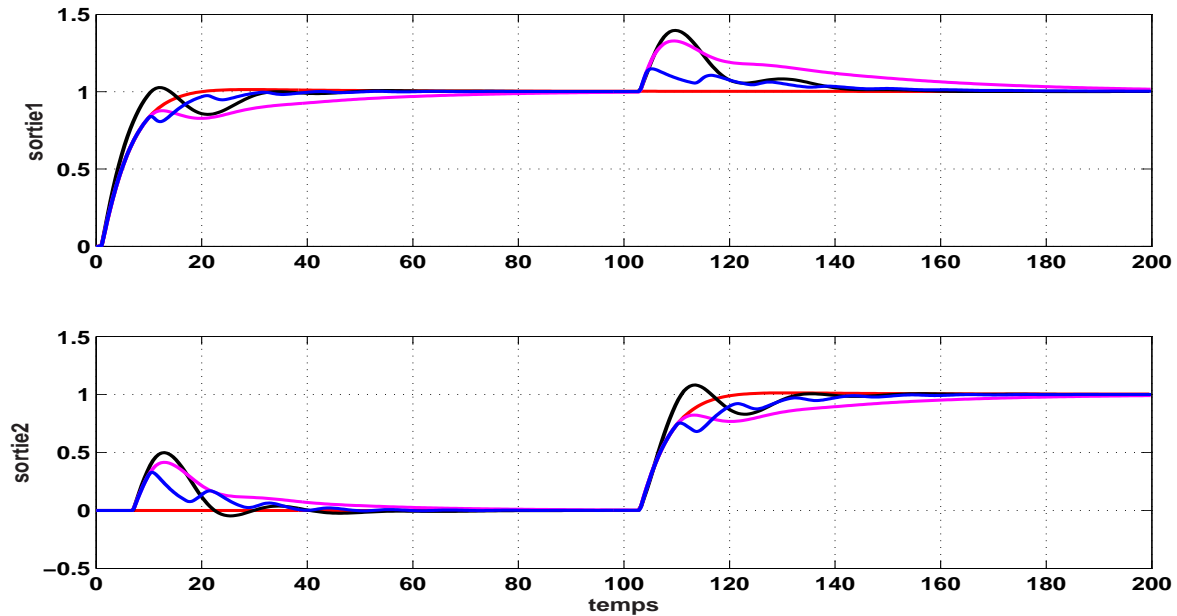


FIG. 3.8: Evolution de la réponse indicielle du système (3.18) (— modèle de référence ; — correcteur entier ; — correcteur multi-boucle à 1DDL ; — correcteur multi-boucle à 2DDL)

La figure (3.8) montre que la réponse indicielle du système obtenue en utilisant le correcteur à 2DDL est plus proche (en régime transitoire) du modèle de référence spécifié pour chaque boucle que celles obtenues en utilisant les autres correcteurs. De plus, l'effet des interactions est visiblement réduit en utilisant ce correcteur (courbe bleue). Ceci, est dû à la fonction de sensibilité complémentaire définie t_i ($i=1,2$), pour chaque boucle, dont la constante de temps est 0.6.

La figure (3.8) montre également que le système présente une réponse indicielle lente en utilisant le correcteur multi-boucle fractionnaire à 1DDL (courbe magenta), ceci se voit visiblement sur la figure (3.9) où le signal de commande fourni par ce correcteur est moins important par rapport aux autres signaux de commande. Le contrôleur multi-boucle à 2DDL et le correcteur entier présentent un effort de commande acceptable.

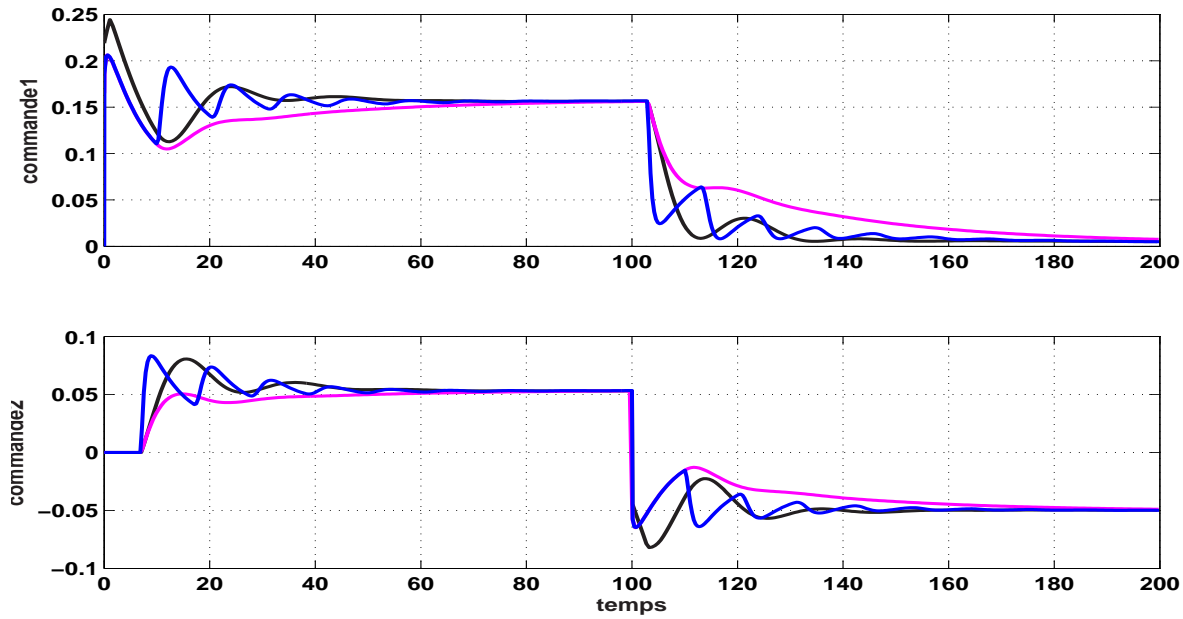


FIG. 3.9: Evolution des signaux de commande (— correcteur entier ; — correcteur multi-boucle à 1DDL ; — correcteur multi-boucle à 2DDL)

L'indice de l'intégrale de l'erreur absolue (IAE, $IAE = \int_0^{2t_s} |e(t)| dt$, t_s est le temps de réponse pour chaque boucle) est calculée pour la réponse du système (3.18) en boucle fermée.

La valeur de IAE obtenue lorsque le contrôleur multi-boucle entier est utilisé est : 26.2, et celles obtenues lorsque le contrôleur multi-boucle à 1DDL et le contrôleur fractionnaire à 2DDL sont utilisés sont respectivement 43.56 et 25.2.

Ces valeurs montrent que les deux contrôleurs multi-boucle entier et fractionnaire à 2DDL présentent un niveau de robustesse supérieur par rapport au contrôleur multi-boucle à 1DDL, avec une légère supériorité du contrôleur multi-boucle fractionnaire à 2DDL.

Les résultats de simulation de la figure (3.10) présentent la réponse indiciale perturbée du système (3.18), obtenue en utilisant le même vecteur des perturbations externes (équation (3.22)) qui est ajouté aux sorties du système aux mêmes instants $t=50,150$ et la même amplitude d'échelon (0.2). Les trois contrôleurs multi-boucles à 1DDL, à 2DDL et entier sont utilisés séparément et les réponses obtenues sont comparées au modèle de référence spécifié pour chaque boucle, les résultats obtenus sont montrés sur la figure (3.10).

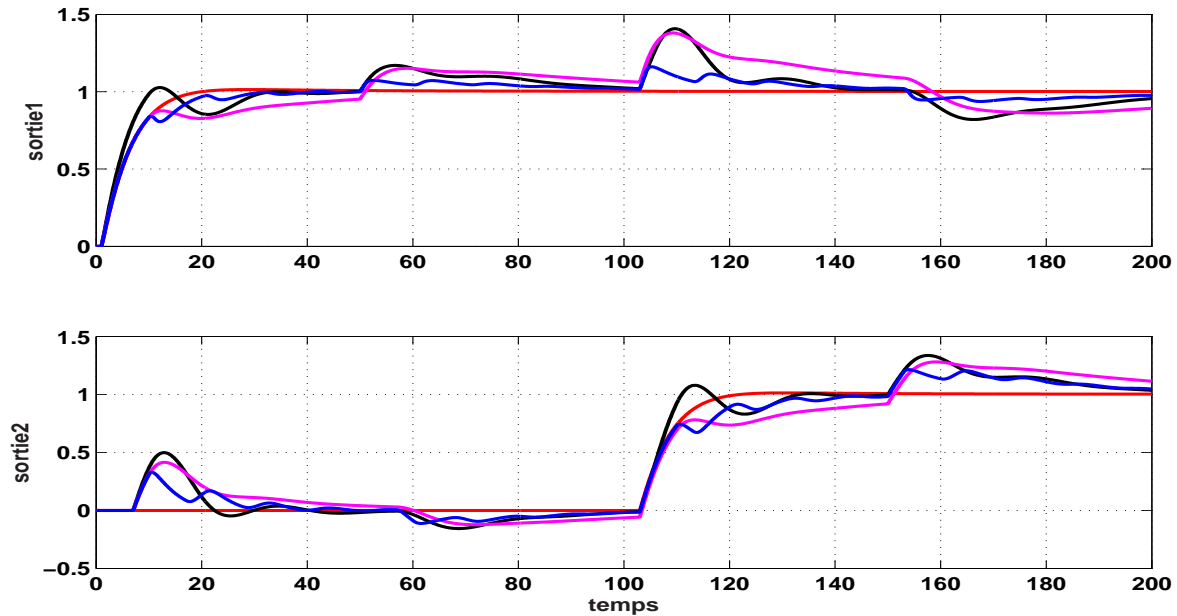


FIG. 3.10: Evolution de réponse indicielle du système (3.18) avec des perturbations (— correcteur entier [92]; — correcteur multi-boucle à 1DDL; — correcteur multi-boucle à 2DDL)

Les résultats de simulation de la figure (3.10) montrent que le schéma de commande multi-boucle à 2DDL rejette mieux les perturbations externes si l'on compare autres correcteurs. A titre d'exemple, à l'instant $t=150$, une perturbation externe est ajoutée à la deuxième sortie, son effet sur y_1 et y_2 est moins important en utilisant le contrôleur multi-boucle à 2DDL (courbe bleue) si l'on compare aux autres contrôleurs. Ainsi, l'effet des perturbations externes sur les performances de la réponse indicielle du système en boucle fermée est bien réduit.

3.4.2 Exemple 2

Afin d'illustrer la méthode de synthèse du contrôleur multi-boucle fractionnaire à 1DDL et à 2DDL pour un système multivariable dont le nombre d'entrées et de sorties est supérieur à deux d'un côté, et comparer les performances de ces deux schémas avec une autre structure d'ordre entier d'un autre côté, on considère la colonne de distillation de

Orgunaike and Ray (OR) [138], qui est un système multivariable à trois entrées et trois sorties.

la matrice fonction de transfert en boucle ouverte est :

$$G(s) = \begin{bmatrix} \frac{0.66e^{-2.6s}}{1+6.7s} & \frac{-0.61e^{-3.5s}}{1+8.64s} & \frac{-0.0049e^{-5s}}{1+9.06s} \\ \frac{1.11e^{-6.5s}}{1+3.25s} & \frac{-2.36e^{-3s}}{1+5s} & \frac{-0.01e^{-1.2s}}{1+7.09s} \\ \frac{-34.68e^{-9.2s}}{1+8.15s} & \frac{46.2e^{-9.4s}}{1+10.9s} & \frac{0.87(1+11.61s)e^{-s}}{(1+3.89s)(1+18.8s)} \end{bmatrix} \quad (3.25)$$

En utilisant l'équation (1.10), la matrice des gains relatifs est :

$$RGA(G(0)) = \begin{bmatrix} 2.0084 & -0.7220 & -0.2864 \\ -0.6460 & 1.8246 & -0.1786 \\ -0.3624 & -0.1026 & 1.4650 \end{bmatrix} \quad (3.26)$$

En utilisant l'équation (1.33), l'indice de Niederlinski est : $NI = 0.3859$.

D'après l'analyse des éléments de la RGA et comme NI est positif, la configuration de commande adéquate pour ce système est : (u_1, y_1) , (u_2, y_2) et (u_3, y_3) .

Le modèle du système sans interactions ainsi obtenu correspond à :

$$G_m(s) = \begin{bmatrix} \frac{0.66e^{-2.6s}}{1+6.7s} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{-2.36e^{-3s}}{1+5s} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{0.87(1+11.61s)e^{-s}}{(1+3.89s)(1+18.8s)} \end{bmatrix} \quad (3.27)$$

La figure (3.11) montre le tracé d'amplitude du diagramme de Bode des éléments diagonaux et de la somme des éléments non diagonaux dans chaque ligne et chaque colonne.

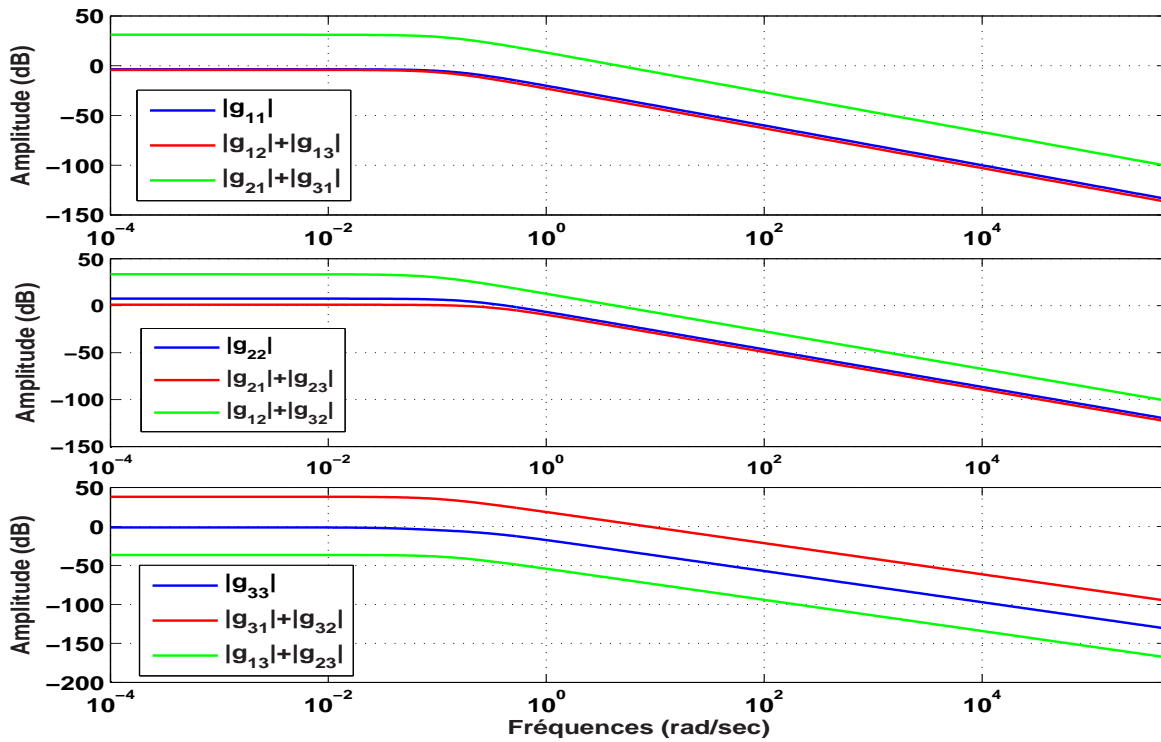


FIG. 3.11: Tracé d'amplitude du diagramme de Bode des éléments diagonaux et la somme des éléments non diagonaux dans chaque ligne et colonne

Les résultats de simulation de la figure (3.11) montrent que les éléments diagonaux correspondants aux boucles (u_1, y_1) et (u_2, y_2) dominent la somme des éléments de la même ligne et l'élément correspondant à la boucle (u_3, y_3) domine la somme des éléments de la même colonne.

Dans cet exemple aussi, les éléments de la RGA correspondants à la configuration choisie, sont supérieurs à 1. Ainsi, le gain de chaque boucle de commande (u_i, y_i) ($i = 1, 2, 3$) diminue en régime permanent lorsque les autres boucles sont fermées.

Les deux schémas de commande multi-boucle à 1DDL et à 2DDL sont alors conçus de manière à maintenir les sorties y_1 , y_2 et y_3 à leurs références désirées, tout en assurant de bonnes performances en rejet de perturbations et garantir la robustesse vis-à-vis des variations des paramètres du système.

Les performances de la réponse indicielle du système obtenue en utilisant ces deux schémas de commande fractionnaires sont comparées à celles de la réponse obtenue en utilisant le

contrôleur multi-boucle d'ordre entier proposé dans [175]. Par conséquent, les paramètres τ_{ci} et α_i du modèle de référence $f_i(s)$ ($i=1,2,3$) imposé pour chaque boucle (équation (3.6)), sont choisis de manière à avoir le même comportement dynamique que celui désiré dans [175].

Les valeurs de ces paramètres ainsi que du paramètre τ_{ti} ($i=1,2,3$) sont présentées dans le tableau (3.1).

TAB. 3.1: Paramètres du modèle de référence $f_i(s)$ et de la fonction de sensibilité complémentaire $t_i(s)$ ($i = 1, 2, 3$)

Boucle	$f_i(s)$		$t_i(s)$
	τ_{ci}	α_i	τ_{ti}
1	9	0.06	4
2	6	0.08	2
3	0.4	0.06	0.1

Le contrôleur multi-boucle fractionnaire à 1DDL est synthétisé en utilisant les équations (3.3) à (3.8), il est représenté dans le tableau (3.2).

TAB. 3.2: Expression du contrôleur multi-boucle fractionnaire à 1DDL

Boucle	Le contrôleur
1	$\frac{1}{1 + \frac{1-e^{-2.6s}}{9s^{1.06}}} \frac{1}{s^{0.06}} 1.3(1 + \frac{1}{6.7s})$
2	$\frac{1}{1 + \frac{1-e^{-3s}}{6s^{1.08}}} \frac{1}{s^{0.08}} (-0.35)(1 + \frac{1}{1+5s})$
3	$\frac{1}{1 + \frac{1-e^{-s}}{0.4s^{1.06}}} \frac{1}{s^{0.06}(1+11.6s)} 65.2(1 + \frac{1}{22.69s} + 3.22s)$

TAB. 3.3: Expressions des contrôleurs $C_1(s)$ et $C_2(s)$

Boucle	$C_1(s)$ pour réduire les interactions	$C_2(s)$ pour le suivi de trajectoire
1	$2.54(1 + \frac{1}{6.7s}) \frac{1}{1 + \frac{1-e^{-2.6s}}{4s}}$	$\frac{1}{1+9s^{1.06}}(1 + 4s)$
2	$-1.06(1 + \frac{1}{5s}) \frac{1}{1 + \frac{1-e^{-3s}}{2s}}$	$\frac{1}{1+6s^{1.08}}(1 + 2s)$
3	$260.8(1 + \frac{1}{22.69s} + 3.2s) \frac{1}{1+11.61s} \frac{1}{1 + \frac{1-e^{-s}}{0.1s}}$	$\frac{1}{1+0.4s^{1.06}}(1 + 0.1s)$

Dans le schéma de commande multi-boucle fractionnaire à 2DDL, les contrôleurs $C_1(s)$ et $C_2(s)$ sont déterminés respectivement pour la réduction de l'effet des interactions et le suivi de trajectoire en suivant les équations de (3.9) à (3.17).

En utilisant les valeurs des paramètres τ_{ci} , α_i , et τ_{ti} ($i=1,2,3$) listées dans le tableau (3.1), les expressions numériques de ces contrôleurs sont présentées dans le tableau (3.3). La valeur du paramètre τ_{ti} ($i=1,2,3$) de la fonction de sensibilité complémentaire, définie pour chaque boucle, est choisie petite par rapport à la constante du temps désirée τ_{ci} ($i=1,2,3$) tout en considérant le compromis entre le rejet de perturbations ou bien la réduction de l'effet des interactions et l'atténuation du bruit comme cela a été rappelé dans le premier exemple.

Dans ce cas aussi, les termes dérivé et intégral des correcteurs fractionnaires (tableaux (3.2) et (3.3)) sont implémentés sous MATLAB en utilisant l'approximation d'Oustaloup dans l'intervalle $[10^{-3}, 10^{+3}]$ en utilisant 15 cellules.

Afin de montrer l'effet des interactions sur les performances de la réponse indicielle du système (3.25), les signaux de référence des boucles de commande (u_1, y_1) , (u_2, y_2) et (u_3, y_3) sont introduits respectivement aux instants : $t=0, 200, 400$.

La réponse indicielle du système (3.25), obtenue en utilisant le correcteur entier [175] et celle obtenue en utilisant le correcteur multi-boucle à 1DDL et sa réponse lorsqu'il est contrôlé par le contrôleur multi-boucle à 2DDL, sont présentées dans la figure (3.12). D'après les résultats de simulation montrés sur la figure (3.12), l'effet des interactions est visible sur les allures des sorties y_1 , y_2 et y_3 . Ceci est prévisible d'après les valeurs des gains relatifs correspondants aux couples choisis pour la commande, $\lambda_{11} = 2.084$,

$\lambda_{22} = 1.82$ et $\lambda_{33} = 1.465$ et le tracé d'amplitude du diagramme de Bode (figure (3.11)), qui indiquent un niveau de couplage fort. La présence de ces interactions a fait que les spécifications exigées par les modèles de référence $f_i(s)$ ($i=1,2,3$) ne sont pas vérifiées. Ceci est confirmé par les valeurs du temps de réponse à 5% et du dépassement (D %) que nous avons trouvées pour chaque boucle. Ces données sont listées dans le tableau (3.4). Cependant, l'effet des interactions sur l'allure des sorties est réduit en utilisant le correcteur multi-boucle à 2DDL.

Les valeurs du temps de réponse (à 5 %) et du dépassement données sur le tableau (3.4),

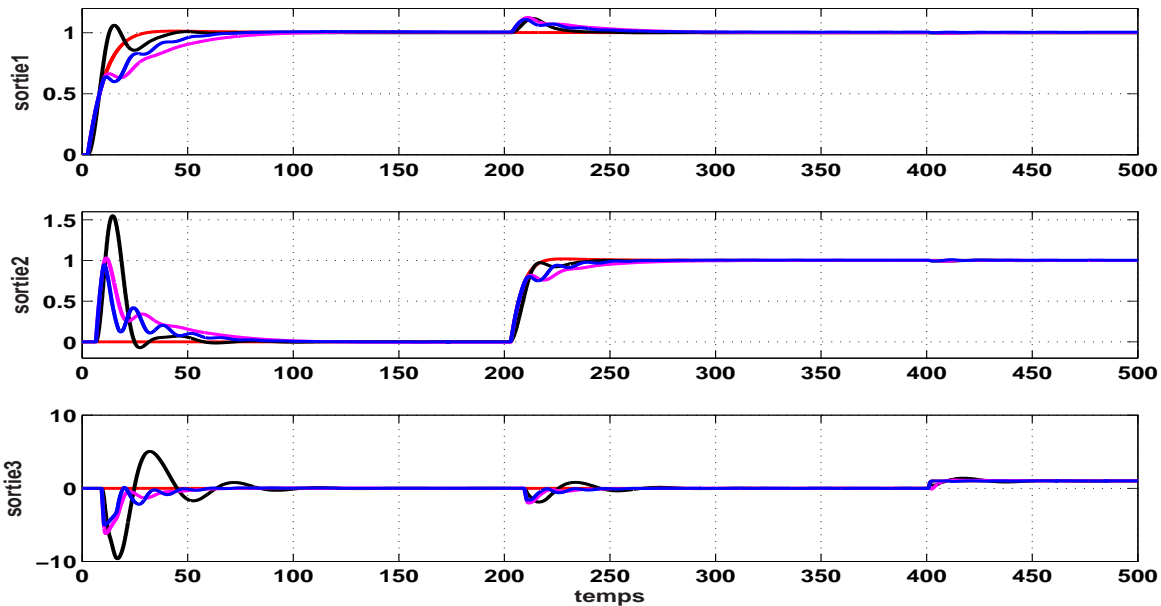


FIG. 3.12: Evolution de la réponse indicielle du système (3.25) (– modèle de référence ; – correcteur entier [175] ; – correcteur multi-boucle fractionnaire à 1DDL ; – correcteur multi-boucle fractionnaire à 2DDL)

montrent que la réponse du système commandé par le correcteur multi-boucle à 2DDL est plus proche du modèle de référence choisi pour chaque boucle, si l'on compare aux réponses obtenues en utilisant le correcteur fractionnaire à 1DDL ou bien le correcteur entier. Par exemple, pour la troisième boucle, le temps de réponse désiré est $t_s(5\%) = 2$, celui obtenu en utilisant le correcteur multi-boucle à 2DDL est $t_s(5\%) = 14.8$. Néanmoins, la valeur du temps de réponse de la sortie y_3 devient 35.3 et 62.3 en utilisant respectivement le

contrôleur multi-boucle à 1DDL et le contrôleur entier.

La figure (3.13) montre l'évolution des signaux de commande lorsque les trois contrôleurs

TAB. 3.4: Caractéristiques temporelles du modèle de référence spécifié pour chaque boucle et de la réponse indicielle du système (3.25)

	$t_s(5\%)$			$M_p(\%)$		
	y_1	y_2	y_3	y_1	y_2	y_3
$f_i(s)$	22.6	15.5	2	1.18	1.9	1.38
Contrôleur entier	34.6	29.6	62.3	6	1.2	47.2
Contrôleur à 1DDL	65.8	47.8	35.3	0.001	0.02	19.4
Contrôleur à 2DDL	49.7	35.2	14.8	0.1	0.05	1.35

multi-boucles sont implémentés séparément. Les résultats de la figure (3.13) montrent que les trois contrôleurs fournissent un effort de commande acceptable.

L'indice de l'intégrale de l'erreur absolue (IAE) est calculé pour la réponse du système, en boucle fermée, les valeurs trouvées sont résumées dans le tableau (3.5) :

TAB. 3.5: Intégrale de l'erreur absolue (IAE) de la réponse indicielle du système (3.25)

	correcteur entier	correcteur à 1DDL	correcteur à 2DDL
IAE	275.83	156.85	127.35

D'après les valeurs de l'intégrale de l'erreur absolue (IAE) obtenues dans le tableau (3.5), le schéma de commande à 2DDL présente un niveau de robustesse élevé puisque la valeur de l'indice IAE de la réponse obtenue en utilisant ce contrôleur est petite par rapport à celle obtenue lorsque les deux autres correcteurs sont utilisés.

Pour montrer les performances des trois contrôleurs multi-boucle entier, fractionnaire à 1DDL et fractionnaire à 2DDL, du point de vue réduction de l'effet des interactions, on effectue le test suivant : à partir du régime permanent où les trois sorties sont à un, un changement de consigne est effectué pour les trois boucles de commande aux instants : $t=150$, 300 et 450 séquentiellement. Les données résumées dans le tableau (3.6) présentent

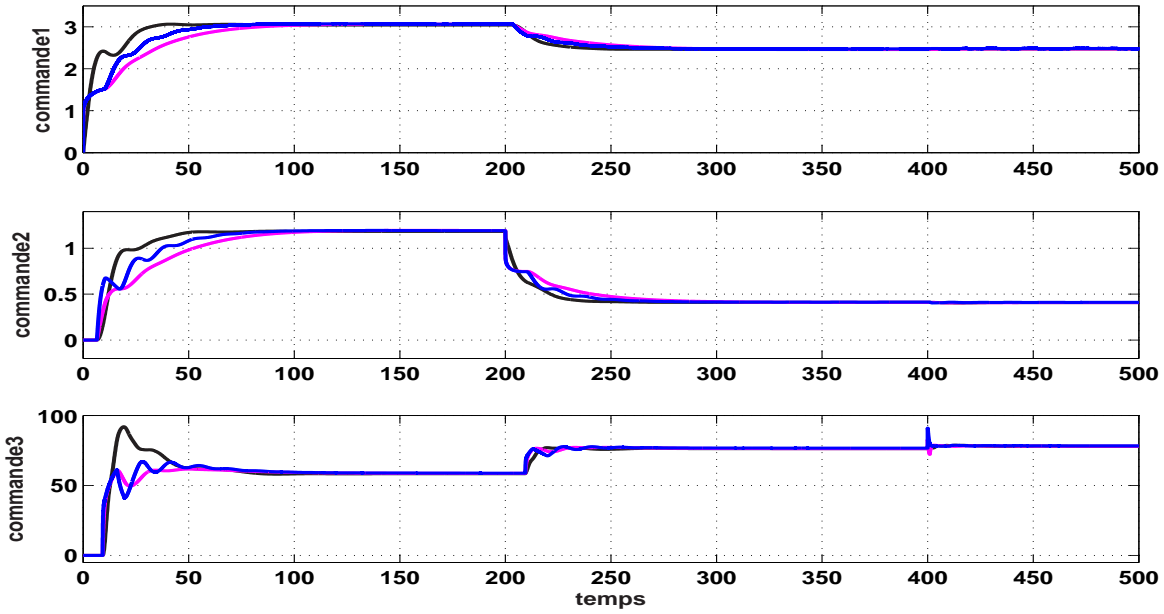


FIG. 3.13: Evolution du signal de commande pour le système (3.25) (– correcteur entier [175], – correcteur multi-boucle fractionnaire à 1DDL, – correcteur multi-boucle fractionnaire à 2DDL)

l'effet de la variation de la consigne d'une boucle de commande sur les sorties des autres boucles, cet effet est donné en pourcentage (%).

TAB. 3.6: Effet de la variation de la référence r_i sur la sortie y_j ($i, j = 1, 2, 3; i \neq j$) (en pourcentage (%))

	r_1		r_2		r_3	
	y_2	y_3	y_1	y_3	y_1	y_2
Contrôleur entier	149.1	-899.4	111.5	-189.63	0	0
Contrôleur à 1DDL	102.9	-617.6	112.9	-201.4	0	0
Contrôleur à 2DDL	95.1	-402.5	111.5	-161.95	0	0

D'après les données montrées sur le tableau (3.6), l'effet direct de la variation de la référence r_3 , qui engendre la variation de la commande u_3 sur les sorties y_1 et y_2 , est

négligeable. Ceci est prévisible du fait que les gains des fonctions de transfert $g_{13}(s)$ et $g_{23}(s)$ qui lient respectivement les deux sorties y_1 et y_2 avec le signal de commande u_3 , sont très petits ($k_{13} = -0.0049$ et $k_{23} = -0.01$).

De plus, ces données montrent aussi que le correcteur multi-boucle à 2DDL réduit l'effet de la variation de la référence r_1 sur les deux sorties y_2 et y_3 . A titre d'exemple, les interactions engendrent une variation de 149.1% de la valeur en régime permanent de la sortie y_2 lorsque le contrôleur multi-boucle entier est utilisé. Une variation de 102.9% de sa valeur est également constatée pour y_2 lorsque le contrôleur multi-boucle à 1DDL est introduit. Toutefois, si le contrôleur multi-boucle à 2DDL est utilisé, on constate seulement une variation de 95.1%.

De la même manière, la structure de commande multi-boucle proposée, réduit l'effet de la variation de la référence r_2 sur les deux sorties y_1 et y_3 . A titre d'exemple, la sortie y_3 subit les variations de -189.53% et -201.4% suite à la variation de r_2 lorsque les contrôleurs multi-boucles entier, et à 1DDL sont utilisés respectivement. Cependant, la sortie y_3 varie de -161.95% lorsque le contrôleur multi-boucle à 2DDL est utilisé.

Pour évaluer le degré de robustesse du contrôleur multi-boucle à 2DDL vis-à-vis des variations paramétriques, la réponse indicielle du système (3.25) obtenue avec une variation de $+20\%$ sur tous les gains de la matrice fonction de transfert en boucle ouverte, une variation de $+40\%$ sur toutes les constantes de temps et une variation de $+10\%$ sur tous les éléments retard, est présentée respectivement sur les figures (3.14), (3.15) et (3.16).

La figure (3.14) montre que la réponse du système, en boucle fermée, avec une variation de $+20\%$ sur tous les gains de la boucle ouverte, est stable avec l'apparition de certaines oscillations aux instants de changement de consignes. De ce fait, le système commandé en utilisant le contrôleur fractionnaire à 2DDL est robuste vis-à-vis des variations des gains.

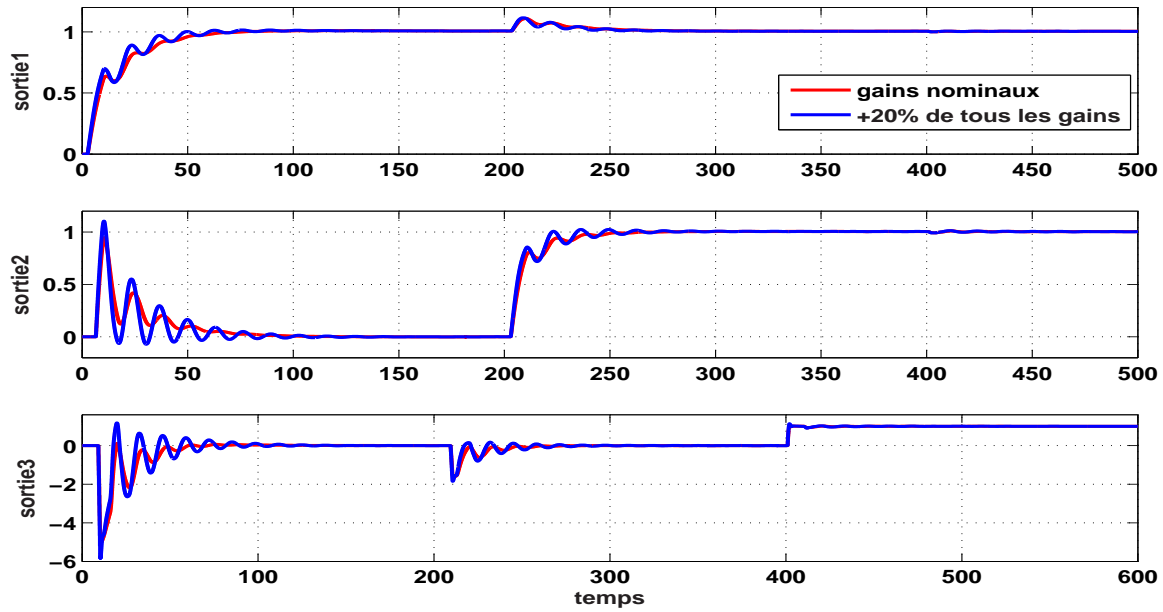


FIG. 3.14: Évolution de la réponse indicielle du système (3.25), — valeurs nominales des gains ; — variation de +20% sur tous les gains de la boucle ouverte

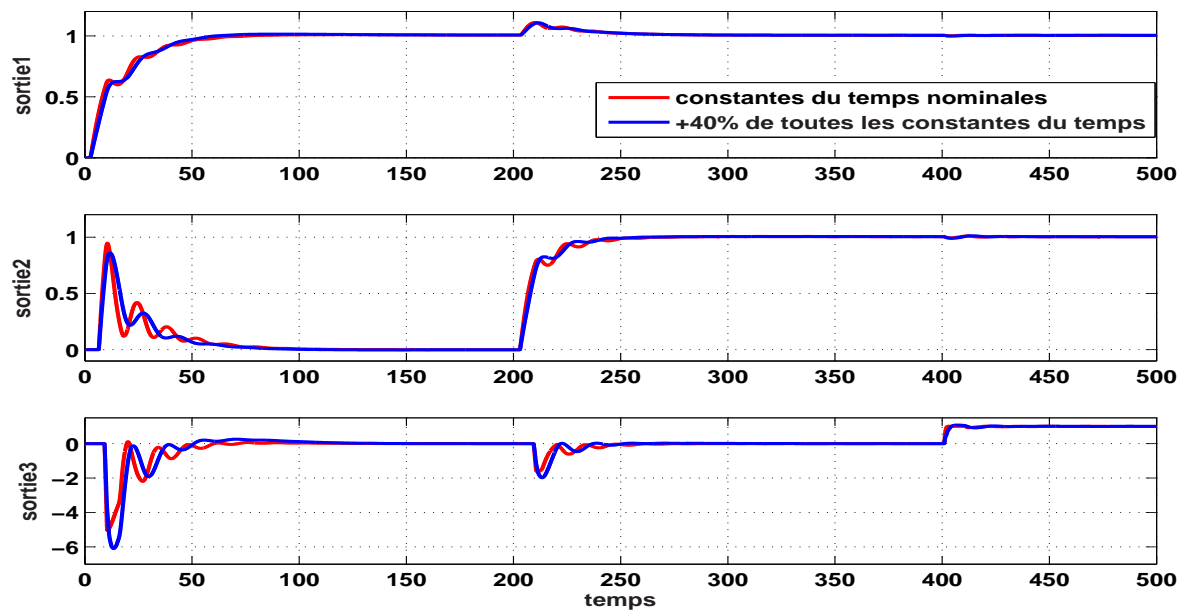


FIG. 3.15: Évolution de la réponse indicielle du système (3.25), — valeurs des constantes du temps nominales ; — variation de +40% sur toutes les constantes du temps de la boucle ouverte

La figure (3.15) présente la réponse indicielle du système avec une variation de +40% sur toutes les constantes de temps de la boucle ouverte. On voit que l'allure des sorties est très proche de la réponse nominale. Par conséquent, le système est également robuste vis-à-vis des variations des constantes de temps de la boucle ouverte.

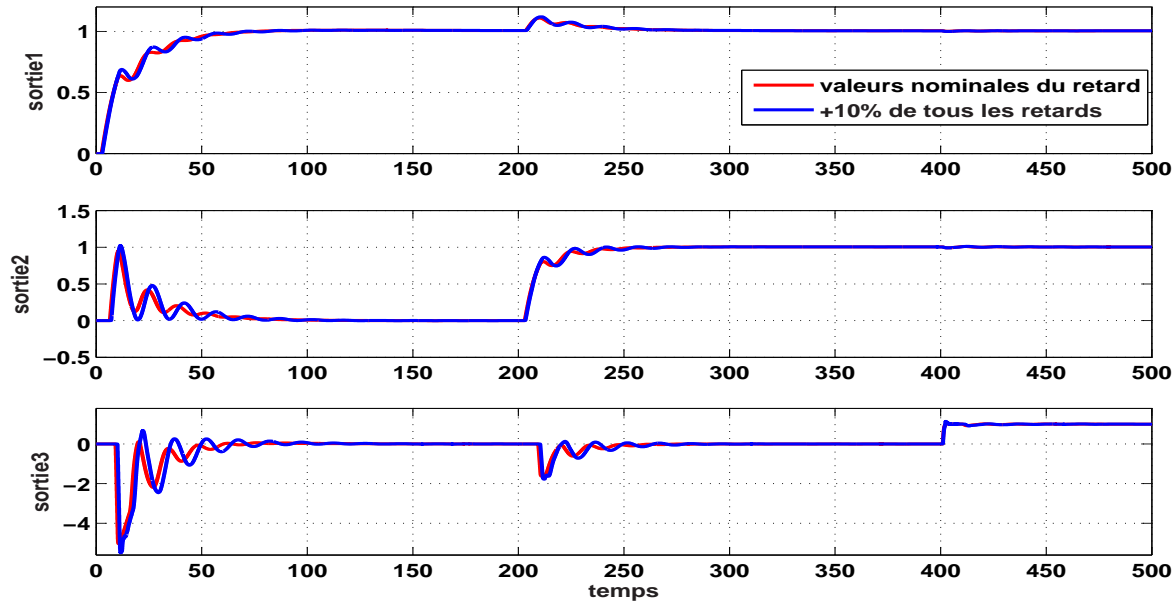


FIG. 3.16: Evolution de la réponse indicielle du système (3.25); — valeurs nominales des retards; — variation de +10% sur tous les éléments retard de la boucle ouverte

La réponse indicielle du système obtenue avec une variation de +10% sur tous les éléments retard de la boucle ouverte, est présentée sur la figure (3.16) où on voit que le système, en boucle fermée, est aussi robuste vis-à-vis des variations des éléments retard. Les résultats de simulation des figures (3.14) à (3.16) montrent que le système contrôlé par le contrôleur multi-boucle fractionnaire à 2DDL est robuste vis-à-vis des variations paramétriques du procédé.

3.5 Conclusion

Deux schémas de commande multi-boucle fractionnaires ont été proposés dans ce chapitre, le premier est nommé à 1DDL, la synthèse du contrôleur se fait sans tenir compte

des interactions. L'autre est dit à 2DDL où on tient compte des interactions.

Le schéma de commande multi-boucle à 1DDL étant la généralisation de la méthode de synthèse du contrôleur IMC-PID-FOF développée pour la commande des systèmes monovariables au cas de la commande des systèmes multivariables, la généralisation s'est effectuée dans un environnement multi-boucle.

Le schéma de commande multi-boucle à 2DDL a été proposé pour tenir compte du phénomène des interactions existant entre les différentes variables du système multivariable. Pour ce faire, le principe de la commande à 2DDL est utilisé pour séparer le problème du suivi de trajectoire de celui des interactions. Deux contrôleurs sont alors calculés, le premier est d'ordre entier pour réduire l'effet des interactions, le deuxième est d'ordre fractionnaire pour assurer la suivi de trajectoire.

Le paramètre de réglage étant la constante du temps de la fonction de sensibilité complémentaire définie pour chaque boucle, sa valeur est choisie petite tout en considérant le compromis établi entre la réduction de l'effet des interactions et l'atténuation de bruit de mesure.

Les résultats de simulation obtenus pour les exemples 1 et 2 montrent que ce contrôleur réduit visiblement les interactions par rapport au contrôleur d'ordre entier et par rapport au schéma de commande à 1DDL. Ce schéma de commande à 2DDL assure le rejet des perturbations externes. De plus, il est robuste vis-à-vis des variations paramétriques du système MIMO.

Dans le prochain chapitre, ce schéma de commande sera généralisé au cas des systèmes multivariables d'ordre fractionnaires.

Chapitre 4

Synthèse du contrôleur multi-boucle fractionnaire pour les systèmes multivariable fractionnaires

4.1 Introduction

De nos jours, les modèles d'ordre entier ne représentent pas fidèlement le comportement dynamique de certains phénomènes physiques, d'où la nécessité de recourir au calcul fractionnaire pour mieux les décrire [23, 64, 159]. De nouvelles méthodes de synthèse des contrôleurs sont alors développées pour la commande des systèmes fractionnaires plus précisément dans le cas des systèmes monovariables [15, 97, 141]. Cependant, peu de travaux traitent de la commande des systèmes multivariables fractionnaires, en particulier dans l'approche fréquentielle [94, 96]. C'est dans ce cadre que s'inscrit l'étude réalisée dans ce chapitre.

La méthode de synthèse du contrôleur multi-boucle fractionnaire à 2DDL, proposée dans le troisième chapitre pour la commande des systèmes multivariables entiers [28, 29], est généralisée dans ce chapitre au cas des systèmes multivariables fractionnaires. Les mêmes outils d'analyse des systèmes dynamiques d'ordre entier sont toujours utiles pour l'analyse des systèmes d'ordre fractionnaire comme la transformée de Laplace [124]. De

plus, dans le cas des systèmes multivariables, la méthode d'analyse des interactions par la matrice des gains relatifs (RGA), proposée par Bristol pour les systèmes entiers [18], est aisément généralisée au cas des systèmes MIMO fractionnaires.

Commander les systèmes MIMO d'ordre élevé est une tâche ardue, même si on arrive à le faire, le contrôleur obtenu sera d'ordre élevé et de forme si complexe ce qui rend son implémentation n'est pas facile. Pour remédier à ce problème, on propose alors de simplifier à la fois la méthode de synthèse et la forme du contrôleur ainsi obtenu. A cet effet, on propose d'abord de choisir les couples entrée/sortie adéquats pour la commande en utilisant la matrice RGA et l'indice de Niederlinski [18, 136]. Ensuite, on approxime les éléments d'ordre élevé correspondants aux couples choisis par des fonctions de transfert fractionnaires simples. Ces modèles fractionnaires obtenus qu'on utilise pour la synthèse du contrôleur multi-boucle à 2DDL comme dans le cas des systèmes purement fractionnaires [27].

Dans ce chapitre, on présente d'abord quelques notions relatives aux systèmes fractionnaires (modèles fractionnaires). La méthode de synthèse du correcteur multi-boucle fractionnaire à 2DDL est présentée pour la commande des systèmes fractionnaires. Le choix de la fonction de sensibilité complémentaire, est abordée pour ces systèmes. Deux exemples de simulation sont présentés, le premier est un système TITO fractionnaire et le deuxième est un système entier d'ordre élevé.

4.2 Matrice fonction de transfert d'ordre fractionnaire

Un système monovariante d'ordre fractionnaire continu linéaire à temps invariant (FO-LTI) est défini par l'équation différentielle [139, 143] :

$$y(t) + \sum_{i=1}^n a_i D^{\alpha_i}(y(t)) = \sum_{i=1}^m b_i D^{\beta_i}(u(t)) \quad (4.1)$$

a_i et b_i sont des nombres réels, α_i et β_i sont des nombres réels non négatifs.

Puisque $y(t)=u(t)=0$ pour $t \leq 0$, on obtient alors : la transformée de Laplace de $D^{\alpha_i}(y(t))$ est $s^{\alpha_i}Y(s)$ et celle de $D^{\beta_i}(u(t))$ est $s^{\beta_i}U(s)$, $Y(s)$ et $U(s)$ sont respectivement les transformées de Laplace de $u(t)$ et $y(t)$.

Appliquons la transformée de Laplace à l'équation (4.1), on aura [124] :

$$Y(s) + \sum_{i=1}^n a_i s^{\alpha_i} Y(s) = \sum_{i=1}^m b_i s^{\beta_i} U(s) \quad (4.2)$$

La fonction de transfert d'ordre fractionnaire est donnée par :

$$g_{FO}(s) = \frac{\sum_{i=1}^m b_i s^{\beta_i}}{1 + \sum_{i=1}^n a_i s^{\alpha_i}} \quad (4.3)$$

Cette fonction de transfert peut être généralisée au cas des systèmes multivariables. Dans notre cas, on s'intéresse aux systèmes multivariables carrés, on aura alors la matrice fonction de transfert d'ordre fractionnaire donnée par l'équation (4.4) :

$$\mathbf{G}_{FO}(s) = \begin{pmatrix} g_{FO-11}(s) & g_{FO-12}(s) \cdots & g_{FO-1n}(s) \\ g_{FO-21}(s) & g_{FO-22}(s) \cdots & g_{FO-2n}(s) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ g_{FO-n1}(s) & g_{FO-n2}(s) \cdots & g_{FO-nn}(s) \end{pmatrix} \quad (4.4)$$

n est le nombre d'entrées et de sorties

$g_{FO-ij}(s)$ est la fonction de transfert d'ordre fractionnaire entre le signal de commande u_j et la sortie y_i .

Les termes fractionnaires s^{β_i} et s^{α_i} dans l'équation (4.3) sont de dimension infinie, la méthode d'Oustaloup, présentée dans le paragraphe (2.4.1) du deuxième chapitre, est alors utilisée pour approximer ces termes.

4.3 Synthèse du contrôleur multi-boucle fractionnaire à 2DDL

La méthode de synthèse du contrôleur multi-boucle fractionnaire, présentée dans la section (3.3), du troisième chapitre pour la commande des systèmes multivariables d'ordre entier, est généralisée dans cette section au cas des systèmes multivariables d'ordre fractionnaire. Deux cas sont considérés : soit le système physique est directement modélisé par un modèle d'ordre fractionnaire (système physique dont le comportement est fractionnaire) ou bien on considère un modèle de système entier d'ordre élevé qu'on approxime

par un modèle fractionnaire.

Le schéma de commande proposé est donné par la figure (3.4) où le système à commander devient fractionnaire et donné par l'équation (4.4). Le contrôleur $C_2(s)$ est synthétisé pour assurer le suivi de trajectoire. Pour réduire l'effet des interactions, on détermine le correcteur $C_1(s)$ tout en définissant une fonction de sensibilité complémentaire entre l'entrée et la sortie de chaque boucle de commande pour rejeter rapidement l'effet des autres boucles.

En considérant les deux schémas de commande multi-boucle par modèle interne à 2DDL et classique à 2DDL donnés respectivement par les figures (3.3) et (3.4), la synthèse du contrôleur multi-boucle fractionnaire à 2DDL se réalise suivant les étapes suivantes :

Etape 1 : Choix de la configuration de commande appropriée

Comme la méthode des gains relatifs utilise seulement les gains statiques du système, cette technique est alors généralisée au cas des systèmes multivariables fractionnaires afin de choisir les couples entrée/sortie dont le niveau des interactions est faible. La matrice RGA de l'équation (1.10) et l'indice de Niederlinski de l'équation (1.33) sont alors utilisés, le modèle du système obtenu sans considérer les interactions, est donné par l'équation (4.5)

$$G_{FO-m}(s) = \text{diag} \left[g_{FO-11}(s), g_{FO-22}(s) \dots g_{FO-nn}(s) \right] \quad (4.5)$$

Etape 2 :

Le correcteur de suivi de consigne $C_{FO-S}(s)$ est donné par :

$$C_{FO-S}(s) = \text{diag} \left[c_{FO-s1}(s), c_{FO-s2}(s) \dots c_{FO-sn}(s) \right] \quad (4.6)$$

Ce correcteur est calculé de la même manière que le correcteur $C_S(s)$ de l'équation (3.9). Il est calculé suivant les équations (3.4) à (3.6).

Etape 3 :

Pour réduire l'effet des éléments non diagonaux sur les performances de la réponse du système multivariable, le correcteur $C_{FO-F}(s)$ est déterminé comme suit :

$$C_{FO-F}(s) = \text{diag} \left[c_{FO-f1}(s), c_{FO-f2}(s) \dots c_{FO-fn}(s) \right] \quad (4.7)$$

Chaque élément $c_{FO-fi}(s)$ de l'équation (4.7) est donné par :

$$c_{FO-fi}(s) = \frac{1}{g_{FO-ii}(s)} \frac{t_i(s)}{1 - t_i(s)}, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (4.8)$$

Le choix de la fonction de sensibilité complémentaire $t_i(s)$ ($i = 1, 2, \dots, n$) est abordée dans la section (4.4).

Etape 4 : Afin de faciliter l'implémentation du contrôleur multi-boucle, l'équivalence entre les deux schéma de commande des figures (3.3) et (3.4) aboutit aux relations de l'équation (4.9) :

$$C_1(s) = C_{FO-F}(s), \quad C_2(s) = C_{FO-F}(s)^{-1} C_{FO-S}(s) + G_{FO}^+(s) F(s) \quad (4.9)$$

$F(s)$ est donné par l'équation (3.15). $G_{FO}^+(s)$ est le bloc diagonal qui comprend toutes les parties non inversibles des éléments du modèle de l'équation (4.5).

Chaque élément dans $C_1(s)$ et $C_2(s)$ est donné comme suit :

$$c_{1i}(s) = c_{FO-fi}(s), \quad c_{2i}(s) = \frac{c_{FO-si}(s)}{c_{FO-fi}(s)} + g_{FO-ii}^+(s) f_i(s) \quad (4.10)$$

$$i = 1, 2, \dots, n$$

$f_i(s)$ est donnée par l'équation (3.6).

4.4 Choix de la fonction de sensibilité complémentaire

La fonction de sensibilité complémentaire, définie pour chaque boucle de commande dans le cas d'un système multivariable d'ordre entier, est donnée par l'équation (3.12). La constante de temps τ_{ti} ($i = 1, 2, \dots, n$) est un paramètre de réglage, sa valeur est choisie petite par rapport à la constante de temps τ_{ci} du modèle de référence choisi pour chaque boucle. Ceci, afin de rejeter rapidement les interactions, et ainsi réduire leur effet sur les performances du système en boucle fermée.

Comme dans ce chapitre, on s'intéresse aux systèmes multivariables fractionnaires, il est approprié de tester la convenance du choix de la fonction de sensibilité fractionnaire $t_{FO-i}(s)$, définie par :

$$t_{FO-i}(s) = \frac{g_{FO-ii}^+(s)}{1 + \tau_{ti} s^{\mu_i}}, \quad 0 < \mu_i < 2 \quad ; \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (4.11)$$

$g_{FO-ii}^+(s)$ est la partie non inversible de la fonction de transfert $g_{FO-ii}(s)$ correspondante à la boucle (u_i, y_i) .

Les deux contrôleurs de l'équation (4.10) deviennent alors :

$$c_{1i}(s) = \frac{1}{g_{FO-ii}(s)} \frac{t_{FO-i}(s)}{1-t_{FO-i}(s)}, \quad c_{2i}(s) = \frac{1+\tau_{ti}s^{\mu_i}}{1+\tau_{ci}s^{\alpha_i+1}} \quad (4.12)$$

$$i = 1, 2, \dots, n$$

Pour un système du premier ordre fractionnaire donné par :

$$g_{FO}(s) = \frac{k}{1 + \tau_s s^\beta}, \quad 0 < \beta < 2 \quad (4.13)$$

On a $g^+(s) = 1$, la fonction de sensibilité complémentaire $t_{FO}(s)$ est alors :

$$t_{FO}(s) = \frac{1}{1 + \tau_t s^\mu}, \quad 0 < \mu < 2, \quad (4.14)$$

Le contrôleur $c_{1i}(s)$ de l'équation (4.12) devient :

$$c_1(s) = \frac{1 + \tau_c s^\beta}{k \tau_t s^\mu}. \quad (4.15)$$

La fonction de sensibilité est :

$$s_{FO}(s) = \frac{1}{1 + c_1(s)g_{FO}(s)} \quad (4.16)$$

En remplaçant les expressions (4.13) et (4.15) dans (4.16), $s_{FO}(s)$ devient :

$$s_{FO}(s) = \frac{\tau_t s^\mu}{1 + \tau_t s^\mu} \quad (4.17)$$

La figure (4.1) montre le tracé d'amplitude du diagramme de Bode des fonctions de sensibilité et de sensibilité complémentaire $s_{FO}(s)$ et $t_{FO}(s)$ pour $\tau_t = 1$ et différentes valeurs de l'ordre non entier μ ($\mu = 0.4, 0.7, 1, 1.3, 1.7$).

Comme cela a été présenté dans le paragraphe (2.7.1) du deuxième chapitre, le rejet de perturbations est bien garanti lorsque le module de la fonction de sensibilité est petit en basses fréquences. L'atténuation du bruit est vérifiée lorsque le module de la fonction de sensibilité complémentaire est petit en hautes fréquences.

La figure (4.1) montre que la variation du paramètre μ n'influence pas la bande passante de $t_{FO}(s)$. Puisque le gain de $s_{FO}(s)$ diminue lorsque μ augmente, la réponse du système

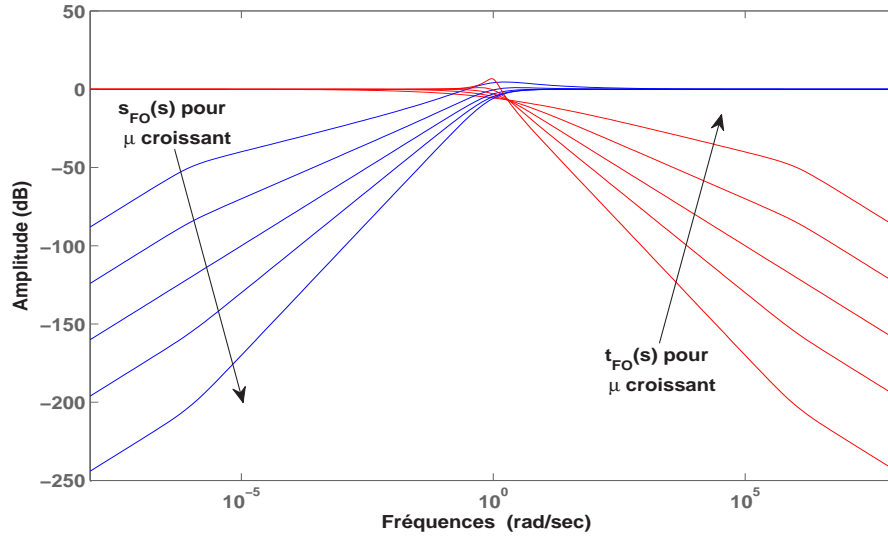


FIG. 4.1: Diagramme de Bode de $s_{FO}(s)$ et $t_{FO}(s)$ pour différentes valeurs de μ

par rapport aux perturbations devient plus rapide avec l'apparition des oscillations comme il sera visible dans la réponse indicielle du système (4.13).

Pour l'implémentation directe sur le software MATLAB, les deux contrôleurs $c_1(s)$ et $c_2(s)$ correspondants au modèle de l'équation (4.13) sont respectivement donnés par :

$$c_1(s) = \frac{\tau}{k\tau_t} s^{\beta-\mu} \left(1 + \frac{1}{\tau s^\beta}\right) \quad (4.18)$$

$$c_2(s) = \frac{1}{1 + \frac{1}{\tau_c s^{\alpha+1}}} s^{\mu-\alpha-1} \frac{\tau_t}{\tau_c} \left(1 + \frac{1}{\tau_t s^\mu}\right) \quad (4.19)$$

On note que le terme dérivé est sensible aux bruits de mesure, il est préférable alors que le terme $s^{\mu-\alpha-1}$ dans l'expression du contrôleur $c_2(s)$ (équation (4.19)) se comporte comme un intégrateur. Ceci est vérifié pour toutes les valeurs de α tel que $0 < \alpha < 1$. Le terme $s^{\beta-\mu}$ dans l'expression du contrôleur $c_1(s)$ (équation (4.18)) se comporte comme un intégrateur pour $\mu > \beta$.

La figure (4.2(a)) montre la réponse indicielle du système de l'équation (4.13) ($k=5$, $\tau = 2$, $\beta = 0.5$) pour $\tau_t = 0.15$ et différentes valeurs de l'ordre non entier μ .

Les paramètres du modèle de référence sont : $\tau_c = 1.5$ et $\alpha = 0.3$, un échelon de perturbation d'amplitude 0.4 est ajouté à la sortie du système à l'instant $t = 20$ à travers

la fonction de transfert : $\frac{1}{1+s}$. Dans la figure (4.2(b)) un bruit avec une moyenne nulle, une variance unitaire, un gain de 0.2 et une fréquence de 100 Hz est ajouté à la sortie du système.

Les résultats de simulation de la figure (4.2) montrent que la réponse du système (4.13) par rapport aux perturbations est plus rapide pour $\mu = 1$. De plus, elle est moins sensible aux bruits de mesure lorsque $\mu = 1$. Par conséquent, la réponse du système est meilleure pour $\mu = 1$.

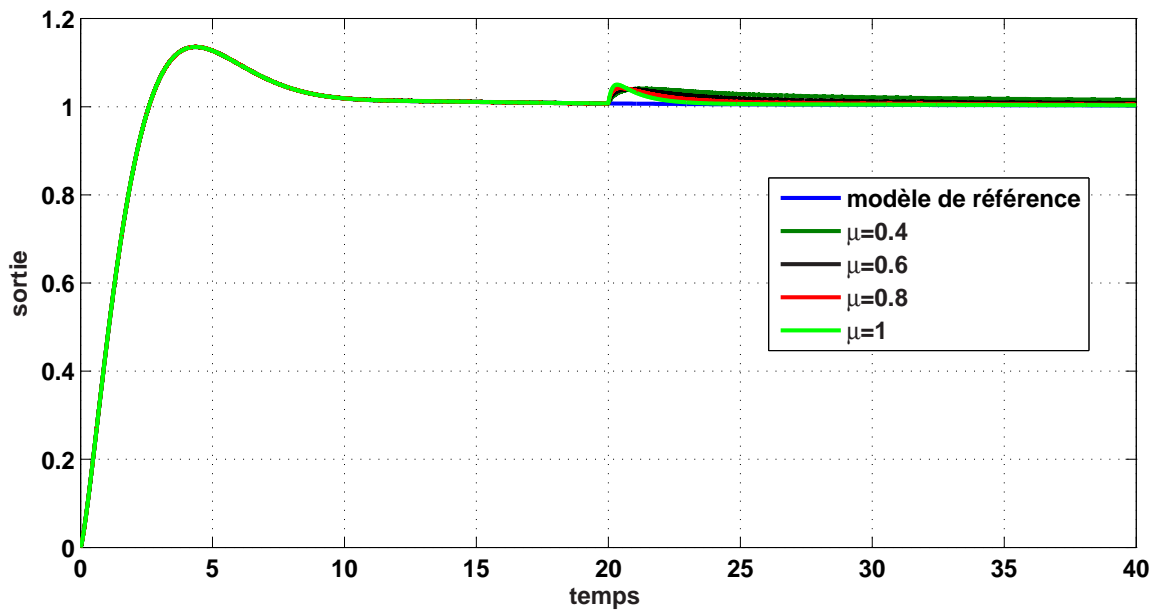
On considère maintenant $1 < \beta < 2$, la valeur de μ serait alors : $1 < \mu < 2$, la réponse indicielle du système (4.13) avec $\beta = 1.5$ est donnée par la figure (4.3) pour différentes valeurs de l'ordre non entier μ . Les valeurs des paramètres de $f(s)$, $t_{FO}(s)$, la perturbation et le bruit sont les mêmes que celles utilisées dans les simulations précédentes.

La figure (4.3(a)), représentant la réponse indicielle du système obtenue pour différentes valeurs du paramètre μ , montre que le rejet de perturbations est mieux garanti pour $\mu = 1$. Les résultats de la figure (4.3(b)) montrent également que la meilleure atténuation du bruit est vérifiée pour μ proche de 1.

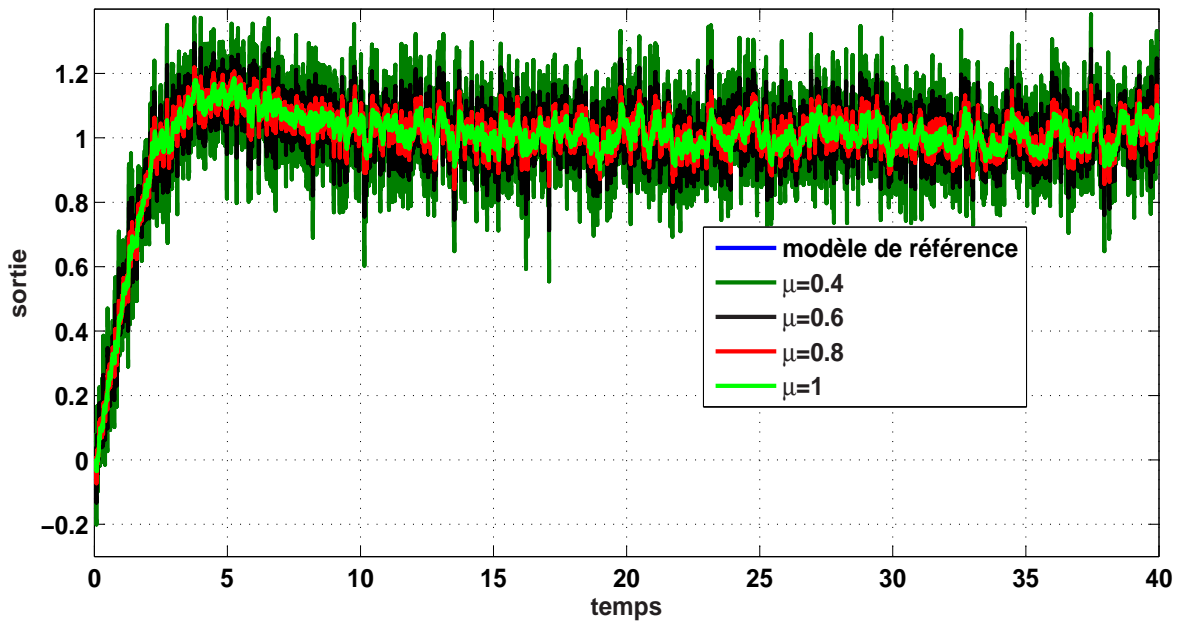
D'après les résultats de simulation obtenus dans les figures (4.1), (4.2) et (4.3), on conclut qu'il n'est pas approprié de choisir une fonction de sensibilité complémentaire d'ordre fractionnaire pour généraliser la méthode de synthèse proposée dans le troisième chapitre au cas des systèmes fractionnaires. La raison principale est que le paramètre μ n'influe pas sur la bande passante de $t_{FO}(s)$ (figure (4.1)). De plus, la meilleure réponse indicielle du système est obtenue lorsque la fonction de sensibilité complémentaire est d'ordre entier ($\mu = 1$), ceci du point de vue rejet des perturbations et atténuation du bruit.

Le tracé d'amplitude du diagramme de Bode des fonctions de sensibilité et de sensibilité complémentaire d'ordre entier $t(s)$ est donné par la figure (2.13) de la section (2.7.2) du deuxième chapitre, pour différentes valeurs du paramètre τ_t .

On rappelle que lorsque la valeur de la constante de temps τ_t augmente, la bande passante de $t(s)$ diminue. Ainsi, l'atténuation du bruit est améliorée. Cependant, le rejet de perturbation est affecté en basses fréquences. Pour cela, la valeur de τ_t est choisie de manière à considérer ce compromis entre le rejet de perturbations (ou bien la réduction de l'effet

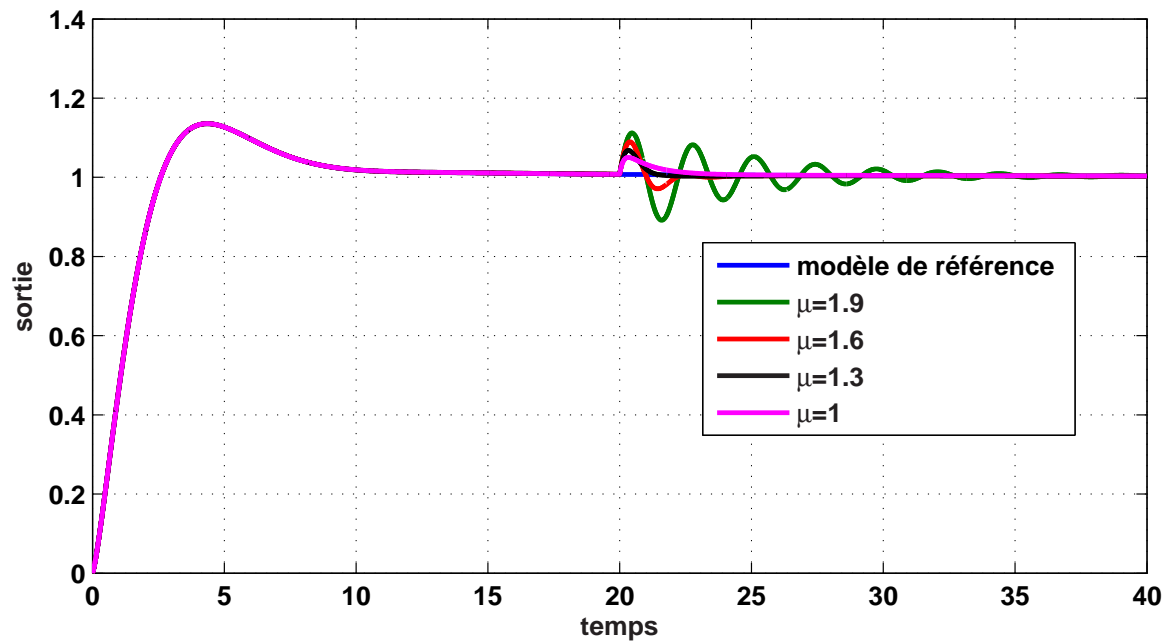


(a) Réponse indicielle du système de l'équation (4.13) avec perturbations

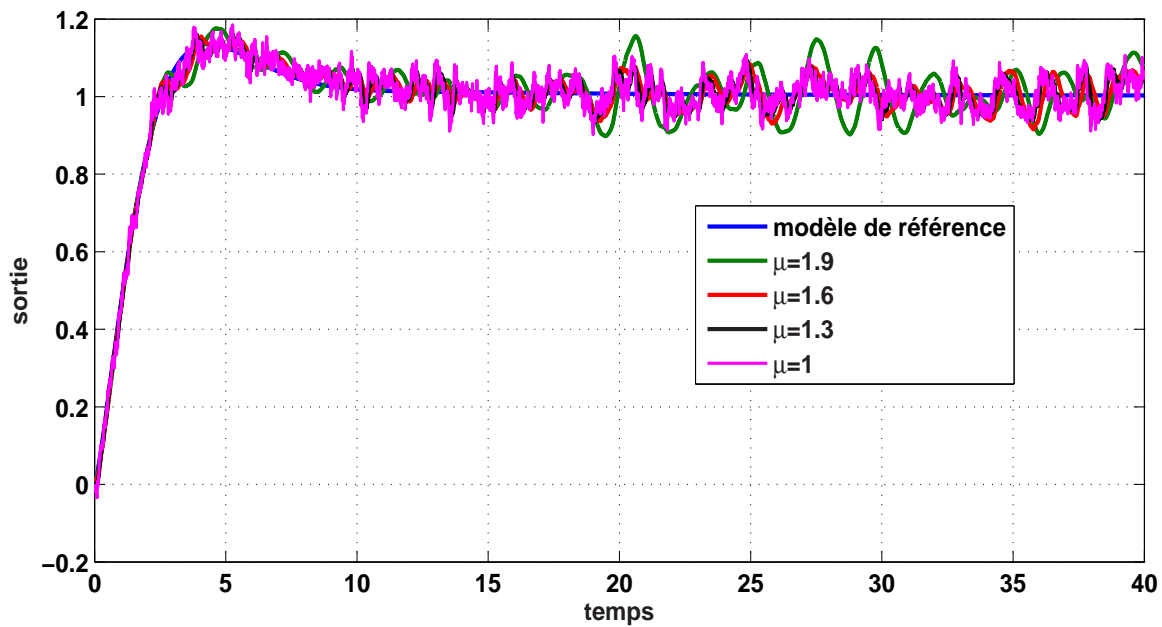


(b) Réponse indicielle du système de l'équation (4.13) avec bruit

FIG. 4.2: Réponse indicielle du système de l'équation (4.13) pour différentes valeurs du paramètre $\mu : 0 < \mu < 1$



(a) Réponse indicielle du système de l'équation (4.13) pour $\beta = 1.5$ avec perturbation



(b) Réponse indicielle du système de l'équation (4.13) pour $\beta = 1.5$ avec bruit

FIG. 4.3: Réponse indicielle du système (4.13) pour $\beta = 1.5$ pour différentes valeurs du paramètre μ : $1 < \mu < 2$

des interactions dans le cas des systèmes MIMO) et l'atténuation du bruit.

4.5 Exemples d'illustration

Deux exemples sont présentés afin d'illustrer la méthode de synthèse du schéma de commande multi-boucle proposé pour la commande des systèmes fractionnaires et les systèmes entiers d'ordre élevé. Les performances des contrôleurs obtenus sont comparées à celles des autres contrôleurs existants dans la littérature.

4.5.1 Exemple 1

On considère un système à deux entrées et deux sorties, son comportement dynamique est décrit par la matrice fonction de transfert d'ordre fractionnaire donnée par l'équation (4.20) [43, 94].

$$G(s) = \begin{bmatrix} \frac{1.2}{1+2s^{0.5}} & \frac{0.6}{1+3s^{0.7}} \\ \frac{0.5}{1+s^{0.8}} & \frac{1.5}{1+3s^{0.6}} \end{bmatrix} \quad (4.20)$$

Dans [43, 94], les auteurs ont proposé de généraliser les techniques de découplage idéal, simplifié et inversé existantes pour les systèmes entiers au cas des systèmes TITO d'ordre fractionnaire.

Une condition a été imposée, pour les ordres non entiers de la matrice fonction de transfert en boucle ouverte, afin de garantir la réalisabilité des découpleurs obtenus. Cette condition est définie comme suit :

$$\alpha_{ii} < \alpha_{ij} \quad ; \quad i = 1, 2 \quad (i \neq j) \quad (4.21)$$

Comme il a été présenté dans le paragraphe (1.4.2) du premier chapitre, la structure du découplage inversé présente une structure simple. De plus, il assure les performances du découpleur idéal de sorte que le système augmenté (système plus le découpleur) est complètement découplé (non interactif).

La figure (4.4) montre le tracé d'amplitude du diagramme de Bode des éléments de la matrice fonction de transfert (4.20).

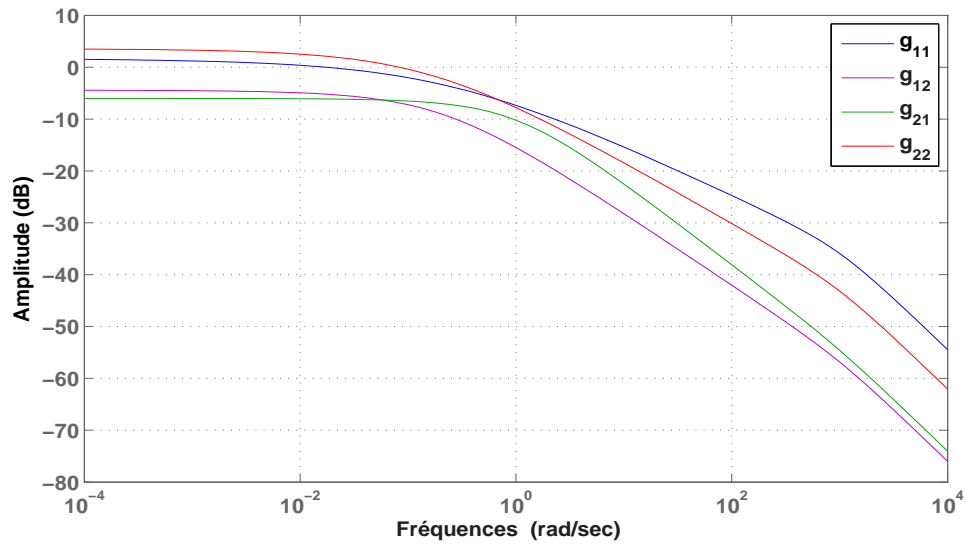


FIG. 4.4: Tracé d'amplitude du diagramme de Bode des éléments de la matrice fonction de transfert de l'équation (4.20)

D'après le tracé d'amplitude obtenu pour chaque élément de la matrice fonction de transfert du système (4.20), le système est à dominance diagonale, le schéma de commande multi-boucle à 2DDL est synthétisé pour ce système afin d'améliorer ses performances en boucle fermée et réduire l'effet des interactions.

Les performances du contrôleur multi-boucle à 2DDL, obtenu pour le système (4.20), sont comparées à celles du contrôleur multi-boucle IMC-PID-FOF synthétisé après avoir découplé le système en utilisant la technique du découplage inversé. Pour cela, on procède dans une première étape à synthétiser le contrôleur multi-boucle à 2DDL, en suivant les étapes décrites dans la section (4.3). La deuxième étape consiste à appliquer la technique du découplage inversé pour le système (4.20) afin d'éliminer les interactions. Ensuite, un contrôleur IMC-PID-FOF est déterminé pour chaque boucle suivant les équations de (3.4) à (3.6) et (3.8) de la section (3.2) du troisième chapitre.

1. Synthèse du contrôleur multi-boucle fractionnaire à 2DDL

Afin de synthétiser le contrôleur multi-boucle à 2DDL, le choix des couples entrée/sortie est d'abord effectué, ensuite les deux contrôleurs $C_1(s)$ et $C_2(s)$ sont

synthétisés respectivement pour réduire les interactions et assurer le suivi de trajectoire.

En utilisant l'équation (1.10), la matrice RGA obtenue pour le système (4.20) est :

$$RGA(G(0)) = \begin{bmatrix} 1.2 & -0.2 \\ -0.2 & 1.2 \end{bmatrix} \quad (4.22)$$

En utilisant l'équation (1.33), l'indice de Niederlinski est : $NI = 0.8333$.

Les gains relatifs qui correspondent aux éléments de la diagonale dans la matrice RGA (équation(4.22)) sont positifs et proches de 1 et comme NI est positif, la configuration de commande adéquate est : u_1 contrôle y_1 et u_2 contrôle y_2 .

Cela confirme le résultat du diagramme de Bode de la figure (4.4) que le système est à dominance diagonale.

Par conséquent, le modèle du système est :

$$G_m(s) = \begin{bmatrix} \frac{1.2}{1+2s^{0.5}} & 0 \\ 0 & \frac{1.5}{1+3s^{0.6}} \end{bmatrix} \quad (4.23)$$

Les valeurs des paramètres du modèle de référence $f_i(s)$ ($i=1,2$) et de la fonction de sensibilité complémentaire $t_i(s)$ ($i=1,2$), définie pour chaque boucle de commande, sont listées dans le tableau (4.1). Les valeurs de α_i et τ_{ci} ($i=1,2$) sont choisies de manière à avoir les spécifications temporelles désirées à savoir le temps de réponse à 5% et le dépassement de la réponse de chaque sortie.

La valeur du paramètre τ_{ti} est choisie petite par rapport à la constante de temps désirée τ_{ci} ($i=1,2$) afin de réduire l'effet des interactions entre les deux boucles de commande, tout en considérant le compromis entre la réduction de l'effet des interactions et l'atténuation du bruit de mesure.

TAB. 4.1: Paramètres du modèle de référence $f_i(s)$ et de la fonction de sensibilité complémentaire $t_i(s)$ ($i = 1, 2$) pour l'exemple 1

loop	$f_i(s)$		$t_i(s)$
	τ_{ci}	α_i	τ_{ti}
1	2.5	0.3	0.25
2	3.5	0.4	0.35

Le contrôleur du suivi de trajectoire obtenu pour le système (4.20) est :

$$C_2(s) = \begin{bmatrix} \frac{1}{1+2.5s^{1.3}}(1 + 0.25s) & 0 \\ 0 & \frac{1}{1+3.5s^{1.4}}(1 + 0.35s) \end{bmatrix} \quad (4.24)$$

Le contrôleur de la réduction de l'effet des interactions obtenu pour le système (4.20) est :

$$C_1(s) = \begin{bmatrix} \frac{1}{s^{0.5}}6.67(1 + \frac{1}{2s^{0.5}}) & 0 \\ 0 & \frac{1}{s^{0.4}}5.71(1 + \frac{1}{3s^{0.6}}) \end{bmatrix} \quad (4.25)$$

2. Synthèse du contrôleur décentralisé fractionnaire après découplage

Pour la configuration de commande (u_1, y_1) et (u_2, y_2) , on utilise la technique du découplage inversé pour éliminer l'effet des éléments non diagonaux dans le système (4.20).

Etape 1 : Synthèse du découpleur inversé pour le système (4.20)

La structure de découplage inversé est [43, 94] :

$$D(s) = \begin{bmatrix} 1 & D_{12} \\ D_{21} & 1 \end{bmatrix} \quad (4.26)$$

avec $D_{12} = -\frac{g_{12}(s)}{g_{11}(s)}$ et $D_{21} = -\frac{g_{21}(s)}{g_{22}(s)}$.

Pour le système (4.20), la structure du découpleur (4.26) devient alors :

$$D(s) = \begin{bmatrix} 1 & -\frac{2s^{0.5}+1}{2(1+3s^{0.7})} \\ -\frac{3s^{0.6}+1}{3(1+s^{0.8})} & 1 \end{bmatrix} \quad (4.27)$$

On obtient alors le système découplé, contenant seulement les éléments diagonaux

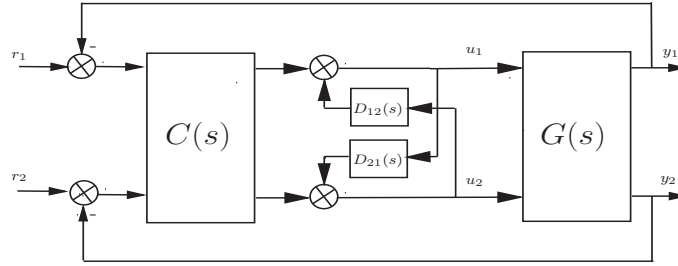


FIG. 4.5: Structure de commande avec découplage

de la matrice fonction de transfert en boucle ouverte :

$$G_d(s) = \begin{bmatrix} \frac{1.2}{1+2s^{0.5}} & 0 \\ 0 & \frac{1.5}{1+3s^{0.6}} \end{bmatrix} \quad (4.28)$$

Etape 2 : Synthèse des contrôleurs monovariables

On détermine deux correcteurs monovariables pour les deux boucles de commande séparément, les valeurs des paramètres des modèles de référence sont les mêmes que celles utilisées lors de la synthèse du contrôleur multi-boucle à 2DDL.

Le contrôleur ainsi obtenu est :

$$C(s) = \begin{bmatrix} \frac{1}{s^{0.8}} 0.67 \left(1 + \frac{1}{2s^{0.5}}\right) & 0 \\ 0 & \frac{1}{s^{0.8}} 0.57 \left(1 + \frac{1}{3s^{0.6}}\right) \end{bmatrix} \quad (4.29)$$

Le schéma de commande multi-boucle de la figure (3.4)), présentée dans la section (3.3) du troisième chapitre, est utilisé pour implémenter les contrôleurs des équations (4.24) et (4.25). Cependant, la structure de commande présentée dans la figure (4.5) est utilisée pour implémenter le découpleur (4.27) et le correcteur décentralisé (4.29).

Les termes intégral et dérivé d'ordre fractionnaire sont implémentés dans le software MATLAB en utilisant l'approximation d'Oustaloup dans la bande de fréquences $[10^{-4}, 10^{+3}]$ rad/s en utilisant 15 cellules.

Un échelon unitaire est introduit aux instants $t=0$ et $t=30$ pour les références des boucles respectivement (u_1, y_1) et (u_2, y_2) .

La figure (4.6) montre la réponse indicielle du système (4.20), commandé par le contrôleur multi-boucle fractionnaire proposé et le contrôleur fractionnaire introduit après découplage séparément.

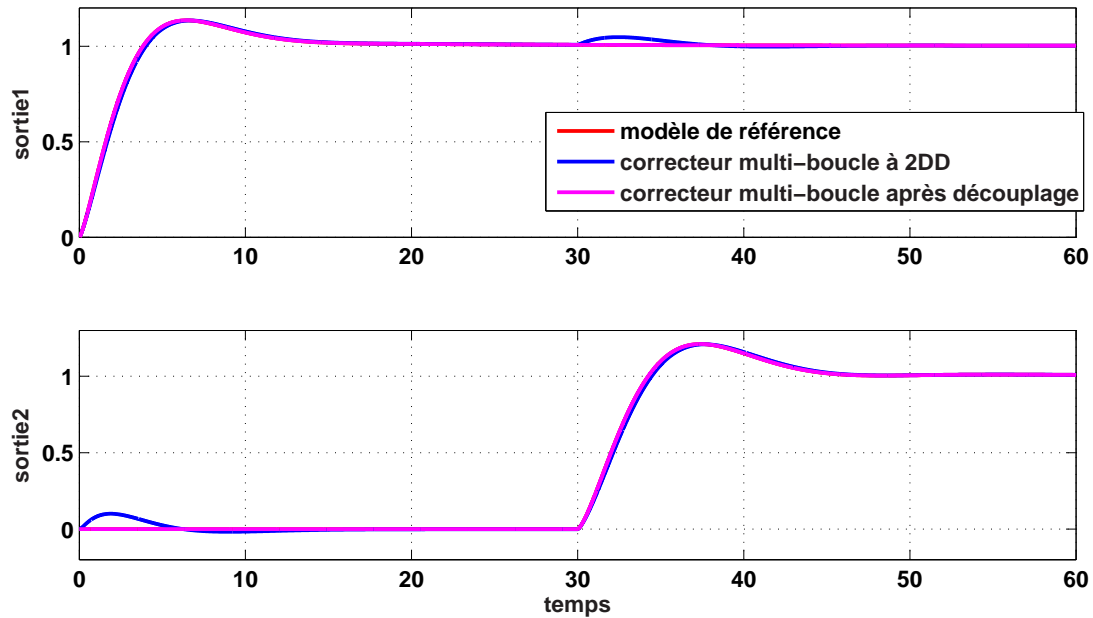


FIG. 4.6: Réponse indicielle du système (4.20) pour des variations séquentielles des références

Les résultats de simulation de la figure (4.6) montrent que l'allure des sorties y_1 et y_2 est très proche du modèle de référence spécifié pour chacune d'elle. Cependant, un effet léger des interactions se voit sur la réponse du système (4.20) en utilisant le contrôleur multi-boucle à 2DDL. Ceci, est confirmé par les valeurs du temps de réponse (t_s à (5%)) et du dépassement M_p , obtenues en utilisant les deux contrôleurs séparément, ces valeurs sont présentées dans le tableau (4.2).

D'après les données du tableau (4.2), les valeurs du temps de réponse et du dépassement obtenues sont très proches de celles spécifiées par le modèle de référence de chaque boucle. A titre d'exemple, la valeur du $t_s(5\%)$ imposée pour la sortie y_1 est 11.03 et celles obtenues en utilisant le contrôleur multi-boucle à 2DDL et le contrôleur décentralisé après découplage sont respectivement 11.36 et 11.03. De même pour le dépassement, la valeur imposée pour la deuxième sortie y_2 est 20.69 % et celles obtenues en utilisant le contrôleur multi-boucle à 2DDL et le contrôleur décentralisé après découplage sont respectivement 20.60 % et 20.74 %.

L'évolution du signal de commande, fourni par le contrôleur multi-boucle à 2DDL et le

TAB. 4.2: Caractéristiques temporelles du modèle de référence et de la réponse indicielle du système (4.20)

	$t_s(5\%)$		$M_p(\%)$	
	y_1	y_2	y_1	y_2
$f_i(s)$ ($i = 1, 2$)	11.03	13.05	13.22	20.69
contrôleur multi-boucle à 2DDL	11.36	13.37	13.18	20.60
contrôleur après découplage	11.03	13.05	13.26	20.74

contrôleur fractionnaire avec découplage, est montrée sur la figure (4.7).

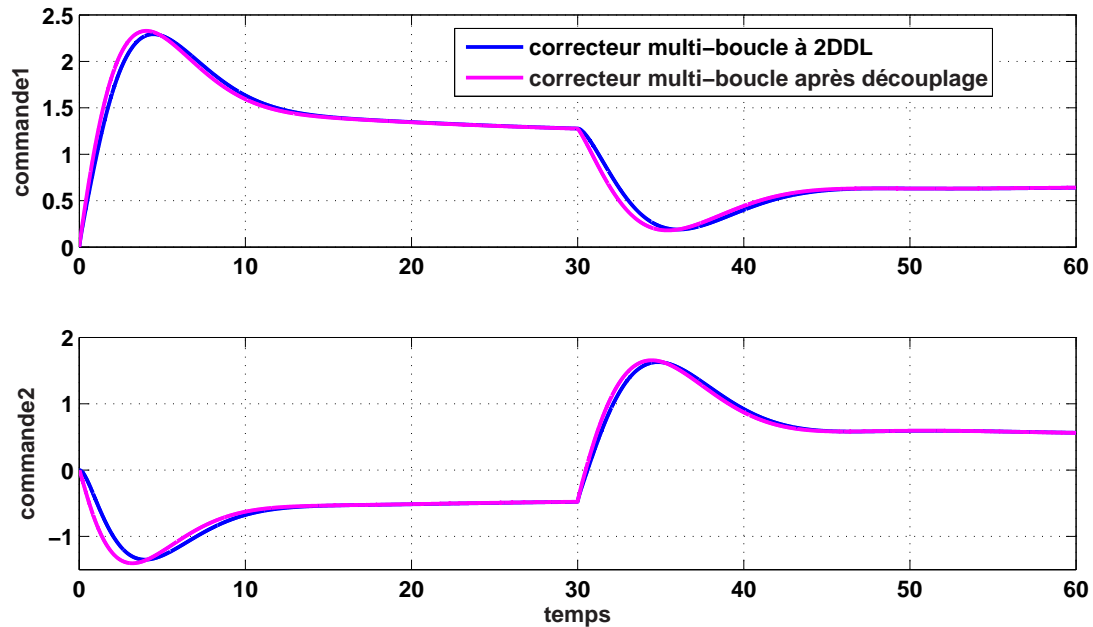


FIG. 4.7: Évolution des signaux de commande du système (4.20)

La figure (4.7) montre que l'effort fourni par le contrôleur multi-boucle à 2DDL est légèrement moins important par rapport à celui fourni par le correcteur fractionnaire après découplage.

On note que l'effet des interactions peut être réduit davantage en utilisant le contrôleur multi-boucle. Ceci, en diminuant la valeur du paramètre τ_{ti} ($i=1,2$) comme le montre la figure (4.8).

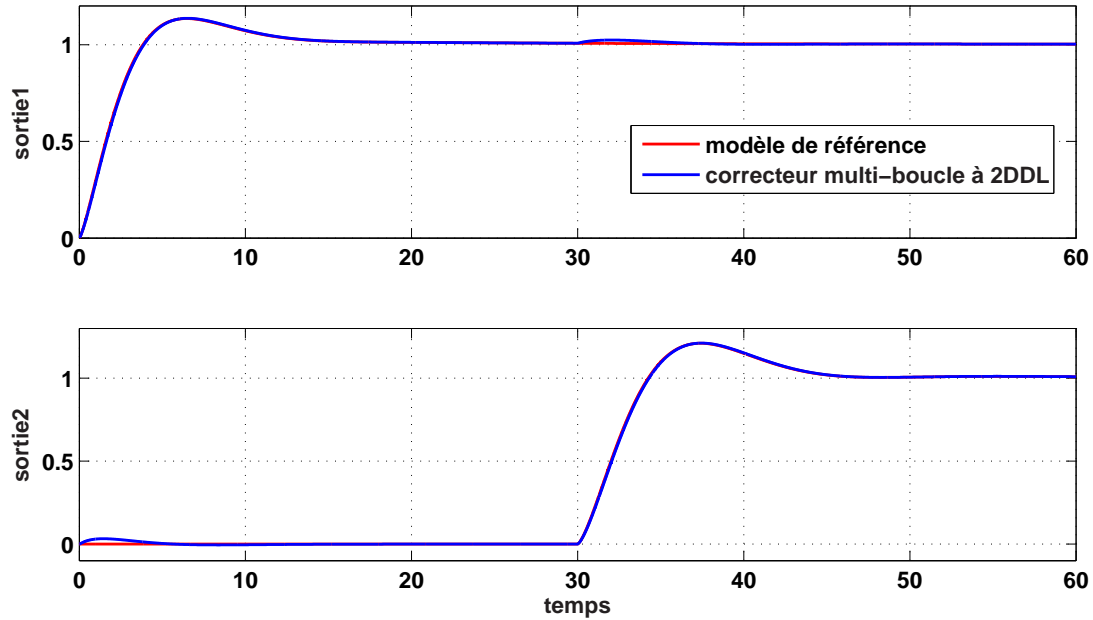


FIG. 4.8: Réponse indicielle du système (4.20) pour $\tau_{t1} = \tau_{t2} = 0.1$

Les résultats de simulation de la figure (4.8) montrent que la réponse indicielle du système (4.20) obtenue en utilisant le contrôleur multi-boucle à 2DDL, déterminé pour les mêmes valeurs de α_i et τ_{ci} ($i=1,2$) que celles listées dans le tableau (4.1) et pour $\tau_{t1} = \tau_{t2} = 0.1$. Ces résultats montrent que l'effet des interactions est réduit davantage. Toutefois, on perd du point de vue atténuation de bruit de mesure comme cela a été expliqué dans la section (4.4).

$$G_d(s) = \left[\frac{1}{1+s}, \frac{1}{1+2s} \right] \quad (4.30)$$

Les résultats de simulation de la figure (4.9) montrent la réponse indicielle perturbée du système (4.20) lorsque le vecteur de perturbations de l'équation (4.30) est ajouté à ses deux sorties y_1 et y_2 aux instants respectivement $t=20$ et $t=50$ avec un échelon d'amplitude 0.5.

D'après les résultats de la figure (4.9), le contrôleur multi-boucle à 2DDL réduit l'effet des perturbations sur la réponse du système (4.20) rapidement par rapport au contrôleur décentralisé avec découplage. Ceci, est dû au fait que, dans la méthode de synthèse multi-boucle proposée, les deux problèmes de rejet des perturbations et de suivi de trajectoire sont résolus indépendamment l'un de l'autre; ce qui permet d'améliorer le rejet des per-

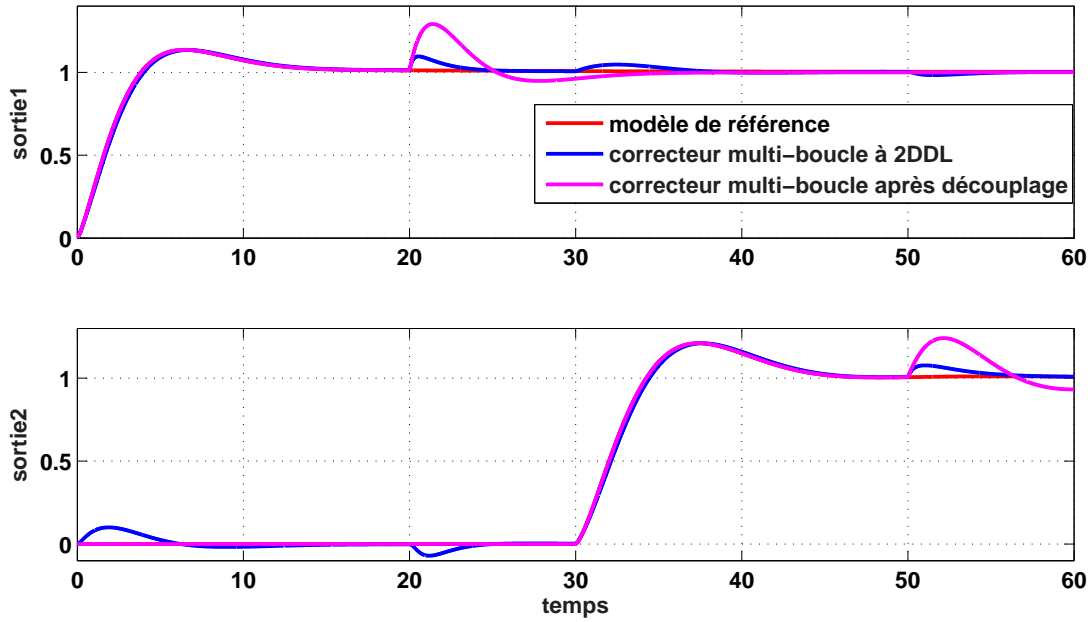


FIG. 4.9: Réponse indicielle perturbée du système (4.20)

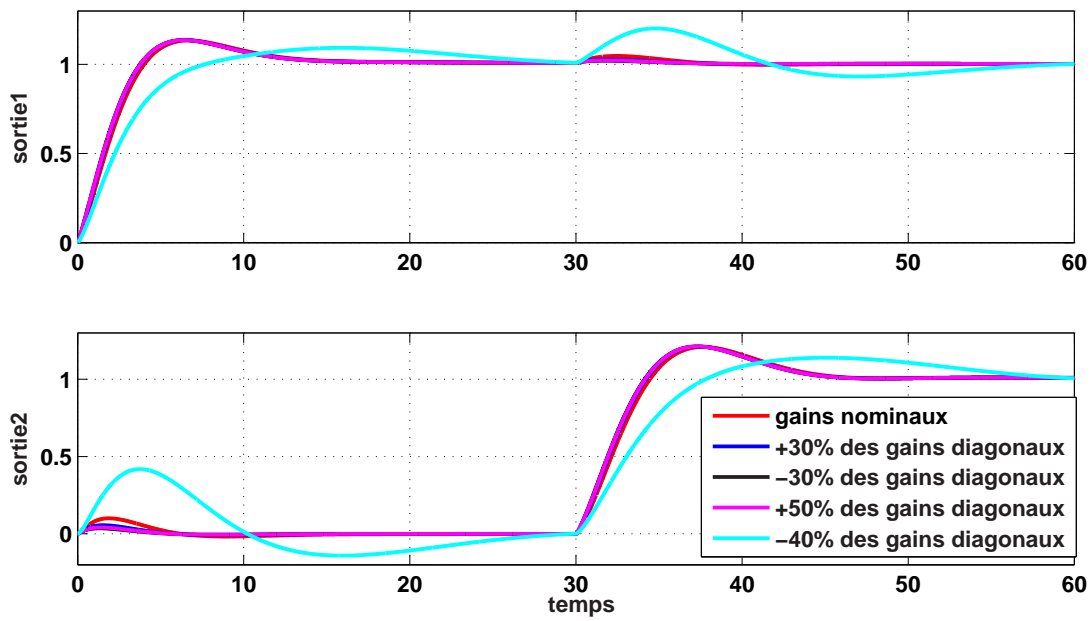
turbations.

Pour évaluer la robustesse du schéma de commande multi-boucle par rapport aux variations des paramètres du système (4.20), des variations sur les gains diagonaux et non diagonaux ont été effectuées, les résultats de simulation obtenus sont montrés sur les figures respectivement (4.10) et (4.11).

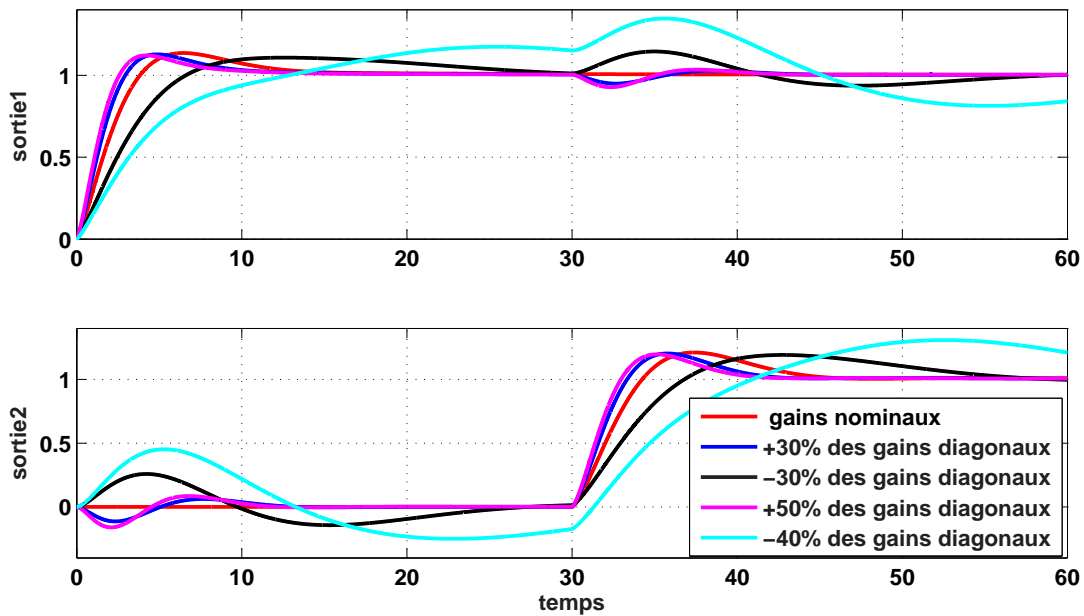
Les résultats de simulation de la figure (4.10) montrent que la réponse indicielle du système (4.20), obtenue avec des variations sur les gains diagonaux de la matrice fonction de transfert, est très proche de la réponse nominale (sans variations), ceci lorsque le contrôleur multi-boucle à 2DDL est utilisé. Toutefois, l'écart entre les deux réponses est visible pour une variation de -40 %.

Pour les mêmes variations des gains, cet écart devient important lorsque le contrôleur décentralisé avec découplage est utilisé, en particulier pour une variation de -40 %.

De la même manière, les résultats de simulation de la figure (4.11) montrent que la réponse indicielle du système (4.20), obtenue avec des variations sur les gains non diagonaux de la matrice fonction de transfert, est très proche de la réponse nominale, ceci lorsque le contrôleur multi-boucle à 2DDL est utilisé. Ce qui n'est pas le cas lorsque le contrôleur

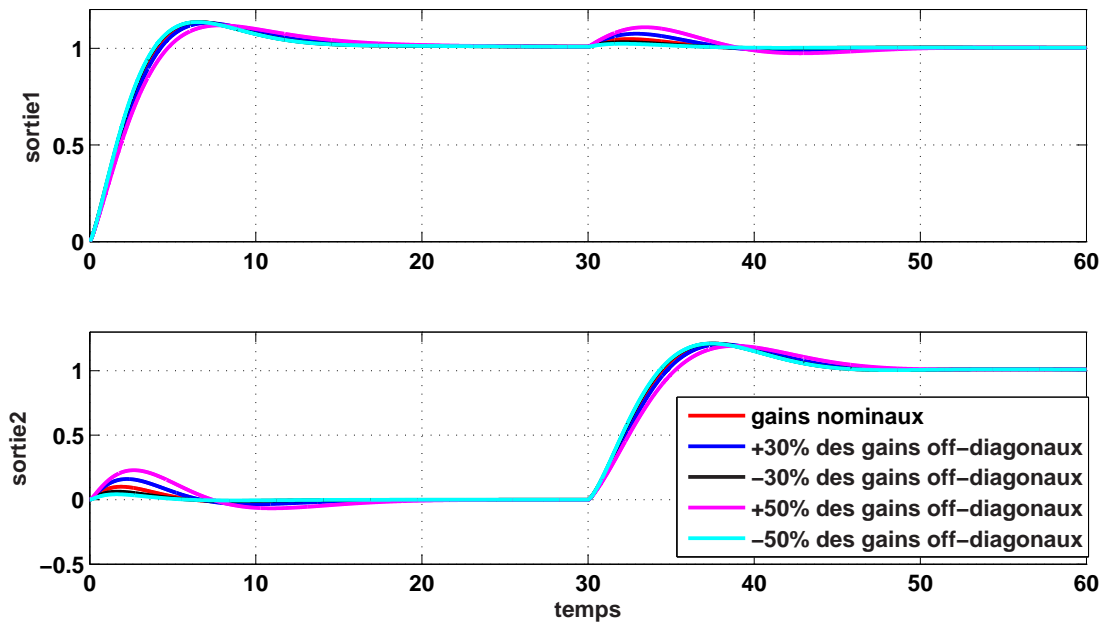


(a) Contrôleur multi-boucle à 2DDL

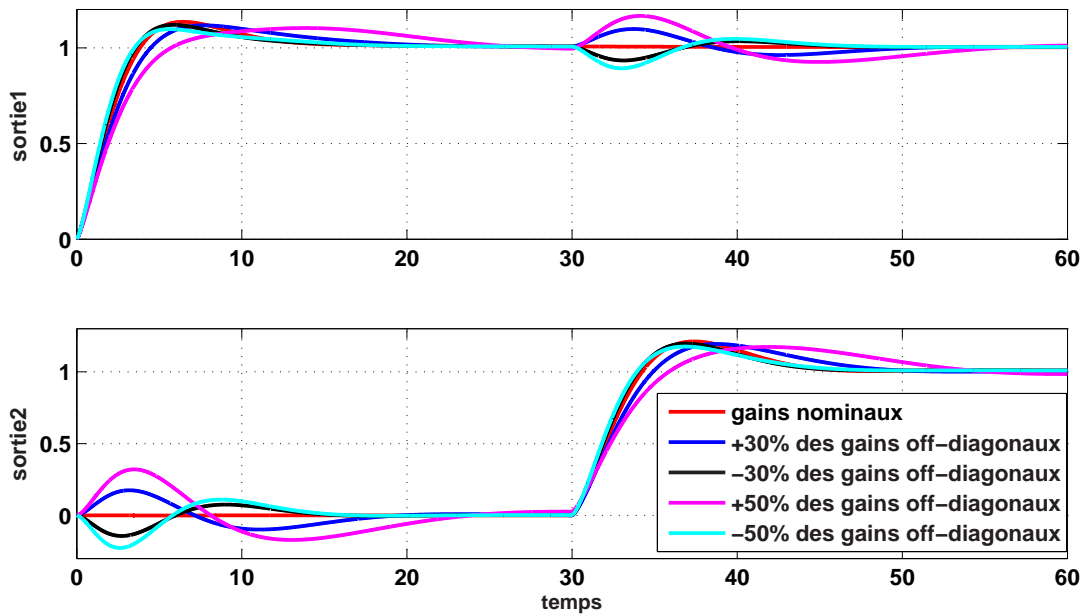


(b) Contrôleur multi-boucle après découplage

FIG. 4.10: Réponse indicielle du système (4.20) avec des variations sur les gains diagonaux



(a) : Contrôleur multi-boucle à 2DDL



(b) : Contrôleur multi-boucle après découplage

FIG. 4.11: Réponse indicielle du système (4.20) avec des variations sur les gains non diagonaux

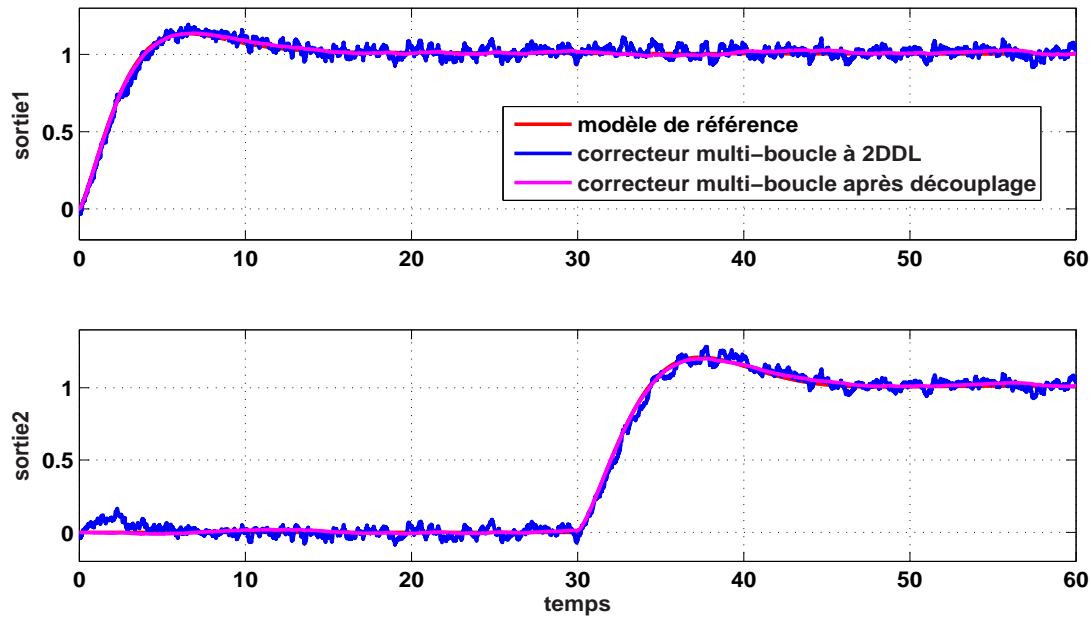


FIG. 4.12: Réponse indicielle du système (4.20) avec un bruit de mesure

décentralisé avec découplage est utilisé où on voit que l'écart entre les deux réponses est visible.

D'après les résultats de simulation des figures (4.10) et (4.11), le contrôleur multi-boucle à 2DDL synthétisé pour le système (4.20) est robuste vis-à-vis des variations des gains de la matrice fonction de transfert.

Un bruit de mesure ayant les mêmes caractéristiques que celui utilisé dans la section (4.4), est ajouté aux sorties y_1 et y_2 du système, les résultats obtenus sont présentés sur la figure (4.12).

La figure (4.12) montre que le bruit de mesure est bien filtré en utilisant le contrôleur décentralisé avec découplage si l'on compare à la réponse obtenue en utilisant le contrôleur multi-boucle à 2DDL.

En introduisant le contrôleur multi-boucle à 2DDL, l'atténuation de bruit de mesure peut être améliorée en augmentant la valeur du paramètre τ_{ti} ($i=1,2$). Toutefois, ça sera au détriment de la réduction de l'effet des interactions entre les deux boucles de commande.

Les simulations effectuées sur le système (4.20), montrent que de bonnes performances peuvent être obtenues en utilisant le contrôleur multi-boucle fractionnaire à 2DDL dans

le cas où le système est à dominance diagonale.

L'étude comparative effectuée avec la structure de découplage inversé montre que le schéma de commande proposé permet d'atteindre la réduction de l'effet des interactions et les spécifications temporelles désirées sans utiliser aucune technique de découplage et sans poser aucune condition sur les ordres non entier des éléments de la matrice fonction de transfert en boucle ouverte.

Afin de comparer les performances du schéma de commande multi-boucle à 2DDL avec celles du découplage inversé dans le cas où le système à commander présente un niveau du couplage fort, nous proposons de rendre le système (4.20) plus interactif. Ceci en effectuant des modifications sur les gains des éléments non diagonaux de la matrice fonction de transfert en boucle ouverte, le système (4.20) devient alors :

$$G(s) = \begin{bmatrix} \frac{1.2}{1+2s^{0.5}} & \frac{1.3}{1+3s^{0.7}} \\ \frac{0.7}{1+s^{0.8}} & \frac{1.5}{1+3s^{0.6}} \end{bmatrix} \quad (4.31)$$

La matrice RGA correspondante au système (4.31) est :

$$RGA(G(0)) = \begin{bmatrix} 2.0225 & -1.0225 \\ -1.0225 & 2.0225 \end{bmatrix} \quad (4.32)$$

L'indice de Niederlinski devient : $NI = 0.49$.

D'après les éléments de la RGA, le système (4.31) est fortement interactif.

Pour les mêmes valeurs des paramètres τ_{ci} , α_i et τ_{ti} ($i=1,2$) que celles listées dans le tableau (4.1), l'effet des interactions est complètement éliminé en utilisant la structure de découplage inversé. Cependant, leur effet est visible sur la réponse indicielle du système lorsque la structure de commande multi-boucle est utilisée.

Les valeurs des spécifications temporelles obtenues s'écartent des valeurs désirées. A titre d'exemple, les valeurs du temps de réponse à 5 % des sorties y_1 et y_2 sont respectivement 22.77 et 23.79 et les valeurs du dépassement sont respectivement 14.11 % et 21.42 %.

Pour améliorer les performances de la réponse indicielle, on réduit davantage les valeurs des paramètres τ_{t1} et τ_{t2} , les valeurs proposées sont $\tau_{t1} = \tau_{t2} = 0.1$. Dans ce cas, les valeurs du temps de réponse obtenues sont 16.7 et 17.11 et les valeurs du dépassement deviennent 14.5 % et 20.70 % pour les sorties respectivement y_1 et y_2 . Ainsi, on s'approche des valeurs

désirées tant que les valeurs de τ_{t1} et τ_{t2} sont petites.

Pour $\tau_{t1} = \tau_{t2} = 0.1$, les tests de robustesse effectués révèlent que la structure de commande multi-boucle rejette mieux les perturbations externe (vecteur de perturbations (4.30) d'amplitude 0.5) par rapport au schéma de commande avec découplage où la réponse par rapport aux perturbations est très lente. Néanmoins, la structure décentralisée assure mieux le filtrage de bruit.

Pour les mêmes variations des gains diagonaux et non diagonaux que celles effectuées pour obtenir les figures (4.10) et (4.11), le schéma de commande multi-boucle à 2DDL est plus robuste par rapport à la structure de découplage, ceci pour des variations des gains de la matrice fonction de transfert (4.31).

4.5.2 Exemple 2

Afin d'évaluer les performances du schéma de commande multi-boucle fractionnaire à 2DDL pour les systèmes entiers d'ordre élevé, on considère la colonne de distillation de Tyreus et Stabilizer dont la matrice fonction de transfert en boucle ouverte est [109, 181] :

$$G(s) = \begin{bmatrix} \frac{-0.1153(1+10s)e^{-0.1s}}{(1+4s)^3} & \frac{0.2429e^{-2s}}{(1+33s)^2} \\ \frac{-0.0887e^{-12.6s}}{(1+43s)(1+22s)} & \frac{0.2429e^{-0.17s}}{(1+44s)(1+20s)} \end{bmatrix} \quad (4.33)$$

En utilisant l'équation (1.10), la matrice RGA obtenue pour le système (4.33) est :

$$RGA(G(0)) = \begin{bmatrix} 4.33 & -3.33 \\ -3.33 & 4.33 \end{bmatrix} \quad (4.34)$$

D'après les valeurs des gains relatifs obtenus dans la matrice RGA, le système (4.33) est très fortement couplé. Ceci est confirmé par le tracé d'amplitude du diagramme de Bode des éléments de la matrice fonction de transfert en boucle ouverte, montré sur la figure (4.13).

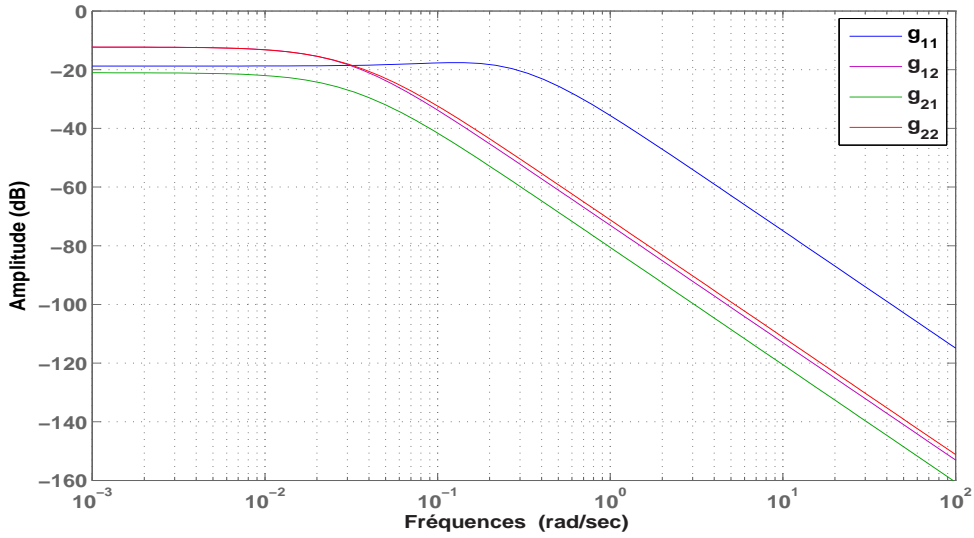


FIG. 4.13: Tracé d'amplitude du diagramme de Bode des éléments de la matrice fonction de transfert en boucle ouverte du système (4.33)

La figure (4.13) montre que le système (4.33) n'est pas à dominance diagonale en basses fréquences. Cependant, le système devient à dominance diagonale à partir de la fréquence 0.03 rad/sec.

En utilisant l'équation (1.33), l'indice de Niederlinski est $NI=0.2307$.

Comme les gains relatifs correspondants à la configuration diagonale sont positifs et l'indice de Niederlinski est également positif, les couples entrée/sortie qui assurent la stabilité du système en boucle fermée sont : u_1 contrôle y_1 et u_2 contrôle y_2 .

Le modèle du système sans interactions est :

$$G_m(s) = \begin{bmatrix} \frac{-0.1153(1+10s)e^{-0.1s}}{(1+4s)^3} & 0 \\ 0 & \frac{0.2429e^{-0.17s}}{(1+44s)(1+20s)} \end{bmatrix} \quad (4.35)$$

La fonction de transfert $g_{11}(s)$ correspondante à la boucle de commande (u_1, y_1) étant d'ordre 3. Afin de simplifier la synthèse du contrôleur pour cette boucle, on propose d'approximer $g_{11}(s)$ par une fonction de transfert d'ordre fractionnaire comme suit [4, 115] :

$$g_{11}(s) \approx \tilde{g}_{11}(s) = \frac{-0.1153e^{-0.2s}}{(1 + 6.65s^{1.31})} \quad (4.36)$$

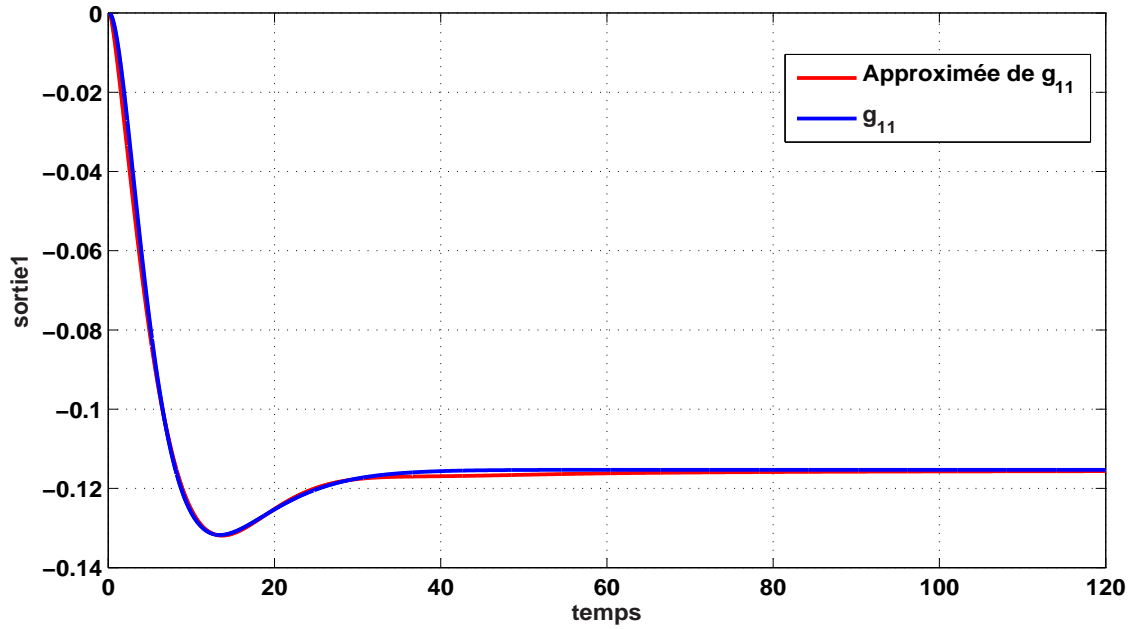


FIG. 4.14: Réponse indicielle en boucle ouverte de $g_{11}(s)$ et de $\tilde{g}_{11}(s)$

La figure (4.14) montre la réponse indicielle, en boucle ouverte, de la fonction de transfert $g_{11}(s)$ et de son approximation $\tilde{g}_{11}(s)$.

Cette figure (4.14) montre que les deux réponses indicielles de $g_{11}(s)$ et $\tilde{g}_{11}(s)$ sont très proches.

On synthétise alors le contrôleur multi-boucle fractionnaire à 2DDL en utilisant le modèle du système (sans interactions), obtenu en remplaçant l'élément $g_{11}(s)$ par son approximation $\tilde{g}_{11}(s)$. Pour cela, le contrôleur de la réduction de l'effet des interactions pour le système (4.33) sera hybride avec deux parties : la première correspond au contrôleur de la boucle (u_1, y_1) , qui sera d'ordre fractionnaire, la deuxième correspond à celui de la boucle (u_2, y_2) qui sera d'ordre entier. Le contrôleur du suivi de trajectoire sera d'ordre fractionnaire, vu que le modèle de référence imposé pour chaque boucle de commande est d'ordre fractionnaire.

Les performances du schéma de commande multi-boucle à 2DDL synthétisé pour le système (4.33) sont comparées à celles du contrôleur multi-boucle d'ordre entier, noté $C_{dRI}(s)$,

développé dans [181].

$$C_{dRI}(s) = \begin{bmatrix} -149(1 + \frac{1}{3.46s} + 2.3s) & 0 \\ 0 & 769.5(1 + \frac{1}{64s} + 13.75s) \end{bmatrix} \quad (4.37)$$

En suivant les étapes décrites dans la section (4.3), la synthèse de la structure de commande multi-boucle fractionnaire à 2DDL pour le système (4.33), donne lieu aux contrôleurs suivants :

Contrôleur du suivi de trajectoire :

$$C_2(s) = \begin{bmatrix} \frac{1}{1+3s^{1.44}}(1 + 0.3s) & 0 \\ 0 & \frac{1}{1+27s^{1.25}}(1 + 2.7s) \end{bmatrix} \quad (4.38)$$

Contrôleur de la réduction de l'effet des interactions :

$$C_1(s) = \text{diag} \left[\frac{-1}{1+\frac{1-e^{0.2s}}{0.3s}} s^{0.31} 192.25(1 + \frac{1}{6.65s^{1.33}}), \frac{1}{1+\frac{1-e^{0.17s}}{2.7s}} 97.58(1 + \frac{1}{6.65s} + 13.75s) \right] \quad (4.39)$$

Les paramètres du modèle de référence de l'équation (3.6) sont choisis de manière à avoir la même réponse indicielle en boucle fermée, que celle obtenue dans [181] en utilisant le correcteur entier $C_{dRI}(s)$ de l'équation (4.37).

Les valeurs des paramètres τ_{t1} et τ_{t2} sont choisies petites par rapport aux constantes de temps désirées respectivement τ_{c1} et τ_{c2} tout en tenant compte du compromis entre la réduction de l'effet des interactions et l'atténuation du bruit de mesure. Les valeurs de ces paramètres sont présentées dans le tableau (4.3).

TAB. 4.3: Paramètres du modèle de référence $f_i(s)$ et de la fonction de sensibilité complémentaire $t_i(s)$ ($i = 1, 2$) pour l'exemple 2

loop	$f_i(s)$		$t_i(s)$
	τ_{ci}	α_i	τ_{ti}
1	3	0.44	0.3
2	27	0.25	2.7

Dans ce cas aussi, Les termes intégral et dérivé d'ordre fractionnaire sont implémentés dans le software MATLAB en utilisant l'approximation d'Oustaloup dans la bande de

fréquences $[10^{-5}, 10^{+3}]$ rad/s en utilisant 10 cellules.

Un échelon unitaire est introduit aux références des boucles (u_1, y_1) et (u_2, y_2) respectivement aux instants $t=0$ et $t=100$.

La réponse indicielle du système (4.18), obtenue en utilisant le contrôleur multi-boucle à 2DDL et le contrôleur multi-boucle entier $C_{dRI}(s)$ séparément, est présentée sur la figure (4.15).

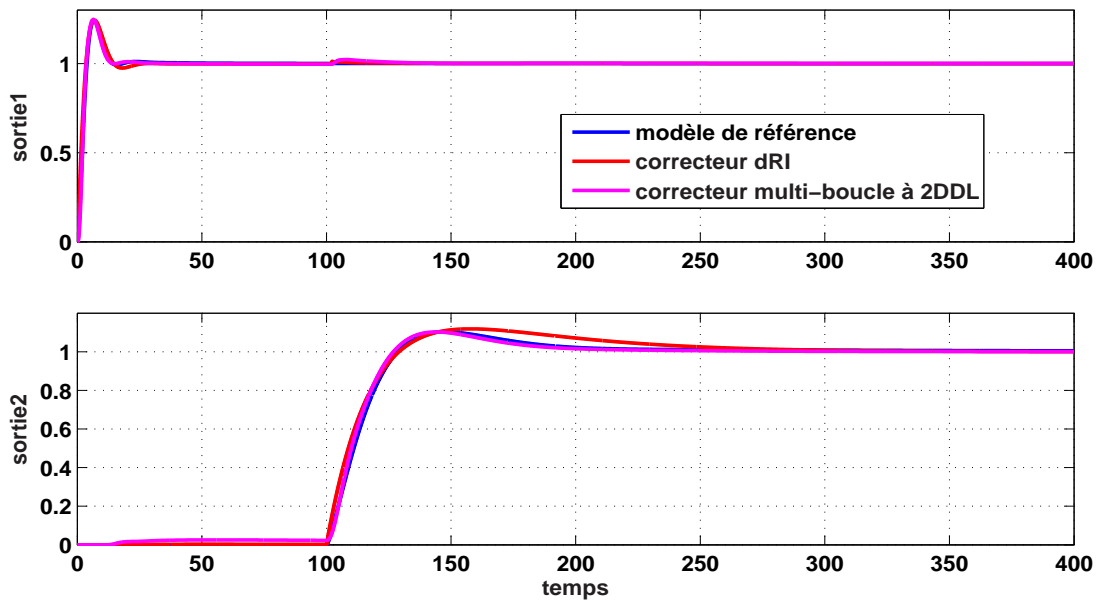


FIG. 4.15: Réponse indicielle du système (4.18) pour des variations séquentielles des références

Les résultats de simulation de la figure (4.15) montrent que le modèle de référence imposé pour chaque boucle, est obtenu en utilisant les deux contrôleurs multi-boucle séparément. L'effet des interactions est réduit en utilisant le contrôleur multi-boucle proposé. Ceci, est dû à la fonction de sensibilité complémentaire définie pour chaque boucle. Un échelon de perturbations d'amplitude 0.5 est ajouté aux sorties y_1 et y_2 aux instants respectivement $t=50$ et $t=300$ à travers les fonctions de transfert données par le vecteur des perturbations de l'équation (4.40)

$$G_d(s) = \left[\frac{1}{1+2s}, \frac{1}{1+5s} \right] \quad (4.40)$$

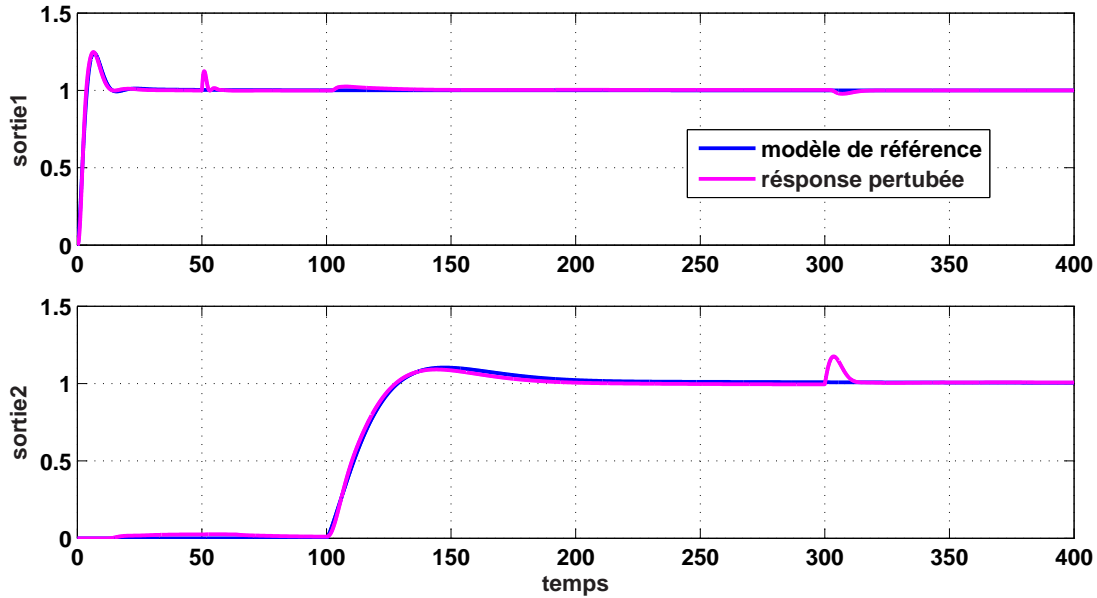


FIG. 4.16: Réponse indicielle perturbée du système (4.33), obtenue avec le correcteur multi-boucle fractionnaire à 2DDL

La réponse indicielle avec perturbations du système (équation (4.33)), obtenue en utilisant le contrôleur multi-boucle à 2DDL et le contrôleur multi-boucle entier $C_{dRI}(s)$, est montrée sur les figures respectivement (4.16) et (4.17).

Les figures (4.16) et (4.17) montrent que les deux schémas de commande multi-boucle assurent le rejet des perturbations avec la supériorité du contrôleur dRI.

Pour tester la robustesse du système par rapport au bruit de mesure, le même bruit de mesure que celui utilisé dans l'exemple 1 est ajouté aux sorties y_1 et y_2 du système (4.33).

Les résultats de simulation des figures (4.18) et (4.19), montrent que l'atténuation de bruit de mesure se fait approximativement de la même manière en utilisant les deux schémas de commande multi-boucle.

Pour évaluer la robustesse des deux contrôleurs multi-boucle vis-à-vis des variations paramétriques, des variations sont effectuées sur tous les gains, ensuite sur tous les éléments retard de la matrice fonction de transfert en boucle ouverte (4.33), les résultats obtenus sont montrés sur les figures (4.20) à (4.23).

Les résultats de simulation des figures (4.20) à (4.23) montrent que la réponse indicielle

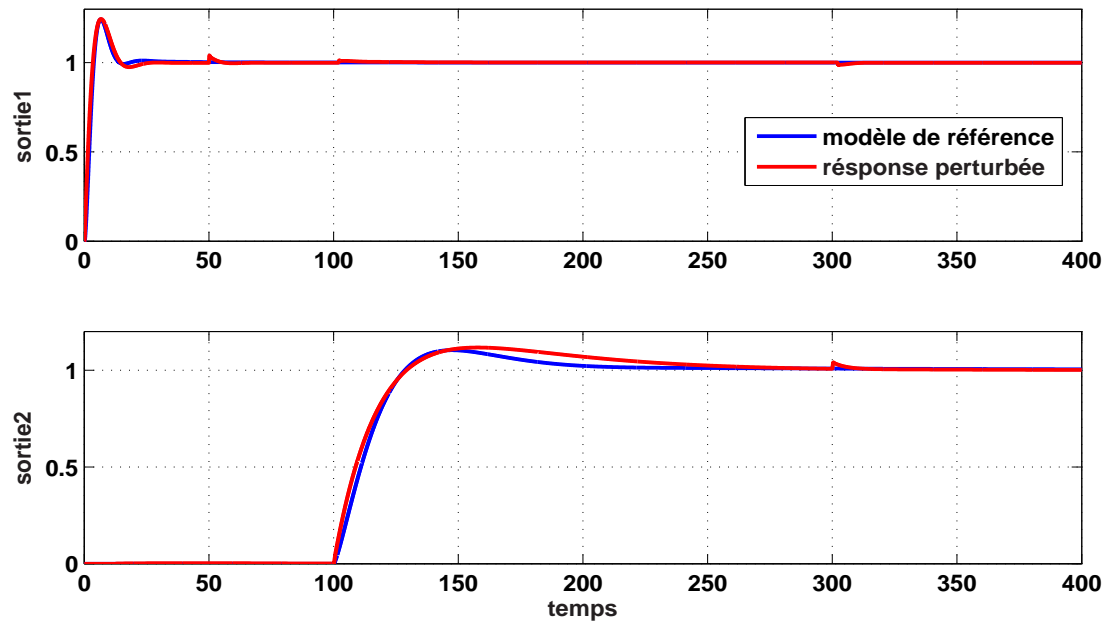


FIG. 4.17: Réponse indicielle perturbée du système (4.33), obtenue avec le correcteur dRI (entier)

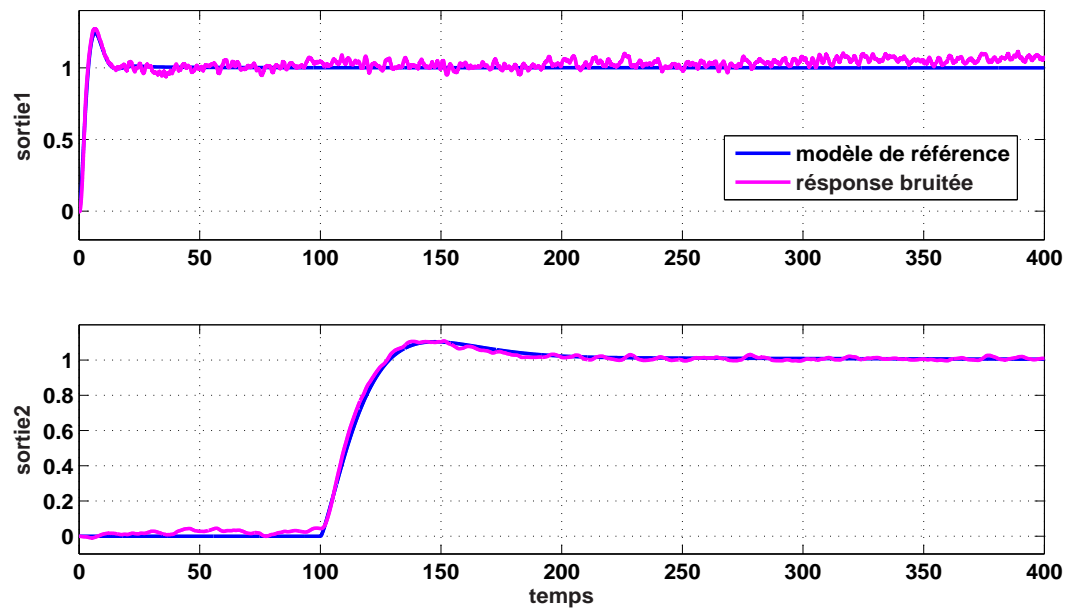


FIG. 4.18: Réponse indicielle du système (4.33) avec bruit de mesure, Contrôleur multi-boucle à 2DDL

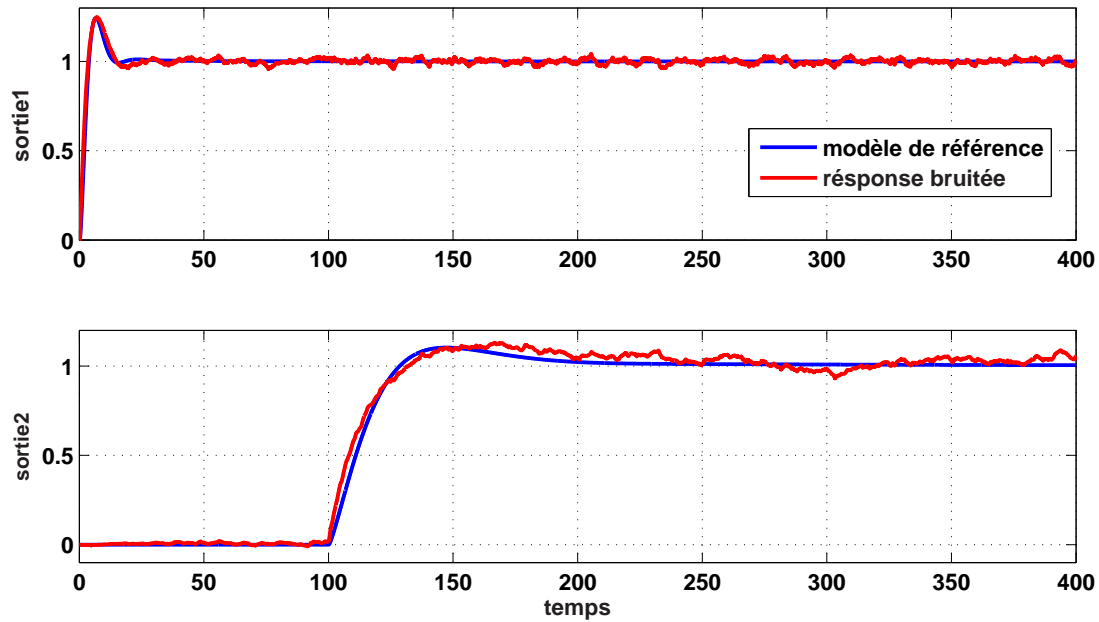


FIG. 4.19: Réponse indicielle du système (4.33) avec bruit de mesure, Contrôleur dRI

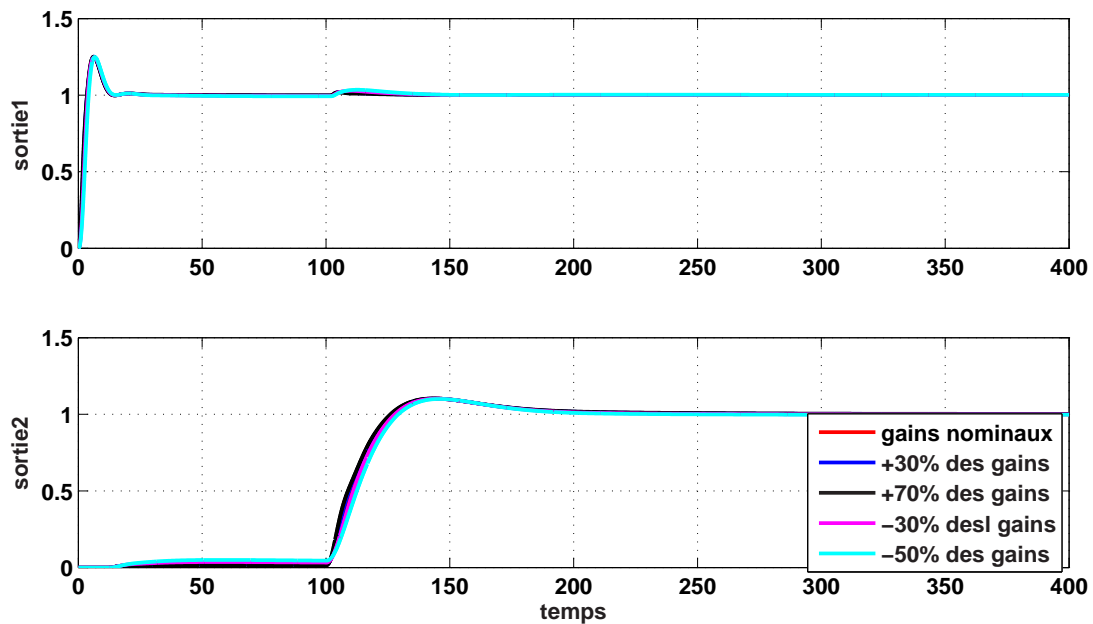


FIG. 4.20: Réponse indicielle du système (4.33) avec des variations sur tous les gains de la matrice fonction de transfert en boucle ouverte, Contrôleur multi-boucle à 2DDL

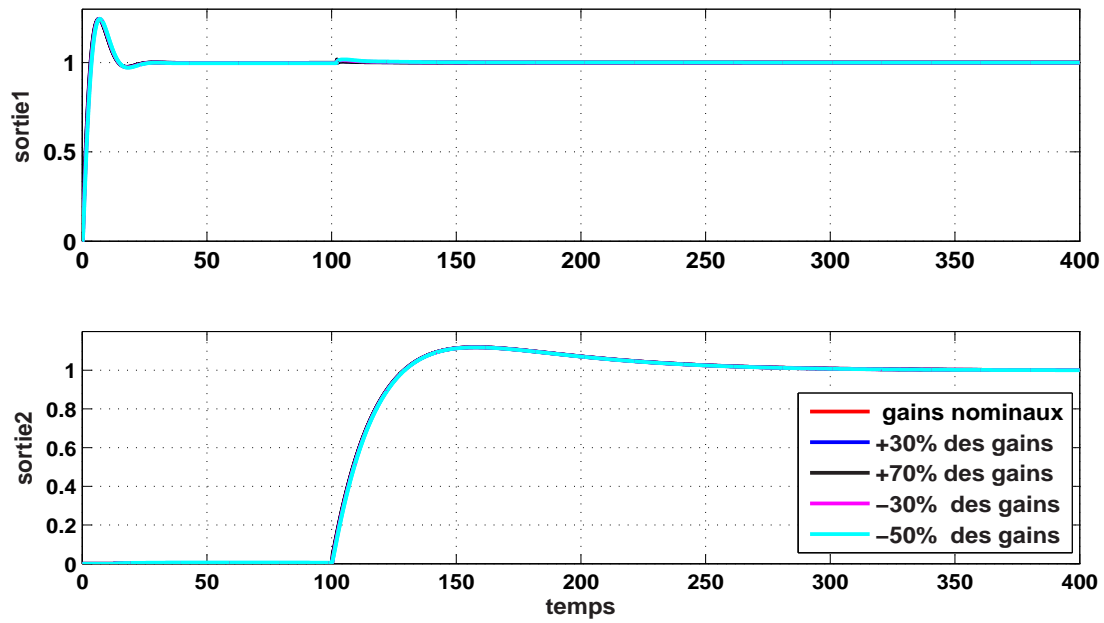


FIG. 4.21: Réponse indicielle du système (4.33) avec des variations sur tous les gains de la matrice fonction de transfert en boucle ouverte, Contrôleur dRI

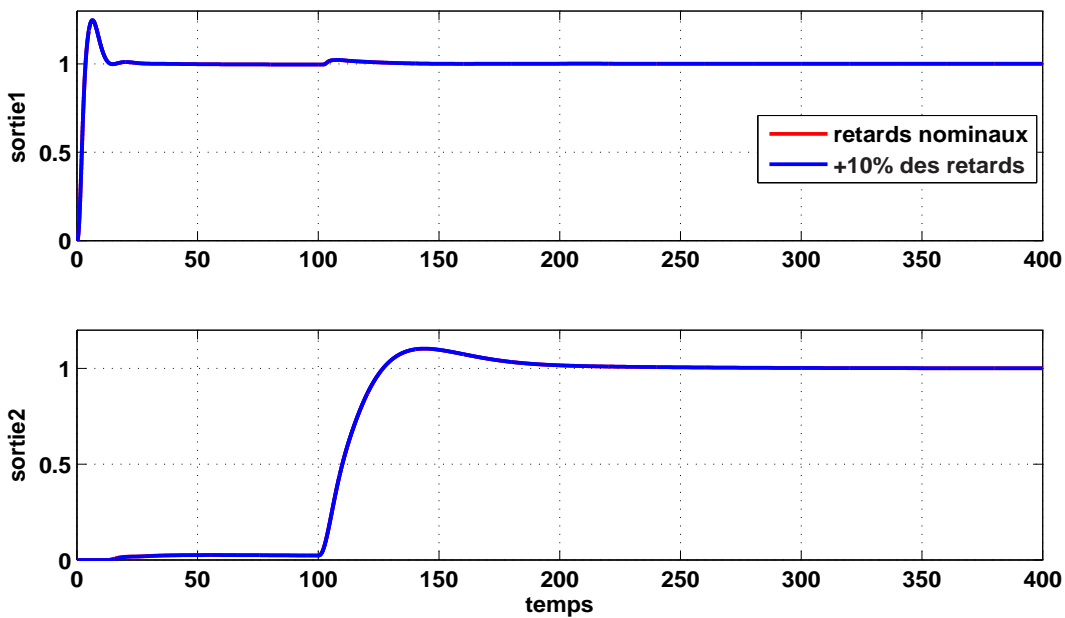


FIG. 4.22: Réponse indicielle du système (4.33) avec des variations sur tous les éléments retard de la matrice fonction de transfert en boucle ouverte, Contrôleur multi-boucle à 2DDL

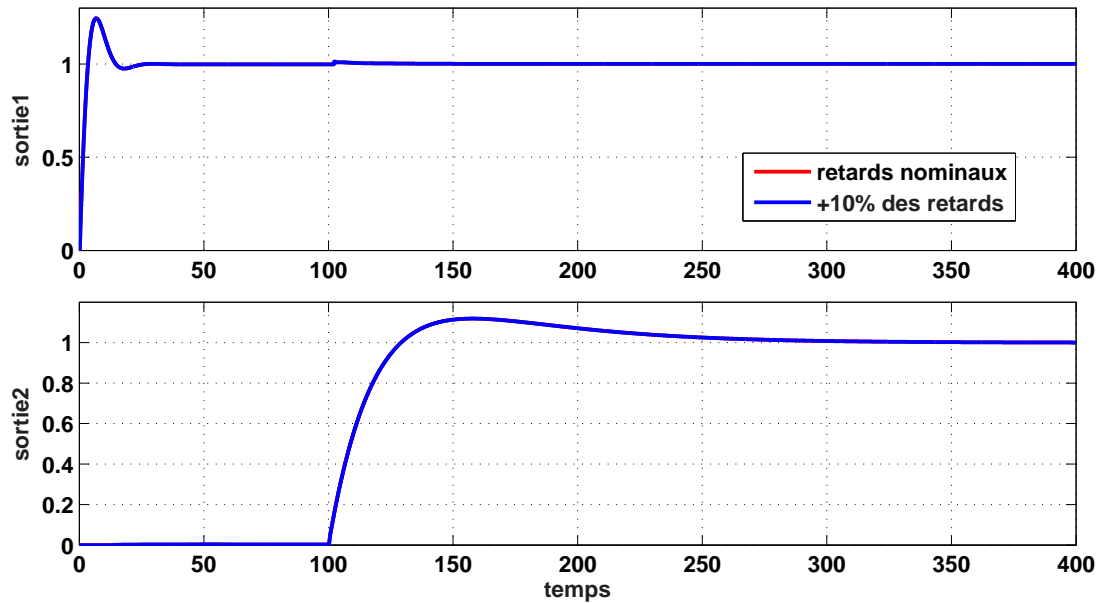


FIG. 4.23: Réponse indicielle du système (4.33) avec des variations sur tous les éléments retard de la matrice fonction de transfert en boucle ouverte, Contrôleur dRI

du système obtenue pour différentes variations des gains, ensuite des éléments retard de la matrice fonction de transfert en boucle ouverte (4.33), est très proche de la réponse nominale (sans variations), ceci en utilisant les deux contrôleurs multi-boucle fractionnaire et entier séparément. Les deux schémas de commande multi-boucle sont par conséquent robustes vis-à-vis des variations du gain et de l'élément retard.

4.6 Conclusion

Dans ce chapitre, un schéma de commande multi-boucle à 2DDL a été proposé pour la commande des systèmes multivariables fractionnaires. Dans l'approche fréquentielle, ces systèmes sont modélisés par une matrice fonction de transfert d'ordre fractionnaire.

Comme dans le cas des systèmes multivariables d'ordre entier, les interactions sont considérées comme étant des perturbations. De ce fait, les deux problèmes de la réduction de l'effet des interactions et de suivi de trajectoire sont résolus séparément. La fonction de sensibilité complémentaire dont la constante de temps (τ_{ti} , $i = 1, \dots, n$) est un paramètre

de réglage est également définie pour chaque boucle. En réglant la valeur de ce paramètre un compromis a été établi entre la réduction de l'effet des interactions et l'atténuation de bruit de mesure.

Les résultats de simulation obtenus pour l'exemple 1 montrent qu'on peut atteindre les performances de la structure du découplage inversé (élimination des interactions) avec le schéma de commande multi-boucle proposé du point de vue compensation des interactions et obtention des spécifications temporelles désirées. Ceci, pour les systèmes MIMO à dominance diagonale. De plus, la structure multi-boucle rejette mieux les perturbations et ne considère pas des conditions sur les ordres non entiers du modèle fractionnaire du système.

La commande multi-boucle des systèmes multivariables d'ordre élevé peut être simplifiée en utilisant ce schéma de commande à 2DDL, le correcteur multi-boucle obtenu pourra être hybride avec des éléments entiers ou fractionnaires. Les résultats obtenus montrent également que ce schéma multi-boucle est robuste vis-à-vis des variations des paramètres du système. Toutefois, il est sensible au bruit de mesure, cette sensibilité peut être gérée en réglant le paramètre τ_{ti} ($i = 1, \dots, n$) selon l'application.

Dans le chapitre suivant, cette structure multi-boucle fractionnaire sera implémentée sur un procédé réel, qui est un système hydraulique à quatre réservoirs.

Chapitre 5

Application de la commande multi-boucle fractionnaire au procédé hydraulique à quatre réservoirs

5.1 Introduction

Le procédé hydraulique à quatre réservoirs, sur lequel sera appliqué le schéma de commande fractionnaire proposé, est un banc d'essai du laboratoire L2CSP. Ce procédé a été introduit par Johansson en 2000 [79], c'est un système multivariable qui présente un comportement non linéaire. De ce fait, il est adapté pour valider plusieurs schémas de commande [72, 123, 146]. Vu que ce procédé est doté de plusieurs vannes, il est configurable selon le modèle qu'on souhaite obtenir. En effet, le modèle de connaissance de ce procédé est naturellement non linéaire, dû à l'équation de Bernoulli qui régit le débit d'eau sortant des réservoirs [189]. Ce même modèle peut être éventuellement linéarisé autour d'un point de fonctionnement, ce qui permet de valider les techniques de contrôle basées sur le modèle linéaire des systèmes.

Récemment, les méthodes de synthèse des contrôleurs fractionnaires sont appliquées avec succès pour la commande du système hydraulique à quatre réservoirs [39, 69, 85]. A titre d'exemple, deux correcteurs PI d'ordre fractionnaire sont proposés dans [153] pour

maintenir le niveau d'eau dans un réservoir constant et celui d'autre variable en fonction de la référence désirée.

Dans ce chapitre, on s'intéresse à la validation des méthodes de synthèse des correcteurs IMC-PID-FOF à 1DDL, et à 2DDL présentées dans le deuxième chapitre, pour la commande des systèmes monovariables. Par la suite, les schémas de commande multi-boucle fractionnaires à 1DDL et à 2DDL proposés dans le troisième chapitre sont également implémentés sur le système hydraulique. La description du procédé et la présentation des différents éléments le constituant font l'objet de la section (5.2). L'implémentation des contrôleurs monovariables fera l'objet de la section (5.3). Le modèle linéarisé de l'ensemble du procédé est obtenu et les schémas de commande multi-boucles proposés sont validés dans la section (5.4). Le contrôleur multi-boucle fractionnaires obtenu en utilisant le modèle fractionnaire approximé du procédé, sera validé dans la section (5.5). Après l'interprétation des résultats expérimentaux obtenus, on termine par une conclusion.

5.2 Description et fonctionnement du procédé

Le système hydraulique montré sur la figure (5.1) est un système multivariable composé de quatre réservoirs translucides reliés par de petits tuyaux et des orifices, chaque réservoir est muni d'un débit entrant et un débit sortant, avec un capteur de niveau d'eau. Le système comprend aussi deux pompes submergées dans un grand réservoir situé en bas. Elles servent à soutirer de l'eau dans les réservoirs selon le signal de commande fourni. Le flux d'eau à travers le procédé peut être contrôlé par les vannes notées : MVA, MVB, MVC, MVD, MVE, MVF et MVG. Cependant, l'eau coule librement dans les réservoirs du bas à travers les orifices choisis, les perturbations en échelon peuvent être générées par quatre vannes : MV1, MV2, MV3 et MV4.

La partie électrique du procédé comprend l'unité d'alimentation et d'amplification (PSUPA), l'interface d'acquisition afin d'assurer la cohérence entre le procédé réel et le logiciel de commande MATLAB.

Les valeurs des paramètres du procédé sont données comme suit :



FIG. 5.1: Vue générale du procédé hydraulique à quatre réservoirs relié à un PC

- La constante reliant la tension d'alimentation de la pompe au débit d'entrée est donnée par $\mu = 2.2 \times 10^{-3} m/v.s$
- La section des tuyaux reliant les réservoirs entre eux est donnée par $a = 50.265 \times 10^{-6} m^2$
- La section de chacun des réservoirs est $A = 0.01389 m^2$

Afin de pouvoir valider les structures de commande présentées dans le deuxième chapitre pour la commande des systèmes monovariables, ou bien celles proposées dans le troisième chapitre pour la commande des systèmes multivariables, les modèles de connaissance d'un réservoir ainsi que de l'ensemble du procédé sont d'abord obtenus. Après linéarisation autour d'un point de fonctionnement, les correcteurs sont synthétisés et implémentés.

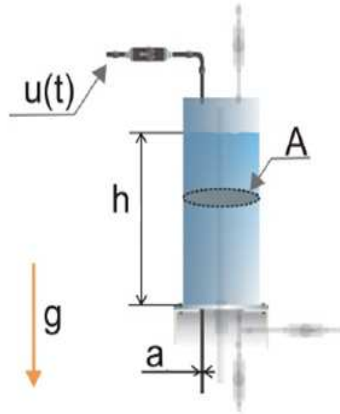


FIG. 5.2: Réservoir du procédé hydraulique

5.3 Application de la commande fractionnaire à un seul réservoir

Les deux schémas de commande à 1DDL et à 2DDL présentés respectivement dans les sections (2.7.1) et (2.7.2) du deuxième chapitre pour la commande des systèmes monovariables, sont implémentés ici pour le contrôle du niveau d'eau dans un réservoir. Par conséquent, le modèle du réservoir est d'abord obtenu.

5.3.1 Modélisation d'un seul réservoir

On considère un seul réservoir dans le système hydraulique, il est représenté par la figure (5.2). En utilisant la loi de Bernoulli, la vitesse du débit de sortie de l'orifice est donnée par [189] :

$$v(t) = \sqrt{2gh(t)} \quad (5.1)$$

$g = 9.81 \text{ m/s}^2$ est l'accélération de la pesanteur.

$h(t)$ est le niveau d'eau dans le réservoir.

Le débit de sortie, noté $Q_s(t)$, est donc donné par :

$$Q_s(t) = av(t) = a\sqrt{2gh(t)} \quad (5.2)$$

a étant la section du tuyau du débit de sortie du réservoir comme le montre la figure (5.2).

L'équation du bilan des débits s'exprime alors par [189] :

$$A \frac{dh}{dt} = Q_e(t) - Q_s(t) \quad (5.3)$$

$\frac{dh}{dt}$ représente la variation du niveau d'eau dans le réservoir.

Comme le débit entrant $Q_e(t)$ est proportionnel à la tension d'alimentation, $Q_e(t) = \mu u(t)$.

μ étant le gain proportionnel reliant la tension d'alimentation de la pompe au débit [199].

On obtient alors :

$$A \frac{dh}{dt} = \mu u(t) - a \sqrt{2gh(t)} \quad (5.4)$$

On note que la variation du niveau d'eau (équation (5.4)) est régie par une équation différentielle non linéaire, cette non linéarité se voit sur la dynamique du réservoir.

5.3.2 Linéarisation du modèle

Comme le modèle (5.4) du réservoir obtenu est non linéaire, et afin d'implémenter les deux structures de commande à 1DDL et à 2DDL respectivement des figures (2.2) et (2.11), pour la commande du niveau d'eau dans le réservoir, on procède d'abord à la linéarisation de ce modèle autour d'un point de fonctionnement.

La linéarisation de l'équation (5.4) autour du point de fonctionnement (u_0, h_0) donne :

$$\frac{d}{dt}(h - h_0) = \frac{\mu}{A}(u - u_0) - \frac{ag}{A\sqrt{2gh_0}}(h - h_0) \quad (5.5)$$

ce qui donne :

$$\frac{d}{dt}(\Delta h(t)) = \frac{\mu}{A}\Delta u(t) - \frac{ag}{A\sqrt{2gh_0}}\Delta h(t) \quad (5.6)$$

En appliquant la transformée de Laplace à l'équation (5.6), on obtient alors :

$$\frac{\Delta h(s)}{\Delta u(s)} = \frac{\mu}{s + \frac{ag}{A\sqrt{2gh_0}}} \quad (5.7)$$

Cette équation montre que la variation du niveau d'eau dans le réservoir par rapport à la variation du signal de commande u , est régi par une fonction de transfert du premier ordre.

Pour le point de fonctionnement choisi comme suit : $u_0 = 2.77$ et $h_0 = 7.55$, en utilisant les

valeurs des paramètres du procédé données dans la section (5.2), l'expression du modèle (5.7) devient :

$$\frac{\Delta h(s)}{\Delta u(s)} = \frac{10.44}{47.44s + 1} \quad (5.8)$$

5.3.3 Application des contrôleurs IMC-PID-FOF à 1DDL et à 2DDL

En utilisant les équations (2.8) et (2.28)-(2.32), la méthode de synthèse du contrôleur IMC-PID-FOF, présentée dans la Section (2.6) du deuxième chapitre, est appliquée ici pour contrôler le niveau d'eau dans le réservoir.

Les valeurs choisies des paramètres du modèle de référence de l'équation (2.29) sont : $\tau_c = 10$ et $\alpha = 0.1$.

L'expression du contrôleur IMC-PID-FOF est alors :

$$c(s) = \frac{1}{s^{1.1}} 0.4544 \left(1 + \frac{1}{47.44s} \right) \quad (5.9)$$

Le niveau d'eau dans le réservoir est donné en centimètres (cm) et la tension de l'alimentation de la pompe est donnée en volts (V).

Les mêmes paramètres du modèle de référence sont utilisés ici pour synthétiser le correcteur IMC-PID-FOF à 2DDL pour le contrôle du niveau d'eau dans le réservoir. La valeur du paramètre τ_t est choisie petite par rapport à τ_c (la constante de temps désirée) afin de satisfaire le compromis entre le rejet de perturbations et l'atténuation du bruit, comme cela a été expliqué dans le paragraphe (2.7.2) du deuxième chapitre. On choisit alors $\tau_t = 8$ et en utilisant les équations (2.40), (2.43), (2.45), (2.46) et (2.48), on obtient :
Le correcteur du rejet de perturbations :

$$c_1(s) = 0.5682 \left(1 + \frac{1}{47.44s} \right) \quad (5.10)$$

Le correcteur du suivi de trajectoire :

$$c_2(s) = \frac{1 + 8s}{1 + 10s^{1.1}} \quad (5.11)$$

Les termes dérivé et intégral du correcteur du suivi de trajectoire $c_2(s)$, dans le schéma de commande à 2DDL, et du correcteur $c(s)$ dans le schéma de commande à 1DDL sont

implémentés dans le software MATLAB en utilisant l'approximation d'Oustaloup dans l'intervalle $[10^{-6}, 10^0]$ en utilisant 10 cellules. La période d'échantillonnage utilisée est 0.1 s.

Les contrôleurs IMC-PID-FOF à 1DDL et à 2DDL sont synthétisés en utilisant le modèle linéaire du système (5.8). De ce fait, avant d'entamer le contrôle du niveau d'eau, On ramène d'abord le niveau d'eau dans le réservoir au point de fonctionnement $h_0 = 7.55$ cm dans le quel les correcteurs (5.9), (5.10), et (5.11) sont déterminés.

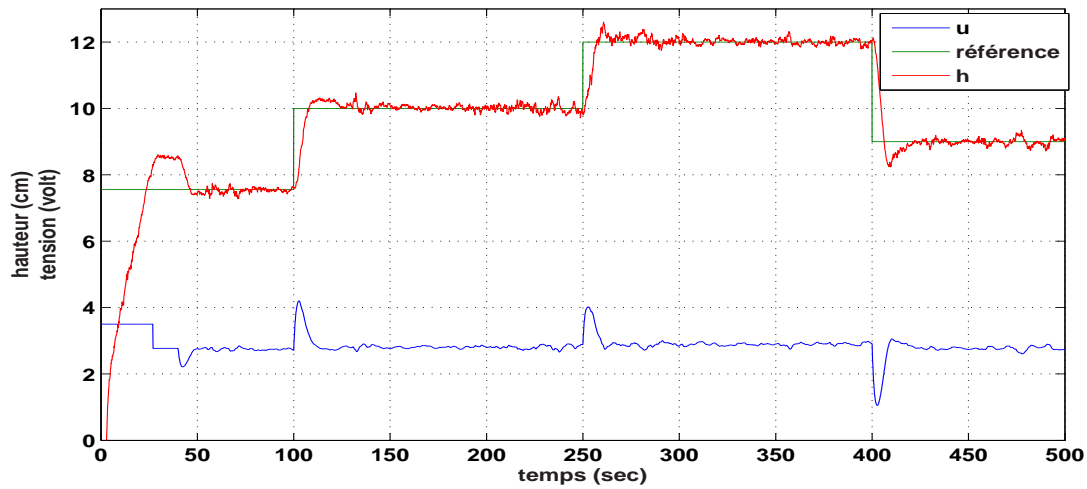
En utilisant les deux schémas de commande (2.2) et (2.11) séparément, on veut atteindre les objectifs de commande suivants :

- A partir du point de fonctionnement $h_0 = 7.55$ cm, le niveau d'eau h suit les variations de référence suivantes : il atteint 10 cm à l'instant $t=100$ s pendant 150 s, ensuite augmente de 2 cm pendant 150 s. Enfin, h diminue de 3 cm à l'instant $t=400$ s.
- le niveau d'eau h suit un signal de référence variable qui est un signal sinusoïdal d'amplitude 3 cm et de période $T=100$ s, autour du point de fonctionnement $h_0 = 7.55$ cm.

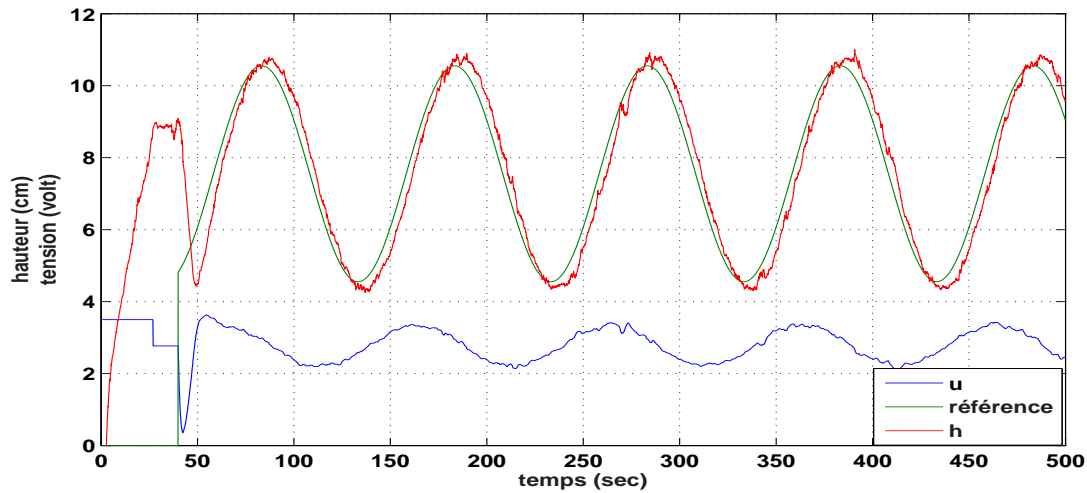
Les résultats expérimentaux des figures (5.3) et (5.4) montrent l'évolution du niveau d'eau dans le réservoir lorsqu'il est commandé respectivement par le contrôleur IMC-PID-FOF de l'équation (5.9) et la structure de commande à 2DDL des équations (5.10) et (5.11). La figure (5.3) montre que le niveau d'eau suit correctement les références imposées. A titre d'exemple, dans la figure (5.3(a)), à partir du point de fonctionnement $h_0 = 7.55$ cm le niveau d'eau augmente à l'instant $t= 100$ s pour atteindre le niveau 10 cm. Ensuite, il augmente aussi à l'instant $t= 250$ s pour atteindre 12 cm. Le contrôleur IMC-PID-FOF assure également la poursuite du signal sinusoïdal comme le montre la figure (5.3(b)) où on voit la présence d'un écart entre le signal désiré et l'allure de l'évolution d'eau.

La figure (5.4) montre que la structure de commande à 2DDL proposée assure également le suivi de trajectoire pour l'évolution d'eau dans le réservoir. Ceci, pour les mêmes variations de références.

De la même manière, la figure (5.4(a)) montre qu'à partir de $h_0 = 7.55$ cm, le contrôleur



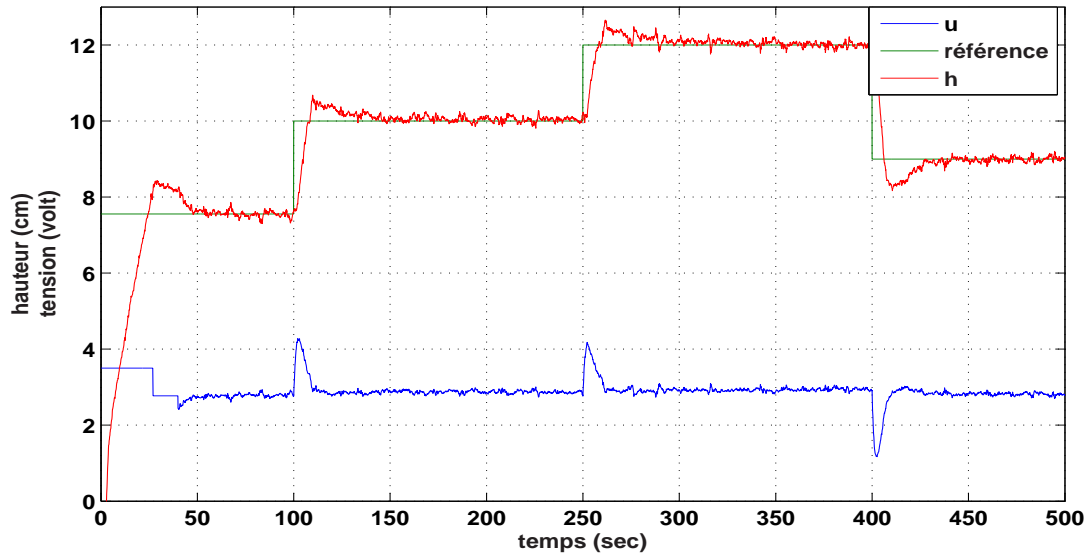
(a)



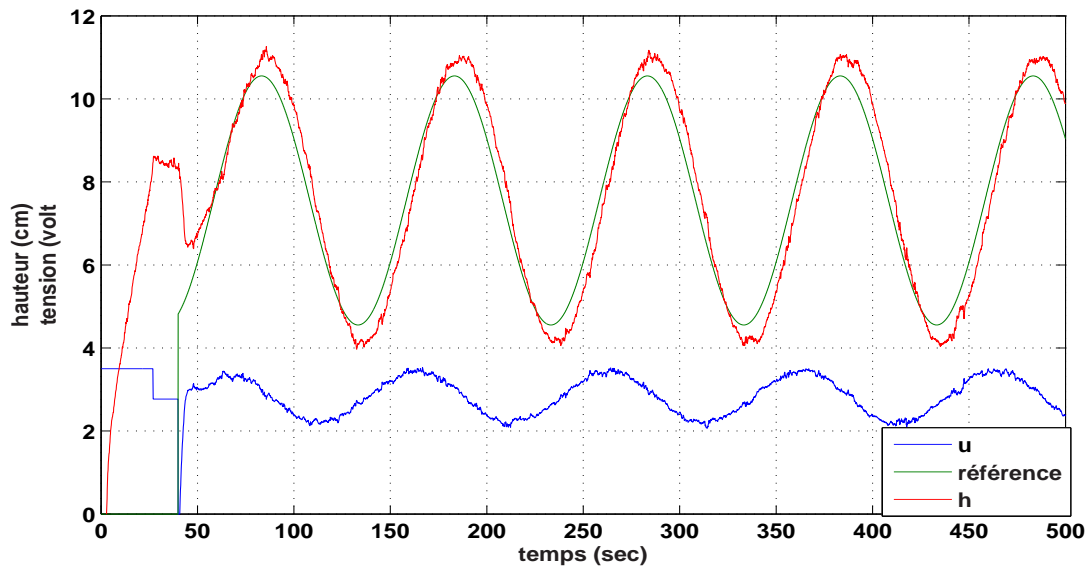
(b)

FIG. 5.3: Evolution du niveau d'eau dans le réservoir et du signal de commande en utilisant le schéma de commande à 1DDL

IMC-PID-FOF à 2DDL ramène le niveau d'eau à la valeur 10 cm. Ensuite, il le ramène à 12 cm à partir de l'instant $t=250$ s. Enfin, le niveau d'eau diminue de 3 cm à partir de l'instant $t=400$ s.



(a)



(b)

FIG. 5.4: Évolution du niveau d'eau dans le réservoir et du signal de commande en utilisant le schéma de commande à 2DDL

Dans la figure (5.4(b)), le signal sinusoïdal d'amplitude 3 et de période $T=100$ s est également utilisé comme référence désirée pour l'évolution du niveau d'eau. Le contrôleur IMC-PID-FOF à 2DDL assure la poursuite en présence d'un écart entre le signal désiré et l'allure de l'évolution d'eau.

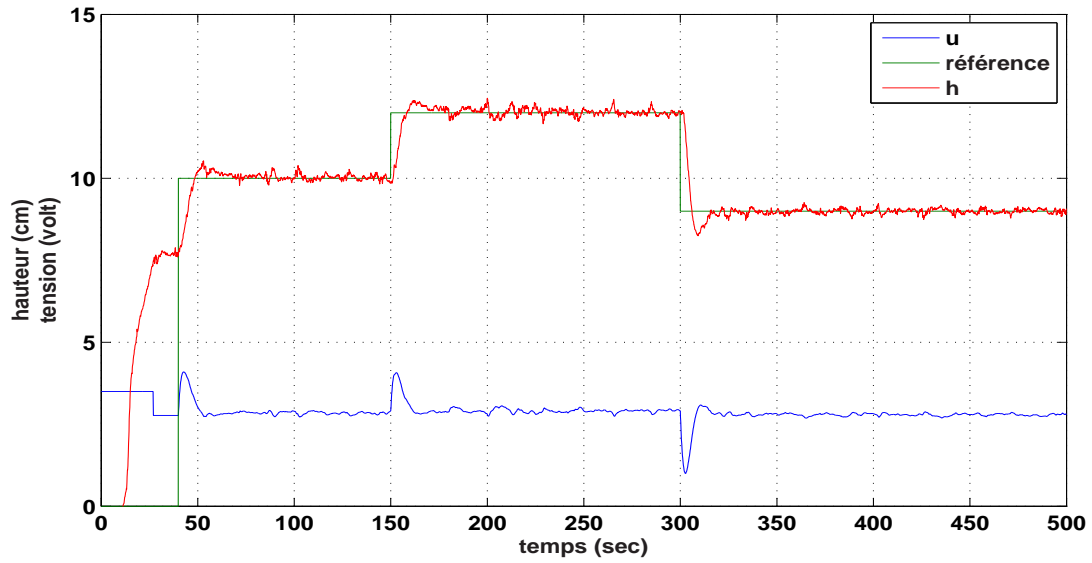
La figure (5.5) montre l'évolution du niveau d'eau dans le réservoir pour les mêmes variations de références citées ci-haut à partir d'un autre point de fonctionnement $h_0 = 10$ cm, ce dernier est différent de celui où les correcteurs IMC-PID-FOF à 1DDL (5.9) ou bien à 2DDL ((5.10) et (5.11)) sont déterminés. Les résultats expérimentaux montrés sur la figure (5.5) montrent que les deux correcteurs fractionnaires à 1DDL et à 2DDL assurent bien le suivi de trajectoire des références spécifiées, même si ces deux contrôleurs agissent autour d'un point de fonctionnement qui est différent de celui dans le quel ils sont déterminés.

Pour évaluer la robustesse des deux schémas de commande vis-à-vis des perturbations, on effectue le test suivant :

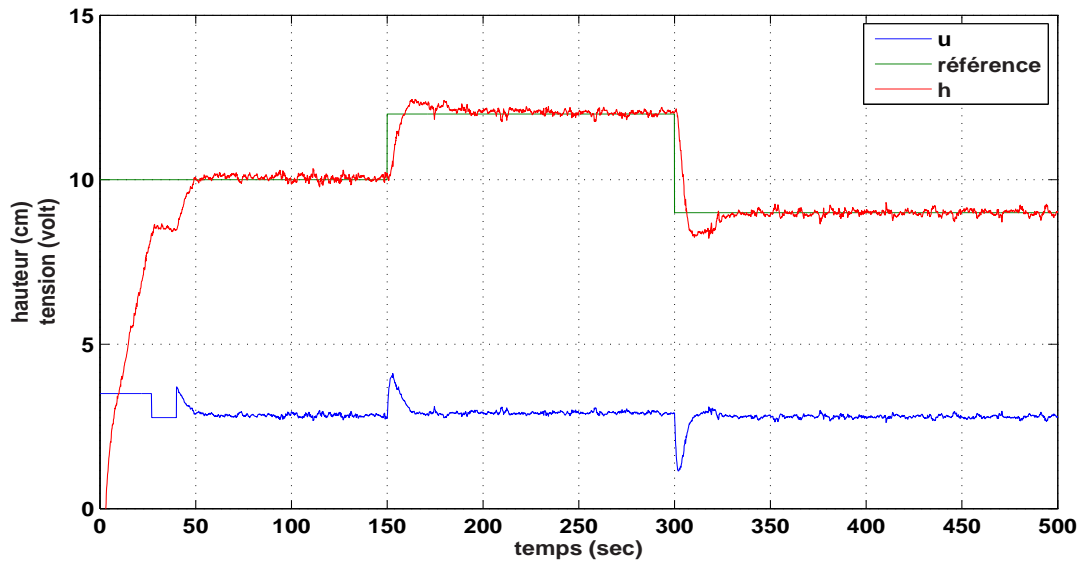
On ramène d'abord le niveau d'eau à son point de fonctionnement $h_0 = 7.55$ cm. A l'instant $t=100$ s, il augmente pour atteindre 11 cm. A l'instant $t = 150$ s, une perturbation externe vient perturber l'évolution du niveau d'eau. Cette perturbation est une quantité d'eau externe (50 cl) qu'on ajoute manuellement au réservoir. A l'instant $t = 240$ s, une perturbation permanente est effectuée dans le réservoir en ouvrant à demi la vanne MV1, qui est une vanne de sortie de réservoir. Ensuite, cette vanne est complètement ouverte à l'instant $t = 300$ s.

L'évolution du niveau d'eau h commandé par le contrôleur à 1DDL ou bien le contrôleur à 2DDL est donnée par la figure (5.6).

Comme cela a été montré par simulation dans le paragraphe (2.7.2) du deuxième chapitre, le correcteur IMC-PID-FOF à 2DDL rejette plus rapidement les perturbations par rapport au correcteur IMC-PID-FOF à 1DDL. Ceci, est confirmé par les résultats expérimentaux de la figure (5.6) où le contrôleur IMC-PID-FOF à 2DDL rejette plus rapidement la perturbation externe par rapport au contrôleur à 1DDL. Ceci est visible à l'instant $t = 150$ s. La figure (5.6) montre également qu'au moment du rejet des perturbations, l'effort



(a) En utilisant le schéma de commande à 1DDL



(b) En utilisant le schéma de commande à 2DDL

FIG. 5.5: Évolution du niveau d'eau et du signal de commande à partir du $h_0 = 10$

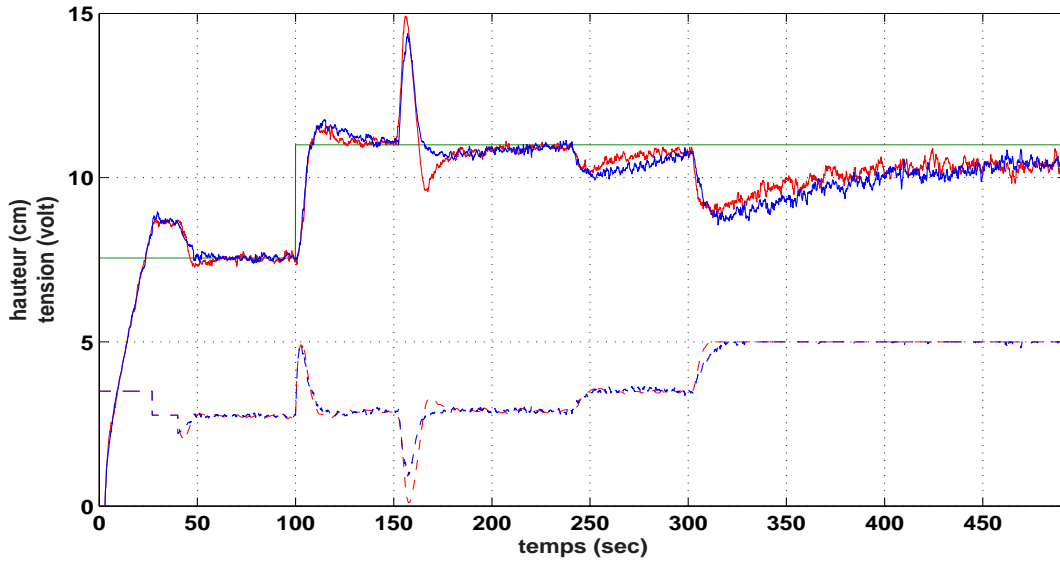


FIG. 5.6: Evolution du niveau d'eau h et du signal de commande u en utilisant le correcteur fractionnaire à 1DDL (—) et correcteur fractionnaire à 2DDL (—), référence (—)

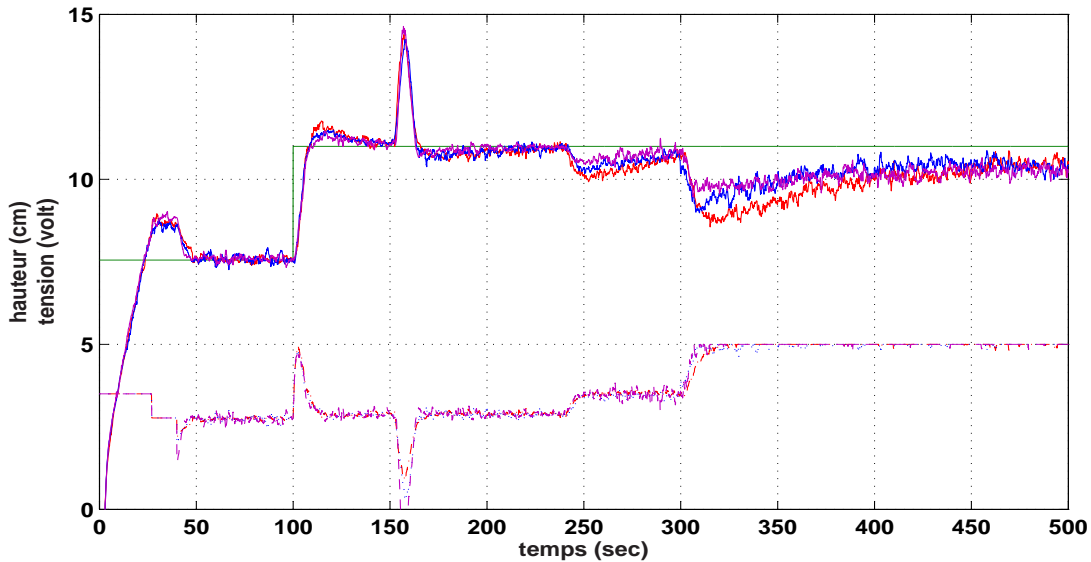


FIG. 5.7: Evolution des niveau d'eau h et du signal de commande u en utilisant le correcteur fractionnaire à 2DDL pour différentes valeurs de τ_t : référence (—), $\tau_t = 8$ (—), $\tau_t = 6$ (—), $\tau_t = 4$ (—)

du contrôle fourni par le correcteur à 2DDL est moins important par rapport à celui fourni par le correcteur à 1DDL. De plus, la réponse du système par rapport aux perturbations

peut être améliorée davantage en diminuant la valeur du paramètre τ_t . Ainsi, l'évolution du niveau d'eau dans le réservoir contrôlé par le contrôleur IMC-PID-FOF à 2DDL, est donnée pour différentes valeurs de τ_t ($\tau_t = 8, 6, 4$). Les résultats obtenus sont montrés sur la figure (5.7).

Les résultats expérimentaux montrés sur la figure (5.7) montrent que la réponse du niveau d'eau par rapport aux perturbations devient plus rapide pour de petites valeurs de τ_t . Toutefois, nous avons choisi $\tau_t = 8$ suffisante pour tenir compte du compromis entre le rejet de perturbations et atténuation de bruit.

Le contrôle du niveau d'eau dans les deux réservoirs du bas (T2 et T4), fera l'objet de la section (5.4).

5.4 Application de la commande fractionnaire à l'ensemble du système

Afin d'implémenter les deux schémas de commande multi-boucle fractionnaires à 1DDL et à 2DDL, proposés dans le troisième chapitre pour la commande des systèmes multivariables, l'ensemble du procédé hydraulique est considéré, et un modèle de système multivariable à deux entrées et deux sorties est obtenu.

5.4.1 Modélisation de l'ensemble du système

Le modèle de connaissance du système hydraulique peut être obtenu de différentes manières, selon la configuration de commande choisie ou bien l'objectif visé [199] :

- Dans quel réservoir, contrôler le niveau d'eau h_i ($i=1,2,3,4$) et en utilisant quelle pompe u_j ($j=1,2$) ?
- L'interaction entre le niveau d'eau dans les réservoirs est-elle prise en considération lors de la modélisation ou bien chaque niveau d'eau h_i ($i=1,2,3,4$) est commandé d'une manière indépendante ?

La figure (5.8) montre la configuration adoptée pour le procédé hydraulique, où on choisit de contrôler le niveau d'eau dans les deux réservoirs du bas T2 et T4 (h_2 et h_4) en utilisant

les deux pompes p_1 et p_2 , on a le signal de commande u_1 délivré par p_1 et u_2 délivré par p_2 . En effet, le débit d'entrée est d'abord délivré dans les deux réservoirs du haut T1 et T3 en ouvrant respectivement les vannes MVE et MVB. Puisque la sortie du réservoir T1 est l'entrée du réservoir T2 et celle du réservoir T3 est l'entrée du réservoir T4 comme le montre la figure (5.8), l'eau circule librement dans les réservoirs du bas. L'interaction entre les deux réservoirs T1 et T3, réalisée en ouvrant la vanne MVG est prise en considération lors de la modélisation du procédé [123, 199]. Le procédé est alors configuré comme étant un système multivariable à deux sorties : $H = [h_2, h_4]$ et deux entrées : $U = [u_1, u_2]$.

On cherche alors à obtenir le modèle de connaissance liant le vecteur d'entrée U au vecteur de sortie H .

En utilisant l'équation du bilan des débits et la loi de Bernoulli [189], le modèle non

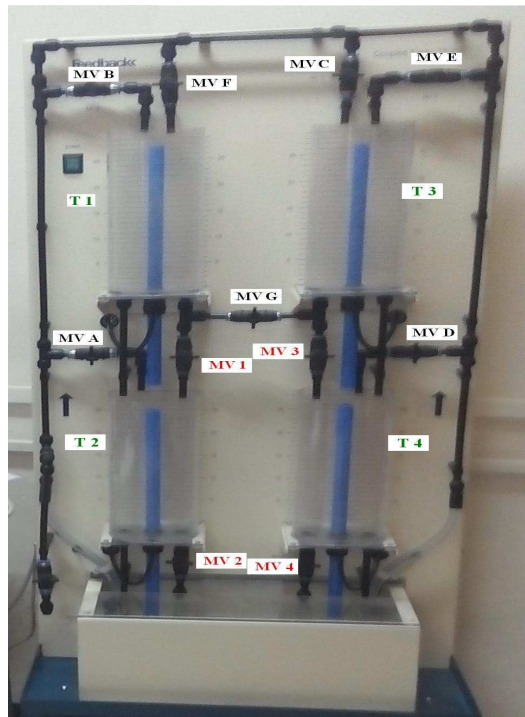


FIG. 5.8: Schéma de la configuration choisie pour le procédé hydraulique

linéaire du système est donné par :

$$\begin{aligned}
 \frac{dh_1}{dt} &= -\frac{a}{A}\sqrt{2gh_1(t)} + \mu u_1(t) - \frac{a}{A}\sqrt{2g(h_1(t) - h_3(t))} \\
 \frac{dh_2}{dt} &= \frac{a}{A}\sqrt{2gh_1(t)} - \frac{a}{A}\sqrt{2gh_2(t)} \\
 \frac{dh_3}{dt} &= -\frac{a}{A}\sqrt{2gh_3(t)} + \mu u_2(t) + \frac{a}{A}\sqrt{2g(h_1(t) - h_3(t))} \\
 \frac{dh_4}{dt} &= \frac{a}{A}\sqrt{2gh_3(t)} - \frac{a}{A}\sqrt{2gh_4(t)}
 \end{aligned} \tag{5.12}$$

Dans ce modèle, on considère que l'eau passe du réservoir T1 au réservoir T3

5.4.2 Linéarisation du modèle

Pour qu'on puisse implémenter sur le procédé réel, les structures de commande multi-boucle fractionnaires à 1DDL et à 2DDL, présentées respectivement dans les sections (3.2) et (3.3) du troisième chapitre, les contrôleurs sont déterminés en utilisant le modèle matrice fonction de transfert du système. Pour ce faire, on procède d'abord à la linéarisation du modèle (5.12) autour du point de fonctionnement $(h_{01}, h_{02}, h_{03}, h_{04})$ dans un premier lieu. Ensuite, on applique la transformée de Laplace au modèle linéarisé obtenu dans un second lieu.

On obtient alors :

$$\begin{aligned}
 \Delta h_1(s) &= \frac{\mu}{s+k_1+k_{13}}\Delta u_1(s) + \frac{k_{13}}{s+k_1+k_{13}}\Delta h_3(s) \\
 \Delta h_2(s) &= \frac{k_1}{s+k_2}\Delta h_1(s) \\
 \Delta h_3(s) &= \frac{\mu}{s+k_3+k_{13}}\Delta u_2(s) + \frac{k_{13}}{s+k_3+k_{13}}\Delta h_1(s) \\
 \Delta h_4(s) &= \frac{k_3}{s+k_4}\Delta h_3(s)
 \end{aligned} \tag{5.13}$$

avec : $k_1 = \frac{ag}{A\sqrt{2gh_{01}}}$, $k_2 = \frac{ag}{A\sqrt{2gh_{02}}}$, $k_3 = \frac{ag}{A\sqrt{2gh_{03}}}$, $k_4 = \frac{ag}{A\sqrt{2gh_{04}}}$ et $k_{13} = \frac{ag}{A\sqrt{2g(h_{01}-h_{03})}}$.

A , a , μ sont des paramètres du procédé, ils sont définis dans la section (5.2).

Après quelques manipulations sur l'équation (5.13), on obtient :

$$\begin{aligned}
 \Delta h_2(s) &= \frac{k_1}{s+k_2} \frac{\mu(s+k_3+k_{13})}{det} \Delta u_1(s) + \frac{k_1}{s+k_2} \frac{\mu k_{13}}{det} \Delta u_2(s) \\
 \Delta h_4(s) &= \frac{k_3}{s+k_4} \frac{\mu k_{13}}{det} \Delta u_1(s) + \frac{k_3}{s+k_4} \frac{\mu(s+k_1+k_{13})}{det} \Delta u_2(s)
 \end{aligned} \tag{5.14}$$

Avec : $det = (s + k_1 + k_{13})(s + k_3 + k_{13}) - (k_{13})^2$

On réécrit l'équation (5.14) sous forme matricielle comme suit :

$$\begin{bmatrix} \Delta h_2(s) \\ \Delta h_4(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{k_1}{s+k_2} \frac{\mu(s+k_3+k_{13})}{det} & \frac{k_1}{s+k_2} \frac{\mu k_{13}}{det} \\ \frac{k_3}{s+k_4} \frac{\mu k_{13}}{det} & \frac{k_3}{s+k_4} \frac{\mu(s+k_1+k_{13})}{det} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta u_1(s) \\ \Delta u_2(s) \end{bmatrix} \tag{5.15}$$

Les entrées sont $\Delta u_1(s)$ et $\Delta u_2(s)$ et les sorties sont : $\Delta h_2(s)$ et $\Delta h_4(s)$.

Avant d'entamer les manipulations, on choisit de travailler autour du point de fonctionnement dont les valeurs sont : $h_{01} = 7.55$, $h_{02} = 11.11$, $h_{03} = 6.61$, $h_{04} = 10$ et $u_{01} = 2.77$, $u_{02} = 2.61$. Le niveau d'eau dans chaque réservoir est donné en centimètres (cm) et la tension de l'alimentation des pompes est donnée en volts (V).

En remplaçant ces valeurs et les valeurs des paramètres du procédé dans le modèle du système de l'équation (5.15), on obtient le modèle numérique du procédé en ce point de fonctionnement :

$$\begin{bmatrix} \Delta h_2(s) \\ \Delta h_4(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{0.006417s+0.0007305}{s^3+0.2497s^2+0.01132s+0.0001418} & \frac{0.0005305}{s^3+0.2497s^2+0.01132s+0.0001418} \\ \frac{0.0005669}{s^3+0.251s^2+0.01161s+0.0001492} & \frac{0.006858s+0.000767}{s^3+0.251s^2+0.01161s+0.0001492} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta u_1(s) \\ \Delta u_2(s) \end{bmatrix} \quad (5.16)$$

Deux boucles de commande sont alors obtenues : la première (h_2, u_1) consiste à contrôler h_2 en utilisant u_1 et la deuxième boucle (h_4, u_2) consiste à contrôler h_4 en utilisant u_2 . Ceci, est confirmé par la matrice RGA calculée pour le modèle (5.16).

$$RGA = \begin{bmatrix} 2.1587 & -1.1587 \\ -1.1587 & 2.1587 \end{bmatrix} \quad (5.17)$$

D'après les valeurs des gains relatifs obtenues pour les deux boucles de commande ($\lambda_{11} = \lambda_{22} = 2.1587$), le système est fortement interactif.

L'indice de Niederlinski correspondant à la configuration choisie est : $NI = 0.4632$. De ce fait, cette configuration stabilisera le système en boucle fermée.

Après le choix de la configuration de commande adéquate pour le système, les deux schémas de commande multi-boucle fractionnaires à 1DDL et à 2DDL, sont implémentés pour contrôler le niveau d'eau dans les deux réservoirs T2 et T4.

5.4.3 Application du contrôleur multi-boucle fractionnaire à 1DDL

Dans le schéma de commande multi-boucle à 1DDL, présentée dans la section (3.2) du troisième chapitre pour commander les systèmes multivariables, les interactions sont considérées comme étant des erreurs de modélisation, le contrôleur multi-boucle est alors

synthétisé en utilisant seulement les éléments diagonaux ($g_{11}(s)$ et $g_{22}(s)$) dans le modèle (5.16), ces deux éléments correspondent respectivement aux deux boucles (u_1, h_2) et (u_2, h_4). On définit, pour chaque boucle de commande, un modèle de référence qu'on propose dans notre contribution qu'il soit fractionnaire. Les valeurs des paramètres des modèles de référence choisies pour les deux boucles sont données comme suit : $\tau_{c1} = \tau_{c2} = 70$ s, $\alpha_1 = \alpha_2 = 0.1$.

En utilisant les équations (3.2) à (3.8) de la méthode de synthèse du schéma de commande à 1DDL, on obtient alors le contrôleur multi-boucle d'ordre fractionnaire à 1DDL, déterminé en utilisant le modèle linéarisé du procédé (5.16), son expression est donnée par l'équation (5.18) :

$$\mathbf{C}(s) = \begin{bmatrix} c_1(s) & 0 \\ 0 & c_2(s) \end{bmatrix} \quad (5.18)$$

avec $c_1 = \frac{s+0.024}{0.22s+0.025} \frac{1}{s^{0.1}} 0.1105 \left(1 + \frac{1}{38.27s} + 4.43s\right)$.

et $c_2 = \frac{s+0.0253}{0.22s+0.0246} \frac{1}{s^{0.1}} 0.1034 \left(1 + \frac{1}{38.27s} + 4.43s\right)$.

Dans ce cas aussi, les termes dérivé et intégral des correcteurs fractionnaires de l'équation (5.18) sont implémentés sur le software MATLAB en utilisant l'approximation d'Oustaloup dans l'intervalle $[10^{-6}, 10^0]$ en utilisant 10 cellules.

Après avoir ramené le procédé au point de fonctionnement désiré : $h_{02} = 11.11$ cm et $h_{04} = 10$ cm, on lui impose de suivre des variations des signaux de référence afin de tester les performances du contrôleur multi-boucle pour des petites variations par rapport au point de fonctionnement dans le quel est déterminé, d'un côté. D'un autre côté, le changement des signaux de consigne s'effectue à des instants différents pour montrer l'effet des interactions entre les deux boucles de commande (h_2, u_1) et (h_4, u_2). Le test se déroule comme suit :

- On ramène d'abord le niveau d'eau h_2 au point de fonctionnement $h_{02} = 11.11$ cm. Ensuite, le niveau d'eau h_2 augmente pour atteindre 12,5 cm à partir de l'instant $t=300$ s. Enfin, il diminue de 2,5 cm à partir de l'instant $t=650$ s.
- Le niveau d'eau h_4 est d'abord ramené au point de fonctionnement $h_{04} = 10$ cm. Ensuite, h_4 augmente pour atteindre 12 cm à partir de l'instant $t=450$ s, puis diminue

de 2,5 cm à partir de l'instant $t=800$ s.

Les résultats expérimentaux de la figure (5.9) montrent l'évolution du niveau d'eau dans les réservoirs T2 et T4 en utilisant le contrôleur multi-boucle à 1DDL de l'équation (5.18). La figure (5.9) montre que ce contrôleur multi-boucle à 1DDL assure le suivi de consigne

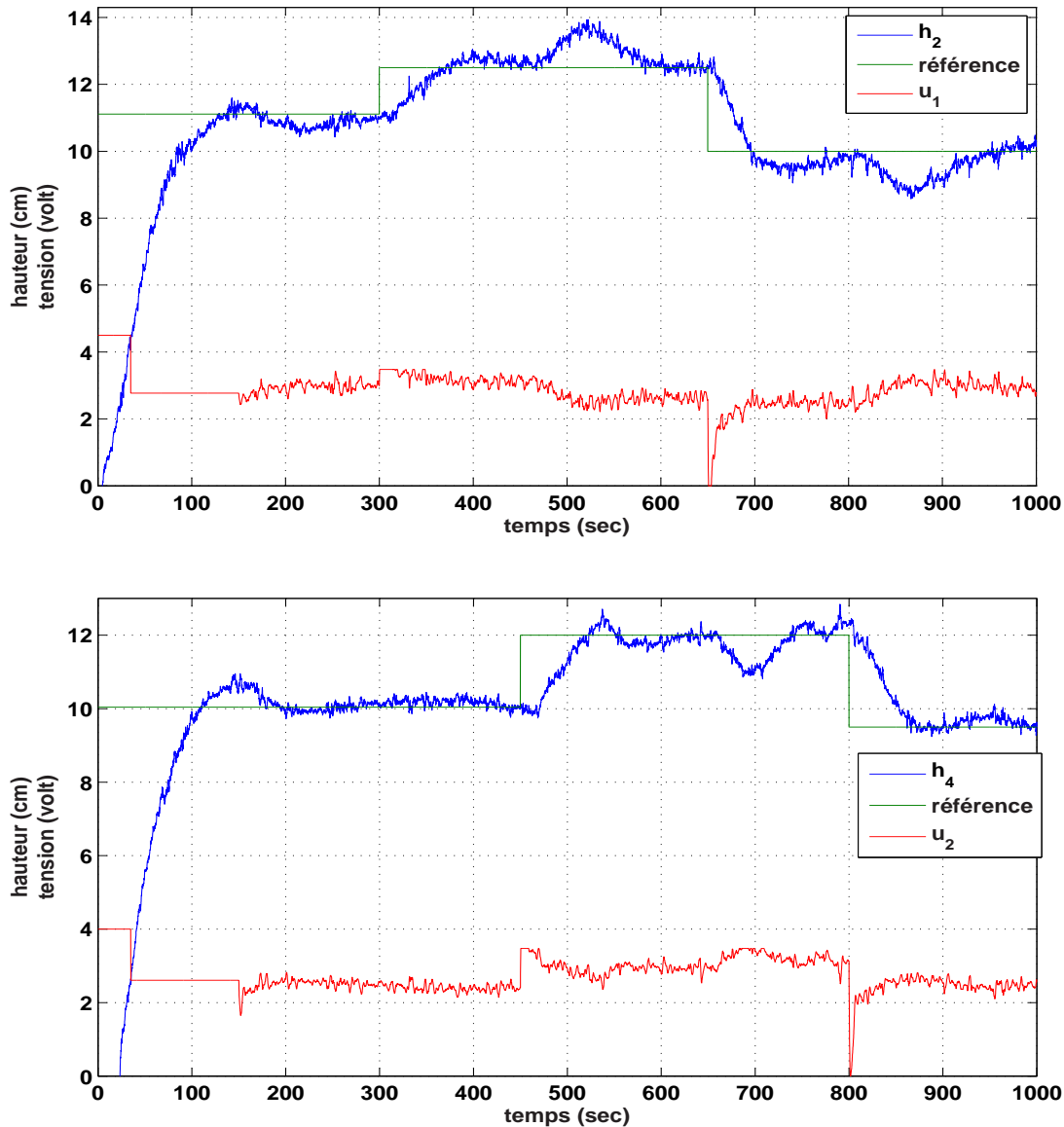


FIG. 5.9: Evolution des niveaux d'eau h_2 et h_4 et des signaux de commande u_1 et u_2 en utilisant le contrôleur multi-boucle fractionnaire à 1DDL

pour les deux niveaux h_2 et h_4 tout en les ramenant aux valeurs désirées. Par exemple, à partir du point de fonctionnement $h_{04} = 10$ cm, le contrôleur ramène h_4 à la valeur

12 cm à partir de l'instant 450 s. Ce changement de consigne perturbe l'évolution de h_2 comme il est visible sur la figure. Par conséquent, le contrôleur de la boucle (u_1, h_2) réagit et corrige cet écart. Ensuite, il ramène h_2 à la valeur 10 cm à partir de $t=650$ s. De même, cette variation perturbe l'évolution de h_4 et le contrôleur de la boucle (u_2, h_4) génère un signal pour corriger cet écart.

L'effet des interactions entre les deux boucles de commande (u_1, h_2) et (u_2, h_4) est alors visible sur l'allure de l'évolution des niveaux h_2 et h_4 et même sur les signaux de commande u_1 et u_2 . Ces signaux sont générés par le contrôleur multi-boucle afin de corriger l'effet des interactions d'un côté et ramener h_2 et h_4 aux références désirées d'un autre côté.

Pour évaluer les performances du contrôleur multi-boucle fractionnaire à 1DDL par rapport aux perturbations, on effectue le test suivant :

On ramène d'abord les deux niveaux h_2 et h_4 au point de fonctionnement : $h_{02} = 11.11$ cm et $h_{04} = 10$ cm. Ensuite, à l'instant $t=300$ s, h_2 augmente pour atteindre 12.5 cm, une quantité d'eau externe (50 cl) est ajoutée manuellement au réservoir T2 à l'instant $t = 450$ s. Le niveau d'eau h_4 augmente pour atteindre 12 cm à l'instant $t=600$ s, la vanne MV4 qui est une vanne de débit de sortie du réservoir T4 est ouverte à demi à l'instant $t= 800$ s pendant 20 s. Ceci, afin de créer une petite fuite dans le réservoir.

Les résultats expérimentaux obtenus sont montrés sur la figure (5.10).

D'après l'allure de l'évolution des niveaux d'eau h_2 et h_4 donnée par la figure (5.10), le contrôleur multi-boucle à 1DDL assure le rejet des perturbations. Ceci, on le voit à l'instant $t=450$ s de l'allure de l'évolution de h_2 où une quantité d'eau externe est ajoutée au réservoir T_2 à cet instant. Le contrôleur compense cette quantité d'eau en annulant la commande u_1 . Ceci, afin de remettre et maintenir h_2 à sa valeur (12 cm). Cette perturbation externe affecte également l'évolution de h_4 , cet effet est une conséquence de l'effet des interactions entre les deux boucles. Le contrôleur multi-boucle corrige alors cet écart et celui provoqué par la fuite créée dans le réservoir T_4 à l'instant $t=800$ s comme le montre l'allure de l'évolution de h_4 . Cette fuite a aussi un effet sur h_2 . Cet effet est également compensé par le contrôleur multi-boucle.

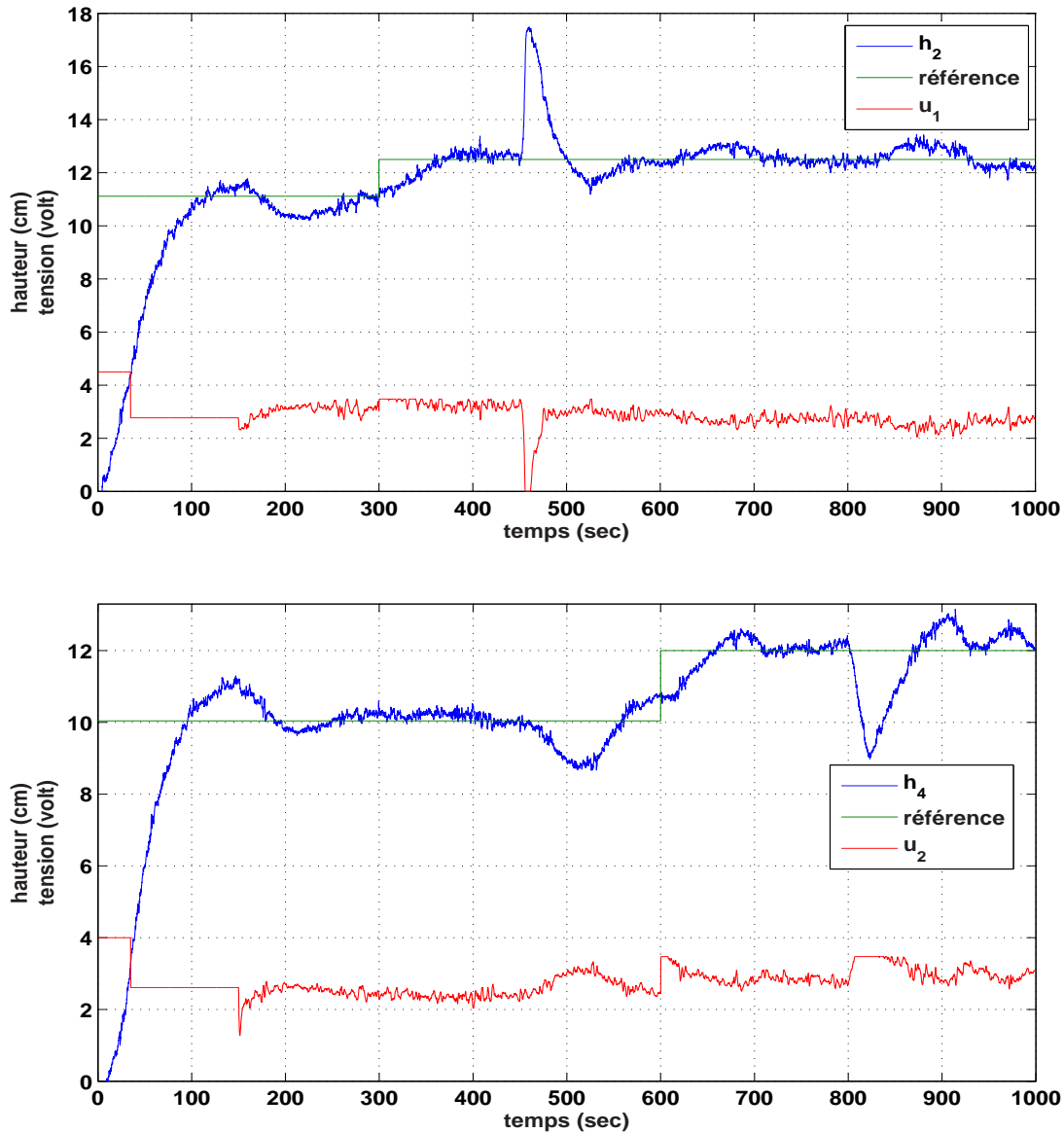


FIG. 5.10: Evolution des niveaux d'eau h_2 et h_4 et des signaux de commande u_1 et u_2 avec perturbations en utilisant le contrôleur multi-boucle fractionnaire à 1DDL

5.4.4 Application du contrôleur multi-boucle fractionnaire à 2DDL

Dans ce qui suit, on considère le schéma de commande multi-boucle à 2DDL, présenté dans la section (3.3) du troisième chapitre, les interactions sont considérées comme étant des perturbations sur les boucles de commande (u_1, h_2) et (u_2, h_4) . Par conséquent, on définit la fonction de sensibilité complémentaire $t_i(s) = \frac{1}{1+\tau_{ti}s}$ ($i=1,2$), τ_{ti} est un paramètre de réglage, choisi petit par rapport à la constante de temps du modèle de référence choisi

afin de réduire l'effet des interactions entre les deux boucles de commande.

En utilisant les mêmes valeurs des paramètres du modèle de référence utilisées dans le schéma de commande à 1DDL, et en choisissant $\tau_{t1} = \tau_{t2} = 35$, les deux correcteurs $C_{1-T2}(s)$ et $C_{2-T2}(s)$ sont dimensionnés pour contrôler le niveau d'eau dans le réservoir T2 en utilisant la fonction de transfert g_{11} du modèle (5.16) qui correspond à la première boucle (h_2, u_1) . De même, les deux correcteurs $C_{1-T4}(s)$ et $C_{2-T4}(s)$ sont dimensionnés pour contrôler le niveau d'eau dans le réservoir T4 en se basant sur la fonction de transfert g_{22} du modèle (5.16) qui correspond à la deuxième boucle (h_4, u_2) .

Les expressions numériques de ces contrôleurs sont obtenus en utilisant les équations (3.9) à (3.13) et (3.17) de la section (3.3) du troisième chapitre, et sont présentées dans le tableau (5.1).

TAB. 5.1: Expressions des contrôleurs $C_1(s)$ et $C_2(s)$

$C_1(s)$ pour réduire les interactions	$C_2(s)$ pour le suivi de trajectoire
$C_{1-T2}(s) = 0.2211(1 + \frac{1}{38.2663s} + 4.4312s) \frac{s+0.024}{0.22s+0.025}$	$C_{2-T2}(s) = \frac{1+35s}{1+70s^{1.1}}$
$C_{1-T4}(s) = 0.2068(1 + \frac{1}{38.2663s} + 4.4312s) \frac{s+0.0253}{0.225s+0.0246}$	$C_{2-T4}(s) = \frac{1+35s}{1+70s^{1.1}}$

Pour tester les performances du schéma de commande à 2DDL, nous avons adopté les mêmes variations des références que celles utilisées pour le schéma de commande à 1DDL (voir le paragraphe (5.4.3)). Les résultats expérimentaux obtenus sont montrés sur la figure (5.11).

La figure (5.11) montre qu'à partir du point de fonctionnement $h_{02} = 11.11$ cm et $h_{04} = 10$ cm, les niveaux d'eau h_2 et h_4 atteignent les nouvelles références qui leurs sont spécifiées à chaque instant. A titre d'exemple, à partir du point de fonctionnement $h_{02} = 11.11$ cm, le contrôleur ramène le niveau d'eau h_2 à la valeur 12.5 cm. Ensuite, h_2 diminue pour atteindre 10 cm à partir de l'instant 650 s. Ce changement de consigne a un effet sur l'évolution de h_4 , le contrôleur multi-boucle à 2DDL réagit alors pour éliminer cet effet et maintenir h_4 à sa valeur (12 cm). De même, à l'instant t=450 s, la variation de la référence de h_4 de 10 cm à 12 cm influe l'évolution de h_2 . Toutefois, le contrôleur compense cet

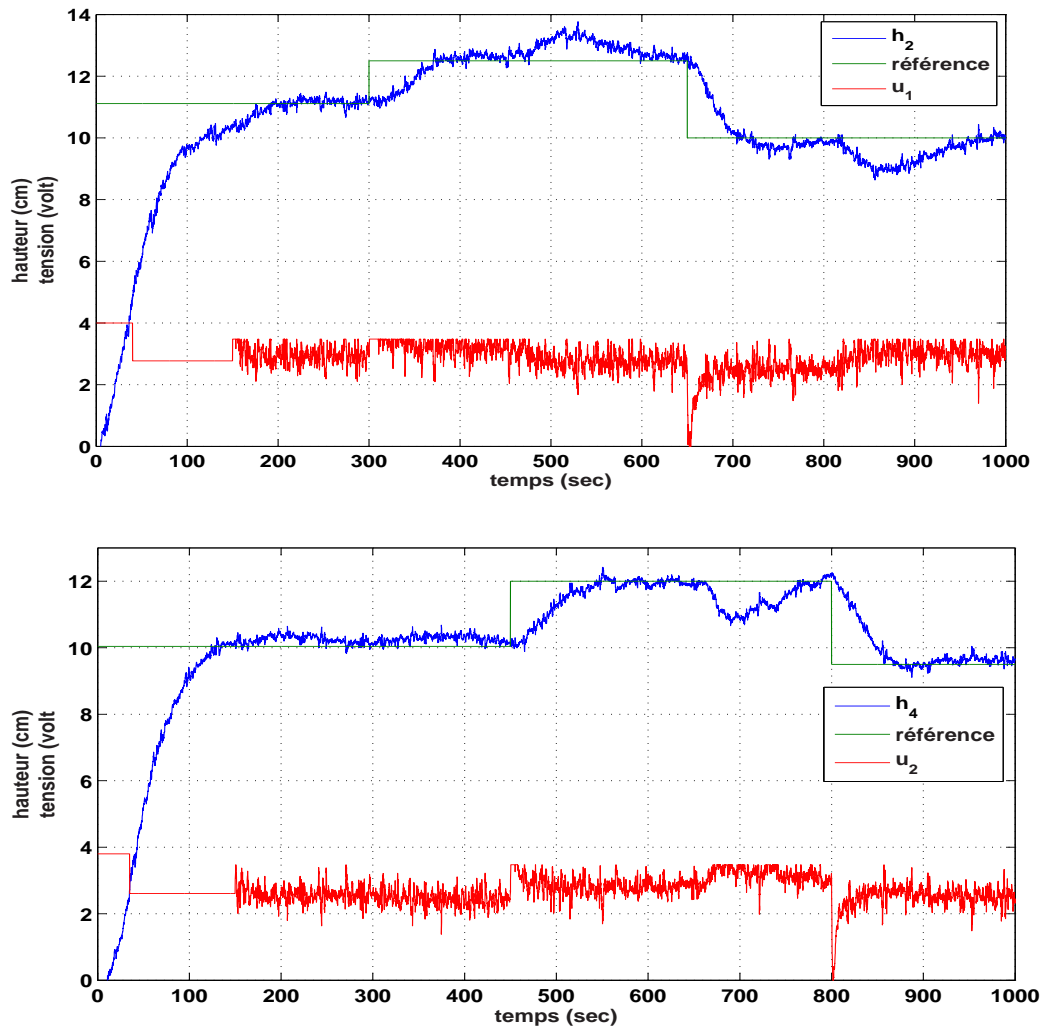


FIG. 5.11: Evolution des niveaux d'eau h_2 et h_4 et des signaux de commande u_1 et u_2 en utilisant le contrôleur multi-boucle fractionnaire à 2DDL

effet. L'effet de changement des consignes pour les deux boucles (h_2, u_1) et (h_4, u_2) a un effet visible sur l'évolution de h_2 et h_4 . Ceci, est dû à la présence des interactions entre les deux boucles. Le contrôleur multi-boucle à 2DDL réagit alors dans le sens de compenser cet effet et maintenir les deux niveaux h_2 et h_4 aux valeurs spécifiées. Ceci, en générant les deux signaux de commande u_1 et u_2 (courbe rouge).

De plus, si on compare les résultats expérimentaux obtenus en utilisant le contrôleur multi-boucle à 1DDL (figure (5.9)) avec ceux de la figure (5.11), l'effet des interactions dû au changement des consignes est réduit dans le cas où le contrôleur multi-boucle à 2DDL est utilisé. Par exemple l'effet de passage de h_4 de 10 cm à 12 cm (à l'instant $t = 450$ s)

sur l'évolution de h_2 est légèrement réduit lorsque le contrôleur multi-boucle à 2DDL est utilisé. Cependant, les signaux de commande u_1 et u_2 sont plus fluctuants dans ce cas. Comme cela a été présenté dans les exemples de simulation du troisième chapitre, l'effet de ces interactions peut être réduit davantage en diminuant la valeur des paramètres τ_{t1} et τ_{t2} . Néanmoins, le signal de commande devient plus fluctuant comme le montre la figure (5.12) dont les résultats expérimentaux sont obtenus pour les mêmes valeurs des paramètres des modèles de référence et pour $\tau_{t1} = \tau_{t2} = 20$.

Afin d'évaluer les performances du schéma de commande multi-boucle à 2DDL par rap-

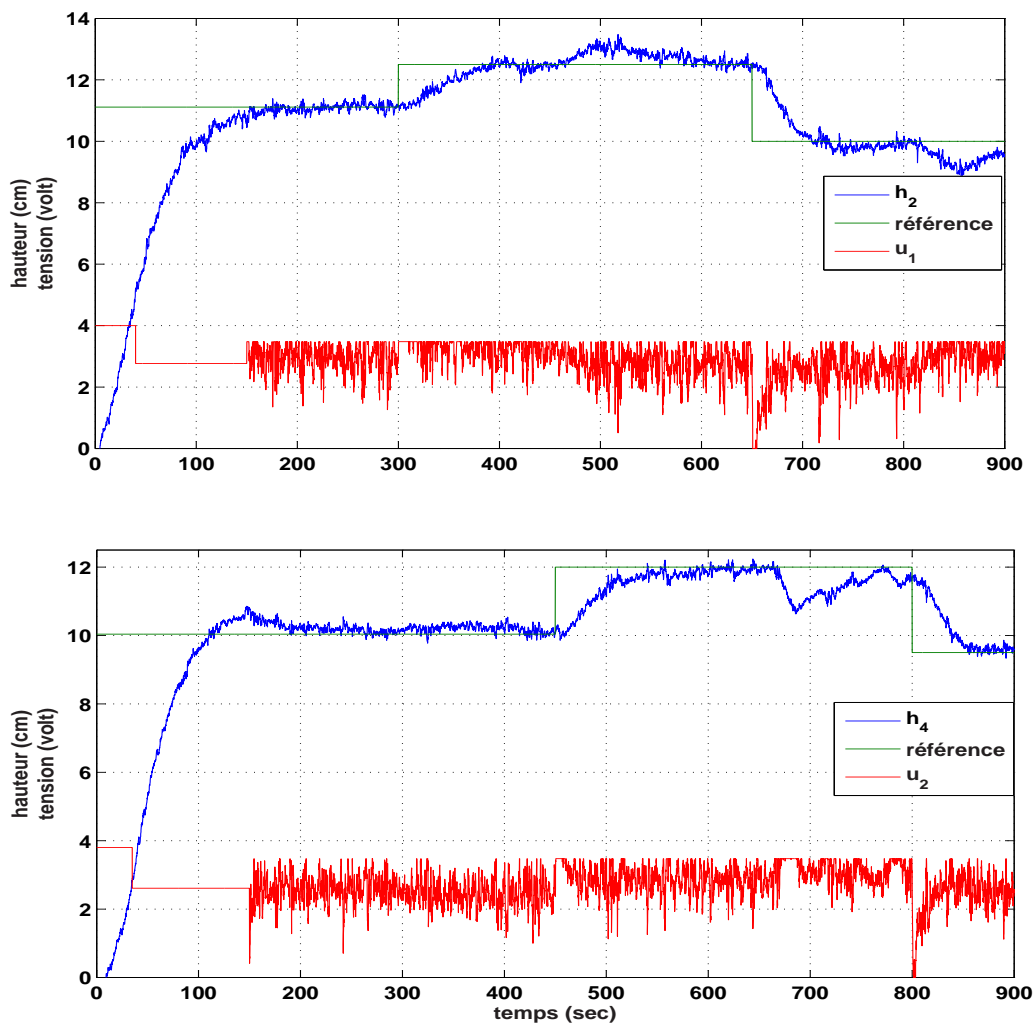


FIG. 5.12: Evolution des niveaux d'eau h_2 et h_4 et des signaux de commande u_1 et u_2 en utilisant le contrôleur multi-boucle fractionnaire à 2DDL pour $\tau_{t1} = \tau_{t2} = 20$

port aux perturbations, on refait le même test des perturbations comme dans le cas où le

contrôleur multi-boucle fractionnaire à 1DDL est implémenté.

Les résultats expérimentaux obtenus en utilisant le contrôleur multi-boucle fractionnaire à 2DDL, obtenu pour $\tau_{t1} = \tau_{t2} = 35$ et pour $\tau_{t1} = \tau_{t2} = 20$, sont montrés sur la figure (5.13).

Les résultats expérimentaux de la figure (5.13) montrent que le contrôleur multi-boucle

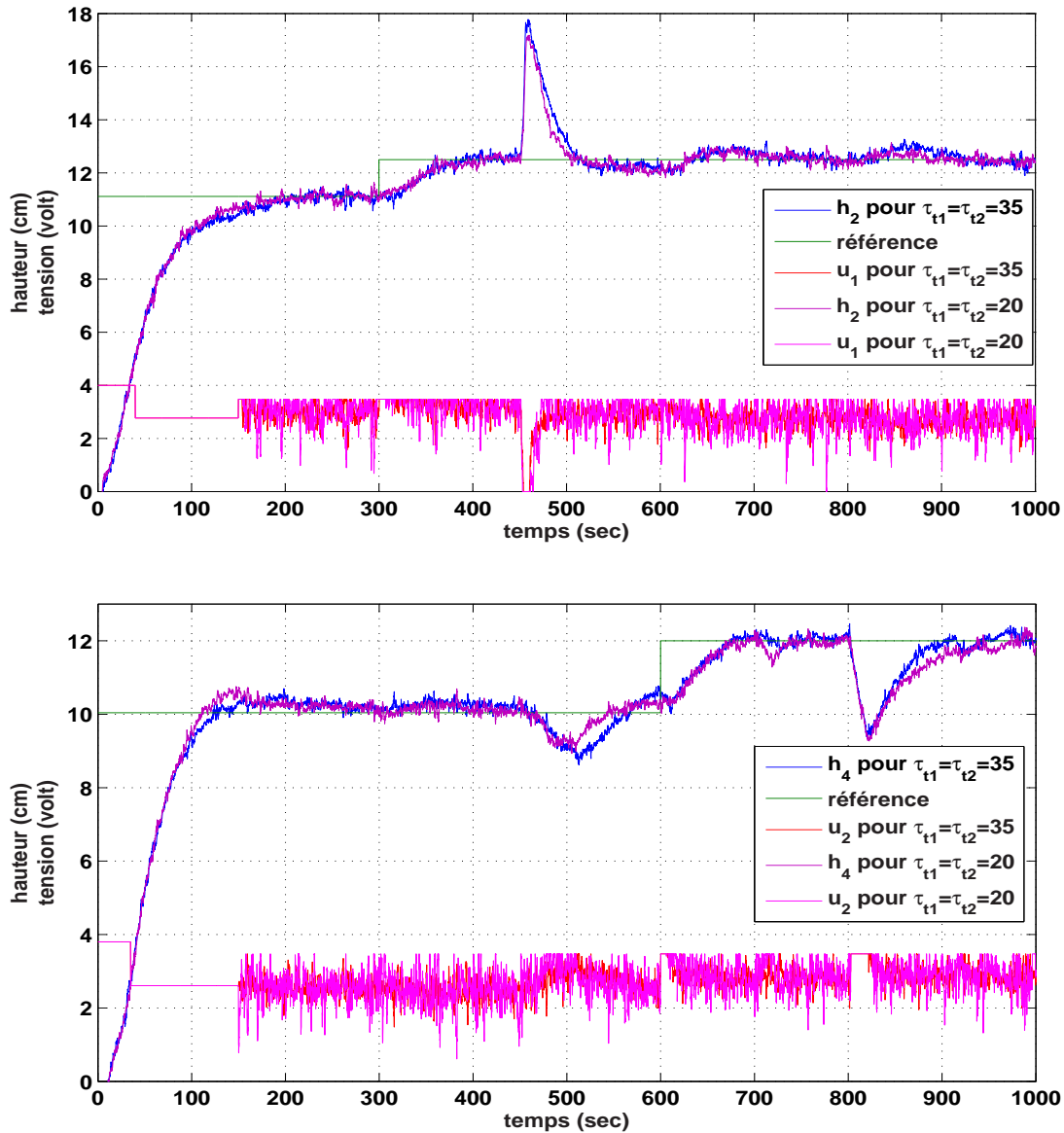


FIG. 5.13: Evolution des niveaux d'eau h_2 et h_4 et des signaux de commande u_1 et u_2 avec perturbations en utilisant le contrôleur multi-boucle fractionnaire à 2DDL

à 2DDL assure le rejet des perturbations. Ceci, se voit à l'instant $t=450$ s de l'évolution

du niveau h_2 où le contrôleur annule signal de commande u_1 pour compenser la quantité d'eau ajoutée à cet instant. L'effet de cette perturbation se voit également sur l'allure de l'évolution de h_4 au même instant. Pour compenser cette perturbation, le contrôleur réagit pour maintenir h_4 à sa valeur (10 cm).

La figure (5.13) montre également que pour $\tau_{t1} = \tau_{t2} = 20$, le contrôleur réagit plus rapidement et l'effet de cette perturbation sur l'évolution de h_4 est réduit.

A l'instant $t=800$ s, l'ouverture de la vanne du débit de sortie MV4 du réservoir T4 perturbe l'évolution de h_4 et par effet des interactions perturbe aussi l'évolution de h_2 . Le contrôleur multi-boucle à 2DDL réagit alors pour corriger cet effet et maintenir les deux niveaux h_2 et h_4 à leurs valeurs désirées. De même, l'effet de l'ouverture de cette vanne sur l'évolution de h_2 est réduit pour $\tau_{t1} = \tau_{t2} = 20$.

5.5 Application du contrôleur multi-boucle fractionnaire obtenu en utilisant le modèle fractionnaire approximé du procédé

Dans ce qui suit, on propose de valider la méthode de synthèse du schéma de commande multi-boucle fractionnaire développée dans le quatrième chapitre pour les systèmes entiers d'ordre élevé. Cette méthode se base sur l'approximation des éléments d'ordre élevé qui correspondent aux boucles de commande par des modèles fractionnaires simples. Ensuite, la même démarche de synthèse du contrôleur multi-boucle proposée dans le même chapitre pour les systèmes multivariables fractionnaires est suivie. On rappelle que cette étape d'approximation est effectuée afin de simplifier la méthode de synthèse du contrôleur multi-boucle pour les systèmes multivariables d'ordre élevé.

Les fonctions de transfert du modèle linéarisé (équation (5.16)) du procédé hydraulique sont ordre 3 avec un zéro stable. De ce fait, l'expression numérique du correcteur multi-boucle à 2DDL n'est pas simple à implémenter (équation (5.1)). On propose alors d'approximer les fonctions de transfert g_{11} et g_{22} qui correspondent respectivement aux

deux boucles de commande (u_1, h_2) , (u_2, h_4) par des modèles fractionnaires du premier ordre.

Les modèles fractionnaires obtenus pour g_{11} et g_{22} sont respectivement \tilde{g}_{11} et \tilde{g}_{22} tels que :

$$\tilde{g}_{11} = \frac{5.15}{1 + 92.6s^{1.06}} \quad (5.19)$$

$$\tilde{g}_{22} = \frac{5.13}{1 + 89.5s^{1.06}} \quad (5.20)$$

La réponse indicielle des fonctions de transfert originales g_{11} et g_{22} et de celles approximées respectivement \tilde{g}_{11} et \tilde{g}_{22} est montrée sur la figure (5.14).

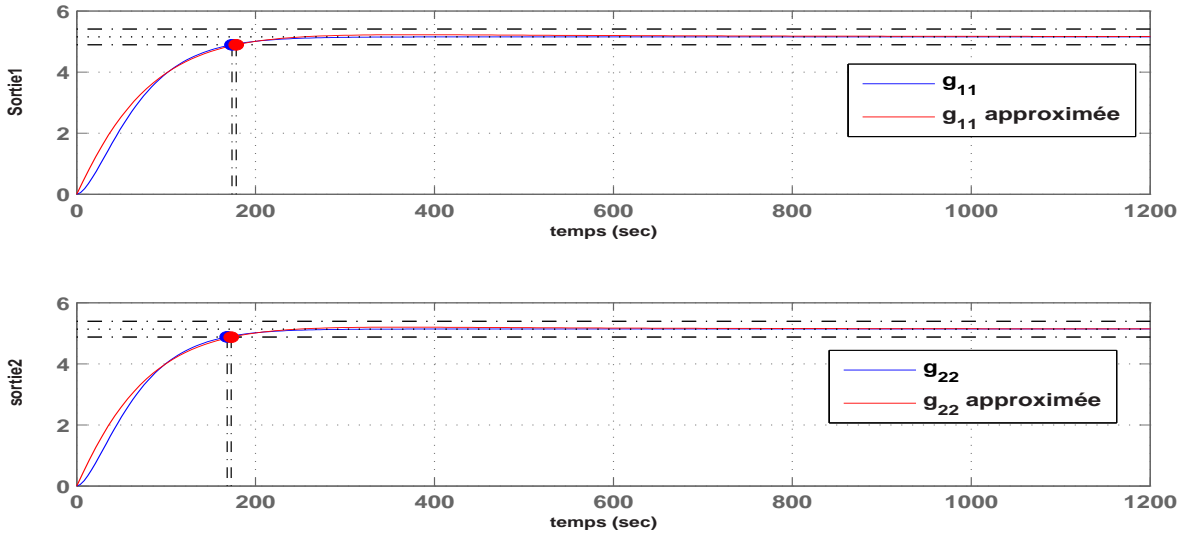


FIG. 5.14: Réponse indicielle g_{11} , g_{22} , \tilde{g}_{11} et \tilde{g}_{22}

La figure (5.14) montre que les deux réponses indicielles se superposent en régime permanent. Toutefois, l'écart entre les deux courbes se voit au début du régime transitoire. Ceci, est confirmé par la valeur du temps de réponse (t_s à 5 %) obtenue pour chaque fonction de transfert. Les valeurs de t_s à 5 % pour g_{11} et \tilde{g}_{11} sont respectivement 174 s et 178 s. Celles de g_{22} et \tilde{g}_{22} sont respectivement 168 s et 173 s.

En utilisant les équations (4.5) à (4.10) de la section (4.3) du quatrième chapitre et en choisissant les mêmes valeurs des paramètres du modèle de référence que celles choisies dans la synthèse du schéma de commande à 2DDL, pour le modèle entier du procédé, (section (5.4.4)) et pour $\tau_{t1} = \tau_{t2} = 35$, un contrôleur $C_{1-T2-F}(s)$ pour le rejet de perturbation

et un autre $C_{2-T2-F}(s)$ pour le suivi de trajectoire sont synthétisés pour la boucle (u_1, h_2) en utilisant le modèle fractionnaire \tilde{g}_{11} . De la même manière, un contrôleur $C_{1-T4-F}(s)$ pour le rejet de perturbation et un autre $C_{2-T4-F}(s)$ pour le suivi de trajectoire sont synthétisés pour la boucle (u_2, h_4) en utilisant le modèle fractionnaire \tilde{g}_{22} .

Les expressions numériques de ces contrôleurs sont listées dans le tableau (5.2) :

TAB. 5.2: Expressions des contrôleurs $C_1(s)$ et $C_2(s)$ obtenus en utilisant le modèle fractionnaire approximé du procédé

$C_1(s)$ pour réduire les interactions	$C_2(s)$ pour le suivi de trajectoire
$C_{1-T2-F}(s) = 0.514s^{0.06}\left(1 + \frac{1}{92.6s^{1.06}}\right)$	$C_{2-T2-F}(s) = \frac{1+35s}{1+70s^{1.1}}$
$C_{1-T4-F}(s) = 0.499s^{0.06}\left(1 + \frac{1}{89.5s^{1.06}}\right)$	$C_{2-T4-F}(s) = \frac{1+35s}{1+70s^{1.1}}$

Dans ce cas aussi, les termes dérivé et intégral des contrôleurs fractionnaires du tableau (5.2) sont implémentés sur le software MATLAB en utilisant l'approximation d'Oustaloup dans l'intervalle $[10^{-6}, 10^1]$ en utilisant 10 cellules.

La figure (5.15) montre l'évolution des niveaux d'eau h_2 et h_4 pour différentes variations des références, lorsque le contrôleur multi-boucle fractionnaire (tableau (5.2)) est implémenté.

La figure (5.15) montre que le contrôleur multi-boucle fractionnaire déterminé à la base des modèles fractionnaires approximés \tilde{g}_{11} et \tilde{g}_{22} assure bien le suivi de trajectoire tout en ramenant les deux niveaux d'eau h_2 et h_4 à leurs valeurs spécifiées à chaque instant. Toutefois, l'effet de ce changement de consigne est visible sur l'allure de l'évolution de h_2 et h_4 . Ceci est une conséquence de la présence des interactions entre les deux boucles de commande (u_1, h_2) et (u_2, h_4) . De plus, si on compare les résultats expérimentaux de la figure (5.15) avec ceux des figures (5.9) et (5.11), on constate que l'évolution des niveaux d'eau h_2 et h_4 se produit lentement. Cependant, les signaux de commande u_1 et u_2 sont moins fluctuants.

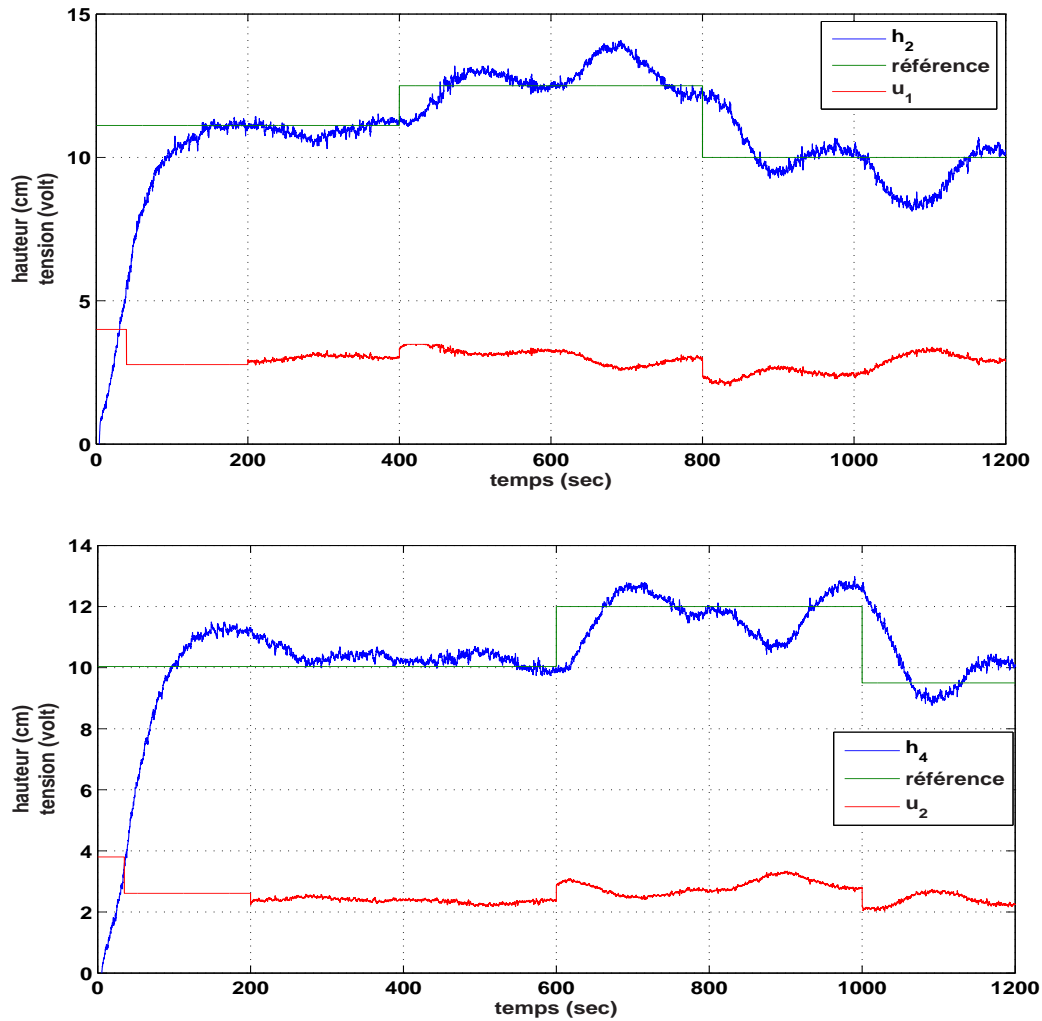


FIG. 5.15: Evolution des niveaux d'eau h_2 et h_4 et des signaux de commande u_1 et u_2 en utilisant le contrôleur multi-boucle fractionnaire à 2DDL calculés à la base du modèle fractionnaire approximés

5.6 Conclusion

Dans ce chapitre, La validation des structures de commande IMC-PID-FOF à 1DDL et à 2DDL proposées pour les systèmes monovariables et le schéma de commande multi-boucle fractionnaire à 1DDL et celui à 2DDL, proposé pour tenir compte des interactions, est effectuée sur un procédé hydraulique à quatre réservoirs.

Après la présentation des différents éléments constituant le procédé, les deux contrôleurs IMC-PID-FOF à 1DDL et à 2DDL sont synthétisés pour contrôler le niveau d'eau dans

un seul réservoir. Le test du suivi de trajectoire effectué sur le procédé réel montre que les deux schémas de commande assurent bien la poursuite des variations de référence spécifiées. Toutefois, le test de perturbation effectué montre que la structure à 2DDL rejette plus rapidement les perturbations lorsque la valeur de la constante de temps τ_t est plus petite.

En configurant le procédé hydraulique comme étant un système TITO, les deux contrôleurs multi-boucle fractionnaires à 1DDL et à 2DDL sont synthétisés pour contrôler le niveau d'eau dans les deux réservoirs T2 et T4. Les résultats expérimentaux obtenus montrent que les deux schémas de commande assurent le suivi de trajectoire du niveau d'eau dans les deux réservoirs pour différentes variations des références. Malgré la simplicité de la méthode de synthèse et de la structure d'implémentation du schéma de commande multi-boucle à 1DDL, l'effet des interactions sur l'allure de l'évolution des niveaux d'eau h_2 et h_4 , est réduit lorsque le contrôleur multi-boucle à 2DDL est utilisé. De même, pour le rejet de perturbations où la structure à 2DDL rejette plus rapidement les perturbations en diminuant la valeur de la constante de temps de la fonction de sensibilité complémentaire définie pour chaque boucle de commande. Cependant, le signal de commande généré dans ce cas devient plus fluctuant.

Comme le modèle linéarisé du système hydraulique est d'ordre 3 avec un zéro stable, la méthode de synthèse du contrôleur multi-boucle peut être simplifiée davantage en approximant les fonctions de transfert correspondantes aux boucles de commande du procédé par des modèles fractionnaires simples. Les résultats expérimentaux obtenus montrent que le correcteur multi-boucle ainsi synthétisés en utilisant ces modèles fractionnaires assure la régulation du niveau d'eau dans les réservoirs.

Conclusion générale

Les travaux de recherche que nous avons menés dans le cadre de cette thèse ont eu pour but de développer une méthode de synthèse des contrôleurs multi-boucles fractionnaires pour la commande des systèmes multivariables carrés.

La contribution du travail est de considérer les interactions entre les variables d'entrée et de sortie, comme étant des perturbations sur les boucles de commande, obtenues lors de l'étape de l'analyse des interactions. De ce fait, la structure à 2DDL a été adoptée pour résoudre les deux problèmes du suivi de trajectoire et de la réduction de l'effet des interactions indépendamment l'un de l'autre. En ajustant la valeur du paramètre de réglage τ_{i_i} ($i = 1 \dots n$) (n est l'ordre du système multivariable), qui correspond à la constante de temps de la fonction de sensibilité complémentaire définie pour chaque boucle, un compromis peut être établi entre la réduction de l'effet des interactions et l'atténuation du bruit de mesure.

Cette méthode de synthèse a ensuite été généralisée pour la commande des systèmes multivariables fractionnaires et les systèmes multivariables entiers d'ordre élevé. La structure de commande proposée est simple à comprendre et facile à implémenter.

L'implémentation des lois de commande proposées pour les systèmes multivariables ainsi que pour les systèmes monovariables, a été effectuée sur un procédé hydraulique à quatre réservoirs. Les résultats expérimentaux obtenus lorsque le niveau d'eau dans un seul réservoir est contrôlé, ou bien lorsque les structures de commande multi-boucle fractionnaires proposées, sont implémentées pour contrôler le niveau d'eau dans les deux réservoirs du bas du procédé, montrent que le suivi de trajectoire et le rejet des perturbations sont assurés. La supériorité des schémas de commande à 2DDL se voit du point

de vue rapidité du rejet des perturbations et de la réduction de l'effet des interactions.

Le premier chapitre a été consacré au rappel des différentes méthodes d'analyse des interactions. La matrice des gains relatif (RGA) a été présentée avec plus des détails, cette technique a été choisie en association avec l'indice de Niederlinski, tout au long de cette thèse pour évaluer le degré du couplage des systèmes y étudiés. Ensuite, les différentes méthodes de commande des systèmes multivariables, dans l'approche fréquentielle, ont été présentées.

Dans le deuxième chapitre, les pré-requis nécessaires à la synthèse du contrôleur multi-boucle fractionnaire, ont été présentés à savoir la commande par modèle interne, la méthode d'Oustaloup pour l'approximation de l'ordre non entier. Le principe du paradigme de la commande à deux degrés de liberté (la commande à 2DDL) a été également abordé. Afin d'illustrer l'idée du travail effectué, le principe de la méthode de synthèse proposée a été présenté d'abord pour la commande des systèmes monovariables.

Dans le troisième chapitre, la méthode de synthèse du contrôleur multi-boucle fractionnaire par modèle interne que nous avons nommé contrôleur multi-boucle à 1DDL, a été présentée. Cette méthode étant la généralisation de la structure de commande par modèle interne dans un environnement multi-boucle au cas où le filtre choisi étant la fonction idéale de Bode en boucle fermée. Par la suite, la méthode de synthèse du contrôleur multi-boucle fractionnaire à 2DDL, a été présentée. L'idée directrice du travail était de considérer les interactions comme étant des perturbations sur les boucles de commande choisies lors de l'étape de l'analyse des interactions. Ensuite, la structure à 2DDL est utilisée pour réduire l'effet de ces interactions sur les performances du système commandé. Des résultats de simulation ont été effectués pour comparer les performances du schéma de commande proposé avec celles des autres méthodes.

Dans le quatrième chapitre, la méthode de synthèse du contrôleur multi-boucle fractionnaire à 2DDL, a été généralisée au cas des systèmes multivariables d'ordre non entier

en définissant la même forme de la fonction de sensibilité complémentaire que pour les systèmes entiers. En approximant les fonctions de transfert correspondantes aux boucles de commande choisies, la synthèse d'un schéma de commande multi-boucle peut être simplifiée pour les systèmes entiers d'ordre élevé en utilisant la structure multi-boucle. Ceci, a été illustré par un exemple de simulation. Des résultats de simulation ont été effectués pour comparer les performances de la méthode proposée à celles des autres méthodes rencontrées dans la littérature.

Le cinquième chapitre a été consacré à la validation des résultats de simulation obtenus par l'implémentation des schémas de commande proposés sur un système hydraulique à quatre réservoirs. Nous nous sommes intéressés, dans une première étape, au contrôle du niveau d'eau dans un seul réservoir. L'implémentation des deux contrôleurs IMC-PID-FOF et IMC-PID-FOF à 2DDL séparément, a montré que le suivi de trajectoire et le rejet des perturbations sont bien assurés. Cependant, le rejet des perturbations s'effectue plus rapidement lorsque la structure de commande à 2DDL est implémentée. Ceci, en diminuant davantage la valeur du paramètre τ_t .

La deuxième étape du travail effectué dans le cinquième chapitre consiste à contrôler le niveau d'eau dans les deux réservoirs du bas de procédé. L'implémentation des trois lois de commande multi-boucle fractionnaire montre que le suivi de trajectoire des variations de référence effectuées autour du point de fonctionnement, ainsi que le rejet des perturbations sont vérifiées. Cependant, le rejet de perturbations s'effectue plus rapidement lorsque la structure de commande à 2DDL est implémentée tout en réduisant la valeur des paramètres $\tau_{ti}, i = 1 \cdots n$. L'inconvénient est que le signal de commande devient plus fluctuant.

Perspectives

Afin d'améliorer notre travail de thèse à l'avenir, des perspectives peuvent être envisagées, et se résument dans les points suivants :

- Calcul analytique de la valeur du paramètre τ_t ou bien mettre le choix de ce paramètre sous forme d'un problème d'optimisation qu'il faut résoudre.

- Adapter la méthode de synthèse du contrôleur multi-boucle proposée à la commande des systèmes multivariables non carrés.
- Utiliser le principe de la structure à 2DDL pour la commande des systèmes multivariables instables.
- Implémenter le schéma de commande proposé sur d'autres systèmes réels.

Annexe A

Principe de la commande du procédé hydraulique et calibrage des capteurs

Cette annexe est consacrée à la présentation des différents éléments nécessaires au bon fonctionnement du procédé hydraulique ainsi que le principe de sa commande [199, 200]. La méthode de calibrage des capteurs, qui doit se faire à chaque début d'essai ou bien périodiquement, sera également abordée dans cette annexe.

A.1 Éléments nécessaires pour le fonctionnement

Pour faire fonctionner le procédé hydraulique, des parties matériel et logiciel sont nécessaires [199, 200] :

1. Une station de micro-ordinateur doté du système d'exploitation Windows XP, Windows Vista ou bien Windows 7.
2. Logiciel MATLAB V7.6 (R2008a) à 32 bits ou bien une autre version récente avec simulink (système d'exploitation avec 32 bits), ou bien MATLAB V8.0 (R2012b) à 64 bits ou bien une autre version récente avec simulink (système d'exploitation avec 64 bits)
3. Boîtes à outils de MATLAB :
 - Real Time Workshop with Real Time Windows Target (kernel)

- Boite à outils d'identification : pour accomplir les manipulations d'identification sur le procédé.
- Boite à outils de commande pour implémenter les contrôleurs

Real Time Windows Target peut être activé en saisissant la commande :

» `rtwintgt -setup` (notons l'espace avant -) dans la fenêtre du travail de MATLAB

4. Une carte Advantech PCI1711

5. CD ROM et une clé USB :

La clé USB sert à configurer la carte d'acquisition et installer les pilotes.

Le CD ROM sert à installer la partie logiciel du système à utiliser avec MATLAB, qu'il faut mener à la fin avec l'insertion de la clé USB.

6. Câble 25 voies LPT, et un un câble SCSI. En plus de la boite de connection.

7. Guide d'installation et le manuel d'aide pour le contrôle.

La liaison entre la station du micro ordinateur et le procédé physique, comme le montre la figure (A.1), se réalise en utilisant les équipements suivants [200] :

- L'unité centrale du PC dotée de la carte PCI-1711
- Boite de connexion avec câble.
- Unité d'alimentation et d'amplification (PSUPA).

Pour établir la liaison on commence d'abord par relier le connecteur SCSI PCI1711 au connecteur du câble de retour de la boîte de connexion. Ensuite, on utilise le connecteur SUB-D 25 voies pour connecter la boîte de connexion avec le port SUB-D approprié de l'unité d'alimentation et d'amplification (PSUPA) sur la plate-forme du système hydraulique. Enfin, on branche le câble d'alimentation dans l'unité d'alimentation et d'amplification (PSUPA) et on le branche sur le secteur de tension.

A.2 Système de commande

Le procédé physique avec le système de commande sont montrés sur la figure (A.2) [200].

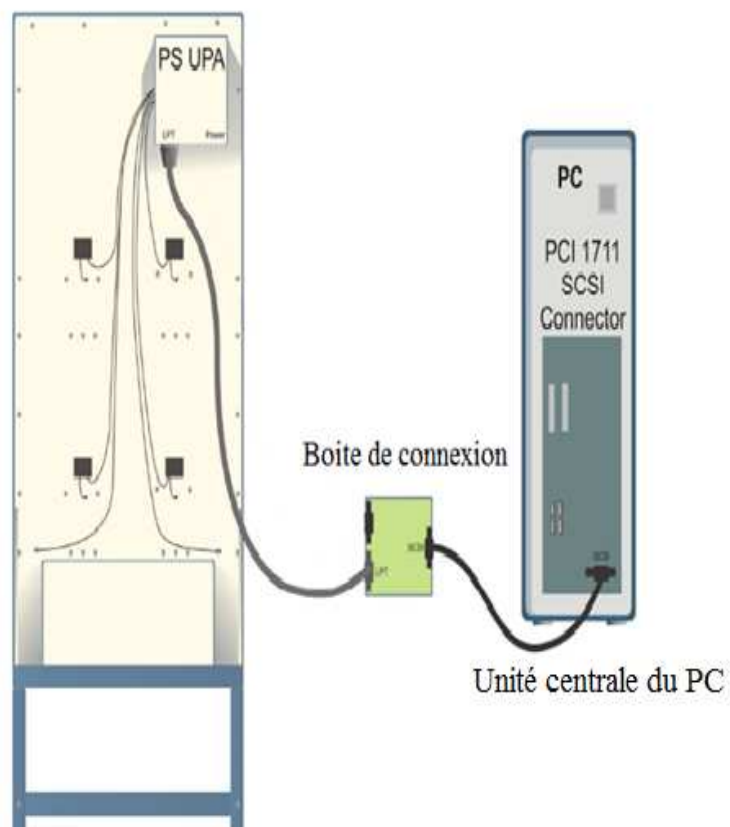


FIG. A.1: Établissement de la liaison entre le PC et le procédé physique

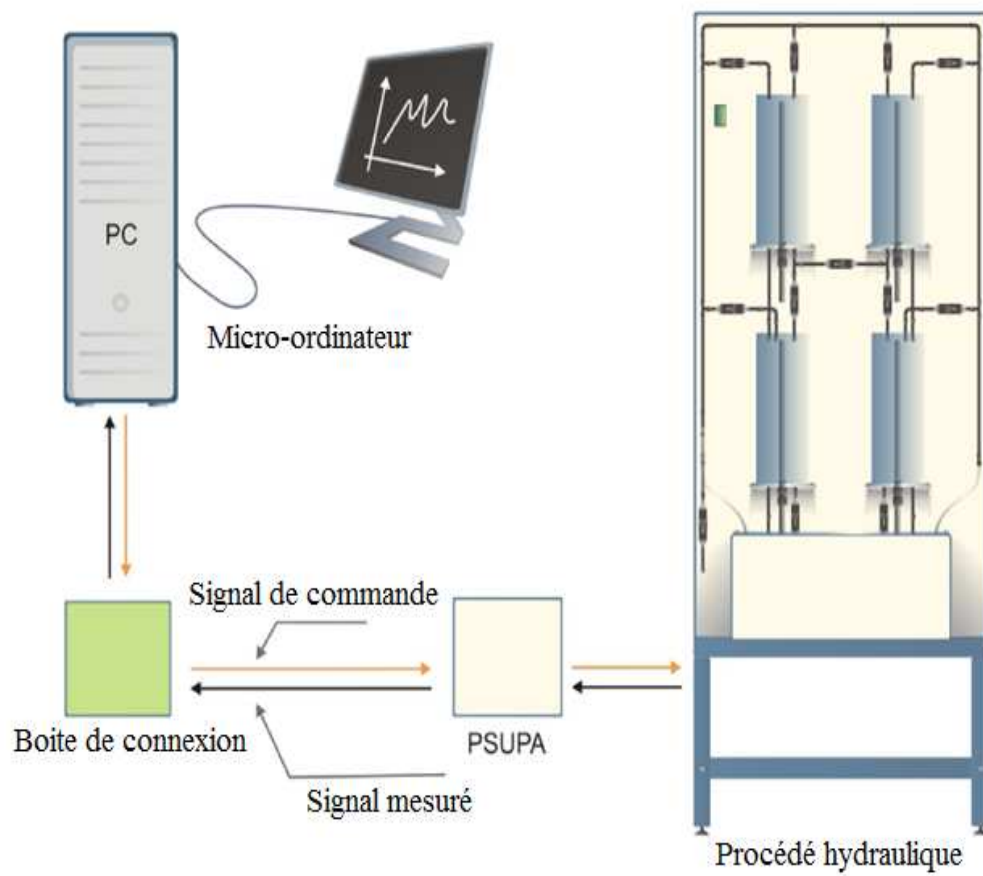


FIG. A.2: Système de commande du procédé hydraulique



FIG. A.3: Schéma bloc du réservoir

Le système de commande comprend essentiellement un micro-ordinateur doté d'une carte Advantech et du logiciel MATLAB (environnement Simulink). Les signaux de commande, délivrés par l'algorithme de commande, sont compris entre 0 et 5 volts, ils sont transférés dans l'unité d'amplification (PSUPA) où ils sont transformés en signaux continus 24 volts, permettant de démarrer les pompes.

Le niveau d'eau dans les réservoirs est détecté par des capteurs de pression, cette information est également transférée vers l'ordinateur à travers l'unité PSUPA.

Dans l'environnement Simulink, chaque réservoir avec la pompe qui lui est associée forment un ensemble (coupled tank) comme le montre la figure (A.3). $u(t)$ est le signal de commande délivré par la pompe, $h(t)$ représente le niveau d'eau dans le réservoir.

A.3 Installation des logiciels (partie software)

Une fois le procédé hydraulique relié au PC, on procède à l'installation de la partie software du système. Ce dernier est muni d'un CD ROM et une clé USB qui servent à configurer la carte d'acquisition et installer les pilotes nécessaires. L'installation s'effectue en introduisant le CD ROM dans le micro et suivre les étapes décrites dans [200]. Par la suite, installer le logiciel de commande du procédé (33-041 Coupled Tanks Simulink Models) à utiliser avec MATLAB qu'il faut mener à la fin avec l'insertion de la clé USB (au moment de la demande du logiciel), en suivant toujours les étapes décrites dans [200]. Pour que l'installation de ces logiciels soit effective et fonctionne correctement il faut que le système d'exploitation Windows se dispose du package ".Net Framework 3.5". Dans le cas contraire, il faut le télécharger sur Internet et l'installer manuellement.

Si les erreurs suivantes empêchent le système de bien fonctionner : "Error occured while executing external mode Mex-file 'rtwinext' " ou bien "Error initializing data acquisition

hardware" Cela signifie que MATLAB ne reconnaît pas la carte d'acquisition. IL faut donc l'ajouter à sa liste, à titre d'exemple : Lancer le modèle simulink CT-T1-PID fourni dans menu "Coupled Tanks Real-Time Models"

- Chercher le bloc Feedback DAC
- Cliquer avec le bouton droit de la souris sur ce bloc et sélectionner l'instruction "look under mask"
- Une nouvelle fenêtre s'affiche alors contenant le bloc "Analog Output"
- Double cliquer sur ce bloc, une fenêtre s'affiche alors pour sélectionner la carte à ajouter
- si la carte PCI-1711 se trouve sur la liste. Cliquer sur cancel.

Après avoir installé les logiciels nécessaires pour effectuer les manipulations expérimentales, "The Real-Time Windows Target" est activé en exécutant la commande :

» `rtwintgt -setup` (notons l'espace avant -) dans la fenêtre du travail de MATLAB.

A.4 Calibrage des capteurs

Après l'installation complète de la partie software du système hydraulique, deux répertoires sont créés, l'un comprend les modèles de simulation du procédé "Coupled Tanks Simulation Models", l'autre comprend les modèles en temps réel "Coupled Tanks Real-Time Models" comme le montre la figure (A.4). Ouvrir le menu "Coupled Tanks Real Time Models".

Dans ce qui suit, on présente la méthode de calibrage des capteurs correspondants au quatre réservoirs du procédé. Idéalement, les capteurs doivent être calibrés avant d'entamer les manipulations. Toutefois, il est suffisant de refaire le calibrage périodiquement afin d'assurer la cohérence entre les données réelles et le signal mesuré (le signal récupéré sur le logiciel MATLAB) et réduire l'influence de certains facteurs comme la densité de l'eau qui peut varier avec le temps ce qui peut influencer sur la lecture du niveau d'eau dans le réservoir.

Pour calibrer tous les capteurs, on refait les étapes suivantes pour chaque réservoir :

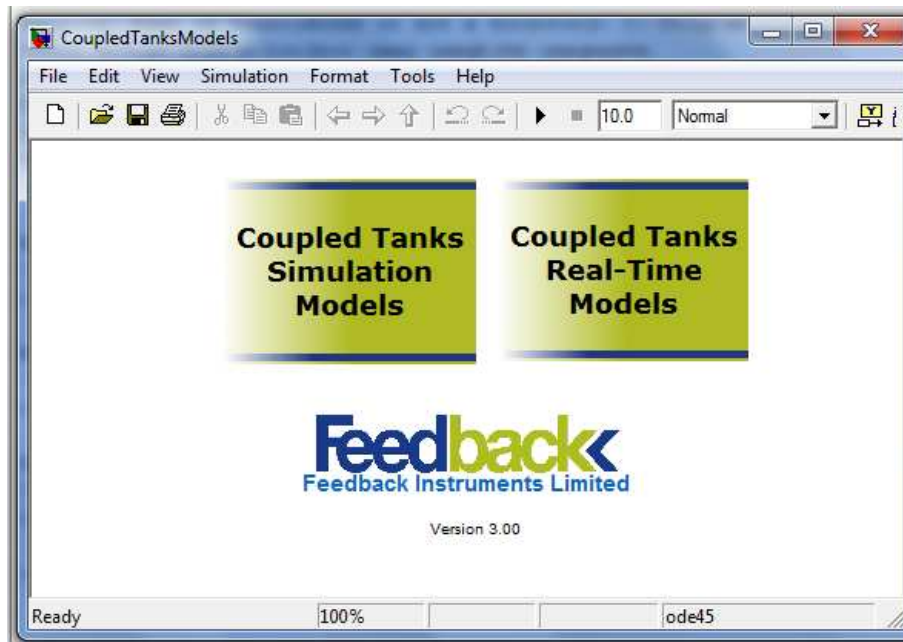


FIG. A.4: Menu des modèles simulink

- Fermer toutes les ouvertures du débit de sortie du réservoir à calibrer.
- Ouvrir la vanne d'entrée de la pompe correspondante au réservoir à calibrer : Ouvrir MVB pour calibrer le capteur du réservoir T1, MVA pour calibrer le capteur du réservoir T2, MVE pour calibrer le capteur du réservoir T3, MVD pour calibrer le capteur du réservoir T4. En gardant toujours les autres vannes fermées, l'eau coule seulement dans le réservoir à calibrer.
- Faire un double click sur le block "CT-calibration" dans le menu "Coupled Tanks Real-Time Models" comme cela est montré sur la figure (A.5).
- Dans la fenêtre de l'espace de travail du MATLAB, sélectionner le réservoir à calibrer [1, 2, 3 et 4].
- Tourner le potentiomètre du gain (potentiomètre du bas) dans le sens inverse des aiguilles d'une montre jusqu'à atteindre la limite ou bien jusqu'à ce que le potentiomètre fait des clicks. De cette façon, le gain atteint sa valeur minimale.
Confirmer que le gain est proche de zéro en tapant "y". On ne tape pas "n", sinon on arrête la procédure de calibrage.
- Régler le potentiomètre compensateur correspondant, potentiomètre du haut, jus-

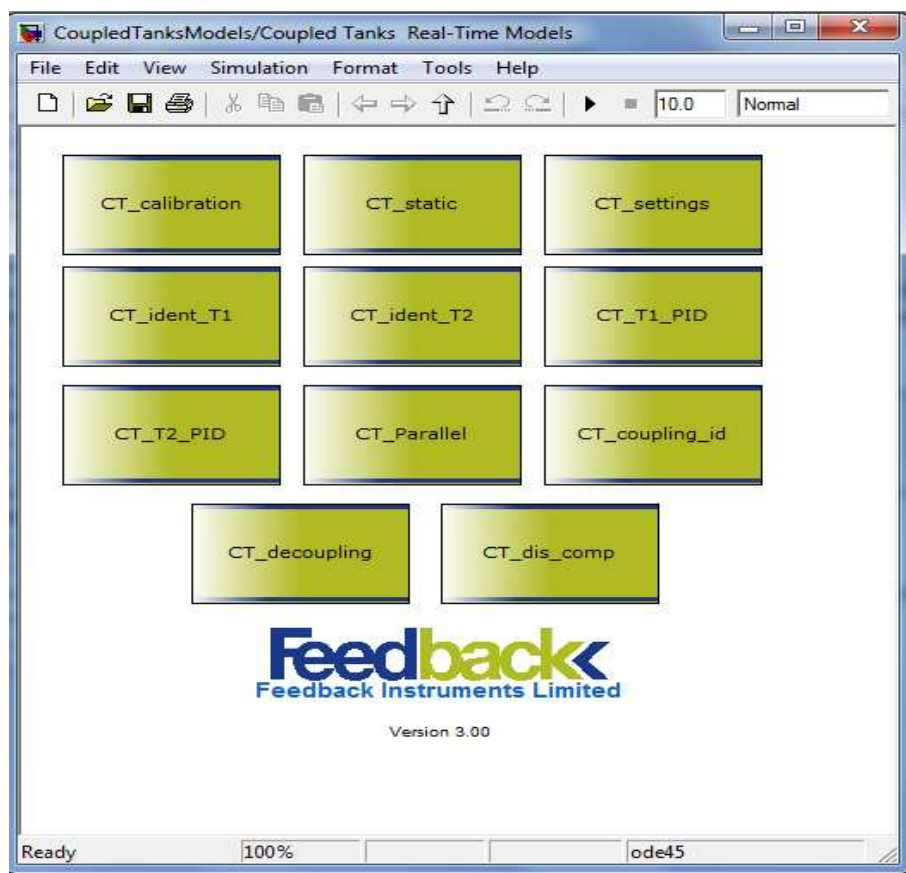


FIG. A.5: Menu du "Coupld Tanks Real-Time Models"

qu'à ce que l'afficheur du voltage dans "CT-calibration" affiche $1[v] \pm 0.1[v]$.

Confirmer que la valeur désirée du voltage est atteinte en tapant "y". La pompe correspondante au réservoir à calibrer démarre pour le remplir.

- Toucher n'importe qu'elle touche du clavier dès que le niveau de l'eau dans le réservoir a atteint 25 cm environ.
- Ajuster le potentiomètre du gain pour que l'afficheur du voltage affiche $3.5[v] \pm 0.1[v]$.

Confirmer que la valeur désirée du voltage est atteinte en tapant "y".

- Vider le réservoir calibré.

Confirmer que le réservoir est vide en tapant "y". On ne tape pas "n", sinon on annule la procédure du calibrage.

A la fin de ces étapes, des fichiers texte qui comprennent des relations linéaires à coefficients constants entre la tension mesurée par le potentiomètre et la hauteur correspondante au réservoir, sont sauvegardés automatiquement dans le répertoire "Real Time Models" et sont chargés automatiquement à chaque début de manipulation.

A.5 Commande du procédé à partir du simulink

La commande du système hydraulique se réalise en se servant des logiciels MATLAB et Advantech. Pour implémenter un contrôleur, on a pas besoin de réaliser une application réelle. Les correcteurs sont créés dans l'environnement Simulink de MATLAB. Ensuite, ils sont exécutés en mode "external process" à travers "Real Time Kernel".

Pour effectuer les manipulations du contrôle sur le procédé, on ouvre le menu "Coupled tank Real-Time models", la figure (A.5) s'affiche :

- On ouvre le modèle "CT-Settings" pour choisir le point de fonctionnement du procédé pour les tâches de la commande linéaire
- Les modèles simulink "CT-ident-T1" et "CT-ident-T2" pour accomplir les tâches d'identification
- Les autres modèles simulink sont destinés pour implémenter les contrôleurs selon

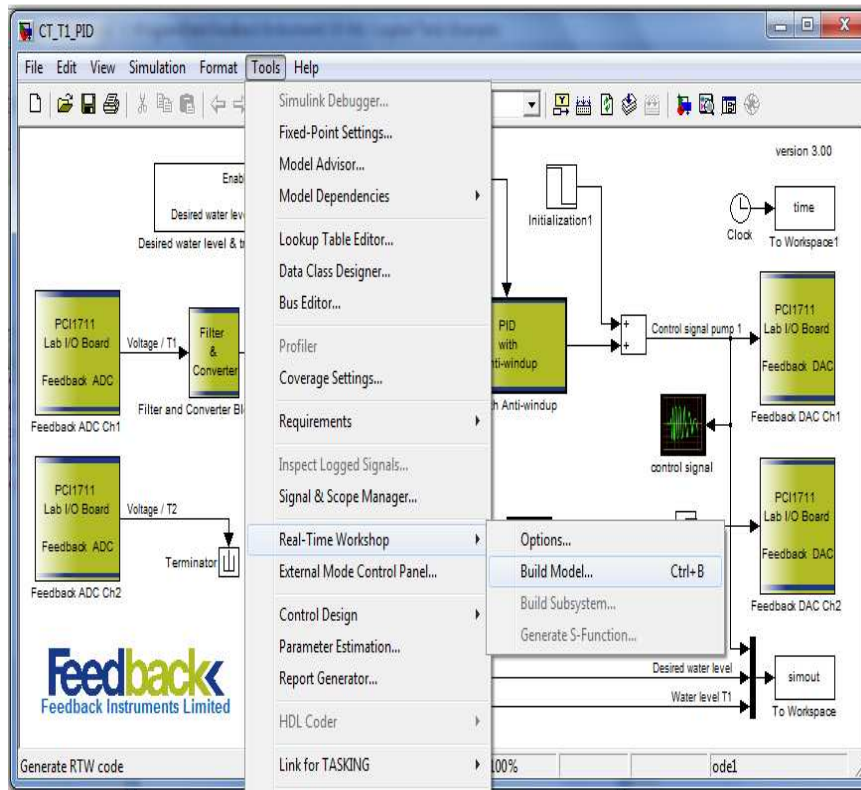


FIG. A.6: Compilation de l'application de commande

l'objectif visé.

A titre d'exemple, si on souhaite contrôler le niveau d'eau dans le premier réservoir, on ouvre le modèle simulink "CT-T1-PID". Après avoir porté les modifications nécessaires sur la partie contrôleur, éventuellement sur le signal de commande d'initialisation, référence..etc, on compile le modèle en exécutant la commande "build model" comme le montre la figure (A.6). On vérifie sur l'espace de travail de MATLAB, si la commande est bien exécutée (aucun message d'erreur). Pour établir la liaison entre cette application et la carte PCI1711, on clique sur le bouton "Connect to target" comme le montre la figure (A.7). On clique, par la suite, sur le bouton "Start real time code" pour exécuter l'application et démarrer la pompe.

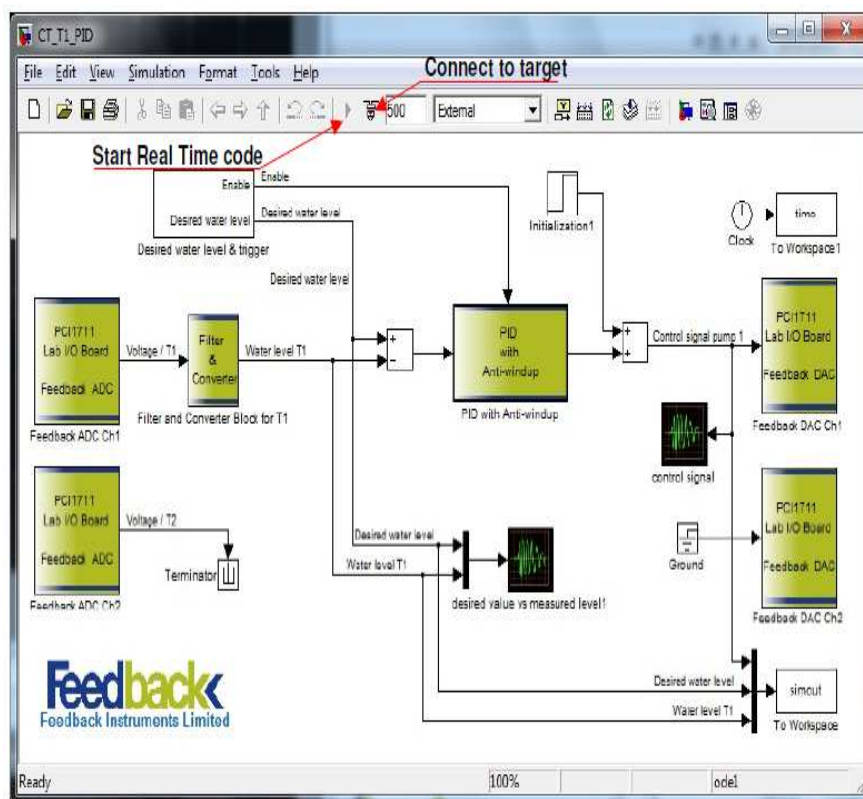


FIG. A.7: Exécution de l'application de commande

Bibliographie

- [1] Ajayi, T. O., et Ogboh, I. S., (2012). "Determination of Control Pairing for Higher Order Multivariable Systems by the use of Multi-Ratios". International Journal of Scientific and Engineering Research, vol. 3, *n*° 3, pp. 1-5.
- [2] Albertos, P., et Sala, A., (2004). "Multivariable Control systems : An engineering approach", Springer.
- [3] Amoura, K., Mansouri, R., Bettayeb, M., et Al-Saggaf, U. M., (2016). "Closed-loop step response for tuning PID-fractional-order-filter controllers". ISA Transactions, vol. 64, pp. 247-257.
- [4] Amoura, K., (2018). "Contribution à la synthèse de contrôleurs fractionnaires d'ordre réduit pour la commande des systèmes de grande dimension". Thèse de Doctorat. Université Mouloud Mammeri de Tizi-Ouzou, Algérie.
- [5] Ang, K. H., Chong, G., et Li, Y., (2005). "PID control system analysis, design, and technology". IEEE Transactions on Control Systems Technology, vol. 13, *n*° 4, pp. 559-576.
- [6] Aström, K. J., Johansson, K. H., et Wang, Q. W., (2002). "Design of decoupled PI controller for two-by-two systems". IEE Proceedings de Control Theory and Applications, vol. 149, pp. 74-81.
- [7] Banu, U. S. et Lakshmanaprabu, S.K., (2015). "Adaptive Multi-loop Fractional Order PID Controller Tuning Using Bat Colony Optimization for Quadruple Tank Process", International Conference on Robotics, Automation, Control and Embedded Systems (RACE), 18-20 Février. Chennai, India, pp. 1-8.

-
- [8] Bao, J., Forbes, J. F., et McLellan, P. J., (1999). "Robust multiloop PID controller design : A successive semidefinite programming approach". *Industrial & Engineering Chemistry Research*, vol 38, *n° 9*, pp. 3407-3419.
- [9] Barbosa, R. S., Machado, J. A. T., et Ferreira, I. M., (2004). "Tuning of PID controller based on Bode's ideal transfer function". *Nonlinear dynamics*, vol. 38, *n° 1*, pp. 305-321.
- [10] Baruah, G., Majhi, S., et Mahanta, C., (2018). "Auto-tuning of FOPI Controllers for TITO Processes with Experimental Validation". *International Journal of Automation and Computing*, pp. 1-15.
- [11] Basualdo, M. S., et Marchetti, J. L., (1990). "Tuning Method for interactive multiloop IMC, PI and PID controllers". *Chemical Engineering Communications*, vol. 97, *n° 1*, pp. 47-73.
- [12] Besta, C. S., et Chidambaram, M. (2017). "Design of Centralized PI Controllers by Synthesis Method for TITO Systems". *Indian Chemical Engineer*, vol. 59, *n° 4*, pp. 259-279.
- [13] Besta, C. S., et Chidambaram, M., (2016). "Tuning of Multivariable PI Controllers by BLT method for TITO Systems". *Chemical Engineering Communications*, vol. 203, *n° 4*, pp. 527-538.
- [14] Bettayeb, M. et Mansouri R., (2014). "IMC-PID-fractional-order-filter controllers design for integer order systems". *ISA Transaction*, vol. 53, *n° 5*, pp. 1620-1628.
- [15] Bettayeb, M. et Mansouri R., (2013). "Fractional IMC-PID-filter controllers design for non integer order systems". *Journal of Process Control*, vol. 24, *n° 4*, pp. 261-271.
- [16] Bhat, V. S., Thirunavukkarasu, I., et Priya, S. S., (2018). "Design of centralized robust PI controller for a multivariable process". *Journal of Engineering Science and Technology*, vol. 13, *n° 5*, pp. 1253-1273.
- [17] Bode, H. W., (1945). "Network Analysis and Feedback Amplifier Design", Van Nostrand, New York.

- [18] Bristol, E. H., (1966). "On a new measure of interaction for multivariable process control". IEEE Transactions on Automatic Control, vol. 11, n° 1, pp. 133-134.
- [19] Bristol, E. H., (1979). "Recent results on interactions in multivariable process control". In Proceeding of the 71st annual AIChE Meeting houston, USA.
- [20] Brosilow, C., et Joseph, B., (2002). "Techniques of model-based control". Prentice Hall Professional, USA.
- [21] Campestrini, L., Stevanatto Filho, L. C., et Bazanella, A. S., (2009). "Tuning of multivariable decentralized controllers through the ultimate-point method". IEEE Transactions on Control Systems Technology, vol. 17, n° 6, pp. 1270-1281.
- [22] Campo, P. J., et Morari, M., (1994). "Achievable closed-loop properties of systems under decentralized control : Conditions involving the steady-state gain". IEEE Transactions on Automatic Control, vol. 39, n° 5, pp. 932-943.
- [23] Caponetto, R., Dongola, G., et al., (2010). "Fractional Order Systems Modeling and Control Applications". World Scientific.
- [24] Carlson, G. E. et Halijak, C. A. (1964). "Approximation of fractional capacitors $(1/s)^{1/n}$ by a regular newton process". IRE Transactions On Circuits Theory, vol. 11, n° 2, pp. 210-213.
- [25] Cha, S., Chun, D., et Lee, J., (2002). "Two-step IMC-PID method for multiloop control system design". Industrial Engineering & Chemical Research, vol. 41, n° 12, pp. 3037-3041.
- [26] Charef, A., Sun H. H., Tsao Y. Y. et Onaral B., (1992). "Fractal system as represented by singularity function". IEEE Transactions on Automatic Control, vol. 37, n° 9, pp. 1465-1470.
- [27] Chekari, T., Mansouri, R., et Bettayeb, M., (2018). "Improved Internal Model Control-Proportional-Integral-Derivative Fractional-Order Multiloop Controller Design for Non Integer Order Multivariable Systems". Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control, vol. 141, n° 1, DOI : 10.1115/1.4041353.

- [28] Chekari, T., Mansouri, R., et Bettayeb, M., (2018). "IMC-PID Fractional Order Filter Multiloop Controller Design for Multivariable Systems Based on Two Degrees Of Freedom Control Scheme". *International Journal Of control, Automation and Systems*, vol. 16, *n° 2*, pp. 689-701.
- [29] Chekari, T., Mansouri, R., et Bettayeb, M., (2015). "IMC-PID-Fractional-order-filter controller design for Two Input-Two Output (TITO) systems". *International Conference on Automatic control, Telecommunication and Signals (ICATS15)*, 16-18 Novembre. Annaba, Algérie.
- [30] Chen, D., et Seborg, D. E., (2003). "Design of decentralized PI control systems based on Nyquist stability analysis". *Journal of Process Control*, vol. 13, *n° 1*, pp. 27-39.
- [31] Chen, P., et Zhang, W., (2007). "Improvement on inverted decoupling technique for a class of stable linear multivariable processes". *ISA Transactions*, vol. 46, pp. 199-210.
- [32] Chen, Q., Luan, X., et Liu, F., (2013). "Analytical design of centralized PI controller for high dimensional multivariable systems". *IFAC Proceedings*, vol. 46, *n° 32*, pp. 643-648.
- [33] Chien, I. L., Huang, H. P., et Yang, J. C., (1999). "A simple multiloop tuning method for PID controllers with no proportional kick". *Industrial & Engineering Chemistry Research*, vol. 38, *n° 4*, pp. 1456-1468.
- [34] Chiu, M. S., et Arkun, Y., (1991). "A new result on Relative Gain Array, Niederlinski Index and decentralized stability condition : 2×2 plant cases". *Automatica*, vol. 27, *n° 2*, pp. 419-421.
- [35] Chiu, M. S., et Arkun, Y., (1991). "A methodology for sequential design of robust decentralized control systems". In *American Control Conference IEEE*, 26-28 Juin. Boston, USA.
- [36] Chiu, M. S., et Arkun, Y., (1990). "Decentralized control structure selection based on integrity considerations". *Industrial & Engineering Chemistry Research*, vol. 29, *n° 3*, pp. 369-373.

- [37] Coelho, L. D. S., et Mariani, V. C., (2012). "Firefly algorithm approach based on chaotic Tinkerbell map applied to multivariable PID controllers tuning", *Computers & Mathematics with Applications*, vol. 64, *n° 8*, pp. 2371-2382.
- [38] Coriou, J. P., (2004). "Process Control : Theory and applications", Springer-Verlag London Berlin Heidelberg.
- [39] Delavari, H., Ranjbar, A. N., Ghaderi, R., et Momani, S., (2010). "Fractional order control of a coupled tank". *Nonlinear Dynamics*, vol. 61, *n° 3*, pp. 383-397.
- [40] Desbiens, A., Pomerleau, A., et Hodouin, D., (1996). "Frequency based tuning of SISO controllers for two-by-two processes". *IEE Proceedings-Control Theory and Applications*, vol. 143, *n° 1*, pp. 49-56.
- [41] Dittmar, R., Gill, S., Singh, H., et Darby, M., (2012). "Robust optimization-based multi-loop PID controller tuning : A new tool and its industrial application". *Control Engineering Practice*, vol. 20, *n° 4*, pp. 355-370.
- [42] Dong, J., et Brosilow, C. B., (1997). "Design of robust multivariable PID controllers via IMC". In *American Control Conference. Proceedings publication IEEE*, vol. 5, pp. 3380-3384, 4-6 Juin, New Mexico, USA.
- [43] Dworak, P., (2016). "On dynamic decoupling of MIMO fractional order systems", *Theoretical Developments and Applications of Non Integer Order Systems*, Springer International Publishing, vol. 357, pp. 217-232.
- [44] Economou, C. G., et Morari, M., (1986). "Internal model control : multiloop design". *Industrial & Engineering Chemistry Process Design and Development*, vol. 25, *n° 2*, pp. 411-419.
- [45] Flaus, J. M., (2000). "La régulation industrielle : régulateur PID, prédictifs et flous", Editions Hermès, Paris.
- [46] Fujita, M., et Shimemura, E., (1988). "Integrity against arbitrary feedback-loop failure in linear multivariable control systems". *Automatica*, vol. 24, *n° 6*, pp. 765-772.

- [47] Gagnepain, J. P., et Seborg, D. E., (1982). "Analysis of process interactions with applications to multiloop control system design". *Industrial & Engineering Chemistry Process Design and Development*, vol. 21, n° 1, pp. 5-11.
- [48] Gagnon, E., Pomerleau, A., et Desbien, A., (1998). "Simplified, ideal or inverted decoupling?". *ISA Transactions*, vol. 37, pp. 265-276.
- [49] Gambier, A., Wellenreuther, A., et Badreddin, E., (2006). "A new approach to design multi-loop control systems with multiple controllers". In *Decision and Control, 45th IEEE Conference on*. 13-15 Décembre. San Diego, USA.
- [50] Garcia, C. E. et Morari, M., (1982). "Internal Model Control I. A unifying review and some new results". *Industrial & Engineering Chemistry Process Design and Development*, vol. 21, n° 2, pp. 308-323.
- [51] Garrido, J., Vázquez, F., et Morilla, F., (2014). "Inverted decoupling internal model control for square stable multivariable time delay systems. *Journal of Process Control*, vol. 24, n° 11, pp. 1710-1719.
- [52] Garrido, J., Vázquez, F., Morilla, F., et Hägglund, T., (2011). "Practical advantages of inverted decoupling". *Proceedings de the Institution of Mechanical Engineers, Partie I, Journal of Systems and Control Engineering*, vol. 225, n° 7, pp. 977-992.
- [53] Goodwin, G. C., Graebe, S. F., et Salgado, M.E., (2000). "Control system design". Prentice Hall, USA.
- [54] Grosdidier, P., et Morari, M., (1987). "A computer aided methodology for the design of decentralized controllers". *Computers & Chemical Engineering*, vol. 11, n° 4, pp. 423-433.
- [55] Grosdidier, P., et Morari, M., (1986). "Interaction measures for systems under decentralized control". *Automatica*, vol. 22, n° 3, pp. 309-319.
- [56] Grosdidier, P., et Morari, M., (1985). "Closed-loop properties from steady-state gain information". *Industrial & Engineering Chemistry Fundamentals*, vol. 24, n° 2, pp. 221-235.

- [57] Gruel, D. N., Lanusse, P., et Oustaloup, A., (2009). "Robust control design for multivariable plants with time-delay", *Chemical Engineering Journal*, vol. 146, *n° 3*, pp. 414-427.
- [58] Haeggblom, K. E., (1997). "Partial relative gain : A new tool for control structure selection". In *AIChE Annual Meeting*, 16-21 Novembre, Los Angeles, USA.
- [59] Haji, V. H., et Monje, C. A., (2018). "Fractional-order PID control of a MIMO distillation column process using improved bat algorithm". *Soft Computing*, pp. 1-20.
- [60] Halevi, Y., Palmor, Z. J., et Efrati, T., (1997). "Automatic tuning of decentralized PID controllers for MIMO processes". *Journal of Process Control*, vol 7, *n° 2*, pp. 119-128.
- [61] He, M. J., et Cai, W. J., (2004). "New criterion for control-loop configuration of multivariable processes". *Industrial & Engineering Chemistry Research*, vol. 43, *n° 22*, pp. 7057-7064.
- [62] He, M. J., Cai, W. J., et Li, S. Y., (2005). "Evaluation of the decentralized closed-loop integrity for multivariable control systems". *Industrial & Engineering Chemistry Research*, vol. 44, *n° 10*, pp. 3567-3574.
- [63] He, M. J., Cai, W. J., Ni, W., et Xie, L. H., (2009). "RNGA based control system configuration for multivariable processes". *Journal of Process Control*, vol. 19, *n° 6*, pp. 1036-1042.
- [64] Hilfer, R., (2000). "Applications of fractional calculus in physics". World Scientific.
- [65] Ho, W. K., Lee, T. H., et Gan, O. P., (1997). "Tuning of multiloop Proportional-Integral-Derivative controllers based on gain and phase margin specifications". *Industrial & Engineering Chemistry Research*, vol. 36, *n° 6*, pp. 2231-2238.
- [66] Hovd, M., et Skogestad, S., (1994). "Improved independent design of robust decentralized controller". *Modeling, Identification and Control*, vol. 15, *n° 2*, pp. 93-107.
- [67] Hovd, M., et Skogestad, S. (1994). "Sequential design of decentralized controllers". *Automatica*, vol. 30, *n° 10*, pp. 1601-1607.

- [68] Hovd, M., Skogestad, S., (1992). "Simple frequency dependent tools for control system analysis, structure selection and design". *Automatica*, vol. 53, *n*° 5, pp. 989-996.
- [69] Huang, C., Canuto, E., et Novara, C., (2017). "The four-tank control problem : Comparison of two disturbance rejection control solutions". *ISA Transactions*, vol. 71, pp. 252-271.
- [70] Huang, H. P., Jeng, J. C., Chiang, C. H. , et Pan, W. (2003). "A direct method for multi-loop PI/PID controller design", *Journal of Process Control*, vol. 13, *n*° 8, pp. 769-786.
- [71] Huang, H. P. , Ohshima, M., et Hashimoto, I., (1994). "Dynamic interaction and multi-loop system design", *Journal of Process Control*, vol. 4, *n*° 1, pp. 15-27.
- [72] Jagnade, S. A., Pandit, R. A., et Badge, A. R. (2015). "Modeling, Simulation and Control of Flow Tank System". *International Journal of Science and Research*, pp. 657-669.
- [73] Jain, A., et Babu, B. V., (2015). "Relative response array : a new tool for control configuration selection". *International Journal of Chemical Engineering and Applications*, vol. 6, *n*° 5, pp. 356-362.
- [74] Jain, A., et Babu, B. V., (2013). "A new measure of process interaction in time domain dynamics". In *AICHE Annual Meeting*, November 3-8, San Francisco, USA.
- [75] Jeng, J. C., Huang, H. P., et Lin, F. Y., (2006). "Modified relay feedback approach for controller tuning based on assessment of gain and phase margins". *Industrial & Engineering Chemistry Research*, vol. 45, *n*° 12, pp. 4043-4051.
- [76] Jensen, N., Fisher, D. G., et Shah, S. L., (1986). "Interaction Analysis in Multivariable Control Systems". *AICHe Journal*, vol. 32, *n*° 6, pp. 959-969.
- [77] Jevtovic, B. T., et Matausek, M. R., (2010). "PID controller design of TITO system based on ideal decoupler". *Journal of Process Control*, vol. 20, *n*° 7, pp. 869-876.
- [78] Jin, Q. B., Zhao, L., Hao, F., et Liu, S. W., (2013). "Design of a multivariable internal model controller based on singular value decomposition". *The Canadian Journal of Chemical Engineering*, vol. 91, *n*° 6, pp. 1103-1114.

- [79] Johansson, K. H., (2000). "The quadruple-tank process : A multivariable laboratory process with an adjustable zero". IEEE Transactions on control systems technology, vol. 8, *n*° 3, pp. 456-465.
- [80] Johnston, R. D. (1990). "Steady-State Closed-Loop Structural Interaction Analysis". International Journal of Control, vol. 52, *n*° 6, pp. 1351-1369.
- [81] Jung, J., Choi, J. Y., et Lee, J., (1999). "One-parameter method for a multiloop control system design". Industrial & Engineering Chemistry Research, vol. 38, *n*° 4, pp. 1580-1588.
- [82] Khaki-Sedigh, A., Moaveni, B., (2009). "Control configuration selection for multivariable plants", Springer-Verlag Berlin Heidelberg.
- [83] Khelassi, A., (1991). "Analysis and Asservissement of Interaction in Process Control Systems". Ph.D Thesis, University of Nottingham, England.
- [84] Khelassi, A., (1990). "Control Loop Interaction in Process Systems". P. R. Symposium 10-11 April, University of Nottingham, England.
- [85] Kumar, G., Arunshankar, J., (2017). "Control of nonlinear two-tank hybrid system using sliding mode controller with fractional-order PID sliding surface". Computers & Electrical Engineering, pp. 1-13.
- [86] Lakshmanaprabu, S. K., Banu, U. S., et Hemavathy, P. R., (2017). "Fractional order IMC based PID controller design using novel Bat optimization algorithm for TITO Process". Energy Procedia, vol. 117, pp. 1125-1133.
- [87] Lee, J., Cho, W., et Edgar, T. F., (1998). "Multiloop PI controller tuning for interacting multivariable processes". Computers & Chemical Engineering, vol. 22, *n*° 11, pp. 1711-1723.
- [88] Lee, J., et Edgar, T. F., (2005). "Continuation Method for the Modified Ziegler-Nichols Tuning of Multiloop Control Systems". Industrial & Engineering Chemistry Research, vol. 44, *n*° 19, pp. 7428-7434.

- [89] Lee, J., et Edgar, T. F., (2004). "Dynamic interaction measures for decentralized control of multivariable processes". *Industrial & Engineering Chemistry Research*, vol. 43, *n*° 2, pp. 283-287.
- [90] Lee, J., et Edgar, T. F., (2000). "Phase conditions for stability of multi-loop control systems". *Computers & Chemical Engineering*, vol. 23, pp. 1623-1630.
- [91] Lee, J., Hyun, K. D., et Edgar, T. F., (2005). "Static decouplers for control of multivariable processes". *AIChE journal*, vol. 51, *n*° 10, pp. 2712-2720.
- [92] Lee, M., Lee, K., Kim, C., et Lee, J., (2004). "Analytical design of multiloop PID controllers for desired closed-loop responses". *AIChE journal*, vol. 50, *n*° 7, pp. 1631-1635.
- [93] Li, Z., (2015). "Fractional order modeling and control of multi-input-multi-output processes", Ph.D Thesis, University of California. USA.
- [94] Li, Z., et Chen, Y. Q., (2014). "Ideal simplified and inverted decoupling of fractional order TITO processes", 19th IFAC World Congress, 24-29 Août, Cap Town, Afrique de sud.
- [95] Li, D., Gao, F., Xue, Y., et Lu, C., (2007). "Optimization of decentralized PI/PID controllers based on genetic algorithm". *Asian Journal of Control*, vol. 9, *n*° 3, pp. 306-316.
- [96] Li, D., et He, X. (2017). "The Inverted Decoupling Based Fractional Order Two-Input-Two-Output IMC Controller". In *ASME International Design Engineering Technical Conferences and Computers and Information in Engineering Conference*, 6-9 Août. Ohio, USA.
- [97] Li, M., Zhou, P., Zhao, Z., et Zhang, J., (2016). "Two-degree-of-freedom fractional order-PID controllers design for fractional order processes with dead-time". *ISA Transactions*, Vol. 61, pp. 147-154.
- [98] Liu, T., Zhang, W., et Gao, F., (2007). "Analytical Two-Degrees-of-Freedom (2-DOF) Decoupling Control Scheme for Multiple-Input- Multiple-Output (MIMO) Processes

- with Time Delays". *Industrial & Engineering Chemistry Research*, vol. 46, *n*^o 20, pp. 6546-6557.
- [99] Liu, T., Zhang, W., et Gu, D., (2006). "Analytical Design of Decoupling Internal Model Control (IMC) scheme for Two-Input Two-Output (TITO) processes with time delays". *Industrial & Engineering Chemistry Research*, vol. 45, *n*^o 9, pp. 3149-3160.
- [100] Liu, T., Zhang, W., et Gu, D., (2005). "Analytical multiloop PI/PID controller design for two-by-two processes with time delays". *Industrial & Engineering Chemistry Research*, vol. 44, *n*^o 6, pp. 1832-1841.
- [101] Liu, C. H., (1983). "General decoupling theory of multivariable process control systems", Springer-Verlag, Berlin.
- [102] Liu, T., Gao, F., (2011). "Enhanced IMC design of load disturbance rejection for integrating and unstable Processes with slow dynamics". *ISA Transactions*, vol. 50, *n*^o 2, pp. 239-248
- [103] Liu, T. et Gao, F., (2011). "Industrial Process Identification and Control Design, step-test and relay-experiment-based methods", Springer Science & Business Media.
- [104] Liu, T., Gao, F., (2010). "New insight into internal model control filter design for load disturbance rejection". *IET Control Theory & Applications*, vol. 4, *n*^o 3, pp. 448-460.
- [105] Loh, A. P., Hang, C. C., Quek, C. K., et Vasnani, V. U., (1993). "Autotuning of multiloop proportional-integral controllers using relay feedback". *Industrial & Engineering Chemistry Research*, vol 32, *n*^o 6, pp. 1102-1107.
- [106] Luan, X., Chen, Q., et Liu, F., (2014). "Centralized PI control for high dimensional multivariable systems based on equivalent transfer function". *ISA Transactions*, vol. 53, *n*^o 5, pp. 1554-1561.
- [107] Luan, X., Chen, Q., et Liu, F. (2015). "Equivalent transfer function based multiloop PI control for high dimensional multivariable systems". *International Journal of Control, Automation and Systems*, vol. 13, *n*^o 2, pp. 346-352.

- [108] Luyben, W. L., (2001). "Effect of derivative algorithm and tuning selection on the PID control of dead-time processes". *Industrial and Engineering Chemistry Research*, vol. 40, *n°* 16, pp. 3605-3611.
- [109] Luyben, W. L., (1986). "Simple method for tuning SISO controllers in multivariable systems". *Industrial & Engineering Chemistry Process Design and Development*, vol. 25, *n°* 3, pp. 654-660.
- [110] Luyben, W. L., et Vinante, C. D., (1972). "Experimental studies of distillation decoupling". *Kem. Teollisuus*, vol. 29, *n°* 8, pp. 499-514.
- [111] Maghade, D. K., et Patre, B. M., (2012). "Decentralized PI/PID controllers based on gain and phase margin specifications for TITO processes". *ISA Transactions*, vol. 51, *n°* 4, pp. 550-558.
- [112] Maghade, D. K., et Patre, B. M., (2014). "Pole placement by PID controllers to achieve time domain specifications for TITO systems". *Transactions of the Institute of Measurement and Control*, vol. 36, *n°* 4, pp. 508-522.
- [113] Mansour, T., (2011). "PID Control, Implementation and Tuning", Edition InTech, Croatie.
- [114] Mansouri, R., (2008). "Contribution à l'analyse et la synthèse d'ordre fractionnaire par la représentation d'état", Thèse de Doctorat. Université Mouloud Mammeri de Tizi Ouzou, Algérie.
- [115] Mansouri, R., Bettayeb, M., et Djennoune, S., (2010). "Multivariable fractional system approximation with initial conditions using integral state space representation". *Computers and Mathematics with Applications*, vol. 59, pp. 1842-1851.
- [116] Marlin, T., E., (2000). "Designing process and control systems for dynamic performance", Mc Graw-Hill, New York (2nd edition).
- [117] Matsuda, K. et Fuji, H., (1993). " H_∞ optimized wave absorbing control : Analytical and experimental results". *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, vol. 16, *n°* 6, pp. 1146-1153.

- [118] Mayne, D. Q. (1973)., "The design of linear multivariable systems". *Automatica*, vol. 9, *n*^o 2, pp. 201-207.
- [119] McAvoy, T. J., (1983). "Interaction Analysis : Principles and applications", Research Triangle Park NC, USA.
- [120] McAvoy, T., Arkun, Y., Chen., R., Robinson., D., et Schenelle, P. D., (2003). "A new approach to defining a dynamic relative gain". *Control Engineering Practice*, vol. 11, pp. 907-914.
- [121] Merrikh-Bayat, F., (2011). "Efficient method for time domain simulation of the linear feedback systems containing fractional order controllers". *ISA Transactions*, vol. 50, pp. 170-176.
- [122] Michael, A., J., et Mohammad, H., M., (2005). "PID control new identification and Design Methods". Springer-Verlag London Limited.
- [123] Millán, P., Orihuela, L., Vivas, C., Rubio, F.R., Dimarogonas, D. V., et Johansson, K. H., (2013). "Sensor-network-based robust distributed control and estimation". *Control Engineering Practice*, vol. 21, *n*^o 9, pp. 1238-1249.
- [124] Monje, C. A., Chen, Y., Vinagre, B. M., Xue, D., et Feliu, V., (2010). "Fractional order Systems and Controls : Fundamentals and Applications". Springer Science & Business Media.
- [125] Monica, T. J., Yu, C. C., et Luyben, W. L., (1988). "Improved multiloop single-input/single-output (SISO) controllers for multivariable processes". *Industrial & Engineering Chemistry Research*, vol. 27, *n*^o 6, pp. 969-973.
- [126] Moradi, M., (2014). "A genetic-multivariable fractional order PID control to multi-input multi-output processes". *Journal of Process Control*, vol. 24, *n*^o 4, pp. 336-343.
- [127] Morari, M. et Zafiriou, M., (1989). "Robust Process Control", Editions Prentice hall, Englewood Cliffs, USA.
- [128] Muresan, C. I., De Keyser, R., et Ionescu, C. M., (2016). "Autotuning Method for a Fractional Order Controllers for a Multivariable ¹³C Isotope Separation Column", European Control Conference, 29 Juin-1 Juillet. Denmark, pp. 358-363.

- [129] Muresan, C. I., Dutta, A., Dulf, E. H., Pinar, Z., Maxim, A., et Ionescu, C. M., (2016). "Tuning algorithms for fractional order internal model controllers for time delay processes". *International Journal of Control*, vol. 89, *n*° 3, pp. 579-593.
- [130] Muresan, C. I., Dulf, E. H., et Ionescu, C. M., (2014). "Robustness Evaluation of a Multivariable Fractional Order PI Controller For Time Delay Processes". *Control and Intelligent Systems*, vol. 42, *n*° 2, pp. 112-118.
- [131] Mutlu, A., Yildirim, U., et Söylemez, M. T., (2015). "Achieving Diagonal Dominance for Parameter Uncertain TITO Systems Using Static Diagonal Controllers". *IFAC-Paper*, vol. 48, *n*° 14, pp. 271-277.
- [132] Naik, R. H., Kumar, D. V. A. , Anjaneyulu, K. S. R. , (2014). "Control Configuration Selection and Controller Design for Multivariable Processes Using Normalized Gain". *International Journal of Electrical, Computer, Electronics and Communication Engineering*, vol. 8, *n*° 10, pp. 1636-1640.
- [133] Nedic, N. N., Prodanovic, S. L., et Dubonjic, L. M., (2017). "Decoupling control of TITO system supported by dominant placement method". *Facta Universitatis, Series : Mechanical Engineering*, vol. 15, *n*° 2, pp. 245-256.
- [134] Nie, Z. Y., Wang, Q. G., Wu, M., et He, Y., (2011). "Tuning of multi-loop PI controllers based on gain and phase margin specifications". *Journal of Process Control*, vol. 21, *n*° 9, pp. 1287-1295.
- [135] Nie, Z. Y., Wu, M., Wang, Q. G., et He, Y., (2013). "A novel computational method for loop gain and phase margins of TITO systems". *Journal of Frankline Institute*, vol. 350, pp. 503-520.
- [136] Niederlinski, A., (1971). "A heuristic approach to the design of linear multivariable interacting control systems". *Automatica*, vol. 7, *n*° 6, pp. 691-701.
- [137] Numsomran, A., Trisuwannawat, T., et Tipsuwanporn, V., (2018). "Adaptive Fractional Order $PI^\lambda D^\mu$ Control for Multi-Configuration Tank Process (MCTP) Toolbox". *International Journal of Intelligent and Systems*, vol. 11, *n*° 5, pp. 21-35.

- [138] Orgunaike, B. A., Lemaire, J. P., Morari, M., et Ray, W. H., (1983). "Advanced multivariable control of a pilot plant distillation column". AICHE Journal, vol. 29, n° 4, pp. 632-640.
- [139] Oustaloup, A., Cois, O., et Le Lay, L., (2005). "Représentation et identification par modèle non entier". Editions Lavoisier, Paris.
- [140] Oustaloup, A., (1991). "La commande CRONE", Edition Hermès, Paris.
- [141] Oustaloup, A., (1983). "Systèmes asservis linéaires d'ordre fractionnaire : Théorie et Pratique". Editions Masson, Paris.
- [142] Podlubny, I., (1999). "Fractional Order Systems and $PI^{\alpha}D^{\mu}$ Controllers", IEEE Transaction on Automatic Control, vol. 44, pp. 208-214.
- [143] Podlubny, I., (1998). "Fractional Differential Equations : An introduction to fractional derivative, fractional differential equations, to methods of their solutions and some of their applications", Academic Press. USA.
- [144] Podlubny, I., Petràs, I., Vinagre, B. M., O'leary, P., et Dorcák, L., (2002). "Analogue realizations of fractional-order controllers". Nonlinear dynamics, vol. 29, n° 1-4, pp. 281-296.
- [145] Pomerleau, A., (1997). "La commande de procédés industriels", Editions Hermès, Paris.
- [146] Pradhan, J. K., Ghosh, A., et Bhende, C. N., (2018). "Two degree of freedom multi input multi output proportional integral derivative control design : Application to quadruple tank system". Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part I : Journal of Systems and Control Engineering, doi.org/10.1177/0959651818791687.
- [147] Prakash, F. G. et Alamelumangai, V., (2015). "Design of Predictive Fractional Order PI Controller for the Quadruple Tank Process", WSEAS, Transactions on systems and control, vol. 10, pp. 85-94.
- [148] Ram, V. D., et Chidambaram, M., (2015). "Simple method of designing centralized PI controllers for multivariable systems based on SSGM". ISA transactions, vol. 56, pp. 252-260.

- [149] Rijnsdorp, J. E., (1965). "Interaction in two variable control systems for distillation columns". *Automatica*, vol. 1, pp. 15-28.
- [150] Rivera, D. E., Morari, M. et Skogestad, S., (1986). "Internal Model Control : PID Controller Design". *Industrial & Engineering Chemistry Process Design and Development*, vol.25, n° 1, pp. 252-265.
- [151] Rosenbrock, H. H., (1974). "Computer aided control system design". Academic Press, New York.
- [152] Rosenbrock, H. H., (1969). "Design of multivariable control systems using the inverse Nyquist array". In *Proceedings of the Institution of Electrical Engineers*, vol. 116, n° 11, pp. 1929-1936.
- [153] Roy, P., et Roy, B. K., (2016). "Fractional order PI control applied to level control in coupled two tank MIMO system with experimental validation". *Control Engineering Practice*, vol. 48, pp. 119-135.
- [154] Saha, S., Das, S., Pakhira, A., Mukherjee, S., et Pan, I., (2012). "Comparative studies on decentralized multiloop PID controller design using evolutionary algorithms". In *Engineering and Systems (SCES), Students Conference on*, 16-18 Mars. Uttar Pradesh, India. pp. 1-6. IEEE.
- [155] Salgado, M. E., et Conley, A., (2004). "MIMO interaction measure and controller structure selection". *International Journal of Control*, vol. 77, n° 4, pp. 367-383.
- [156] Semino, D., et Pannocchia, G., (1999). "Robust multivariable inverse based controllers : Theory and Application". *Industrial & Engineering Chemistry Research*, vol. 38, pp. 2375-2382.
- [157] Shen, Y., Sun, Y., et Xu, W., (2014). "Centralized robust PI/PID controller design for multivariable processes". *Industrial & Engineering Chemistry Research*, vol. 53, pp. 10439-10447.
- [158] Shen, S. H., et Yu, C. C., (1994). "Use of relay-feedback test for automatic tuning of multivariable systems". *AIChE Journal*, vol. 40, n° 4, pp. 627-646.

- [159] Sheng, H., Chen, Y. Q., and Qiu, T. S., (2011). "Fractional processes and fractional-order signal processing : Techniques and Applications". Springer Science & Business Media.
- [160] Shinskey, F. G., (1997). "Process control systems : Application, Design, and Tuning", Mc Graw-Hill, New York (4th edition).
- [161] Shiu, S. J., et Hwang, S. H. (1998). "Sequential design method for multivariable decoupling and multiloop PID controllers". Industrial & Engineering Chemistry Research, vol. 37, n° 1, pp. 107-119.
- [162] Sivananaithaperumal, S., et Baskar, S., (2014). "Design of multivariable fractional order PID controller using covariance matrix adaptation evolution strategy". Archives of Control Sciences, vol. 24, n° 3, pp. 235-251.
- [163] Skogestad, S., et Postlethwaite, I., (2007). "Multivariable feedback control Analysis and Design". Wiley, New York.
- [164] Skogestad, S., et Morari, M., (1989). "Robust performance of decentralized control systems by independent design". Automatica, vol. 25, pp. 119-125.
- [165] Smith, C. A., et Corripio, A. B., (1985). "Principles and practice of automatic process control". Wiley, New York.
- [166] Stephens, M., J., (1993). "Optimal control design advantages utilizing two degree of freedom controllers". Thèse de Master. Université Air, USA.
- [167] Titouche, K., Mansouri, R., Bettayeb, M., et Al-Saggaf, U. M. (2016). "Internal Model Control Proportional Integral Derivative-Fractional-Order Filter Controllers Design for Unstable Delay Systems". Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control, vol. 138, n° 2, pp. 451-461.
- [168] Toh, W. K., et Rangaiah, G. P., (2002). "A methodology for autotuning of multivariable systems". Industrial & Engineering Chemistry Research, vol. 41, n° 18, pp. 4605-4615.

- [169] Trigeassou, J. C., Poinot, T., Lin, J., Oustaloup, A., et Levron, F., (1999). "Modeling and identification of a non integer order system". European Control Conference, 31 Août-3 Septembre. Karlsruhe, Allemagne, pp. 2453-2458.
- [170] Tung, L. S., et Edgar, T. F., (1981). "Analysis of control output interactions in dynamic systems". AICHE Journal Journal of Control, vol. 27, n° 4, pp. 690-693.
- [171] Tustin, A., Allanson, J. T., Layton, J. M., et Jakeways, R. J., (1958). "The design of systems for automatic control of the position of massive objects". Proceedings of the IEE-Part C : Monographs, vol. 105, n° 1. pp. 1-57.
- [172] Veronesi, M., et Visioli, A., (2011). "An automatic tuning method for multiloop PID controllers". In Preprints of the 18th IFAC World Congress, 28 Août - 2 Septembre. Milan, Italie.
- [173] Vlachos, C., Williams, D., et Gomm, J. B., (1999). "Genetic approach to decentralised PI controller tuning for multivariable processes". IEE Proceedings-Control Theory and Applications, vol. 146, n° 1, pp. 58-64.
- [174] Vrancic, D., (2011). "Design of MIMO controllers with inverted decoupling". In Control Conference (ASCC), 8th Asian IEEE, pp. 1153-1158, 15-18 Mai. Kaohsiung, Taiwan.
- [175] Vu, T. N. L., et Lee, M., (2010). "Independent design of multi-loop PI/ PID controllers for interacting multivariable processes", Journal of Process Control, vol. 40, n° 8, pp. 922-933.
- [176] Vu, T. N. L., Lee, J. , et Lee, M., (2007). "Design of Multiloop PID Controllers Based on the Generalized IMC-PID Method with Mp Criterion". International Journal of Control, Automation, and Systems, vol. 5, n° 2, pp. 212-217.
- [177] Wade, H. L., (1997). "Inverted decoupling : a neglected technique". ISA Transactions, vol. 36, n° 1, pp. 3-10.
- [178] Wang, Q. G., (2003). "Decoupling control". Springer-Verlag, Berlin.

- [179] Wang, Q. G. , Lee, T. H., Zhang, Y., (1998). "Multi-loop version of the modified Ziegler-Nichols method for two input two output process", *Industrial & Engineering Chemistry Research*, vol. 37, pp. 4725-4733.
- [180] Wang, D., et Zhang, R., (2018). "Design of distributed PID-type dynamic matrix controller for fractional-order systems". *International Journal of Systems Science*, vol. 49, *n*° 2, pp. 435-448.
- [181] Wang, Q. G., Ye, Z., Cai, W. J., et Hang, C. C., (2008). "PID control for multivariable processes". Springer
- [182] Wood, R. K., et Berry, M. W., (1973). "Terminal composition control of a binary distillation column". *Chemical Engineering Science*, vol. 28, pp. 1707-1717.
- [183] Witcher, M. F. et MacAvoy T. J., (1977). "Interacting Control Systems : Steady State and Dynamic Measurement of Interaction". *ISA Transactions*, vol. 16, *n*° 3, pp. 35-41.
- [184] Xiong, Q., et Cai, W. J., (2006). "Effective transfer function method for decentralized control system design of multi-input multi-output processes". *Journal of Process Control*, vol. 16, *n*° 8, pp. 773-784.
- [185] Xiong, Q., Cai, W. J., et He, M. J. (2005). "A practical loop pairing criterion for multivariable processes". *Journal of Process Control*, vol. 15, *n*° 7, pp. 741-747.
- [186] Xue, D., Li, T., and Liu, L., (2017). "A MATLAB toolbox for multivariable linear fractional-order control systems". In *Control And Decision Conference (CCDC)*, 29th Chinese IEEE, 28-30 Mai. Chongqing, China, pp. 1894-1899.
- [187] Yang, T. C., Ding, Z. T., et Yu, H., (2002). "Decentralised power system load frequency control beyond the limit of diagonal dominance", *International journal of Electrical Power & Energy Systems*, vol. 24, *n*° 3, pp. 173-184.
- [188] Yeung, L. F., et Bryant, G. F., (1992). "New dominance concepts for multivariable control systems design". *International Journal of Control*, vol. 55, *n*° 4, pp. 969-988.
- [189] Young, D. F., Munson, B. R., Okiishi, T. H., et Huebsch, W. W., (2010). "A brief introduction to fluid mechanics". John Wiley & Sons, New York.

- [190] Yu, C. C., et Fan, M. K., (1990). "Decentralized integral controllability and D-stability". *Chemical Engineering Science*, vol. 45, *n*^o 11, pp. 3299-3309.
- [191] Zarei, M., "A multi-point kinetics based MIMO PI control of power in PWR reactors". *Nuclear Engineering and Design*, vol. 328, pp. 283-291.
- [192] Zhang, W., (2011). "Quantitative process control theory". CRC Press.
- [193] Zhang, W. Z., Bao, J., et Lee, P. L., (2002). "Decentralized unconditional stability conditions based on the Passivity Theorem for multi-loop control systems". *Industrial & Engineering Chemistry Research*, vol. 41, pp. 1569-1578.
- [194] Zhang, W., Gu, D., Wang, W., et Xu, X. (2004). "Quantitative performance design of a modified Smith predictor for unstable processes with time delay". *Industrial & Engineering Chemistry Research*, vol. 43, *n*^o 1, pp. 56-62.
- [195] Zhang, Y., Wang, Q. G., et Astrom, K. J., (2002). "Dominant pole placement for multi-loop control systems". *Automatica*, vol. 38, *n*^o 7, pp. 1213-1220.
- [196] Zhang, W., Yang, Y., liu, T., et Zhang, W., (2016). "Multivariable disturbance observer-based H2 analytical decoupling control design for multivariable systems". *International Journal of Systems Science*, vol. 47, *n*^o 1, pp. 179-193.
- [197] Zhao, Z., Hu, B., et Liang, J., (2011). "Multiloop adaptive internal model control based on a dynamic partial least squares model". *Journal of Zhejiang University-Science*, vol. 12, *n*^o 3, pp. 190-200.
- [198] Zhu, Z. X., (1998). "Stability and integrity enforcement by integrating variable pairing and controller design". *Chemical Engineering Science*, vol. 53, *n*^o 5, pp. 1009-1013.
- [199] "Feedback : Coupled Tanks Control Experiments (For use with MATLAB) " Manual : 33-041-S Ed02072013. Feedback Instruments Ltd, UK.
- [200] "Feedback : Coupled Tanks Installation & commissioning (For use with MATLAB) " Manual : 33-041-IC Ed04112013. Feedback Instruments Ltd, UK.

Résumé Cette thèse traite de la commande multi-boucle fractionnaire des systèmes multivariables. Ces systèmes sont caractérisés par le phénomène des interactions entre les variables d'entrée et de sortie. On s'intéresse particulièrement à développer un schéma de commande multi-boucle simple à comprendre et à implémenter tout en améliorant les performances du système en boucle fermée. Le paradigme de la commande à deux degrés de liberté est utilisé pour séparer le problème du suivi de trajectoire de celui des interactions. Ces dernières sont considérées comme étant des perturbations sur les boucles de commande obtenues lors de l'étape de l'analyse des interactions. On dimensionne alors un contrôleur d'ordre fractionnaire pour le suivi de trajectoire, le contrôleur pour la réduction de l'effet des interactions est ensuite synthétisé en définissant une fonction de sensibilité complémentaire appropriée. On a montré dans cette thèse qu'il y'a aucune difficulté d'adapter ce schéma de commande à des systèmes multivariables fractionnaires. La commande des systèmes entiers d'ordre élevé pourrait être simplifiée en utilisant ce schéma de commande. Ce dernier est implémenté sur un procédé réel qui est un système à deux entrées et deux sorties.

Mots-clé : Systèmes multivariables, Commande multi-boucle fractionnaire, Commande par modèle interne, Commande à deux degrés de liberté, Fonction de sensibilité complémentaire.

Abstract This thesis deals with the fractional order multi-loop control design for multivariable systems. These systems are characterized by the phenomenon of the interactions between the inputs and outputs variables. We are particularly interested to propose a control scheme which is simple to understand, implement and improving the performance of the closed-loop system. To do this, a Two Degrees of Freedom (2DOF) paradigm is used to separate the set-tracking problem from the interactions one. Indeed, the interactions are considered as disturbances on the control loops obtained during the interaction analysis step. We design a fractional order set-tracking controller and the interactions reduction effect controller is then designed by defining an appropriate complementary sensitivity function. It has been shown in this thesis that there is no difficulty to extend this control scheme to fractional multivariable systems. Controlling high order integer systems could be simplified with this control scheme. This latter is implemented on real process which is a coupled tank with two inputs and two outputs.

key-words : Fractional order multi-loop control, Multivariable systems, Internal Model Control, Two degrees of freedom, Complementary sensitivity function.