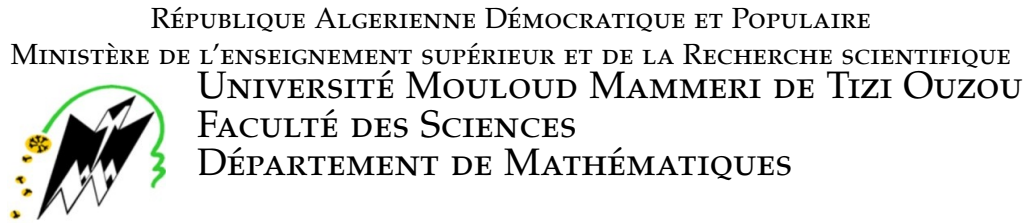


N° d'ordre:



MÉMOIRE DE MASTER

Filière : Mathématiques
Spécialité : Recherche opérationnelle

Par

DERBANE JUBA & GOURIA MESSAOUD

OPTIMISATION DE ROUTAGE DES AVIONS SUR UNE PLATE-FORME AÉROPORTUAIRE À DENSE TRAFIC

Soutenu le 5 octobre 2022 devant le jury :

Pr.	OUANES MOHAND	UMMTO	Président du jury
Dr.	AMIROU AHMED	UMMTO	Examineur
Dr.	GUETTAF RABAH	UMMTO	Encadreur

Année Universitaire : 2021/2022

DEDICACES

JE dédie ce modeste travail

A mes chers parents pour leurs aide et leurs soutien, leurs patience, leurs encouragement, au long de mes études ainsi pour leurs précieux conseils et leurs sacrifices, que DIEU les Protège et les Entoure de sa bénédiction.

A ma sœurs et à toute ma famille.

A Mon binôme et à toute sa famille.

A tous mes amis et à l'ensemble des étudiants de la promotion master LMD /RO de l'année 2021-2022.

DERBANE Juba.

JE dédie ce modeste travail

A ma tante karima pour son soutien, Sa patience et son encouragement, tous au long de mes études.

A mon oncle Ali et Sa femme Nabila.

A ma famille.

A tous mes amis.

GOURIA Messaoud .

REMERCIEMENTS

EN premier lieu, je remercie Dieu tout-puissant de m'avoir accordé la puissance et la force, la volonté et le courage pour réaliser ce modeste travail.

Je remercie mes très chers parents et ma sœur qui ont toujours été là pour moi.

Je tiens à exprimer ma profonde gratitude à mon encadreur Monsieur GUETTAF Rabah, prof à l'université Mouloud Mammeri de Tizi-Ouzou de m'avoir proposé le sujet de mon mémoire . Je le remercie aussi de m'avoir encadré, orienté, aidé et conseillé.

J'adresse aussi mes vifs remerciements aux membres du jury pour avoir bien voulu examiner et juger ce travail.

J'adresse mes sincères remerciements à toute l'équipe pédagogique du département des mathématiques.

Je désire aussi remercier l'ensemble des professeurs de l'université de Mouloud Mammeri de Tizi-Ouzou, qui m'ont fourni les outils nécessaires à la réussite de mes études universitaires .

Enfin, nous remercions toute personne ayant contribué de près ou de loin à la réalisation de ce modeste travail.

A tous ces intervenants, je présente mes remerciements, mon respect et ma gratitude.

DERBANE Juba.

JE ne serai jamais assez reconnaissant envers ma tante Karima, pour l'indispensable soutien qu'elle m'a apporté tout au long de ces années, merci à mon oncle Ali et sa femme Nabila pour tout, je tiens aussi à remercier ma famille.

Je tiens à remercier mon encadreur Mr GUETTAF pour tous ses précieux conseils, pour son écoute active et sa disponibilité.

Un grand merci à tous ceux qui m'ont permis d'effectuer ce travail.

GOURIA Messaoud .

TABLE DES MATIÈRES

TABLE DES MATIÈRES	1
LISTE DES FIGURES	3
1 ANALYSE PRÉLIMINAIRE	5
1.1 ENVIRONNEMENT AÉROPORTUAIRE :	6
1.1.1 Introduction :	6
1.1.2 Infrastructures aéroportuaires :	6
1.1.3 Le trafic aéroportuaire :	8
2 MODÉLISATION	11
2.1 INTRODUCTION :	11
2.2 FONCTION DU COÛT :	11
2.3 L'AÉROPORT :	12
2.3.1 Vitesses de déplacement :	12
2.3.2 Vitesse associée à un taux de virage :	14
2.3.3 Graphe des voies de circulation :	15
2.4 LE TRAFIC :	16
2.4.1 paramètres de prédiction de trafic :	16
2.4.2 Les plans de vol :	17
2.4.3 distance entre aérodromes :	17
2.4.4 Détection de conflits :	17
2.4.5 Incertitudes sur la vitesse :	18
2.5 CONCLUSION :	19
3 FORMULATION DU PROBLÈME	20
3.1 INTRODUCTION	20
3.2 LE PROBLÈME A RÉSOUDRE	20
3.2.1 Variables :	20
3.2.2 Contraintes :	21
3.2.3 Critère d'optimisation	23
3.2.4 Domaine d'admissibilité et optimum	25
3.3 CONCLUSION	26

4	MÉTHODES DE RÉOLUTION	27
4.1	INTRODUCTION :	27
4.2	AFFECTATION DE CHEMINS	27
4.2.1	Analyse préliminaire :	27
4.2.2	Recherche des k meilleurs chemins	31
4.2.3	Recherche avec variation des coûts	34
4.3	4.3 RÉOLUTION PAR DES MÉTHODES DÉTERMINISTES	36
4.3.1	La méthode 1 contre n	36
4.3.2	Classement fixe des avions	36
4.3.3	Méthode avec variations du classement	38
4.4	CONCLUSION	40
	BIBLIOGRAPHIE	42

LISTE DES FIGURES

1.1	Infrastructures aéroportuaires	8
1.2	capacité de l'aéroport	10
2.1	Vitesse et taux de virage	13
2.2	Paramètres de la prédiction	16
3.1	Face-à-face à la fin de l'horizon	22
3.2	Surface de Pareto en optimisation multi-objectifs	24
4.1	le graphe G	28
4.2	résultat dijkstra	30
4.3	le plus court chemin trouver par l'algorithme de dijkstra	31

INTRODUCTION GÉNÉRALE

La croissance du trafic aérien et plus particulièrement le développement récent de nombreux hubs commerciaux sont à l'origine d'une nouvelle forme de congestion sur les grandes plates-formes aéroportuaires : la plupart des mouvements ont tendance à être programmés aux mêmes heures "stratégiques", les retards peuvent atteindre plusieurs dizaines de minutes aux heures de pointe, ce qui est extrêmement pénalisant pour l'ensemble des acteurs du transport aérien.

Beaucoup d'outils d'analyse et d'aide à la décision ont été développés pour le contrôle en vol, très peu pour le contrôle au sol. Ce mémoire présente une modélisation du trafic au roulage sur un aéroport, afin d'optimiser le routage des avions.

La survie d'une compagnie aérienne est conditionnée par la minimisation des temps et des coûts d'escale, pour ce là une organisation opérationnelle particulière et une réadaptation fréquente des lignes commerciales seront nécessaires, sur des aéroports dont la taille n'est pas toujours adéquate.

Des outils d'optimisation peuvent participer en temps réel à une meilleure répartition du trafic sur la plateforme, en cherchant à minimiser les temps de roulage et à maximiser l'utilisation des pistes. Lorsque les voies de circulation de l'aéroport sont nombreuses, ce travail d'optimisation peut difficilement se réaliser par l'application de procédures prédéfinies : le nombre de chemins et de points d'attente envisageables pour chaque avion est en effet combinatoire et l'ordre dans lequel les départs se présentent à la piste a une grande influence sur les retards engendrés.

Différentes méthodes d'optimisation sont comparées par corrélation entre le délai qu'elles génèrent et le nombre de mouvements impliqués. Elles utilisent des algorithmes de parcours de graphe pour trouver le meilleur chemin et/ou les meilleurs points d'attente pour chaque avion, en respectant les normes de séparation au sol, pistes comprises.

ANALYSE PRÉLIMINAIRE

1



1.1 ENVIRONNEMENT AÉROPORTUAIRE :

1.1.1 Introduction :

La connaissance de l'ensemble des infrastructures et des procédures qui sont rattachées à l'environnement aéroportuaire permet de mieux comprendre l'écoulement du trafic aérien au sol, notre objectif est de fournir une description de tous les équipements qui pourraient être utilisés sur un aéroport et de donner un aperçu général de toutes les contraintes qui doivent être considérées lors de la conception d'un simulateur de trafic aéroportuaire.

1.1.2 Infrastructures aéroportuaires :

[Gotteland \[2004\]](#)

D'une manière générale, l'infrastructure d'un aéroport se divise en trois grandes catégories, ils sont utilisés très différemment : Poste de stationnement, les pistes et les voies de circulation qui les relient.

Poste de stationnements :

- **Les parkings reliés à une passerelle d'accès** : ils facilitent l'embarquement et le débarquement des passagers et simplifient les opérations de traitement au sol de l'avion, ce qui permet de minimiser le temps d'escale. Par contre l'entrée et la sortie du parking s'effectue par un intermédiaire (tracteur pushback) .

- **Les parkings non connectés aux installations** : l'accès à l'avion se fait par l'intermédiaire d'un transbordeur. Ces parkings sont plus souvent utilisés pour des vols longs courriers (la perte de temps à l'embarquement leur est moins dommageable) ou pour le transport de marchandises. La sortie du parking peut en revanche s'effectuer par une manœuvre autonome de l'avion, en marche avant.

Les pistes :

L'utilisation des pistes d'un aéroport est caractérisée par des procédures (de décollages et d'atterrissages) qu'il est impossible d'interrompre : des aires de piste délimitent un espace protégé dans lequel aucun mobile ne doit s'engager sans autorisation. En moyenne la longueur d'une piste pour les avions légers fait 600 à 1000 mètres, et pour les avions de ligne gros porteur elles peuvent aller jusqu'à 5500 mètres.

En pratique, les aires de piste sont matérialisées par des voies d'accès particulières, appelées bretelles d'entrée ou de dégagement de la piste :

- **Les bretelles d'entrée de la piste** : sont caractérisés par un point d'arrêt obligatoire, signalé par un marquage au sol et des panneaux spécifiques : le pilote doit attendre l'autorisation explicite du contrôle avant de franchir ce point.

- **Les bretelles de dégagement** : se divisent en plusieurs catégories, selon la vitesse maximale autorisée à l'entrée de la bretelle après (ou pendant) l'atterrissage : certaines sont notamment rapides, car elles permettent d'expédier la libération de la piste avant que la phase de freinage de l'avion soit totalement achevée.

Comme pour tous les parkings, des normes et des procédures d'exploitation déterminent les types d'avions autorisés à utiliser chaque piste, en fonction de sa largeur, sa longueur et de ses bretelles d'accès. Le pilote porte la responsabilité finale du choix de la piste, en fonction des performances de l'avion (qui dépendent notamment de son poids, de l'altitude et de la température).

Voies de circulation (TAXIWAY) :

Les grandes plateformes aéroportuaires sont caractérisées par des voies de circulation complexes, matérialisées par des tracés au sol continus :

- Chaque portion est nommée, ce qui permet de décrire un chemin à suivre par une succession de portions à emprunter.

- Des panneaux de signalisation informent les pilotes des particularités liées à chaque zone de l'aéroport et les guident tout au long de leur cheminement. En règle générale, aucune notion de priorité ni de limitation de vitesse n'est précisée : le séquençage des avions à une intersection relève du contrôle au sol et les avions doivent rouler « au pas ».

Là encore, des normes définissent les marges de sécurité et les types d'avions autorisés à circuler sur chaque portion de taxiway, en fonction de la largeur de la voie et de sa proximité à certaines installations. Certaines voies peuvent également être dépendantes, dans la mesure où l'accessibilité de l'une se définit en fonction de l'utilisation des autres et des types d'avions concernés.

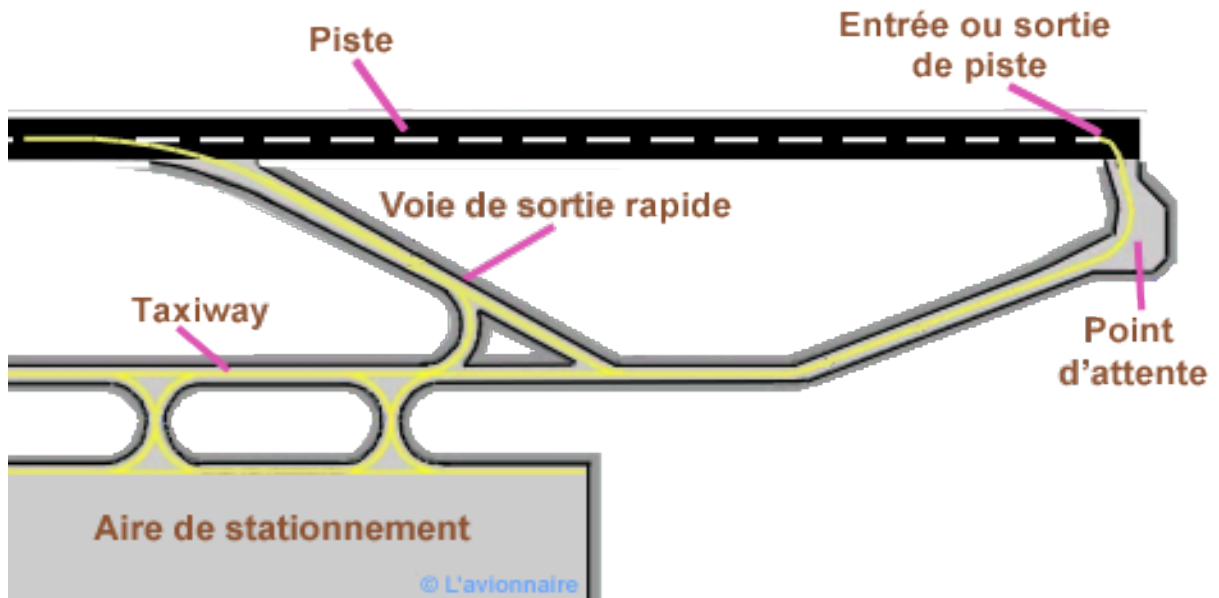


FIGURE 1.1 – Infrastructures aéroportuaires

1.1.3 Le trafic aéroportuaire :

Contrôle d'aéroport :

Gotteland [2004]

Est un ensemble de services rendu par des contrôleurs aériens aux aéronefs afin d'aider à l'exécution sûre, rapide et efficace des vols, ces services sont assurés dans les buts suivants :

- Prévenir les collisions entre aéronefs .
- Accélérer et ordonner la circulation aérienne.

Pour cela différentes positions de contrôle au sein d'un même aéroport sont nécessaires :

- **Les positions «TOUR» :** Le contrôle tour (que l'on appelle aussi contrôleur LOCAL), prend en charge les avions dès qu'ils arrivent au niveau de la piste en général 2 à 3 minutes avant l'atterrissage. C'est lui qui donne :

- Les autorisations de décollage et d'atterrissage des aéronefs.
- Modification de vitesse en approche finale.

- L'affectation des bretelles d'entrée et de sortie de piste, souvent négociées avec les pilotes.

- **Les positions «SOL »** : Le contrôleur au sol donne l'autorisation aux avions de repousser et de rouler. Il donne au pilote le chemin que l'avion doit prendre pour se diriger vers la piste. Il prend également en charge les avions qui quittent la piste et leur donne le parking vers lequel ils vont se garer.

- **Les positions «APRON »** : sont responsables du séquençage des avions dans les zones de stationnement (ordre des entrées et des sorties de parkings).

Capacité d'un aéroport :

[Gotteland \[2004\]](#)

La capacité aéroportuaire est le nombre de demandes qui peut être traité pendant une période donnée par un ensemble d'installation aéroportuaire, étant données une qualité de services retenue et la nature et le volume d'offres proposées par l'ensemble des acteurs impliqués. On distingue trois types de capacité aéroportuaire :

La capacité théorique : Elle représente le débit d'aéronefs ou de passagers que l'aéroport est en mesure d'accepter toute l'année, cette capacité est fixée par les autorités aéroportuaires. La capacité déclarée est une valeur choisie parmi les valeurs de capacité technique possibles.

La capacité opérationnelle (ou pratique) : correspond au débit maximal que l'aéroport peut réellement écouler, sans que la qualité de service en soit dégradée au delà d'un seuil fixé. Ce seuil correspond en pratique à un niveau de sécurité requis (respect des règles de la circulation aérienne) et à un retard moyen ne devant pas être dépassé (3 à 4 minutes par avion par exemple). En général, cette capacité peut se déduire directement de l'analyse du trafic réel et de ses retards.

La capacité de programmation : est le nombre maximal de vols programmés par les compagnies aériennes sur une période de temps donnée.

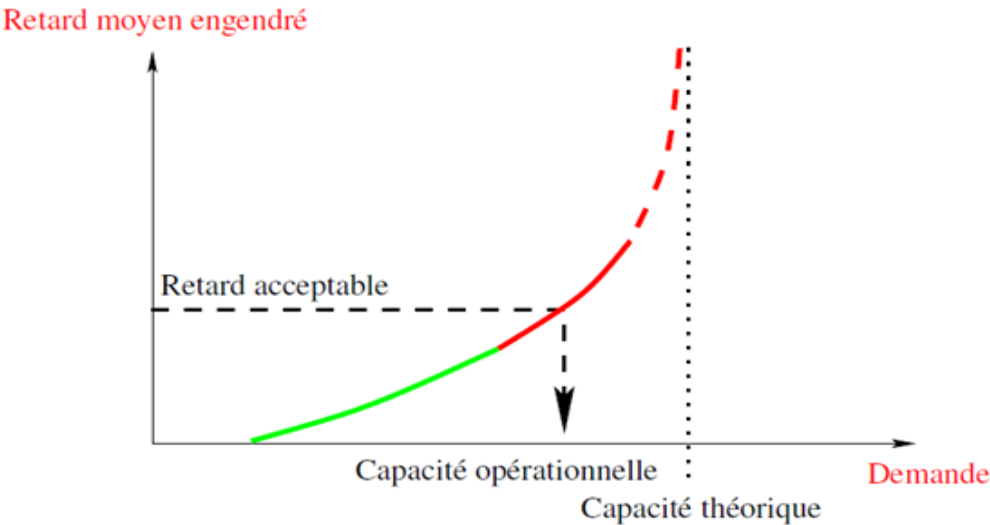


FIGURE 1.2 – capacité de l'aéroport

MODÉLISATION

2

2.1 INTRODUCTION :

Le problème est de trouver un ensemble optimal de trajectoires admissibles pour le trafic au roulage. Une trajectoire est définie par une heure de départ (ou d'arrivée), un chemin et des points d'attente sur ce chemin. Le caractère optimal de l'ensemble des trajectoires peut avoir différentes définitions, et sera considéré globalement comme le minimum d'une fonction de coût précisée ci-dessous. Les trajectoires sont admissibles si d'une part les chemins empruntés sont conformes avec les contraintes opérationnelles de l'aéroport :

- Les chemins proposés doivent être sans boucle : il est difficilement de faire passer un avion deux fois au même endroit.
- Un avion ne doit pas circuler via un parking, même si ce dernier est inoccupé : certains Parkings disposent d'une sortie en marche avant et pourraient être interprétés comme des raccourcis.
- Un avion ne doit circuler dans les aires de piste que lorsque cela est indispensable : juste avant le décollage ou après l'atterrissage ou s'il lui est nécessaire de traverser la piste.

2.2 FONCTION DU COÛT :

[Gotteland \[2002\]](#)

La fonction du coût évaluant un ensemble de trajectoires admissibles peut faire intervenir différents facteurs, comme par exemple la durée et/ou la longueur de chaque trajectoire.

Dans la version actuelle, la fonction de coût f_c retenue prend en compte, pour chaque avion i ($1 \leq i \leq N$), son temps de roulage r_i et le délai d_i dû à sa déviation par rapport au plus court chemin :

$$f_c = \sum_{i=1}^N f_{c_i} \quad \text{avec} \quad f_{c_i} = r_i + d_i$$

2.3 L'AÉROPORT :

Gotteland [2002]

Afin d'attribuer à chaque mouvement un ensemble de chemins admissibles, l'aéroport est modélisé par un graphe reliant les parkings, taxiways et pistes. Le coût pour aller d'un taxiway à un autre élément est le temps nécessaire pour parcourir ce taxiway. Ce temps est calculé en fonction du rayon de virage et des procédures spécifiques liées aux pistes (point d'arrêt obligatoire, sorties lentes, normales ou rapides...) et aux parkings (vitesses restreintes, attentes après push-backs...).

Les différents chemins admissibles pour un mouvement peuvent alors être obtenus avec des algorithmes classiques de parcours de graphe, l'algorithme de Dijkstra il permet de calculer la distance entre chaque point du graphe et tous les points destinations, une distance peut être transformée en temps, on obtient ainsi le coût (ou temps) minimale pour aller de n'importe quel point du graphe vers n'importe quelle destination.

2.3.1 Vitesses de déplacement :

La vitesse de roulage des avions n'est pas fixée : les seules consignes opérationnelles explicitement formulées préconisent une vitesse adaptée aux risques relatifs à la situation de l'avion.

La vitesse doit donc être modélisée différemment selon la nature du taxiway où il se trouve :

- Pour des portions de taxiways relatives à des procédures spécifiques, comme les bretelles de libération de la piste ou les voies d'entrée et de sortie de parking, les vitesses maximales peuvent être définies comme des paramètres de la simulation.

- Pour toutes les autres portions (les transitions de la description de l'aéroport), la vitesse de roulage doit prendre en compte le virage que doit effectuer l'avion.

Les enregistrements des traces radar réelles des avions servent naturellement de référence à la modélisation de ces vitesses.

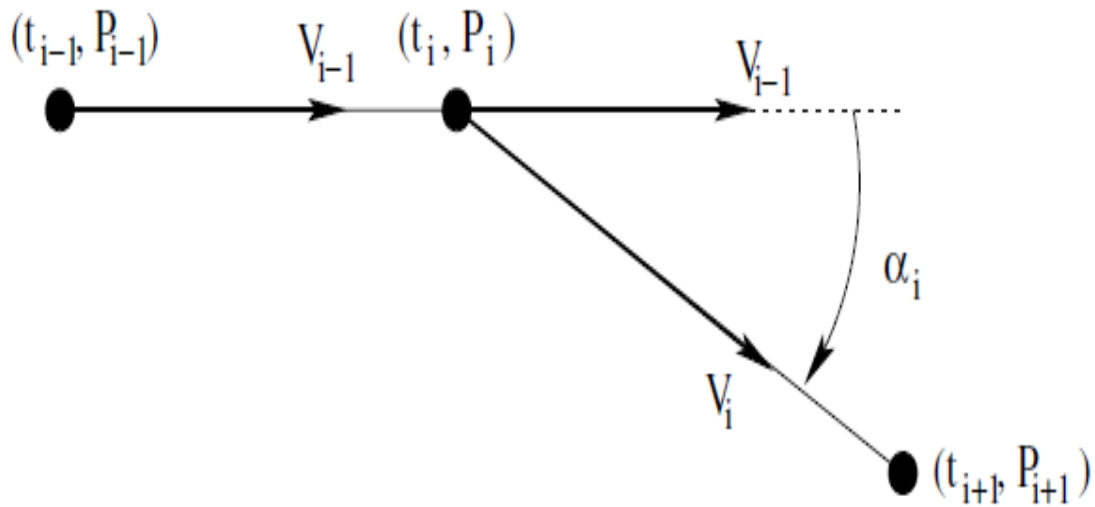


FIGURE 2.1 – Vitesse et taux de virage

avec :

t_i : est l'heure du relèvement radar du $i^{\text{ème}}$ plot.

p_i : est la position qui correspond au $i^{\text{ème}}$ plot de l'avion.

α_i : taux de virage.

v_i : vitesse de déplacement.

Méthodes de mesures :

Pour étudier la relation entre la vitesse de roulage des avions et le virage qu'ils effectuent on va estimer directement un taux de virage et une vitesse instantanée sur chaque plot radar, pour étudier leur corrélation.

Mesures directes :

La trajectoire au sol d'un avion est définie par une suite de n échos radar successifs $(t_i, p_i)_{1 \leq i \leq n}$ avec :

– t_i est l'heure du relèvement radar du $i^{\text{ème}}$ plot, donnée à la seconde près. La suite $(t_i)_{1 \leq i \leq n}$ est donc supposée strictement croissante.

– p_i est la position qui correspond au $i^{\text{ème}}$ plot de l'avion, fourni au mètre près. Sur chaque plot intermédiaire de la trajectoire ne correspondant pas à l'arrêt de l'avion, la

vitesse de roulage instantanée v_i et le taux de virage τ_i de l'avion peuvent être estimés par :

$$\forall i \in \{2; \dots; n-1\}, \text{ tel que } p_{i-1} \neq p_i \neq p_{i+1} \begin{cases} v_i = \frac{\|\overrightarrow{p_{i-1}p_i}\|}{t_i - t_{i-1}} \\ \tau_i = \frac{|\alpha_i|}{\|\overrightarrow{p_{i-1}p_i}\|} \end{cases}$$

$$\text{avec } \alpha_i = (\overrightarrow{p_{i-1}p_i}, \overrightarrow{p_i p_{i+1}})$$

Cette définition de taux de virage correspond à un angle de virage rapporté à une distance parcourue. Ce taux est donc rendu indépendant de la vitesse de parcours adoptée par l'avion : il peut être considéré comme inversement proportionnel au rayon de courbure R du chemin en ce point :

$$R = \frac{2\pi}{\tau}$$

2.3.2 Vitesse associée à un taux de virage :

Chaque voie de circulation de l'aéroport est décrite par une ligne brisée $(p_i)_{1 \leq i \leq n}$. On peut donc lui associer une longueur l et un taux de virage moyen τ : aux vues des mesures effectuées sur les trajectoires radar des avions, on modélisera la vitesse moyenne de roulage sur chaque portion comme une fonction v linéaire décroissante du taux de virage τ , bornée à une vitesse minimale v_{min} :

$$l = \sum_{i=2}^n \|\overrightarrow{p_{i-1}p_i}\| \text{ et } \tau = \frac{1}{l} \sum_{i=2}^{n-1} |(\overrightarrow{p_{i-1}p_i}, \overrightarrow{p_i p_{i+1}})|$$

$$\begin{cases} \text{si } \tau < \tau_0, & v(\tau) = v_{min}(v_{max} + v_{min})(1 - \frac{\tau}{\tau_0}) \\ \text{si non,} & v(\tau) = v_{min} \end{cases}$$

V_{max} et V_{min} , les vitesses maximales et minimales de roulage, ainsi que le taux de virage limite τ_0 (au dessus duquel la vitesse de roulage sera V_{min}) seront des paramètres du simulateur et pourront être adaptés à l'aéroport.

2.3.3 Graphe des voies de circulation :

Les voies de circulation de l'aéroport sont modélisées sous forme d'un graphe orienté $G = (X, E)$, où $X = \{x_1, \dots, x_n\}$: est l'ensemble de sommets tel que $|X| = n$ et $E = \{e_1, \dots, e_m\}$: l'ensemble des arcs tel que $|E| = m$.

Car chaque chemin entre l'aire de stationnement et le poste de débarquement sont relié avec un arc orienté de même pour le poste de débarquement et le point de décollage.

Les éléments de E sont associés à des coûts par une fonction c qui reprisent la distance de chaque arc.

$$G = (X, E) \quad \text{tel que :}$$

$$E \subset X^2 \xrightarrow{c} \mathbb{R}^2$$

$$(m, n) \leftrightarrow C_{nm}$$

Quelque définition sur les graphes :

- **L'ordre d'un graphe** : est le nombre de sommets dans ce graphe.
- **Degré d'un sommet** : C'est le nombre d'arcs incidents a ces sommets.
- **Un chemin** : un chemin entre un sommet de départ s et un sommet finale t C'est une suite de sommets et d'arcs $(x_i)_{1 \leq i \leq l}$ reliant s et t telle que :

$$\begin{cases} x_1 = s \\ x_l = t \\ \forall i \in \{1, \dots, l-1\}, (x_i, x_{i+1}) \in E \end{cases}$$

Graphe direct :

Pour formaliser toutes les contraintes de cheminement des avions, il est nécessaire de transformé notre aéroport à un graphe comme suite :

- **Les sommets du graphe** : Sont les points d'arrêt d'un avion : les parkings, les ponts de débarquements et les points de décollages (pistes).
- **Les arcs** : Sont les éléments de liaison entre ces points d'arrêts : les voies d'accès aux Parkings, les bretelles d'entrée ou de sortie de (piste et point de débarquement), les pistes d'atterrissage et de décollage.
- **Le coût** : Chaque arc est associé à un coût.

2.4 LE TRAFIC :

Gotteland [2002]

La modélisation du trafic au sol se définit en fonction des éléments de l'aéroport qui sera à la base de toutes les mesures qui pourront être effectuées par simulation, les intentions des compagnies sont donc supposées connues et cohérentes avec la description de l'aéroport. Les objectifs de cette modélisation doit s'inscrire dans :

- Les méthodes d'optimisation pour la gestion du trafic au sol, qui donne une priorité au développement d'outils d'aide au contrôle au sol et à la mise en œuvre des systèmes automatiques de surveillance du trafic. Auplus ou moins long terme, les méthodes d'optimisation doivent être intégrables dans le système opérationnel, ce qui ne sera possible que si la modélisation du trafic représente correctement toutes les contraintes et les inconnues relatives à un environnement en temps réel.

- La simulation en temps accéléré d'une journée de trafic sur l'aéroport : il s'agit de représenter l'évolution du trafic de manière aussi réaliste que possible, pour effectuer des mesures globales sur la performance du système (débits, chemins les plus empruntés, points de congestion, délais, etc...).

2.4.1 paramètres de prédiction de trafic :

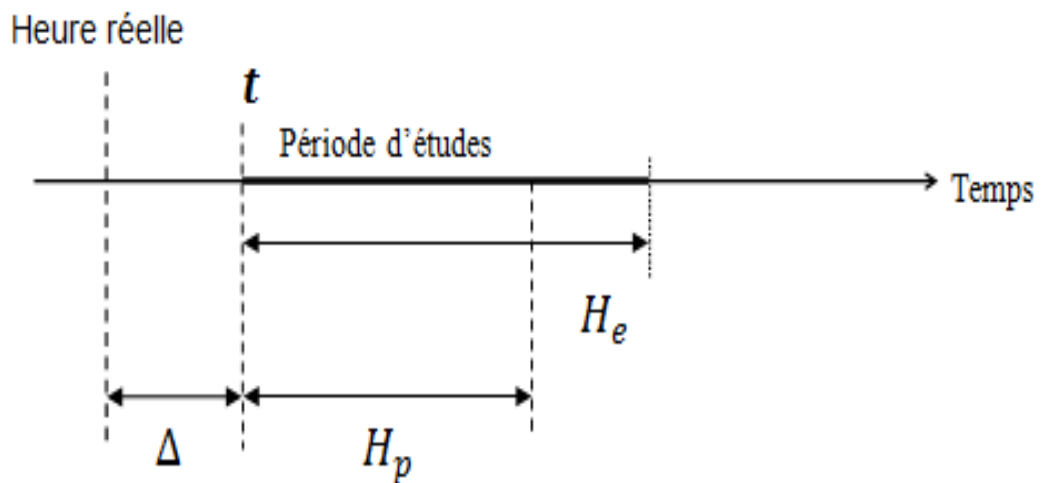


FIGURE 2.2 – Paramètres de la prédiction

- l'horizon de prédiction H_p : Un laps de temps qui englobe les positions initiales des avions et l'ensemble des trajectoires envisagées.

- L'avance Δ du système sur la réalité : Toutes les minutes, la prédiction de trafic est effectuée sur un horizon de prédiction telle que :

$$\Delta < H_p$$

- horizon de prédiction étendu H_e : A chaque résolution une nouvelle situation Δ minutes plus tard est apparue, donc un intervalle de temps supplémentaire T_s doit être étudié, cet intervalle sera délimité par l'horizon de prédiction étendu :

$$T_s = [t + H_p; t + H_e]$$

2.4.2 Les plans de vol :

Les mouvements sont décrits par leur plan de vol. Celui-ci fournit notamment l'heure de départ ou d'arrivée, le parking et la piste demandée, le type avion permet d'appréhender la distance de décollage ou d'atterrissage, donc le point d'entrée ou de sortie de la piste envisageables.

2.4.3 distance entre aéroports :

Pour bien détecter les conflits entre les avions, il est nécessaire de calculer la position exacte des avions sur l'aéroport, notre approche consiste à discrétiser le temps en périodes élémentaires, les pas de temps doivent être suffisamment fins :

$$\delta < \frac{D}{V_{max}} \quad \text{avec}$$

δ : définit la largeur des pas de temps considérés.

D : la distance minimale imposée entre avions.

V_{max} : la vitesse maximale de roulage.

2.4.4 Détection de conflits :

[Granger \[2002\]](#)

Dans certains cas, les avions sont exposés à des conflits dans les parkings, les voies de circulations et les postes de débarquement, sur ces certaines règles de séparation sont mis en œuvre par les aéroports :

Séparations dans les aires de piste

Dans les aires de piste, les règles de séquençement suivantes viennent s'ajouter à la norme de séparation suivant :

1. Un seul décollage ou atterrissage à la fois est autorisé sur chaque piste.
2. Une séparation en temps est imposée entre chaque décollage ou atterrissage.
3. La circulation dans les aires de piste est autorisée derrière un éventuel décollage ou atterrissage en cours.

Séparations au parking :

- 1- deux avions ne peuvent occuper un parking au même moment.
- 2- Les dépendances pouvant exister entre parkings ne seront donc pas modélisées par des règles de séparation (car ces dépendances ne sont pas décrites).

Séparations au roulage :

La distance entre deux avions doit toujours être supérieure à une norme communiquée par l'organisation internationale de l'aviation civile, 60 mètres entre deux avions.

2.4.5 Incertitudes sur la vitesse :

Les règles de séparation déterminent l'admissibilité des trajectoires, si la vitesse de déplacement d'un avion n'est pas connue donc sa position se transforme d'un point à un segment .

Les règles de séparation sont alors appliquées à tous les points du segment. Deux particularités doivent cependant être prises en compte :

- Dans le cas où deux avions se suivent, le deuxième pilote est supposé adapter sa vitesse à celle du premier, et seules les positions principales (sans incertitudes) sont considérées.
- Lorsqu'un avion doit attendre, le point et l'heure de fin d'attente sont supposés être respectés, ce qui permet de réduire les positions d'incertitudes de l'avion.

2.5 CONCLUSION :

L'étude des traces radar des avions montre que leurs vitesse de roulage peut être modélisée par une fonction linéaire décroissante du taux de virage. Les voies de circulation de l'aéroport sont alors représentées par un graphe orienté, dont les coûts représentent initialement des temps de parcours.

Un modèle de trajectoire, basé sur une représentation discrète du temps, est associé à un modèle général de prédiction de trafic pouvant prendre en compte les incertitudes sur les vitesses de roulage des avions.

Dans chaque situation, les règles de séparation permettent de détecter les conflits entre chaque paire d'avions et identifient ainsi les avions dont la trajectoire doit être modifiée, en fonction d'un modèle de manœuvre représentant les ordres de contrôle.

FORMULATION DU PROBLÈME

3

3.1 INTRODUCTION

La modélisation du trafic présenté doit être résolue à chaque apparition d'une de ces situations :

- Lors de l'activation des plans de vol, Un ensemble de chemins alternatifs doit être affecté à chaque avion et sa sera effectuée en fonction du graphe des voies de circulation de l'aéroport.

- Des nouvelles contraintes du problème apparaissent (contraintes de séparation), donc on impose des nouvelles manœuvres à chaque avion.

La résolution d'une situation de trafic peut ainsi être formulée comme un problème d'optimisation sous contraintes.

3.2 LE PROBLÈME A RÉSOUDRE

3.2.1 Variables :

l'ensemble des variables doit correspondre à toutes les combinaisons de toutes les trajectoires envisageables.

- **Le chemin à suivre** : ce chemin devra être choisi parmi l'ensemble des chemins possibles pour l'avion.

- **Les attentes imposées pour chaque avion** : elles se définissent par la position d'attente et l'heure jusqu'à laquelle l'avion doit attendre.

- **L'ordre de ralentissement en finale** pour les futures arrivées, qui correspond à un décalage de L'heure effective d'atterrissage.

Un ordre de ralentissement en finale peut être modélisé comme une position d'attente avant l'atterrissage, dont la durée est bornée. Pour N avions $(a_i)_{1 \leq i \leq N}$ ayant

respectivement n_i Chemins envisageables et limités à ω positions d'attente, on peut alors définir :

$$\forall i \in \{1, \dots, N\},$$

$$\begin{cases} v_i \in \{1, \dots, n_i\} : \text{indice du chemin a suivre} \\ (p_{ik}, t_{ik})_{1 \leq k \leq \omega} : \text{suite des positions et heures de fin d'attente} \end{cases}$$

Dans ce cadre (p_{ik}) est exprimée en nombre de pas de temps pour atteindre la position d'attente dans la trajectoire principale et (t_{ik}) est exprimée en nombre de pas de temps depuis l'heure courante. Pour chaque avion i , les suites (p_{ik}) et (t_{ik}) seront supposées strictement croissantes.

Cette formulation générale des variables sera utilisée dans toute cette partie : le terme solution désignera une instanciation particulière de ces variables, qu'elle soit ou non dans le domaine admissible défini par les contraintes du problème.

3.2.2 Contraintes :

a- Contraintes élémentaires

Les contraintes élémentaires sont relatives liées aux domaines de définition des variables : pour correspondre à un ordre d'attente cohérent, la $n^{\text{ème}}$ attente de l'avion i , décrite par les variables (p_{in}, t_{in}) doit être fixée en fonction des attentes précédentes (pour $n > 1$), décrites par les variables $(p_{ik}, t_{ik})_{k < n}$ pour cela, il faut considérer le retard cumulé maximal de l'avion i après son $k^{\text{ème}}$ attente, qui est donnée directement par $(p_{ik} - t_{ik})$, puisque les positions d'attente sont supposées classées.

b- Contraintes de séparation

L'absence de conflit entre avions peut être formulé par les $H_p \frac{N(N-1)}{2}$ contraintes de séparation suivantes :

$$\forall t \in \{0, \dots, H_p - 1\} \forall i \in \{2, \dots, N\} \forall j \in \{1, \dots, i - 1\} c_{ij}(t) = 0$$

Où $c_{ij}(t) \in \{0, 1\}$ indique si la paire d'avions (a_i, a_j) est en conflit au pas de temps t , en fonction des variables $v_i, v_j, (p_{ik}, t_{ik})_{1 \leq k \leq \omega}$ et $(p_{jk}, t_{jk})_{1 \leq k \leq \omega}$.

Deux avions (a_i, a_j) sont en conflit donc $c_{ij}(t) = 1$ Ceci peut naturellement être ramené à une seule contrainte :

$$\sum_{t=0}^{H_p} \sum_{i=2}^N \sum_{j=1}^{i-1} c_{ij}(t) = 0$$

La vérification d'admissibilité d'une solution nécessite :

1. Le calcul des trajectoires des avions sur l'horizon de prédiction.
2. La détection des conflits entre chaque paire d'avions.

c- Contraintes relatives à l'effet de l'horizon

Une analyse de la situation sur l'horizon de prédiction étendu H_e permet d'éviter deux types de problèmes liés à l'effet de l'horizon :

1. **La mise en face-à-face de deux avions** à la fin de l'horizon peut être caractérisée par une règle simple : la position finale de chacun des avions ($\hat{a} t = H_p$) est en conflit avec le futur chemin (sur l'horizon étendu) de l'autre avion.

2. **L'indisponibilité de la piste** à la fin de l'horizon correspond soit à l'occupation de la piste par un avion, soit à un décollage à forte turbulence de sillage. Cette situation, dangereuse lorsque des atterrissages sont prévus, peut être détectée simplement en étudiant les futures arrivées, sur l'horizon étendu.

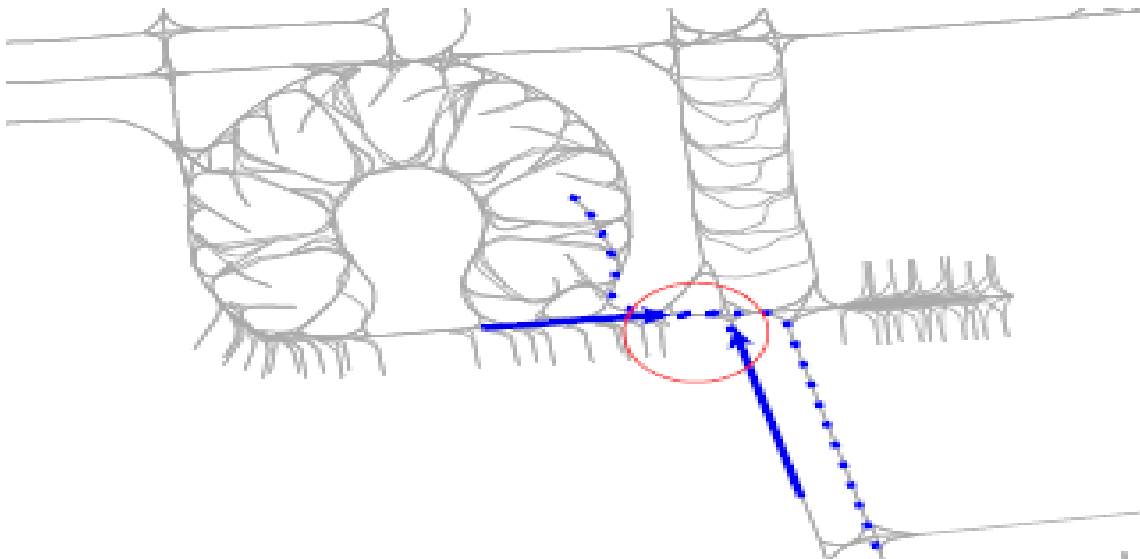


FIGURE 3.1 – Face-à-face à la fin de l'horizon

3.2.3 Critère d'optimisation

Durand [1996]

Le critère d'optimisation doit évaluer globalement chaque solution admissible. La mise au point de ce critère fait nécessairement intervenir des notions subjectives :

- La longueur ou le nombre de virages du chemin, peuvent être jugés plus représentatifs que les temps de parcours, qui dépendent de la vitesse de roulage et donc des habitudes des pilotes.
- Les attentes au parking peuvent être privilégiées, pour éviter la congestion des voies de circulation et rendre l'embarquement des passagers moins contraignant.
- Certains avions peuvent être jugés plus prioritaires, parce qu'ils ont déjà un retard conséquent.

Loin d'être exhaustive, cette liste montre que le critère d'optimisation doit absolument rester évolutif pour être affiné en fonction du type de trafic de chaque aéroport. Les méthodes d'optimisation qui seront développées doivent donc faire le moins d'hypothèses possible sur ce critère, qui sera vu initialement comme une fonction à minimiser, ne possédant aucune propriété particulière.

Cette liste montre également que beaucoup de notions plus ou moins mesurables peuvent intervenir et qu'il sera intéressant de trouver plusieurs solutions admissibles : le choix final d'une de ces solutions peut revenir aux opérationnels, en fonction de leur expertise des situations. Dans ce cadre, la définition de multicritère à la décision peut sembler attrayante.

L'aide multicritère à la décision vise, comme son nom l'indique, à fournir à un décideur des outils lui permettant de progresser dans la résolution d'un problème de décision ou plusieurs points de vue, souvent contradictoires, doivent être pris en compte, lorsqu'on aborde un tel problème, et qu'il n'existe pas, en général, une décision (solution, action,..) qui soit la meilleure simultanément pour tous les points de vue.

Critère mono-objectif :

Un premier critère monodimensionnel relativement simple peut être défini, en fonction de la somme des temps de roulage supplémentaires $L(v)$ due aux choix des chemins suivis par les avions et des attentes $D(p, t)$ qui leurs sont imposées :

$$f(v, p, t) = \alpha L(v) + D(p, t)$$

Où $\alpha > 1$ pondère la pénalité des détours par rapport aux retards.

Si $L_i(v_i)$ désigne le temps de roulage supplémentaire impliqué par le chemin v_i de l'avion i :

$$D(p, t) = \sum_{i=1}^N t_i \omega - p_{i\omega} \text{ et } L(v) = \sum_{i=1}^N L_i(v_i)$$

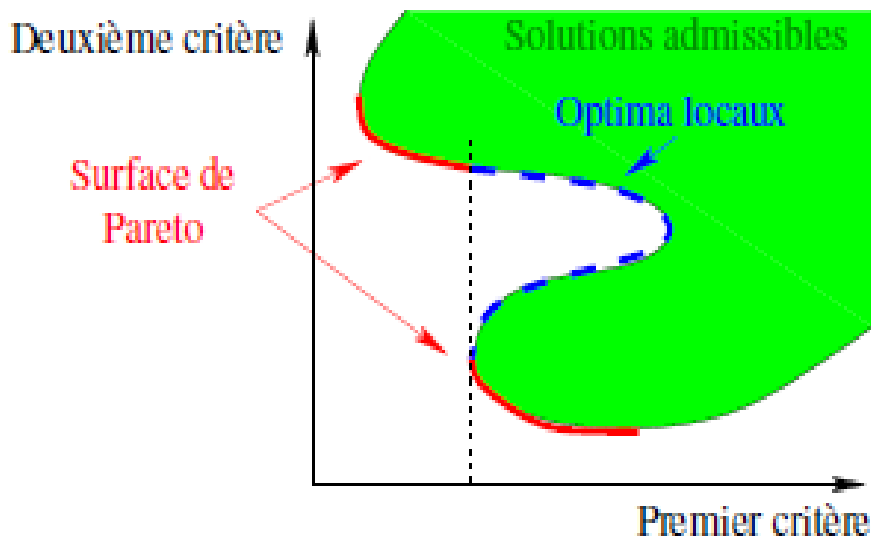


FIGURE 3.2 – Surface de Pareto en optimisation multi-objectifs

Le retard imposé à l'avion sera jugé α fois plus pénalisant lorsqu'il est dû à un détour que lorsqu'il est dû à une attente. A retard égal, il sera donc toujours préférable d'attendre que d'emprunter un détour ($\alpha > 1$) : dans toute la suite, ce critère sera celui utilisé par défaut pour l'optimisation du trafic au sol, avec $\alpha = \frac{3}{2}$

Critère multi-objectifs

Dans la recherche multi-objective, la fonction f est multidimensionnelle et chaque dimension représente un critère mono-objectif particulier f_i que l'on cherche par exemple à minimiser :

$$f = (f_1 \dots, f_i \dots, f_n)$$

Les solutions sont comparées par la relation de dominance, définie par rapport à f sur l'espace de recherche :

$$\forall (s_1, s_2) \in \mathcal{E}^2, s_1 \text{ domine } s_2 \iff \begin{cases} s_1 \text{ est admissible} \\ s_2 \text{ non admissible} \quad \text{ou } \forall i \in \{1, \dots, n\}, f_i(s_1) < f_i(s_2) \end{cases}$$

Cette relation de dominance n'est pas une relation d'ordre total, mais elle permet de caractériser l'ensemble des solutions qui ne sont dominées par aucune autre : cet ensemble de solutions admissibles est appelé la surface de Pareto du problème. Chacune de ces solutions peut être considérée comme un optimum puisqu'elle correspond à un point pour lequel aucun critère ne peut être amélioré sans en pénaliser d'autres.

La recherche multi-objectifs est par définition plus complexe que la recherche mono-objectif (les optimas locaux sont souvent plus nombreux) mais peut parfois apporter de meilleures solutions.

Dans le cas de l'optimisation du trafic au sol, les critères envisagés par les opérationnels sont généralement classés par ordre de priorité et peuvent être pondérés aisément au sein d'un unique critère monodimensionnel : l'utilisation de l'optimisation multi-objectifs ne semble donc pas indispensable et ne sera pas développée par la suite, bien que cette voie mérite amplement d'être approfondie au cours d'études ultérieures.

3.2.4 Domaine d'admissibilité et optimum

Comme dans tout problème de minimisation sous contraintes, les solutions optimales se trouvent souvent sur les frontières du domaine admissible : dans le cas du critère global en fonction des délais et des détours, une diminution élémentaire du délai d'un seul avion est dans une solution optimale représente nécessairement une violation de contrainte, alors qu'une seule variable Booléenne t_{ij} aura été modifiée.

3.3 CONCLUSION

Le problème global posé par chaque situation de trafic s'exprime sous la forme d'un problème de minimisation sous contraintes.

La résolution du problème nécessite par conséquent soit une simplification, pour être traitée par des méthodes d'optimisation, soit la mise-en-œuvre d'algorithmes, plus adaptées aux problèmes de grande taille.

MÉTHODES DE RÉOLUTION

4

4.1 INTRODUCTION :

Le problème à résoudre s'apparente au problème de conflit en route, problème d'optimisation globale multi-agent fortement combinatoire dont on sait qu'il est difficile à résoudre.

Deux approches sont envisagées pour résoudre le problème :

- La première approche utilise un algorithme de dijkstra pour la recherche du plus court chemin entre deux sommets.

- La deuxième approche est une approche de 1 contre n (une trajectoire est optimisée en tenant compte de n trajectoires fixées) utilisant un algorithme A^* classique. Cette approche ne permet évidemment pas d'obtenir un optimum global du problème chaque trajectoire étant optimisée selon le principe "premier arrivé, premier servi".

4.2 AFFECTATION DE CHEMINS

4.2.1 Analyse préliminaire :

Eppstein [1998] Yen [1971]

Notations principales

Soit le graphe orienté par $G = (N, A)$, avec $A \subset N^2$ et par c la fonction de coût associant aux arcs $(n, p) \in A$ un réel positif ou nul.

Pour tout couple de nœuds (s, t) de N^2 , C_{st} désigne l'ensemble des chemins du graphe allant de s à t . La relation $(.)$ désignera la composition entre nœuds et chemins, qui permet d'ajouter un nœud à un chemin : un chemin γ de n_1 à n_l sera donc écrit (n_1, n_2, \dots, n_l) ou encore $(n_i)_{1 \leq i \leq l}$. Le coût d'un tel chemin sera noté :

$$\bar{c}_\gamma = \sum_{i=1}^{l-1} c_{n_i n_{i+1}}$$

Coûts minimaux depuis un nœud

Dyn [2001]

Toutes les méthodes de recherche de chemins entre s et t décrites dans les parties suivantes nécessitent la connaissance de l'ensemble $(c_{sn}^-)_{n \in N}$ des coûts minimaux depuis le nœud s .

Parmi les algorithmes les plus connus permettant d'obtenir ces coûts minimaux, il faut citer :

– L'algorithme de Dijkstra : L'algorithme de Dijkstra permet de calculer tous les court chemains depuis un nœud source s dans un graphe G . L'algorithme développe itérativement tous les plus courts chemins depuis s .

exemple :

soit le graphe G , on veut trouver le plus court chemin entre le sommet A et G

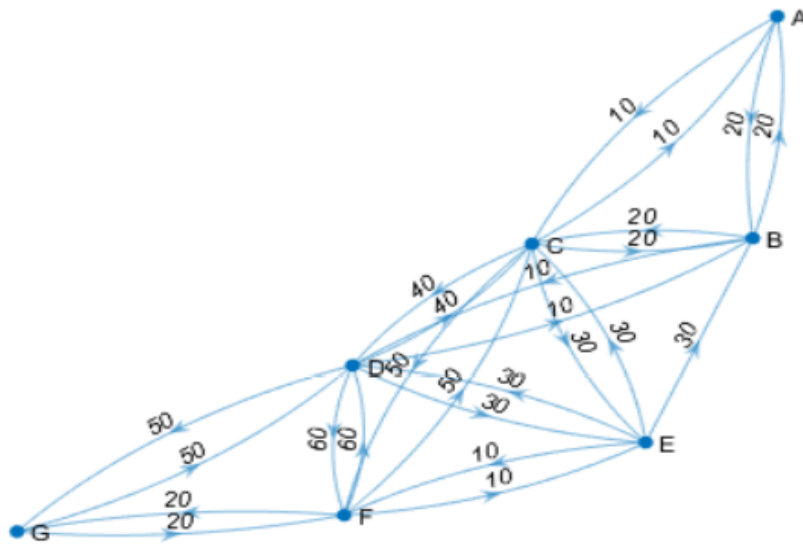


FIGURE 4.1 – le graphe G

programme c++

```

#include<iostream>
#include<climits>
using namespace std;
// cette méthode renvoie une distance minimale .
int minimumDist(int dist[], bool Tset[])
{
    int min=INT_MAX,index;
    for(int i=0;i<7;i++) {
        if(Tset[i]==false && dist[i]<=min)
        {
            min=dist[i];
            index=i;
        }
    }
    return index;
}
void Dijkstra(int graph[7][7],int src) // la matrice utilisée est 7x7
{
    int dist[7]; // tableau d'entiers pour calculer la distance minimale pour
chaque nœud.
    bool Tset[7]; // tableau booléen pour marquer si un nœud est visité .
    // définir les nœuds avec une distance infinie
    // à l'exception du nœud initial
    for(int i = 0; i<7; i++)
    {
        dist[i] = INT_MAX;
        Tset[i] = false;
    }
    dist[src] = 0; // La distance du sommet source est initialiser a 0.
    for(int i = 0; i<7; i++)
    {
        int m=minimumDist(dist,Tset); // sommet pas encore inclus.
        Tset[m]=true; // m avec distance minimale incluse dans Tset.
        for(int i = 0; i<7; i++)
        {
            // mis a jour de la distance minimum des noeus
            if(!Tset[i] && graph[m][i] && dist[m]!=INT_MAX &&
dist[m]+graph[m][i]<dist[i])
                dist[i]=dist[m]+graph[m][i];
        }
    }
}

```


Les résultats affichés ci-dessus sont donnés par l'algorithme de dijkstra qui répond à ce que nous avons demandé dans le programme, il affiche le temps pour effectuer le chemin optimal utilisé pour arriver au point destiné.

Dans ce graphe on a coloré les chemins utilisés.

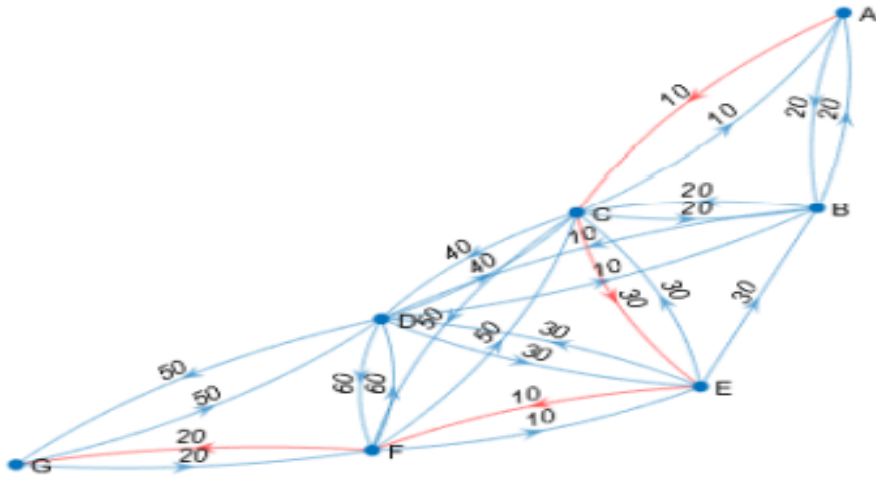


FIGURE 4.3 – le plus court chemin trouver par l'algorithme de dijkstra

4.2.2 Recherche des k meilleurs chemins

Jiménez et Marzal [1999]

Formulation du problème

Pour pouvoir limiter le nombre de chemins à chercher, il est nécessaire de les énumérer dans l'ordre de leur coût (du moins au plus coûteux). Le problème devient alors la recherche de k meilleurs chemins reliant s à t .

Pour chaque nœud n du graphe, C_{sn} désigne toujours l'ensemble de tous les chemins reliant s à n et \bar{c}_γ le coût d'un chemin γ .

Énumération récursive des k meilleurs chemins

Perko [1986]

Description

L'algorithme d'énumération récursive de k meilleurs chemins est l'un des algorithmes les plus efficaces en terme de temps de calcul.

La structure de données utilisée par l'algorithme associe, à chaque nœud du graphe, **un tableau** de chemins connus et **un ensemble** de chemins candidats pour le chemin suivant. Il se décompose en trois phases :

1. Une phase d'initialisation, pendant laquelle un plus court chemin (lorsqu'il en existe un) est calculé pour chaque nœud du graphe (avec l'algorithme de Dijkstra par exemple.) Chaque plus court chemin de chaque nœud $n \neq s$ est décrit par un triplet :

- le coût c_{sn}^- du chemin,
- le père p_n de n dans ce chemin (tel que $c_{sp_n}^- + c_{p_n n} = c_{sn}^-$)
- et l'indice $i = 1$.

2. Une phase de développement des chemins, à partir des nœuds pères et des indices trouvés.

L'algorithme maintient ainsi, pour chaque nœud exploré, autant de chemins candidats de coût minimal que ce nœud possède de père (tant que de tels chemins existent). Le meilleur candidat forme donc bien un meilleur chemin suivant.

```

REA ( $G, (\bar{c}), s, t, k$ ) :
    soient  $Q, K$  : Tables sur  $N$           (Candidats et nombre de chemins par
    noeuds)
    soient  $C, R, I$  : Tables sur  $N \times \{1, \dots, k\}$       (Coût, noeuds et indice source des
     $i^{\text{ème}}$  chemins des noeuds)
    Chemin Suivant ( $n$ ) :
    si  $K(n)$  non défini alors                (Initialisation)
         $Q(n) \leftarrow \{ (\bar{c}_{sm} + c_{mn}, m, 1) \mid m \in \text{Pères}(n) \text{ et } c_{sm} \neq \infty \}$ 
        si  $n = s$  alors  $K(s) \leftarrow 2$ ;  $C(s, 1) \leftarrow 0$ ;  $R(s, 1) \leftarrow (s)$ ;  $I(s, 1) \leftarrow 0$ 
        sinon  $K(n) \leftarrow 1$ 
    sinon                                     (Recherche du  $i^{\text{ème}}$  chemin, avec  $i > 1$ )
        soit  $i : I(n, K(n)) + 1$  et  $p$  : père de  $n$  dans  $R(n, K(n))$ 
        si  $K(p) < i$  alors Chemin Suivant ( $p$ )
        si  $C(p, i) \neq \infty$  alors
             $Q(n) \leftarrow Q(n) \cup \{ (C(p, i) + c_{pn}, p, i) \}$ 
             $K(n) \leftarrow K(n) + 1$ 
        si  $Q(n) \neq \{ \}$  alors                (Extraction et développement d'un chemin)
            soit  $(c_p, p, i_p) : \text{Extraire min}(Q(n))$ 
            si  $K(p)$  non défini alors Chemin Suivant ( $p$ )
             $C(n, K(n)) \leftarrow c_p$ ;  $R(n, K(n)) \leftarrow (R(p, i_p) \cdot n)$ ;  $I(n, K(n)) \leftarrow i_p$ 
            sinon  $C(n, K(n)) \leftarrow \infty$ 
    répéter Chemin Suivant ( $t$ ) tant que  $K(t) < k$  et  $C(t, K(t)) \neq \infty$ 
    retourner  $\{(t, i) \mid i \in \{1, \dots, K(t)\} \text{ et } C(t, i) \neq \infty\}$ 
    
```

Algorithme d'énumération récursive des k meilleurs chemins entre s et t .

Ce programme décrit une version légèrement adaptée : les deux phases sont réunies en une seule dans la fonction chemin Suivant, ce qui permet de n'initialiser que les nœuds impliqués dans les k meilleurs chemins de s à t et de ne développer qu'une seule fois chaque portion de chemin : on considère alors que seuls les coûts minimaux $(\bar{c}_{sn})_{n \in N}$ ont été calculés précédemment. Cette adaptation présente également l'avantage de pouvoir être appliquée à des graphes pour lesquels l'énumération exhaustive de tous les nœuds n'est pas envisageable.

Cette version utilise des structures de données, appelées tables : certains cas d'application de l'algorithme pourraient nécessiter l'utilisation de tables associatives ou de hachage, mais dans les cas les plus simples (comme celui du graphe des voies de circulation de l'aéroport), ces tables peuvent être implémentées par des tableaux :

- Q associe à chaque nœud du graphe la description de son ensemble de chemins candidats, chacun d'eux étant décrit par un triplé, composé d'un coût, d'un nœud père et de l'indice i du chemin pour ce père. Cet ensemble est manipulé comme une file à

priorité : l'opération *Extraire Min* consiste à enlever et à renvoyer l'élément de coût minimal de cet ensemble.

- K donne le nombre de chemins connus pour chaque nœud. Lorsqu'un nœud n n'a jamais été parcouru, $k(n)$ est considéré non défini (ce qui pourra être implémenté par $k(n) = 0$ avec des tableaux).

- C, R et I décrivent le $i^{\text{ème}}$ chemin de chaque nœud n , pour $i \in \{1, \dots, k(n)\}$: $C(n, i)$ en donne le coût, $R(n, i)$ la suite de nœuds $I(n, i)$ l'indice de ce chemin pour son nœud source.

4.2.3 Recherche avec variation des coûts

Objectifs

Précédemment on a vu que l'ensemble des chemins envisageables pour un avion ne peut se définir aussi simplement qu'un ensemble de plus courts chemins valides (leur nombre est beaucoup trop élevé) : pour conserver un nombre réduit de chemins à envisager pour chaque avion, tout en utilisant au mieux les voies de circulation de l'aéroport, il s'avère nécessaire d'effectuer la sélection des chemins sur de nouveaux critères.

Certains détours peuvent effectivement sembler totalement absurdes aux yeux des opérationnels alors qu'ils sont moins coûteux que d'autres chemins acceptables. Ceci s'explique par l'utilité potentielle que peut avoir un détour :

- Les petits détours peuvent permettre de faciliter localement certaines manœuvres d'évitement (croisement ou dépassement d'un autre avion par exemple).

- Des déviations plus grandes (ou contournements) permettent d'éviter toute une zone spécifique de l'aéroport (lorsque celle-ci est congestionnée, ou momentanément indisponible par exemple).

Ces considérations incitent à s'intéresser à un nouveau problème : la recherche de chemins suffisamment différents. On ne souhaite plus obtenir un ensemble de meilleurs chemins, mais plutôt plusieurs composantes de chemins, suffisamment distinctes. Ceci représente en réalité un compromis entre le coût des chemins (que l'on cherche malgré tout à minimiser) et leur diversité (que l'on cherche alors à maximiser). Ce compromis sera matérialisé par un coefficient de pondération, représentant le rapport entre le coût d'un nouveau chemin et sa redondance avec ceux déjà trouvés.

Variation des coûts

Description

Une solution simple pour trouver des chemins différents consiste à augmenter le coût des arcs empruntés par les chemins déjà trouvés. Pour conserver malgré tout un nombre fixé de petits détours, il suffit de rechercher un sous-ensemble de meilleurs chemins entre chaque mise à jour des coûts :

- Le nombre d'itérations v du procédé correspondra au nombre de composantes recherchées.
- k sera le nombre de chemins (de coûts voisins) par composante.
- δ , le facteur d'augmentation des coûts des arcs déjà explorés, définit le compromis entre coût et diversité.

Deviations (G, s, v, k, δ) :

pour chaque $(m, n) \in A$, soit $c'_{mn} : c_{mn}$
 soit $G' : G$ avec les coûts définis par c'
 soit $C : \{\}$ (Chemins trouvés)
 pour i de 1 à v , faire
 soit $(c') : \text{Dijkstra}(G', s)$
 si $i < v$ alors pour chaque (m, n) arc d'un chemin de C_i
 $c'_{mn} \leftarrow \delta \times c_{mn}$
 retourner C

L'algorithme d'itération, pour les Deviations qui réalise les chemins.

4.3 4.3 RÉSOLUTION PAR DES MÉTHODES DÉTERMINISTES

4.3.1 La méthode 1 contre n

Définition

La résolution du problème global se fera par itération des résolutions élémentaires du problème lié à chaque avion (l'horizon de prédiction serait divisé en plusieurs périodes, qui pourraient être traitées les unes après les autres, les trajectoires des autres avions, considérées comme fixes, forment les contraintes du problème et le critère à optimiser n'est relatif qu'à l'avion concerné), dans l'ordre donné par un classement des avions en conflit : dans toute la suite, cette approche du problème sera appelée la méthode 1 contre n .

4.3.1.2 Analyse du problème

La méthode 1 contre n se décompose en réalité en deux sous problèmes :

1. Classement des avions : La qualité de la solution qui sera trouvée dépendra largement de l'adéquation du classement avec la situation courante des avions. Généralement une étude sans classement des avions peut ne pas aboutir à une solution.

2. La recherche d'une trajectoire optimale : pour chaque avion un ensemble des chemins lui sont appropriés est représenté par un graphe : chaque arc du graphe représente un choix particulier pour l'avion et son coût doit correspondre à la pénalité résultante.

4.3.2 Classement fixe des avions

Principe

[Pesic \[2000\]](#)

le problème 1 contre n est considéré sans incertitude, avec un classement absolu de tous les avions d'une journée de trafic. Cette approche du problème présente un intérêt majeur :

L'absence d'incertitude permet une prédiction du trafic exacte et l'horizon peut donc être considéré comme infini . Ceci diminue fortement les risques d'absence de solution pour un avion.

Optimisation de la trajectoire d'un avion

Définition du graphe des possibilités

Le graphe des possibilités d'un avion a , débutant au pas de temps t_a et pour lequel η chemins sont envisageables se définit comme suit :

— **Chaque nœud du graphe** doit représenter une position datée de l'avion dans un de ses chemins.

Un tel nœud est ainsi décrit par un triplet (v, p, t) :

- $v \in \{1, \dots, \eta\}$ est l'indice du chemin sur lequel se trouve l'avion.
- $p \in \{1, \dots, l(v)\}$ est la position de l'avion dans ce chemin, $l(v)$ est le temps de roulage sans attente associé au chemin v , exprimé en pas de temps).
- $t \geq t_a$ est l'heure à laquelle l'avion se trouve, exprimée en pas de temps.

— **Les nœuds initiaux** correspondent à la première position de l'avion sur chacun de ses chemins, à l'heure t_a (cette position est située au parking pour un départ et en l'air pour une arrivée) :

$$I = \{(v, 1, t_a) \mid 1 \leq v \leq \eta\}$$

— **Les nœuds fils d'un nœud** (v, p, t) : représentent les futures positions que l'avion peut atteindre : si la position datée est conflictuelle avec un des avions déjà traités, le nœud n'a aucun fils. Sinon, le nœud peut avoir un ou deux fils, selon que l'avion peut attendre ou non sur cette position :

1. Soit il avance, le premier nœud fils s'écrit donc $(v, p + 1, t + 1)$ et le coût pour l'atteindre est $\alpha = \frac{3}{2}$, en accord avec le critère global, qui pénalise plus le temps de roulage que l'attente.

2. Soit il maintient sa position, le second nœud fils est alors $(v, p, t + 1)$ et le coût de cette attente élémentaire est 1.

— **Les nœuds terminaux** (ou solutions) sont les nœuds qui représentent les positions finales non conflictuelles des avions (en l'air pour un départ et au parking pour une arrivée) :

$$I = \{(v, l(v), t) \mid 1 \leq v \leq \eta \text{ et } t_a \leq t\}$$

Résolution par A^*

Dans le graphe des possibilités, les nœuds représentant des positions conflictuelles n'ont aucun fils : le graphe modélise les contraintes de séparations des avions. Tout chemin de ce graphe joignant un nœud initial à un nœud terminal représente donc une solution admissible pour l'avion. Cette solution sera optimale si ce chemin est de coût minimal dans le graphe.

Un algorithme A^* permet donc de trouver une solution admissible optimale s'il en existe une.

Pour parvenir à un nœud (v, p, t) , l'avion a nécessairement avancé $p - 1$ fois et attendu $t - t_a - (p - 1)$ pas de temps. Le coût pour arriver à ce nœud est donc :

$$c(v, p, t) = \alpha(p - 1) + t - t_a - (p - 1) = (\alpha - 1)(p - 1) + t - t_a$$

4.3.3 Méthode avec variations du classement

Objectifs

La méthode 1 contre n est relativement peu coûteuse en temps de calcul, mais très sensible au classement sur lequel elle est appliquée.

La méthode de variation de classement permet d'explorer plusieurs classements des avions. L'objectif principal est de trouver un classement compatible avec chaque situation, pour éviter autant que possible les échecs de la méthode, mais l'exploration de différents classements doit également aboutir à de meilleures solutions : les séquences de piste doivent notamment être améliorées par la possibilité d'insérer certains départs en décalant légèrement les arrivées. Pour cela, les atterrissages prévus ne doivent plus être systématiquement prioritaires.

L'algorithme A^* qui permet l'optimisation de la trajectoire d'un avion est remplacé par un algorithme d'exploration par Branch & Bound qui s'avère plus rapide sur le problème

Résolution par Branch & Bound

Principe

L'étude plus précise du problème pour un avion fait apparaître que de nombreuses solutions sont équivalentes : sur chaque chemin, toutes les positions d'attentes non conflictuelles peuvent être utilisées avec la même durée, pour former autant de solutions différentes de même coût.

L'algorithme A^* développe systématiquement toutes ces possibilités en parallèle et par coût estimé croissant, alors qu'il peut être plus judicieux de n'en développer qu'une, en profondeur d'abord : si une solution admissible est trouvée, elle n'est pas nécessairement optimale, mais elle apporte des informations supplémentaires sur le problème, ce qui permet par la suite d'élargir certaines branches de l'arbre de recherche. Dans ce cadre, l'ordre d'exploration du graphe peut être fixé d'avance, ce qui évite la sélection systématique d'un nœud généré de coût estimé minimal, qui est l'une des opérations les plus pénalisantes de l' A^* .

Les parcours de l'algorithme Branch & Bound :

- **La borne** correspond au coût de la meilleure solution trouvée (sa valeur est initialement $+\infty$ pour un problème de minimisation).
- **L'heuristique** évalue le coût du meilleur chemin permettant de joindre chaque nœud à un nœud terminal.
- Lorsqu'un nœud est exploré :
 - **Son coût, augmenté de l'heuristique, est comparé à la borne.** S'il lui est supérieur, l'exploration est interrompue : elle reprend plus haut dans l'arbre, vers d'autres branches non explorées
 - **S'il est terminal**, la borne est mise-à-jour avec le coût de la solution trouvée et l'exploration des branches non encore explorées continue avec cette nouvelle borne.
 - **Dans les autres cas, la stratégie d'exploration** décide l'ordre dans lequel chaque nœud fils doit être parcouru. Dans certaines implémentations, certains nœuds fils peuvent être explorés en largeur, mais ceci ne sera pas utile pour la méthode 1 contre n, car chaque nœud du graphe ne possède que deux fils.

Comme avec l'algorithme A^* , la solution trouvée sera optimale si l'heuristique est minorante.

- L'optimisation de la trajectoire d'un avion s'effectue par itérations de l'algorithme de Branch & Bound sur chaque chemin, en conservant la borne correspondante à la meilleure solution trouvée. Si aucune solution ne peut être trouvée sur aucun des chemins, la trajectoire « vide » est retournée, avec une pénalité infinie.

4.4 CONCLUSION

La méthode générale de recherche de chemins appliquée aux voies de circulation montre que le nombre de possibilités permettant de rejoindre deux points donnés de l'aéroport est beaucoup trop grand pour que chacune de ces possibilités puissent être raisonnablement envisagées.

La méthode 1 contre n résoud les situations de trafic en classant les avions par ordre de priorité. Elle travaille donc sur un problème simplifié mais adapté aux méthodes de résolution déterministes par parcours de graphe.

CONCLUSION GÉNÉRALE

Le travail de recherche présenté permet d'optimiser la circulation des aéronefs sur une plate-forme importante, après avoir modélisé la plate-forme par un graphe en introduisant des outils de résolution des conflits sur les taxiways. Les résultats de ce travail font apparaître que le retard moyen du trafic au roulage peut-être réduit de plusieurs minutes en fonction de la stratégie d'optimisation employée. Ceci montre l'intérêt potentiel du développement d'outils d'aide au contrôle au sol (affectation de chemins et de points d'attente).

Parmi tous les problèmes de l'aviation civile on s'est intéressé sur certaine réponses aux questions des opérationnels :

- temps de roulage s'avère très réduite : pour être réellement optimisées, les trajectoires précises des avions doivent être adaptées le plus fréquemment possible, ce qui les rend difficilement prévisibles plus de cinq minutes en avance.

- Contrairement aux idées reçues, les retards engendrés au niveau de l'aéroport ne dépendent pas uniquement de la capacité des pistes, car la phase de roulage proprement dite peut, par de faibles modifications des trajectoires, aboutir à des séquences de piste très différentes, ce qui induit de grandes variations des retards, On peut noter également que le modèle peut être amélioré facilement (nouvelles pistes, prise en compte des sens uniques...) sans modifier pour autant les algorithmes d'optimisation.

- méthodes 1 contre n doit être exploitée : le classement peut en effet fournir des solutions aux situations de trafic de manière presque instantanée, en traitant un problème simplifié mais sans pour autant que les solutions trouvées ne s'éloignent excessivement de l'optimum.

BIBLIOGRAPHIE

- Nicolas Durand. *Optimisation de trajectoires pour la résolution de conflits aériens en route*. PhD thesis, INPT, 1996.
- Comp Fluid Dyn. M. Abramowitz, I. Stegun, eds. *Handbook of mathematical functions with formulas, graphs, and mathematical tables*, Dover (1972). R. K. Ahuja, T. Magnanti, J. B. Orlin, T. Magnanti, *Network flows : Theory, algorithms, and applications*, Prentice Hall (1993). R. Albert, A. Barabási, "Statistical mechanics of complex networks". *Rev. Mod. Phys.* *E*, 64 :27, 2001.
- David Eppstein. Finding the k shortest paths. *SIAM Journal on computing*, 28(2) :23–26, 1998.
- Jean-Baptiste Gotteland. Optimisation du roulage sur les grands aéroports. Dans *Colloque des Doctorants de l'EDIT*, pages 08–15, 2002.
- Jean-Baptiste Gotteland. *Optimisation du trafic au sol sur les grands aéroports*. PhD thesis, 2004.
- Géraud Granger. Détection et résolution de conflits aériens : modélisations et analyse. *These de doctorat, INPT*, 2002.
- Víctor M Jiménez et Andrés Marzal. Computing the k shortest paths : A new algorithm and an experimental comparison. Dans *International Workshop on Algorithm Engineering*, pages 26–27. Springer, 1999.
- Aarni Perko. Implementation of algorithms for k shortest loopless paths. *Networks*, 16 (2) :33, 1986.
- Brankica Pesic. Optimisation de la circulation des aéronefs au sol. *Rapp. De*, pages 29–31, 2000.
- Jin Y Yen. Finding the k shortest loopless paths in a network. *management Science*, 17 (11) :26, 1971.

ملخص

هناك تزايد كبير في التأخرات الجوية و هذا راجع لعدم تنظيم حركة سير الطائرات على متن المطارات.

توجد العديد من الفرص لإجراء تغييرات للسيطرة على هذه التأخرات، فكرة هذا المشروع هي تقديم حلول لتنظيم وتحسين إدارة الحركة على مستوى المطارات الكبرى.

Résumé

Une partie de plus en plus significative des retards aériens est imputable à la circulation des avions au sol sur les grands aéroports.

Face à autant d'opportunités de changement à apporter au niveau du contrôle au sol, l'idée de ce projet est de présenter des solutions d'organisation et d'optimisation de La gestion du trafic au sol sur les grands aéroports.

Abstract

An increasingly significant part of air delays is attributable to the movement of planes on the ground at major airports.

Faced with so many opportunities for changes to be made in ground control, the idea of this project is to present solutions for organizing and optimizing ground traffic management at airports.