

République Algérienne Démocratique et Populaire

Ministère de l'enseignement supérieur et de la recherche scientifique

Université MOULOUD MAMMERI de Tizi-Ouzou

Faculté de Génie Electrique et d'Informatique

Département d'ELECTRONIQUE.



Mémoire de fin d'études



*En vue de l'obtention du diplôme d'Ingénieur d'Etat en
Electronique.*

Option : Instrumentation & contrôle

THEME

Analyse fractale de texture : application aux images médicales

Encadré par :

Mme : Bouzeboudja.O

présenté par :

Khial Hocine
Lammari Lynda

Année universitaire : 2010/2011

Remerciements

Remerciements

*A travers ce modeste travail, je tiens à remercier
très chaleureusement notre promotrice Mme.
Bouzeboudja pour son soutien et ses conseils avisés. J'en
profite également pour saluer sa compétence et son sérieux.*

*Mes remerciements les plus vifs s'adressent aussi
aux messieurs le président et les membres de jury d'avoir
accepté d'examiner et d'évaluer mon travail.*

INTRODUCTION	1
--------------------	---

CHAPITRE I

CARACTERISATION DE TISSU OSSEUX

I.1. Introduction	3
I.2. Le tissu osseux	3
I.2.1. L'os compacte	4
I.2.2. L'os spongieux	4
I.2.3. Les cellules osseuses	5
I.2.3.1. Les ostéoblastes	5
I.2.3.2. Les ostéoclastes	5
I.3. Le remodelage osseux	6
❖ Mécanismes du remodelage osseux	6
I.4. Les mécanismes de perte osseuse	8
I.4.1. L'ostéoporose	8
❖ L'ostéoporose de type I	8
❖ L'ostéoporose de type II	8
I.5. Les techniques de caractérisation de l'architecture osseuse	9
I.5.1. Imagerie par ultrason	9
I.5.2. Imagerie par résonance magnétique(IRM)	10
I.5.3. Imagerie par rayon X	12
I.5.4. Imagerie par Histomorphometrie	13
I.5.5. Imagerie par tomодensitométrie quantitative (le scanner)	13
I.6. Conclusion	14

CHAPITRE II

NOTION SUR LA TEXTURE

II.1.Introduction	15
-------------------------	----

II.2. Définition d'une image	15
II.3. Image numérique	15
❖ L'échantillonnage	16
❖ La quantification	16
II.4. Type d'image	16
II.4.1. Image vectorielle	16
II.4.2. Image matricielle	16
II.5. Caractéristiques d'une image numérique	16
II.5.1. Pixel	16
II.5.2. Dimension	17
II.5.3. Resolution	17
II.5.4. Bruit.....	17
II.5.5. Histogramme	17
II.5.6. Luminance	18
II.5.7. Contraste.....	18
II.5.8. Image a niveau de gris	18
II.5.9. Image en couleur	18
II.5.10. Contours et textures	19
II.6. Définition de la texture	19
II.6.1. Les textures structurées ou déterministes	20
II.6.2. Les textures aléatoires ou non-déterministes	20
II.6.3. textures directionnelles.....	21
II.7. Segmentation d'une tenture	21
II.7.1. Le seuillage	22
II.8. Perception visuelle des texture	22
II.9. Besoin d'analyse d'une texture	23
II.10. Méthodes d'analyses de textures	23
II.10.1. Méthodes structurelles	23
II.10.2. Méthodes statistiques	24
II.10.3. Méthodes spatio-fréquentielles	24
II.10.4. Méthodes fractales	24
II.11. Conclusion.....	24

CHAPITRES III

LES NOTIONS FRACTALES

III.1. Introduction	26
III.2. Formulation du concept fractale	26
III.3. Définition d'un objet fractal	26
III.4. Classification des objets fractales	28
III.4.1. Fractales déterministes	28
III.4.1.1. Les systèmes de fonction itérés (IFS)	28
❖ La courbe de Helge Koch	28
III.4.1.2. Fractales réalisées grâce à une suite de points	29
III.4.1.2.1. Ensemble de Mandelbrot	30
III.4.1.2.2. Ensemble de Julia	31
III.4.1.3. Fractales non uniformes	32
III.4.2. Fractales non déterministes	32
III.4.2.1. Objet fractals naturels	32
Fractale aléatoire	33
III.5. Caractéristiques d'un objet fractal	34
III.6. Dimension fractale (DF)	34
III.7. Intérêt de la dimension fractale	35
III.8. Méthodes pour le calcul de la dimension fractale	35
III.8.1. Méthodes basées sur le comptage de boîte	36
III.8.1.1. Méthode de box-counting	36
III.8.1.2. Méthode de comptage différentiel de boîte	36
III.8.1.3. Méthode de comptage entendu	36
III.8.2. Méthodes basées sur le mouvement brownien fractionnaire	36
III.8.2.1. Méthode d'estimation de paramètre H	37
III.8.2.1.1. Méthode de Chen et al	37
III.8.3. Méthodes basées sur la mesure des surfaces	38
III.8.3.1. Méthode de « isarithme »	38
III.9. Conclusion	38

CHAPITRE IV

APPLICATION

IV.1. Introduction	39
IV.2. Base de données	39
IV.3. Description de la méthode	39
IV.3.1. Binarisation des images	40
❖ Binarisation par seuil global	41
❖ Binarisation par seuil local	41
IV.3.2. Calcul de la dimension fractale	42
IV.3.2.1. Partition de l'image en blocks	42
IV.3.2.2. Estimation de la dimension fractale	42
IV.4. Application et interprétations	43
IV.4.1. Application aux images brodatz	43
IV.4.2. Application aux images médicales	45
IV.4.2.1. Images non pathologiques	45
IV.4.2.2. Images pathologiques	46
IV.5. Conclusion	49
CONCLUSION GENERALE	50

Introduction générale

Introduction générale :

Le traitement d'image désigne une discipline de l'informatique et des mathématiques appliquées qui étudie les images numériques et leurs transformation, dans le but d'améliorer leur qualité ou d'en extraire de l'information. Il a trouvé de nombreuses applications dans : la photographie, l'astronomie, la sécurité, la médecineetc.

Au cours du XX^{ème} siècle la médecine a vu l'apparition d'un nouvel outil qui l'a révolutionnée : imagerie médicale, elle offre une série de plan à deux dimensions (2D) du patient dont l'intensité des pixels représente une propriété physique différente selon les caractéristiques des tissus concernés. Grâce à une meilleure connaissance préopératoire de l'anatomie interne d'un patient, les médecins sont aujourd'hui en mesure d'établir un meilleur diagnostic et de mieux planifier la thérapie la plus appropriée à un cas donné.

Le tissu osseux avec son architecture complexe est en perpétuel renouvellement, tout au long de la vie d'un individu par cycle périodique de dégradation / régénération, avec l'âge la dégradation devient plus importante que la régénération, dans la plupart des cas ce processus peut aboutir à une ostéoporose, qui se caractérise par une diminution de la masse osseuse, la détérioration micro architecturale du tissu osseux, et par suite, une augmentation du risque de fracture. L'ostéoporose est actuellement considérée comme un problème majeur de santé publique, elle conduit à la perte de qualité de vie, intervention chirurgicale lourde, rééducation...etc. il est donc important de la diagnostiquer efficacement. Pour se faire plusieurs attributs de caractérisation ont été définis, les plus répandus consistent à mesurer le nombre de travées osseuses, leur épaisseur ainsi que celle de l'espace les séparant. L'image binaire de tissu osseux peut être simplifiée afin de comptabiliser le nombre de nœuds et le nombre d'extrémités libres. L'analyse fractale est une approche originale permettant relativement de déterminer le degré de désorganisation du réseau trabeculaire.

Notre travail porte principalement sur la description et la caractérisation de la texture du tissu osseux. A pour but l'amélioration des processus d'identification et distinction entre des tissus anatomiques sains et pathologiques, en tenant compte des méthodes d'analyse basées sur les fractales.

Pour mener bien ce travail nous avons opté pour le plan suivant :

- Le premier chapitre se compose en deux parties :
 - La première partie porte sur la description de la structure osseuse et son principe de régénération.

-la deuxième partie présente les principales techniques de caractérisation de l'architecture osseuse disponibles à l'heure actuelle sont succinctement présentées, en particulier l'IRM, et le scanner.

- Le deuxième chapitre présente une notion sur les images texturées (caractéristiques, méthodes d'analyses, ...etc.).
- Le troisième chapitre est consacré à une étude sur la théorie fractale, les méthodes d'analyses et celle que nous avons élaboré.
- Les tests et résultats sont présentés et discutés dans le quatrième chapitre.

Enfin, on termine notre travail par une conclusion générale et perspective.

Chapitre I

Caractérisation de tissu osseux

I.1.Introduction

Le squelette est parfaitement adapté aux fonctions de protection et de motricité qu'il assure. D'autre part il pourrait donner l'impression d'un tissu inerte, mais il est en réalité en perpétuel renouvellement. En effet, chez l'homme, il se régénère totalement une fois tous les dix ans. Au cours de la vie, la masse osseuse évolue selon des phases bien précises : la phase d'acquisition s'étend de la naissance jusqu'à atteindre le pic de masse osseuse (jeune adulte) ; la phase de stabilisation pendant la vie adulte ; puis en fin la phase de perte lors de la période de vieillissement, soit après la ménopause chez la femme et après soixante-dix ans chez l'homme. Cette perte osseuse peut aboutir dans certains cas à une ostéoporose, qui se caractérise par la diminution de la masse osseuse plus ou moins associée à des altérations de la microarchitecture trabéculaire, aboutissant à un risque de fracture pour des traumatismes minimes, pour comprendre bien cette maladie faut comprendre d'abord la physiologie du tissu osseux.

I.2.Le tissu osseux :

Les os au nombre de 206 remplissent différentes fonctions dans le corps humain, ils donnent au corps sa forme extérieure soutiennent et protègent les parties molles, et renferment la moelle qui produit les cellules sanguines. Ils représentent l'élément bras de levier de transmission des forces musculaires au cours du mouvement, les os sont considérés comme des réservoirs de calcium que l'organisme peut mobiliser par résorption selon ses besoins. De plus les os détoxifient le corps en éliminant les métaux lourds tels que le plomb et l'arsenic.

Le tissu osseux est un tissu vivant, doué d'une intense activité métabolique, il fait partie des tissus minéralisés de l'organisme. Il constitue la plus importante réserve de calcium de l'organisme. Il comporte des cellules dispersées dans une matrice extra cellulaire minéralisée qui confère au tissu osseux sa rigidité et sa solidité. Son fonctionnement cellulaire dépend de facteurs chimiques (les hormones, les cytokines) et mécaniques (les contraintes musculaires, la pesanteur, les chocs). On distingue pour tout os deux parties d'architecture :

- L'os cortical ou compact
- L'os trabéculaire ou spongieux

I.2.1. L'os compact :

L'os compact dit aussi cortical, Il constitue la diaphyse des os longs et l'enveloppe des os plats et courts. C'est un tissu dense et dur qui constitue une enveloppe résistante composée par la juxtaposition d'ostéons (unité structurale cylindrique), alignés parallèlement à la diaphyse (Figure I.1). Chaque ostéon est composé par des lamelles serrées assemblées concentriquement autour d'un canal central (canal de Havers), l'ensemble donnant ainsi une structure compacte.

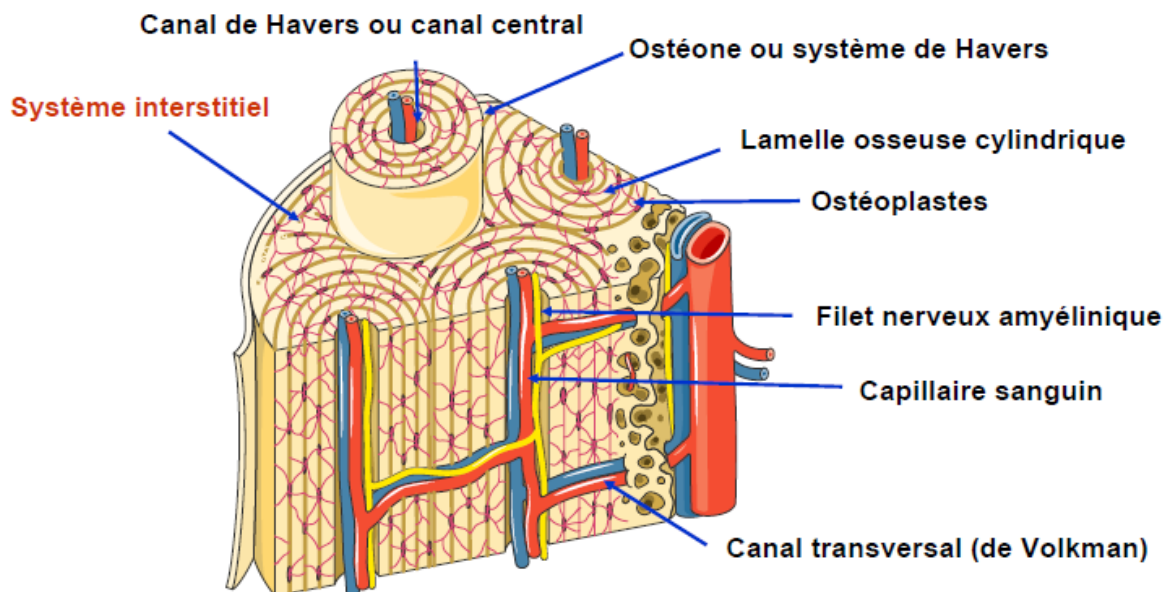


Figure I.1 : structure de l'os compact [1].

I.2.2. L'os spongieux :

L'os spongieux aussi appelé trabéculaire est un tissu riche en cellules conjonctives, sa résistance est faible, il est situé dans les épiphyses des os longs, dans les os courts et les os plats. Il joue un rôle d'amortisseur. Il est constitué de lamelles organisées en travées qui évoquent l'aspect d'une éponge (Figure I.2).

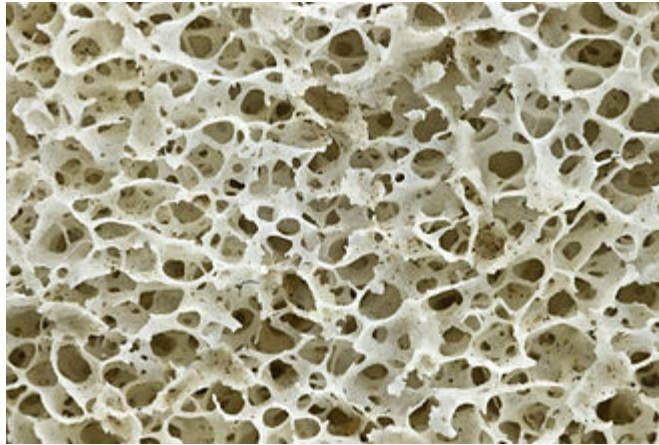


Figure I.2 : *architecture de l'os spongieux [2].*

I.2.3. Les cellules osseuses :

Le tissu osseux contient deux types de cellules : les ostéoblastes et les ostéoclastes (Figure I.3).

I.2.3.1. les ostéoblastes :

Les ostéoblastes se trouvent à la surface de l'os mais deviennent des ostéocytes quand ils sont couverts de matrice. Ces derniers ne sécrètent plus de matrice, alors que les ostéoblastes produisent d'abord le tissu osseux, les ostéocytes maintiennent les activités cellulaires quotidiennes de celui-ci, notamment l'échange de nutriments et de déchets dans le sang. Quant aux cellules bordantes, celles-ci sont des ostéoblastes au repos, susceptible, s'ils sont sollicités de redevenir des ostéoblastes actifs. Elles revêtent les surfaces osseuses qui, à un moment donné, ne sont soumises ni à formation ni à résorption osseuse.

I.2.3.2. les ostéoclastes :

Les ostéoclastes se posent à la surface de l'os et assurent la résorption de l'os (destruction de la matrice) essentiellement dans le développement, la croissance, le maintien et la réparation de l'os.

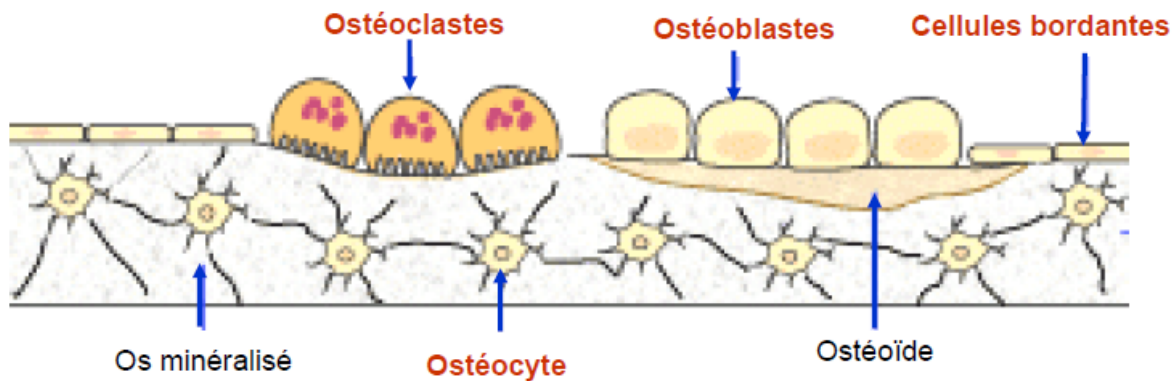


Figure I.3 : les cellules osseuses [1].

I.3. Le remodelage osseux :

La matrice osseuse doit constamment être renouvelée et cela est possible par l'intermédiaire du remodelage osseux. Celui-ci a lieu dans les unités de remodelages situées aussi bien dans l'os cortical que dans l'os trabiculaire. Chez l'adulte chaque cycle de remodelage comprend une phase de résorption osseuse d'une durée d'une à deux semaines suivie d'une phase de formation osseuse d'une durée d'environ trois mois.

- **Mécanisme du remodelage osseux :**

Le remodelage osseux distingue quatre phases successives dans le temps : celle d'activation, de résorption, d'inversion et de formation (Figure I.4).

✓ La phase d'activation: les ostéoclastes, cellules participant à la dégradation de l'os, prolifèrent sur la surface osseuse destinée être résorbée.

✓ La phase de résorption : les ostéoclastes creusent une lacune de résorption. Cette résorption s'effectue en deux étapes, la première est la dissolution de la phase minérale par excrétion de proton H^+ et par acidification du compartiment de résorption, et la seconde consiste en la dégradation de la particularité d'être activées par un PH acide.

✓ La phase d'inversion (phase intermédiaire): les ostéoclastes assurent la résorption de la matrice osseuse et seront éliminés par des cellules mononuclées à la fin de leur tâche.

✓ La phase de formation : les ostéoblastes sont attirés vers la surface résorbée, ils adhèrent, synthétisent une matrice colla-génique qui se minéralise.

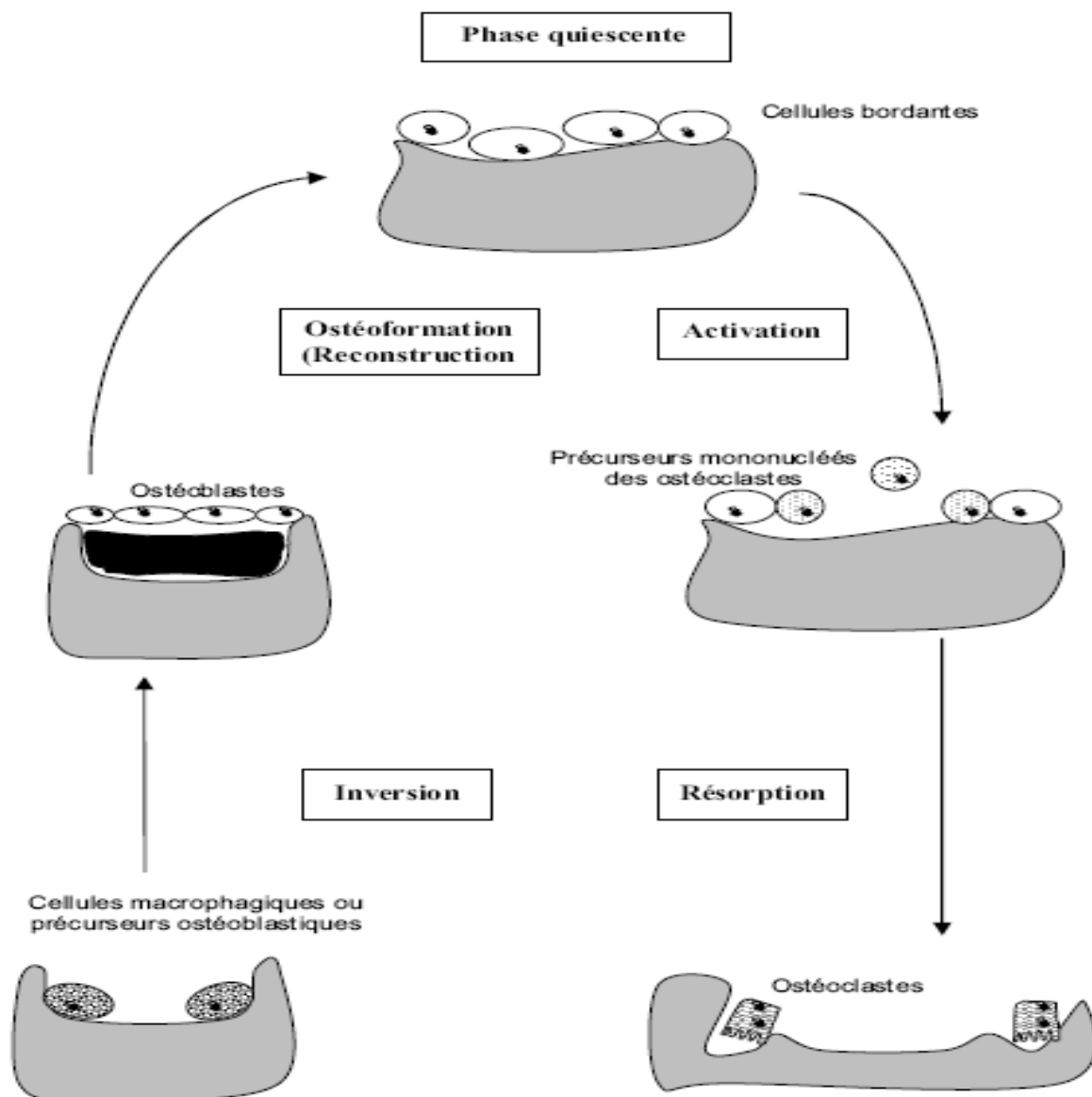


Figure I.4 : Les étapes de remodelage osseux [3].

I.4. Les mécanismes de perte osseuse :

La carence de certaines hormones (en particulier chez la femme à partir de la ménopause), peut provoquer non seulement un excès de tissu résorbé à chaque cycle, mais aussi une augmentation de la fréquence de remodelage osseux, ce processus peut entraîner une perte de masse osseuse pouvant atteindre, à 80 ans, 25% chez l'homme, 40% chez la femme. On appelle ce phénomène l'ostéoporose. (Figure I.5).

I.4.1.L'ostéoporose de type I :

L'ostéoporose de type I dite post ménopausique, survient chez la femme dans les 15 à 20 ans qui suivent sa ménopause. Avec la réduction de la concentration d'œstrogènes en circulation. On observe une perte rapide de la masse osseuse qui résulte de l'accentuation et du déséquilibre du remodelage osseux, la résorption devient plus importante que la formation.

La perte osseuse se manifeste principalement au niveau de la structure trabéculaire, ce qui occasionne surtout des fractures de Pouteau-Colles (poignet ou extrémité inférieure du radius) et des fractures vertébrales par tassement. Chez l'homme, on observe également une perte osseuse associée à la diminution de l'activité fonctionnelle des glandes génitales, mais l'ostéoporose de type I demeure six fois plus fréquente chez la femme que chez l'homme. La carence en œstrogènes est une conséquence naturelle de la ménopause pour toutes les femmes; toutefois, les fractures vertébrales dues à l'ostéoporose de type I ne surviennent que chez 10 à 20 % des femmes ménopausées.

I.4.2.L'ostéoporose de type II :

L'ostéoporose de type II ou ostéoporose sénile, atteint la moitié des femmes et le quart des hommes de plus de 70 ans. La perte d'os cortical et trabéculaire résultant de la diminution de la formation osseuse se manifeste avec l'âge tant chez la femme que chez l'homme. La perte osseuse peut commencer dès le début de la trentaine. Les fractures de la hanche et les tassements cunéiformes (des vertèbres) caractérisent l'ostéoporose de type II.

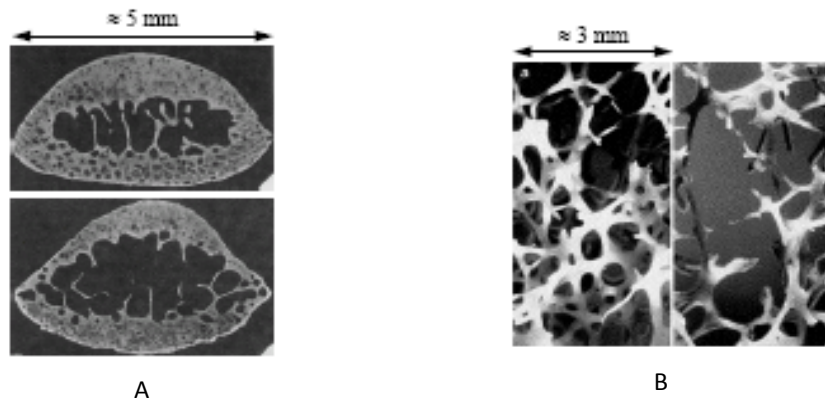


Figure I.5 : *modification morphologique en cas d'ostéoporose [4].*

I.5. Les techniques de caractérisation de l'architecture osseuse :

I.5.1. Imagerie par ultrason :

L'ultrason est une vibration similaire au son, mais de fréquence beaucoup plus élevée, ce qui la rend imperceptible par l'oreille humaine (Figure I.6).



Figure I.6 : *exemple de la machine ultrason (échographie) [5].*

Les ultrasons se propagent à une vitesse qui sera fonction de la nature du milieu de propagation, indépendamment de la fréquence de l'onde. Comme la lumière en optique, chaque fois qu'un son rencontre une interface, une partie de l'énergie incidente est transmise (elle traverse l'interface) tandis que l'autre partie est réfléchi.

Lors de leur passage, les tissus présentent une certaine résistance aux ultrasons. Cette résistance, appelée impédance est fonction du module d'élasticité et de la densité du milieu considéré. L'impédance est différente d'un tissu à l'autre et la limite entre deux tissus constitue une interface génératrice de réflexions de l'onde ultrasonore. Chaque changement d'impédance engendrera une réflexion d'une partie du signal et donc une diminution de l'intensité du signal incident. Les directions de la transmission et de la réflexion sont fonction de l'angle d'incidence de l'onde sonore. Pour former une image à partir des ondes réfléchies, les niveaux de gris d'une interface sont nuancés selon leur impédance : Os □□Blanc ; Tissus mous □□Gris ; Eau, Sang, vessie □□Noir (Figure I.7).



Figure I.7 : *exemple de fœtus de 9 mois [5].*

Le principal inconvénient des ultrasons est que seules les extrémités (calcanéum, doigt, radius) peuvent être étudiées. De plus, l'analyse de la microarchitecture est encore problématique, les images obtenues fournissent des informations concernant l'orientation des travées ou leur épaisseur mais elles ne permettent pas d'accéder directement à la structure tridimensionnelle.

I.5.2.Imagerie par résonance magnétique (IRM) :

L'imagerie par résonance magnétique (I.R.M.) est une technique d'imagerie médicale mise au point par Lauterbur et Damadian en 1973. Elle est utilisée pour faire un diagnostic qui se fonde sur les principes de la résonance magnétique nucléaire (RMN) découverte en 1946 par Félix Bloch et Edward Purcell. L'IRM est la méthode de diagnostic la plus puissante et la plus sensible disponible actuellement. Cet outil permet d'obtenir des images de tissus à l'intérieur du corps humain plus précises que celles obtenues par un scanner ou par ultrasons.

La figure (I.8) montre l'appareil IRM et la figure (I.9) montre une image IRM.



Figure I.8: *Appareil IRM [6].*

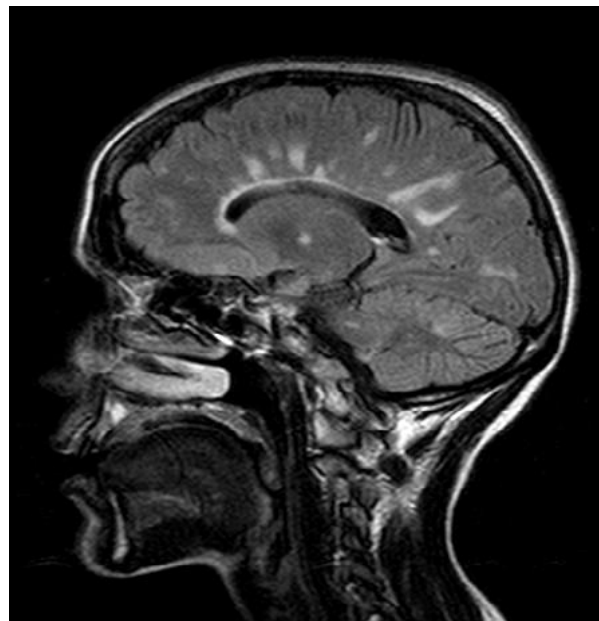


Figure I.8 : *Image IRM [6].*

- **Principe :**

Son principe consiste à réaliser des images du corps humain grâce aux nombreux atomes d'hydrogène qu'il contient car le corps est essentiellement formé d'eau (H₂O). Le patient est placé dans un puissant champ magnétique, produit par un gros aimant. Tous les atomes d'hydrogène s'orientent dans la même direction, ils sont alors excités par des ondes radio fournies par une antenne émettrice durant une très courte période (ils sont mis en résonance). A l'arrêt de cette stimulation les atomes reviennent à leur position initiale et restituent l'énergie accumulée en produisant un signal capté par une antenne réceptrice.

Les signaux ainsi captés sont analysés pour produire grâce à un ordinateur une image tridimensionnelle des organes, présentée en coupe successive. L'intensité du signal recueillie pour un élément de volume dépend de la concentration de l'eau à l'endroit considéré. L'image tridimensionnelle traduit de la répartition de l'eau dans le corps d'un patient. Il est donc possible d'observer des altérations des tissus (telles que des tumeurs) grâce aux différences de densité et de relaxation de l'eau. En fonction des paramètres choisis, l'IRM permet d'obtenir des images très contrastées de certains tissus en fonction de leurs propriétés histologique, c'est donc un outil particulièrement utilisé en imagerie cérébrale.

L'examen en IRM permet de faire des coupes dans les trois (3) plans : horizontal, vertical et transversal. Les radiologues leur donnent les noms de : coupes coronale, axiale et sagittale.

I.5.3.Imagerie par rayon x :

Les rayons X sont une forme de rayonnement électromagnétique à haute fréquence constitué de photons dont la longueur d'onde est comprise approximativement entre 5 picomètres et 10 nanomètres. L'énergie de ces photons va de quelques eV (électronvolts), à plusieurs dizaines de MeV. C'est un rayonnement ionisant utilisé dans de nombreuses applications dont l'imagerie médicale (« radiographie conventionnelle ») et la cristallographie.

La radiographie est l'ensemble des techniques permettant de réaliser des clichés à l'aide de rayons X des structures internes d'un patient ou d'un composant mécanique (la radiographie en général). Le cliché obtenu est appelé une radiographie (Figure I.10).



Figure I.10 : *Une radiographie classique d'un crâne humain [7].*

I.5.4. Imagerie par Histomorphométrie :

Il s'agit d'une méthode invasive où il est nécessaire d'effectuer une biopsie osseuse de la crête iliaque. C'est la seule méthode actuellement disponible *in vitro* permettant d'analyser la microarchitecture de l'os à l'échelle d'une dizaine de microns. Une carotte d'environ 8 mm est prélevée puis découpée en sections de l'ordre du micron d'épaisseur, grâce à un microtome pour l'histomorphométrie, l'analyse se fait sur l'os non décalcifié afin d'analyser la structure trabéculaire et corticale ou encore les lacunes de résorption. L'analyse de la microarchitecture en 2D en histomorphométrie ne rend pas compte de la structure 3D de l'os et par conséquent doit être complétée par une analyse 3D en μ CT.

Même si cette méthode est encore considérée comme une référence pour l'analyse du tissu osseux *in vitro*, elle présente deux inconvénients majeurs. En effet, elle présente un caractère invasif ce qui la rend inapplicable à de vastes populations.

I.5.5. Imagerie par Tomodensitométrie Quantitative :

La tomodensitométrie, appelé aussi scanner, est apparue à la fin des années 1960, son principe est basé sur l'utilisation des rayons X qui balayent le patient dans différentes directions afin d'obtenir des projections radiographiques (Figure I.11). À partir de ces projections, il est possible d'obtenir des coupes par reconstruction transversale à l'axe des projections.

Pour l'image obtenue, le niveau de gris de chaque pixel correspond au coefficient d'atténuation et à la quantité de matériau ayant absorbé ce rayonnement. Plus l'atténuation sera élevée, plus l'os est dense dans le voxel sera importante, ce qui permet d'obtenir une valeur de DMO volumétrique, en comparant les valeurs d'atténuation de l'échantillon avec celles d'un fantôme d'hydroxapatite de densité connue. La tomodensitométrie présente un intérêt majeur : la distinction de l'os cortical et de l'os trabéculaire, celle-ci est obtenue par

seuillage. Les surfaces corticales et trabéculaires sont mesurées sur chaque coupe grâce à des algorithmes de détection de contours.

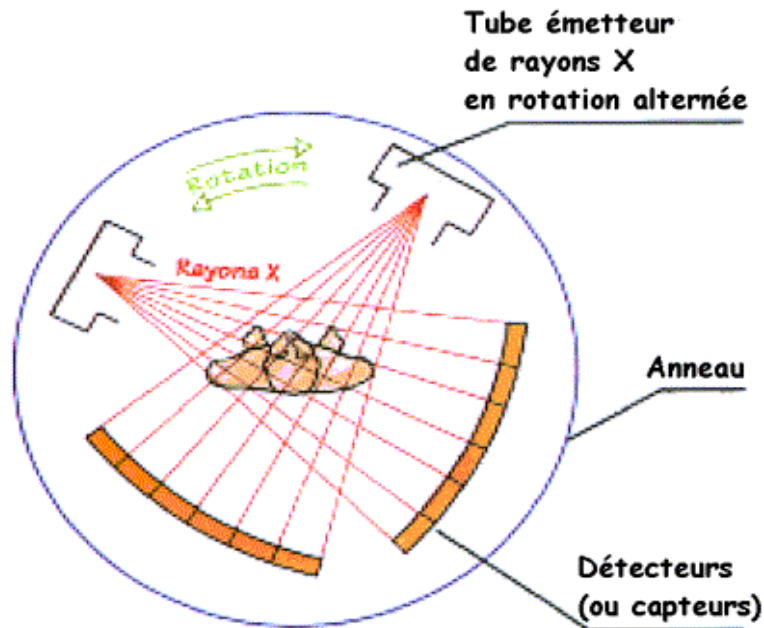


Figure I.11 : Schéma du principe de fonctionnement d'un scanner [7].

I.6.Conclusion :

On s'est intéressé dans ce chapitre à l'étude physiologique de l'os humain, sa caractérisation tissulaire, structurale et architecturale, mais aussi à la description des techniques d'imageries qui nous permet de procéder à une bonne analyse de texture osseuse.

La texture est un paramètre très important pour la compréhension et l'interprétation d'une scène, elle joue donc un rôle important en analyse d'images non seulement dans les applications de segmentation mais aussi de classification et de caractérisation. Elle a intéressé de nombreux chercheurs en ce sens que de nombreux travaux ont été publiés ces dernières années, pour cela on consacrera le chapitre qui suit à la notion de textures.

Chapitre II

Notion d'image texturée

II.1. Introduction :

Avec la parole, l'image constitue l'un des moyens les plus importants qu'utilise l'homme pour la communication. C'est un moyen de communication universel dont la richesse du contenu permet aux êtres humains de se comprendre. Chacun peut analyser l'image à sa manière pour en dégager une impression et d'en extraire des informations précises. On appelle ce domaine d'analyse d'image « le traitement d'image ».

Le traitement d'images est l'ensemble des méthodes et techniques opérant sur l'image dans le but d'améliorer l'aspect visuel de celle-ci et d'en extraire des informations jugées pertinentes. Le traitement d'images est rendu possible, plus simple, plus efficace et plus agréable grâce à la numérisation de cette opération.

II.2. Définition d'une image :

L'image est une représentation d'un objet par la peinture, la sculpture, le dessin, la photographie, le film, ... etc.

Une image en tant que terme informatique est un ensemble structuré d'informations qui a une signification pour l'œil humain après affichage sur écran.

II.3. Image numérique :

Contrairement aux images obtenues par la photographie classique ou dessinées sur papier, les images manipulées par ordinateur sont numériques (représentées par une série de bits).

L'image numérique est l'image dont la surface est divisée en éléments de tailles fixes appelés cellules ou pixels, ayant chacun comme caractéristique un niveau de gris ou de couleurs prélevé à l'emplacement correspondant dans l'image réelle, ou calculé à partir d'une description interne de la scène à représenter.

La numérisation d'une image est la conversion de l'image dans son état analogique (distribution continue d'intensités lumineuses), en une image numérique représentée par une matrice bidimensionnelle de valeurs numériques $f(x, y)$ où :

x, y : coordonnées cartésiennes d'un point de l'image.

$f(x, y)$: Niveau de gris en ce point.

Pour des raisons de commodité de représentation pour l'affichage et l'adressage, les données images sont généralement rangées sous formes de tableau I de n lignes et p colonnes. Chaque valeur du pixel est associée à un niveau de gris codé sur m bits (2^m niveaux de gris ; 0 = noir ; $2^m - 1$ = blanc).

La numérisation de l'image se fait suivant deux procédés :

- **l'échantillonnage** : c'est le procédé de discrétisation d'une image consistant à associer à chaque pixel une valeur unique ;
- **la quantification** : elle désigne la discrétisation totale correspondant à la limitation du nombre de valeurs différentes que peut prendre chaque pixel. L'image numérique est donc une image échantillonnée et quantifiée.

II.4. Type d'image

On peut distinguer deux types d'image numérique selon sa représentation:

II.4.1. Image vectorielle :

L'image vectorielle est une représentation d'entités géométriques telles qu'un cercle, un rectangle ou un segment qui seront représentés par des formules mathématiques (un rectangle est représenté par deux points, un cercle par un rayon et un centre). C'est au processeur de traduire ces formes en informations interprétables. L'intérêt des images vectorielles, est qu'elles peuvent être redimensionnées sans perte de qualité.

II.4.2. Image matricielle :

Les images matricielles sont des images stockées en mémoire sous forme de matrices de valeurs numériques. L'atout de ce mode est la simplicité de stockage en mémoire, puisqu'il suffit de coder la succession des valeurs de la matrice ; grande facilité de traitement par des algorithmes élémentaires. L'inconvénient de ce type est l'espace mémoire, important, occupé pour gérer de grandes images ou des images de bonne qualité.

II.5. Caractéristique d'une image numérique :

L'image est un ensemble structuré d'informations caractérisé par les paramètres suivants :

II.5.1. Pixel :

Contraction de l'expression anglaise « Picture elements », c'est-à-dire élément d'image, le pixel est le plus petit point de l'image. C'est une entité calculable qui peut recevoir une structure et une quantification. Si le bit est la plus petite unité d'information que peut traiter un ordinateur, le pixel est le plus petit élément que peuvent manipuler le matériel et les logiciels d'affichage ou d'impression.

La quantité d'information que véhicule chaque pixel donne des nuances entre images monochromes et images couleurs. Dans le cas d'une image monochrome, chaque pixel est codé sur un octet, et la taille mémoire nécessaire pour afficher une telle image est directement liée à la taille de cette dernière.

Dans une image couleur RGB en anglais, un pixel peut être représenté sur trois octets : un octet pour chacune des couleurs : rouge (R), vert (V) et bleu (B).

II.5.2.Dimension :

La dimension est la taille de l'image qui se présente sous forme d'une matrice. Le nombre de ligne de cette matrice multiplié par le nombre de colonnes nous donne le nombre total de pixels dans l'image.

II.5.3.Résolution :

C'est la clarté ou la finesse de détails atteinte par un moniteur ou une imprimante dans la production d'images. Sur les moniteurs d'ordinateurs, la résolution est exprimée en nombre de pixels par unité de mesure (pouce ou centimètre). On utilise aussi le mot résolution pour désigner le nombre total de pixels affichables horizontalement ou verticalement sur un moniteur ; plus grand est ce nombre, meilleure est la résolution.

II.5.4.Bruit :

Un bruit (parasite) dans une image est considéré comme un phénomène de brusque variation de l'intensité d'un pixel par rapport à ses voisins, il provient de l'éclairage des dispositifs optiques et électroniques du capteur.

II.5.5.Histogramme :

L'histogramme des niveaux de gris ou des couleurs d'une image est une fonction qui donne la fréquence d'apparition de chaque niveau de gris (couleur) dans l'image. Il permet de donner un grand nombre d'information sur la distribution des niveaux de gris (couleur) et de voir entre quelles bornes est répartie la majorité des niveaux de gris (couleur).

Pour diminuer l'erreur de quantification, pour comparer deux images obtenues sous des éclairages différents, ou encore pour mesurer certaines propriétés sur une image, on modifie souvent l'histogramme correspondant.

II.5.6.Luminance :

C'est le degré de luminosité des points de l'image. Elle est définie aussi comme étant le quotient de l'intensité lumineuse d'une surface par l'aire apparente de cette surface. Pour un observateur lointain, le mot luminance est substitué au mot brillance, qui correspond à l'éclat d'un objet. Une bonne luminance se caractérise par :

- des images lumineuses (brillantes) ;
- un bon contraste : il faut éviter les images où la gamme de contraste tend vers le blanc ou le noir ; ces images entraînent des pertes de détails dans les zones sombres ou lumineuses ;
- l'absence de parasites.

II.5.7.Contraste :

C'est l'opposition marquée entre deux régions d'une image, plus précisément entre les régions sombres et les régions claires de cette image. Le contraste est défini en fonction des luminances de deux zones d'images.

Si L1 et L2 sont les degrés de luminosité respectivement de deux zones voisines A1 et A2 d'une image, le contraste C est défini par le rapport :

$$C = \frac{L1 - L2}{L1 + L2}$$

II.5.8.Images à niveaux de gris :

Le niveau de gris est la valeur de l'intensité lumineuse en un point. La couleur du pixel peut prendre des valeurs allant du noir au blanc en passant par un nombre fini de niveaux intermédiaires. Donc, pour représenter les images à niveaux de gris, on peut attribuer à chaque pixel de l'image une valeur correspondant à la qualité de lumière renvoyée. Cette valeur peut être comprise par exemple entre 0 et 255. Chaque pixel n'est donc plus un bit mais un octet. Pour cela, il faut que le matériel utilisé pour afficher l'image soit capable de produire les différents niveaux de gris correspondant.

Le nombre de niveaux de gris dépend du nombre de bits utilisés pour décrire la « couleur » de chaque pixel de l'image. Plus ce nombre est important, plus les niveaux possibles sont nombreux.

II.5.9.Images en couleurs :

Même s'il est parfois utile de pouvoir représenter des images en noir et blanc, les applications multimédias utilisent le plus souvent des images en couleurs. La représentation

des couleurs s'effectue de la même manière que les images monochromes avec cependant quelques particularités. En effet, il faut tout d'abord choisir un modèle de représentation. On peut représenter les couleurs à l'aide de leurs composantes primaires. Les systèmes émettant de la lumière (écrans d'ordinateur, par exemple) sont basés sur le principe de la synthèse additive : les couleurs sont composées d'un mélange de rouge, vert et bleu (modèle R.V.B. en français ou R.G.B. en anglais). Toutefois, il existe d'autres modèles pour représenter la couleur dans la photo. Le modèle CMJN ou CMYK (Cyan, magenta, jaune, noir) ; le modèle CMJN ou CMYK (teinte, saturation, luminance).

II.5.10. Contours et textures :

Les contours représentent la frontière entre les objets de l'image ou la limite entre deux pixels dont les niveaux de gris représentent une différence significative.

Les textures décrivent la structure de ces objets. L'extraction de contour consiste à identifier dans l'image les points qui séparent deux textures différentes.

II.6. définition de la texture :

La texture est une composante riche en informations. C'est un élément nécessaire pour la compréhension et l'interprétation de l'image. Dans le domaine du traitement de l'image et de la vision, il n'existe pas de définition satisfaisante ni universelle de la texture.

La définition littéraire de la texture est la suivante : « répétition spatiale d'un même motif dans différentes directions de l'espace ». Cette définition est limitative car elle caractérise l'objet indépendamment d'un observateur humain. La notion de texture est utilisée pour traduire un aspect homogène de la surface d'un objet sur une image. La texture se manifeste donc par une information visuelle qui permet de la décrire qualitativement à l'aide d'adjectifs suivants : grossière, fine, lisse, tachetée, granuleuse, marbrée, régulière ou irrégulière.

De nombreuses études ont été faites sur la discrimination de la texture par le système visuel humain. Une conjecture importante et valide dans beaucoup de cas est que l'œil humain ne peut discerner instantanément deux textures dont les statistiques du second ordre sont identiques. Cependant, il existe des cas où des textures ayant les mêmes statistiques du second ordre sont néanmoins discriminable sur la base de propriétés locales.

Anser présente la texture comme une structure disposant de certaines propriétés spatiales homogènes et invariantes par translation. Une autre approche définirait la texture à partir de deux types d'informations essentielles que comporte l'image :

- les contours, de type monodimensionnel,
- l'aspect de surface, de type bidimensionnel, qui définit les régions homogènes.

Cependant, la description d'une texture peut s'avérer erronée à une autre échelle d'observation, c'est-à-dire en changeant la résolution.

En pratique, on distingue deux grandes classes de textures, qui correspondent à deux niveaux de perception :

II.6.1.les textures structurées ou déterministes :

Les textures structurées présentent un aspect régulier, sous formes de motifs répétitifs spatialement placés selon une règle précise (Figure II.1), donc une approche structurelle déterministe. Dans ce cas, le motif est appelé texton.

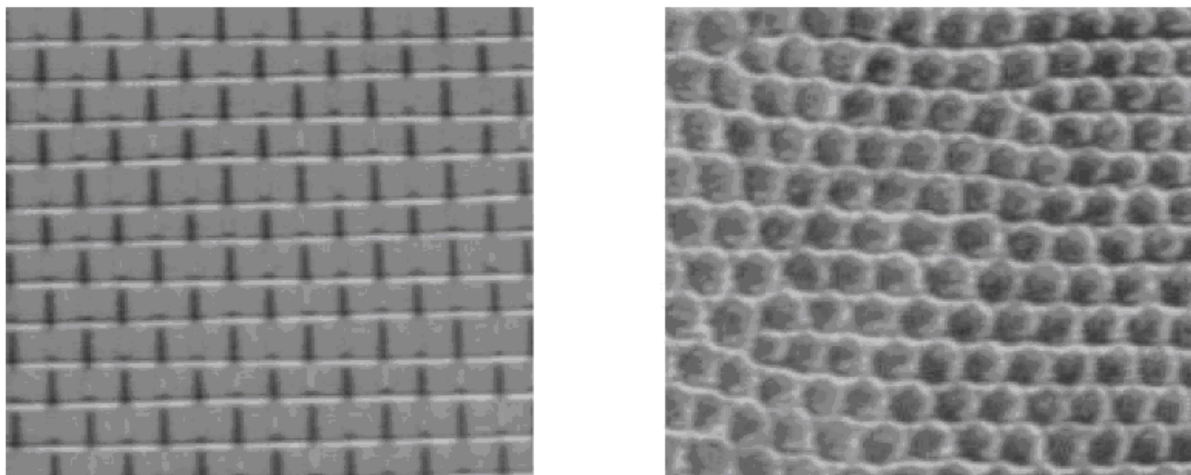


Figure II.1 : *Textures structurelles [7].*

II.6.2.Les textures aléatoires ou non-déterministes (les micro-textures) :

Les textures aléatoires représentent des primitives « microscopiques » distribuées de manière aléatoire (figure II.2) d'où une approche probabiliste cherchant à caractériser l'aspect anarchique et homogène.

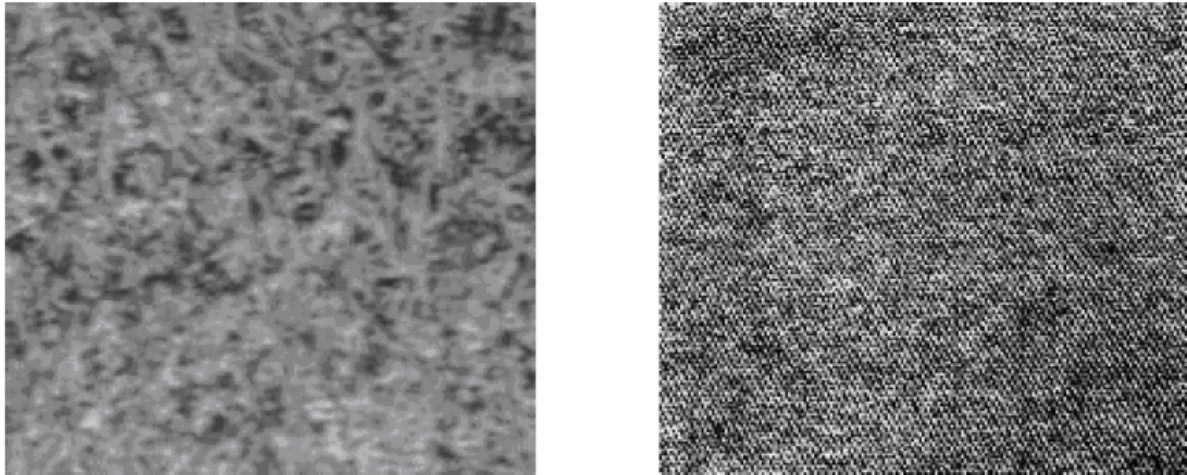


Figure II.2 : *Textures aléatoires [7].*

II.6.3.les textures directionnelles

Hormis ces deux catégories de textures, il en existe d'autres comme, par exemple, les textures directionnelles (Figure II.3). Ces textures ne sont pas totalement aléatoires et ne présentent pas d'éléments structurants de base. Néanmoins, elles se caractérisent par certaines orientations.

La texture de gauche de la figure II-3 laisse apparaître des lignes obliques, tandis que celle droite possède des lignes verticales.

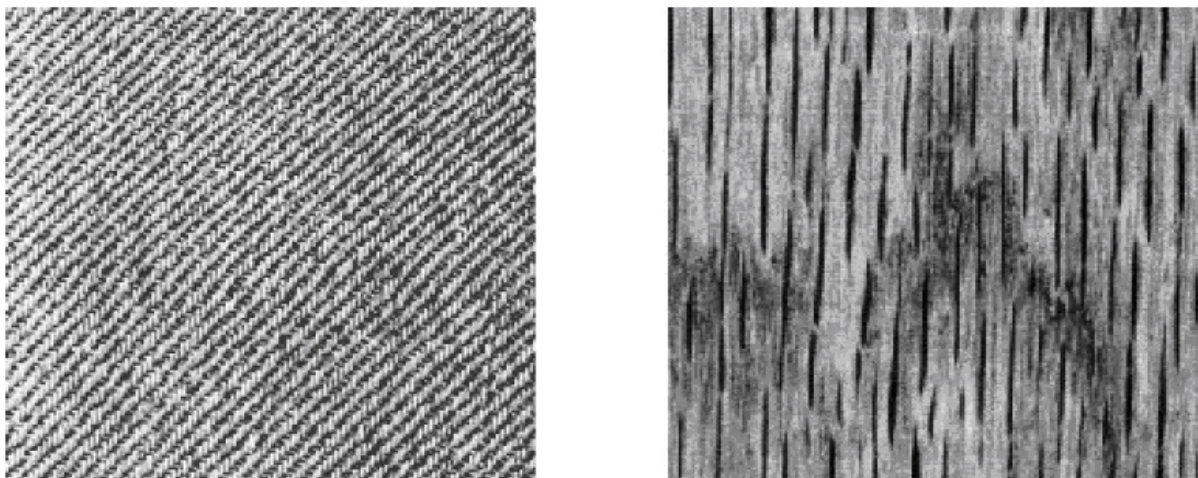


Figure II.3 : *Textures directionnelles [7].*

II.7.segmentation d'une texture :

La segmentation est un traitement de bas niveau qui effectue une partition de l'image f en un certain nombre de régions disjointes dont les points partagent des propriétés communes (intensité, texture...). De nombreux travaux ont été réalisés sur ce sujet. dans des domaines

aussi variés que le domaine médical ou militaire. C'est toujours un sujet d'actualité et un problème qui reste ouvert. La segmentation, a pour but la description de l'information contenue dans une image, en donnant une représentation plus condensée et facilement exploitable.

Cependant, il existe plusieurs techniques de segmentation. Parmi ces techniques, on trouve : le seuillage, la croissance de régions,...etc. Une attention particulière sera accordée aux méthodes de seuillage du fait qu'elle soit en liaison étroite avec notre projet.

II.7.1.Le seuillage :

Le seuillage est une technique simple, globale, qui repose sur une mesure quantitative d'une grandeur. Il permet de classer les pixels en deux catégories, ceux dont la mesure est inférieure au seuil et ceux dont la mesure excède ou égale le seuil. Cette transformation produit une image binaire. Les techniques de seuillage présentent de nombreuses variantes. Ainsi, le seuillage peut être double, adaptatif ou optimal.

II.8.Perception visuelle des textures :

De nombreuses études ont été et sont encore menées pour essayer d'expliquer les capacités du système visuel humain à discerner les textures. La vision humaine offre des performances remarquables même en l'absence d'un contexte favorable. En effet, nous sommes capables d'identifier, de reconnaître une texture ayant subi de fortes distorsions géométriques. Le système visuel interprète la déformation de la texture non comme une perturbation des propriétés géométriques du champ texturé, mais comme une variation de la géométrie qui supporte la texture. Toute la question réside alors dans la possibilité ou non de produire un système informatique ayant une interprétation proche de celle du système visuel humain.

A faible résolution, la texture peut apparaître comme une juxtaposition des motifs de base plus grossiers. Selon l'échelle d'observation, on aura des caractéristiques différentes mais complémentaires. Ce principe est notamment utilisé par les ondelettes ou les fractales multi- résolutions. La figure II.4 illustre bien ce phénomène. En nous éloignant, l'information concernant la texture aux hautes résolutions est perdue au profit des informations texturées à basses résolutions.

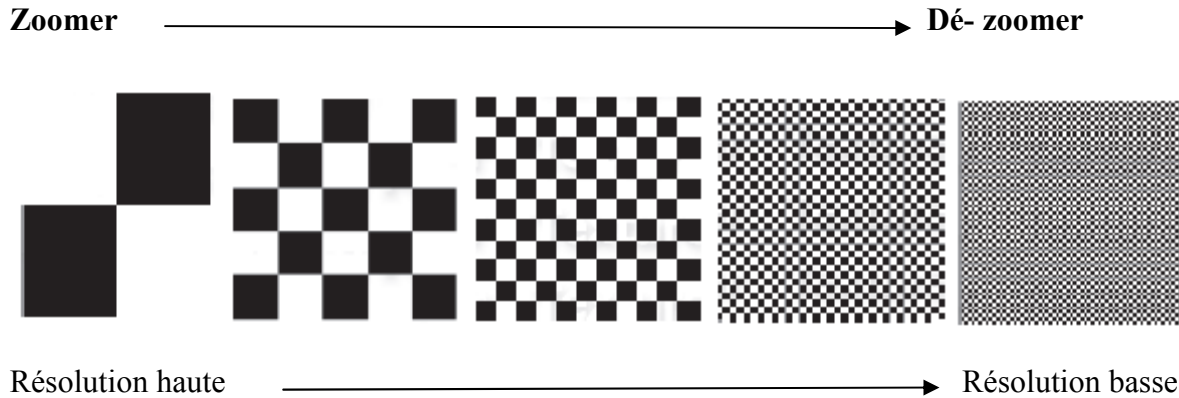


Figure II.4: Représentation d'une texture selon plusieurs résolutions [8].

II.9. Besoin d'analyse de texture :

L'analyse de texture d'une image donnée, peut être essentielle pour plus d'une raison. Nous pouvons avoir besoin de trouver différentes régions dans une image, qui sont séparées par leurs textures distinctives. On peut utiliser l'analyse de texture pour déterminer si une texture particulière est présente ou non dans une image donnée. Ceci est connu comme la classification de texture. Une telle classification a des applications où il est souvent besoin d'égaliser ou de comparer deux textures différentes et en identifier le degré de similarité. Comme pour la biométrie ou l'identification de texture est utilisée dans la reconnaissance biométrique utilisant les visages, les empreintes, etc. Un autre usage de la classification aura pour objectif de différencier entre la texture du tissu normal et la texture du tissu anormal.

II.10. Méthodes d'analyse de textures :

L'étude de la texture a fait l'objet de nombreux travaux de recherche qui ont engendré une multitude de méthodes d'analyse, consistant souvent à extraire un certain nombre de propriétés caractéristiques et les exprimer sous forme paramétrique. L'étape d'extraction des paramètres précèdent souvent une étape de décision de manière à pouvoir répondre à des questions telle que : un matériau s'il est normal ou défectueux, un tissu s'il est biologique sain ou pathologique...etc.

Le choix d'une méthode de caractérisation de textures est étroitement lié à l'application visée et à la nature de la texture, pour cela on distingue quatre grandes familles.

II.10.1. Méthodes structurelles :

Les méthodes structurelles sont particulièrement bien adaptées aux macro-textures, elles tiennent compte de l'information structurelle et contextuelle d'une forme, cette méthode est basée tout d'abord sur l'identification des éléments constitutifs, puis la définition des

règles de placement. Les deux structures les plus importantes sont les structures de graphes et les structures syntaxiques.

II.10.2.Méthodes statistiques :

La méthode statistique s'appuie sur la théorie des processus aléatoires. Elle part de l'hypothèse selon laquelle une texture est une réalisation d'un processus stochastique à deux dimensions possédant la propriété de stationnarité, des paramètres statistiques sont estimés pour chaque pixel de l'image.

Suivant la modalité des images à étudier, la signature la plus discriminante de la texture est à rechercher soit dans les méthodes qui exploitent directement les propriétés statistiques de la texture (matrice de cooccurrence, matrice de longueur de plage, matrice de voisinage, fonction d'auto-corrélation, model de Markov, modèle auto régressif, model issu de la morphologie mathématique), soit dans les méthodes qui exploitent les propriétés statistiques à partir d'un plan transformé dans lequel on réécrit l'image de texture (densité spectrale, méthodes des extrema locaux, méthodes de transformation de Fourier).

II.10.3.Méthodes spatio-fréquentielles :

Des recherches faites en psychologie ont montré que le système visuel humain analyse la texture en décomposant l'image texturée en ses différents composants, chaque composant présente une fréquence et une orientation distincte, en effet les textures considérées comme des signaux quasi-périodiques qui ont une énergie fréquentielle localisée.

II.10.4.Méthodes fractales :

Les méthodes fractales sont particulières car elles permettent de synthétiser des images très proches de la réalité. Elles s'appliquent aux systèmes physiques qui se distinguent par une similarité de comportement, en analyse de la texture, la dimension fractale, qui est une mesure d'irrégularité d'un objet décrit une certaine propriété de la texture. Le modèle fractal est basé essentiellement sur l'estimation par des méthodes spatiales de la dimension fractale de la surface représentant les niveaux de gris de l'image.

II.11.conclusion :

Nous avons décrit dans ce chapitre quelques notions sur la texture, la classification, l'analyse et les caractéristiques d'une image. Les méthodes d'analyses de la texture sont très nombreuses et variées. Elles ont pour but de caractériser une image ou un pixel par un

ensemble d'attributs ou signatures. Parmi toutes ces méthodes nous nous sommes focalisés sur les méthodes basées sur le modèle fractal qui forme l'objet de chapitre suivant.

Chapitre III

Les notions fractales

III.1.Introduction :

Les mathématiques ont servi à bâtir les pyramides, à étudier les mouvements des planètes...etc. On s'était habitué à ce que certains motifs présentent bien nos formules mathématiques notamment dans les structures bâties par l'homme avec des formes géométriques parfaites (des lignes droite, des cercle, etc.) qui sont connues sous le nom la géométrie euclidienne. Tandis que les motifs de la nature qui existent déjà avant notre arrivée sur terre ; les arbres, les nuages, ont échappé à leurs lois.

Depuis très longtemps, l'Homme a été fasciné par des formes géométriques particulières qu'il observa dans la nature et qu'il créa pour décorer ses habitations, ses vêtements, ou encore ses lieux de culte. Par la suite, ces formes ont été étudiées par des mathématiciens. Au milieu de XIX^{ème} siècle, pour un mathématicien, une courbe est continue et possède une tangente en chacun de ces points sauf sur certains points dits singuliers et elle est de dimension 1. Vers la fin du XIX^{ème} siècle, quelques mathématiciens s'intéressaient à des courbes continues sans tangente qui sont devenues un problème mathématique. Et pourtant ceux-ci ne font qu'anticiper ce que l'on va nommer la géométrie fractale, développée et popularisée par Benoît Mandelbrot.

III.2.Formulation du concept de fractal :

Le terme « fractal », créé par Benoît Mandelbrot, exprime l'idée de cassure (fracture, fraction, briser etc.). Il provient du mot latin « fructus », du verbe « frangere » qui signifie briser, présenter des irrégularités, fragmenter à toutes les échelles ou encore fractionner à l'infini.

III.3.Définition d'un objet fractal :

Une fractale est un objet géométrique qui possède une complexité intrinsèque, une irrégularité fondamentale qui se manifeste à toutes les échelles d'observation et surtout une propriété d'autosimilarité (ou homothétie interne), c'est-à-dire semblable à toute échelle (chacune de leur partie reproduit leur totalité). Les objets fractals peuvent se définir comme des structures obtenues par l'itération d'un algorithme géométrique sur une figure.

Un objet est dit non fractal s'il n'y a pas d'apparition de nouvelles formes chaque fois qu'on zoome une des ses parties (Figure III.1.a), or dans le cas d'un objet fractal une nouvelle forme est apparue à chaque fois qu'une partie de l'objet est zoomée (Figure III.1.b). Cette forme est plus au moins similaire à la totalité de l'objet lui-même.

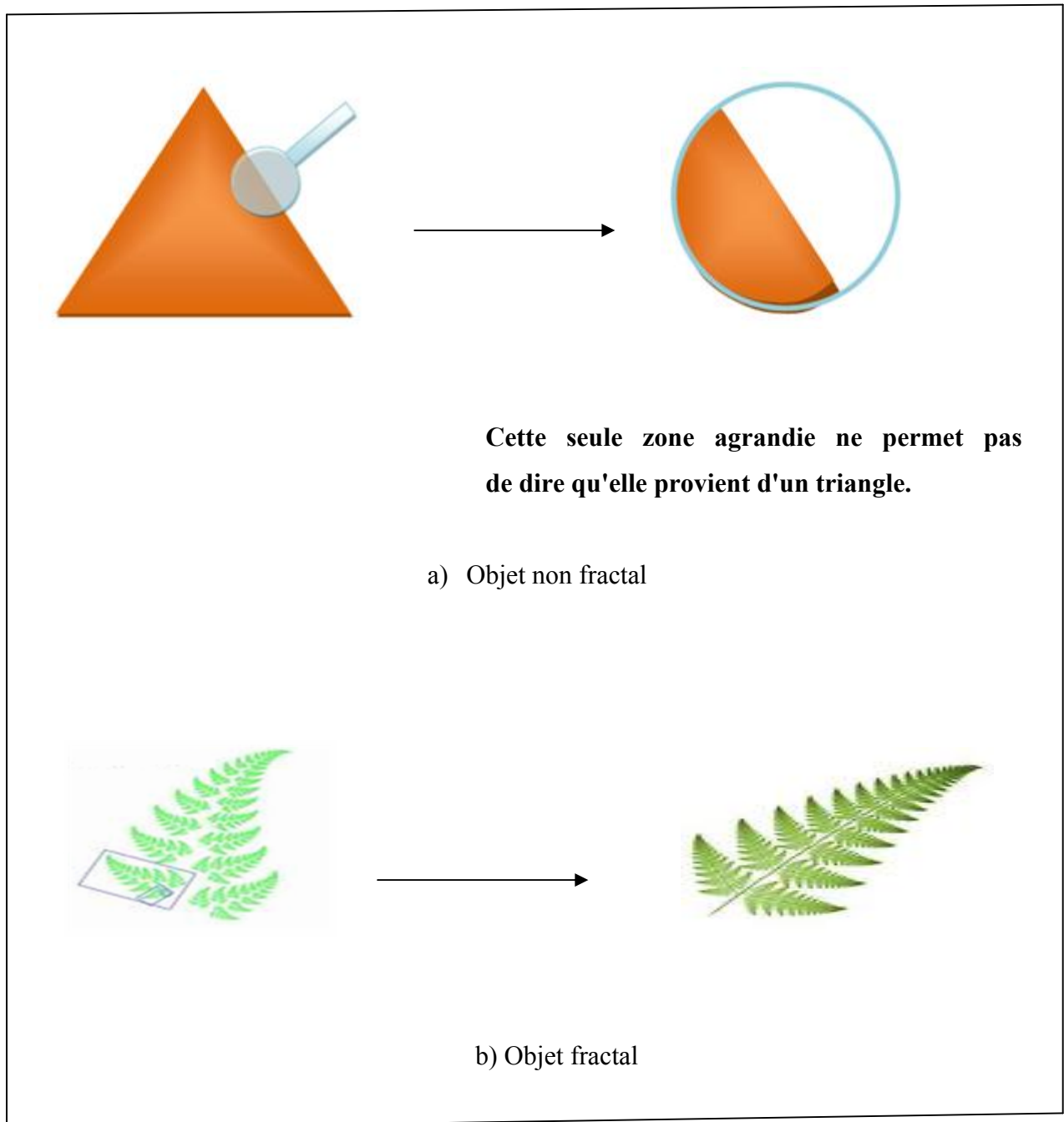


Figure III.1 : *objet fractale et non-fractale [9].*

III.4. Classification des objets fractals :

Les fractals sont définis de façon récursive ou itérative, selon la manière avec laquelle ils sont construits. Nous pouvons distinguer deux grandes catégories : les fractals déterministes et les fractals non déterministes.

III.4.1. Fractales déterministes :

Ce sont les fractals dont la construction ne dépend pas du hasard. Elles sont souvent construites géométriquement ou avec des méthodes numériques. Elles sont de trois types :

III.4.1.1. Les systèmes de fonctions itérés (IFS : Iterated Function System) :

Ce type de fractals a une règle de remplacements géométriques fixes. IFS est une théorie mathématique développée par John Hutchinson en 1981, utilisée dans le cadre de la géométrie fractale. Cette théorie est entièrement fondée sur les invariances par changement d'échelle. Parmi les IFS, on trouve la courbe de Helge Von Koch.

➤ La courbe de Helge Von Koch :

La courbe de Von Koch constitue un exemple de fractal appartenant à la catégorie des systèmes de fonctions itérées (Figure III.2). Cette courbe se dessine de façon récursive, en partant d'un simple triangle équilatéral. A chaque étape, on divise chaque segment en 3 parties égales, et on remplace le segment central par deux segments formant un triangle équilatéral.

La figure III.3 représente cette construction (pour un segment), et donne le nombre d'éléments constituant à l'échelle déterminé par le facteur d'homothétie :

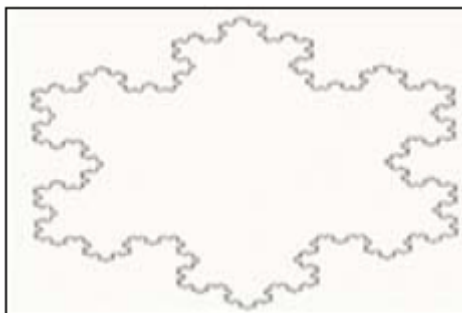


Figure III.2 : Courbe de Von Koch [10].

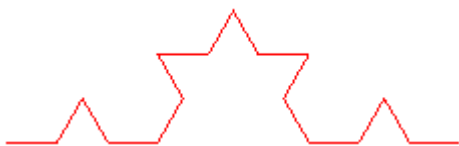
	Une ligne droite.	
	Cette figure contient 4 fois la ligne droite précédente réduite d'un facteur 3.	$\begin{cases} n = 4 \\ k = 3 \end{cases}$
	Cette figure contient 4 fois la figure précédente réduite d'un facteur 3, ou bien, 16 fois la ligne droite de départ réduite d'un facteur 9.	$\begin{cases} n = 4 \\ k = 3 \end{cases}$ $\begin{cases} n = 16 \\ k = 9 \end{cases}$
	Ainsi de suite...	$\begin{cases} n = 64 \\ k = 27 \end{cases}$
	La longueur diverge vers l'infini... ...dans un espace fini !	

Figure III.3 : Tableau représente les étapes de construction de la courbe de Von Koch [12].

III.4.1.2. Fractales réalisées grâce à une suite de points :

Les fractals réalisés grâce à une suite de points sont définies par une relation de récurrence pour tous les points de l'espace (tel que le plan complexe). Nous retrouvons dans cette catégorie les ensembles de Mandelbrot et celles de Julia.

III.4.1.2.1-Ensemble de Mandelbrot :

Cet ensemble, découvert en 1981, est souvent considéré comme « la fractale la plus complexe » et représente à ce titre le symbole des fractales. Il a été découvert en tentant de résoudre le problème suivant : Soit la suite $Z_{n+1}=Z_n^2+C$ avec $Z_0=0$ et C un nombre complexe quelconque.

Pour définir mathématiquement la fractale de Mandelbrot on associe à chaque point M du plan complexe, la suite $z_{n+1} = z_n^2 + z$ avec $z_0 = 0$ et $z = x + i.y$ l'affixe du point M . Tous les points pour lesquels la suite est bornée vont constituer l'ensemble de Mandelbrot. Il est assez facile de démontrer mathématiquement que si le module de z_n est supérieur à 2 la suite va diverger.

On dessine alors le pixel de la couleur i . Si au bout d'un nombre d'itérations maximum, le module de Z_n est toujours inférieur à 2, on estime que la suite ne diverge pas et on affiche le pixel en noir. Le centre en noir représente l'espace où la suite converge. Les couleurs indiquent les courbes de niveau, c'est-à-dire la vitesse de divergence de la fonction. A noter que l'ensemble de Mandelbrot est la frontière entre l'espace où la suite converge et l'espace où elle diverge.

On obtient ainsi l'image de la figure suivante :

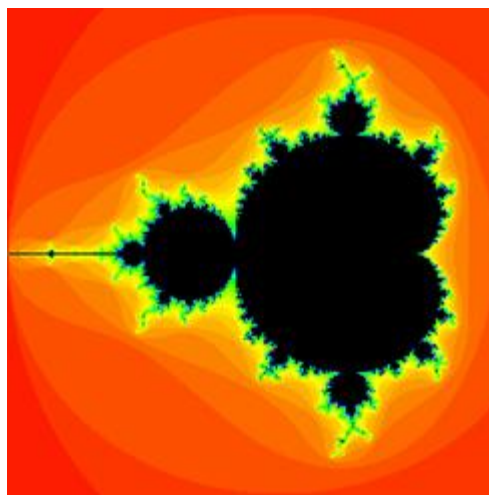


Figure III.4 : Ensemble de Mandelbrot [11].

III.4.1.2-Ensemble de Julia :

Les ensembles de Julia sont définis par la même suite sauf que le premier terme Z_0 est l'affixe du point courant et, C une constante propre à chaque ensemble de Julia. C'est à dire C est fixé pendant tout le calcul de l'image. Donc à chaque valeur de C correspond un ensemble particulier de Julia (Figure III.5).

Au départ Gaston Julia a proposé qu'est ce qu'il se passe si on prend une équation toute simple et on la répète en boucle, C'est-à-dire on prend une valeur et on lui applique la fonction, cela donne un résultat ; on prend cette nouvelle valeur et lui appliquant la même équation, nous obtenons une troisième valeur. Que ce que se passe-t-il si nous répétons plusieurs fois la même opération ?

Au bout d'un très grand nombre d'itérations la série de valeur obtenue s'appelle ensemble. Si on le calcule manuellement on ne pourrait jamais savoir à quoi il ressemble dans son intégral. Mais pour que cette branche de mathématique se développe il fallait attendre l'invention de l'ordinateur. Mandelbrot a pris les ordinateurs qui l'avait sous la main chez IBM et il traça un très grand nombre d'ensemble de Julia puis en 1980 il créa sa propre équation $F(z)=z^2+c$ qui englobe tout les ensembles de Julia en une seule représentation. pour cela l'ensemble de Julia est un sous-ensemble de l'ensemble Mandelbrot.

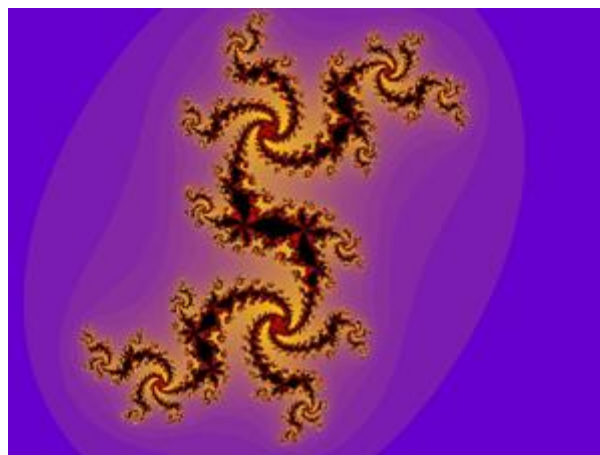


Figure III.5 : *Dessin de l'ensemble de Julia [11].*

III.4.1.3. Fractals non uniformes :

Une première extension, qui reste dans le cadre déterministe et parfaitement auto-similaire, permet de construire des ensembles fractales non uniformes, en divisant un motif de base en n sous-motifs similaire, mais en utilisant des similitudes de rapports variables pour chacun des sous-motifs. Ces ensembles sont également qualifiés de multi-fractals. Une multi-fractale est une réunion de fractales de dimensions différentes ou égales.

La figure III.6 montre un exemple d'un ensemble fractal non uniforme.

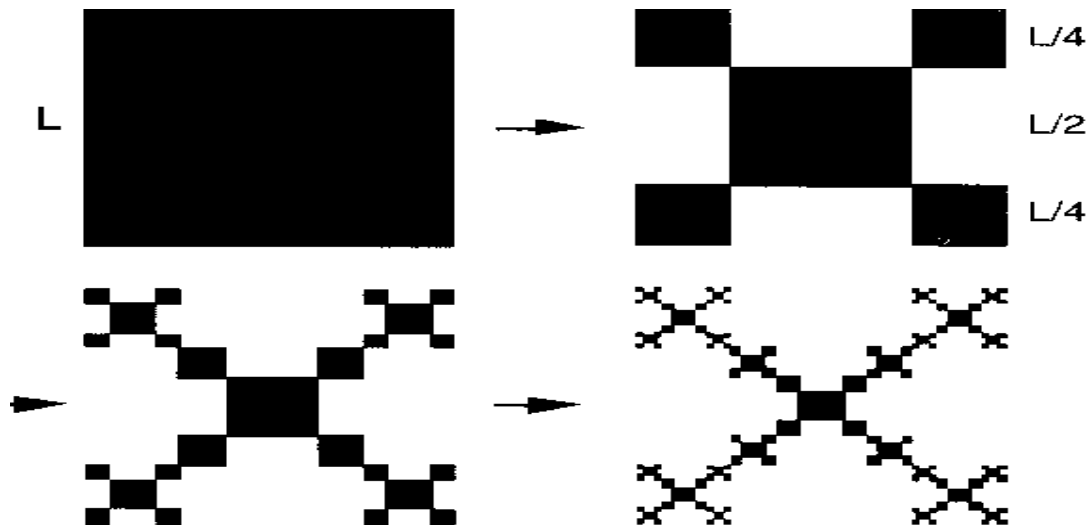


Figure III.6: exemple de fractal non uniforme. [12]

III.4.2. Fractale non déterministe :

Par opposition aux fractales déterministes, il existe des fractals liés au hasard ou à des phénomènes aléatoires (le mode de réplication fait intervenir une composante aléatoire). Elles se présentent sous deux formes :

III.4.2.1. Objets fractals naturels :

Objets aléatoires ou non déterministes, car le processus dynamique qui permet leurs création varie lui-même avec le temps de façon aléatoire. Citant, les vaisseaux sanguins, les

paysages fractals (les nuages, les montagnes, le chou-fleur). La figure III.7 montre un exemple de fractal naturel.



Figure III.7 : *fractal naturel (nuage).* [13]

a)-Fractals aléatoires :

On définit les fractals aléatoires comme des fractales pour lesquelles le choix de l'opération appliquée à chaque itération suit une loi de probabilité. Falconer a donné un exemple de variantes aléatoires de courbe de Von Koch dont les principes de modification aléatoire sont illustrés sur la figure III.8.

Les fractales aléatoires sont les plus utilisées dans la pratique, et peuvent servir à décrire de nombreux objets extrêmement irréguliers du monde réel. Elles sont utilisées pour créer des paysages (dans les jeux vidéo par exemple).

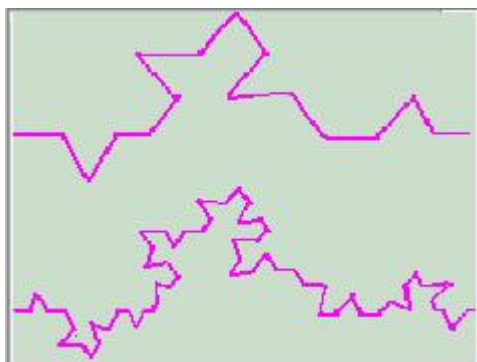


Figure III.8 : *fractal aléatoire.* [14]

III.5.Caractéristique d'un objet fractal :

Un objet fractal possède au moins l'une des caractéristiques suivantes :

- Il a des détails plus ou moins similaires à des échelles arbitrairement petites ou grandes ;
- Il est trop irrégulier pour être décrit efficacement en termes géométriques traditionnels ;
- Il est exactement ou statistiquement auto similaire, c'est-à-dire que le tout est semblable à une de ses parties ;
- Sa dimension de Hausdorff-Besicovich est plus grande que sa dimension topologique, et possède une valeur fractionnaire (valeur non entière).

III.6.Dimension fractale :

En géométrie euclidienne, On connaît déjà la dimension de quelques figures simples qui sont des entiers naturels : 0 pour un point, 1 pour une courbe, 2 pour une surface et 3 pour un volume. En revanche, la dimension d'une fractale peut prendre des valeurs qui ne sont pas des nombres entiers : la dimension fractale constitue une généralisation de la notion de dimension utilisée en géométrie euclidienne.

Pour les fractales, il est impossible de désigner un point d'une fractale, puisqu'on ne peut pas mesurer de longueur le long de la fractale. Une ligne fractale dessinée dans un plan appartient bien à ce plan, de dimension 2, mais on ne peut pas dire qu'elle soit de dimension 1.

La dimension fractale DF ou dimension de similarité, est le nombre qui quantifie le degré d'irrégularité et de fragmentation d'un ensemble géométrique ou d'un objet naturel. Elle est aussi une mesure de la façon dont la forme fractale occupe l'espace. La dimension fractale est un nombre réel, qui est proche de 1 quand la fractale est plutôt lisse, qui augmente quand la fractale devient plus accidentée (fragmentée), et qui tend vers 2 quand la fractale remplit la portion de plan qui lui sert de support. Les fractales ont donc une dimension comprise entre 1 et 2 ou entre 2 et 3.

Mandelbrot a défini un ensemble fractal comme étant un ensemble pour lequel la dimension de Hausdorff (DF_h) est plus grande que sa dimension topologique (D_t) et où DF_h et D_t sont définis comme suit :

➤ La dimension de Hausdorff-Besicovich DF_h est le rapport des logarithmes entre le nombre N d'homothéties internes de l'objet et l'inverse de la raison r de ces dernières :

$$DF_h = \frac{\ln(N)}{\ln\left(\frac{1}{r}\right)} \dots\dots (I)$$

➤ la dimension topologique D_t d'un objet correspond au nombre de variables indépendantes nécessaires pour le décrire.

III.7. Intérêt de la dimension fractale :

La valeur de la dimension fractale caractérise le degré de concentration de la masse dans une zone choisie de la structure, autrement dit, le degré de non-homogénéité de la répartition de la masse. Elle décrit la complexité d'une forme. Elle caractérise aussi le comportement auto similaire d'une surface. Cette caractéristique n'est généralement pas acquise par les surfaces naturelles, mais elle est respectée en moyenne par les textures. Pour toutes ces raisons, la dimension fractale est dans la plus part des cas utilisée pour caractériser une texture.

La dimension fractale est utilisée dans divers domaines, tel que la biologie, la chimie, etc.

✓ En biologie la dimension fractale est utilisée pour caractériser la forme des protéines, la texture des images d'os issues de radio, etc.

✓ En géographie pour généraliser le contour des côtes sur les cartes.

Ainsi, la dimension fractale permet de distinguer une ligne droite d'une ligne brisée ou courbée, chose qu'on ne peut pas obtenir avec la dimension euclidienne ou topologique.

III.8. Méthodes pour le calcul de la dimension fractale (DF) :

Dans l'analyse d'image, la géométrie fractale, est dans la majorité des cas, utilisée à travers la notion de dimension fractale. De nombreuses méthodes existent pour la calculer. Ces diversités mènent souvent à l'obtention de dimensions différentes par des méthodes distinctes pour le même objet. Ces différences s'expliquent par le fait que dans la majorité des cas, la dimension de Hausdorff-Besicovich ne peut pas être calculée sous cette forme (équation I) car les fractals ne possèdent pas toujours homothétie interne. Plusieurs techniques

de calcul de la dimension fractale sont proposées dans la littérature. Ces méthodes peuvent être groupées en trois classes :

- ✓ celles basées sur le comptage de boîtes.
- ✓ celles basées sur le Mouvement Brownien Fractionnaire (FBM).
- ✓ celles basées sur la mesure des surfaces.

III.8.1.Méthodes Basées sur les comptages de boîtes :

Se sont les premières méthodes développées pour le calcul de la dimension fractale. Les méthodes de cette base se divisent en trois classes :

III.8.1.1.Méthode de box-counting ou BC :

Cette méthode a été définie dans Russel et al. C'est la méthode la plus simple et la plus fréquemment utilisée. Son principe général consiste à partitionner l'image binaire en carrés réguliers de côté r fixe. Puis on compte le nombre de carrés (N) possédant au moins un pixel noir. On refait la partition de l'image et on compte toujours le nombre de carrés (N) pour différente taille de r . Le résultat de la partition pour r différent donne un ensemble de données $[N, r]$, on trace la courbe $\log(N)$ en fonction de $\log(1/r)$ dont la pente correspond à la dimension fractale.

III.8.1.2.Méthode de comptage différentiel des boîtes ou DBC :

Une adaptation de la méthode BC a été formulée par Chaudhuri et Sarkar pour résoudre les limites du BC nommée DBC qui peut travailler sur des images codées en niveaux de gris. Le principe de cette méthode consiste à partitionner en boîtes de différentes tailles r et on calcule le N , pour chaque boîte, qui est la différence entre le maximum et le minimum des niveaux de gris. Ceci nous donne un ensemble de données et on trace la courbe $\log(n)$ en fonction de $\log(r)$ dont la pente correspond à la dimension fractale.

III.8.1.3.Méthode de comptage étendu ou XCM :

Cette méthode a été définie dans Sandau and Kurz. Son principe est le même que la BC. On applique la BC à plusieurs sous ensembles de l'objet fractal (on partition l'objet en block et on applique la BC a chaque block).le maximum des dimensions obtenue est considéré comme la DF de l'objet.

III.8.2.Méthodes basée sur le mouvement brownien fractionnaire :

Le FBM de paramètre H ($0 < H < 1$), noté B_h a été défini par Mandelbrot et Van Ness comme étant une extension du mouvement brownien (pour $H=0.5$, B_h est le mouvement brownien ordinaire B). Le paramètre H contrôle la rugosité de la texture : plus H est proche de 0, plus l'image est rugueuse et plus H est proche de 1, plus l'image est lisse.

La dimension fractale d'une surface FBM est donnée par la relation suivante :

$$D=2-H$$

Où H est le coefficient de Hurst, appelé aussi exposant de rugosité.

III.8.2.1.Méthode d'estimation du paramètre H :

Plusieurs méthodes de calcul du paramètre H d'une image en niveaux de gris, suivant le modèle FBM, ont été proposées. On peut citer la méthode de Chen et al.

III.8.2.1.1.Méthode de Chen et al :

L'image est un ensemble de pixels. Chaque pixel a sa position et son niveau de gris. On note $r(x, y)$ la position du pixel et $g(x,y)$ son niveau de gris.

La distance (Δr) entre deux positions (x_1, y_1) et (x_2, y_2) d'une paire de pixel est définie comme suit : $\Delta r = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

$(\Delta g_{\Delta r})$ est la valeur absolue de la différence entre les deux niveaux de gris $g(x_1, y_1)$ et $g(x_2, y_2)$: $\Delta g_{\Delta r} = |g(x_1, y_1) - g(x_2, y_2)|$ et $\Delta g_{\Delta r}$ possède une valeur moyenne qui est proportionnelle à $(\Delta r)^{2h}$ (Garding 1988).

$$E \{(\Delta g)_{\Delta r}^2\} = \sigma^2 (\Delta r)^{2h} \quad \text{où} \quad \log(E \{(\Delta g)_{\Delta r}^2\}) = 2H \cdot \log (\Delta r) + 2 \cdot \log \sigma.$$

Tel que σ^2 est la variance. $E\{\cdot\}$ est l'espérance .

Cette équation est simplifiée par Chen et al. Elle est réécrite comme suit :

$$\log (E \{(\Delta g)_{\Delta r}\}) = H \cdot \log (\Delta r) + 2 \cdot \log \sigma.$$

σ est une constante, alors H est la pente de l'équation linéaire.

III.8.3.Méthodes basées sur la mesure des surfaces :

Les méthodes dites de « mesure de surface » utilisent des éléments structurants (triangle, dilatation,...etc.) à différentes échelles r et calculant l'aire (ou surface) $A(r)$ de la surface étudiée à cette échelle. La DF est obtenue par régression linéaire de la pente de la courbe du $\log(A(r))$ en fonction du $\log(r)$. Parmi ces méthodes on peut citer la méthode des « isarithmes »

III.8.3.1.Méthode de « isarithmes » :

Une isarithme est un symbole linéaire reliant des points de valeurs égales. Les courbes de niveau (lignes reliant des points de même altitude) sont la forme la plus connue de ce type d'éléments linéaire. En géométrie fractale, l'idée d'utiliser ce symbole est d'approximer la complexité d'une surface en définissant la complexité des lignes de contours (ou isarithmes).

Cette méthode a essentiellement un sens dans le cas de signaux 2D. Son principe est de construire des séries d'isarithmes (contours) basées sur les valeurs des niveaux de gris des images. La DF de chaque isarithme peut être estimée et la DF moyenne plus un est considérée comme celle de l'image. $DF_{\text{surface}} = D_{\text{isarithme}} + 1$.

III.9.Conclusion :

Nous avons décrit dans ce chapitre les outils fondamentaux de la théorie fractale. Il ressort de cette étude que la notion fractale est riche et au même temps fascinante, elle a montrée les limites de la géométrie euclidienne pour décrire des objets complexes.

La théorie fractale a offert de nouvelles perspectives aux sciences, elle a déjà trouvé de nombreuses applications: biologique, géologique, informatique...etc. Dans le chapitre qui suit on s'intéressera à l'application de cette théorie dans le domaine médicale.

Chapitre IV

Application

IV.1.Introduction :

Le tissu osseux est un tissu poreux constitué de travées osseuses et d'espaces intercommunicants occupés par la moelle osseuse et les vaisseaux. Cette microarchitecture subit de grandes altérations avec l'âge accompagné d'une ostéoporose qui se caractérise par une modification de nombre de nœuds et de terminaisons.

La détection de signe d'ostéoporose chez un individu repose à l'heure actuelle essentiellement sur une bonne analyse des résultats acquérants par différentes méthodes d'imagerie (voir le paragraphe I.5 de chapitre I). Pour se faire nous avons mis en œuvre les méthodes fractales qui sont basées sur l'estimation de la dimension fractale. Elle sera appliquée sur des images tests et des images médicales (saines et pathologiques).

IV.2.Base de données :

Notre base de donnée est constituée des images tests tirées de l'album de brodatz, et des images médicales saines (figure VI.7) et pathologiques (figure VI.10), obtenues par différentes modalités (Scanner et IRM) prises in vivo à l'hôpital de Lille. Des régions d'intérêt notées image rectangulaires de différentes dimensions allant de (70 x 70) à (110 x 100) pixels ont été localisées par un radiologue sur les différentes coupes obtenues par les deux techniques, de façon à ne conserver que les surfaces trabéculaires en objet d'étude. Elles ont été placées de manière identique pour chaque site anatomique chez tous les patients pour chaque type d'image. Elles sont codées sur 8 bits en format BMP. On prend trois images non-pathologiques et trois pathologiques.

IV.3.Description de la méthode :

Parmi les méthodes basées sur les attributs fractals on a opté pour la méthode de comptage de boîte qui a été décrite dans le paragraphe (VII.1 du chapitre II), cette méthode s'articule autour de trois points essentiels (Figure VI.1): transformation d'une image couleur ou niveau de gris en image binaire (par le seuillage), partitionner l'image binaire en blocs ou carrés réguliers de côté r fixe et refaire la partition de l'image pour différentes tailles de r , et à chaque fois calculer le nombre de blocs pleins (N), faire la régression linéaire pour le graphique $\log(N)$ en fonction de $\log(1/r)$, et enfin l'estimation de la dimension fractale qui correspond à la pente du graphique.

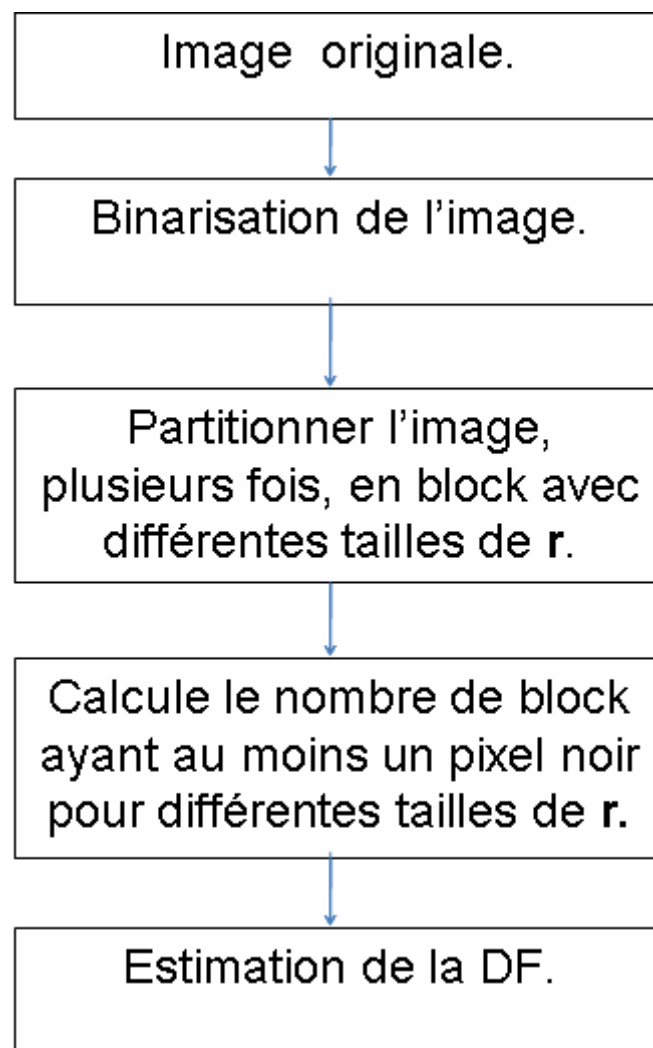


Figure VI.1: Schéma générale de l'algorithme de la méthode BC.

IV.3.1.Binarisation des images :

La binarisation est une technique qui consiste à transformer une image au niveau de gris ou couleur en image noir et blanc, en associant à chaque pixel une valeur soit 1 qui présente le noir, soit 0 qui présente le blanc. Plusieurs méthodes ont été définies au cours de ces dernières décennies, nous avons opté à celle basée sur le seuillage.

- **Binarisation par seuillage :** c'est la technique la plus répandue à l'heure actuelle, où les pixels de l'image sont partagés en deux classes par un seul seuil s définie (voir le paragraphe II.7.1). On distingue deux approches de seuillage : global et local.

Le schéma général de binarisation est représenté dans la figure IV.2.

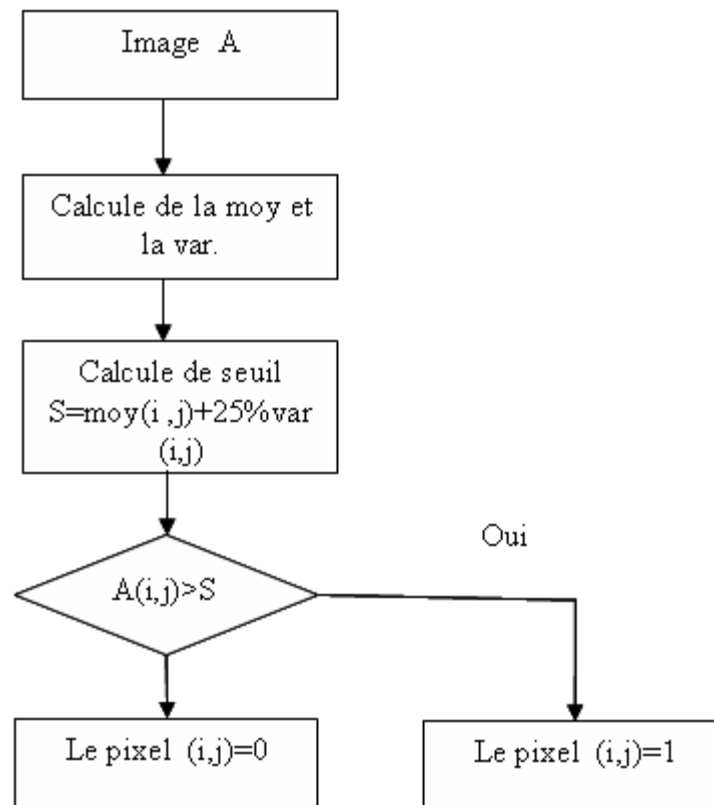


Figure IV.2: Procédure de binarisation.

- **Binarisation par seuil global :**

Dans la méthode de binarisation globale un seuil unique, qui nous permet de décider l'appartenance d'un pixel à l'objet ou au fond, est calculé à partir d'une mesure globale sur toute l'image. Pour calculer le seuil nous avons procédé comme suit, on calcule la moyenne (moy) pour toute l'image, ainsi la variance (var), le seuil est donné par l'addition de la moyenne et 25% de la variance.

- **Binarisation par un seuil local**

Pour la binarisation locale, la classification d'un pixel dépend non seulement du pixel soi-même mais aussi de ses informations locales (de ses pixels voisins). La procédure de binarisation par le seuil local est la même avec la précédente. La moyenne et la variance se calculent sur un voisinage $N \times N$.

IV.3.2. Cacule de la dimension fractale :

IV.3.2.1. Partition de l'image en block :

Après la binarisation vient l'étape de partition de l'image. Le principe générale consiste à partager l'image en blocks réguliers de côté r fixe, puis on compte le nombre de block ($N(r)$) possédant au moins un pixel noir (voir annexe A). On refait la même procédure pour chaque différente taille de r allant de 1 à 25, avec un pas de 2.

IV.3.2.2. Estimation de la dimension fractale :

L'estimation de la dimension fractale est la dernière étape de cet algorithme. Après avoir compté le nombre de block ($N(r)$) ayant au moins un pixel noir, on fait la régression linéaire (voir annexe B), modéliser la relation entre le vecteur qui représente les valeurs $\log(N)$ et un vecteur qui contient les valeurs de r (figure IV.3), on aboutira ainsi à une droite $y = A x + b$ tel que $A = \text{dimension fractale (DF)}$, elle correspond à la pente de la régression linéaire.

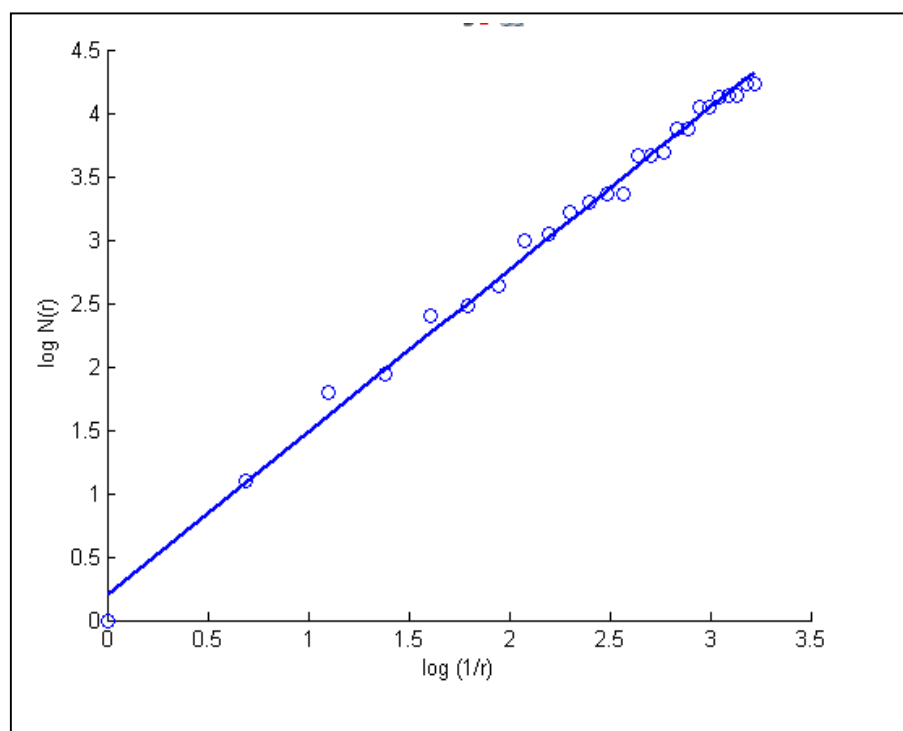


Figure IV.3 : schéma représente la régression linéaire.

IV.4.Application et interprétations :**IV.4.1.Application aux images de brodatz :**

La dimension fractale obtenue par différent seuillage, globale (figure IV.5) et locale (figure IV.6), sont présente dans le tableau I.

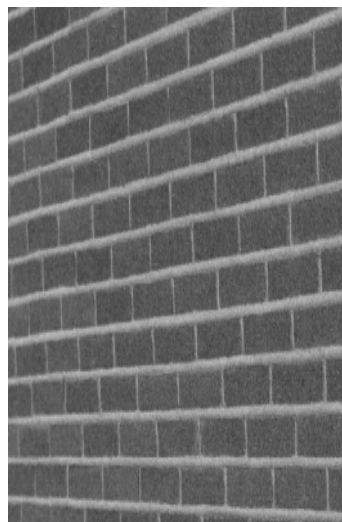
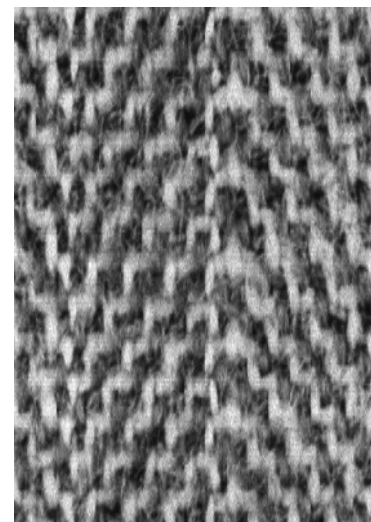
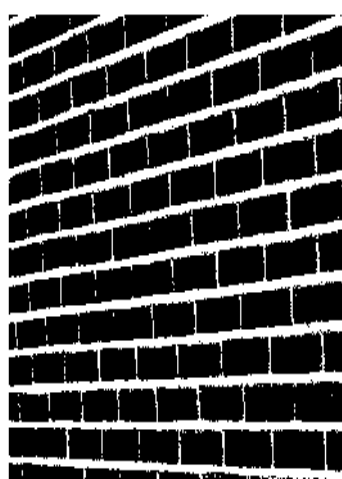
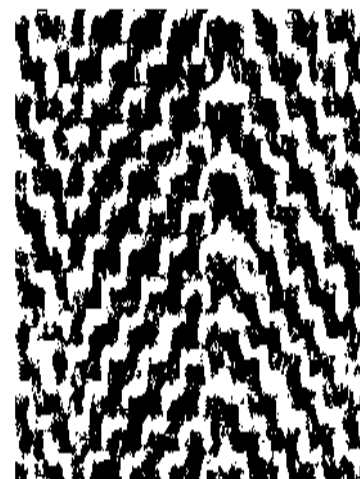
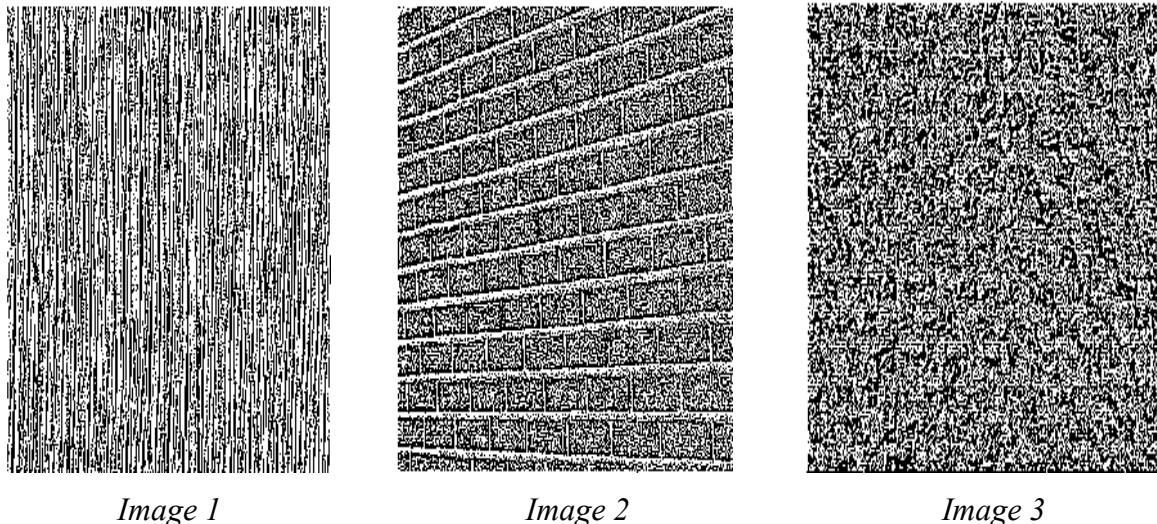
*Image 1**Image 2**Image 3***Figure IV.4 : Images de brodatz.***Image 1**Image 2**Image 3*

Figure IV.5 : *Seuillage globale pour les images brodatz.***Figure IV.6 :** *Seuillage local pour les images brodatz*

L'analyse des résultats obtenus, montre bien, que le seuil global est nettement mieux que le seuil local pour la binarisation des images tests. On remarque une perte d'information pour les images binaires obtenues par le seuil local qui ne prend en considération que les informations voisines, par contre, pour le seuil global, les images originales sont raisonnablement produites.

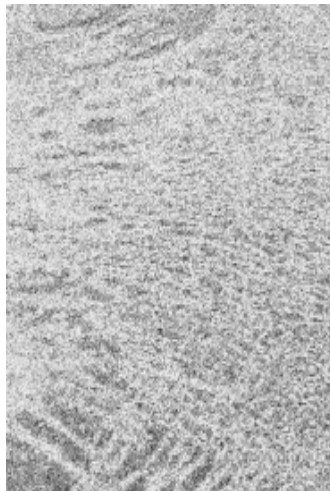
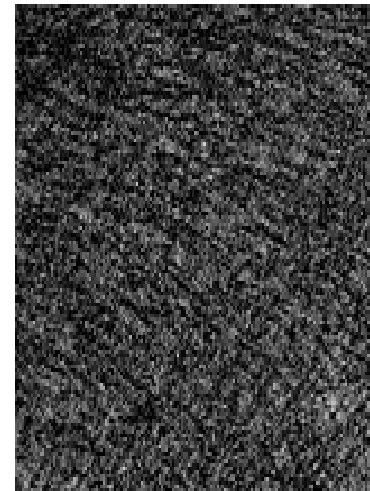
Les valeurs des dimensions fractales obtenues à partir des images binarisées, par le seuil global, mis bien en évidence la différence qui existe entre les trois textures (à chaque texture une valeur de DF). Par contre, le seuil local ne manifeste aucune différence entre les valeurs de la DF. On constate que la binarisation globale convient mieux les images tests que la binarisation locale.

type d'image	Seuil Image	Seuil global	Seuil local
Images brodatz	Image 1	1.4296	2
	Image 2	1.4777	2
	Image 3	1.7072	2

Tableau.I : *les dimensions fractales obtenues pour les différents types d'images brodatz.*

IV.4.2. Application aux images médicales :**IV.4.2.1. Images non-pathologiques:**

La dimension fractale obtenue par différent seuillage, globale (figure IV.8) et locale (figure IV.9), pour les images médicales non-pathologiques sont présentées dans le tableau II.

*Image G**Image B**Image AT***Figure IV.7 :** *Images médicales non-pathologiques.**Image G**Image B**Image AT***Figure IV.8 :** *Seuillage global pour les images médicales non-pathologiques.*

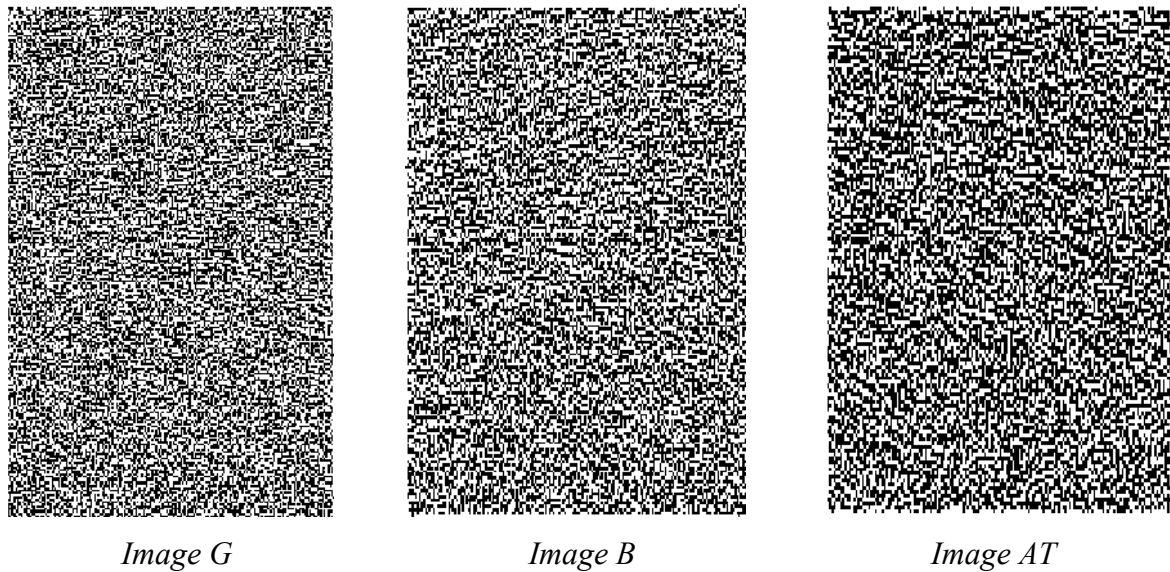


Figure IV.9: *Seuillage local pour les images médicales non-pathologiques.*

IV.4.2.2. Images pathologiques :

La dimension fractale obtenue par différent seuillage, globale (figure IV.11) et locale (figure IV.12), pour les images médicales pathologiques sont présentées dans le tableau II.

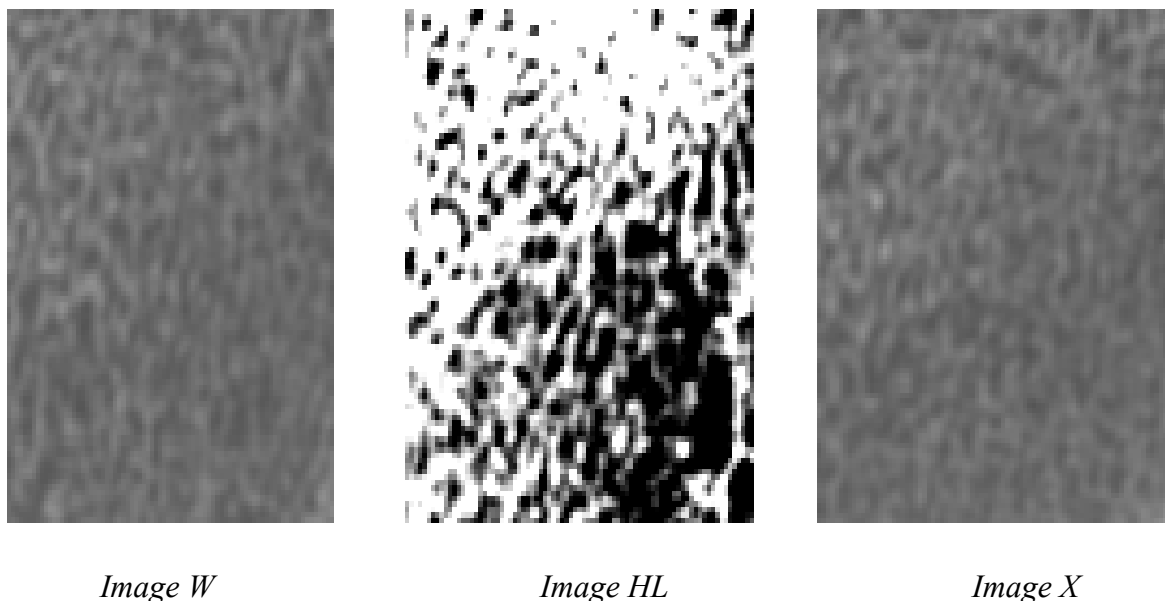
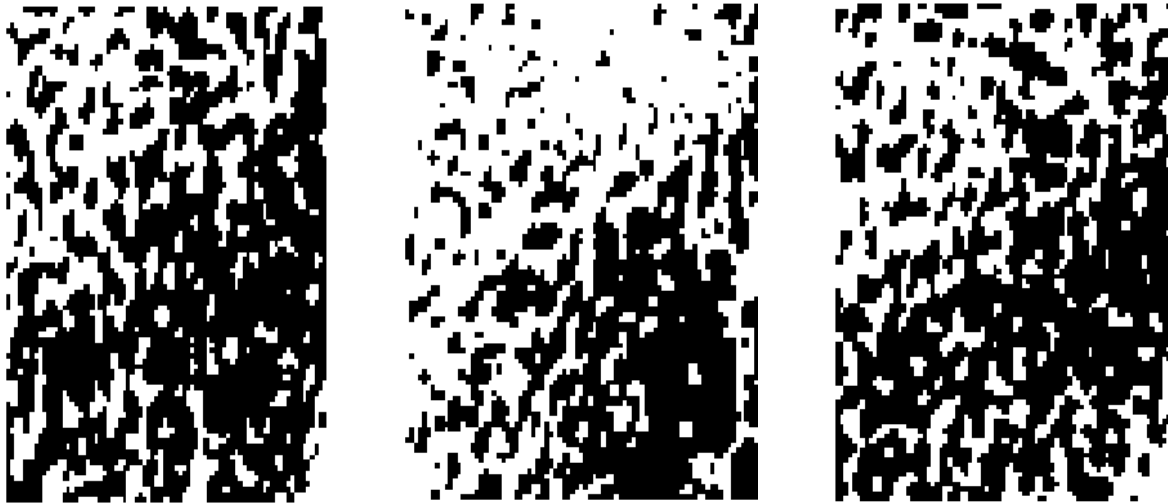


Figure IV.10 : *Images médicales pathologiques.*

*Image W**Image HL**Image X***Figure IV.11 :** *Seuillage globale pour les images médicales pathologiques.**Image W**Image HL**Image X***Figure IV.12 :** *Seuillage local pour les images médicales pathologiques.*

type d'image	Seuil image	Seuil global	Seuil local
Images médicales sain	Image G (IRM)	1.3922	2
	Image B (IRM)	1.4199	2
	Image AT (IRM)	1.4070	2
Images médicales pathologique	Image W (CT)	1.2807	1.9941
	Image HL (CT)	1.2206	1.9974
	Image X (CT)	1.2804	1.9949

Tableau II : les dimensions fractales obtenues pour les différents types d'images médicales.

En appliquant la technique de binarisation sur le tissu osseux trabéculaire on obtiendra deux classes: une représente les travées (noir), et l'autre représente l'espace intertrabéculaire (blanc), nous nous retrouvons avec une image bidimensionnelle binaire, nous pouvons ainsi lui appliquée les techniques de caractérisation.

A partir de l'étape de binarisation que ça soit locale ou globale, on peut déjà faire une distinction entre les images saines et pathologiques, elle a mis en évidence le réseau trabéculaire en séparant les travées de la moelle. Autrement dit, l'ensemble des pixels représentant le même type de tissu, est regroupé pour constituer une seule région, ce qui apporte un intérêt majeur au diagnostique.

Dans les images saines on remarque une architecture bien texturée, pas de confusion entre les travées et la moelle, par contre en images pathologiques, une grande altération de l'architecture osseuse se présente qui se manifeste par un amincissement des travées osseuses et par un agrandissement de l'espacement entre travées (voir annexe C), entraînent de déconnection de l'architecture ce qui engendre une perte au niveau de la quantité d'os.

Effectivement ces résultats sont bien confirmés dans le tableau II qui illustre les valeurs de la dimension fractale calculées pour les images saines (DFs) ou pathologiques (DFp), qui se manifeste par une petite différence entre la DFs qui varie entre]1.38, 1.42 [et la DFp varie entre]1.22, 1.29 [, Ces informations prouvent la présence de changements dans la

structure trabéculaire de l'os indiquant une pathologie ostéoporotique. Notons que la méthode qu'on a adopté pour notre travail a été implémentée sous l'environnement MATLAB v6.2.

IV.5.conclusion :

La classification des tissus par la dimension fractale que nous avons mis en œuvre dans ce chapitre nous a permis de séparer le tissu correspondant au sujet sain de celui lié au sujet pathologique. Cependant la méthode qu'on adopté, pour le calcul de la dimension fractale, donne des bons résultats avec le seuillage globale. De plus, la dimension fractale nous donne le degré de la maladie. Plus la dimension fractale est diminuée ; le degré de la maladie augmente et vice-versa.

Conclusion générale

Le travail présenté dans ce mémoire décrit une méthode d'analyse de l'image texturée, notamment les images médicales, par les fractales. L'algorithme de cette méthode est basé sur le calcul de la dimension fractale.

Pour aborder ce travail, nous avons commencé par la définition et la structure de tissus osseux ainsi la maladie qui le touche dans une première partie. Dans la deuxième partie On a présenté les systèmes de caractérisation de tissu osseux qui nous donnent en final une image texturée.

Dans le deuxième chapitre on s'est basé sur les notions des images texturée ainsi que les traitements qu'elle peut subir, parce que la compréhension de ce domaine commence d'abord par la compréhension de ce qu'est une image et ses propriétés physiques.

Par la suite, nous nous sommes intéressés à l'analyse de la texture par des méthodes fractales basées sur le calcul de la dimension fractales, plusieurs méthodes sont présentées : celles basées sur le comptage de boîte, celles basées sur le mouvement brownien fractionnaire et celles basées sur la mesure de l'aire.

Dans le dernier chapitre nous avons appliqué l'algorithme de comptage de boîte sur des images texturées, afin d'extraire la dimension fractale. Suite aux tests effectués, nous avons constaté que la dimension fractale peut nous aider à faire une distinction entre des tissu normaux et pathologiques, grâce à la comparaison de la DF entre eux.

Plusieurs idées de développement futur pourront faire suite à ce travail. En tant que perspectif, il serait intéressant d'étendre le travail présenté dans ce manuscrit avec d'autres méthodes et de comparer les résultats.

De plus, il serait intéressant de disposer d'un nombre d'images beaucoup plus important que celui que nous avons utilisé. Afin de pouvoir comparer les paramètres de différents sites anatomiques en tenant compte de l'âge et de sexe.

Ce travail, quoique loin d'être parfait, nous a permis d'acquérir des nouvelles connaissances dans le domaine de traitement d'images en particulier l'analyse de texture à partir des attributs fractals, nous le soumettons à toute critique ou suggestion dans le seul but d'approfondir les recherches et investigations qui seront menées ou engagées par des futures étudiants dans un domaine gage d'avenir et de progrès.

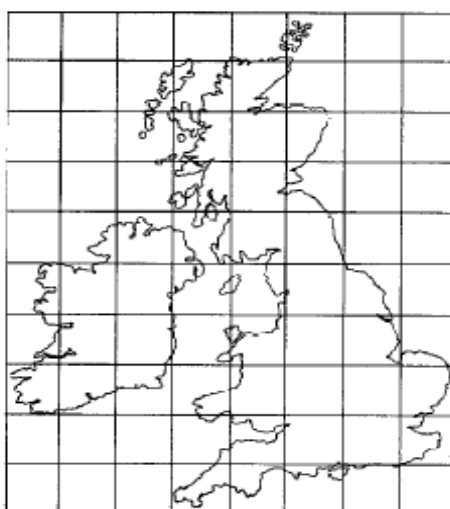
Bibliographie

- [1] M. MARK, *Tissu Osseux: I. Cellules et matrice extracellulaire*. Institut de Génétique et de Biologie Moléculaire et Cellulaire.
- [2] H. FOLLET, *Caractérisation biomécanique et modélisation 3D par imagerie X et IRM haute résolution de l'os spongieux humain : évaluation du risque fracturaire*. Thèse de Doctorat, INSA Universités de Lyon, (2002).
- [3] T. LAMENTE, *Reconstruction 3D de la microarchitecture osseuse à partir d'un nombre limité de radiographie : apport de technique de régularisation*. Thèse de Doctorat, Institut national des sciences appliquées de Lyon, (2006).
- [4] D. LAST, *Caractérisation de l'architecture tridimensionnelle du tissu trabéculaire in vitro et in vivo par IRM*. Thèse de doctorat, Université Paris XI, (2003).
- [5] D. PELLENC, *Auto assemblage de la fibronectine induit par l'adsorption : caractérisation expérimentale sur l'hydroxyapatite et étude par simulation numérique*. Thèse de doctorat, Université de Cergy-Pontoise, (2005).
- [6] M. G. ODIN, *Modélisation numérique de l'os Mandibulaire appliquée à l'implantologie dentaire et maxillo-faciale*. Thèse de Doctorat, Ecole nationale supérieure des mines de Paris, (2008).
- [8] M. LEHAMEL, *Segmentation d'images texturisées à partir des attributs fractales*. Mémoire de magister, UMMTO.
- [9] R. LOPES, *Analyses fractale et multifractale en imagerie médicale : Outils, validations et applications*. Thèse de Doctorat, Université de Lille 1, (2009). V. TOPPETS, *Morphologie, croissance et remaniement du tissu osseux*. Article de synthèse de l'université de Liège, (2004).
- [10] L. PAULHAC, *Outils et méthodes d'analyse d'images 3D texturées : Application à la segmentation des images échographiques*. Thèse de Doctorat, Université François Rabelais de Tours, (2009).
- [11] R. JENNANE, *Caractérisation multidimensionnelle de l'architecture osseuse*. Thèse de Doctorat, Institut de PRISME, Polytech'Orléans, (2009).
- [12] D. Driss, *Identification des pathologies du tissu osseux par traitement d'image*. Mémoire de magister, UMMTO, (2006).
- [13] E. LESPESSAILLES and al, *Imagerie de la microarchitecture osseuse*. Revu de rhumatisme, vol. 73, p.435-443, (2006).
- [14] Pr. LEHEUP, *Les tissus osseux*. Cours de Babamab-PROD.
J_Y DEVEUX, *L'imagerie par résonnance magnétique*. P&M – Paris 6, (2006).
- [7] Site internet : <http://kfractales.free.fr/>

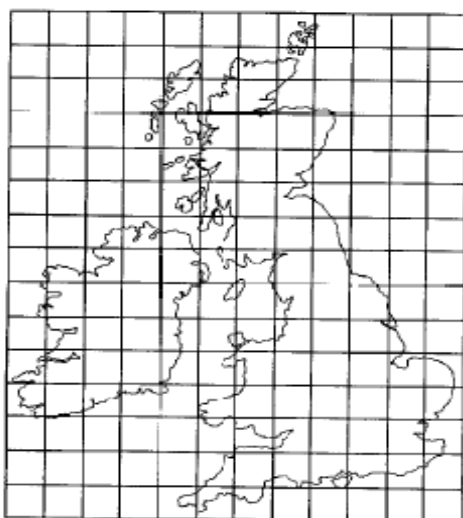
Annexes



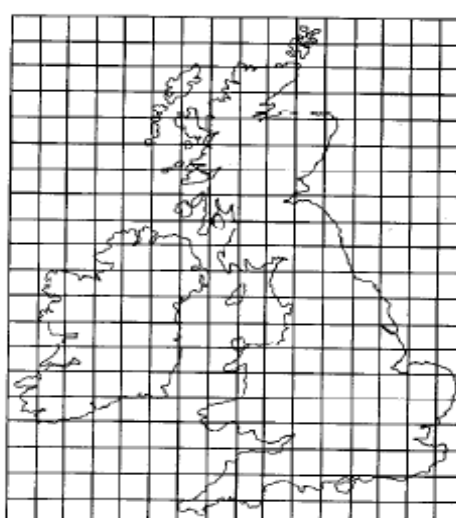
Echelle 1/4



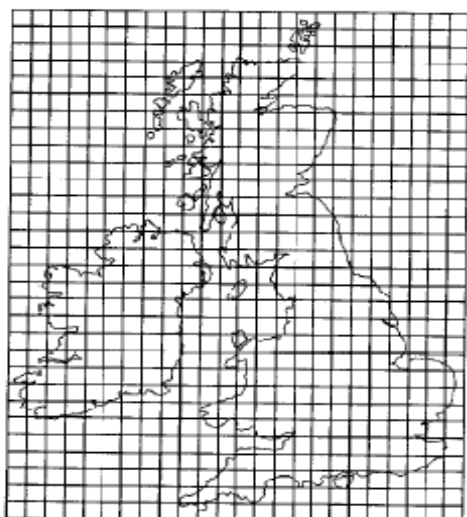
Echelle 1/8



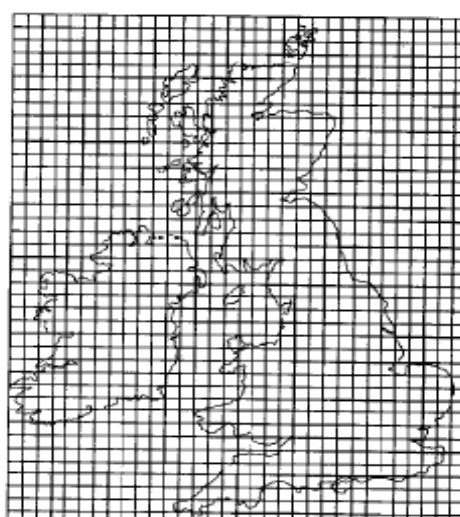
Echelle 1/12



Echelle 1/16



Echelle 1/24



Echelle 1/32

Après la partition en compte le nombre de bock plein pour différente taille.

Echelle (1/ ϵ)	4	8	12	16	24	32
N						283

On trace la courbe $\log(N)$ en fonction de $\log(1/\epsilon)$.

la pente de se graphe nous donnera la dimension fractale de la côte de Bretagne.

En statistiques, la régression linéaire désigne une approche pour modéliser la relation entre une variable aléatoire y et un vecteur de variables aléatoires x . De manière générale, le modèle linéaire peut s'écrire de la manière suivante :

$$y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \dots + \beta_K x_K + u.$$

y désigne la *variable expliquée*. Le vecteur x désigne l'ensemble des *variables explicatives* : $(x_1, x_2, \dots, x_K)$. u désigne le *terme d'erreur*. Il est parfois appelé *perturbation*.

On suppose qu'on dispose de données sur les variables $y, x_1, x_2, \dots, x_K$. On cherche à estimer le vecteur β des paramètres : $(\beta_0, \beta_1, \dots, \beta_K)$. La régression est dite linéaire parce qu'elle impose une forme fonctionnelle linéaire dans les paramètres du modèle. On parle aussi de modèle linéaire ou de modèle de régression linéaire.

En général, le modèle de régression linéaire désigne un modèle dans lequel l'espérance conditionnelle de y sachant x est une transformation affine de x . Cependant, on peut aussi considérer des modèles dans lesquels c'est la médiane conditionnelle de y sachant x ou n'importe quel quantile de la distribution de y sachant x qui est une transformation affine de x . Le modèle de régression linéaire est souvent estimé par la méthode des moindres carrés mais il existe aussi de nombreuses autres méthodes pour estimer ce modèle. On peut par exemple estimer le modèle par maximum de vraisemblance ou encore par inférence bayésienne.

A partir de mesures des couples de valeurs (x_i, y_i) , on représente dans un graphe (Figure1), un ensemble de points $M_i(x_i, y_i)$ ($i=[1 \dots n]$) représentant des mesures d'une grandeur y en fonction d'une autre x . par exemple l'intensité des précipitations y_i en fonction de la fraction d'aire occupée par les nuages x_i .

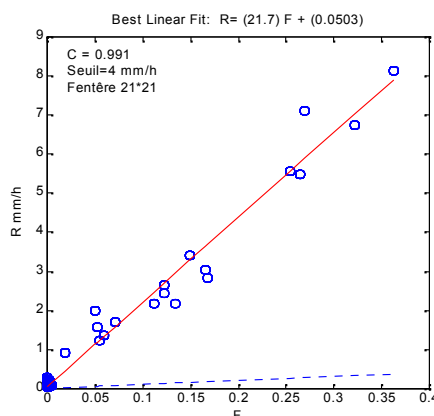


Figure 1 : représentation d'un nuage des points M_i .

Faire une régression linéaire, revient à chercher la droite D dont l'équation est $y = \beta x + u$ qui décrive au mieux la tendance du nuage observé. La démarche la plus couramment utilisée consiste à :

- faire l'hypothèse que, pour chaque individu i, on a : $y_i = \beta x_i + u + e_i$, où e_i est une certaine «erreur», appelée résidu, qui s'ajoute à la valeur $y_i = \beta x_i + u$ qui résulterait d'une relation fonctionnelle linéaire entre Y et X,
- à rechercher la droite $y = \beta x + u$, qui est dite droite des moindres carrés, telle que la somme quadratique des résidus e_i soit minimale, c'est-à-dire que :

$S = \sum_{i=1}^n e_i^2$ soit minimale.

Cette quantité S s'écrit en fonction de β et u : $S = \sum_{i=1}^n (y_i - \beta x_i - u)^2$

La droite rendant minimale la somme précédente passe par le point moyen G qui a pour coordonnées $(\bar{x} - \bar{y})$ et a pour pente $\frac{\text{cov}(x, y)}{V(x)}$. Son équation est donc :

$$y = \frac{\text{cov}(x, y)}{V(x)}(x - \bar{x}) + \bar{y}$$

donc :

$$\beta = \frac{\text{cov}(x, y)}{V(x)}$$

$$u = \bar{y} - \frac{\bar{x} \cdot \text{cov}(x, y)}{V(x)} = \bar{y} - a \cdot \bar{x}$$

Avec :

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad \text{est La moyenne des } x_i .$$

$$\bar{y} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i \quad \text{la moyenne des } y_i .$$

$$V(x) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \quad \text{la variance des } x_i .$$

$$V(y) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2 \quad \text{la variance des } y_i .$$

$$\text{cov}(x, y) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}) \quad \text{la covariance des } x_i, y_i.$$

Si les variables sont indépendants $\text{Cov} = 0$ si non $\text{Cov} \neq 0$

- **Coefficient de corrélation**

Le coefficient de corrélation est une mesure d'association entre les deux variables x et y . il est données par:

$$\rho = \frac{\text{cov}(x, y)}{\sigma_x \sigma_y}$$

Le coefficient de corrélation est toujours compris entre -1 et 1.

- Si y varie dans le même sens que x , la corrélation est positive.
- Si y varie dans le sens opposé que x , la corrélation est négative.
- Si x et y varie indépendamment de l'un de l'autre les variables ne sont pas corrélées.

Fraction volumique osseuse :

Ce paramètre est égal au nombre de voxels d'os présents dans la région d'intérêt (Region Of Interest, ROI) sur le nombre de voxels total de la ROI. Ce paramètre est calculable directement après segmentation. Il est noté « BV/TV » ce qui signifie « Bone Volume / Tissue Volume ».

La fraction volumique de moelle est évidemment égale à $1 - \text{BV/TV}$.

Epaisseur et espacement des travées

L'épaisseur et l'espacement des travées osseuses semblent des paramètres pertinents pour la caractérisation de la microarchitecture trabéculaire. Cependant, ces notions sont particulièrement difficiles à définir du fait de la forme complexe que la structure trabéculaire peut prendre.

Hypothèse sur le modèle de tissu trabéculaire

Deux modèles sont couramment admis pour la structure trabéculaire: un modèle en plaques et un en colonnes. En fonction de l'hypothèse faite sur l'un ou l'autre de ses modèles, des formulations simples de l'épaisseur et l'espacement des travées ont été développées à partir de considérations de stéréologie.

- l'épaisseur des travées: notée « Tb.Th » (« Trabecular Thickness ») dans le cas d'un modèle en plaques ou « Tb.Dm » (« Trabecular Diameter ») dans le cas d'un modèle en colonnes,
- l'espacement des travées: « Tb.Sp » (« Trabecular spacing ») valables pour les deux modèles.

Les formulations proposées sont données dans le Tableau 3.1 en fonction du modèle de la structure.

<i>Paramètre</i>	<i>Calcul</i>	<i>Unité</i>	<i>Signification</i>
BV/TV	P_p	%	Fraction de volume trabéculaire osseux
Bs/Bv	$\frac{2Tb.N}{BV/TV}$	mm^{-1}	Rapport surface sur volume os
Tb.Th	$\frac{BV/TV}{Tb.N}$	mm	Epaisseur moyenne des travées (modèle plaque)
Tb.Dm	$\frac{2BV/TV}{Tb.N}$	mm	Epaisseur moyenne des travées (modèle tube)
Tb.Sp	$\frac{1}{Tb.N} - \frac{BV/TV}{Tb.N}$	mm	Espace intertrabéculaire moyen (modèle plaque)
Tb.Sp	$\frac{2BV/TV}{Tb.N} \sqrt{\frac{\pi}{4BV/TV}} - 1$	mm	Espace intertrabéculaire moyen (modèle tube)

Formulation de l'épaisseur et l'espacement des travées en fonction du modèle utilisé.