

République Algérienne Démocratique et Populaire
Ministère de L'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique

UNIVERSITE MOULOUD MAMMARI DE TIZI-OUZOU



FACULTE DE GENIE ELECTRIQUE ET D' INFORMATIQUE
DEPARTEMENT D'ELECTROTECHNIQUE

**Mémoire de Fin d'Etude
de MASTER ACADEMIQUE**
Spécialité : **Entrainements Electriques**
Filière : Génie Electrique

Présenté par

Chrifa OTMANI
Ahmed Bezeid OULD ABDELKADER

Thème

**Recherche d'un modèle de
comportement magnéto-élastique de
vibration et modélisation numérique.
Application aux transformateurs de
puissance triphasés**

Mémoire soutenu publiquement le 04 juillet 2017 devant le jury composé de :

M^{me} F.BOUALI

Maitre assistante -A, UMMTO, Présidente

M^rA.NAIT OUSLIMANE

Maitre assistant -A, UMMTO, Encadreur

M^rM.HAMEL NOM

Maitre assistant -A, Université de Boumrdes, Examineur

M^{me} G.YOUSFI

Maitre assistante -A, UMMTO, Examineur

Remerciement

Nous tenons à remercier en premier lieu le BON DIEU de nous avoir donnée le courage et la patience pour faire ce travail.

Nous tenons à remercier mon promoteur M^r A.NAIT-OUSLIMANE maitre assistant classe A à l'université MOULOUD MAAMRI de Tizi- ouzou, de nous avoir proposée ce sujet, et nous avoir suivi de très près tout au cours de notre travail, nous tenons à lui exprimer notre profonde gratitude pour ses précieux conseils.

Nous tenons à présenter nos remerciements pour tous les enseignants de la spécialité « Entraînements Electriques ».

On remercie vivement le président et les membres de jury pour nous avoir honorés et acceptés d'examiner ce travail.

DEDICACES

Je dédie ce modeste travail à toutes les personnes chères et qui m'ont assuré toute sorte d'apport, soit direct ou moral et surtout à :

Ma mère et mon père

Mes frères et mes sœurs

Et à tout le reste des membres de **ma famille** et sans exclusions.....

A mon **binôme** OTMANI Cherifa et à sa famille

Et à tous **mes amis** sans exclusions

Ahmed Bezeid OULD ABDELKADER

sommaire

Introduction générale

Chapitre I : Généralités sur les transformateurs

I-1.Introduction	01
I-2.Historique	01
I-3.Principe de fonctionnement	03
I-3-1.Symbole d'un transformateur	03
I- 4.Circuit magnétique	04
I-5. Constitution de transformateurs monophasés	04
I-6.Transformateurs triphasés	05
I-6-1.Forme de noyaux des transformateurs triphasés	05
I-7.Modélisation de transformateurs	06
I-7-1.Transformateurs monophasés linéaires sans saturation.....	06
I-7-2.Transformateurs monophasés avec saturation.....	07
I-7-3.Transformateurs monophasés avec saturation et perte fer	08
➤ Modèle de Chimklai	08
I-8.Essai sur transformateur	09
I-8-1.Essai à vide	09
I-8-2.Essai en court circuit.....	10
I-9.Différents couplages d'un transformateur triphasé.....	11
I-10.Conclusion	12

Chapitre II : modélisation électromagnétique

II – 1. Introduction.....	13
II -2 .Equations de MAXWELL.....	13
II – 2 -1. Forme différentielle des équations de MAXWELL.....	13
➤ Première équation	14
➤ Deuxième équation.....	14

sommaire

➤ Troisième équation.....	14
➤ Quatrième équation.....	14
II – 3. Loi de comportement.....	16
➤ Relation du milieu.....	16
II – 4 .Loi d’ohm	17
➤ Avec courant de source.....	17
➤ Son courant de source.....	17
II – 5. Relation de passages	17
II – 6. Modèle magnétostatique	18
II – 7. Modèle magnétodynamique.....	19
II – 8. Méthodes des éléments finis	20
II – 8 - 1. Définition de la méthode des éléments finie.....	21
II – 8 - 2. Les conditions aux limites.....	21
➤ Condition de type DERICHELET	21
➤ Condition de type NEUMANN.....	21
➤ Condition mixte	21
II – 8 - 3. La discrétisation.....	22
II – 8 - 4. Etapes principales de la mise en œuvre de la méthode des éléments.....	22
II – 8 - 5. Eléments de référence	23
➤ Eléments de référence a une dimension 1 D.....	23
➤ Eléments de référence a deux dimensions 2 D.....	23
➤ Eléments de référence a trois dimensions 3 D.....	24
II – 8 - 6. Avantages et inconvénients de la méthode des éléments finis.....	24
➤ Les avantages de la méthode des éléments finis sont	24
➤ Ces inconvénients sont.....	24
II – 9. Formulation éléments finis.....	24
II – 9 -1 .Formulation éléments finis des modèles électromagnétiques.....	25

sommaire

II – 9 -1.Modèle magnétostatique.....	26
➤ En coordonnées cartésiennes.....	26
➤ En cordonnées axisymétriques.....	27
II – 9 -2 . Modèle magnétostatique.....	28
➤ En coordonnées cartésiennes.....	28
➤ En cordonnées axisymétriques.....	29
II – 10 .Conclusion.....	30

Chapitre III : Modélisation magnéto élastique

III-1.Introduction.....	31
III-2. Modélisation des phénomènes élastiques.....	31
III-2-1. Comportement élastique de la matière.....	31
III-2-3. Tenseur d'élasticité.....	33
III-2-4. Modèles d'élasticité en 2D.....	34
➤ Déformation plane.....	34
➤ Contrainte plane.....	34
III-2-5. Equation de la mécanique des solides	35
III-2-6 .Discrétisation éléments finis.....	35
III-3. Modélisation des phénomènes magnéto élastique.....	36
III-3-1. Introduction.....	36
III-3-2. Aspect macroscopique.....	36
III-3-2-1.Comportement mécanique.....	36
III-3-2-2. Comportement magnétique.....	36
III-3-2-3. Déformation de magnétostriction.....	37
III-3-3. Aspect microscopique.....	37
III-3-3-1. Comportement mécanique.....	37
III-3-3-2 .Comportement magnétique	37
➤ Energie d'échange.....	38

sommaire

➤ Energie d'anisotropie magnéto cristalline.....	39
➤ Energie magnéto-élastique.....	39
➤ Energie magnétostatique.....	41
III- 4. procédure de simulation des vibrations d'origine électromagnétiques.....	42
III- 4-1. Réponses aux excitations.....	42
III- 4-2. Couplage du point de vue physique.....	42
III- 4 -3. Couplage du point de vue numérique.....	42
III- 4- 4. Terme du couplage magnéto-élastique.....	43
III -5. Contraintes subies par les transformateurs	43
➤ Contraintes diélectriques.....	43
➤ Contraintes électriques.....	43
➤ Contraintes électrodynamiques.....	43
➤ Contraintes électromagnétiques.....	43
➤ Contraintes mécaniques.....	44
➤ Contraintes thermiques.....	44
➤ Contraintes chimiques.....	44
III - 6. Origines des vibrations dans les transformateurs.....	44
III - 6-1.Sources de bruit d'un transformateur.....	44
III - 6-1-1.Bruit du noyau (magnétostriction).....	44
III - 6-1-2.Bruit en charge (forces électromagnétiques).....	45
III - 6-1-3.Auxiliaires de refroidissement.....	45
III -7.Conclusion.....	45
 Chapitre IV : Application	
IV-1. Introduction.....	46
IV-2- Introduction au logiciel ANSYS Maxwell (application test).....	46
IV-2-1-Exemple (Magnétostatique) – Force magnétique.....	46
IV-2-1-1-Déclaration de matériaux.....	46

sommaire

➤ Propriétés physiques des matériaux utilisés.....	46
➤ La perméabilité relative du Steel est donnée pour la courbe suivante B-H.....	47
IV-2-1-2 Les étapes à suivre.....	47
➤ Créer le Bar (fabriqué de Steel_1008) avec les coordonnées suivants.....	48
➤ Créer de Coil (qui est fabriqué du Copper) avec les coordonnées suivantes.....	48
➤ Créer de Magnet (qui est fabriqué du NdFe35) avec les coordonnées suivantes.....	49
➤ Assigner les limites.....	50
➤ Création d'excitations.....	50
➤ Changer les attributs.....	50
➤ Séparations de plaques.....	50
➤ Assigner les excitations.....	50
➤ Dans la fenêtre Add variable on trouve.....	50
➤ Création des paramètres de force.....	51
➤ Créer la région dans le vide (Vacuum).....	51
➤ Résultats.....	52
➤ Plot la densité du flux de la bobine a travers la section.....	52
➤ Plot la force magnétique en fonction du courant.....	53
IV-3. Application N° 02 – Calcul des inductances.....	53
IV-3-1.Introduction.....	53
➤ Définition des régions.....	54
IV-3-2.Les équations définissant le calcul de l'inductance.....	55
➤ La méthodologie de calcul de l'inductance.....	55
Pour La Matrice 1.....	55
➤ Valeurs des inductances.....	56
➤ Pour la Matrice 2.....	57
➤ valeurs des inductances.....	57
IV - 3 - 3.Calcul du flux magnétique.....	58
➤ flux magnétique pour la Matrice 1.....	58
➤ flux magnétique pour la Matrice 2.....	59

sommaire

IV-3-4.Conclusion.....	59
IV- 4. Application N° 02 – Application au transformateur.....	60
IV-4 - 1. Introduction.....	60
IV-4- 2. Géométrie et dimensions du transformateur tréphasée.....	60
➤ Les caractéristique géométrique.....	60
➤ Les Caractéristique magnétiques du transformateur.....	61
➤ Les Caractéristique électriques du transformateur.....	62
➤ Maillage par éléments finies.....	62
IV-4-3. Calcul des paramètres R ,L des enroulements (analytiques).....	63
➤ Calcul des résistances des enroulements HT.....	63
➤ Calcul des résistances des enroulements BT.....	63
➤ Calcul des inductances des enroulements HT et BT.....	63
IV –4- 4 .Représentation des tensions.....	64
➤ Enroulement primaire (HT)	64
➤ Enroulement secondaire (BT).....	64
IV - 4 - 5. Répartition du potentiel vecteur magnetique.....	65
➤ Interprétation des figures.....	67
IV - 4- 6 .Répartition de l’induction magnétiques B.....	68
➤ Interpretation des fefigures.....	70
IV –4- 7 . Répartition de le densité des forces magnetiques.....	71
➤ Interprétation des figures.....	73
IV –4 - 8 . Representation des allures de force.....	74
IV- 4 - 9 –Conclusion.....	75
IV - 5 .Couplage electromecanique.....	76
IV – 5 -1. Introduction.....	76

sommaire

IV –5 -2.Geométrie sur le logiciel Ansys.....	77
➤ Géométrie d'une tôle.....	77
➤ Représentation de la déformation d'une tôle.....	78
IV- 5-3.valeurs des contraintes.....	79
➤ Representation des graphes.....	80
IV – 5-3. Conclusion.....	81
IV-6.Conclusion.....	81

Conclusion générale

Introduction Générale

Il est difficile d'imaginer le monde d'aujourd'hui sans l'électricité. Les applications de l'électricité sont toujours plus nombreuses, accompagnant des nouvelles inventions et des avancées technologiques. En conséquence, la production et la consommation d'électricité augmente chaque année.

L'augmentation de la consommation de l'énergie électrique dans le domaine industriel, les puissances des usines électriques ainsi les puissances des groupe installées, induit a l'augmentation de nombre de transformateurs.

Un transformateur est une machine statique capable de recevoir l'énergie électrique sous une tension et un courant à fréquence donnée. Et de restituer avec une autre tension et un autre courant à la même fréquence.

Le transformateur est un élément très important dans les réseaux électriques (transport et distribution de l'énergie électriques), il doit assurer la continuité de l'alimentation en électricité aux consommateurs HT et BT. Son invention du a L.Gaulard aux alentours des années 1880.

Pour décrire de façon très fine et de manière générale son fonctionnement, il est disponible de considérer l'interaction entre les champs magnétiques et électriques. Ceci constitue un couplage physique fort, car les grandeurs électriques et magnétiques sont significativement dépendantes les unes des autres.

Le but de ce travail est d'estimer la déformation d'un transformateur constitué de tôles empilées soumis à un chargement magnétique. Il s'agit d'une approche numérique par éléments finis qui suppose le développement préalable et l'implémentation d'une loi de comportement magnéto-élastique.

Ce présent travail a pour objectif d'une Recherche d'un modèle de comportement Magnto_elastique de vibration et modélisation numérique Appliquée aux transformateurs

Introduction Générale

Notre mémoire est constitué de quatre chapitres comme suite :

- Le premier chapitre : Généralités sur les transformateurs
- Le deuxième chapitre: Modélisation électromagnétique
- Le troisième chapitre: Modélisations des phénomènes couplés magnéto-élastique
- Le quatrième chapitre: Application et résultats

I-1. Introduction

Le transformateur est une machine électrique permettant de modifier les valeurs de tension et l'intensité du courant délivrées par une source d'énergie électrique alternative, en un système de tension et de courant de valeurs différentes, mais de même fréquence et de même forme. La tension peut être soit augmentée ou abaissée selon l'utilisation voulue. Le changement d'un niveau de tension à un autre se fait par l'effet d'un champ magnétique. Il effectue cette transformation avec un excellent rendement, il a fait l'objet de nombreuses études ayant permis l'exploitation des différents paramètres et règles qui régissent son fonctionnement [1].

I-2 .Historique

En 1820, Hans Christian Oersted, physicien danois a découvert qu'un conducteur véhiculant un courant génère un champ magnétique. Quelques années plus tard, en 1830, Josef Henry donna corps aux notions d'induction et de self-induction. Entre les mois d'août et de novembre 1831 l'anglais Michael Faraday procéda à une série d'expériences avec un appareil constitué d'un anneau de fer et d'enroulements de fil de cuivre isolé.

En 1882 Lucien Gaulard (1850-1888), jeune électricien français, chimiste de formation, présente à la Société Française des Electriciens un "générateur secondaire", dénommé depuis transformateur. Devant le scepticisme de ses compatriotes, il s'adresse à l'anglais Gibbs et démontre le bien-fondé de son invention à Londres [2].

En 1883, Lucien Gaulard et John Dixon Gibbs réussissent à transmettre pour la première fois, sur une distance de 40 km, du courant alternatif sous une tension de 2000 Volts à l'aide de transformateurs avec un noyau en forme de barres [3].

En 1884 Lucien Gaulard met en service une liaison bouclée de démonstration (133 Hz) alimentée par du courant alternatif sous 2000 Volts et allant de Turin à Lanzo et retour (80km). On finit alors par admettre l'intérêt du transformateur qui permet d'élever la tension délivrée par un alternateur et facilite ainsi le transport de l'énergie électrique par des lignes à haute tension. La reconnaissance de Gaulard interviendra trop tardivement. Entre-temps, des brevets ont été pris aussi par d'autres. Le premier brevet de Gaulard en 1882 n'a même pas été délivré en son temps, sous prétexte que l'inventeur prétendait pouvoir faire "quelque chose de bien" !

Gaulard attaque, perd ses procès, est ruiné, et finit ses jours dans un asile d'aliénés. Le transformateur de Gaulard de 1886 n'a pas grand chose à envier aux transformateurs actuels, son circuit magnétique ferme (le prototype de 1884 comportait un circuit magnétique ouvert, d'où un bien médiocre rendement) est constitué d'une multitude de fils de fer annonçant le circuit feuilleté à tôles isolées [2].

Ainsi, en 1885, les Hongrois Karoly Zipernowsky, Miksa Dery et Otto Titus Blathy mettent au point un transformateur avec un noyau annulaire commercialisé dans le monde entier par la firme Ganz à Budapest.

Dans le même temps aux USA, W. Stanley développe également des transformateurs. Actuellement les transformateurs sont très développés soit du côté de construction soit de conception (750/400 kV, 400/220 kV, 220/60 kV, 60/10 ou 30 kV, 10 ou 30kV/380 V).

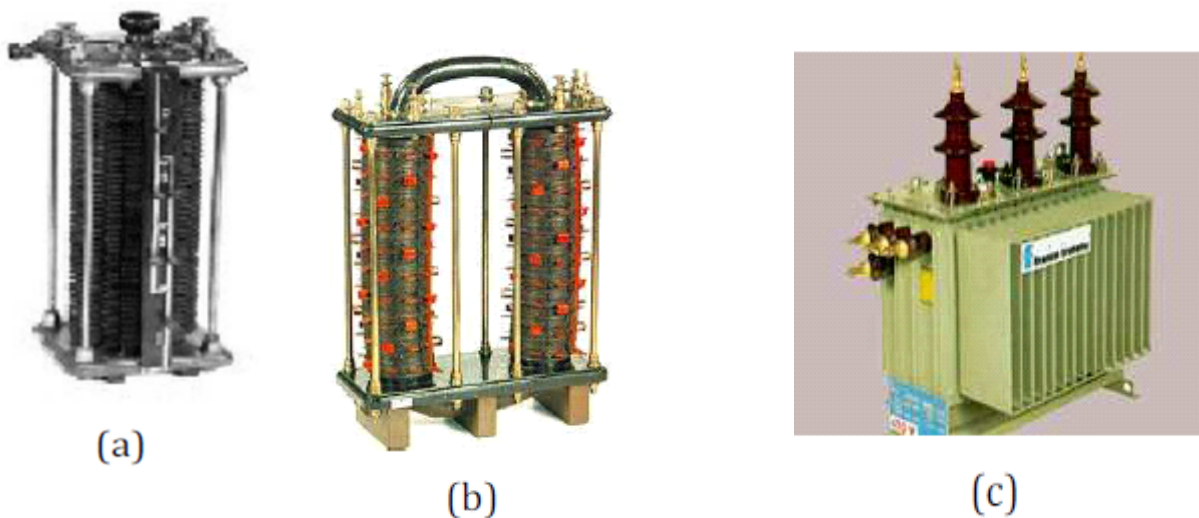


Figure I-1: Différents types des transformateurs.

(a) Transformateur linéaire de Lucien Gaulard [3].

(b) Transformateur Lucien Gaulard (1886) à circuit magnétique ferme [3].

(c) Transformateur de distribution moderne.

I-3. Principe de fonctionnement

Le transformateur est constitué de deux enroulements (ou plus) couplés sur un noyau magnétique, comme à la figure suivant:

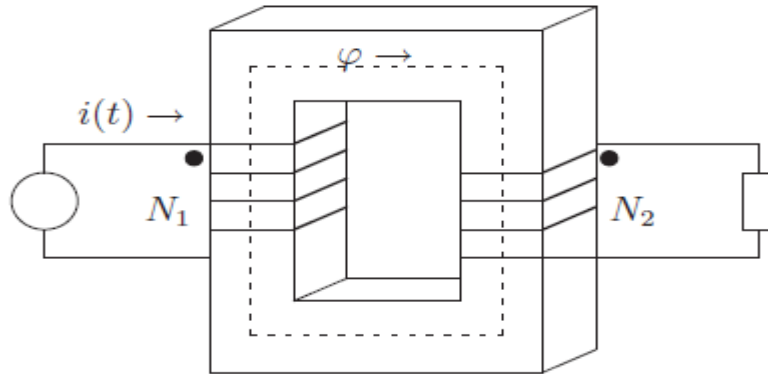


Figure I-2 : Transformateur monophasé

Le côté de la source est appelé le primaire. Le côté de la charge est appelé le secondaire. Le flux ϕ' est le flux mutuel. Le "." indique la polarité des tensions. Par convention, un courant qui entre dans un "." indique un flux positif.

Il faut remarquer qu'il n'existe aucune connexion électrique entre le primaire et le secondaire. Tout le couplage entre les deux enroulements est magnétique.

Lorsqu'on applique une tension alternative à la source, ceci crée un flux alternatif dans le noyau magnétique. Selon la loi de Faraday, ce flux crée des forces électromotrices dans les bobines. La force électromotrice induite est proportionnelle au nombre de tours dans la bobine et au taux de variation du flux. Selon le rapport du nombre de tours entre le primaire et le secondaire, le secondaire alimente la charge avec une tension différente de celle de la source.

I-3-1. Symbole d'un transformateur

La **figure ci dessous** montre le symbole d'un transformateur

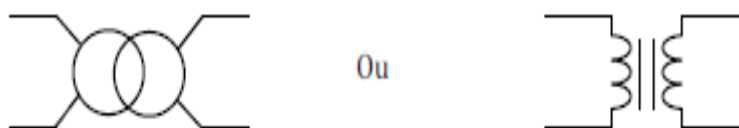


Figure I-3 : Symbole d'un transformateur

I-4. Circuit Magnétique

Un circuit magnétique est un circuit généralement réalisé en matériau ferromagnétique au travers duquel circule un flux de champ magnétique. Le champ magnétique est généralement créé soit par des enroulements enserrant le circuit magnétique et traversés par des courants, soit par des aimants contenus dans le circuit magnétique. Le concept du circuit magnétique est de confiner le flux produit par des enroulements. La **Figure I- 4** représente un noyau magnétique.

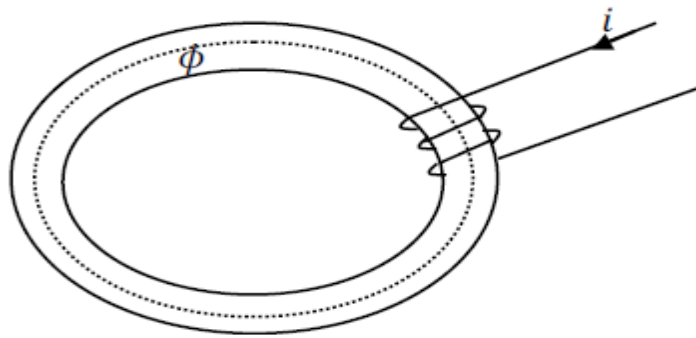


Figure I - 4 : Noyau magnétique

I-5. Constitution des transformateurs monophasés

Comme montre la **Figure I-5** un transformateur monophasé est constitué:

- D'un circuit magnétique fermé (noyau). La taille du noyau dépend du niveau de la tension et du courant qui passe dans les enroulements (donc de la puissance).
- De deux circuits électriques séparés électriquement, enroulés autour du circuit magnétique. Le circuit électrique lié au générateur est appelé le circuit primaire, celui qui est lié au récepteur est appelé le circuit secondaire.

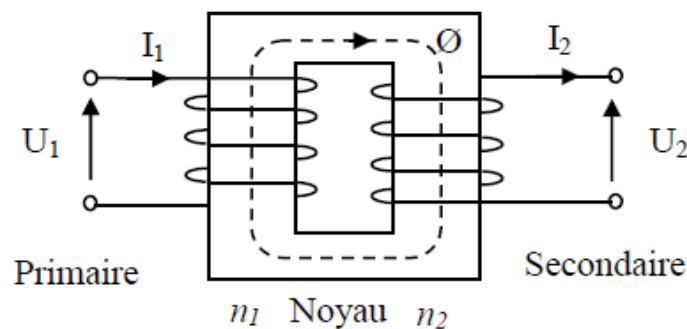


Figure I-5 : Structure d'un transformateur monophasé

Si la tension primaire U_1 est inférieure à la tension secondaire U_2 , le transformateur est dit élévateur, dans le cas contraire il est dit abaisseur.

I-6. Transformateur triphasé

Un transformateur monophasé est destiné seulement à un système monophasé. Mais le transport ou la distribution de l'électricité se fait en triphasé. Le circuit magnétique d'un tel transformateur triphasé comporte ordinairement trois colonnes disposées dans un même plan. Chaque colonne porte un enroulement primaire et un enroulement secondaire et peut être considéré comme un transformateur monophasé. Les trois enroulements, primaires et secondaires, sont connectés en étoile, en triangle ou en zig-zig de sorte que le transformateur comporte trois bornes primaires et trois bornes secondaires seulement. [4]

I-6-1. Forme des noyaux des transformateurs triphasés

Il existe deux types de configuration de noyau des transformateurs: Noyau cuirasse et Noyau à colonne. La **Figure I-6** montre différentes structures disponibles pour les transformateurs triphasés.

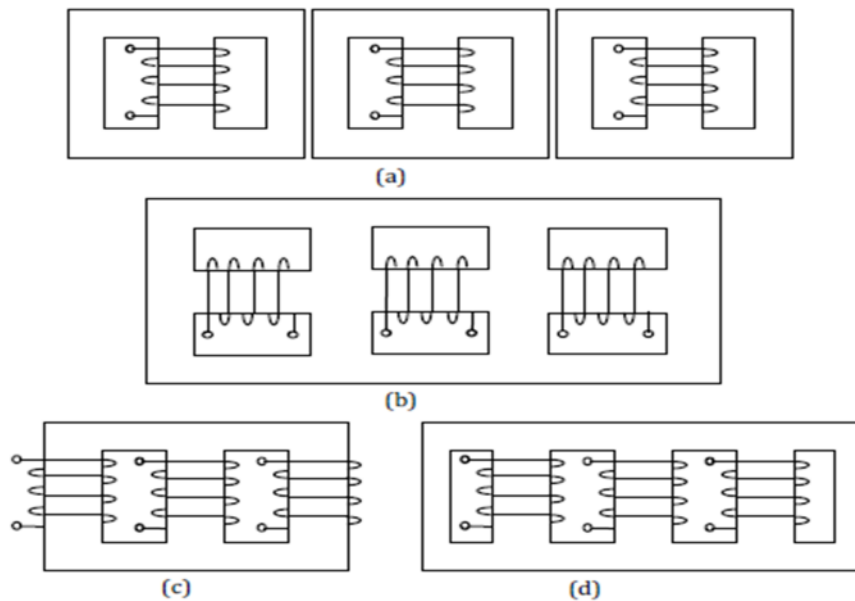


Figure I-6 : Types de noyaux des transformateurs de puissance triphasés.

- (a) noyau triplex
- (b) noyau cuirasse.
- (c) noyau à trois colonnes
- (d) noyau à cinq colonnes

I-7. Modélisation des transformateurs

Comme pour tout composant d'un réseau électrique, sa modélisation dépend du type de phénomène à étudier, c'est-à-dire de la gamme de fréquences concernée.

Il est connu que l'impédance des composantes inductives augmente avec la fréquence, alors que, inversement, l'impédance des composantes capacitatives diminue avec la fréquence :

$$Z_L = \omega * L \quad (\text{I-1})$$

$$Z_C = \frac{1}{\omega * C} \quad (\text{I-2})$$

Ainsi, avec l'augmentation de la fréquence considérée, l'importance des composantes inductives s'amenuise et celle des composantes capacitatives croît. Autrement dit, à basse fréquence, Z_C est très grand, le composant capacitif peut être considéré comme un circuit ouvert.

I-7-1. Transformateur monophasé linéaire sans saturation

Un transformateur présente un comportement non linéaire du principalement à la caractéristique de l'inductance. Lorsque le fonctionnement du transformateur se situe dans la zone linéaire de cette caractéristique, alors la modélisation devient simple. Celle-ci se traduit par un schéma équivalent **Figure I-7** ou l'on représente ses impédances linéaires et son rapport de transformation m .

L'impédance linéaire est composée, pour chaque enroulement, d'une inductance modélisant le flux magnétique de fuite et d'une résistance modélisant les pertes par effet Joule et les pertes supplémentaires (perte dans les parois de Bloch [5]). Il faut aussi ajouter une branche parallèle pour représenter l'inductance de magnétisation. On a donc le schéma classique suivant :

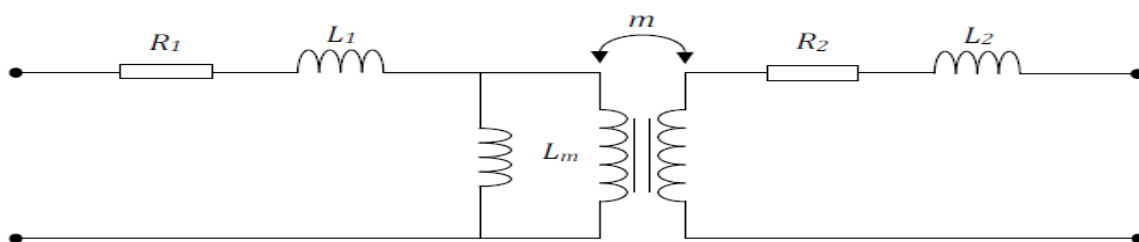


Figure I-7 : Modèle sans saturation.

R_1, L_1 : Résistance et inductance de l'enroulement primaire.

R_2, L_2 : Résistance et inductance de l'enroulement secondaire.

L_m : Inductance de magnétisation du circuit magnétique.

Il existe éventuellement des pertes à vide, nous pouvons les représenter au moyen d'une Résistance R_m en parallèle :

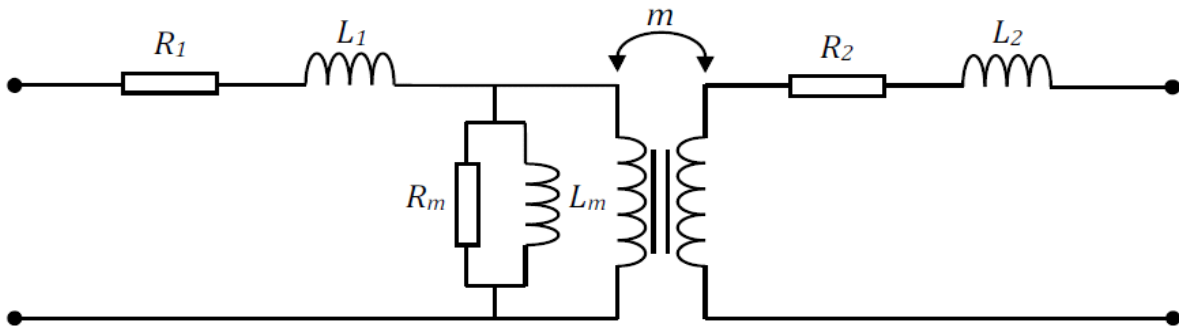


Figure I-8 : Modèle avec pertes fer, sans saturation

R_m : Résistance qui représente les pertes fer dans le circuit magnétique.

I-7-2. Transformateur monophasé avec saturation

Dans ce modèle l'inductance L_m est remplacée par une inductance non linéaire dont la caractéristique de saturation est donnée par une courbe du flux dans le noyau en fonction du courant magnétisant inductif **Figure I-9**

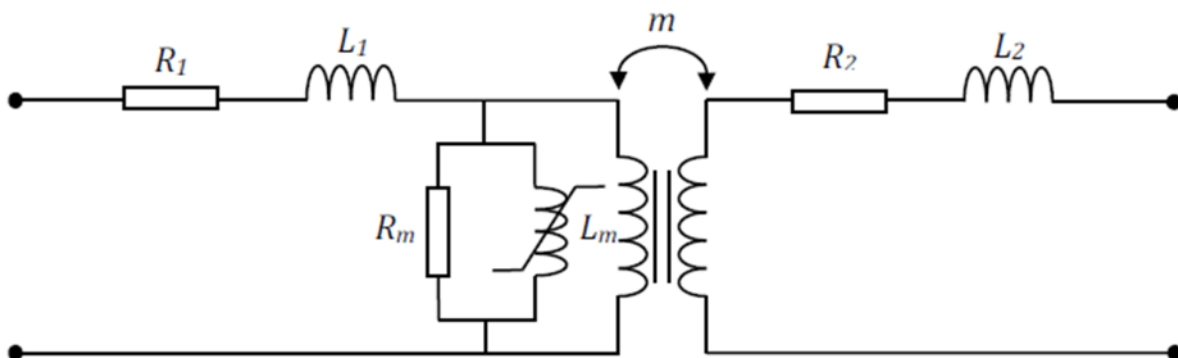


Figure I-9 :Modèle avec saturation.

I-7-3. Transformateur monophasé avec saturation et perte fer

Dans ce modèle la résistance R_m est remplacée par une résistance non linéaire dont la caractéristique est donnée par la courbe de la tension à vide en fonction du courant magnétisant résistif.

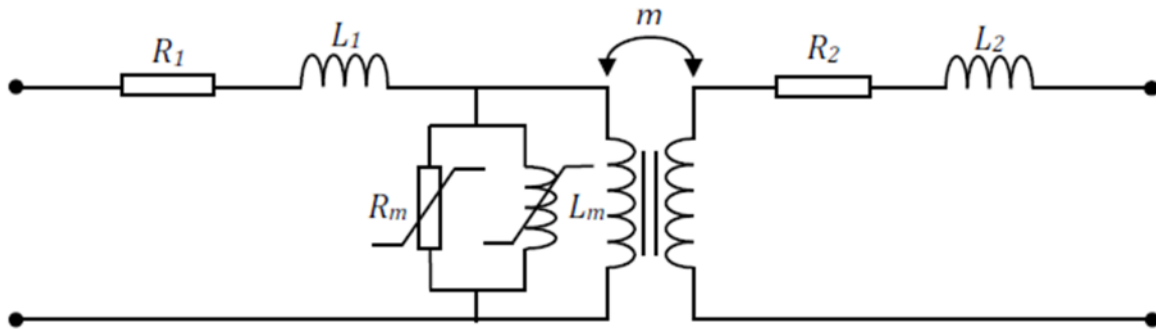
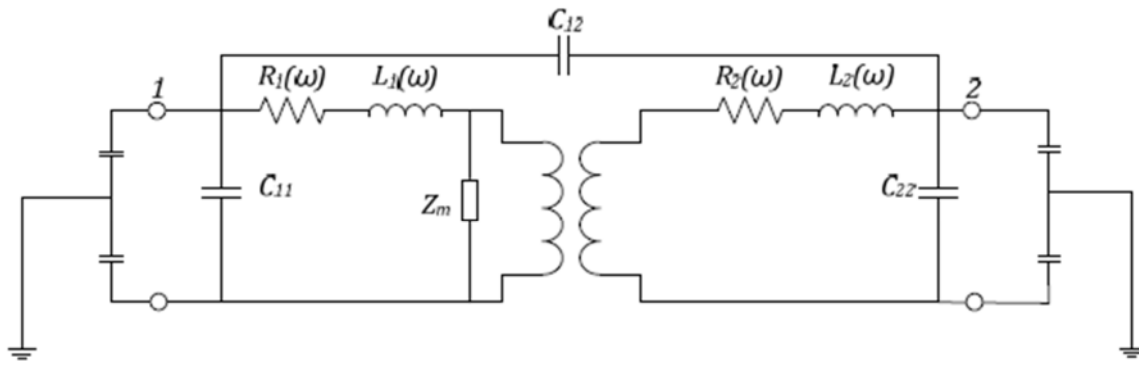


Figure I-10 : Modèle avec pertes fer, sans saturation.

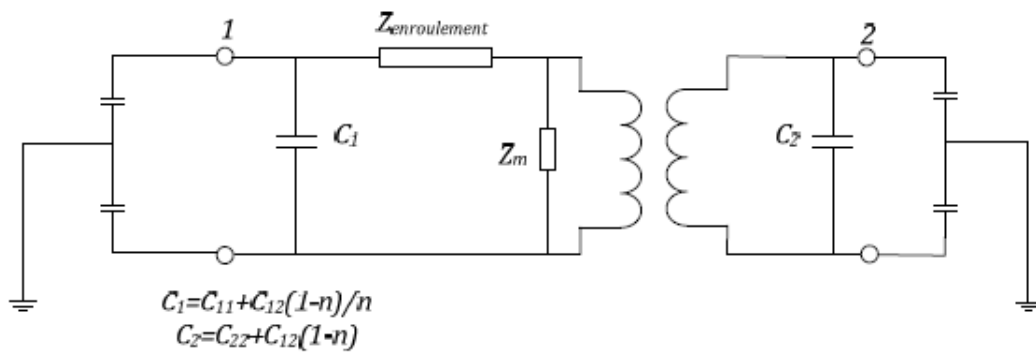
Tous ces modèles sont destinés pour la simulation des phénomènes basse fréquence (50Hz). Il existe aussi des modèles en haute fréquence. De nombreux travaux ont été réalisés pour essayer de trouver un modèle unique du transformateur en HF. Parmi ces modèles on trouve :

➤ **Modèle de Chimklai**

Dans ce modèle [6], les auteurs ont proposé une méthode simple pour modéliser un transformateur de puissance. Ce modèle **Figure I-10** (a) se base sur le modèle classique du transformateur à 50Hz. Pour tenir compte de l'effet de la fréquence les auteurs rajoutent des capacités primaire, secondaire et mutuelle. Les éléments du circuit équivalent ainsi réalisés ont été déterminés expérimentalement. En effet, chaque circuit rajouté représentera un phénomène qui se produit en HF. Les capacités représentent les phénomènes électrostatiques de l'enroulement, les circuits R, L, C représentent les phénomènes magnétiques dans le noyau de fer, etc. La **Figure I-11** (b) présente son schéma simplifié. Cette idée est la base pour établir plusieurs modèles et présenté par plusieurs chercheurs. On peut citer par exemple le modèle de Morched [7], le modèle de Leon [8, 9], le modèle de Noda [10] et le modèle d'Andrieu [11].



(a)



(b)

Figure I-11 : Modèle de Chimklai. (a) Circuit de base, (b) Circuit simplifié

I-8. Essais sur transformateur

A partir de ces essais on peut déterminer les paramètres du circuit équivalent du transformateur .Il s'agit des essais suivants :

I-8-1. Essai à vide

L'essai a vide consiste à appliquer la tension nominale au primaire en gardant le Secondaire à vide. La mesure du courant, de la puissance et de la tension permet la détermination des paramètres shunts du circuit équivalent. La méthode de calcul de ces paramètres et le montage de mesure utilisé sont résumés dans le **tableau I-1**

	Cas monophasé	Cas triphasé
Circuit de test		
Facteur de puissance	$\cos(\varphi) = \frac{P_0}{V_0 I_0}$	$\cos(\varphi) = \frac{P_0}{\sqrt{3} V_0 I_0}$
Résistance shunt	$\frac{1}{R_m} = \frac{I_0}{V_0} \cos(\varphi)$	$\frac{1}{R_m} = \frac{I_{0-phase}}{V_{0-phase}} \cos(\varphi)$
Réactance shunt	$\frac{1}{X_m} = \frac{I_0}{V_0} \sin(\varphi)$	$\frac{1}{X_m} = \frac{I_{0-phase}}{V_{0-phase}} \sin(\varphi)$

Tableau I-1 : Essai à vide

I-8-2. Essai en court-circuit

L'essai en court-circuit consiste à appliquer la tension réduite (valeur minimale) au Primaire en gardant le secondaire en court-circuit. Puis on augmente la tension primaire jusqu'à que le courant secondaire atteinte sa valeur nominale. On mesure la tension, le courant et la puissance de court-circuit.

	Cas monophasé	Cas triphasé
Circuit de test		
Facteur de puissance	$\cos(\varphi) = \frac{P_{cc}}{V_{cc} I_{cc}}$	/
L'impédance équivalente	$R_{eq} = \frac{V_{cc}}{I_{cc}} \cos(\varphi)$	$Z_{eq} = \frac{V_{cc-phase}}{I_{cc-phase}}, R_{eq} = \frac{P_{cc}}{3I_{cc}^2}$
Réactance série	$X_{eq} = \frac{V_{cc}}{I_{cc}} \sin(\varphi)$	$X_{eq} = \sqrt{Z_{eq}^2 - R_{eq}^2}$

Tableau I-2 : Essai en court-circuit.

I-9. Différents couplages d'un transformateur triphasé

L'association d'un mode de connexion du primaire avec un mode de connexion du secondaire caractérise un couplage.

- Les enroulements primaires d'un transfo peuvent être reliés :
 - En étoile, symbole Y
 - En triangle, symbole D
- Les enroulements secondaires d'un transfo peuvent être reliés :
 - En étoile, symbole y
 - En triangle, symbole d
 - En zig-zig, symbole z

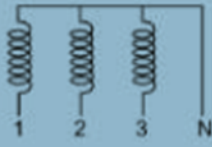

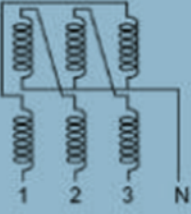



Branchement	Etoile	Triangle	Zigzag
Schéma			
Symbole			
Lettre	Y ou y	D ou d	Z ou z
Remarques	Simple, robuste et adapté aux très hautes tensions	Plus adapté aux courants importants	Utilisé côté secondaire des transformateurs de distribution

Tableau I-3 : différents couplage d'un transformateur

Si le point neutre des enroulements en étoile ou en zigzag est accessible pour être raccordé, les désignations deviennent YN ou ZN et yn ou zn.

I-10. Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons donné une présentation générale d'un transformateur, sa constitution, son principe de fonctionnement, les paramètres techniques ainsi que les différents schémas équivalents.

Dans le deuxième chapitre nous allons nous intéresser au comportement et à la modélisation électromagnétique d'un transformateur.

II-1. Introduction

L'objectif fondamental de l'électromagnétisme est de décrire les interactions qui s'exercent à l'intérieur d'un système de particules chargés. Ces interactions se traduisent dans les appareils électromagnétiques, par la dissipation de puissance et par les forces s'exerçant entre différentes structures du système. L'étude d'un tel système nécessite la détermination des grandeurs électromagnétiques locales (champs magnétiques, densités de courant, force, pression,.....), qui se traduit par la résolution des équations reliant l'électricité et le magnétisme, associées aux lois de comportement du milieu considéré. [7]

Les travaux d'Ampère (1775-1836), Gauss (1777-1855) et Faraday (1791-1867) ont mis en évidence les interactions entre les champs électriques, magnétiques et les courants. C'est cependant, le savant Ecossais James Clerk MAXWELL (1831-1879) qui a mis en œuvre la formulation la plus complète des relations reliant les grandeurs électriques et magnétiques. [8]

II-2. Equations de MAXWELL

Les équations de MAXWELL spécifient que toute variation spatiale d'un champ électrique ou magnétique en un point de l'espace entraîne (ou est due à) l'existence ou la variation temporelle, d'un autre champ au même point de l'espace [9]

Hormis une étude expérimentale pure, trouver un modèle qui traduit fidèlement un phénomène physique est un préalable à son étude. En ce qui concerne les phénomènes électromagnétiques, James Clerk MAXWELL les a groupés, dans quatre équations, en les associant aux équations dites de milieux et de passage. Cela permet de modéliser la majorité des systèmes électromagnétiques. Ces équations sont donc valables dans n'importe quel système d'axes [10]

II-2-1. Forme différentielle des équations de MAXWELL

Les équations locales de l'électromagnétisme, ou les équations de Maxwell décrivent le comportement local dans le temps et dans l'espace des grandeurs électriques et magnétiques et leurs interactions mutuelles.

Les quatre équations suivantes présentent la forme la plus générale des équations de Maxwell : [12]

➤ **Première équation « équation de MAXWELL - GAUSS »**

Ce que dit cette loi, c'est juste que le champ électrique, est divergent depuis la source donc des charges électriques, et est proportionnel à la distribution de ces charges (ρ) qui on donnée source à ce champ électrique (plus il y a de charges, plus le champ est important) [11].

$$\text{Div } \vec{D} = \rho \quad (\text{II - 1})$$

➤ **Deuxième équation « équation de MAXWELL - FARADAY »**

Elle décrit comment la variation d'un champ magnétique peut créer un champ électrique.[11].

$$\overrightarrow{\text{rot}} \vec{E} = \frac{-d\vec{B}}{dt} \quad (\text{II - 2})$$

➤ **Troisième équation « équation de MAXWELL - THOMSON »**

Cette équation traduit le fait simple qu'il n'existe pas de monopole magnétique. S'il est possible d'avoir des particules négatives ou positives électriquement, ce n'est pas possible avec des aimants. Un monopole « sud » ou « nord » d'un aimant n'existe pas. Si on brise un aimant, on obtient deux aimants avec chacun son pôle nord et son pôle sud. Mathématiquement, cette équation peut aussi être lue comme « les lignes de champ magnétique sortant d'un pôle d'un aimant rentrent dans l'autre pôle ». Cette formulation explique mieux le fait que la somme de toutes les lignes de champs est égale à zéro : ce qui sort d'un côté rentre de l'autre et finalement on ne perd ni ne crée rien : [12]

$$\text{Div } \vec{B} = 0 \quad (\text{II - 3})$$

➤ **Quatrième équation « équation de MAXWELL - AMPERE »**

Énonce que les champs magnétiques peuvent être générés de deux manières : par les courants électriques (c'est le théorème d'Ampère) et par la variation d'un champ électrique (c'est l'apport de Maxwell sur cette loi). Cet apport de Maxwell au théorème d'Ampère est particulièrement important : elle signifie que la variation d'un champ magnétique crée un champ électrique et que la variation d'un champ électrique crée un champ magnétique. Par

conséquent, c'est équation permettent la circulation d'ondes électromagnétiques auto-entretenues, ou « rayonnement électromagnétique » : [12]

$$\overrightarrow{rot} \vec{H} = \vec{J} + \frac{\overrightarrow{(dD)}}{dt} \tag{II - 4}$$

Le tableau suivant représente les équations de MAXWELL sous leurs formes différentielles et intégrales :

	formes différentielles	formes intégrales
Théorème de Maxwell Gauss	$Div \vec{D} = \rho$	$\oiint_S \vec{E} \cdot \vec{dS} = \iiint_V \rho \cdot dV$
Théorème de Maxwell Gauss	$\overrightarrow{rot} \vec{E} = \frac{-\partial \vec{B}}{\partial t}$	$\oint_C \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{\partial}{\partial t} \oiint_S (\vec{B} \cdot \vec{dS})$
Conservation du flux magnétique	$Div \vec{B} = 0$	$\oiint_S \vec{B} \cdot \vec{dS} = 0$
Théorème de Maxwell Ampér	$\overrightarrow{rot} \vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$	$\oint_C \vec{H} \cdot d\vec{l} = \oiint_S \vec{J} \cdot \vec{dS}$

Tableau II -1 : représente les équations de MAXWELL

Avec :

\vec{D} : Vecteur déplacement électrique ou vecteur induction électrique [A/m²]

P : Densité de charge volumique [C/m³]

\vec{E} : Vecteur champ électrique [V/m]

\vec{B} : Vecteur induction magnétique [T]

\vec{H} : Vecteur champ magnétique [A/m]

\vec{J} : Vecteur densité de courant totale [A/m²]

$\vec{J}_D : \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}$ Vecteur densité de courant de déplacement [A/m²]

\vec{J}_C : Vecteur densité de courant de conduction [A/m²]

t : Variable de temporelle [s]

S : Surface qui entoure le volume [m²]

Qt : Charge totale contenue a l'intérieure de la surface S [Cb]

φ : Flux magnétique traversant la section [Wb]

dl : Elément de longueur orienté [m] [9]

II -3. Loi de comportement

Pour résoudre un problème d'électromagnétisme les équations de Maxwell ne suffit pas, et par conséquent en fait appel a des équations supplémentaires qui représentent les lois du comportement du milieu.

➤ Relation du milieu

Les relations du milieu expriment le lien entre le champ magnétique H et l'induction magnétique B a travers la perméabilité magnétique du milieu μ et celui liant l'induction électrique D au champ électrique E a travers la permittivité ε du milieu : [12]

$$\text{Relation magnétique} \quad \vec{B} = \mu \vec{H} \quad (\text{II - 5})$$

$$\text{Relation diélectrique} \quad \vec{D} = \varepsilon \vec{E} \quad (\text{II -6})$$

$$\text{Sachant que :} \quad \mu = \mu_r \cdot \mu_0 \quad (\text{II -7})$$

$$\varepsilon = \varepsilon_r \cdot \varepsilon_0 \quad (\text{II -8})$$

Avec :

μ_r : Perméabilité relative;

μ_0 : Perméabilité du vide [H/m] ;

ϵ_r : Permittivité relative;

ϵ_0 : Permittivité du vide [F/m].

Et : $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ [H/m] ; $\epsilon_0 = \frac{1}{36\pi} \cdot 10^{-9}$ [F/m]

II-4 .Loi d'ohm

La loi d'Ohm donne la relation qui lie la densité du courant électrique a la grandeur champ électrique a travers la conductivité électrique. [8][11]

➤ Avec courant de source

Dans un milieu en mouvement $\vec{J} = \sigma (\vec{E} + (\vec{V} \wedge \vec{B})) + \vec{J}_S$ (II -9)

Dans un milieu statique $\vec{J} = \sigma \vec{E} + \vec{J}_S$ (II -10)

➤ Sans courant de source

Dans un milieu en mouvement $\vec{J} = \sigma (\vec{E} + (\vec{V} \wedge \vec{B}))$ (II -1)

Dans un milieu statique $\vec{J} = \sigma \vec{E}$ (II -12)

Avec :

\vec{J} : Vecteur densité électrique du milieu [A/m²]

\vec{J}_S : Vecteur densité électrique de source [A/m²]

\vec{B} : Vecteur d'induction magnétique du milieu [T]

\vec{V} : Vitesse de déplacement du milieu [m/s]

σ : Conductivité électrique du milieu [Ωm]⁻¹

\vec{E} : Vecteur champ électrique du milieu [V/m]

II-5. Relation de passages

Le passage d'un milieu a un autre, électriquement et magnétiquement différents nécessite la définition des conditions de passages qui s'obtiennent en intégrant des équations

de Maxwell entre deux points voisins situés de part et d'autre de la surface séparant les deux milieux, ce qui permet de constater : [13]

La conservation de la composante tangentielle du champ électrique \vec{E} :

$$(\vec{E}_2 - \vec{E}_1) \wedge \vec{n} = 0 \quad (\text{II -13})$$

La conservation de la composante normale de l'induction magnétique \vec{B} :

$$(\vec{B}_2 - \vec{B}_1) \cdot \vec{n} = 0 \quad (\text{II -13})$$

La discontinuité de la conservation tangentielle de champ magnétique \vec{H} du au courant de surface K_s :

$$(\vec{H}_2 - \vec{H}_1) \wedge \vec{n} = K_s \quad (\text{II -14})$$

La discontinuité de la composante normale de l'induction électrique \vec{D} due aux densités de charges surfacique q_s si telles existent :

$$(\vec{D}_2 - \vec{D}_1) \cdot \vec{n} = \rho_s \quad (\text{II -15})$$

\vec{n} : étant la normale a l'interface séparent les deux milieux ;

K_s : densité de courant portée par la surface de séparation ;

ρ_s : densité de charge électrique portée par la sur face.

II-6. Modèle magnétostatique [8]

Les modèles magnétostatiques sont indépendants du temps ou a variations lentes,

D'où :

$$\frac{\partial}{\partial t} = 0 \quad (\text{II -16})$$

A partir de la 3^{eme} équation de MAXWELL, on a :

$$\text{Div } \vec{B} = 0 \Rightarrow \text{rot } \vec{A} / \vec{B} = \overrightarrow{\text{rot } \vec{A}} \quad (\text{II -17})$$

$$\overrightarrow{rot} (\overrightarrow{rot} \vec{A}) = -\nabla \vec{A} + \text{grad} (\overrightarrow{div} \vec{A}) \quad (\text{II -18})$$

or:
$$\overrightarrow{div} \vec{A} = 0 \text{ (condition de Jorje et Coulomb)} \quad (\text{II -19})$$

d'où :
$$\overrightarrow{rot} (\overrightarrow{rot} \vec{A}) = -\nabla \vec{A} \quad (\text{II -20})$$

A partir de la 4^{eme} équation de MAXWELL en régime statique s'écrit avec: $\frac{\overrightarrow{dD}}{dt} = 0 \quad (\text{II -20})$

$$\overrightarrow{rot} \vec{H} = \vec{Jc} \quad (\text{II -21})$$

Ou encore :
$$\overrightarrow{rot} \frac{\vec{B}}{\mu} = \vec{Jc} \quad (\text{II -22})$$

$$\overrightarrow{rot} \vec{B} = \mu \cdot \vec{Jc} \quad (\text{II -23})$$

A partir de la 3^{eme} équation de MAXWELL, donne :

$$\text{Div} \vec{B} = 0 \Rightarrow \exists \vec{A} / \vec{B} = \overrightarrow{rot} \vec{A} \quad (\text{II -24})$$

Alors:
$$\frac{1}{\mu} \overrightarrow{rot} (\overrightarrow{rot} \vec{A}) = \vec{Js} \quad (\text{II -25})$$

Equation régissant les phénomènes magnétostatiques linéaires en termes de potentiel vecteur magnétique.

II-7. Modèle magnétodynamique [8]

Les équations de modèle magnétodynamique à formuler l'équation aux dérivées partielles sont :

$$\overrightarrow{rot} \vec{H} = \vec{Jc} + \frac{\overrightarrow{dD}}{dt} \quad (\text{II -26})$$

Sachant que :
$$\frac{\overrightarrow{dD}}{dt} \ll \vec{Jc} \quad (\text{II -27})$$

En négligent la densité de courant de dépassement devant la densité de courant de conduction, on aura :

$$\overrightarrow{\text{rot}} \vec{H} = \vec{Jc} = \vec{Js} + \overrightarrow{Jind} \quad (\text{II -28})$$

J_s : Densité de courant de source ;

J_{ind} : Densité de courant d'induit.

Avec l'introduction de $\vec{B} = \overrightarrow{\text{rot}} \vec{A}$ et $\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu}$ dans l'expression (II -53) , on trouve :

$$\overrightarrow{\text{rot}} \frac{(\text{rot } A)}{\mu} = \vec{Jc} \quad (\text{II -29})$$

$$\overrightarrow{\text{rot}} ((\overrightarrow{\text{rot}} \vec{A}))/\mu = \mu \vec{Jc} \quad (\text{II -30})$$

Comme :

$$\vec{Jc} = \sigma \vec{E} = \vec{Js} + \overrightarrow{Jind} = -\sigma \overrightarrow{\text{grad}} V - \sigma \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \quad (\text{II -31})$$

$$\overrightarrow{\text{rot}} (\overrightarrow{\text{rot}} \vec{A}) = -\mu \left(\sigma \overrightarrow{\text{grad}} V + \sigma \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \right) \quad (\text{II -32})$$

$$\overrightarrow{\text{rot}} (\overrightarrow{\text{rot}} \vec{A}) + \sigma \mu \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} = -\sigma \mu \overrightarrow{\text{grad}} V \quad (\text{II -33})$$

Equation aux dérives partielles régissant les modèles magnétodynamiques.

II-8. Méthodes des éléments finis

La méthode plus utilisée dans le calcul du champ dans les structures électromagnétiques est la méthode des éléments finis, elle est devenue avec le développement de l'outil informatique l'un des outils les plus puissants dans la conception assistée par ordinateur des structures électromagnétiques. Les premières applications dans ce domaine reviennent à p. Silvester et M.V.K. Chari.

Parmi les méthodes numériques existantes, nous citons :

La méthode des Différences Finies (MDF) ;

La méthode des Volumes Finies (VDF) ;

La méthode des Eléments Finies (EDF) ;

La méthode des Intégrales de Frontières (MIF) ;[8]

II-8-1. Définition de la méthode des éléments finis

Cette méthode consiste à transformer une équation aux dérivées partielles en un système d'équations algébriques. Cela se fait par discrétisation du domaine d'étude. L'Equation aux Dérivées Partielles (EDP) est exprimée dans chaque sous domaine afin de générer des équations liées a chacun d'eux. Un assemblage de ces équations, tenant compte des conditions aux limites ainsi que des caractéristiques des milieux considérés et des sources de courants est réalisé. Le système algébrique final est résolu avec des méthodes numériques[15].

II -8-2. Les conditions aux limites [14]

Les différents cas associés aux conditions aux limites sont :

➤ **Condition de type DERICHELET** : $\phi = \phi_0$ (ϕ_0 const)

On peut connaitre la valeur de la grandeur sur une frontière ou l'évaluer théoriquement selon le dispositif étudié ainsi que la précision recherchée.

Condition de type NEUMANN : $\frac{\partial \phi}{\partial n} = \phi$

Dans certains cas, on peut estimer la variation du phénomène suivons la normale (cas des plans de symétrie notamment)

Condition mixte : $a \frac{\partial \phi}{\partial n} + b\phi = c$

a, b et c : sont des constantes [14]

II-8-3. La discrétisation

La discrétisation des éléments finis consiste à subdiviser le domaine étudié en éléments simples, appelés éléments finis, et à approximer l'inconnu sur chaque élément par des fonctions d'interpolation. Ces fonctions sont généralement des polynômes de Lagrange de degré un ou deux.

En général la subdivision est triangulaire et du premier ordre, cette subdivision a l'avantage de s'adapter à toute configuration géométrique et permet de traiter des expressions simples.

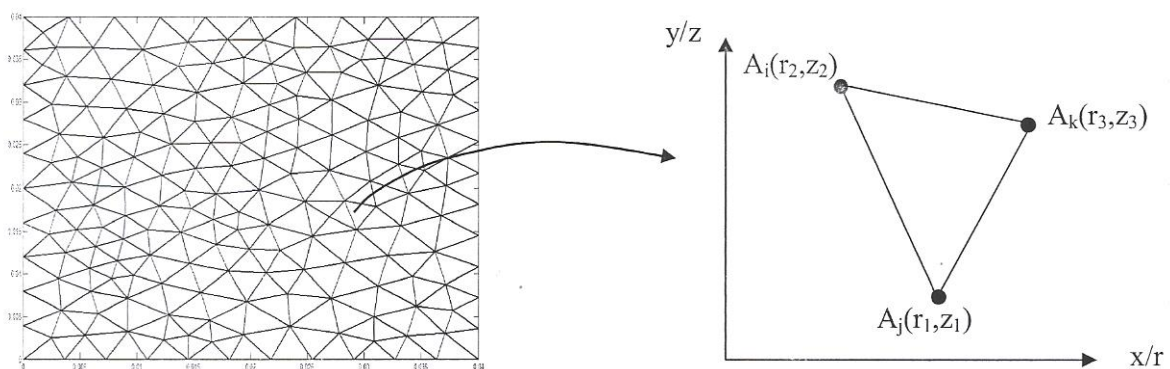


Figure 01 : La discrétisation éléments finis

L'ensemble de ces sous domaines (les éléments finis) tous en respectant les conditions suivantes :

- La somme de tous les éléments doit former le domaine initial.
- Les éléments assemblés ne peuvent avoir en commun que des sommets (points) ou des segments situés dans leurs frontières.
- Lorsque la frontière du domaine est constituée par des courbes ou des surfaces plus complexes que celles qui définissent les frontières des éléments, une erreur de discrétisation est inévitable. Elle peut être réduite en diminuant la taille des éléments [14] [15].

II-8-4. Etapes principales de la mise en œuvre de la méthode des éléments finis

La mise en œuvre de la méthode des éléments finis se repose sur trois étapes essentielles :

- Formulation des équations aux dérivées partielles à partir des lois physiques.
- Transformation des équations en un système algébrique qu'il convient de résoudre pour obtenir la solution du problème posé.
- Programmation et informatique pour exécuter efficacement les calculs sur ordinateur [14].

II-8-5. Eléments de référence

On utilise des éléments de référence de manière à simplifier la définition analytique des éléments de forme complexe, et les éléments les plus simples sont : le triangle, le rectangle, le tétraèdre et le parallélépipède, auxquels on associe un système de coordonnées. On distingue alors [11] :

➤ Eléments de référence à une dimension 1 D

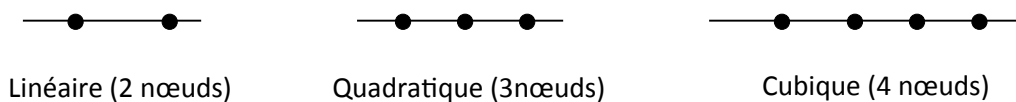
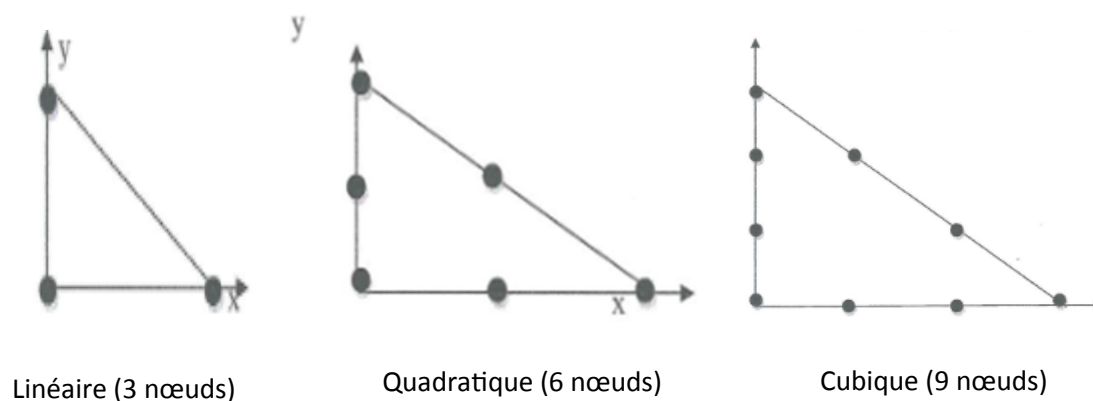


figure 02 : Différents éléments 1D

➤ Eléments de référence à deux dimensions 2 D

Eléments triangulaires



Eléments carrés

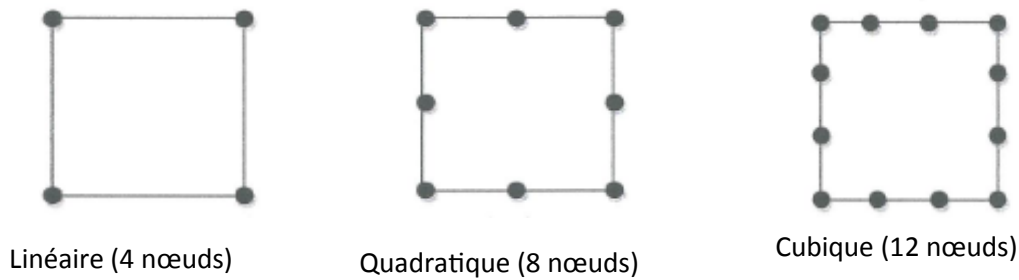


figure 03 : Différents éléments 2D

➤ **Eléments de référence a trois dimensions 3 D**

Eléments tétraédriques

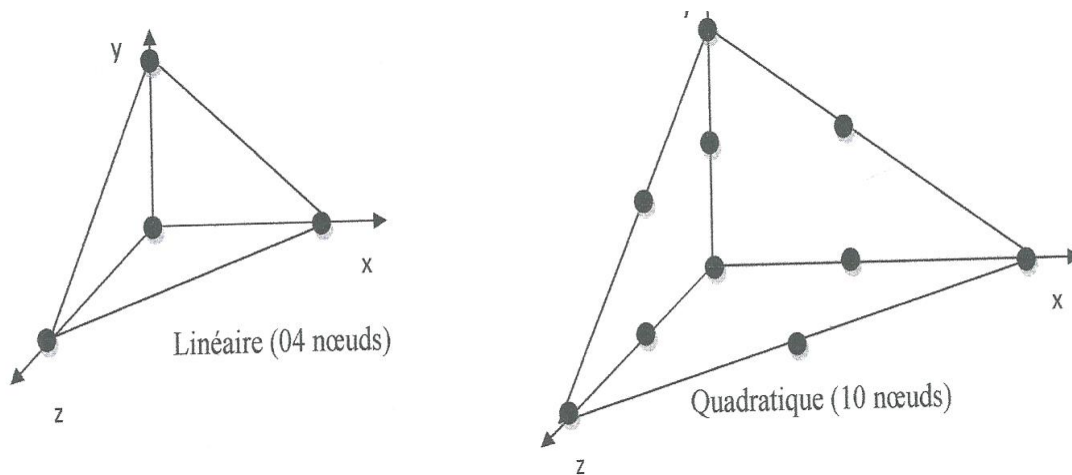


Figure 04 : Différents éléments 3D

II-8-6. Avantages est inconvénients de la méthode des éléments finis

➤ **Les avantages de la méthode des éléments finis sont :**

- Adaptation aux géométries complexes ;
- Prise en compte de non linéarités ;
- Temps de calcul relativement avantageux.

➤ **Ces inconvénients sont :**

- Mise en œuvre relativement difficile ;
- Prise en considération de domaines infinies ;
- Présence de singularités dans le domaine d'étude.

II-9. Formulation éléments finis

La MEF transforme les équations aux dérivées partielles (EDP) de la grandeur recherchée en systèmes d'équations algébriques dont la solution fournit une approximation de cette grandeur en une grille discrète de points du plan ou de l'espace. Les éléments finis procèdent par une formulation intégrale du problème physique associé. Ce dernier peut se mettre sous la forme :

$$L(u) = f \text{ sur le domaine } V$$

$$G(u) = u_0 \text{ sur la frontière } \tau$$

Où, L : est un opérateur différentiel, G : est un opérateur qui définit une condition à la limite f et u_0 sont des fonctions respectivement définies sur V et τ , u : est une fonction inconnue.

Pour obtenir le système algébrique, on peut utiliser la méthode variationnelle ou la méthode des résidus pondérés.

La méthode variationnelle traite une fonction d'énergie équivalente. La méthode des résidus pondérés (méthode de GALERKINE) consiste à chercher la solution approchée du problème en partant directement des EDP.

La méthode de GALERKINE (appelée également méthode projective) consiste à choisir des fonctions u qui annulent, en tout point du domaine V , la forme intégrale suivante :

$$F(u) = \int_{\Omega} \phi_i [L(u) - f] . dV \quad (\text{II -34})$$

ϕ_i : fonction de pondération ou de projection

La méthode la plus employée est la méthode de GALERKINE car elle utilise des fonctions de projections ϕ_i identiques aux fonctions de formes α_i de la fonction d'approximation, pour obtenir un système algébrique symétrique dont la résolution devient relativement rapide. Cette méthode s'applique indépendamment de la connaissance de la fonctionnelle d'énergie.

$$\int_{\Omega} \alpha_i [L(u) - f] . dV = 0 \quad (\text{II -35})$$

α_i : Fonction de pondération, elle est identique à la fonction d'approximation [11].

II-9-1 .Formulation éléments finis des modèles électromagnétiques

Résoudre par éléments finis les équations aux dérivées partielles qui décrivent les modèles magnétostatiques et magnétodynamiques, présenter dans ce chapitre, revient à appliquer la méthode projective de GALERKINE [15] :

$$\iint_{\Omega} \alpha_i E D P dv = 0 \quad (\text{II -36})$$

II-9-1. Modèle magnétostatique

➤ **En coordonnées cartésiennes**

$$\iint_{\Omega} \alpha_i \left[-\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{\mu} \cdot \frac{\partial Az}{\partial x} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{1}{\mu} \cdot \frac{\partial Az}{\partial y} \right) \right] dx dy = \iint_{\Omega} \alpha_i J_{xz} dx dy + \iint_{\Omega} \alpha_i \left[\frac{\mu_0}{\mu} \left(\frac{\partial My}{\partial x} - \frac{\partial Mx}{\partial y} \right) \right] dx dy \quad (\text{II -37})$$

L'application du théorème de Green à l'équation (II -64) permet à la fois d'évacuer les dérivées secondes de son premier terme et d'expliciter les conditions aux limites :

$$-\iint_{\Omega} \alpha_i \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{\mu} \cdot \frac{\partial Az}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{1}{\mu} \cdot \frac{\partial Az}{\partial y} \right) \right] dx dy = \iint_{\Omega} \frac{1}{\mu} \left[\frac{\partial \alpha_i}{\partial x} \frac{\partial Az}{\partial x} + \frac{\partial \alpha_i}{\partial y} \frac{\partial Az}{\partial y} \right] dx dy - \int \alpha_i \frac{1}{\mu} \frac{\partial Az}{\partial n} d\Gamma \quad (\text{II -38})$$

Dans le cas des conditions aux limites de type Dirichlet $A = \text{const}$ ou Neumann $\frac{\partial A}{\partial n} = 0$ (dit condition Neumann homogène), le sur la frontière s'annule.

L'équation (II -64) devient alors

$$\iint_{\Omega} \frac{1}{\mu} \left[\frac{\partial \alpha_i}{\partial x} \frac{\partial Az}{\partial x} + \frac{\partial \alpha_i}{\partial y} \frac{\partial Az}{\partial y} \right] dx dy = \iint_{\Omega} \alpha_i J_{xz} dx dy + \iint_{\Omega} \alpha_i \left[\frac{\mu_0}{\mu} \left(\frac{\partial My}{\partial x} - \frac{\partial Mx}{\partial y} \right) \right] dx dy \quad (\text{II -39})$$

Sachant que le potentiel vecteur magnétique Az peut être discrétisé sous la forme

$$Az = \sum_{j=1}^N \alpha_j \cdot A_{zj} \text{ pour tous les nœuds du domaine d'étude. Cela nous amène à écrire l'équation}$$

(II -39) comme suite :

$$\iint_{\Omega} \frac{1}{\mu} \left[\frac{\partial \alpha_i}{\partial x} \frac{\partial \alpha_j}{\partial x} + \frac{\partial \alpha_i}{\partial y} \frac{\partial \alpha_j}{\partial y} \right] dx dy = \iint_{\Omega} \alpha_i J_{xz} dx dy + \iint_{\Omega} \alpha_i \left[\frac{\mu_0}{\mu} \left(\frac{\partial My}{\partial x} - \frac{\partial Mx}{\partial y} \right) \right] dx dy \quad (\text{II -40})$$

Avec : i,j varient 1 a N

On obtient en finalité un système algébrique matriciel à résoudre

$$[M] [A] = [J] + [I] \tag{II -41}$$

Ou :

$$M_{ij} = \iint_{\Omega} \frac{1}{\mu} \left[\frac{\partial \alpha_i}{\partial x} \frac{\partial \alpha_j}{\partial x} + \frac{\partial \alpha_i}{\partial y} \frac{\partial \alpha_j}{\partial y} \right] dx dy \tag{II -42}$$

$$J_i = \iint_{\Omega} \alpha_i J_{xz} dx dy \tag{II -43}$$

$$I_i = \iint_{\Omega} \alpha_i \left[\frac{\mu_0}{\mu} \left(\frac{\partial M_y}{\partial x} - \frac{\partial M_x}{\partial y} \right) \right] dx dy \tag{II -44}$$

[A] inconnues du domaine V

➤ **En coordonnées axisymétriques**

La variable considérée pour ce cas est A = rA_φ le modèle magnétostatique dans ce système axisymétrique décrit au chapitre précédent, devient alors :

$$- \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{1}{r\mu} \frac{\partial A}{\partial z} \right) - \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r\mu} \frac{\partial A}{\partial r} \right) = J_{s\phi} + \frac{\mu_0}{\mu} \left(\frac{\partial M_z}{\partial r} - \frac{\partial M_r}{\partial z} \right) \tag{II -45}$$

L'application de la méthode projective a cette équation nous donnera:

$$\iint_{\Omega} \alpha_i \left[- \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{1}{r\mu} \frac{\partial A}{\partial z} \right) - \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r\mu} \frac{\partial A}{\partial r} \right) \right] dr dz = \iint_{\Omega} \alpha_i J_{s\phi} dr dz + \iint_{\Omega} \alpha_i \left[\frac{\mu_0}{\mu} \left(\frac{\partial M_z}{\partial r} - \frac{\partial M_r}{\partial z} \right) \right] dr dz \tag{II -73}$$

Le théorème de Green permet la transformation du premier terme de l'équation(II -43)

$$- \iint_{\Omega} \alpha_i \left[\frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{1}{r\mu} \frac{\partial A}{\partial z} \right) + \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r\mu} \frac{\partial A}{\partial r} \right) \right] = \iint_{\Omega} \frac{1}{r\mu} \left[\frac{\partial \alpha_i}{\partial z} \frac{\partial A}{\partial z} + \frac{\partial \alpha_i}{\partial r} \frac{\partial A}{\partial r} \right] dr dz - \int_{\Gamma} \frac{1}{r\mu} \alpha_i \frac{\partial A}{\partial n} dr \tag{II -46}$$

La considération des condition aux limites citées dans le cas cartésien annule le terme sur la frontière d'où l'écriture suivante :

$$\iint_{\Omega} \frac{1}{r\mu} \left[\frac{\partial \alpha_i}{\partial z} \frac{\partial A}{\partial z} + \frac{\partial \alpha_i}{\partial r} \frac{\partial A}{\partial r} \right] dr dz = \iint_{\Omega} \alpha_i J_{s\varphi} dr dz + \iint_{\Omega} \alpha_i \left[\frac{\mu_0}{\mu} \left(\frac{\partial M_z}{\partial r} - \frac{\partial M_r}{\partial z} \right) \right] dr dz \quad (\text{II -47})$$

La variation A étant discrétisée sous la forme :

$$A = \sum_{j=1}^N \alpha_j \cdot A_j \quad (\text{II -48})$$

L'équation (II -75) devient alors :

$$\iint_{\Omega} \frac{1}{r\mu} \left[\frac{\partial \alpha_i}{\partial z} \frac{\partial \alpha_j}{\partial z} + \frac{\partial \alpha_i}{\partial r} \frac{\partial \alpha_j}{\partial r} \right] A_j dr dz = \iint_{\Omega} \alpha_i J_{s\varphi} dr dz + \iint_{\Omega} \alpha_i \left[\frac{\mu_0}{\mu} \left(\frac{\partial M_z}{\partial r} - \frac{\partial M_r}{\partial z} \right) \right] dr dz \quad (\text{II -49})$$

Pour tous les nœuds du domaine d'étude, cette équation nous donnera un système matriciel à résoudre :

$$[M] [A] = [J] + [I] \quad (\text{II -50})$$

$$M_{ij} = \iint_{\Omega} \frac{1}{r\mu} \left[\frac{\partial \alpha_i}{\partial z} \frac{\partial \alpha_j}{\partial z} + \frac{\partial \alpha_i}{\partial r} \frac{\partial \alpha_j}{\partial r} \right] dr dz \quad (\text{II -51})$$

$$J_i = \iint_{\Omega} \alpha_i J_{s\varphi} dr dz \quad (\text{II -52})$$

$$I_i = \iint_{\Omega} \alpha_i \left[\frac{\mu_0}{\mu} \left(\frac{\partial M_z}{\partial r} - \frac{\partial M_r}{\partial z} \right) \right] dr dz \quad (\text{II -53})$$

[A] inconnues du domaine V

[M] Matrice inversible

II-9-2. Modèle magnétostatique

Le seul changement qui interviendra dans ce cas est la prise en compte de la variation du potentiel vecteur magnétique par rapport au temps. En adoptant la même démarche que dans le cas du modèle magnétostatique, nous aboutissons à la formulation éléments finis des équations magnétodynamiques transitoire [15] :

➤ **En coordonnées cartésiennes**

$$\iint_{\Omega} \frac{1}{\mu} \left[\left(\frac{\partial \alpha_i}{\partial x} \frac{\partial \alpha_j}{\partial x} \right) + \left(\frac{\partial \alpha_i}{\partial z} \frac{\partial \alpha_j}{\partial z} \right) \right] A_{zj} dx dy + j\omega \iint_{\Omega} \left[\alpha_i \alpha_j \sigma A_z \right] dx dy$$

$$= \iint_{\Omega} \alpha_i [j_{sz} + \frac{\mu_0}{\mu} (\frac{\partial M_z}{\partial r} - \frac{\partial M_r}{\partial z})] dx dy \quad (II -54)$$

Avec : i,j varient de 1 a N

Le système algébrique matriciel à résoudre relatif a ce cas est :

$$[M][A] + J_w [L][A] = [J] + [I] \quad (II -55)$$

Ou :

$$M_{ij} = \iint_{\Omega} \frac{1}{\mu} [\frac{\partial \alpha_i}{\partial x} \frac{\partial \alpha_j}{\partial x} + \frac{\partial \alpha_i}{\partial y} \frac{\partial \alpha_j}{\partial y}] dx dy \quad (II -56)$$

$$J_i = \iint_{\Omega} \alpha_i J_{sz} dx dy \quad (II -57)$$

$$I_i = \iint_{\Omega} \alpha_i \frac{\mu_0}{\mu} (\frac{\partial M_y}{\partial x} - \frac{\partial M_x}{\partial y}) dx dy \quad (II -58)$$

$$L_{ij} = \iint_{\Omega} \sigma \alpha_i \alpha_j A_z dx dy \quad (II -59)$$

[A] inconnues du domaine V

➤ **En coordonnées axisymétriques**

$$\iint_{\Omega} \frac{1}{r\mu} [(\frac{\partial \alpha_i}{\partial z} \frac{\partial \alpha_j}{\partial z}) + (\frac{\partial \alpha_i}{\partial r} \frac{\partial \alpha_j}{\partial r})] A_{zj} dr dz + j_w \iint_{\Omega} \frac{1}{r} \alpha_i \alpha_j A_j dr dz = \iint_{\Omega} \alpha_i j_{s\varphi} dr dz = \iint_{\Omega} \alpha_i [\frac{\mu_0}{\mu} (\frac{\partial M_z}{\partial r} - \frac{\partial M_r}{\partial z})] dr dz \quad (II -60)$$

Le système matriciel à résoudre relatif a ce cas est :

$$[M][A] + J_w [L][A] = [J] + [I] \quad (II -61)$$

Ou :

$$M_{ij} = \iint_{\Omega} \frac{1}{r\mu} [\frac{\partial \alpha_i}{\partial z} \frac{\partial \alpha_j}{\partial z} + \frac{\partial \alpha_i}{\partial r} \frac{\partial \alpha_j}{\partial r}] dr dz \quad (II -62)$$

$$J_i = \iint_{\Omega} \alpha_i J_{s\varphi} dr dz \quad (II -63)$$

$$I_i = \iint_{\Omega} \alpha_i \left(\frac{\partial M_z}{\partial r} - \frac{\partial M_r}{\partial z} \right) dr dz \quad (\text{II -64})$$

$$L_{ij} = \iint_{\Omega} \frac{1}{r} \sigma \alpha_i \alpha_j dr dz \quad (\text{II -65})$$

[A] inconnues du domaine V

II-10.Conclusion

Dans ce chapitre nous avons présenté la modélisation électromagnétique, nous avons commencé par les équations de Maxwell et leurs combinaisons, la loi de comportement qui est complémentaire aux équations de Maxwell, comme vous allez trouver la loi d'ohm en présence et en absence du courant de charge, et la relation de passage d'un milieu à un autre, électriquement et magnétiquement différents, et les modèles magnétostatique et magnétodynamique. Comme vous allez trouver aussi la méthode numérique des éléments finie que nous avons utilisée dans notre étude a été exposée.

III-1.Introduction

L'étude présentée ici concerne donc les couplages magnéto-élastiques, que ce soit l'effet des contraintes sur le comportement magnétique ou l'effet du champ magnétique sur l'état de déformations.

On peut voir que ces deux points conduisent finalement à l'étude du même problème. L'objectif consiste à établir un modèle magnéto-élastique capable de rendre compte de ces effets de couplage. [16]

III - 2 Modélisation des phénomènes élastiques

III -2-1. Comportement élastique de la matière

Prenons le cas d'une poutre encastree au niveau de l'une de ces extrémités. Une force perpendiculaire à la direction de la poutre appliquée sur l'extrémité libre engendre un champ de déplacement et de déformation tel que à :

$x = 0$: On enregistre une déformation maximale et un déplacement minimal.

$x = L$: On enregistre une déformation minimale et déplacement maximal.

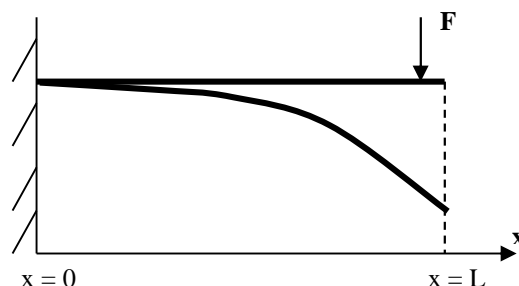


Figure III.1 Déformation d'un barreau suivant sa direction longitudinale

Le comportement élastique de toute structure dépend des propriétés mécaniques de son matériau. Ces propriétés sont données par les coefficients de Young et de Poisson.

Considérant un barreau de longueur « l », à qui une force F est appliqué dans la direction longitudinale. Dans le cas où la force tend à allonger le barreau, on parle de traction. Dans le cas où elle tend à le comprimer, on parle de compression.

Soumis à cette force, le barreau subit une déformation définie par :

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l} \quad (\text{III.1})$$

Avec :

ε : La déformation longitudinale.

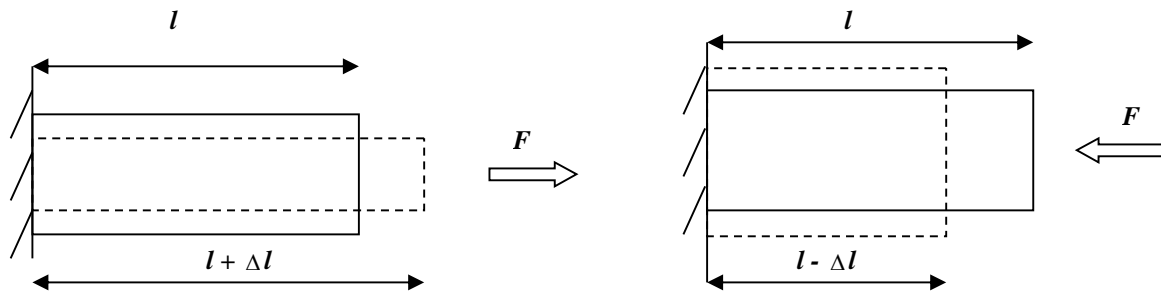


Figure III.2 Déformation d'un barreau suivant sa direction longitudinale.

En désignant par S la section du barreau (perpendiculaire à la direction de traction), on définit la contrainte de traction : $\sigma = \frac{F}{S}$ exprimée en (N/m²).

En 1678, en s'appuyant sur l'expérimentation, Robert HOOKE, établit que dans le domaine élastique linéaire, l'allongement d'une structure dans une direction donnée est proportionnel à la contrainte appliquée dans cette direction [18]. La loi de HOOKE prend alors la forme suivante :

$$\sigma = E.\varepsilon \quad (\text{III.2})$$

Avec :

E : Module de Young appelé aussi le module d'élasticité.

En effet, le coefficient caractérise la raideur de la matière. A contrainte égale, un matériau ayant un module d'élasticité élevé subira une déformation plus faible qu'un matériau ayant un module d'élasticité petit. Ainsi, pour une contrainte donnée, ce module permet de calculer la déformation dans la direction du chargement qu'on note : « $\varepsilon //$ ».

Le coefficient de Poisson « ν » permet de caractériser la contrainte de la matière perpendiculairement à la direction de l'effort appliquée. Il a été mis en évidence analytiquement par Denis POISSON (1781-1840) [19].

La relation qui lie la déformation transverse et la déformation longitudinale est donnée par :

$$\varepsilon_{\perp} = \nu.\varepsilon // \quad (\text{III.3})$$

III-2-3. Tenseur d'élasticité

Dans le cas tridimensionnel, la contrainte σ et la déformation ε se représentent par des tenseurs de deuxième ordre :

$$[\varepsilon] = \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} & \varepsilon_{xy} & \varepsilon_{xz} \\ \varepsilon_{yx} & \varepsilon_{yy} & \varepsilon_{yz} \\ \varepsilon_{zx} & \varepsilon_{zy} & \varepsilon_{zz} \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad [\sigma] = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} & \sigma_{xz} \\ \sigma_{yx} & \sigma_{yy} & \sigma_{yz} \\ \sigma_{zx} & \sigma_{zy} & \sigma_{zz} \end{bmatrix} \quad (\text{III.4})$$

Dans le cas des petites déformations, la relation déformation-déplacement s'écrit :

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial U_i}{\partial X_j} + \frac{\partial U_j}{\partial X_i} \right) \quad (\text{III.5})$$

D'où la symétrie de $[\varepsilon]$ et par conséquent celle de $[\sigma]$, en tenant compte de la loi de Hook qui s'écrit :

$$[\varepsilon] = \frac{1+\nu}{E} [E] - \frac{\nu}{E} \text{tr}([I])[I] \quad (\text{III.6})$$

De ce qui précède, on peut écrire les tenseurs $[\varepsilon]$ et $[\sigma]$ sous la forme de vecteurs reprenant les six coefficients indépendants de chaque tenseur :

$$[\varepsilon] = \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \varepsilon_{zz} \\ \varepsilon_{xy} \\ \varepsilon_{yz} \\ \varepsilon_{zx} \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad [\sigma] = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{zz} \\ \sigma_{xy} \\ \sigma_{yz} \\ \sigma_{zx} \end{bmatrix} \quad (\text{III.7})$$

Le tenseur des contraintes est lié au tenseur de déformation par la loi du comportement [17] [18].

$$\sigma_{ij} = C_{ijkl} \cdot \varepsilon_{kl} \quad ; i,j = 1,2,3 \quad (\text{III.8})$$

Où C_{ijkl} : désigne le tenseur d'élasticité. Ce tenseur est d'ordre 4 (possède 81 termes). Dans le cas de matériau aux propriétés élastiques isotropes :

Toute contrainte suivant l'axe (oz) est considérée nulle ($\sigma_{zz} = \sigma_{xz} = \sigma_{yz} = 0$) et la relation déformation-contrainte devient :

$$\begin{bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{zz} \end{bmatrix} = \frac{E}{1-\nu^2} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1-\nu \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \varepsilon_{xy} \end{bmatrix} \quad (\text{III.12})$$

III-2-5. Equation de la mécanique des solides

Pour un solide de volume élémentaire V centré sur un point de l'espace définit par ses coordonnées dans un repère orthonormé (i, j, k), l'équation du mouvement s'écrit en négligeant l'amortissement [16] :

$$\sum_j \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} + f_i^v = \rho \frac{\partial^2 U_i}{\partial t^2} \quad \forall (i, j) \in \{1,2,3\}^2 \quad (\text{III.13})$$

Où ρ est la masse volumique du matériau, U_i le déplacement suivant i et f^v sont les forces de volumes exercées sur V.

III-2-6. Discrétisation éléments finis

Le problème d'élasticité est résolu par la méthode des éléments finis en calculant le déplacement à chaque nœud du maillage. La discrétisation de l'équation (III.13) aboutit à un système algébrique ; via la minimisation d'une formulation variationnelle en déplacement. Ceci revient à chercher le déplacement qui rend l'énergie mécanique totale minimale. Cette énergie est la somme algébrique de l'énergie de déformation E_p , l'énergie cinétique E_c et le travail T des forces extérieures :

$$E_t = E_p + E_c - T \quad (3.14)$$

$$E_p = \frac{1}{2} \int_V [\varepsilon]^T \cdot [\sigma] dV \quad (3.15)$$

$$E_c = \frac{1}{2} \int_V \rho \dot{U}^T \cdot \dot{U} dV \quad (3.16)$$

$$T = \int_V f^v U dV \quad (3.17)$$

La minimisation de E_t traduit l'état d'équilibre de la structure (ce qui correspond à $\delta_U E_t = 0$).

Le système algébrique final à résoudre obtenu après dérivation de E_t est [19] :

$$[M] \left[\ddot{U} \right] + [K] [U] = [F] \quad (\text{III.18})$$

III-3 Modélisation des phénomènes magnéto élastique

III-3-1. Introduction

L'objectif de cette partie est le comportement magnéto-élastique des matériaux ferromagnétiques employés dans le domaine du génie électrique.

Cette étude est limitée aux matériaux ferromagnétiques capables de s'aimanter en présence d'un champ magnétique.

Le phénomène de magnétostriction que présentent ces matériaux correspond à un couplage fort entre les propriétés magnétiques et mécaniques. Un champ magnétique produit une déformation (l'effet direct), tandis qu'une contrainte mécanique induit un changement de l'état magnétique (effet inverse). Cela se traduit par la dépendance du tenseur de contrainte σ et du champ magnétique \vec{H} vis-à-vis du champ d'induction magnétique \vec{B} et du tenseur de déformation ε [17].

III-3-2. Aspect macroscopique

III-3-2-1. Comportement mécanique

Lorsqu'on applique une contrainte sur un matériau, il se déforme. Les grandeurs utilisées pour décrire l'état mécanique sont les contraintes σ et la déformation ε . La loi de comportement qui relie ces deux variables peut s'écrire sous la forme :

$$\sigma = C \cdot \varepsilon \quad (\text{III.19})$$

Cette relation est en générale non linéaire. Dans le cadre de l'élasticité linéaire, C est une constante.

III-3-2-2. Comportement magnétique

Quand on soumet un matériau ferromagnétique à un champ magnétique il s'aimante. Les grandeurs utilisées pour décrire l'état magnétique sont le champ magnétique \vec{H} , l'induction magnétique \vec{B} et l'aimantation \vec{M} . Ces trois grandeurs sont utilisées par la relation suivante :

$$\vec{B} = \mu_0 (\vec{H} + \vec{M}) \quad (\text{III.20})$$

Où : μ_0 désigne la perméabilité du vide ($\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ [H/m])

La relation de comportement peut donc s'exprimer comme la relation entre le champ magnétique et l'induction :

$$\vec{B} = \mu \cdot \vec{H} \quad (\text{III.21})$$

Ou de façon équivalente par la relation :

$$\vec{M} = \chi \cdot \vec{H} \quad (\text{III.22})$$

La perméabilité et la susceptibilité étant reliées par la relation :

$$\mu = \mu_0 (1 + \chi) \quad (\text{III.23})$$

III-3-2-3. Déformation de magnétostriction

Quand un matériau ferromagnétique est soumis à un champ magnétique, il se déforme. Cette déformation est associée à deux phénomènes distincts [17] [16] :

- Les forces d'origine magnétique, provoquent une déformation purement élastique.
- Les forces dues aux phénomènes de magnétostriction

III-3-3. Aspect microscopique

La connaissance de la loi de comportement macroscopique ne suffit pas à définir l'état mécanique en un point donné du matériau. La plupart des matériaux sont en effet de nature hétérogène ce qui conduit à une hétérogénéité des propriétés, de l'état de contrainte, de déformation, d'aimantation et de champ. Il peut être dans ce cas utile de définir le comportement du matériau à une échelle plus fine, qui correspond à l'échelle microscopique[17].

III-3-3-1. Comportement mécanique

Il est possible de définir des zones du matériau où l'hétérogénéité des propriétés mécaniques est beaucoup plus faible que pour le matériau dans son ensemble. Il s'agit par exemple des grains dans un poly-cristal. Dans ces zones, la relation du comportement est supposée uniforme et peut s'écrire :

$$\sigma^1 = C^1 \cdot \varepsilon^1 \quad (\text{III.24})$$

En raison des orientations cristallographiques variables d'un grain à l'autre du poly-cristal, le tenseur C est différent d'un grain à l'autre.

L'un des objectifs de l'homogénéisation consiste à partir de la relation (III.24) et d'hypothèse sur la microstructure, à définir le milieu homogène équivalent (MHE), c'est-à-dire le tenseur d'élasticité qui vérifie la relation (III.19).

III-3-3-2. Comportement magnétique

De la même façon que pour le comportement mécanique, les grandeurs magnétiques au sein d'un matériau sont aussi hétérogènes. L'observation assez fine d'un matériau magnétique permet de mettre en évidence l'existence de région où l'aimantation est uniforme, ce sont les domaines magnétiques [18] [17], ou domaines de Weiss.

Chacun de ces domaines présente une aimantation uniforme M_s caractéristique du matériau. D'un domaine à l'autre, la norme de l'aimantation ne varie pas, mais sa direction en revanche change. Les zones de transition entre deux domaines appelés paroi magnétique.

A l'échelle de groupement d'atomes, l'état d'équilibre magnétique peut s'expliquer par la compétition de différent terme énergétique. À cette échelle, l'énergie libre peut s'écrire :

$$W = W_{ech} + W_{an} + W_{mag} + W_{\sigma} \quad (III.25)$$

W_{ech} : désigne l'énergie d'échange

W_{an} : désigne l'énergie d'anisotrope

W_{mag} : Désigne l'énergie magnétostatique.

W_{σ} : Désigne l'énergie magnéto-élastique.

➤ Energie d'échange

L'énergie d'échange correspond à l'aimantation des moments magnétiques atomiques [20] [16]. L'interaction d'échange est une interaction d'origine électrostatique qui a été introduite en 1929 par HEISENBERG. L'énergie d'interaction ou d'échange des atomes i et j portant les spins S_i et S_j s'écrit [20] [21] :

$$E_{ech} = -2J S_i S_j \quad (III.26)$$

Où J est l'intégral d'échange entre les atomes i et j . Cette équation est appelée Modèle d'HEISENBERG.

Cette expression peut s'écrire également :

$$E_{ch} = J.S^2.j^2 \quad (\text{III.27})$$

Où « j » représente un angle entre deux spins et S le nombre quantique de spins.

L'énergie d'échange totale d'une ligne de N atomes est donnée approximativement par :

$$E_{ech} = \frac{J.S^2.P^2}{N^2} \quad (\text{III.28})$$

Cette énergie d'échange augmente s'il apparaît un défaut de parallélisme entre les moments magnétiques. Elle est minimale lorsque les moments sont parallèles [20].

➤ **Energie d'anisotropie magnéto cristalline**

L'énergie d'anisotropie magnéto-cristalline tend à aligner l'aimantation suivant certaines directions particulières dites directions de facile aimantation. Ces directions faciles sont principalement liées à la structure cristallographique. Dans le cas d'un matériau à structure cristallographique cubique, l'énergie d'anisotropie magnétocristalline peut s'écrire [16] :

$$W_{an} = K_1(\gamma_1^2 \cdot \gamma_2^2 + \gamma_2^2 \cdot \gamma_3^2 + \gamma_3^2 \cdot \gamma_1^2) + K_2(\gamma_1^2 \cdot \gamma_2^2 \cdot \gamma_3^2) \quad (\text{III.29})$$

Où K_1 et K_2 désignent les constantes d'anisotropie magnéto cristalline, caractéristique du matériau.

➤ **Energie magnéto-élastique**

L'énergie magnéto-élastique permet de traduire les effets couplés entre phénomènes magnétiques et mécaniques ; elle dépend de l'orientation de l'aimantation, des composantes de la contrainte et des caractéristiques du matériau.

Avant d'introduire la notion d'énergie magnéto-élastique, il faut rappeler le phénomène de magnétostriction. Schématiquement, un atome est généralement considéré comme occupant un volume sphérique. Dans le cas de matériau il est plus vraisemblable de considérer que le volume qu'il occupe est légèrement ovoïde plus moins allongé (cas du fer) ou aplati (cas du Nickel) dans la direction principale de magnétisation. Ces directions étant

alignées dans des directions cristallines, il en résulte une légère déformation de la maille, qui se traduit par un monocristal par une déformation macroscopique. C'est la magnétostriction. Elle est positive pour le fer c'est-à-dire que la maille est légèrement allongée dans le sens de la magnétisation ($C > a$) (Figure IV.3). Elle est négative pour le Nickel, c'est-à-dire que la maille est légèrement aplatie ($C < a$).

Si une conservation du volume est admise à cette échelle, l'effet Poisson entraîne une déformation opposée dans les autres directions [56].

Les processus d'aimantation s'accompagnent donc d'une déformation spontanée. Il s'agit souvent de déformation très faible, mais qu'on ne peut ignorer. Ces déformations induisent des contraintes et le cristal fait apparaître une énergie de type élastique. C'est l'énergie magnéto-élastique.

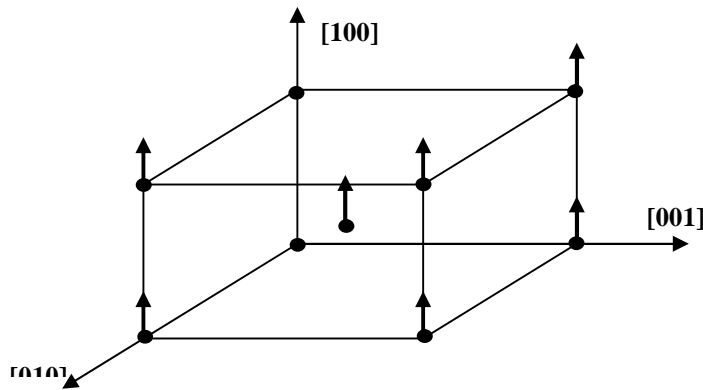


Figure III.3 Distorsion de la maille cubique dans le fer $C > a$

Ce phénomène peut être caractérisé par un coefficient de déformation :

$$\lambda = \frac{\Delta L}{L} \tag{III.30}$$

ΔL : Variation de la longueur dans la direction de magnétisation.

L'énergie du cristal par unité de volume est donc la somme de contribution de l'énergie élastique et l'énergie magnéto-élastique [20].

La formule générale de l'énergie élastique est :

$$E_{el} = \frac{1}{2}(\varepsilon_{11}^2 + \varepsilon_{22}^2 + \varepsilon_{33}^2) + 2C_{44}(\varepsilon_{12}^2 + \varepsilon_{23}^2 + \varepsilon_{31}^2) + C_{12}(\varepsilon_{11}\varepsilon_{22} + \varepsilon_{22}\varepsilon_{33} + \varepsilon_{33}\varepsilon_{11}) \tag{III.31}$$

C_{11} : Module de traction

C_{12} et C_{44} : Module de cisaillement

L'énergie magnéto-élastique induite par la déformation du cristal s'écrit :

$$E_{mel} = B_1(\varepsilon_{11}\alpha_1^2 + \varepsilon_{22}\alpha_2^2 + \varepsilon_{33}\alpha_3^2) + 2B_2(\varepsilon_{12}\alpha_1\alpha_2 + \varepsilon_{23}\alpha_2\alpha_3 + \varepsilon_{31}\alpha_3\alpha_1) + B_3(\varepsilon_{11} + \varepsilon_{22} + \varepsilon_{33}) \quad (III.32)$$

B_1, B_2, B_3 : Constante ; $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$: Cosinus directeurs de l'aimantation.

$$W = E_{el} + E_{mel}$$

La magnétisation d'un matériau ferromagnétique entraîne une déformation et réciproquement l'application d'une déformation induit une modification de l'état magnétique de la microstructure .

➤ **Energie magnétostatique**

L'énergie magnétostatique se divise en deux contributions [16].

L'énergie associée au champ magnétique appliqué \vec{H} ou énergie Zeeman s'écrit :

$$W_z = -\mu_0 \cdot \vec{H} \cdot \vec{M} \quad (III.33)$$

Ce terme énergétique tend à aligner l'aimantation avec celle du champ appliqué.

Par ailleurs, les variations spatiales d'aimantation provoque un champ démagnétisant \vec{H}_d auquel est associé une énergie qui s'écrit :

$$W_d = -\frac{1}{2} \mu_0 \vec{H}_d \cdot \vec{M} \quad (III.34)$$

L'énergie magnétostatique s'écrit donc :

$$W_{mag} = -\mu_0 \vec{H} \cdot \vec{M} - \frac{1}{2} \mu_0 \vec{H}_d \cdot \vec{M} \quad (III.35)$$

$$W_{mag} = -\mu_0 H^{eff} \cdot \vec{M} \quad (III.36)$$

Avec :
$$H^{eff} = H^0 + \frac{1}{2} H_d \quad (III.37)$$

III-4. procédure de simulation des vibrations d'origine électromagnétiques

III-4-1. Réponses aux excitations

Le choix de la méthode pour la résolution de l'équation élastodynamique dépend de la nature de l'excitation et éventuellement de la taille du problème. Le système peut être résolu en pas à pas dans le temps ou par une méthode qui consiste à le résoudre dans la base des vecteurs propres.

Les forces magnétiques dans une machine électrique présentent généralement une période temporelle. Le théorème de superposition permet alors d'étudier la réponse mécanique de la structure en deux temps.

- Faire une décomposition harmonique des forces appliquées.
- Calculer la réponse mécanique pour chaque harmonique.

En considérant les harmoniques, une formulation en complexe des équations de l'élastodynamique peut être utilisée pour calculer la réponse de la structure mécanique. Ceci réduit considérablement le temps de calcul par rapport à une simulation en pas à pas dans le temps.

Dans le cas de l'étude du comportement vibratoire d'une structure par un code de calcul élément finis. L'analyse de la réponse mécanique revient à étudier la réponse à chaque harmonique de force [19].

III-4-2. Couplage du point de vue physique

Les problèmes physiques où le couplage magnéto-mécanique intervient, sont de nature extrêmement diverses. On distingue alors deux cas :

- **Couplage faible** : La déformation où le déplacement rigide de la structure étudiée n'influe pas (ou de manière négligeable) sur les grandeurs magnétiques.
- **Couplage fort** : L'influence ne peut plus être négligée, les grandeurs magnétiques sont significativement modifiées.

III-4-3. Couplage du point de vue numérique

Du point de vue numérique, le couplage fort c'est lorsque les équations magnétiques et mécaniques sont résolues simultanément.

Un problème physique, où les grandeurs magnétiques et mécaniques sont fortement couplées, peut être résolu par un couplage numérique faible. Ceci se traduit généralement par des résolutions successives alternant une résolution magnétique puis une résolution mécanique au sein d'un processus itératif et convergent. Dans le même ordre la prise en compte d'un déplacement ou d'une déformation peut se faire en pas à pas dans le temps.

III-4-4. Terme du couplage magnéto-élastique

Le calcul de la force magnétique à un instant donné permet de déterminer par l'équation de la dynamique la déformation mécanique au pas suivant, permettant ainsi le calcul magnétique correspondant qui tient compte des déformations. Ce cas est un exemple typique où un couplage numérique faible permet de résoudre un problème physique fortement couplé.

III - 5. Contraintes subies par les transformateurs

Les transformateurs sont soumis à plusieurs contraintes qui sont les effets d'actions physiques ou chimiques. Les contraintes normales sont celles qui entraînent une usure et un vieillissement lent du matériel. Les contraintes anormales étant celle qui provoque un vieillissement prématuré ou destruction immédiate du matériel. Comme elles posent des problèmes divers dans la réalisation des transformateurs, elles peuvent être classées en plusieurs catégories [22] :

➤ Contraintes diélectriques

Amorçage entre enroulements ou entre partie sous tension et entre pièce active et masse. Lorsque le gradient du potentiel électrique appliqué à un isolant est supérieur à sa rigidité diélectrique un arc suivi d'un claquage s'établit.

➤ Contraintes électriques

Les contraintes électriques sont dues aux surtensions et surintensités.

➤ Contraintes électrodynamiques

Les contraintes électrodynamiques sont dues aux efforts de courts-circuits internes ou externes. On peut les réduire par un choix approprié de la nature et de la disposition des conducteurs.

➤ Contraintes électromagnétiques

Les contraintes électromagnétiques sont dues aux courants de Foucault induits dans le circuit magnétique, les pièces de serrage, la cuve,

➤ **Contraintes mécaniques**

Les contraintes mécaniques provoquent des déformations de matériel, vibration,

➤ **Contraintes thermiques**

Les principales causes d'échauffement sont représentées par les pertes par effet Joule dans les enroulements du transformateur, les pertes fer dans le circuit magnétique ainsi que les pertes par conductivité dans les isolants.

➤ **Contraintes chimiques**

Les contraintes chimiques résultent de l'action conjuguée de la corrosion et de l'oxydation sur les parois du transformateur [22] .

III-6. Origines des vibrations dans les transformateurs

Les matériaux présentant les densités de flux les plus élevées ont le désavantage de se déformer sous l'effet du champ magnétique ce qui conduit à une augmentation significative des vibrations et produit un bruit acoustique indésirable. L'origine principale de ces déformations est le phénomène de magnétostriction. Cette déformation provient du réarrangement sous champ magnétique de la microstructure en domaines magnétiques constitutifs de tout matériau magnétique.

Les voies explorées pour réduire ce bruit sans nuire aux performances des systèmes sont multiples [23].

III-6-1.Sources de bruit d'un transformateur

Les trois principales sources de bruit d'un transformateur de puissance sont :

- le noyau (effets de magnétostriction) ;
- la charge (forces électromagnétiques dans les enroulements et la structure, causées par le flux de fuite associé au courant) ;
- les auxiliaires de refroidissement (ventilateurs et pompes).

➤ **Bruit du noyau (magnétostriction)**

La magnétostriction désigne une légère déformation mécanique des tôles du noyau sous l'effet d'un champ magnétique. Cette déformation est indépendante du sens du flux magnétique et se produit au double de la fréquence d'alimentation. Or, la courbe de magnétostriction n'étant pas linéaire, des harmoniques de fréquence élevée de rangs pairs apparaissent à des densités de flux supérieures. Pour des transformateurs de 50 et 60 Hz, les composantes du bruit du noyau sont donc respectivement des multiples de 100 ou 120 Hz. Les

niveaux relatifs de bruit à ces différentes composantes de fréquence varient selon le matériau et la géométrie du noyau ainsi que la densité magnétique. Ils dépendent également de l'écart entre, d'une part, les fréquences de résonance du noyau et de la cuve et, d'autre part, les fréquences d'excitation.

➤ **Bruit en charge (forces électromagnétiques)**

Le bruit en charge est essentiellement le fait de l'interaction du courant de charge dans les enroulements et du flux de fuite induit par ce même courant. Sa fréquence principale est donc le double de celle de la tension d'alimentation (respectivement 100 et 120 Hz pour les transformateurs 50 et 60 Hz). Si la teneur en harmoniques du courant de charge est importante (ex., transformateurs redresseurs), les forces électromagnétiques contiennent des harmoniques de fréquence plus élevés, source importante de bruit qui doit être prise en compte lors de l'achat du transformateur. Le niveau sonore du courant de charge est étroitement lié à la charge du transformateur: en réduisant de 50 % le courant, on abaisse le bruit en charge de 12 dB.

➤ **Auxiliaires de refroidissement**

Le bruit du ventilateur présente des caractéristiques fréquentielles différentes de celles du noyau et des enroulements du transformateur. Il ne possède pas de tonalités discrètes mais couvre une large bande de fréquences, avec un pic à la fréquence de passage des aubes mobiles devant des obstacles fixes dans l'écoulement d'air et parfois au double de cette fréquence. Les pompes produisent aussi un bruit à large bande qui contribue au bruit total du transformateur [23].

III-7. Conclusion

Dans ce chapitre une introduction au comportement élastique de la matière a été présentée ainsi que le fondement théorique de la modélisation des phénomènes couplés magnéto élastique. Et on trouve aussi les différentes contraintes subies par les transformateurs Et les origines de vibration.

V-1. Introduction

Dans ce chapitre nous allons passer par 3 applications en utilisant le logiciel Maxwell, et Ansys nous allons commencer par le calcul des forces magnétiques dans un noyau ferromagnétique, la deuxième application sert à calculer et simuler les inductances et les flux magnétiques dans chaque phase du primaire d'un transformateur, et dans la troisième application nous étudierons un transformateur de puissance et on finira par un couplage magnéto-mécanique en utilisant le logiciel Ansys Maxwell.

IV-2. Introduction au logiciel ANSYS Maxwell (application test)

IV-2-1. Application N° 01 – Calcul des Forces magnétiques

Cet exemple a pour but de nous montrer comment créer et analyser un problème magnétostatique avec un aimant permanent pour déterminer la force exercée sur une barre d'acier en utilisant « **The Magnetostatic solver** » dans le logiciel « Ansoft Maxwell 3D Design Environment ».

Le but est d'étudier la force magnétique dans la culasse et les lignes de champ magnétique.

IV-2-1-1-Déclaration des matériaux

Copper : Cuivre

Steel_1008 : Acier

Vacuum: le vide

Core : noyau

Bar : barre

Coil : bobine

Magnet : aimant permanent

➤ Propriétés physiques des matériaux utilisés

Matériaux	Cuivre	Acier	NdFe35	Vacuum
Perméabilité relative	0.999991	B-H Courbe	1.0997785406	1
Coercivité magnétique (A/m)	0	0	$-8.9 \cdot 10^4$	0
Conductivité (s/m)	$5.8 \cdot 10^7$	$2 \cdot 10^6$	$6.25 \cdot 10^3$	0

Tableau IV-1 : Propriétés physiques des matériaux utilisés

- La perméabilité relative de l'acier est donnée par la courbe B-H suivante

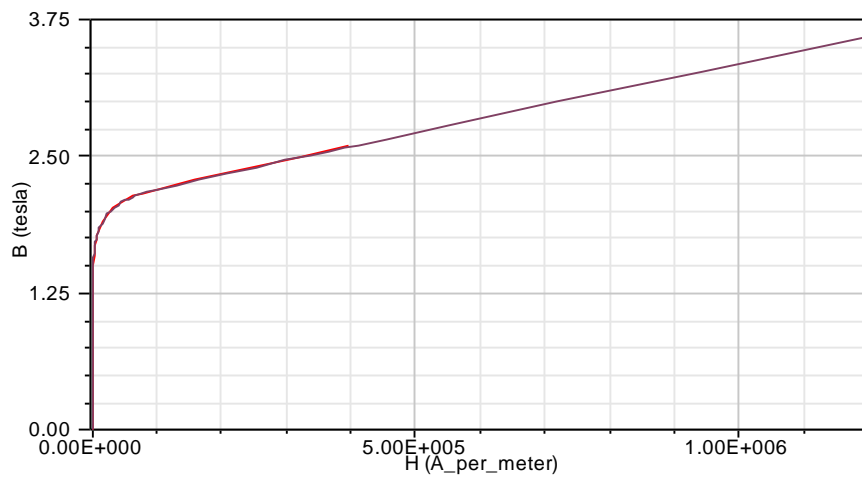


Figure IV-1 : Induction magnétique en fonction de champs magnétique

IV-2-1-2 Les étapes à suivre

- Créer le **Core** (fabriqué de **steel**) avec les coordonnées suivantes :

[X :0, Y :0, Z :-5] [dX :10, dY :-30, dZ :10]

[X :0, Y :0, Z :0] [dX :30, dY :0, dZ :0]

[X :0, Y :-35, Z :-5] [dX :50, dY :-10, dZ :10]

Avec ces trois points on a obtenu le demi de l'objet **Core**, pour obtenir l'autre demi on procède par un objet de miroir « **Mirror object** » en ajoutant le point de coordonnées :

[X :0, Y :0, Z :0] [dX :0, dY :1, dZ :0] et on abouti à la forme suivante :

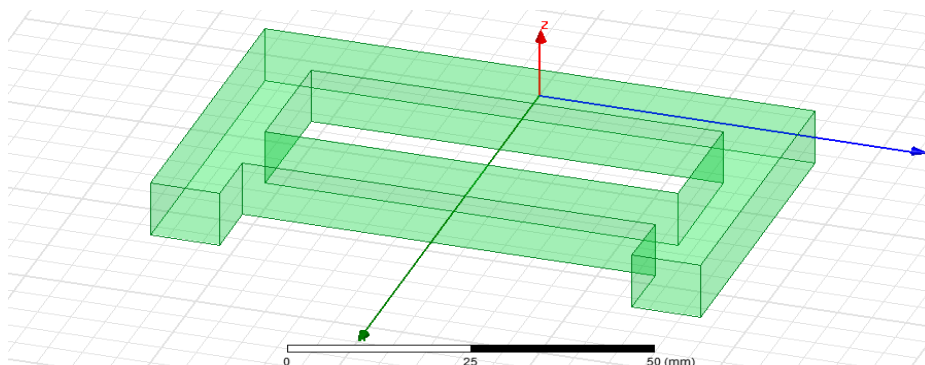


Figure IV-2 : le Core « noyau »

- Créer le **Bar** (fabriqué de **Steel_1008**) avec les coordonnées suivants :

[X :51, Y :-40, Z :-5] [dX :10, dY :80, dZ :10]

Le **Core** est celui du couleur bleu.

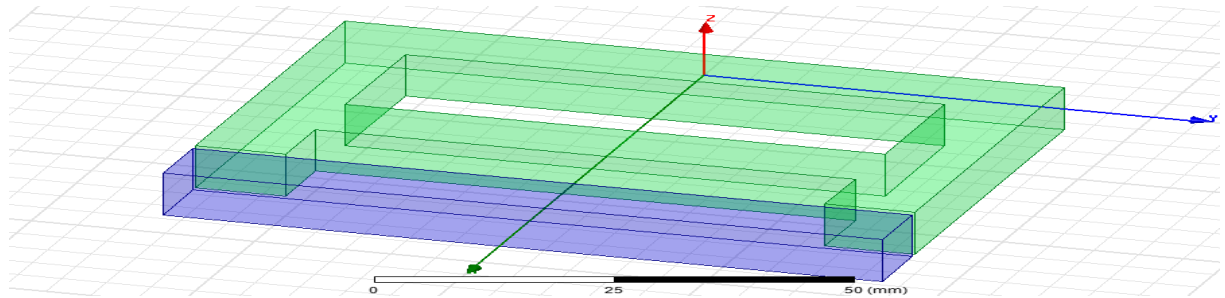


Figure IV-3 : noyau avec un barre d'acier

- Créer de **Coil** (qui est fabriqué en cuivre) avec les coordonnées suivantes :

[X :45, Y :30, Z :10] [dX :-20, dY :-60, dZ :-20]

Le **Coil** est celui du couleur jaune.

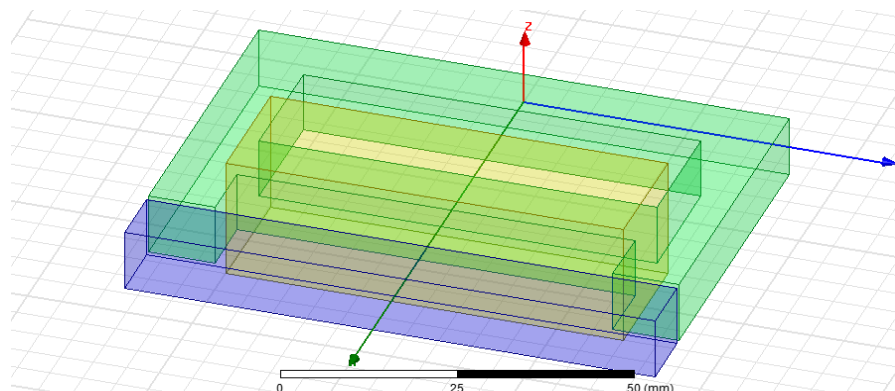


Figure IV-4 :Coil (bobine) avec la couleur jaune

➤ Créer de **Magnet** (qui est fabriqué du **NdFe35**) avec les coordonnées suivantes :

[X :45, Y :30, Z :10] [dX :-20, dY :-60, dZ :-20]

Le **Magnet** est celui du couleur violet.

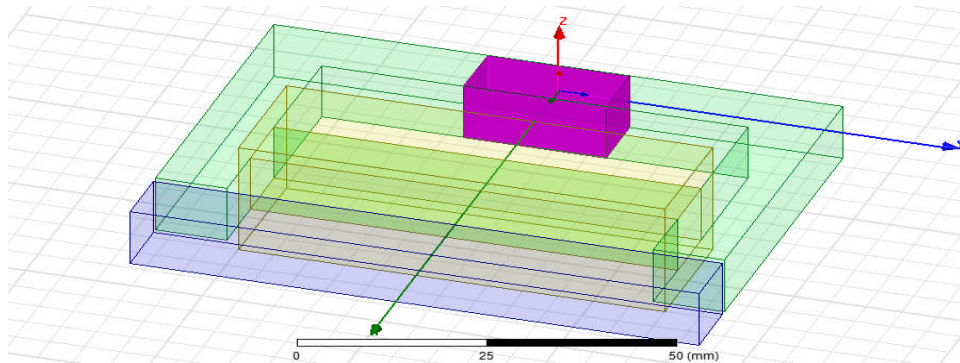


Figure IV-5 :Magnet (aimant permanent) couleur violet

NB : tous les objets dans le logiciel **Maxwell** vont avoir leur orientation en respectant le système de coordonnées globales et tous les matériaux magnétiques sont magnétisés dans la direction X

Si la direction réelle de magnétisation est différente des axes globales, nous avons besoin de créer un système de coordonnées locales dans cette direction et orienter l'aimant permanent vers le système de coordonnées locales.

Pour le **Magnet** nous allons créer le système de coordonnées locales en procédant par la fenêtre **Edit>Select>Faces** et puis la fenêtre **Modeler>coordinate system>Create >Face CS**.

Les coordonnées locales seront :

[X :10, Y :10, Z :5] [dX : 0, dY :-20, dZ :0]

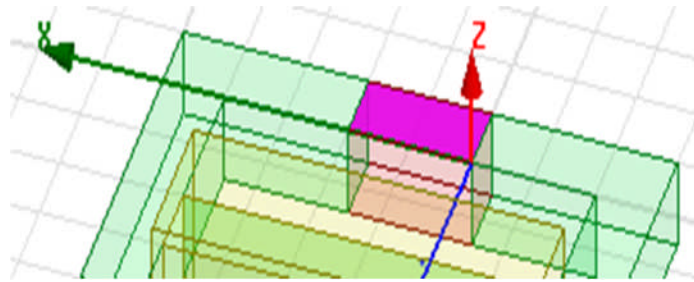


Figure IV-6 :orientation de l'aimant permanent

- Assigner les conditions aux limites

Assign Insulating Boundary current leakage out of the Coil

Maxwell 3D>Boundaries>Assign>Insulating

Dans la fenêtre **Boundary** on a :

Name : **Insulating 1**

- Création d'excitations :

Créer une section de bobine pour le courant assigné

On sélectionne **Coil** en allant vers la fenêtre **Modeler>Surface>Section**

Section plane : XY.

- Changer les attributs : on sélectionne l'objet **Coil_section 1** et on change son nom à **Coil_Terminal**.

- Séparations de plaques :

On sélectionne la plaque **Coil_Terminal** et on va a la fenêtre

Modeler>Boolean>Seperate Bodies

On supprime **Coil_Terminal_Seperate 1** .

- Assigner les excitations :

On Sélectionne la plaque **Coil_Terminal** en allant vers la fenêtre

Maxwell3D>Excitations>Assign>Current

Dans la fenetre **Exitation** on trouve :

1. Name : **Current1**
2. Value : **c1**
3. Type : **Stranded**
4. Current direction : **negatve Z**
et on presse **Ok**

- Dans la fenêtre Add variable on trouve
 1. Unit type : **Current**
 2. Unit : **A**
 3. Value : **100**

Et on presse **Ok**.

On obtient la figure suivante : la plaque **Coil_Terminal** est de couleur violet

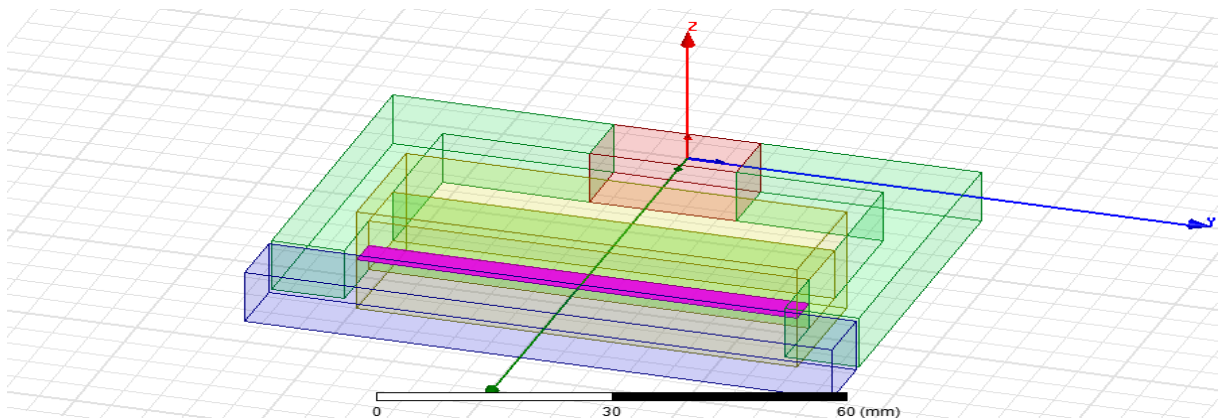


Figure IV-7 : Coil_Terminal couleur violet

- **Création des paramètres de force**

On choisit une force virtuelle

NB : les forces virtuelles sont utiles dans tous les objets alors les forces de Lorentz sont applicables seulement sur le courant qui passe dans les objets dont la perméabilité =1.

- **Créer la région dans le vide (Vacuum)**

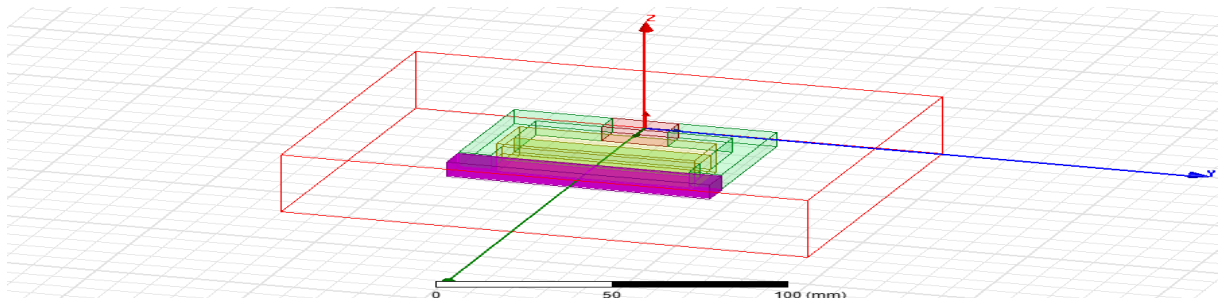


Figure IV-8 : Le domaine d'étude

➤ **Résultats**

$$C1 = 100A ;$$

$$Mx = 1mm ;$$

Force magnétique :

$$F(x) = - 0.12556 N ;$$

$$F(y) = 0.001829 N ;$$

$$F(z) = 0.12559N.$$

➤ **Plot la densité du flux de la bobine a travers la section**

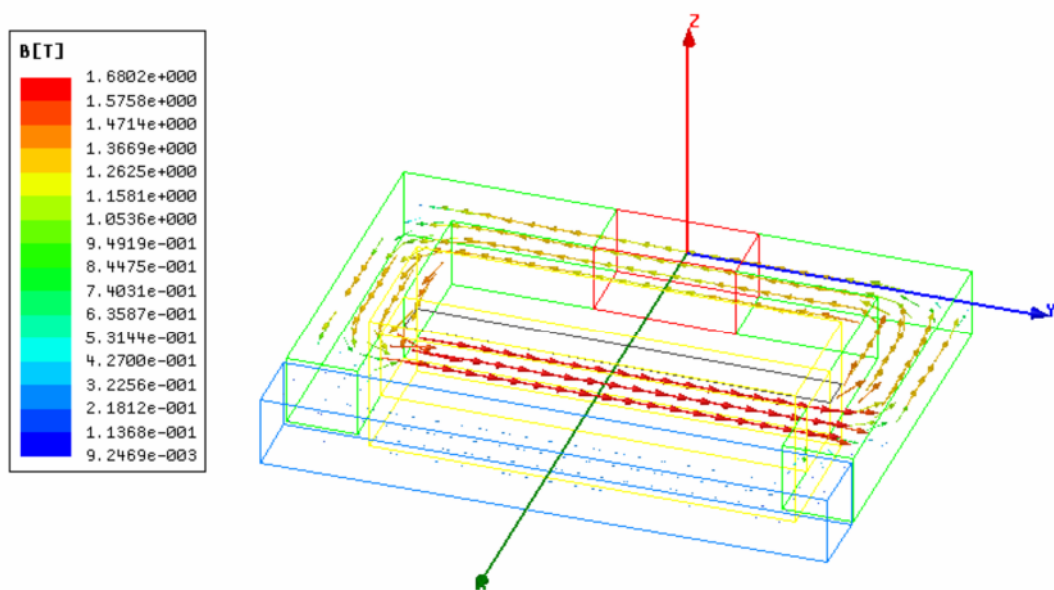


Figure IV-9 : lignes de flux magnétique

On voit bien que les lignes de champs passent dans la culasse et traverse l'aimant permanent dans la même direction.

➤ **Plot la force magnétique en fonction du courant**

On a fait varier le courant entre 100A et 500 A

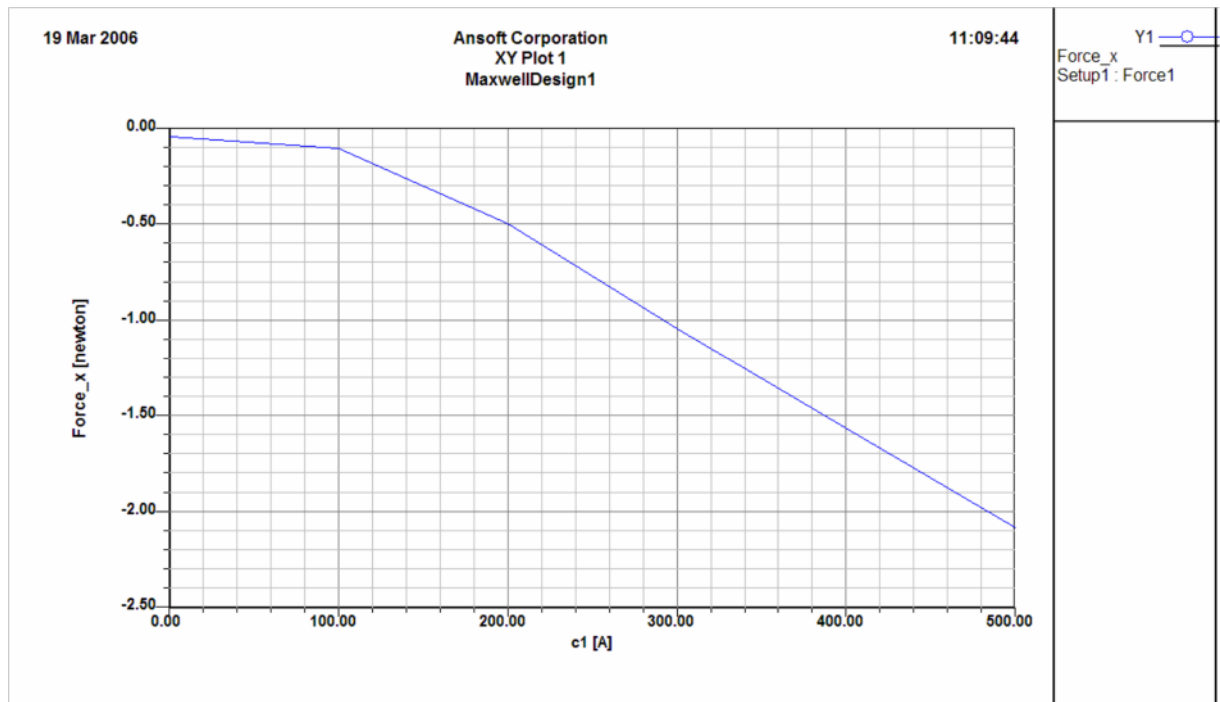


Figure IV-10 : Force magnétique en fonction du courant

La force magnétique commence à augmenter au fur et à mesure de l'augmentation du courant, mais elle augmente dans le sens négative.

IV-3. Application N° 02 – Calcul des inductances

IV-3-1.Introduction

La mise en œuvre et l'application de l'inducteur triphasé en utilisant **The Magnetostatic Solver** pour calculer l'inductance non linéaire :

Le calcul de l'inductance est une partie importante dans la simulation magnétostatique, les propriétés inductives seront certainement changées avec les non linéairités du problème. les propriétés et les conceptions du calcul de l'inductance sont décrits dans cet exemple.

Dans cet exemple on utilise 3-phases, 3-bobines par phase inducteur pour démontrer comment le calcul de l'inductance produit des significatifs résultats.

Ce système est scruté et les résultats sont examinés.[24]

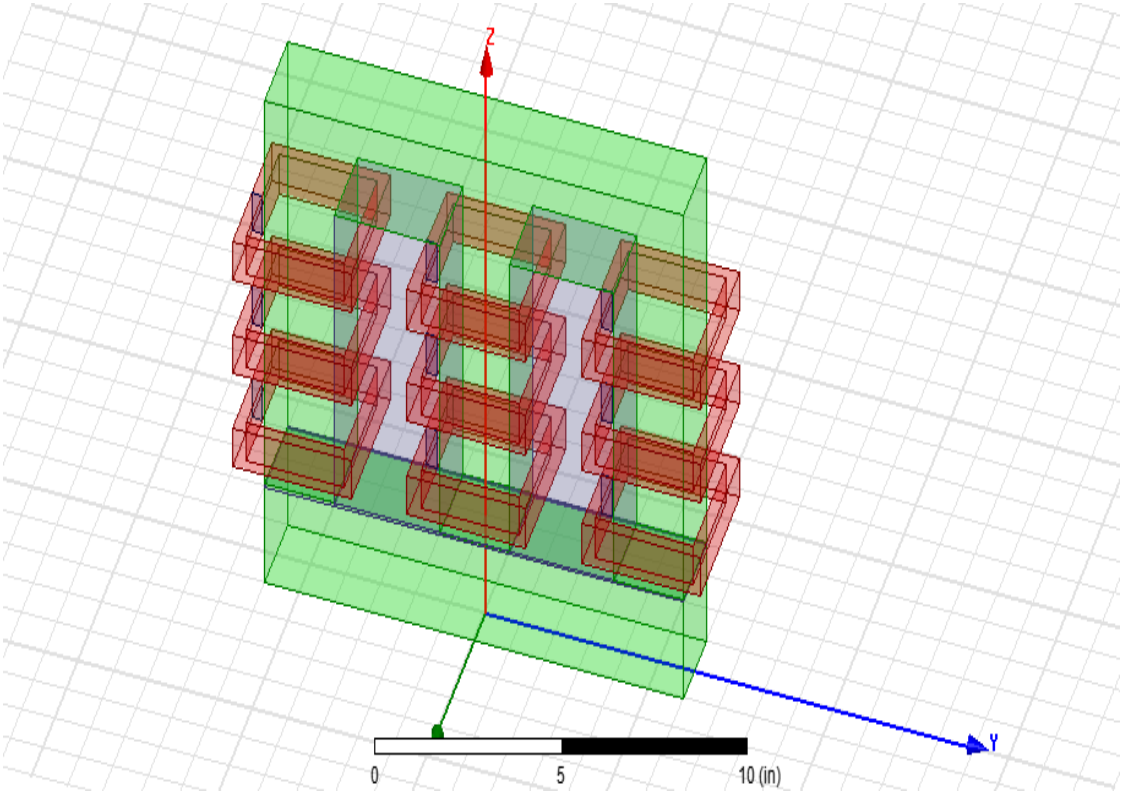


Figure IV-11 : primaire d'un transformateur

➤ Définition des régions

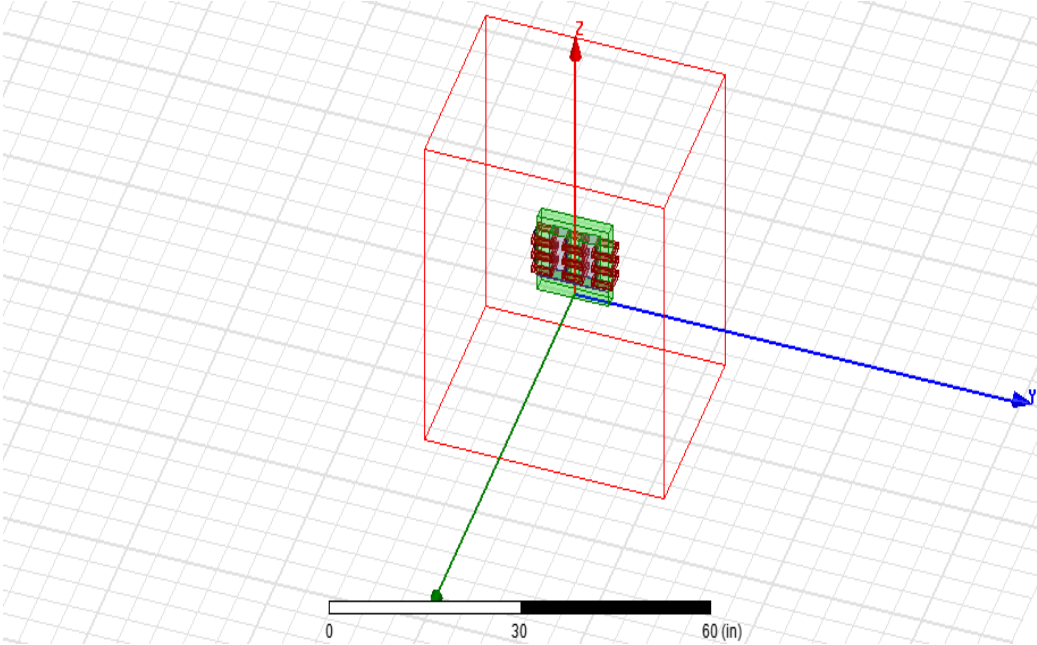


Figure IV-12 : Définition des régions

IV-3-2. Les équations définissant le calcul de l'inductance

L'inductance en simulation magnétostatique peut être définie par :

$$\lambda_1 = L_{11} * I_1 + L_{12} * I_2 + \dots \quad (\text{IV-1})$$

$$\lambda_2 = L_{21} * I_1 + L_{22} * I_2 + \dots \quad (\text{IV-2})$$

λ : est le flux magnétique dans la bobine.

➤ La méthodologie de calcul de l'inductance

La valeur de l'inductance d'une bobine est un Henry (1H) lorsqu'une fem de un volt est induit dans la bobine dont le taux de courant qui la traverse est un Ampère/seconde.

$$L = \frac{VL}{(di/dt)} = \frac{1 \text{ Volt}}{1 \text{ A/s}} = 1 \text{ Henry} \quad (\text{IV-3})$$

L'inductance de la bobine peut être aussi calculée à l'aide de l'énergie emmagasinée :

$$L = 2W / I^2 = \int \vec{B} \cdot \vec{H} d\Omega / I^2 \quad (\text{IV-4})$$

Où l'énergie est déterminée par la densité du flux magnétique et l'intensité du champ dans l'espace.

Pour calculer les inductances des phases du transformateur on établit une matrice des inductances qui est basé sur les lois (IV-1) et (IV-2)

Après la simulation ANSYS MAXWELL nous donne les résultants suivants :

Pour La Matrice 1

Les sources en chaque branche sont connectées en série et chaque source à 30 spires.

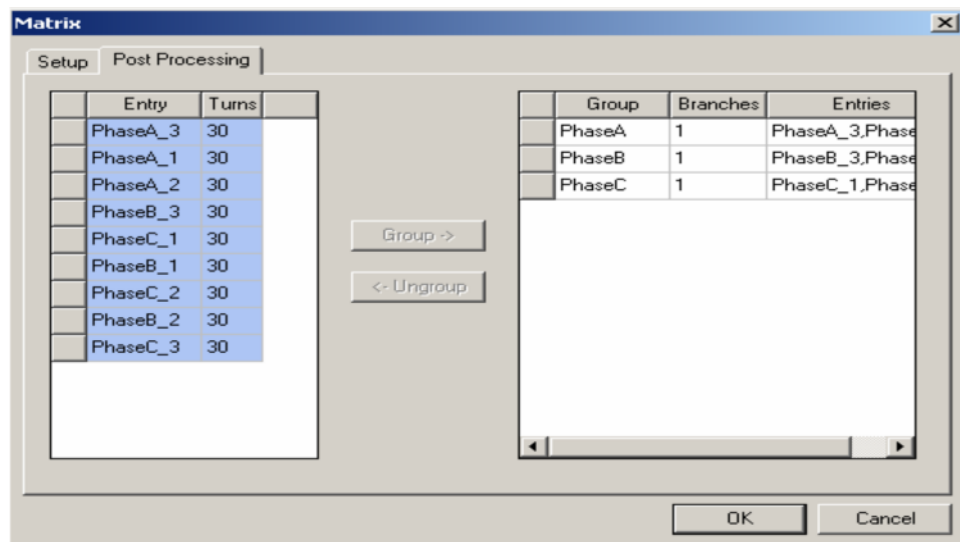


Figure IV-13 : paramètres de matrice 1

➤ Valeurs des inductances

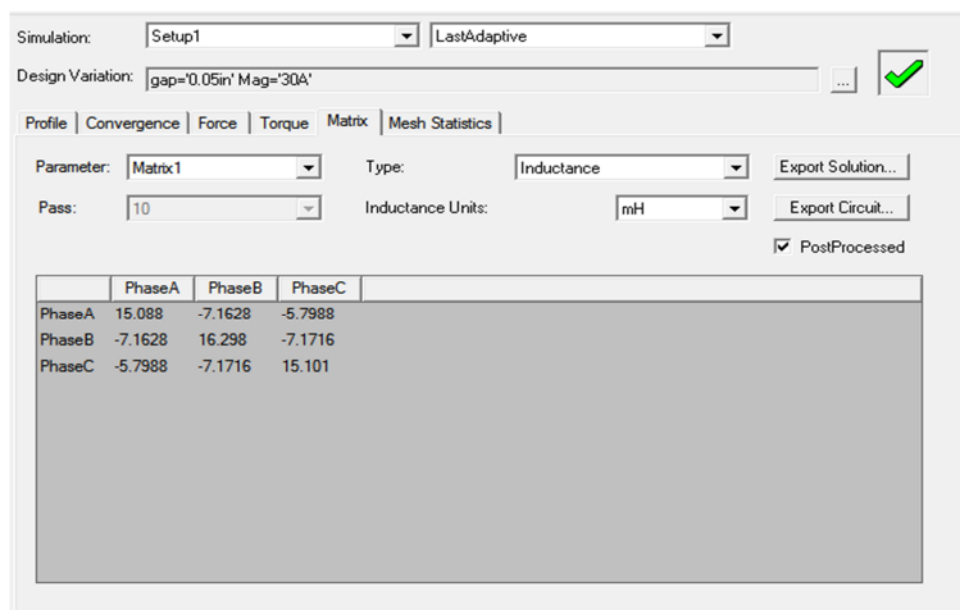


Figure IV- 14 : valeurs des inductances

- Les résultats sont symétriques dan les deux axes.
- Les inductances mutuelles sont négatives.

- Il est nécessaire de noter que la direction du courant utilisé pour les inductances mutuelles est déterminée par la direction de la flèche de chaque excitation.

Pour la Matrice 2

Les sources en chaque branche sont connectées en série et chaque source à 15 spires en trois branches.

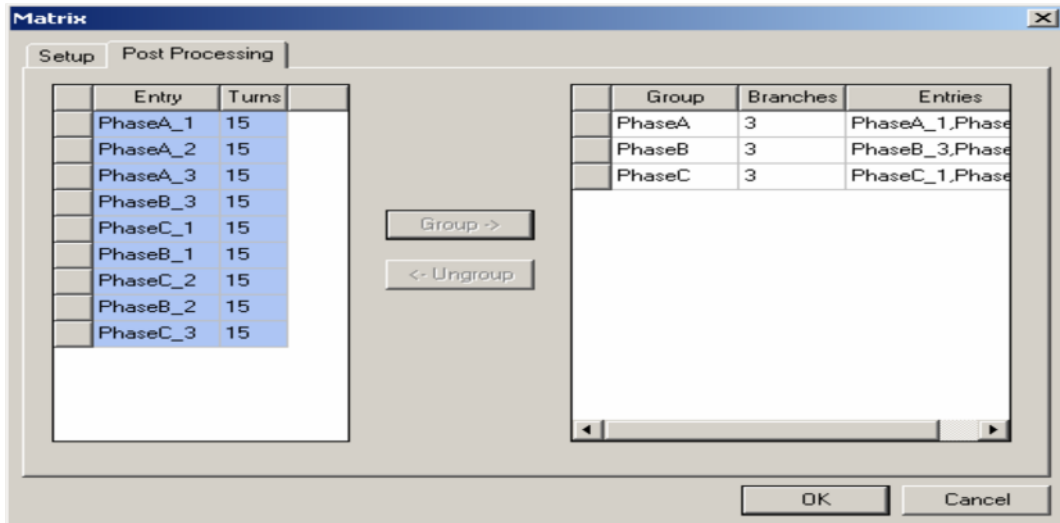


Figure IV- 15 : paramètres de matrice 2

➤ **valeurs des inductances**

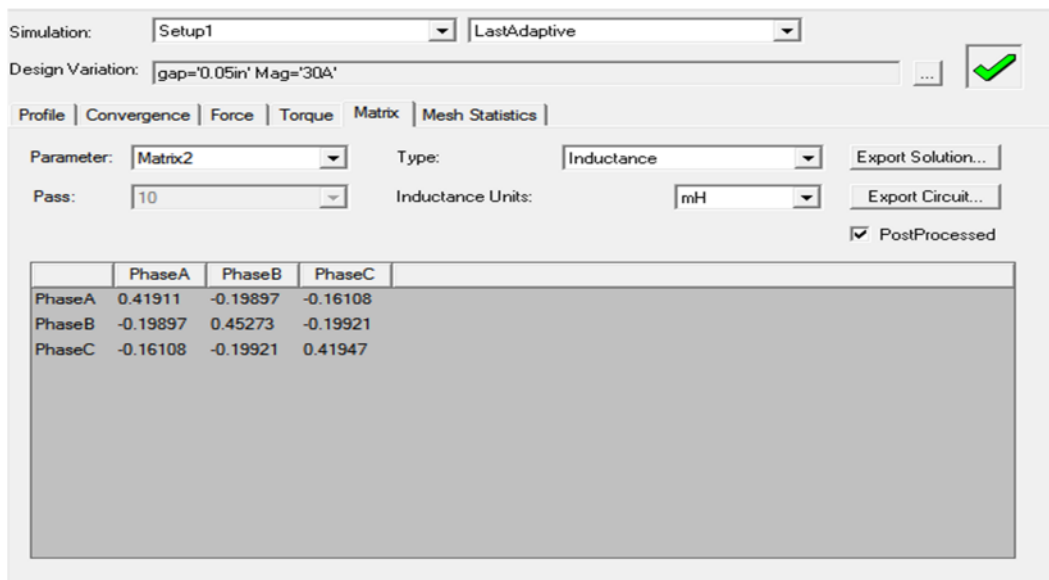


Figure IV- 16 : valeurs des inductances

Les résultats ont changés pour refléter deux fois les spires et un tiers de branches ($2^2 \cdot 3^2 = 36$ fois la valeur précédente de l'inductance).

En augmentant le nombre de spires le courant démunies dans chaque spire pour conserver le total Ampère/spires constant, et ça est très important pour les matériaux non linéaires.

Les solutions ne s'appliquent que pour cette valeur de courant

IV -3-3.Calcul du flux magnétique

Le logiciel Ansys Maxwell nous permet aussi de calculer le flux magnétique dans chaque phase.

➤ flux magnétique pour la Matrice 1

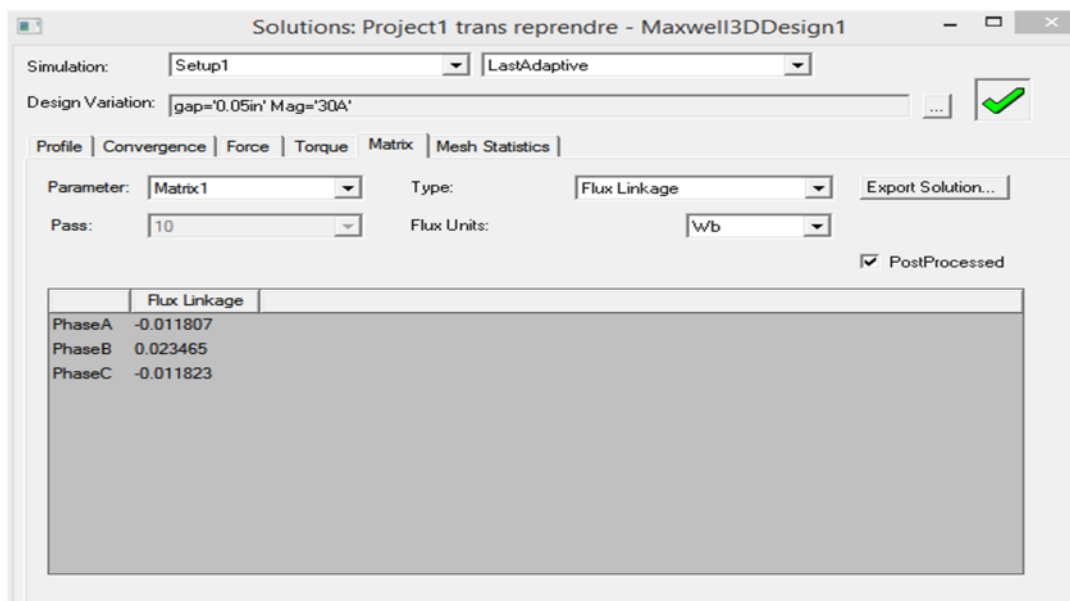


Figure IV- 17 : les flux pour la matrice 1

➤ flux magnétique pour la Matrice 2

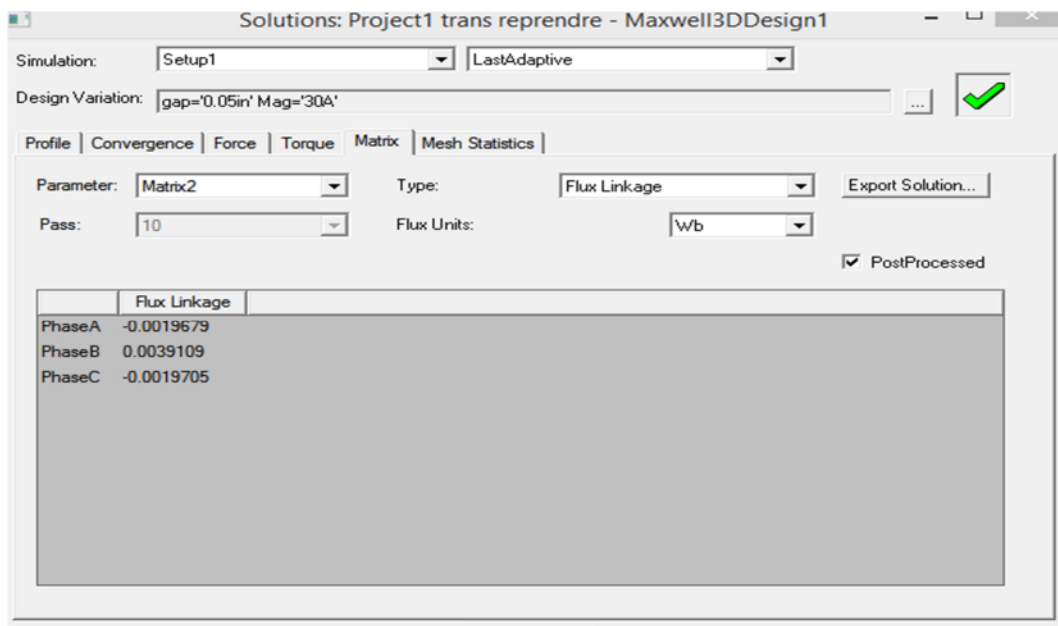


Figure IV- 18 : les flux pour la matrice 2

IV-3- 4.Conclusion

Avec cet exemple de simulation on a pu savoir manipuler le logiciel Ansys Maxwell, on a construit un primaire d'un transformateur avec 3 phases et on a fait les calculs des inductances sous forme matricielle ainsi le calcul du flux magnétique de chaque phase.

Nous avons changer le nombre de spire et on a trouver des inductances différents car l'expression de l'inductance contient le nombre de spire et par conséquent il y influence.

IV- 4. Application N° 03 – Application au transformateur

IV- 4 - 1. Introduction

Dans ce chapitre nous mettrons en application un modèle de transformateur de puissance triphasé fabriqué par l'entreprise ENEL (Entreprise National Electro-industrielle) à Azazga. Dont nous allons présenter ces caractéristiques techniques et la démarche à suivre pour l'étude.

Pour une bonne précision de calcul, il est nécessaire d'avoir un outil informatique très performant diminuant le temps de calcul et donnant une grande précision. Le logiciel Maxwell ANSYS est un bon outil à utiliser pour répondre aux exigences souhaitées.

IV- 4- 2. Géométrie et dimensions du transformateur triphasé[25]

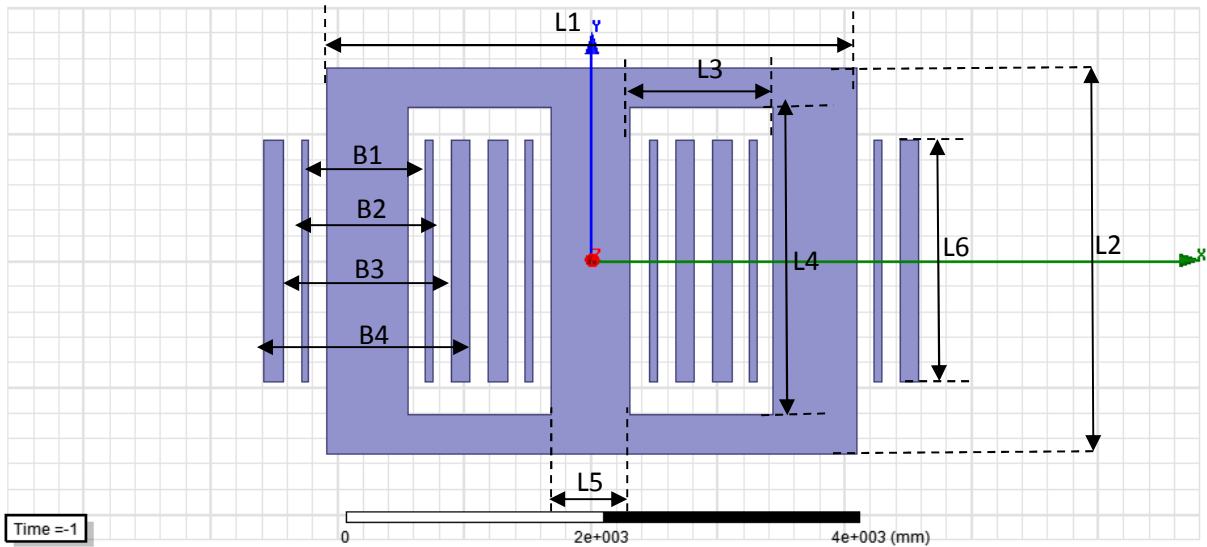
➤ Les caractéristiques géométriques

Le tableau suivant représente les dimensions du circuit magnétique et celles des bobines du transformateur.

Composantes	Significations	Valeures	Unités
L1	Longueur du noyau	4180	mm
L2	Hauteur extérieur du noyau	3044	mm
L3	La distance entre les deux colonnes	1130	mm
L4	Hauteur intérieur du noyau	2420	mm
L5	Largeur de la colonne du noyau	640	mm
L6	Hauteur des enroulements	1900	mm
B1	Diamètre intérieur de la bobine BT	925	mm
B2	Diamètre extérieur de la bobine BT	1040	mm
B3	Diamètre intérieur de la bobine HT	1300	mm
B4	Diamètre extérieur de la bobine HT	1600	mm

Tableau IV- 2 : caractéristiques géométriques du transformateur

La figure suivant represente la géometrie en 2D du transformateur à etudier



Figur IV- 19 : Configuration géométrique transversale 2D du transformateur

➤ Les Caractéristiques magnétiques du transformateur

Région	Conductivite électrique $\times 10^{+6} [\Omega m]^{-1}$	Permiabilité magnetique relative
Enrolement(cuivre)	5,8	1
Materiau magnetique	1,9	-
Air environnant	0	$4\pi 10^{-7}$

Tableau IV - 3 : propriétés électromagnétique

➤ **Les Caractéristique électriques du transformateur**

Les caractéristiques électriques du transformateur étudié sont regroupées dans le tableau suivants :

Caractéristiques	Valeurs	Unités
Puissance apparente	125	MVA
Nombre de phase	3	
Fréquence d'alimentation	50	Hz
Connexions des enrôlements primaires	Etoile (Y)	
Connexions des enrôlements secondaires	Tringle (D)	
Tension nominale au primaire	220	KV
Tension nominale au secondaire	15 ,75	KV
Courant nominale au primaire	328,03	A
Courant nominale au secondaire	2645,5	A

Tableau IV-4 : propriétés électriques du transformateur

➤ **Maillage par éléments finies**

Le maillage sera réactualisé à chaque pas de résolution comme le montre la figure suivante.

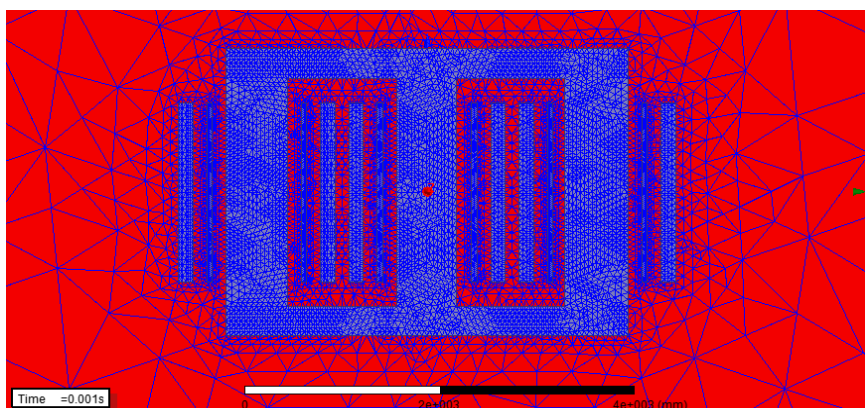


Figure IV- 20 : Maillage éléments finis

IV- 4-3. Calcul analytiques des paramètres R, L des enroulements

- Calcul des résistances des enroulements HT

$$\text{➤ } R_1 = \frac{l_1}{\sigma \times s_1} = \frac{3517.05}{58 \times 0.849} \cdot 10^{-6} = 0.07 \text{ m}\Omega$$

σ : Conductivité électrique = $58 \times 10^{-6} [\Omega\text{m}]^{-1}$

l_1 : longueur de l'enroulement primaire [m]

s_1 : section de l'enroulement primaire [m²]

- Calcul des résistances des enroulements BT

$$\text{➤ } R_2 = \frac{l_2}{\sigma \times s_2} = \frac{386.84}{58 \times 2.0096} \cdot 10^{-6} = 0.003 \text{ m}\Omega$$

l_2 : longueur de l'enroulement secondaire [m]

s_2 : section de l'enroulement secondaire [m²]

- Calcul des inductances des enroulements HT et BT

L'inductance	Phase 1	Phase 2	Phase 3	Unité
Bobine HT	0.0014463	0.092674	0.093129	m H
Bobine BT	0.0013508	0.09309	0.092616	m H

Tableau IV-5 : valeurs des inductances par phase

IV -4- 4 .Représentation des tensions

➤ **Enroulement primaire (HT)**

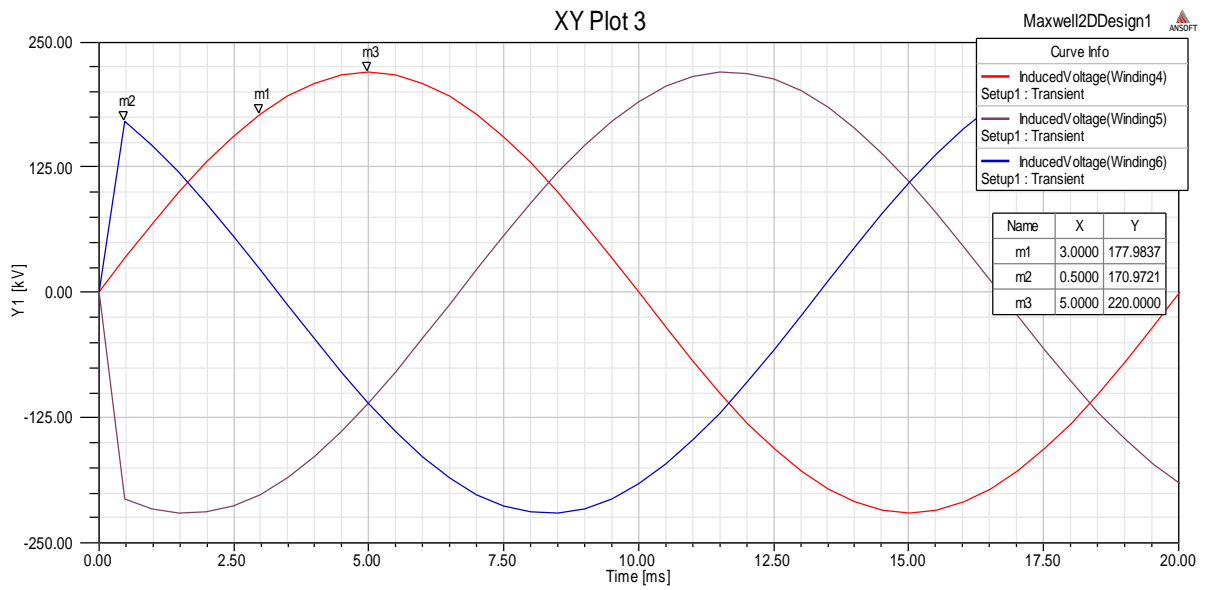


Figure IV- 21 : tension d’aimantation au primaire

➤ **Enroulement secondaire (BT)**

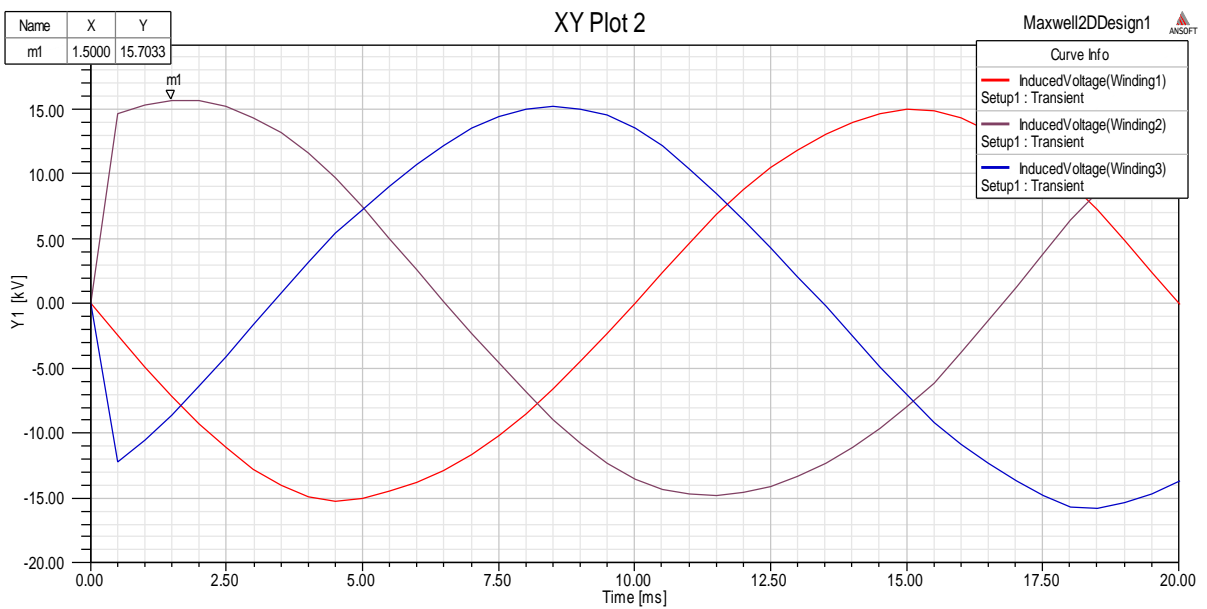


Figure IV-22 :tension induite au secondaire

IV-4-5. Répartition du potentiel vecteur magnétique

Les figures suivantes representent le potentiel vecteur aux temps differents

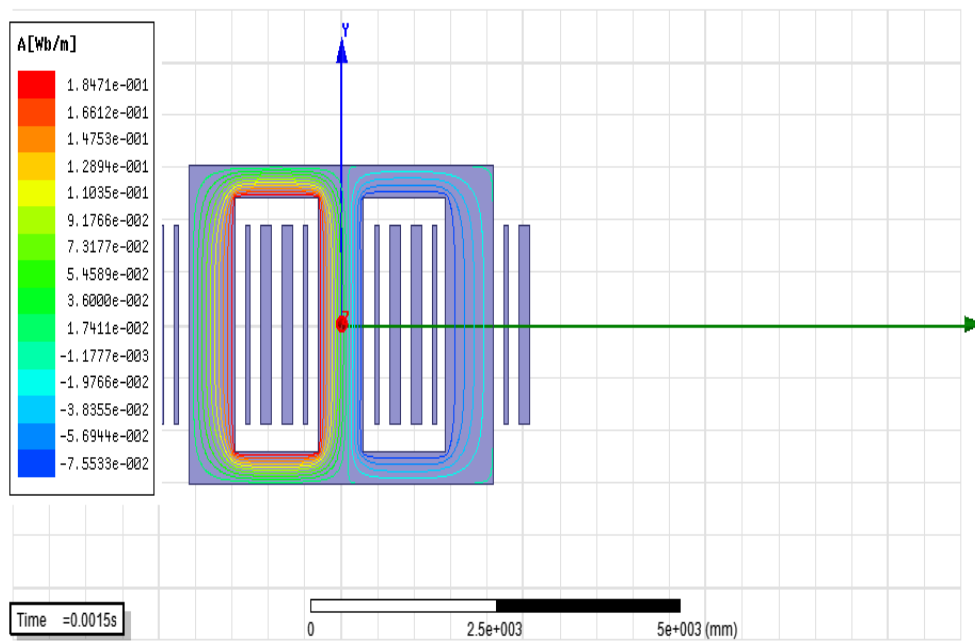


Figure IV-23 :Repartition du potentiel vecteur magnétique a t =0.0015s

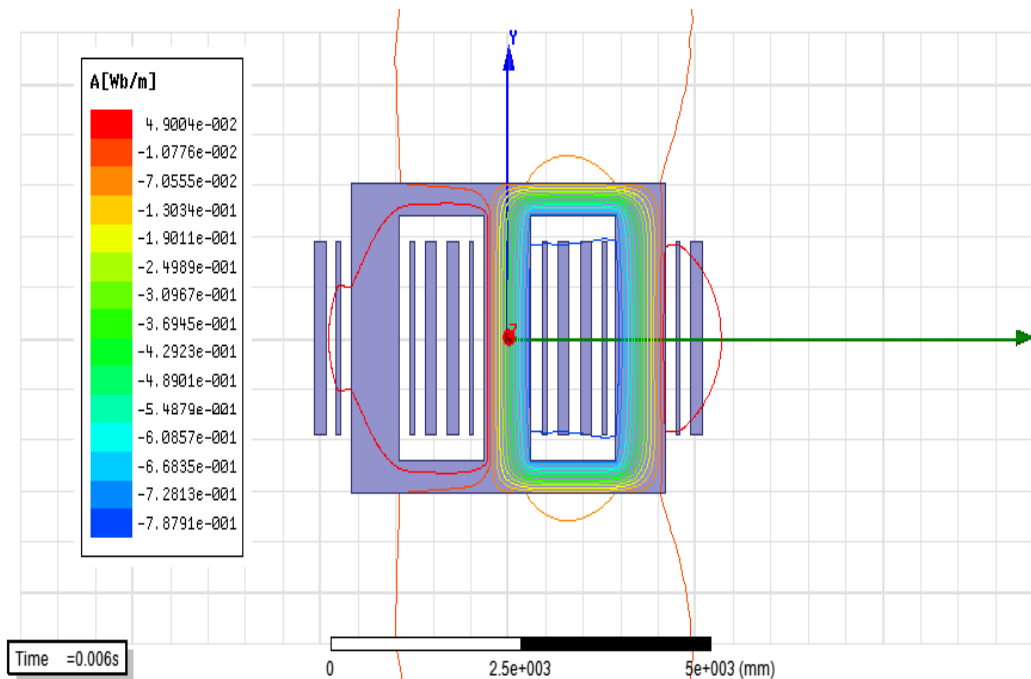


Figure IV - 24 :Repartition du potentiel vecteur magnétique a t =0.006s

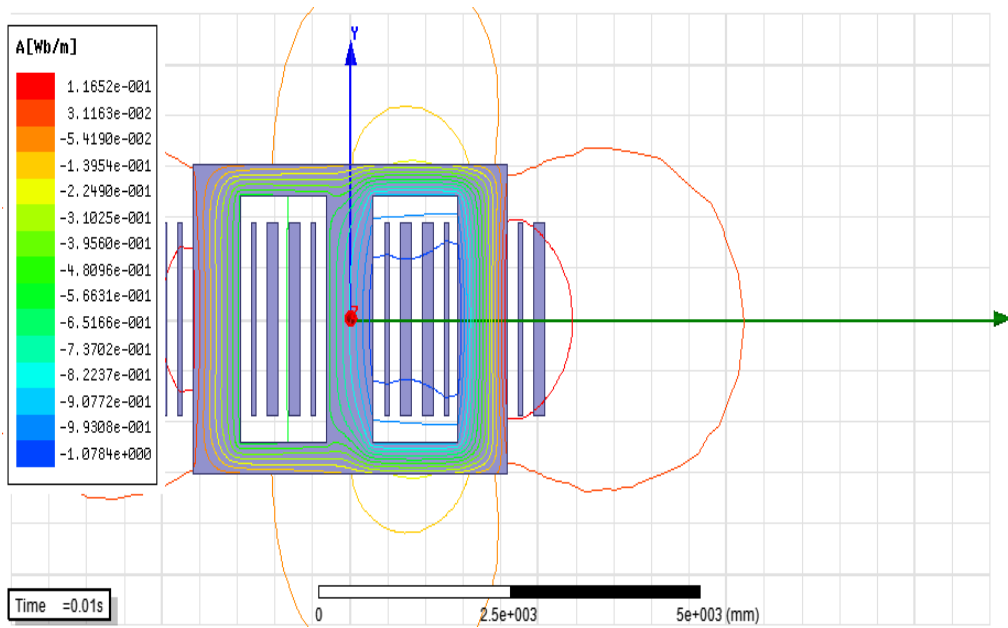


Figure IV-25 :Repartition du potentiel vecteur magnétique a $t = 0.01s$

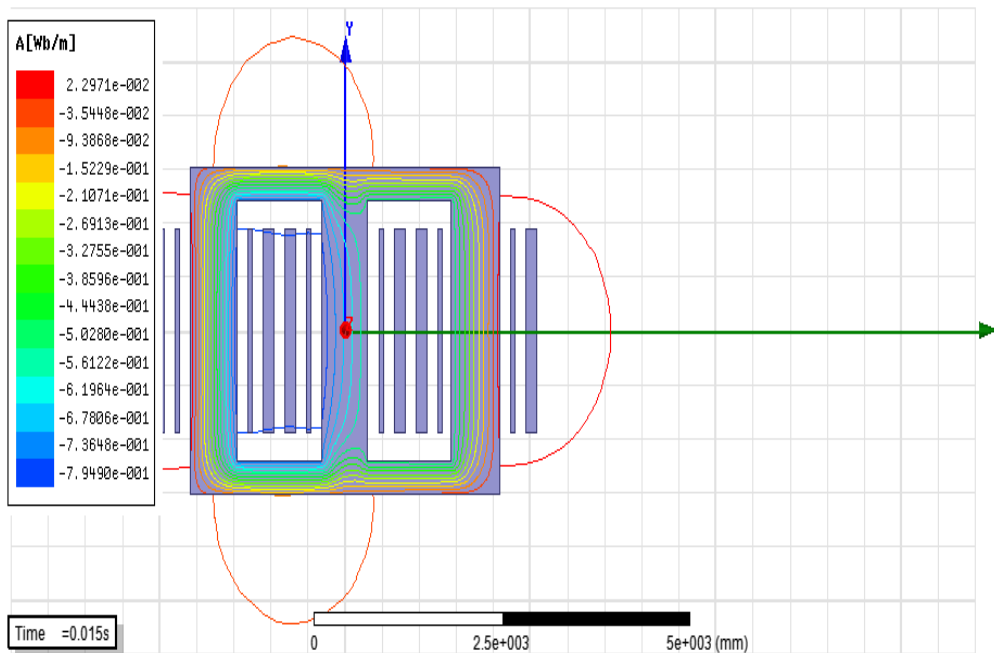


Figure IV - 26 :Repartition du potentiel vecteur magnétique a $t = 0.015s$

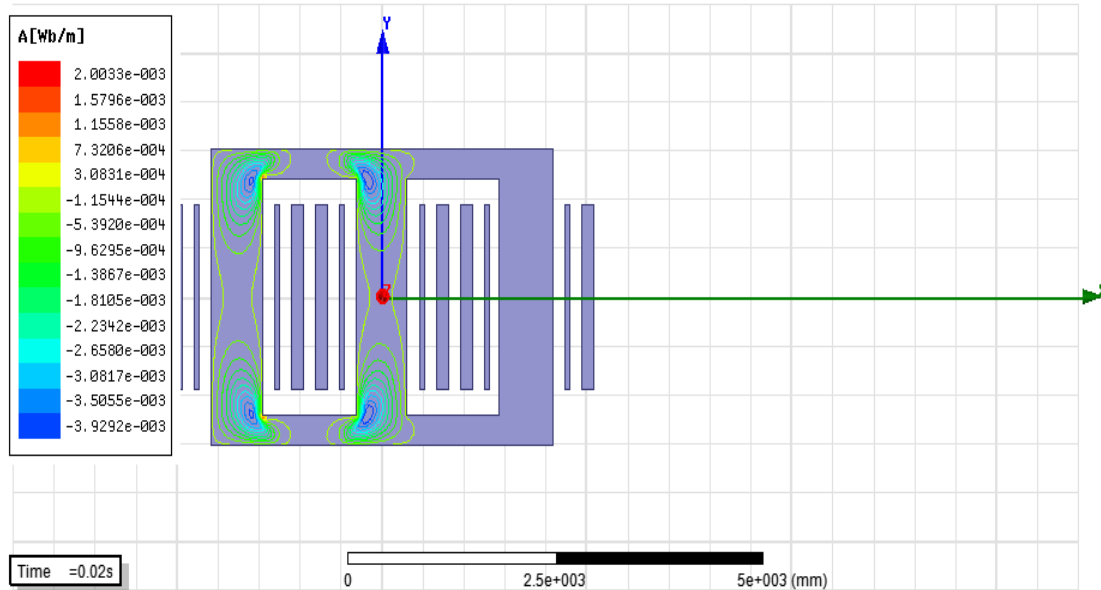


Figure IV - 27 : Répartition du potentiel vecteur magnétique à $t = 0.02s$

➤ **Interprétation des figures**

Les figures de IV- 23 au IV - 27 nous renseignent sur la répartition des valeurs de potentiel vecteur magnétique à travers la culasse.

À $t=0.0015s$ on remarque que les lignes du potentiel vecteur magnétique se concentrent sur les arêtes de la première colonne et atteignent une valeur de $1,84 \cdot 10^{-1}$ [Co/m].

À $t=0.006s$ les lignes du potentiel vecteur magnétique déplacent vers la deuxième colonne et se concentrent sur les arêtes et atteignent une valeur de $4,9 \cdot 10^{-2}$ [Co/m].

À $t=0.01s$ les lignes de champs occupent toute la culasse et l'intensité du potentiel vecteur magnétique atteint une valeur de $1,16 \cdot 10^{-1}$ [Co/m].

À $t=0.015s$ les lignes restent toujours dans toute la culasse avec une diminution d'intensité qui vaut $2,29 \cdot 10^{-2}$ [Co/m].

À $t=0.02s$ les lignes déplacent vers la première colonne et focalisent sur les coins avec une intensité de $5 \cdot 10^{-3}$ [Co/m], mais de sens négatif.

IV-4-6 .Répartition de l'induction magnétiques B

Les figures ci –dessous representent la repartition de l'induction magnetique

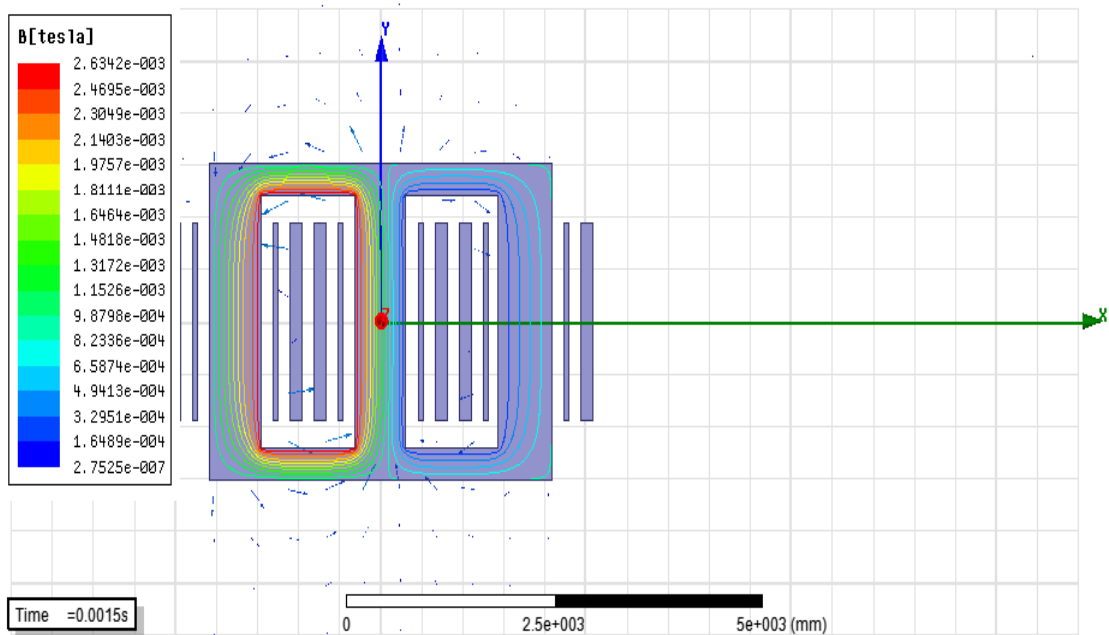


Figure IV - 28 :Repartition de l'induction magnetique a $t =0.0015s$

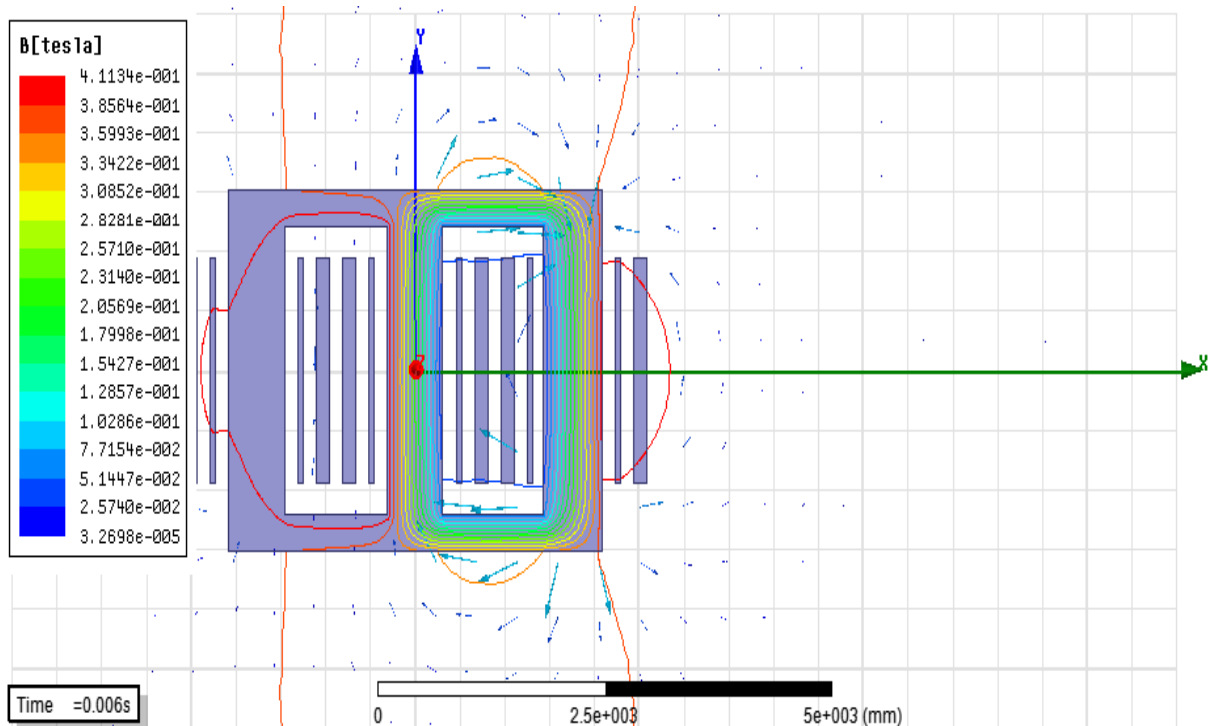


Figure IV- 29 :Repartition de l'induction magnetique a $t =0.006s$

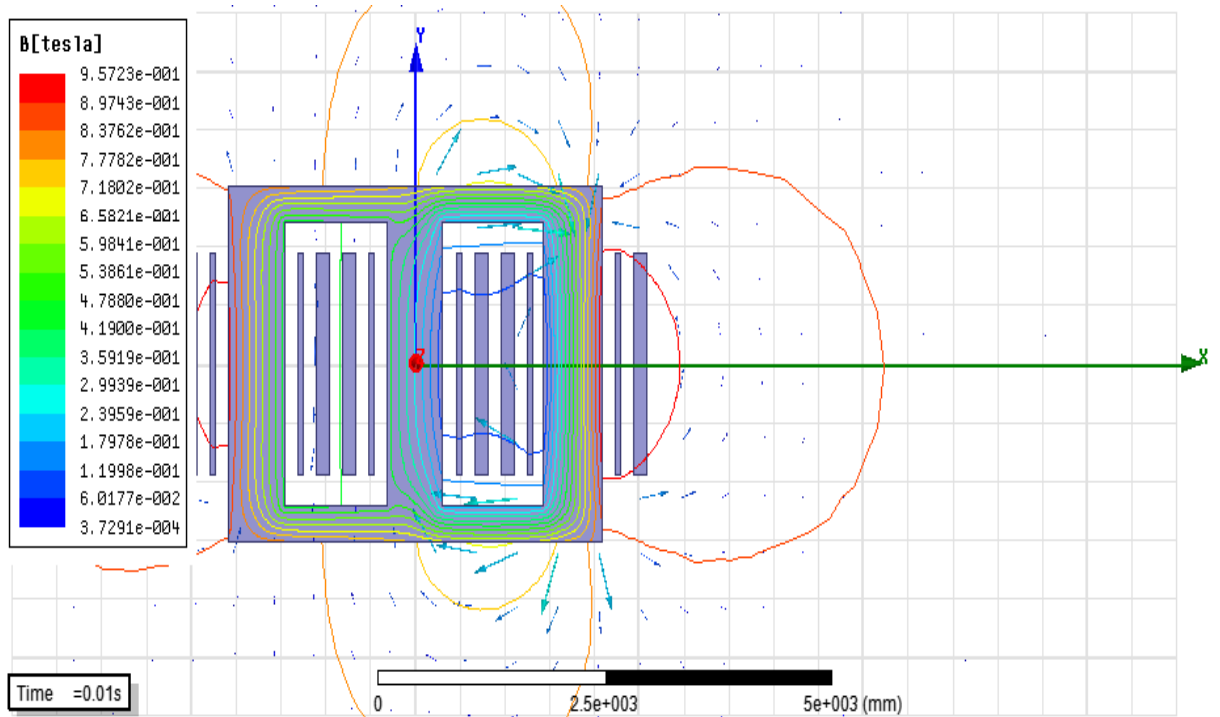


Figure IV - 30 :Repartition de l'induction magnetique a t =0.01s

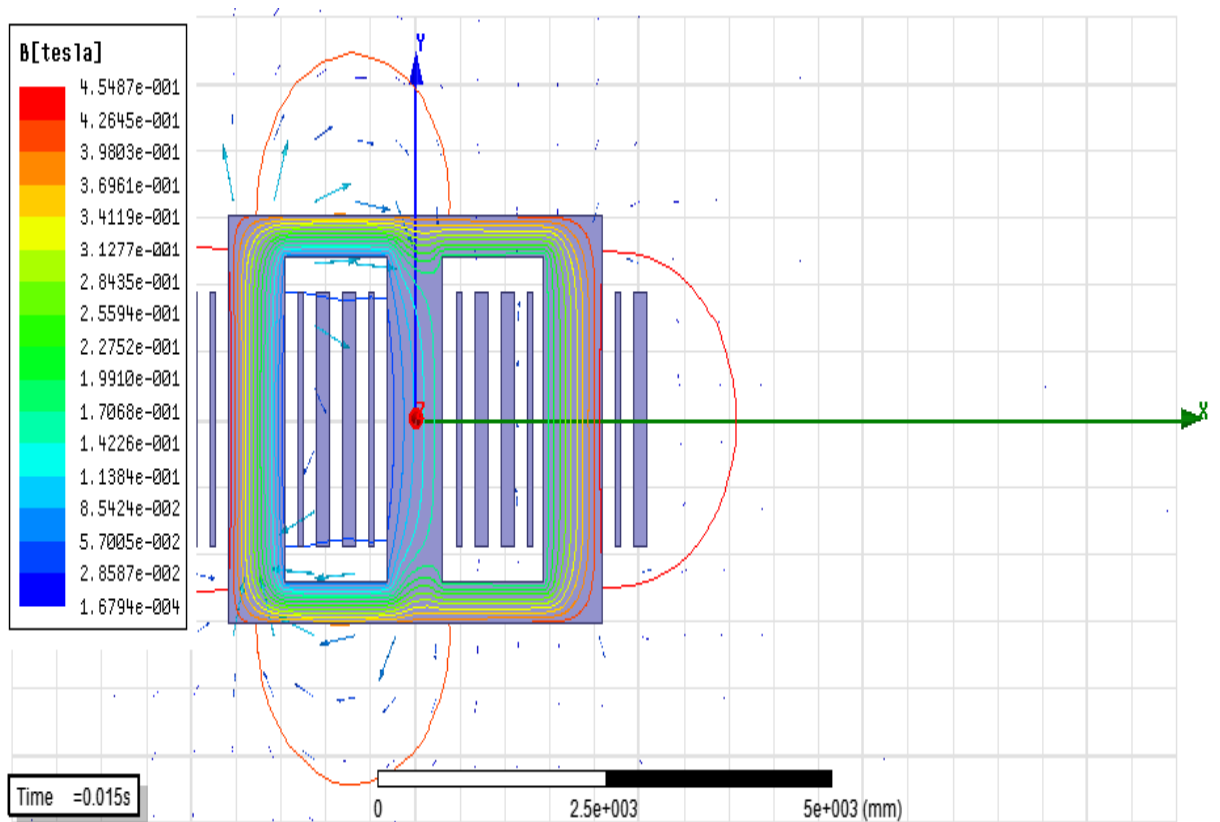


Figure IV - 31 :Repartition de l'induction magnetique a t =0.015s

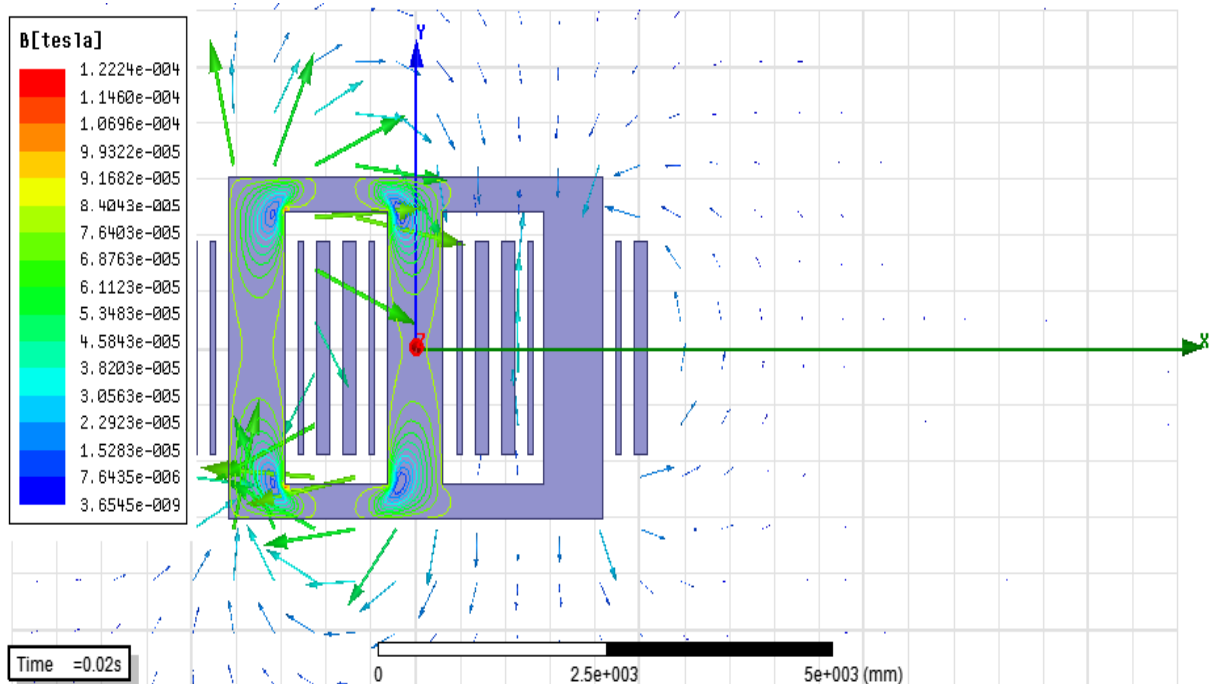


Figure IV -32 :Repartition de l'induction magnétique a t =0.02s

➤ Interpretation des figures

On remarque que la repartition de l'induction magnétique dans la culasse varie en fonction du temps et suit la même variation que celle du potentiel vecteur magnétique et sa valeur est maximale aux extrémités, et elle se focalise dans les coins (effet de coins).

A $t = 0.0015s$ l'induction magnétique maximale est de valeur $B = 2,64 * 10^{-3} T$

A $t = 0.006s$ l'induction magnétique maximale augmente jusqu'à $B = 4.11 * 10^{-1} T$

A $t = 0.01s$ l'induction magnétique maximale augmente jusqu'à $B = 9.57 * 10^{-1} T$

A $t = 0.015s$ on remarque l'induction diminuer jusqu'à $B = 4.54 * 10^{-1} T$

A $t = 0.02 s$ on voit que l'nduction diminue jusqu'à $B = 7.64 * 10^{-5} T$ et elle se trouve dans les coins.

IV-4-7 . Répartition de la densité des forces magnetiques

Ces figures representent la densité des forces magnetiques.

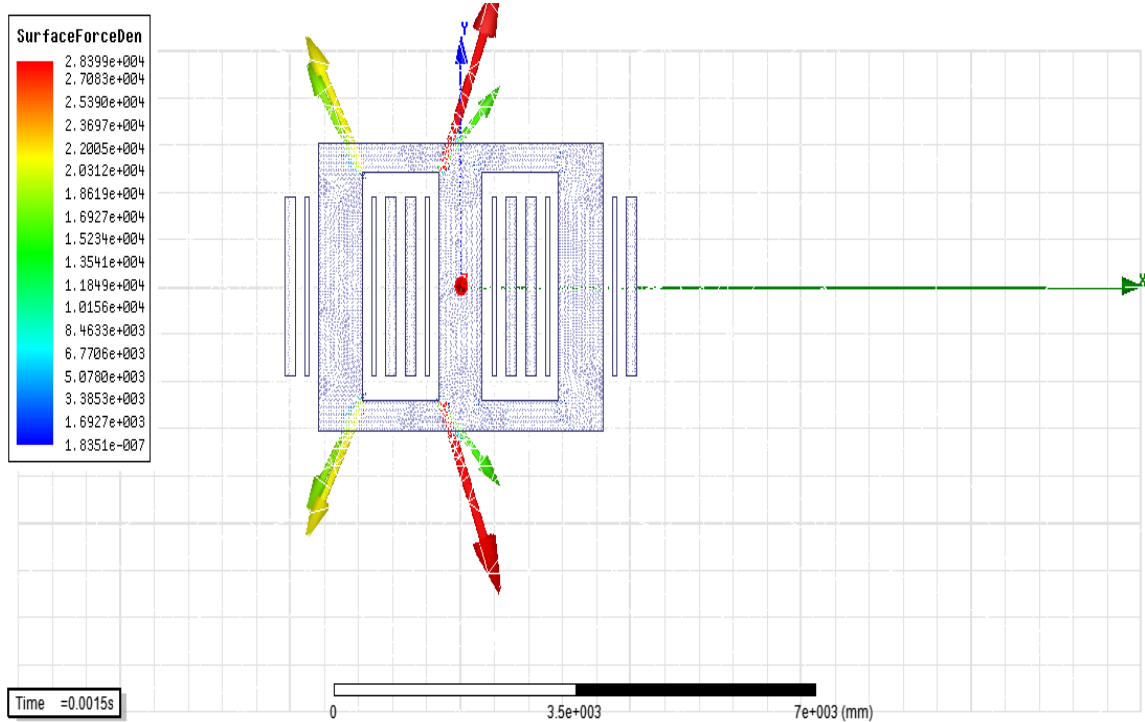


Figure IV - 33 : Repartition de la densité des forces magnetiques a t =0.0015s

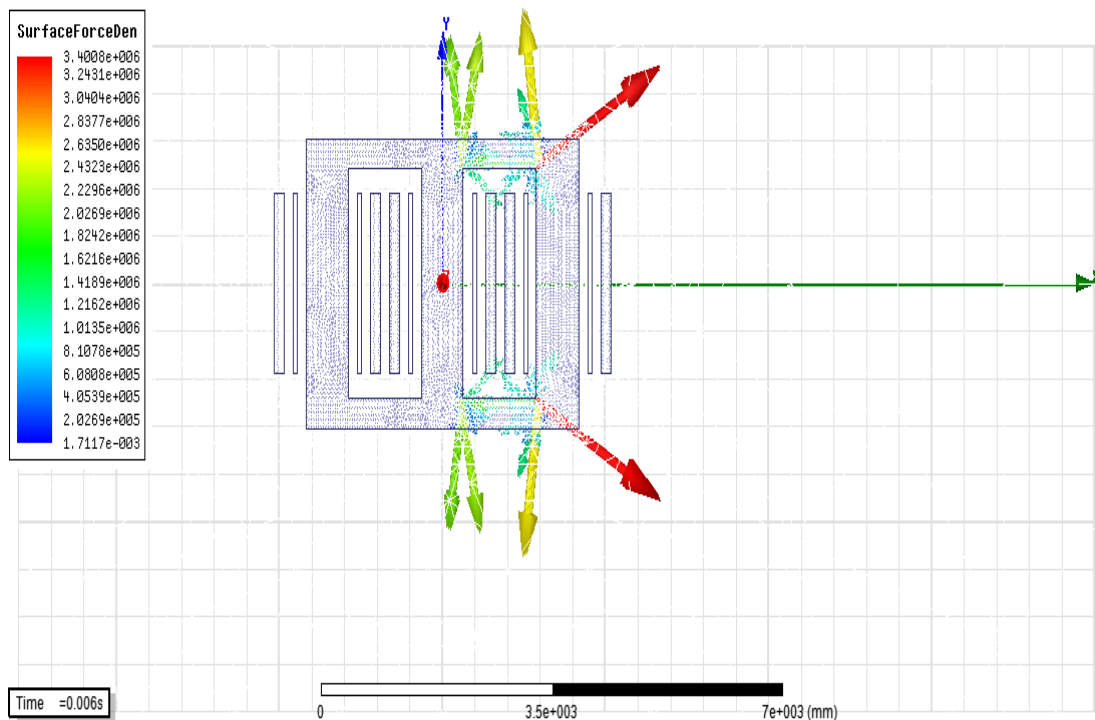


Figure IV - 34 : Repartition de la densité des forces magnetiques a t =0.006s

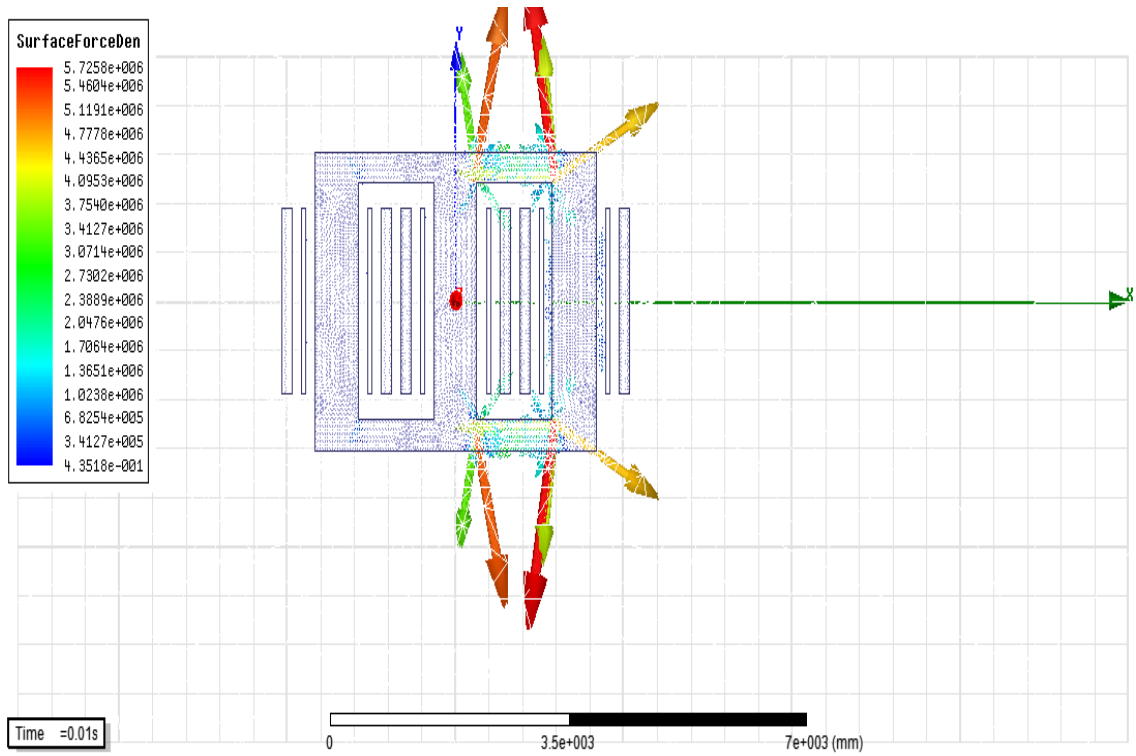


Figure IV -35 : Repartition de la densité des forces magnetiques a t =0.015s

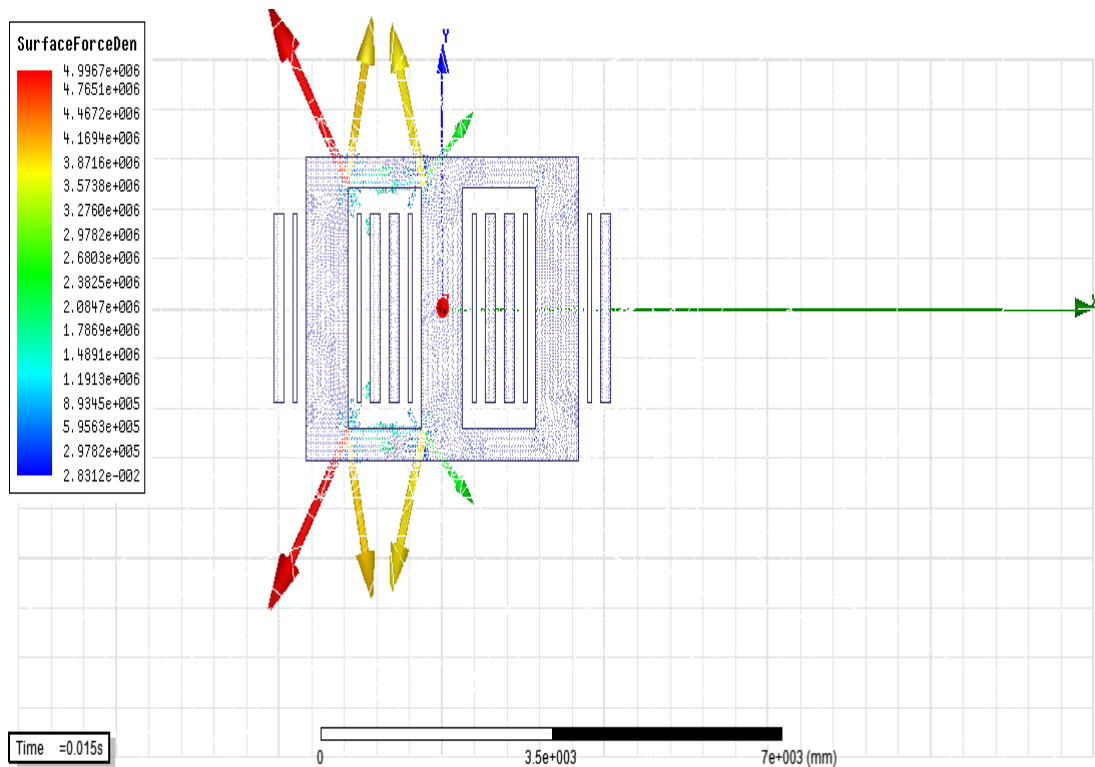


Figure IV - 36 : Repartition de la densité des forces magnetiques a t =0.015s

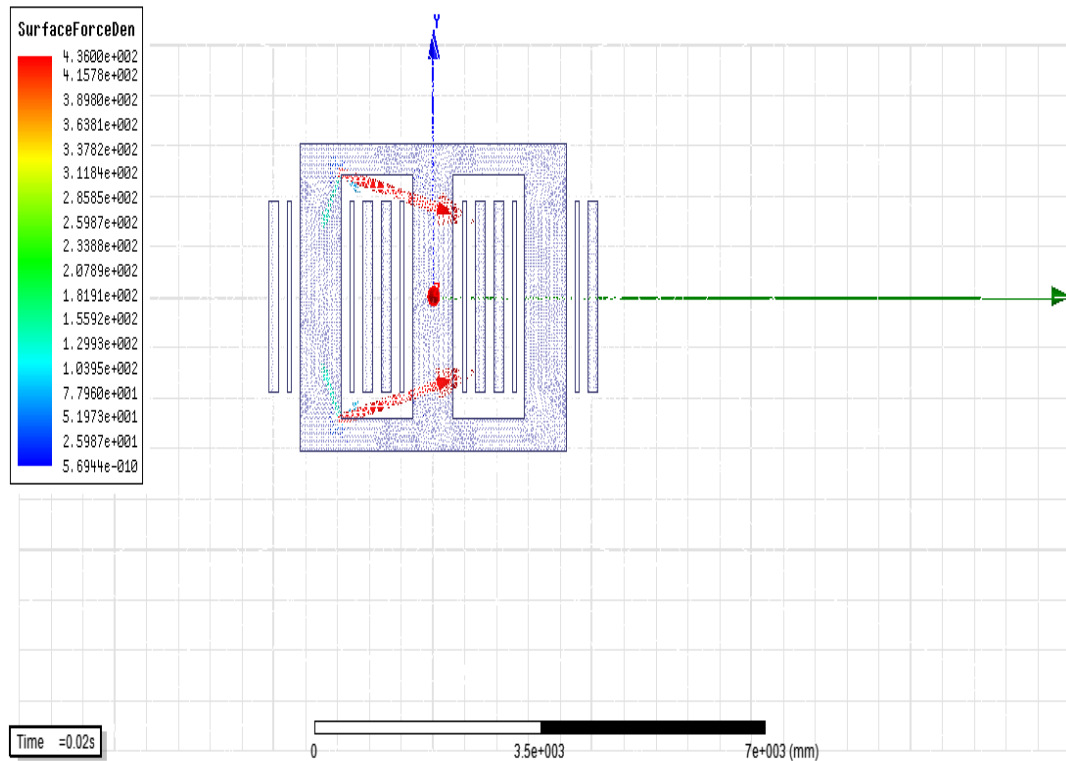


Figure IV -37 : Repartition de la densité des forces magnétiques a $t = 0.02s$

➤ **Interprétation des figures :**

On remarque que les vecteurs de la densité de la force magnétique se trouvent dans les coins intérieurs de la culasse dont leur orientation est vers l'extérieur, puis ils se déplacent dans l'autre côté de la culasse gardant leur sens et une augmentation légère de la densité puis un changement de sens des vecteurs aura lieu et en fin ils rejoindront leur place initiale où ils se stabilisent en changeant leurs sens vers l'intérieur.

IV-4-8 . Representation des allures de force

Après avoir vue la répartition des lignes de forces dans la culasse (tôle magnétique) nous avons obtenue les allures de la force magnétique (sinusoïdale).

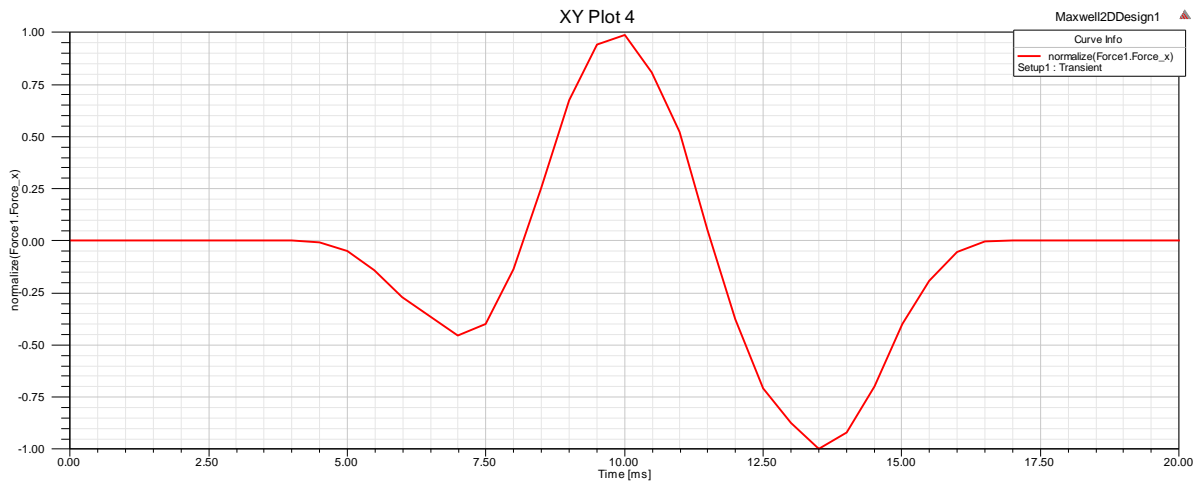


Figure IV -38 : l'allure de la force selon l'axe O X en valeur relative

La force selon l'axe des absisses et nulle jusqu'à l'instant $t= 4.5$ ms puis elle continue sa période avec une crête positive de 1 et une crête négative de -1.

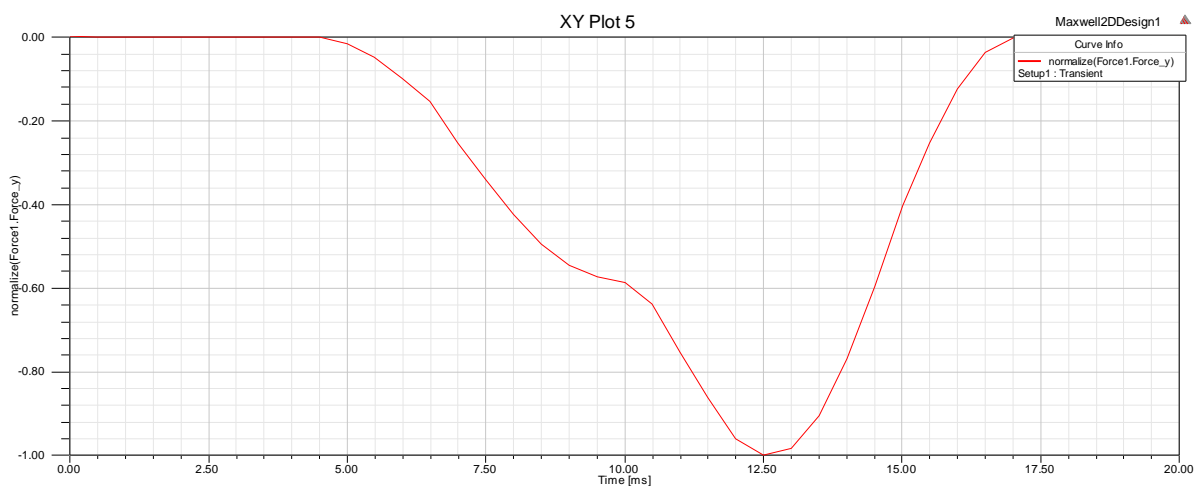


Figure IV -39 : l'allure de la force selon l'axe OY en valeur relative

La valeur de la force selon l'axe des ordonnées est nulle jusqu'à $t=4.5$ ms puis elle continue sa période avec une crête positive de 1 et une crête négative de -1.



Figure IV - 40 : l'allure de la force en valeur relative

La force relative pendant une période ne s'annule pas, et elle est toujours positive de crête égal à 1.

IV- 4-9. Conclusion

Le logiciel Maxwell nous a permis de mesurer et visualiser le potentiel vecteur magnétique, l'induction magnétique et la force magnétique et leur répartition dans la culasse d'un transformateur.

On conclue que l'induction ainsi que la force se concentre dans les arrêtes et les coins, ce qu'on appelle l'effet de coins.

IV-5 .Couplage magnéto-mécanique

IV-5-1. Introduction

ANSYS Maxwell est un logiciel de simulation de champs électromagnétiques de grande qualité, destinée aux ingénieurs chargés de concevoir et d'analyser les dispositifs électromagnétiques et électromécaniques 2D et 3D, y compris les moteurs, les actionneurs, les transformateurs,..... ANSYS Maxwell utilise la méthode très précise des éléments finis pour résoudre les problèmes liés aux champs électriques et aux champs électromagnétiques statiques, à domaine de fréquence et à temps variable. Les étapes à suivre pour résoudre notre problème sont :

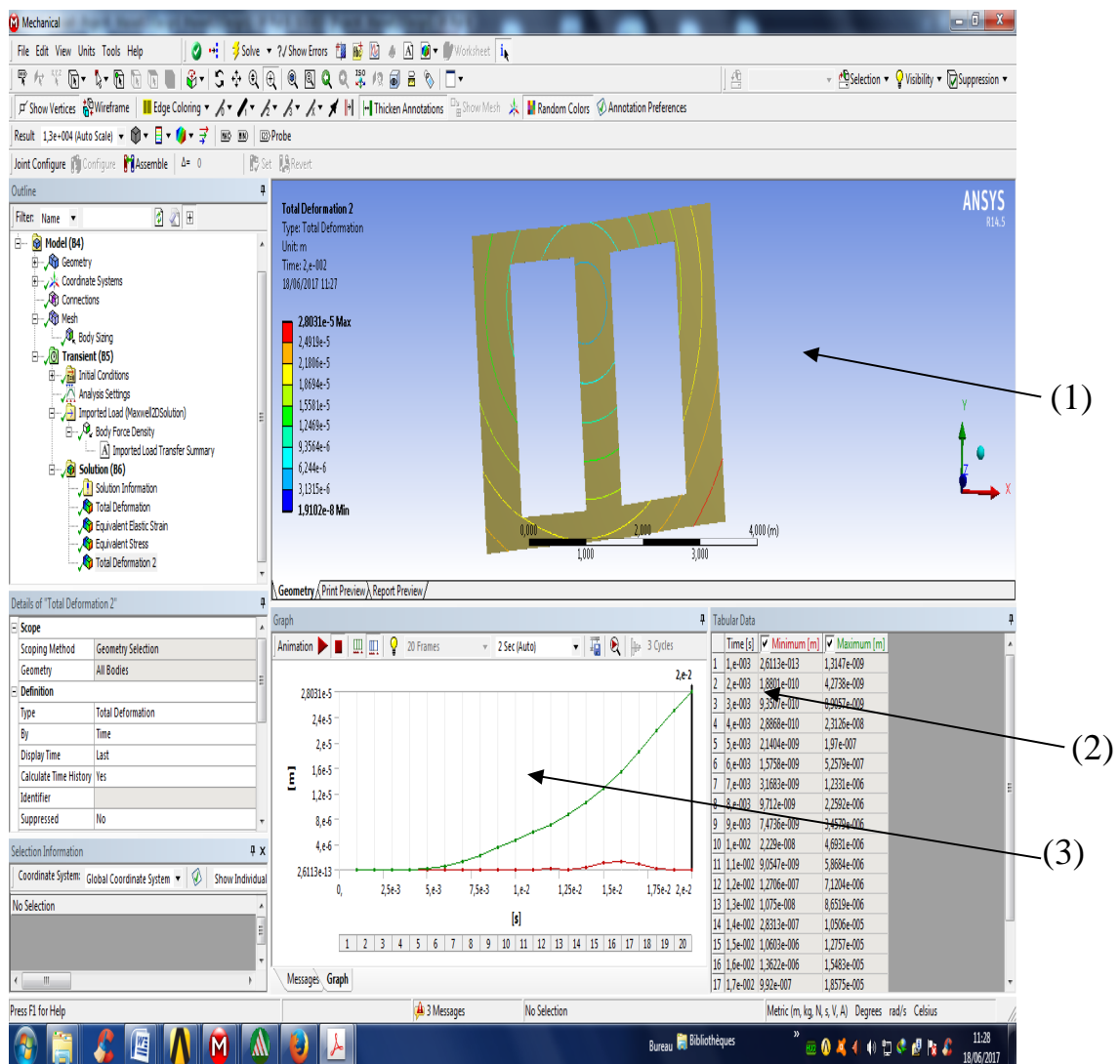
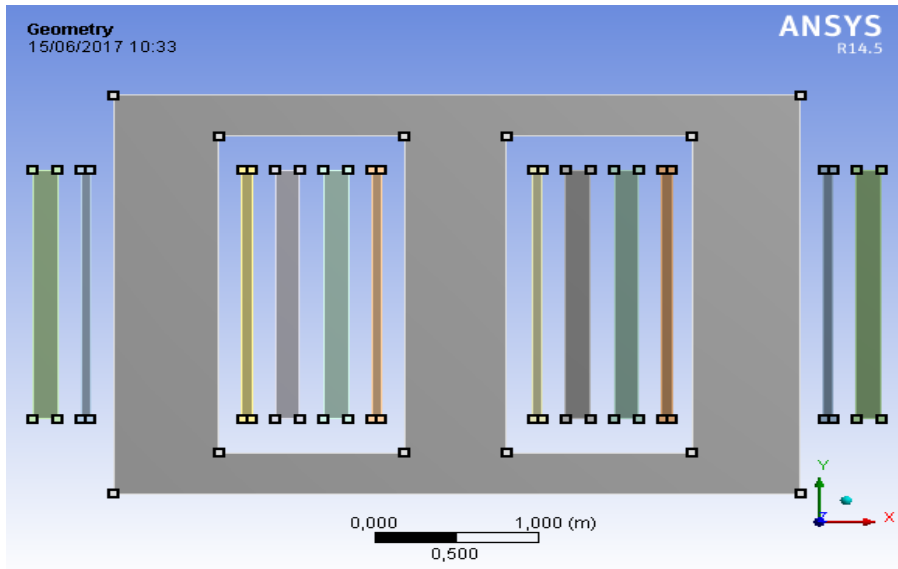


Figure IV - 41 : Fenêtre de logiciel Ansys

Avec :

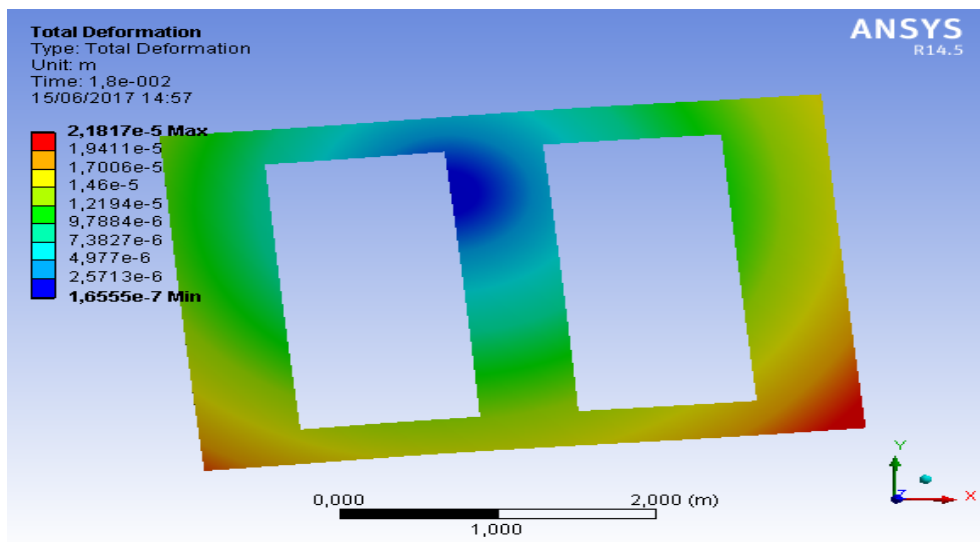
- (1) : Geometrie de dispositif (transformateur).
- (2) : Tableau des valeurs maximale et minimale de l'inconnue recherché.
- (3) : Representation graphique des inconnus.

IV-4-2.Geométrie sur le logiciel Ansys



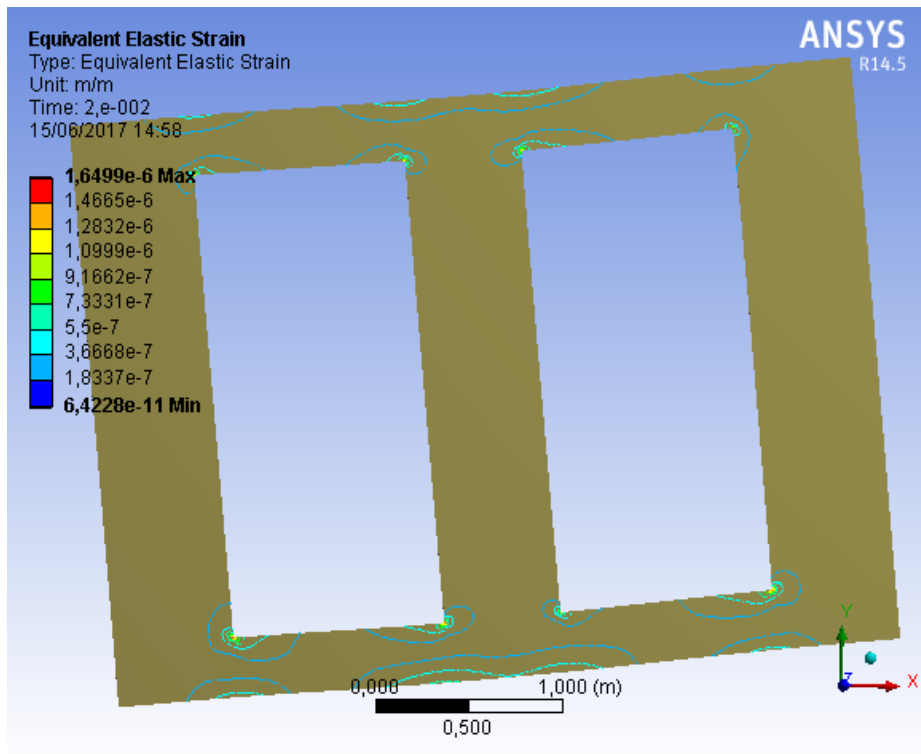
Figur IV- 42 : géometrie transversale 2D du transformateur

➤ **Géométrie d'une tôle**

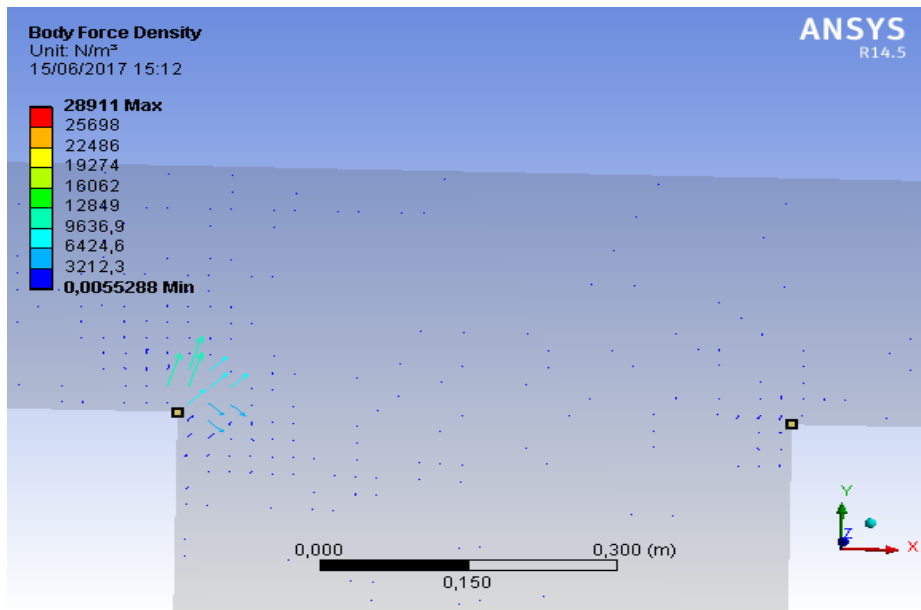


Figur IV- 43 : Configuration géométrique 2D d'une tôle

➤ Représentation de la déformation d'une tôle



Figur IV- 44 : Deformation relative de la tole



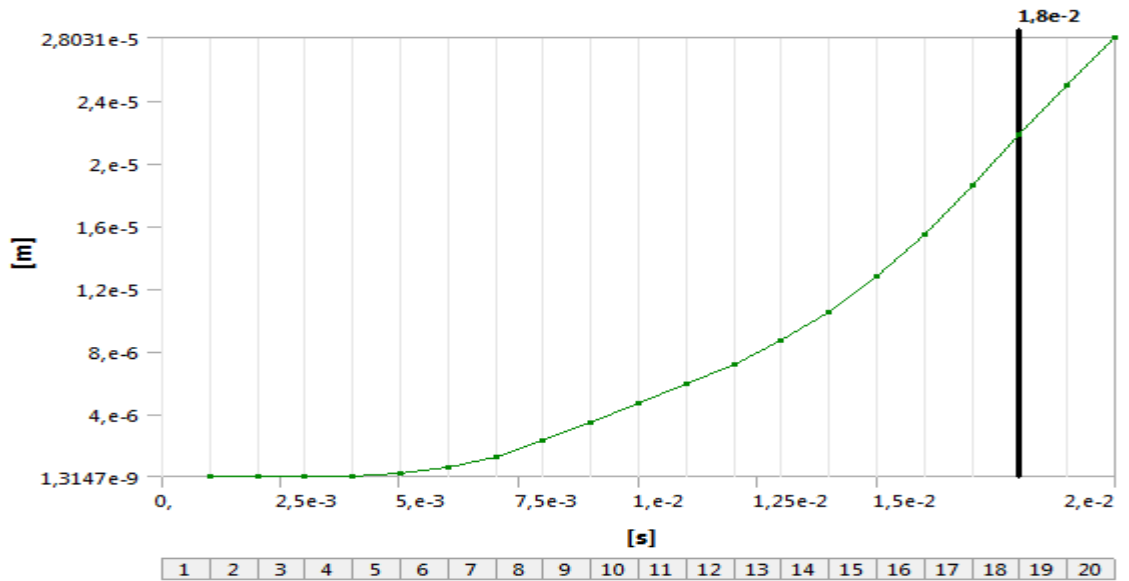
IV- 5-3.valeurs des contraintes

Le tableau suivant représente les valeurs minimale et maximale des contraintes subis par les transformateurs en fonction de temps.

Temps	Contrainte minimale Observees en Pa	Contrainte maximale Observees en Pa
1e-003 s	7,8872e-004	497,21
2e-003	5,1823e-003	989,95
3e-003	2,2428e-002	1751,2
4e-003	2,3325e-002	12720
5e-003	0,18115	1,0284e+005
6e-003	0,58432	1,7696e+005
7e-003	3,2824	4,36e+005
8e-003	5,9388	5,6973e+005
9e-003	11,593	6,6628e+005
1e-002	11,598	7,7104e+005
1,1e-002	4,5198	7,567e+005
1,2e-002	0,75465	5,9407e+005
1,3e-002	4,3154	3,5268e+005
1,4e-002	2,5245	3,0026e+005
1,5e-002	8,4307	4,6626e+005
1,6e-002	18,98	3,9841e+005
1,7e-002	14,752	3,1669e+005
1,8e-002	1,5259	1,3873e+005
1,9e-002	4,7131	1,8177e+005
2e-002	6,466	3,1021e+005

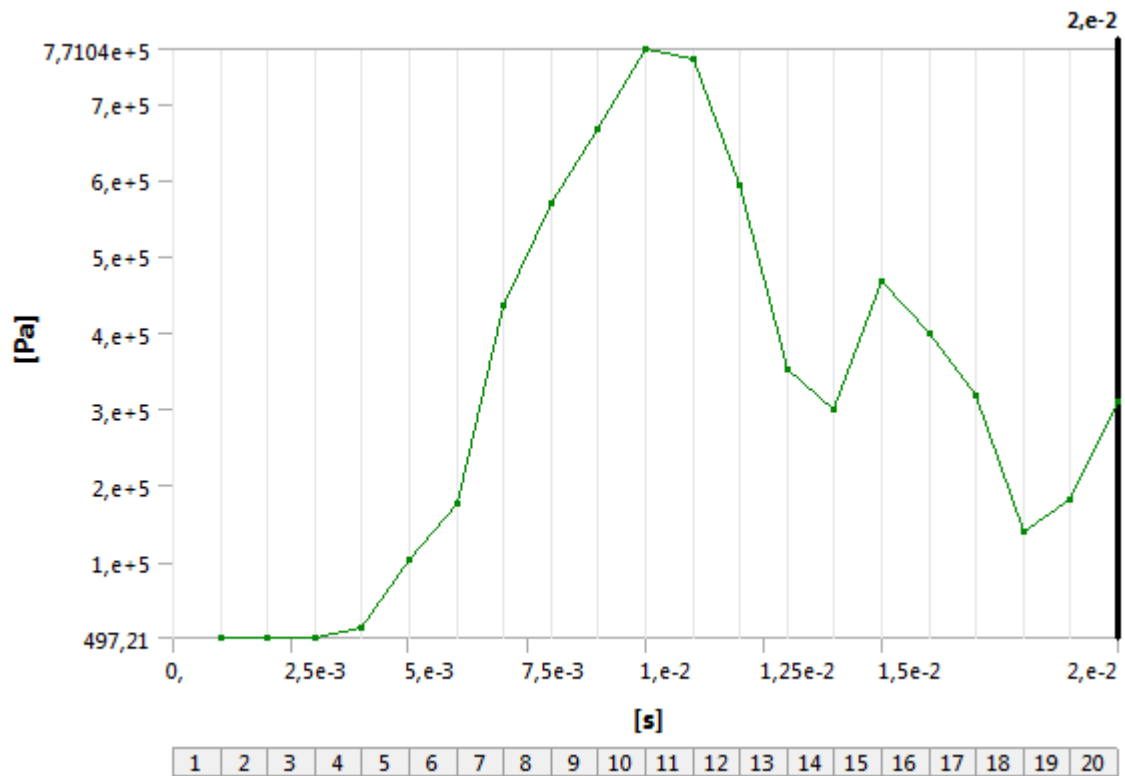
Tableau IV- 6 : valeurs des contraintes

➤ Representation des graphes



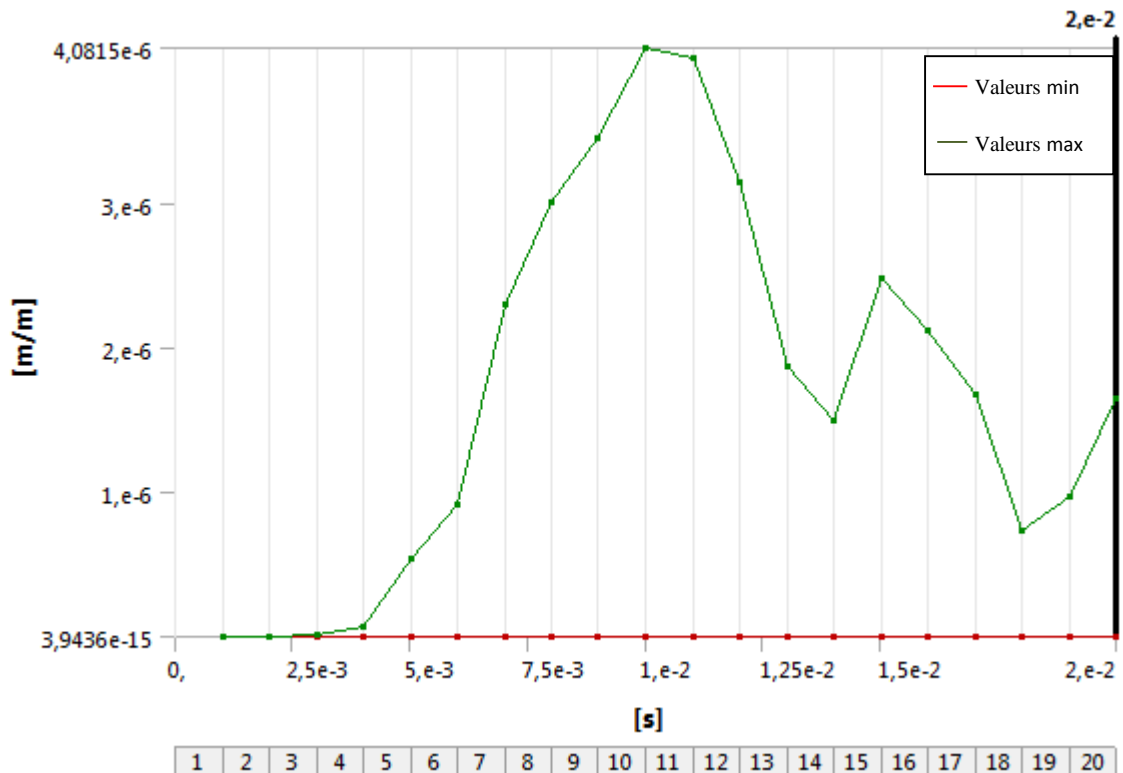
Figur IV- 45 : Allure de déplacement en fonction du temps

Le déplacement est constant et faible jusqu'a un temps $t = 5$ ms en suite il augmente d'une manière remarquable en fonction de temps



Figur IV- 46 : Variation des contraintes en fonction du temps

On voit que à l'instant $t = 2.5 \text{ ms}$ la deformation commence à augmenter jusqu'à sa valeur maximal $7.71 \cdot 10^5 \text{ Pa}$, à $t=10 \text{ ms}$ elle diminue pour atteindre sa valeur minimal à $t=18 \text{ ms}$.



Figur IV- 47 : Représentatoin de la deformation maximale et minimale

IV-5-4.Conclusion

Dans le processus de ce travail, on peut conclure que la déformation ont deux origines possibles : l'action d'une force extérieure, d'une part, et les propriétés des matériaux utilisés d'autre part.

IV-6.Conclusion

La tôle magnétique est fabriqué par un matériau ferromagnétique cristallisé, lorsqu'on applique un champ magnétique extérieur sur ce matériau les moments magnétiques des domaines de cristaux tentent à prendre la direction du champ magnétique appliqué, cette réorientation de l'aimantation provoque la déformation de tôle magnétique.

Ces déformations sont parfois nuisibles lorsqu'ils sont considérés comme pertes, d'autres fois on peut les exploiter comme actionneurs, capteurs,

Conclusion Générale

Au cours de ce travail nous nous sommes intéressés de l'étude et au développement de modèles de déformation magnéto-élastique. Dans la première partie on a parlé de transformateurs et de leur utilisation dans l'industrie puis on a cité leur différents constituants, différents types et différents modélisation. En suite on est entré dans la modélisation électromagnétique en commençant par les équations de Maxwell et ses différentes formes.

Nous avons cité les différentes lois de comportement ainsi que les relations de milieu et celle de passage. La méthode des éléments finis est bien élaborée d'une façon détaillée. Nous avons abordé la modélisation magnéto-élastiques en commençant par la modélisation de phénomènes élastiques et le comportement élastique de la matière, le tenseur d'élasticité est bien entendu expliqué.les différents aspects et les différentes énergies qui interviennent dans ses phénomènes sont discutés.

Nous avons aussi cité les différentes équations par lesquelles le système est traité, et les différentes contraintes qui contribuent aux déformations et provoquent les vibrations dans les transformateurs a fin d'analysées les causes de bruits dans les transformateurs.

Dans la deuxième partie de notre travail qui est la partie simulation nous avons commencé par une introduction au logiciel de simulation ANSYS MAXWELL, une introduction qui est représenter par deux petites applications, la première montre comment on peut calculer les forces magnétiques et les simuler, la deuxième montre les calculs des inductances.

En suite nous avons entamer l'application dans laquelle on travail sur un transformateur de puissance ,on a commencé par la configuration de la géométrie transversale2D du transformateur puis le maillage par éléments finis puis les calculs de paramètres des enroulements, ensuite on a passé au simulation de courbes des tensions.

Nous avons simulé en régime transitoire le potentiel vecteur magnétique, l'induction magnétique et la force magnétique, et on a donné les allures de force magnétique selon les deux axes plus l'allure du force relative avec bien évidemment l'interprétation.

En fin nous avons abouti au partie couplage mécanique qui illustre les différents courbes de déplacements et celles de déformations puis on a cité les différentes valeurs de contraintes subit par le transformateur.

Bibliographie

- [1] Nicola Chiesa. " Power Transformer Modeling for Inrush Current Calculation" Doctoral theses at NTNU. Norwegian University of Science and Technology. June 2010
- [2] Toufik SMAIL " Modélisation des éléments non linéaire ", Mémoire de magister, département d'électronique, Université de Batna, 2005.
- [3] <http://dspt.perso.sfr.fr/GAULARD.htm> (© 2000-2007 Pierre Dessapt)
- [4] T. WILDI, G. SYBILLE " Electrotechnique", Département de Boeck Université, 4e édition, 2005.
- [5] V. COSTAN, " Convertisseurs Parallèles Entrelacés : Etude des Pertes Fer dans les Transformateurs Inter-cellules", Thèse de doctorat, institut national polytechnique de Toulouse, octobre 2007
- [6] S. Chimklai, J. R.Marti, "Simplified three-phase transformer model for electromagnetic transients". IEEE Transaction on Power Delivery Vol. 10, No. 3, pp.1316-1325 ,July 1995.
- [7] B. MADOUCHE « étude et développement demi-analytique de l'équation de diffusion électromagnétique avec terme de déplacement dans le cas de dispositifs axisymétriques existés en courant ou en tension » mémoire de magistère CUAM de Bejaia, 29 octobre 1996.
- [8] cours de magnétisme en master 1
- [9] M.HADJARI et L.FLISSI « Modélisation des phénomènes électromagnétiques et mécaniques en régime transitoire en utilisant la méthode des éléments finis avec prise en compte du mouvement » mémoire d'Ingénieur d'état en électrotechnique, option machines électrique, université Mouloud Mammeri, Tizi-Ouzou option 2002
- [10] M' OULD OUALI SAMY HASSANE « Intégration de l'hystérésis magnétique dans un calcul éléments finis en vue de l'estimation des pertes dans les tôles des machines électriques » Thèse de Doctorat en électrotechnique, université Mouloud Mammeri, Tizi-Ouzou année 2002

Bibliographie

[11] M^{elle} FADILA BOUTOUDJ « Modélisation par éléments finis de phénomènes thermomécaniques d'une structure type PBGA » mémoire de fin d'étude de master académique » Spécialité : génie électrique. Filière : entraînements électriques, université Mouloud Mammeri, Tizi-Ouzou option 2012.

[12] M^r MOULOUD HAULI et M^r HAFID SADA OUADDA « Modélisation par éléments finis d'un système d'actionnement magnétothermique » mémoire de fin d'étude de master académique » Spécialité : génie électrique. Filière : entraînements électriques, université Mouloud Mammeri, Tizi-Ouzou option 2015.

[13] M^r M. ZAOUIA « Mise en œuvre d'un modèle de couplage de phénomènes électriques et magnétiques en régime transitoire » mémoire de magistère EMP Alger, 30 janvier 2001.

[14] M^r M. ZAOUIA « Modélisation Numérique du Couplage Electromagnétique-Mécanique dans les Structure Linières Tubulaires » thèse de DOCTORET en électrotechniques, université Mouloud Mammeri, Tizi-Ouzou soutenue le 05 Mai 2013.

[15] M^r. BELKESSAM Belkacem ,Mr SADI Djilali ,Mr OULD-FELLA Mohamed ouamer «Etude par le Méthode des Éléments Finis d'une Machine Synchrone a Aliments Permanents en Présence de Défauts dus a la Désaimantation» mémoire d'Ingénieur d'état en électrotechnique, option machines électrique, université Mouloud Mammeri, Tizi-Ouzou option 2009

[16] L. DANIEL : « Modélisation multiéchelle du comportement magnéto-mécanique des matériaux ferromagnétiques texturés ». Thèse de doctorat, Ecole supérieure de Cachan, 2003.

[17] N. GALOPIN ; K. AZOUM ; M. BESBES ; F. BOUILLANT ; L. DANIEL ; O. HUBERT ; F. ALVES : « Caractérisation et modélisation des déformations induites par les forces magnétiques et par la magnétostriction ». MGE 2005.

Bibliographie

[18] P. BRISSONNEAU : « Magnétisme et matériaux magnétiques pour l'électrotechnique ». Hermes, 1997.

[19] Z. MAKNI : « Contribution au développement d'un outil d'analyse multiphysique pour la conception et l'optimisation d'actionneurs électromagnétiques ». Thèse de doctorat, l'Université Pars Sud XI, Faculté d'ORSAY, 2006.

[20] M. SOULTAN : « Approche du bruit magnéto mécanique, application au suivi de la fatigue en flexion relative ». Thèse de doctorat, l'INSA de Lyon. Décembre 2002

[21] K. NADJET. « Modélisation de l'hystérésis magnétique en vue de son intégration dans un code de calcul du champ électromagnétique ». Mémoire de magistère, Université de Batna, Mai 2006.

[22] Melle. Nadia BOUAZIZ «Modélisation par éléments finis d'un transformateurs de puissance » mémoire d'ingénieur d'état en électrotechnique, option réseaux électrique, université Mouloud Mammeri, Tizi-Ouzou option 2005.

[23] Revue ABB 2/2008 LE MONDE DE SILENCE concevoir et fabriquer des transformateurs silencieux Ramisis Girgis,Jan Anjer,Donald Chu

[24] Ansys Maxwell 3D Feild simulator v 15 User'sGuide.

[25] GANA mohammed «Calcul électromagnétique par éléments finis application aux transformateurs de puissance » mémoire de master professionnel en électrotechnique, , université Mouloud Mammeri, Tizi-Ouzou option 2014.

Résumé

Les transformateurs constituent l'une des plus importantes parties du système électroénergétique dans sa partie de transport ou de distribution. La thèse s'inscrit dans le cadre du projet pour les études des effets de déformation du tôle magnétique dans les transformateurs de puissance, afin d'éliminer les bruits causés par cette déformation et qui est considéré comme une perte d'énergie. Ce travail présente une méthode qui permet de simuler la déformation du tôle magnétique et son déplacement en utilisant le logiciel MAXWELL pour la simulation de géométrie et le maillage par éléments finis et en utilisant le logiciel ANSYS pour le couplage magnéto-mécanique. La simulation est faite dans un régime transitoire, les contraintes sont prises à différents instants et comparées à chaque fois pour montrer le développement de déformation dans le temps.

Mots-clés : Transformateur de puissance, ANSYS MAXWELL, déformation, vibration, Modélisation magnéto-élastique.