

**République Algérienne Démocratique et Populaire**  
**Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique**  
**UNIVERSITE MOULOUD MAMMARI DE TIZI-OUZOU**



**Faculte de Genie Electrique et d'Informatique**  
**Departement Automatique**

**Mémoire de Fin d'Etudes**

En vue de l'obtention du diplôme

**De Master Académique**

**Option : Commande des Système**

**Thème**

**Commande robuste basée sur la méthode de Kharitonov d'une  
machine à reluctance variable**

Dirige par :

Mr. A. MAIDI      Professeur

Réalisé par :

Mr. OUILFANE Arezki

M<sup>lle</sup>. OUARAS Katia

Jurys:

Mr R.Mellah      Professeur

Mr R.Kara      Professeur

Mr H.Oubabas      MAA à l'UMMTO

Soutenue le : 10/07/2017

**Promotion: 2016/2017**

# *Remerciements*

*Nos remerciements avant tout, à dieu le tout puissant qui nous a donné la foi, le courage et la patience pour arriver a ce jour.*

*Nous tenons à exprimer nos vifs remerciements et gratitude à notre encadreur Mr : A.MAIDI pour nous avoir suivies durant la préparation de ce travail et pour sa patience et ses conseils.*

*Que les membres de jury trouvent nos remerciements pour avoir accepté d'honorer par leur jugement notre travail.*

*Enfin, nous remercions toutes les personnes ayant contribué d'une manière ou d'une autre à réaliser ce projet de fin d'études.*

# *Dedicaces*

❖ *Je dédie ce travail:*

*À mes chers parents et à toute ma famille qui m'ont soutenu.*

*Ainsi qu'à mes amis et à tous mes proches pour leurs encouragements et leurs soutiens qui se reconnaîtront.*

*Arezki*

❖ *Je dédie ce modeste travail :*

*Au meilleur des pères*

*A ma très chère maman*

*Qu'ils trouvent en moi la source de leur fierté*

*A qui je dois tout*

*A mes sœurs et mes frères*

*A qui je souhaite un avenir radieux plein de réussite*

*A mes Amis*

*A tous ceux qui me sont chers*

*Katia*

# *Notations et symboles*

---

MCC	Moteur à courant continu
MAS	Moteur asynchrone
MS	Moteur synchrone
MPP	Moteur pas à pas
MRV	Machine à réluctance variable
$N_s$	Nombre de pôles statorique
$N_r$	Nombre de pôles rotorique
s, r	Indices stator et rotor
$\theta_m$	Angle mécanique [°]
$\theta_e$	Angle électrique [°]
m	Phase électrique
$L(\theta)$	Inductance [H]
$\theta$	Position angulaire du rotor [°]
i	Courant instantané [A]
$\Psi$	Flux [Wb]
$W_{em}$	Énergie
$W'_{em}$	Co-énergie
N	Nombre des termes du développement en série de Fourier
$a_n$	Coefficients du développement en série de Fourier
P	Ordre des fonctions polynomiales
$V_j$	La tension circulant dans la phase [V]
$i_j$	Le courant circulant dans la phase [A]
j	Nombre de phase
R	Résistance électrique de l'enroulement de la phase [ $\Omega$ ]

---

$\Omega$	Vitesse de rotation mécanique [rd/s]
$f$	Coefficient de frottement [SI] où [Nm.s/rd]
$J$	Inertie du rotor [Kg.m <sup>2</sup> ]
$C_{em}$	Couple électromagnétique [Nm]
$C_{ch}$	Couple de charge
$L_{inc}$	Inductance incrémentale [H]
$E$	Force électromotrice
$\Delta(t)$	L'incertitude
$t$	Variable de temps [s]
$T$	Température
$P(s, a)$	Polynôme caractéristique
$V(t)$	Entrée de système
$p$	Variable de Laplace
$V(p)$	Attention d'alimentation [V]
$\varepsilon(p)$	L'écart statique
$G(p, a, b)$	Fonction de transfert de système
$C(p)$	Fonction de transfert de correcteur PI
PI	Correcteur à action proportionnelle et intégral
$K_c, T_i$	Paramètres du correcteur PI

# *Listes des figures*

---

<b>Figure I.1</b>	<i>MRV8/6 (8 pôles au stator et 6 pôles au rotor).....</i>	5
<b>Figure I.2</b>	<i>Machine à réductance monophasée.....</i>	6
<b>Figure I.3</b>	<i>MRV à 2 dents par phase.....</i>	7
<b>Figure I.4</b>	<i>MRV à plus de 2 dents par phase.....</i>	7
<b>Figure I.5</b>	<i>MRV à pôles statoriques dentés.....</i>	7
<b>Figure I.6</b>	<i>Positions extrêmes du rotor.....</i>	9
<b>Figure I.7</b>	<i>Énergie (<math>W_{em}</math>) et co-énergie (<math>W'_{em}</math>).....</i>	10
<b>Figure I.8</b>	<i>MRV utilisée dans le train à grande vitesse pour la climatisation de l'air cycle.....</i>	11
<b>Figure I.9</b>	<i>MRV pour une machine à laver.....</i>	14
<b>Figure II.1</b>	<i>Circuit équivalent d'une phase électrique du MRV.....</i>	18
<b>Figure III.1</b>	<i>Circuit électrique RL.....</i>	25
<b>Figure IV.1</b>	<i>Correction du système a paramètre variant.....</i>	39
<b>Figure IV.2</b>	<i>Domaine admissible des paramètres <math>k_c</math> et <math>T_i</math>.....</i>	45
<b>Figure IV.3</b>	<i>Résultat de simulation des huit sorties critique du système.....</i>	48

# *Sommaire*

---

**Introduction générale.....01****Chapitre I : généralité sur les moteurs à reluctance variable**

<i>I.1</i>	<i>Introduction.....</i>	<i>02</i>
<i>I.2</i>	<i>Différents types des moteurs électriques.....</i>	<i>02</i>
<i>I.2.1</i>	<i>Moteur à courant continu (MCC).....</i>	<i>02</i>
<i>I.2.2</i>	<i>Moteur asynchrone (MAS).....</i>	<i>03</i>
<i>I.2.3</i>	<i>Moteur synchrone (MS).....</i>	<i>03</i>
<i>I.2.4</i>	<i>Moteur pas à pas (MPP).....</i>	<i>03</i>
<i>I.2.5</i>	<i>Moteur à réluctance variable (MRV).....</i>	<i>04</i>
<i>I.3</i>	<i>Principe des moteurs à reluctance variable.....</i>	<i>04</i>
<i>I.3.1</i>	<i>présentation de MRV .....</i>	<i>04</i>
<i>I.3.2</i>	<i>Différent types de MRV .....</i>	<i>06</i>
<i>I.3.2.1</i>	<i>MRV pure.....</i>	<i>06</i>
<i>I.3.2.2</i>	<i>MRV vernier .....</i>	<i>08</i>
<i>I.3.2.3</i>	<i>MRV hybrides.....</i>	<i>08</i>
<i>I.3.3</i>	<i>principe de fonctionnement.....</i>	<i>09</i>
<i>I.4</i>	<i>Notion d'énergie et de co-énergie.....</i>	<i>10</i>
<i>I.5</i>	<i>avantages et inconvénients des MRV.....</i>	<i>12</i>
<i>I.5.1</i>	<i>Avantages.....</i>	<i>12</i>
<i>I.5.2</i>	<i>Inconvénients.....</i>	<i>12</i>
<i>I.6</i>	<i>Domaines d'utilisation .....</i>	<i>13</i>
<i>I.7</i>	<i>Conclusion.....</i>	<i>15</i>

## **Chapitre II : Modélisation du moteur à réluctance variable**

II.1	Introduction.....	16
II.2	Définition de modèle mathématique.....	16
II.3	Modélisation de MRV.....	17
II.3.1	L'inductance .....	17
II.3.2	Equations électrique .....	18
II.3.3	Equation mécanique.....	20
II.4	Fonction de transfert du système .....	21
II.5	Conclusion.....	23

## **Chapitre III : La méthode de Kharitonov pour la synthèse de correcteurs robuste**

III.1	Introduction.....	24
III.2	Système incertain .....	24
III.2.1	Classe d'incertitude.....	24
III.2.2	Exemple d'un système incertain.....	25
III.3	Méthode de Kharitonov .....	27
III.3.1	Polynôme de Kharitonov.....	27
III.3.2	Analyse de la stabilité.....	28
III.3.3	Exemple d'application .....	29
III.4	Application de la méthode de Kharitonov pour les systèmes bouclés.....	30
III.4.1	Premier méthode (utilisation des 16 fonctions de transfert).....	30
III.4.2	deuxième méthode (analyse des intervalles).....	31
III.5	Exemple d'application.....	32
III.6	Conclusion.....	38

---

## ***Chapitre IV : Commande PI robuste de la machine à réluctance variable***

<i>IV.1</i>	<i>Introduction.....</i>	<i>39</i>
<i>IV.2</i>	<i>Utilisation de la méthode de Kharitonov pour la synthèse de correcteur.....</i>	<i>39</i>
	<i>IV.2.1</i>	<i>Présentation du système en boucle fermé.....39</i>
	<i>IV.2.2</i>	<i>Calcul des paramètres du correcteur PI.....41</i>
<i>IV.3</i>	<i>Simulation du système incertain.....</i>	<i>45</i>
	<i>IV.3.1</i>	<i>Présentation des cas critique.....46</i>
	<i>IV.3.2</i>	<i>Résultat de la simulation.....47</i>
<i>IV.4</i>	<i>Conclusion.....</i>	<i>49</i>
	<b><i>Conclusion générale.....</i></b>	<b><i>50</i></b>

# *Introduction générale*

Les entraînements à vitesse variable sont la clé de nombreux processus allant de la robotique (servomoteurs) jusqu'à l'entraînement des laminoirs en sidérurgie en passant par le domaine des transports. Dans ces applications, les machines électriques ont pris une place de choix de part leur souplesse d'utilisation et de contrôle. Les exigences de milieu industriel varient entre coût, encombrement, sécurité de fonctionnement, robustesse, rendement énergétique, confort de l'utilisateur, etc. Le choix d'un certain type de machine dépend de l'application envisagée.

Parmi l'ensemble des machines électriques, on s'intéresse particulièrement dans ce travail, à la machine à reluctance variable, elle a attiré l'attention de beaucoup de chercheurs pendant la dernière décennie vue ses nombreux avantages. Sans balais ni collecteur, la simplicité de sa structure et l'absence de bobinage au rotor lui confèrent une grande robustesse ainsi qu'un coût de fabrication très avantageux.

Comme tout type de machine, la MRV possède quelques inconvénients. Sa technologie présente des caractéristiques fortement non linéaires et un fort couplage entre les paramètres. Ainsi, comprendre son fonctionnement est devenu indispensable pour assurer sa stabilité. Pour assurer un fonctionnement stable pour la machine, une solution intéressante consiste à concevoir une commande robuste en utilisant la méthode de Kharitonov. C'est l'objectif de ce présent mémoire. Le but est de concevoir un correcteur PI assurant la robustesse en stabilité malgré les variations paramétriques.

Le mémoire est constitué de quatre parties comme suit :

Le premier chapitre donne des généralités sur le principe de fonctionnement et l'alimentation, les avantages et les inconvénients de la MRV.

Dans le deuxième chapitre, nous nous sommes intéressés à la modélisation de la MRV sous forme d'un système incertain.

Le troisième chapitre est consacré à l'analyse et la synthèse des systèmes incertains en utilisant la méthode de Kharitonov.

Dans le dernier chapitre, un correcteur PI robuste est conçu pour la machine à reluctance variable en utilisant la méthode de Kharitonov.

Enfin, nous terminons ce travail par une conclusion générale.

*Chapitre II*  
*Généralités sur les*  
*moteurs à reluctance*  
*variable*

### I.1 Introduction

Le moteur à reluctance variable est parmi les moteurs électriques les plus utilisés, on le trouve dans plusieurs domaines comme l'industrie et la traction de véhicule électrique.

Dans ce chapitre, nous citons les différents types des moteurs électriques puis en axant l'exposé sur le type à reluctance variable. On commence par la présentation du moteur, de ses différentes topologies, puis nous procéderons à une étude théorique de son fonctionnement, et on termine ce chapitre en précisant les avantages, les inconvénients et quelques domaines d'utilisation de ce moteur.

### I.2 Différents types des moteurs électriques

Le moteur électrique est un dispositif électromécanique permettant la conversion d'énergie électrique en énergie mécanique grâce au champ magnétique tournant. Les moteurs électriques les plus connus sont [1] :

- Moteur à courant continu.
- Moteur synchrone.
- Moteur asynchrone.
- Moteur pas à pas.
- Moteur à reluctance variable.

#### I.2.1 Moteur à courant continu (MCC)

L'avantage du moteur à courant continu est de pouvoir facilement régler sa vitesse de rotation. Le moteur à courant continu est alimenté par des batteries ou des piles. Ce genre des moteurs électriques sont utilisés sur de petits outils tels que des appareils électroportatifs sans fil. Le principal problème de ces moteurs vient de la liaison entre les balais et les collecteurs rotatifs. Ces inconvénients ont été partiellement résolus par des moteurs disques ou des moteurs cloches qui ne possèdent aucun fer au rotor, mais qui par contre possèdent toujours des balais.

Par la suite, ces inconvénients ont été radicalement éliminés grâce à la technologie du moteur brushless, aussi dénommé « moteur à courant continu sans balais » ou moteur sans balais.

### I.2.2 Moteur asynchrone (MAS)

Le moteur électrique asynchrone est le plus répandu des moteurs alternatifs. Le moteur à courant alternatif sans connexion entre le stator et le rotor. Le terme asynchrone provient du fait que la vitesse de ces moteurs n'est pas forcément proportionnelle à la fréquence des courants qui la traversent. Le moteur asynchrone est uniquement alimenté par un courant alternatif triphasé. Il a la particularité d'être robuste et simple. Le moteur asynchrone est aussi un moteur très utilisé, car sa gamme de puissance peut aller de quelques centaines de watts à plusieurs milliers de kilowatts. Ce genre de moteur électrique est utilisé sur des machines-outils tels que des nettoyeurs à haute pression.

### I.2.3 Moteur synchrone (MS)

Le moteur synchrone existe dans deux versions soit bobinées pour les fortes puissances et à aimant pour les entraînements à hautes performances. Le terme synchrone regroupe toutes les machines dont la vitesse de "rotation de l'arbre de sortie" est égale à la vitesse de "rotation du champ tournant". Les moteurs électriques synchrones sont généralement des moteurs triphasés. Le rotor, souvent appelé « roue polaire », est alimenté par une source continue ou équipé d'aimants permanents. Le moteur synchrone est souvent utilisé comme génératrice. On l'appelle alors « alternateur ».

### I.2.4 Moteur pas à pas (MPP)

Les moteurs pas à pas sont de petits moteurs de précision dotés d'un système de commande électronique. Un moteur pas à pas permet de transformer une impulsion électrique en un mouvement angulaire. Ce type de moteur est très courant dans tous les dispositifs où l'on souhaite faire un contrôle de vitesse ou de position en boucle ouverte, typiquement dans les

systèmes de positionnement. L'usage le plus connu du grand public est dans les imprimantes et les lecteurs CD (Compact Disc).

### I.2.5 Moteur à réductance variable (MRV)

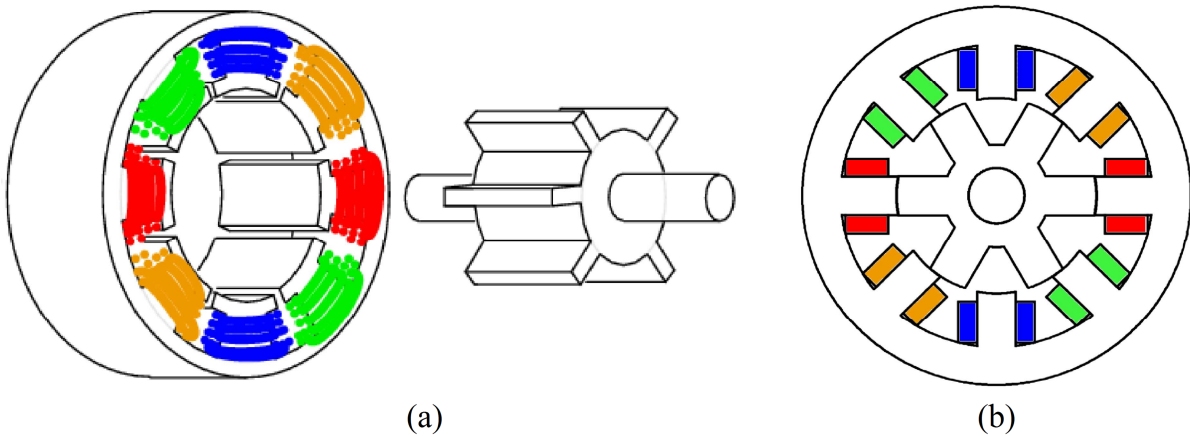
Le moteur à réductance variable possède un dispositif prometteur et il est toujours en développement. Il s'agit d'un moteur qui comporte un rotor à encoches se positionnant dans la direction de la plus faible réductance. Le rotor étant en fer doux, son mouvement est indépendant du sens d'alimentation des différentes phases. Le choix de la séquence d'alimentation détermine son sens de rotation. Le fonctionnement du moteur est assuré par un pilotage du type unipolaire et l'avance du rotor est obtenue en excitant tour à tour une paire de pôles. Le travail réalisé dans ce mémoire concerne ce type de moteur.

## I.3 Principe des machines à réductance variable (MRV)

### I.3.1 Présentation de la MRV

L'origine de la machine à réductance variable remonte à plus d'un siècle, son système de commutation mécanique l'avait rendu presque inutilisable à cette époque, mais ces dernières années il a connu des évolutions importantes et il est devenu une véritable option pour les applications à vitesse variable.

Les MRV sont des types des machines synchrones, et elles sont identifiées par le nombre de pôles (nombre de pôles statorique  $N_s$  et nombre de pôles rotorique  $N_r$ ) et le nombre de phases. En général, ce moteur est nommé par leur nombre de pôles  $N_s / N_r$ .



**Figure I.1** MRV8/6 (8 pôles au stator et 6 pôles au rotor).

La figure I.1 (a) représente la structure d'un moteur à réluctance variable à 4 phases et (b) une coupe transversale de ce moteur.

Les bobines des pôles statoriques diamétralement opposées sont reliées deux à deux en série ou en parallèle, constituant ainsi une phase électrique  $m$  qu'elle est reliée de façon indépendant à un circuit de commutation commandé pour son alimentation.

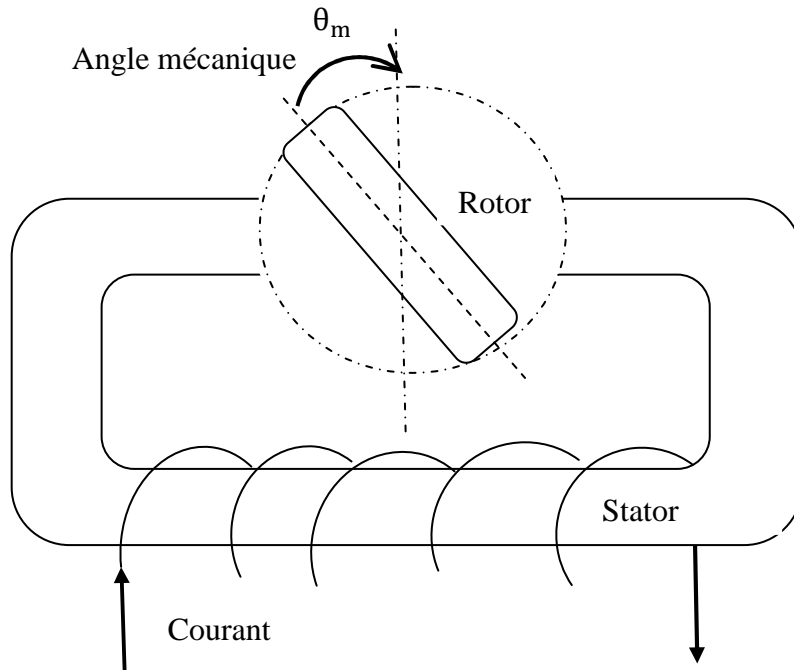
Il existe une variété de configuration de la MRV qui diffère dans la forme de stator et de rotor, ainsi que le nombre de pôle et de phase. En général, le nombre de phases  $m$ , l'angle mécanique  $\theta_m$  (l'angle entre les pôles statorique), le pas de rotation du moteur (l'angle qui fait le moteur pour passer d'une position à une autre), peuvent être exprimés en fonction du nombre de pôles rotoriques et statoriques :

$$m = \frac{N_s}{2} \quad ; \quad \theta_m = \frac{2\pi}{N_r} \quad ; \quad \text{pas} = \frac{2\pi}{m \cdot N_r}$$

L'angle électrique  $\theta_e$ , peut être exprimé en fonction de l'angle mécanique  $\theta_m$ , et du nombre de pôles rotoriques  $N_r$  :

$$\theta_e = N_r \cdot \theta_m$$

Une MRV avec un petit nombre de phases nécessite moins de commutation par tour et donc moins de composants électrique est une commande plus simple. Par contre une MRV avec un grand nombre de phases à un angle mécanique plus petit et donc le couple de sortie est plus lisse.



**Figure I.2** Machine à réluctance monophasée.

### I.3.2 Différents types des MRV

Il existe 3 types des machines à réluctance variable:

- MRV pure.
- MRV vernier.
- MRV hybride.

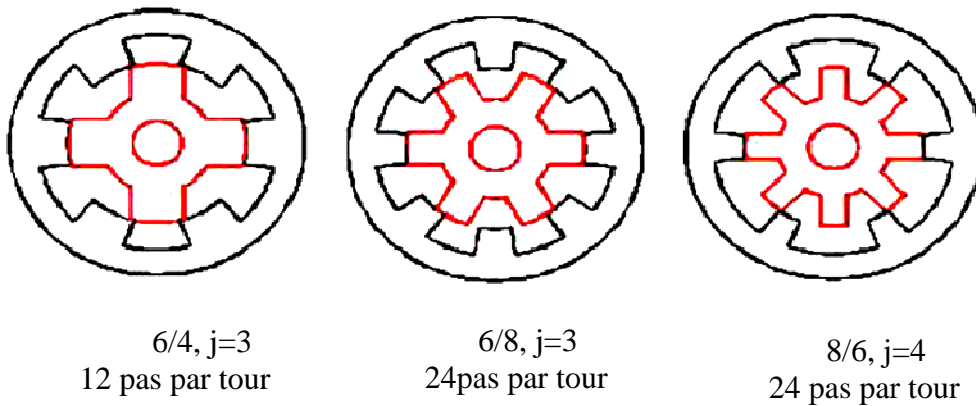
#### I.3.2.1 MRV pure

La machine a réluctance variable dite "pure" a une structure saillante au rotor et au stator avec un stator "actif" où sont situés les bobinages et un rotor "passif" (sans bobinage ni aimants)

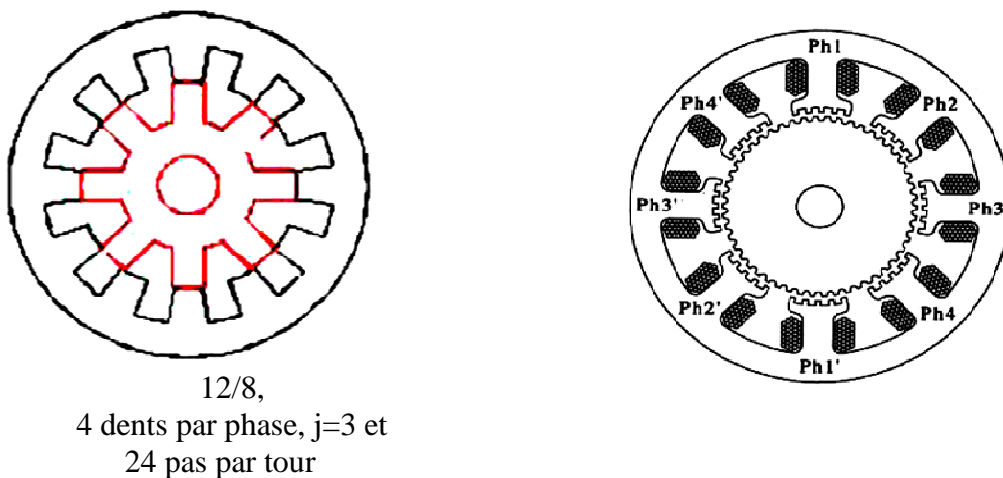
qui la distingue des machines synchrones et asynchrones. Une autre particularité est qu'elle n'est pas à champ tournant mais à champ « pulsé ». Les moteurs à réluctance de ce type se satisfont de courants unidirectionnels de forme rectangulaire, ce qui fera la spécificité de leurs alimentations.

Les types de structures à réluctance pure [2] :

- Structures à double denture « simple » (« gosses dents ») et à 2 dents par phase.
- Structures à double denture « simple » (« gosses dents ») et à plus de 2 dents par phase.
- Structures à pôles statoriques dentés (« petites dents ») où un bobinage excite plusieurs dents à la fois: on parle de « bobinage global ».



**Figure I.3** MRV à 2 dents par phase



**Figure I.4** MRV à plus de 2 dents par phase

**Figure I.5** MRV à pôles statoriques dentés

### I.3.2.2 MRV vernier

Certaines machines vernier ont des structures identiques aux MRV pures sauf qu'elles sont alimentées en courant alternatif sinusoïdal et non en créneaux.

On distingue les machines dites « Vernier à grand nombre de dents », qui possèdent deux armatures saillantes : sur chaque armature, les dents sont identiques mais les nombres de dents statoriques et rotoriques sont légèrement différents (similaire à celui d'une machine synchrone à rotor lisse), ce qui permet d'obtenir une perméance sinusoïdale.

On trouve aussi les machines « Vernier à grosses dents » dans lesquelles chaque pôle statorique constitue lui-même la dent. Les nombres de pôles sont alors relativement faibles et les performances couple-vitesse sont comparables à celles des machines asynchrone et synchrone à aimants avec des fréquences d'alimentation voisines [3].

### I.3.2.3 MRV hybrides

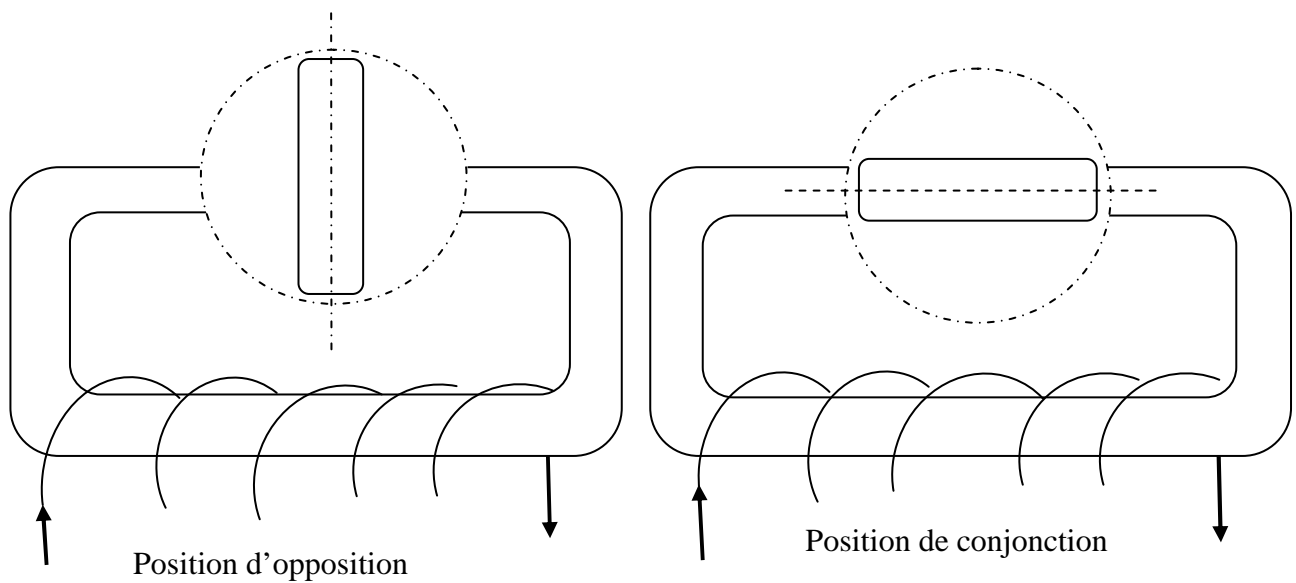
Par rapport aux précédentes structures, la particularité des MRV hybrides réside dans l'intégration d'aimants permanents afin d'améliorer leurs performances.

L'adjonction d'aimants dans les structures à double saillance permet de compenser un entrefer trop élevé mais on s'éloigne des structures à réluctance pure. Il est cependant intéressant de signaler deux machines à aimants à double saillance dérivées des MRVDS : l'une met en œuvre des aimants placés au rotor [4], la machine se rapprochant des machines synchrones à aimants enterrés (Interior Permanent Magnet) ; la seconde conserve le rotor passif de la MRV pure et utilise des aimants placés au stator [5] : on obtient alors une machine à double saillance et aimants permanents statoriques (DSPMM) dite « MRV polarisée » .

### I.3.3 Principe de fonctionnement

Le moteur à réluctance variable est un moteur électrique dont le couple est produit par la tendance de la partie mobile de se déplacer vers une position où l'inductance du circuit magnétique est maximale [6]. Le rotor du moteur peut avoir 3 positions possibles :

- Une position d'opposition dans laquelle le circuit magnétique présente une réluctance maximale et une inductance minimale.
- Une position de conjonction dans laquelle le circuit magnétique présente une réluctance minimale et une inductance maximale.
- Une position d'intermédiaire.



**Figure I.6** Positions extrêmes du rotor

Dans le cas général, l'inductance  $L(\theta)$  ( $\theta$  la position angulaire du rotor) est périodique avec une période  $\frac{2\pi}{N_s \cdot N_r}$ .

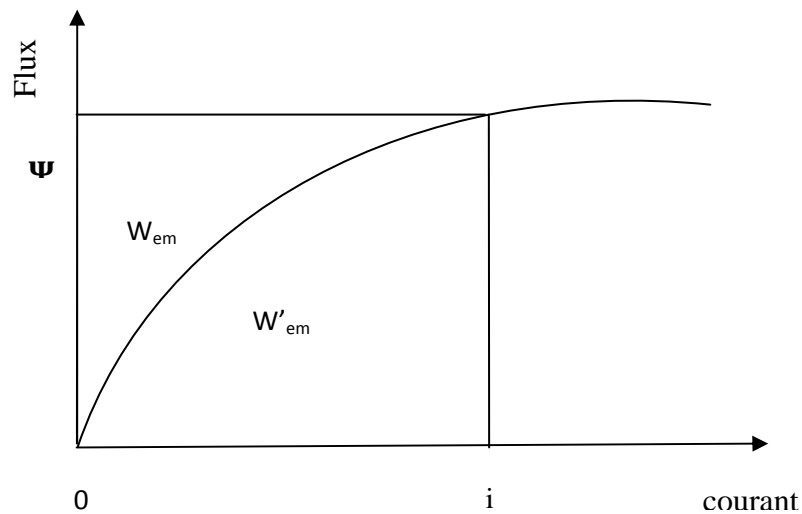
Quand une phase est alimentée, le couple tend à déplacer le rotor de façon à augmenter l'inductance jusqu'à ce qu'il atteigne la position où l'inductance est maximum. Le sens

d'alimentation des bobines des phases n'a aucune influence sur le signe de couple. Le couple est positif lorsque les dents rotoriques s'approchant des dents statoriques excitées (fonctionnement en conversion moteur) et il est négatif lorsqu'elles s'éloignent l'une de l'autre (le moteur freine). Dans la position alignée, le couple est nul.

### I.4 Notion d'énergie et de co-énergie

La production de couple dans le moteur à réductance variable peut être expliquée en utilisant le principe élémentaire de conversion d'énergie électromécanique.

Le choix de l'énergie ou de la co-énergie dépend de la description initiale du système et du résultat désiré [7,8] ; souvent le courant ( $i$ ) étant plus accessible que le flux ( $\Psi$ ), on choisit alors la co-énergie Figure I.7 :



**Figure I.7** Énergie ( $W_{em}$ ) et co-énergie ( $W'_{em}$ )

➤ Equation d'énergie :

$$W_{em} = \int_0^{\Psi} i(\Psi, \theta_m) d\Psi \quad (I.1)$$

- Equation de co-énergie :

$$W'_{em} = \int_0^i \Psi(i, \theta_m) d i \quad (I.2)$$

On peut alors calculer l'une des expressions (I.1) et (I.2) et aboutir au couple électromagnétique, généré par le moteur, à partir de la dérivée de l'énergie ou de la co-énergie par rapport à la position rotorique  $\theta$ . L'expression du couple électromagnétique peut être donnée par :

$$C_{em} = \frac{\partial W'_{em}}{\partial \theta_m} - \frac{\partial W_{em}}{\partial \theta_m} \quad (I.3)$$

- A flux constant :

$$C_{em} = - \frac{\partial W_{em}}{\partial \theta_m} \quad (I.4)$$

- A courant constant :

$$C_{em} = \frac{\partial W'_{em}}{\partial \theta_m} \quad (I.5)$$

Quand le circuit magnétique n'est pas saturé (courant de phase inférieur au courant de saturation du matériau). L'inductance  $L$  varie seulement avec la position. Dans ce cas, la co-énergie s'écrit :

$$W'_{em} = \frac{1}{2} L(\theta_m) i^2 \quad (I.6)$$

Donc :

$$C_{em} = \frac{1}{2} i^2 \frac{\partial L(\theta_m)}{\partial \theta_m} \quad (I.7)$$

### I.5 Avantages et inconvénients des MRV

#### I.5.1 Avantages

Les MRV présentent les avantages suivants:

- Structure rotorique simple, robuste, sans bobinages ni conducteurs rotoriques ou aimants permanents. Du point de vue mécanique, le moment d'inertie d'un MRV est faible, typiquement la moitié de celui d'une machine asynchrone avec le même rayon externe du rotor. Ce qui permet une accélération élevée. Du point de vue thermique, les pertes rotoriques faibles conduisent à un simple système de refroidissement.
- Excellentes performances dans des environnements extrêmes. Elles sont souhaitables pour des applications à haute température, haute vitesse (1000 à 50000 tr/min) en raison du manque de conducteurs ou sur le rotor.
- Structure simple et robuste pour un faible coût de fabrication.
- Possibilité de fonctionnement à puissance quasi constante sur une large plage de vitesse.
- Fonctionnement dégradé possible grâce à l'indépendance de chaque phase.
- Couple massique relativement élevé.
- Faible coût de fabrication et de maintenance, malgré l'exigence relativement élevée de la fabrication due à leurs faibles épaisseurs de l'entrefer.

#### I.5.2 Inconvénients

Les MRV possèdent quelques inconvénients, qui limitent leurs applications. Les inconvénients principaux sont les suivants :

- Elle doit être commutée électroniquement et ne peut donc être alimentée directement par une source alternative (AC) ou (DC).

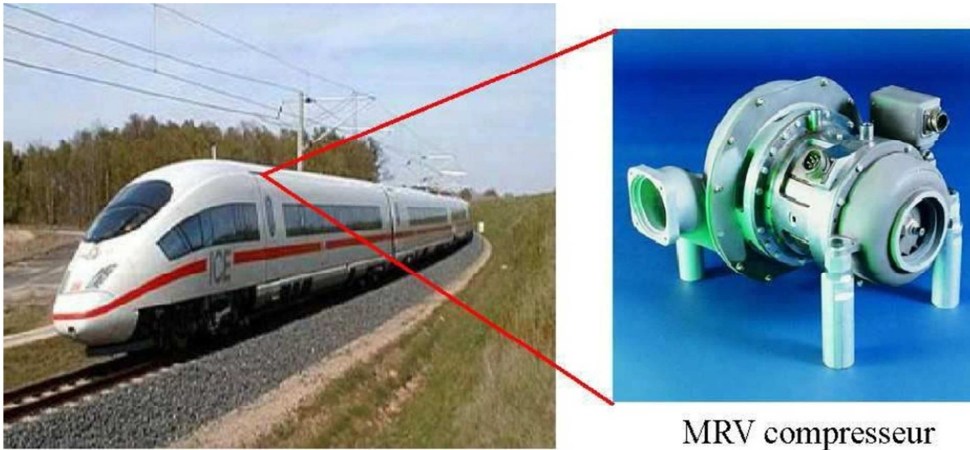
- Ses caractéristiques magnétiques non linéaires compliquent son analyse et son contrôle.
- Nécessité de la mesure de la position angulaire du rotor pour la commande.
- La commande doit être adaptée pour chaque conception de moteur.
- L'ondulation de couple, les vibrations ainsi que les bruits acoustiques relativement plus élevés que les machines asynchrones et les machines à aimants permanents. Mais il y a heureusement déjà plusieurs méthodes de compensations actives ou passives pour diminuer les vibrations et les bruits acoustiques.

### I.6 Domaines d'utilisation :

Les MRVs ont été appliquées dans plusieurs applications industrielles grâce à ses nombreux avantages. Nous allons dans la suite présenter quelques applications :

Dans le domaine de la propulsion navale (sous-marines, bateaux), la compacité et une plus grande manœuvrabilité sont les améliorations recherchées. Ainsi une MRV de 7.5 kW à 1200 tr/min à été conçu pour réaliser une unité de propulsion navale de 350 N.m [9]. Un autre projet ayant pour objectif la réalisation d'un entraînement électrique à l'aide d'une MRV d'une puissance de 3 CV destiné à la propulsion de petites embarcations a été étudié dans [10].

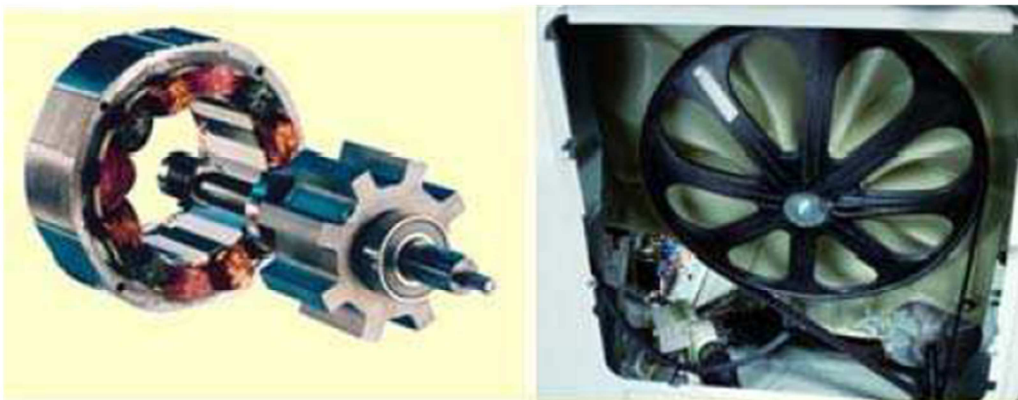
Dans le domaine haut vitesse, le premier train à grande vitesse équipé de la MRV est un train allemand: ICE3 (figure I.11). La MRV est utilisée pour la climatisation de l'air cycle dans le train, dont la puissance et la vitesse nominales sont respectivement 40 kW et  $3,0 \cdot 10^4$  tr/min. Une autre MRV à vitesse ultra élevée est conçue par Morel et dans laquelle une nouvelle structure de rotor est proposée afin d'augmenter la rigidité mécanique du rotor et la vitesse maximale du moteur [11].



MRV compresseur

**Figure I.8** MRV utilisée dans le train à grande vitesse pour la climatisation de l'air cycle [12]

Dans certaines applications domestiques, la MRV est également utilisée. Les contraintes sont: coût et ergonomie [13]. On pourra citer à titre d'exemple les machines à laver et les aspirateurs.



**Figure I.9** MRV pour une machine à laver

La MRV est aussi utilisée dans beaucoup d'autres types d'applications ou de produits existants comme les pompes, les portes glissantes, le secteur automobile (véhicule électrique) et dans le domaine aéronautique et robotique.

### I.7 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté le moteur à reluctance variable et on a expliqué son principe de fonctionnement. On a cité aussi les différents types.

Le chapitre suivant sera consacré à la modélisation mathématique d'une MRV à double saillance, à 6 dents statoriques et 4 dents rotoriques dite MRVDS 6/4.

# *Chapitre II*

## *Modélisation du moteur à reluctance variable*

### II.1 Introduction

Dans ce chapitre, nous allons présenter le modèle du moteur à reluctance variable à fin de pouvoir analyser son comportement.

En premier lieu, nous définissons le modèle mathématique puis nous développons les équations électrique et mécanique pour obtenir un modèle d'état. En suite, nous donnerons la fonction de transfert du système.

### II.2 Définition d'un modèle mathématique

Dans le domaine des sciences appliquées, un modèle mathématique est un type de modèle scientifique qui emploie un formalisme mathématique pour exprimer des relations, des prédictions, des variables, des paramètres, des entités et des relations entre des variables et/ou des entités ou opérations. Ces modèles servent à analyser les comportements de systèmes complexes dans des situations difficiles à observer dans la réalité.

Concernant les mathématiques proprement dites, un modèle mathématique est un ensemble d'équations reliant les différentes variables caractéristiques et faisant intervenir aussi les paramètres du système. La théorie des modèles est la branche des mathématiques qui se consacre à l'étude systématique des propriétés des modèles.

Les modèles mathématiques constituent une traduction de la réalité physique permettant d'appliquer les instruments et les techniques des théories mathématiques dans l'étude du comportement de systèmes complexes. À l'inverse, il est possible de transposer les résultats numériques à la réalité physique.

Les modèles mathématiques peuvent être soit déterministes (les données employées sont tout à fait connues et déterminées) soit stochastiques (ce sont des modèles probabilistes, étant donné que l'on ne connaît pas le résultat attendu mais plutôt sa probabilité).

Pour ce qu'il en est de la fonction de l'origine de l'information utilisée, les modèles mathématiques peuvent être soit heuristiques (basés sur les explications à propos des causes ou des mécanismes naturels qui sont à l'origine du phénomène étudié) soit empiriques (basés sur les observations directes ou les résultats des expériences faites au phénomène en cours d'étude) [14].

### II.3 Modélisation de la MRV

Afin d'analyser le comportement de la MRV, il est nécessaire de développer un modèle mathématique capable de représenter sa dynamique fortement non linéaire.

#### II.3.1 L'inductance

La dynamique non linéaire du moteur à reluctance variable est due à ses caractéristiques qui varient à la fois en fonction de l'angle mécanique du rotor et l'intensité du courant qui circule dans les phases du moteur.

Un modèle de l'inductance pourrait être obtenu en utilisant un développement en série de Fourier finie par rapport à l'angle du rotor afin de représenter la périodicité en fonction de la position (équation (II.1)) et polynomiale par rapport au courant afin de prendre en compte l'effet de la saturation magnétique (équation (II.2)).

Le modèle de l'inductance est donné comme suite :

$$L_j(\theta_e, i_j) = a_0 + \sum_{n=1}^N a_n(i_j) \cos(n\theta_e) \quad (\text{II. 1})$$

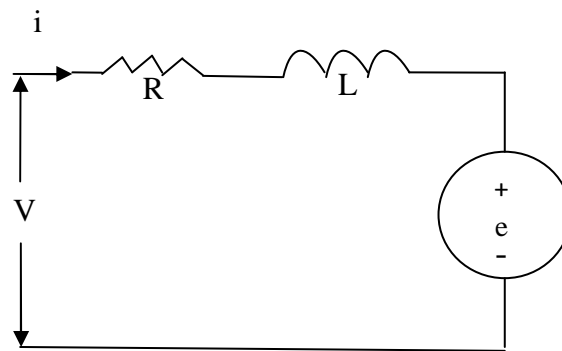
Avec :

$$a_n(i_j) = \sum_{p=0}^P b_{np} i_j^p \quad (\text{II. 2})$$

Où  $\theta_e$  est l'angle électrique,  $N$  et  $a_n$  représentent respectivement le nombre des termes et les coefficients du développement en série de Fourier.  $P$  représente l'ordre des fonctions polynomiales. Le choix du nombre des termes du développement en série de Fourier  $N$ , et l'ordre des fonctions polynomiales  $P$ , doit être effectué avec précaution pour obtenir un modèle analytique de l'inductance à la fois précis et simple.

### II.3.2 Equations électrique

Un circuit élémentaire équivalent d'une phase électrique du MRV peut être obtenu en négligeant le couplage magnétique entre les phases du moteur comme est indiquée par la figure (II.1) :



**Figure II.1** Circuit équivalent d'une phase électrique du MRV.

La tension instantanée appliquée sur l'enroulement d'une phase du moteur est liée au flux par la loi de Faraday:

$$V_j = R i_j + \frac{d\Psi_j(\theta_e, i_j)}{dt} \quad (\text{II. 3})$$

Avec :

$$\Psi(\theta_e, i_j) = L_j(\theta_e, i_j) i_j \quad (\text{II. 4})$$

$V_j$  Et  $i_j$  dénotent respectivement la tension et le courant circulant dans la phase  $j$  ( $j = 1, 2, \dots, m$ ),  $R$  est la résistance électrique de l'enroulement de la phase,  $d\Psi_j$  représente le flux magnétique de la phase  $j$ , et  $L_j$  représente son l'inductance magnétique. Le comportement du flux et de l'inductance magnétique est fortement non linéaire. Cette non linéarité peut être prise en compte en utilisant un modèle qui la caractérise. Ce modèle sera détaillé dans la section suivante.

L'équation (II.2) peut être développée comme suit:

$$\frac{d\Psi(\theta_e, i_j)}{dt} = L_j(\theta_e, i_j) \frac{\partial i_j}{\partial t} + i_j \frac{\partial L_j(\theta_e, i_j)}{\partial t} \quad (\text{II.5})$$

$$\frac{d\Psi(\theta_e, i_j)}{dt} = L_j(\theta_e, i_j) \frac{\partial i_j}{\partial t} + i_j \left( \frac{\partial L_j(\theta_e, i_j)}{\partial \theta} \frac{\partial \theta}{\partial t} + \frac{\partial L_j(\theta_e, i_j)}{\partial i_j} \frac{\partial i_j}{\partial t} \right) \quad (\text{II.6})$$

En remplaçant la dérivée temporelle du flux de l'équation (II.6) dans l'équation (II.3), on obtient :

$$V_j = R i_j + \left( L_j(\theta_e, i_j) + i_j \frac{\partial L_j(\theta_e, i_j)}{\partial i_j} \right) \frac{\partial i_j}{\partial t} + i_j \Omega \frac{\partial L_j(\theta_e, i_j)}{\partial \theta_e} \quad (\text{II.7})$$

Avec  $\Omega$  est La vitesse de rotation mécanique. L'équation (II.5) peut être reformulée sous la forme suivante :

$$V_j = R i_j + L_{inc j}(\theta_e, i_j) \frac{\partial i_j}{\partial t} + E \Omega \quad (\text{II.8})$$

Avec :

$$L_{inc j} = L_j(\theta_e, i_j) + i_j \frac{\partial L_j(\theta_e, i_j)}{\partial i_j} \quad (\text{II.9})$$

$$E = i_j \frac{\partial L_j(\theta_e, i_j)}{\partial \theta_e} \quad (\text{II.10})$$

Où  $L_{inc}$  est l'inductance incrémentale et  $E$  est la force contre électromotrice.

### II.3.3 Equation mécanique

Pour réaliser la commande en vitesse du moteur à reluctance variable et concevoir le régulateur, en plus des équations électriques, il est nécessaire de déterminer les paramètres mécaniques du système, son model est décrit par l'équation (II. 11) suivante :

$$\begin{cases} \frac{d\theta_m}{dt} = \Omega \\ J \frac{d\Omega}{dt} = C_{em} - C_{ch} - f\Omega \end{cases} \quad (II. 11)$$

Ou  $\Omega$  est la vitesse de rotation mécanique,  $\theta_m$  est la position mécanique,  $f$  est le coefficient de frottement,  $J$  représente l'inertie du rotor,  $C_{em}$  représente le couple électromagnétique et  $C_{ch}$  est le couple de charge.

D'après l'équation (I.7) on a :

$$C_{em} = \frac{1}{2} i^2 \frac{\partial L(\theta_m)}{\partial \theta_m} = k i(t)$$

Avec :

$$k = \frac{1}{2} i \frac{\partial L(\theta_m)}{\partial \theta_m} \quad (II. 12)$$

Lorsque la machine est à vide ( $C_{ch} = 0$ ) le modèle dynamique global du moteur à reluctance variable peut être exprimé comme suit :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{d\theta_e}{dt} = \Omega \\ \frac{d\Omega}{dt} = \frac{1}{J} (k i_j - f\Omega) \\ \frac{\partial i_j}{\partial t} = \frac{1}{L_{incj}(\theta_e, i_j)} (V_j - R i_j - E_j \Omega) \end{array} \right. \quad (\text{II.13})$$

Avec

$$j = 1, \dots, 3$$

Le seul moyen de déterminer les valeurs inconnues des paramètres de ce modèle est de faire un ensemble de relevés expérimentaux. Comme on ne dispose pas du banc d'essai on va supposer que les paramètres  $L_{inc}$ ,  $k$  et  $E$  varient entre deux valeurs minimale et maximale :

$$L_{inc \min} \leq L_{inc} \leq L_{inc \max}$$

$$k_{\min} \leq k \leq k_{\max}$$

$$E_{\min} \leq E \leq E_{\max}$$

#### II.4 Fonction de transfert du système

On considère que les trois phases sont identiques et que les conditions initiale sont nulles. On prend  $V(t)$  comme l'entrée du système (commande) et  $\Omega(t)$  est la sortie.

En appliquant la transformée de Laplace pour l'équation électrique suivante :

$$V(t) = L_{inc} \frac{\partial i(t)}{\partial t} + R i(t) + E \Omega(t) \quad (\text{II.14})$$

On obtient

$$V(p) = L_{inc} p i(p) + R i(p) + E \Omega(p) \quad (\text{II.15})$$

Pour l'équation mécanique :

$$i(t) = \frac{J}{k} \frac{d\Omega(t)}{dt} + \frac{f}{k} \Omega(t) \quad (\text{II.16})$$

On obtient

$$i(p) = \frac{Jp + f}{k} \Omega(p) \quad (\text{II.17})$$

En remplaçant l'équation (II.17) dans (II.15), il vient:

$$V(p) = (L_{inc}p + R) \left( \frac{Jp + f}{k} \Omega(p) \right) + E\Omega(p) \quad (\text{II.18})$$

$$V(p) = \left( \frac{J L_{inc} p^2 + (R J + f L_{inc}) p + R f + E k}{k} \right) \Omega(p) \quad (\text{II.19})$$

La fonction de transfert du moteur à reluctance variable est :

$$G(p) = \frac{\Omega(p)}{V(p)} = \frac{k}{J L_{inc} p^2 + (R J + f L_{inc}) p + R f + E k} \quad (\text{II.20})$$

Les paramètres  $L_{inc}$ ,  $k$  et  $E$  sont variant, notre système est donc incertain. Ces incertitudes peuvent être additives à la fonction de transfert, multiplicatives directe en entrée et/ou en sortie, multiplicatives inverse en entrée et/ou en sortie. D'où la nécessité de concevoir des contrôleurs robustes assurant la stabilité malgré les incertitudes.

### II.5 Conclusion

Ce chapitre a été consacré à établir un modèle mathématique pour les deux parties mécanique et électrique du moteur à réductance variable. Par la suite, on a appliqué la transformée de Laplace à fin de déduire la fonction de transfert de la machine entre la tension d'alimentation et la vitesse de rotation. Les paramètres de notre système sont variant, ce qui fait de lui un système incertain.

Dans le chapitre qui suit, nous donnerons un aperçu sur les systèmes à paramètres variant, ensuite nous allons présenter une méthode d'analyse de stabilité des systèmes incertains et de synthèse de correcteurs robustes appelée méthode de Kharitonov.

# *Chapitre III*

## *La méthode de Kharitonov pour la synthèse de correcteurs robustes*

## III.1 Introduction

Le présent chapitre s'intéresse essentiellement à présenter la méthode de Kharitonov qu'on va utiliser pour la synthèse d'un correcteur robuste pour la machine à reluctance variable.

En premier lieu, on donne la définition des systèmes à paramètres variant, ensuite nous allons présenter la méthode de Kharitonov utilisée pour l'analyse de la stabilité de ces systèmes incertains. La fin de ce chapitre est réservée à des exemples d'application.

## III.2 Système incertain

Les paramètres du système qui sont soit ignorées ou mal interprétés en formulation mathématique le rend incertain.

Les systèmes incertains sont définis par la loi dynamique suivante dans l'espace d'état :

$$\dot{x} = f(x(t), \Delta(t))$$

Où  $\Delta(t)$  représente l'incertitude.

### III.2.1 Classe d'incertitude

Il existe deux formes d'incertitudes qui peuvent rendre le système dynamique incertain :

- Incertitude non structurée

Ces incertitudes rassemblent les dynamiques négligées dans le modèle et les bruits des capteurs.

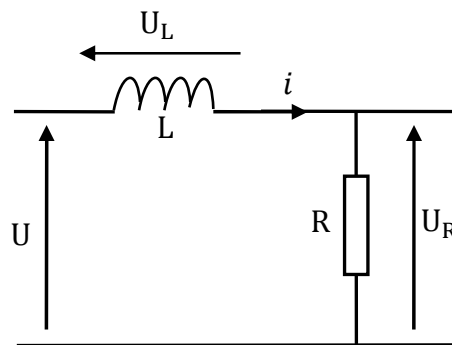
- Incertitude structurée

Cette forme d'incertitudes est liée aux variations ou aux erreurs d'estimation de certains paramètres du système, ou encore à des incertitudes de nature dynamique.

L'incertitude paramétrique intervient principalement lorsque le modèle est obtenu à partir des équations de la physique.

### III.2.2 Exemple d'un système incertain

Pour la forme d'incertitude structurée, on donne un exemple d'un circuit électrique décrit par la figure III.1 :



**Figure III.1** circuit électrique RL

Le circuit en série est analysé avec la loi des mailles pour donner

$$U = U_R + U_L \quad (\text{III. 1})$$

Avec :

$$U_R = Ri \quad \Rightarrow \quad i = \frac{U_R}{R} \quad (\text{III. 2})$$

$$U_L = L \frac{di}{dt} \quad (\text{III. 3})$$

L'équation différentielle qui régit le circuit est alors la suivante :

$$U = Ri + L \frac{di}{dt} \quad (\text{III. 4})$$

$$\frac{1}{L}U = \frac{di}{dt} + \frac{R}{L}i \quad (\text{III. 5})$$

On remplace l'équation III.2 dans III.5, on obtient :

$$\frac{dU_R}{dt} + \frac{R}{L}U_R = \frac{R}{L}U \quad (\text{III. 6})$$

En appliquant la transformée de Laplace pour l'équation (III.6), on obtient :

$$S U_R(S) + \frac{R}{L}U_R(S) = \frac{R}{L}U(S) \quad (\text{III. 7})$$

$$U_R(S) \left( S + \frac{R}{L} \right) = \frac{R}{L}U(S) \quad (\text{III. 8})$$

La fonction de transfert de ce système est :

$$\frac{U_R(S)}{U(S)} = \frac{\frac{R}{L}}{S + \frac{R}{L}} \Rightarrow \frac{U_R(S)}{U(S)} = \frac{1}{\frac{L}{R}S + 1} \quad (\text{III. 9})$$

Si on considère que la résistance R est sensible à la température de l'environnement, alors on peut écrire :

$$R = R_0(1 + \alpha T)$$

La fonction de transfert (III.9) prend la forme :

$$\frac{U_R(S)}{U(S)} = \frac{1}{\frac{L}{R_0(1 + \alpha T)}S + 1} \quad (\text{III. 10})$$

Posons maintenant :

$$a = \frac{L}{R_0(1 + \alpha T)} \quad (\text{III. 11})$$

Suivant la variation de la température  $T$ , la résistance  $R$  varie entre deux valeurs minimale et maximale  $R_{\min} \leq R \leq R_{\max}$ , par conséquent :

$$a^- = \frac{L}{R_{\max}} \quad \text{et} \quad a^+ = \frac{L}{R_{\min}} \quad (\text{III. 12})$$

Et la fonction de transfert du système incertain s'écrit :

$$\frac{U_R(S)}{U(S)} = \frac{1}{[a^-, a^+]S + 1} \quad (\text{III. 13})$$

Dans ce cas, le système est à paramètres variant.

### III.3 Méthode de Kharitonov

Le théorème de Kharitonov est un résultat utilisé dans la théorie du contrôle pour évaluer la stabilité d'un système dynamique lorsque les paramètres physiques du système ne sont pas connus précisément.

#### III.3.1 Polynôme de Kharitonov

L'équation caractéristique du système à paramètres incertains (les paramètres de la fonction de transfert connus mais sont incertain à cause de l'influence des perturbations paramétrique) définie par le dénominateur de la fonction de transfert [15]:

$$P(s, a) = [a_n^-, a_n^+]s^n + [a_{n-1}^-, a_{n-1}^+]s^{n-1} + \dots + [a_0^-, a_0^+] \quad (\text{III. 14})$$

$$a_i^- \leq a_i \leq a_i^+, \quad i = 1, \dots, n$$

Kharitonov a associé quatre polynômes pour  $P(s, a)$  définis comme suit :

$$P_1(s) = a_0^- + a_1^-s + a_1^+s^2 + a_3^+s^3 + a_4^-s^4 + a_5^-s^5 + \dots \quad (\text{III. 15})$$

$$P_2(s) = a_0^+ + a_1^+s + a_1^-s^2 + a_3^-s^3 + a_4^+s^4 + a_5^+s^5 + \dots \quad (\text{III. 16})$$

$$P_3(s) = a_0^+ + a_1^-s + a_1^-s^2 + a_3^+s^3 + a_4^+s^4 + a_5^-s^5 + \dots \quad (\text{III. 17})$$

$$P_4(s) = a_0^- + a_1^+s + a_1^+s^2 + a_3^-s^3 + a_4^-s^4 + a_5^+s^5 + \dots \quad (\text{III. 18})$$

### III.3.2 Analyse de la stabilité

Kharitonov a démontré que la stabilité d'un système dont l'équation caractéristique  $P(s, a)$  est assurée si et seulement si les quatre polynômes associés sont stables. Ainsi pour conclure sur la stabilité du système à paramètres variant, il suffit d'appliquer le critère de Routh pour chaque polynôme.

Pour certains systèmes dont l'ordre  $n$  est inférieur à 5, on peut simplifier l'étude en considérant un nombre réduit de polynômes [15].

En effet

- Un polynôme  $P(s, a)$  d'ordre 3 est stable si et seulement si  $P_3(s)$  est stable.
- Un polynôme  $P(s, a)$  d'ordre 4 est stable si et seulement si  $P_2(s)$  et  $P_3(s)$  sont stables.
- Un polynôme  $P(s, a)$  d'ordre 5 est stable si et seulement si  $P_1(s)$ ,  $P_2(s)$  et  $P_3(s)$  sont stables.

### III.3.3 Exemple d'application

On considère un système linéaire à paramètre incertains dont l'équation caractéristique (polynôme caractéristique) est :

$$P(s, a) = a_0 + a_1s + a_2s^2 + a_3s^3 + a_4s^4 + a_5s^5 \quad (\text{III. 19})$$

Avec :

$$a_0 \in [2, 4] ; a_1 \in [9, 14] ; a_2 \in [1, 3] ; a_3 \in [6, 8] ; a_4 \in [7, 10] ; a_5 \in [1, 2]$$

Les quatre polynômes de Kharitonov sont donnés comme suit :

$$P_1(s) = 2 + 9s + 3s^2 + 8s^3 + 7s^4 + s^5 \quad (\text{III. 20})$$

$$P_2(s) = 4 + 14s + s^2 + 6s^3 + 10s^4 + 2s^5 \quad (\text{III. 21})$$

$$P_3(s) = 4 + 9s + s^2 + 8s^3 + 10s^4 + s^5 \quad (\text{III. 22})$$

$$P_4(s) = 2 + 14s + 3s^2 + 6s^3 + 7s^4 + 2s^5 \quad (\text{III. 23})$$

Comme le polynôme caractéristique  $P(s, a)$  est du cinquième ordre, alors la stabilité de ce dernier est garantie si les polynômes  $P_1(s)$ ,  $P_2(s)$  et  $P_3(s)$  sont stables.

La stabilité du polynôme  $P_1(s)$  :

$s^5$	1	8	9	0
$s^4$	7	3	2	0
$s^3$	7.57	8.71	0	0
$s^2$	-5.71	2	0	0
$s^1$	11.36	0	0	0
$s^0$	2	0	0	0

**Tableau III.1** tableau de Routh de l'équation III.7

Il y a un changement de signe dans la première colonne, le polynôme est instable, donc le système incertain est instable.

### III.4 Application de la méthode de Kharitonov pour les systèmes bouclés

On a deux méthodes pour analyser la stabilité d'un système en boucle fermée. La première méthode concerne l'utilisation des 16 fonctions de transfert de Kharitonov et la deuxième méthode est basée sur l'analyse des intervalles.

D'une manière générale, le système à paramètres variant est défini par la fonction de transfert suivante :

$$G(s, a, b) = \frac{N(s, b)}{D(s, a)} = \frac{[b_m^-, b_m^+]s^m + [b_{m-1}^-, b_{m-1}^+]s^{m-1} + \dots + [b_1^-, b_1^+]s + [b_0^-, b_0^+]}{[a_n^-, a_n^+]s^n + [a_{n-1}^-, a_{n-1}^+]s^{n-1} + \dots + [a_1^-, a_1^+]s + [a_0^-, a_0^+]} \quad (\text{III. 24})$$

Avec :

$$a_i^- \leq a_i \leq a_i^+, i = 1, \dots, n$$

$$b_j^- \leq b_j \leq b_j^+, j = 1, \dots, m$$

#### III.4.1 Première méthode (utilisation des 16 fonctions de transfert)

Kharitonov a défini quatre polynômes associés au numérateur et quatre polynômes associés au dénominateur de la fonction de transfert. Ce qui forme 16 fonctions de transferts présentées comme suit :

$$G_{ij}(s) = \frac{N_i(s)}{D_j(s)} \quad (\text{III. 25})$$

Avec :

$$i = 1, \dots, 4 \quad \text{et} \quad j = 1, \dots, 4$$

Dans ce cas, on doit analyser les 16 fonctions de transfert.

### III.4.2 Deuxième méthode (analyse des intervalles)

Cette méthode forme un outil d'analyse de stabilité en boucle fermée basé sur les propriétés d'analyse des intervalles. Elle permet de déterminer l'équation caractéristique en boucle fermée puis par la suite déduire les quatre polynômes de Kharitonov correspondant.

➤ Les propriétés d'analyse des intervalles :

Considérons deux paramètres incertains  $a$  et  $b$  de valeurs minimale et maximale données respectivement par  $a^-$ ,  $a^+$  et  $b^-$ ,  $b^+$ . Dans ce cas, on a les propriétés suivantes :

Addition :

$$[a^-, a^+] + [b^-, b^+] = [a^- + b^-, a^+ + b^+]$$

Soustraction :

$$[a^-, a^+] - [b^-, b^+] = [a^- - b^+, a^+ - b^-]$$

Multiplication :

$$[a^-, a^+] * [b^-, b^+] = [\min(E), \max(E)]$$

Avec

$$E = \{a^- * b^-, a^- * b^+, a^+ * b^-, a^+ * b^+\}$$

Multiplication par un scalaire :

$$\begin{aligned} \alpha[a^-, a^+] &= [\alpha a^-, \alpha a^+] && \text{Si } \alpha > 0 \\ \alpha[a^-, a^+] &= [\alpha a^+, \alpha a^-] && \text{Si } \alpha < 0 \end{aligned}$$

Division :

$$\frac{[a^-, a^+]}{[b^-, b^+]} = \left[ \frac{a^-}{b^+}, \frac{a^+}{b^+} \right]$$

Avec :

$$b^- \neq 0 \quad \text{et} \quad b^+ \neq 0$$

### III.4.3 Exemple d'application

Soit le système décrit par la fonction de transfert suivante :

$$\begin{aligned} G(s, a, b) &= \frac{N(s, b)}{D(s, a)} \\ &= \frac{[2, 4]s^4 + [1, 3]s^3 + [2, 4]s^2 + [3, 5]s + [2, 4]}{s^5 + [2, 6]s^4 + [1, 5]s^3 + [2, 6]s^2 + [3, 7]s + [1, 5]} \end{aligned} \quad (\text{III. 26})$$

- On applique la première méthode :

Les quatre polynômes de Kharitonov correspondants au numérateur sont :

$$N_1(s) = 2 + 3s + 4s^2 + 3s^3 + 2s^4$$

$$N_2(s) = 4 + 5s + 2s^2 + s^3 + 4s^4$$

$$N_3(s) = 4 + 3s + 2s^2 + 3s^3 + 4s^4$$

$$N_4(s) = 2 + 5s + 4s^2 + s^3 + 2s^4$$

Les quatre polynômes de Kharitonov correspondants au dénominateur sont :

$$D_1(s) = 1 + 3s + 6s^2 + 5s^3 + 2s^4 + s^5$$

$$D_2(s) = 5 + 7s + 2s^2 + s^3 + 6s^4 + s^5$$

$$D_3(s) = 5 + 3s + 2s^2 + 5s^3 + 6s^4 + s^5$$

$$D_4(s) = 1 + 7s + 6s^2 + s^3 + 2s^4 + s^5$$

Ainsi, les 16 fonctions de transfert sont :

$$G_{11}(s) = \frac{N_1(s)}{D_1(s)} = \frac{2 + 3s + 4s^2 + 3s^3 + 2s^4}{1 + 3s + 6s^2 + 5s^3 + 2s^4 + s^5} \quad (\text{III. 27})$$

$$G_{12}(s) = \frac{N_1(s)}{D_2(s)} = \frac{2 + 3s + 4s^2 + 3s^3 + 2s^4}{5 + 7s + 2s^2 + s^3 + 6s^4 + s^5} \quad (\text{III. 28})$$

$$G_{13}(s) = \frac{N_1(s)}{D_3(s)} = \frac{2 + 3s + 4s^2 + 3s^3 + 2s^4}{5 + 3s + 2s^2 + 5s^3 + 6s^4 + s^5} \quad (\text{III. 29})$$

$$G_{14}(s) = \frac{N_1(s)}{D_4(s)} = \frac{2 + 3s + 4s^2 + 3s^3 + 2s^4}{1 + 7s + 6s^2 + s^3 + 2s^4 + s^5} \quad (\text{III. 30})$$

$$G_{21}(s) = \frac{N_2(s)}{D_1(s)} = \frac{4 + 5s + 2s^2 + s^3 + 4s^4}{1 + 3s + 6s^2 + 5s^3 + 2s^4 + s^5} \quad (\text{III. 31})$$

$$G_{22}(s) = \frac{N_2(s)}{D_2(s)} = \frac{4 + 5s + 2s^2 + s^3 + 4s^4}{5 + 7s + 2s^2 + s^3 + 6s^4 + s^5} \quad (\text{III. 32})$$

$$G_{23}(s) = \frac{N_2(s)}{D_3(s)} = \frac{4 + 5s + 2s^2 + s^3 + 4s^4}{5 + 3s + 2s^2 + 5s^3 + 6s^4 + s^5} \quad (\text{III. 33})$$

$$G_{24}(s) = \frac{N_2(s)}{D_4(s)} = \frac{4 + 5s + 2s^2 + s^3 + 4s^4}{1 + 7s + 6s^2 + s^3 + 2s^4 + s^5} \quad (\text{III. 34})$$

$$G_{31}(s) = \frac{N_3(s)}{D_1(s)} = \frac{4 + 3s + 2s^2 + 3s^3 + 4s^4}{1 + 3s + 6s^2 + 5s^3 + 2s^4 + s^5} \quad (\text{III. 35})$$

$$G_{32}(s) = \frac{N_3(s)}{D_2(s)} = \frac{4 + 3s + 2s^2 + 3s^3 + 4s^4}{5 + 7s + 2s^2 + s^3 + 6s^4 + s^5} \quad (\text{III. 36})$$

$$G_{33}(s) = \frac{N_3(s)}{D_3(s)} = \frac{4 + 3s + 2s^2 + 3s^3 + 4s^4}{5 + 3s + 2s^2 + 5s^3 + 6s^4 + s^5} \quad (\text{III. 37})$$

$$G_{34}(s) = \frac{N_1(s)}{D_4(s)} = \frac{4 + 3s + 2s^2 + 3s^3 + 4s^4}{1 + 7s + 6s^2 + s^3 + 2s^4 + s^5} \quad (\text{III. 38})$$

$$G_{41}(s) = \frac{N_4(s)}{D_1(s)} = \frac{2 + 5s + 4s^2 + s^3 + 2s^4}{1 + 3s + 6s^2 + 5s^3 + 2s^4 + s^5} \quad (\text{III. 39})$$

$$G_{42}(s) = \frac{N_4(s)}{D_2(s)} = \frac{2 + 5s + 4s^2 + s^3 + 2s^4}{5 + 7s + 2s^2 + s^3 + 6s^4 + s^5} \quad (\text{III. 40})$$

$$G_{43}(s) = \frac{N_4(s)}{D_3(s)} = \frac{2 + 5s + 4s^2 + s^3 + 2s^4}{5 + 3s + 2s^2 + 5s^3 + 6s^4 + s^5} \quad (\text{III. 41})$$

$$G_{44}(s) = \frac{N_4(s)}{D_4(s)} = \frac{2 + 5s + 4s^2 + s^3 + 2s^4}{1 + 7s + 6s^2 + s^3 + 2s^4 + s^5} \quad (\text{III. 42})$$

On considère par exemple le correcteur PI (proportionnel intégral) :

$$C(s) = 1 + \frac{1}{s} \quad (\text{III. 43})$$

➤ Comme exemple, on considère l'étude de stabilité de  $H_{11}(s)$  :

$$H_{11}(s) = \frac{C(s)G_{11}(s, a, b)}{1 + C(s)G_{11}(s, a, b)} \quad (\text{III. 44})$$

D'où

$$H_{11}(s) = \frac{N_1(s)}{D_1(s)} = \frac{2 + 5s + 7s^2 + 7s^3 + 5s^4 + 2s^5}{2 + 6s + 10s^2 + 13s^3 + 10s^4 + 7s^5 + s^6} \quad (\text{III. 45})$$

L'équation caractéristique de  $H_{11}(s)$  est :

$$D_{H_{11}}(s) = 2 + 6s + 10s^2 + 13s^3 + 10s^4 + 7s^5 + s^6 \quad (\text{III. 46})$$

Le tableau de Routh correspondant est le suivant :

$s^6$	1	10	10	2
$s^5$	4	13	6	0
$s^4$	6.75	8.5	2	0
$s^3$	7.96	4.81	0	0
$s^2$	4.42	2	0	0
$s^1$	1.20	0	0	0
$s^0$	2	0	0	0

**Tableau III.2** tableau de Routh de l'équation III.46

Aucun changement de signe dans la première colonne de tableau, ce qui permet de dire que le correcteur  $C(s)$  stabilise  $H_{11}(s)$ . La robustesse en stabilité du système à paramètre variant en boucle fermée est assurée dans le cas où les 16 fonctions de transfert sont stables.

- On applique la deuxième de méthode :

On considère toujours le même exemple, un système d'écrit par la fonction de transfert équation (III.15) et le même correcteur PI donné par l'équation (III.32).

La fonction de transfert boucle fermée du système est:

$$H(s, a, b) = \frac{C(s)G(s, a, b)}{1 + C(s)G(s, a, b)} \quad (\text{III. 47})$$

En appliquant les propriétés d'analyse des intervalles on aura :

$$C(s)G(s, a, b) = \frac{[2, 4]s^5 + [3, 7]s^4 + [3, 7]s^3 + [5, 9]s^2 + [5, 9]s + [2, 4]}{s^6 + [2, 6]s^5 + [1, 5]s^4 + [2, 6]s^3 + [3, 7]s^2 + [1, 5]s} \quad (\text{III. 48})$$

$$1 + C(s)G(s, a, b) = \frac{s^6 + [4, 10]s^5 + [4, 12]s^4 + [5, 13]s^3 + [8, 16]s^2 + [6, 14]s + [2, 4]}{s^6 + [2, 6]s^5 + [1, 5]s^4 + [2, 6]s^3 + [3, 7]s^2 + [1, 5]s} \quad (\text{III. 49})$$

D'où

$$H(s, a, b) = \frac{[2, 4]s^5 + [3, 7]s^4 + [3, 7]s^3 + [5, 9]s^2 + [5, 9]s + [2, 4]}{s^6 + [4, 10]s^5 + [4, 12]s^4 + [5, 13]s^3 + [8, 16]s^2 + [6, 14]s + [2, 4]} \quad (\text{III. 50})$$

Le polynôme de Kharitonov en boucle fermées est :

$$P(s, a) = s^6 + [4, 10]s^5 + [4, 12]s^4 + [5, 13]s^3 + [8, 16]s^2 + [6, 14]s + [2, 4] \quad (\text{III. 51})$$

➤ Les quatre polynômes de Kharitonov sont :

$$P_1(s) = s^6 + 4s^5 + 4s^4 + 13s^3 + 16s^2 + 6s + 2$$

$$P_2(s) = s^6 + 10s^5 + 12s^4 + 5s^3 + 8s^2 + 14s + 4$$

$$P_3(s) = s^6 + 4s^5 + 12s^4 + 13s^3 + 8s^2 + 6s + 4$$

$$P_4(s) = s^6 + 10s^5 + 4s^4 + 5s^3 + 16s^2 + 14s + 2$$

Comme le polynôme donné est du sixième ordre, alors le système est stable si  $P_1(s)$ ,  $P_2(s)$ ,  $P_3(s)$  et  $P_4(s)$  sont stables.

La stabilité de  $P_1(s)$  :

$s^6$	1	4	16	2
$s^5$	4	13	6	0
$s^4$	0.75	14.5	2	0
$s^3$	-77.66	-4.66	0	0
$s^2$	14.45	2	0	0
$s^1$	6.09	0	0	0
$s^0$	2	0	0	0

**Tableau III.3** tableau de Routh de  $P_1(s)$

Un changement de signe dans la première colonne de tableau, le polynôme  $P_1(s)$  est donc instable, par conséquent le système  $H(s, a, b)$  est aussi instable, le correcteur PI n'a pas assuré la stabilité du système en boucle fermée.

**Remarque :**

La méthode d'analyse des intervalles est plus intéressante que la méthode des 16 fonctions de transfert car cette dernière nécessite beaucoup de temps et des calculs puisque elle exige d'étudier la stabilité des 16 fonctions de transfert en boucle fermée. Par contre avec la première méthode, il suffit d'analyser les quatre polynômes de Kharitonov.

### III.5 Conclusion

Dans ce chapitre, on a présenté deux approches pour l'analyse de la stabilité en boucle fermée d'un système à paramètres variant. La première méthode est basée sur l'utilisation des 16 fonctions de Kharitonov. La deuxième méthode utilise les propriétés d'analyse des intervalles. En suite nous avons illustré ces méthodes avec des exemples d'application.

Dans le prochain chapitre, nous allons utiliser ces deux méthodes pour concevoir un correcteur qui assure la robustesse en stabilité dans le cas de la machine à réluctance variable.

# *Chapitre IV*

## *Commande **PI** robuste de la machine à réluctance variable*

## IV.1 Introduction

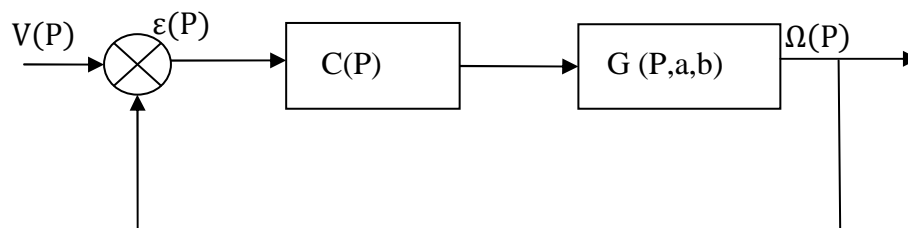
L'objectif de ce chapitre, est de concevoir un correcteur PI capable de stabiliser la machine à réductance variable quelque soit la variation de ces paramètres.

En premier lieu, nous allons présenter le système en boucle fermée, puis nous appliquons la méthode de Kharitonov afin d'obtenir le domaine admissible pour les paramètres du correcteur PI. La fin du chapitre est consacrée à la simulation.

## IV.2 Utilisation de la méthode de Kharitonov pour la synthèse de correcteur

### IV.2.1 Présentation du système en boucle fermée

Le schéma bloc en boucle fermée d'un système corrigé par un correcteur est donné par la figure suivante :



**Figure IV.1** correction du système à paramètres variant

Avec :

$V(p)$  : L'entrée du système.

$\Omega(p)$  : La sortie du système.

$\varepsilon(p) = V(s) - \Omega(s)$  : L'écart statique.

$G(p, a, b)$  : La fonction de transfert de la MRV.

$C(p)$  : Le correcteur.

- Rappelons la fonction de transfert de la MRV :

$$G(P) = \frac{\Omega(P)}{V(P)} = \frac{k}{J L_{inc} P^2 + (R J + f L_{inc}) P + R f + E k} \quad (IV.1)$$

On a :

$$L_{inc \min} \leq L_{inc} \leq L_{inc \max}$$

$$k_{\min} \leq k \leq k_{\max}$$

$$E_{\min} \leq E \leq E_{\max}$$

L'expression de la fonction de transfert sera par conséquent est:

$$G(P) = \frac{[k_{\min}, k_{\max}]}{J [L_{inc\min}, L_{inc\max}] P^2 + (R J + f [L_{inc\min}, L_{inc\max}]) P + R f + [E_{\min}, E_{\max}] [k_{\min}, k_{\max}]}$$

(IV.2)

Les valeurs du moment d'inertie  $J$ , la résistance de l'enroulement  $R$ , et du coefficient du frottement  $f$  sont :

$$J = 6,3 \cdot 10^{-3} \text{Kg m}^2, \quad f = 5 \cdot 10^{-3} \text{Nm/rad.s}^{-1}, \quad R = 0,5 \Omega$$

Pour les valeurs minimales et maximales de l'inductance incrémentale  $L_{inc}$ , la force contre électromotrice  $E$  et le couple  $k$  sont donnée comme suit :

$$L_{inc \min} = 0,3 \cdot 10^{-3} \text{H} ; L_{inc \max} = 3,22 \cdot 10^{-3} \text{H}$$

$$E_{\min} = 0 \text{ V/rad} ; E_{\max} = 0,1 \text{ V/rad}$$

$$k_{\min} = 0.012 ; k_{\max} = 0,0225$$

On désire mettre  $G(P)$  sou la forme suivante :

$$G(p) = \frac{[b^-, b^+]}{[a_2^-, a_2^+]p^2 + [a_1^-, a_1^+]p + [a_0^-, a_0^+]} \quad (\text{IV. 3})$$

En appliquant les propriétés d'analyse d'intervalles, on obtient:

$$b^- = K_{\min} , b^+ = K_{\max}$$

$$a_2^- = JL_{inc \min} , a_2^+ = JL_{inc \max}$$

$$a_1^- = fL_{inc \min} + RJ , a_1^+ = fL_{inc \max} + RJ$$

$$a_0^- = H_{\min} + RJ , a_0^+ = H_{\max} + RJ$$

Avec :

$$H = \{E_{\min}k_{c \min}, E_{\min}k_{c \max}, E_{\max}k_{c \min}, E_{\max}k_{c \max}\}$$

On a donc :

$$G(P) = \frac{[1,2 \cdot 10^{-2}; 2,25 \cdot 10^{-2}]}{[2,04 \cdot 10^{-6}; 2,19 \cdot 10^{-5}]P^2 + [3,415 \cdot 10^{-4}; 3,561 \cdot 10^{-4}]P + [1,15 \cdot 10^{-3}; 5,625 \cdot 10^{-3}]} \quad (\text{IV. 4})$$

#### IV.2.2 Calculs des paramètres du correcteur PI

L'objectif est de concevoir un régulateur  $C(s)$  qui permet d'assurer la stabilité du système malgré la variation des paramètres. Rappelons que deux méthodes ont été présentées dans le troisième chapitre pour l'analyse de stabilité d'un système incertain en boucle fermée. Dans ce chapitre, on utilise la méthode d'analyse des intervalles.

L'expression du correcteur PI :

$$C(s) = k_c \left( 1 + \frac{1}{T_i p} \right) \quad (\text{IV. 5})$$

La fonction de transfert en boucle fermée est :

$$H(p) = \frac{C(p)G(p, a, b)}{1 + C(p)G(p, a, b)} \quad (\text{IV. 6})$$

$$C(p)G(p, a, b) = \frac{k_c T_i [b^-, b^+] p + k_c [b^-, b^+]}{T_i [a_2^-, a_2^+] p^3 + T_i [a_1^-, a_1^+] p^2 + T_i [a_0^-, a_0^+] p} \quad (\text{IV. 7})$$

$$1 + C(p)G(p, a, b) = \frac{T_i [a_2^-, a_2^+] p^3 + T_i [a_1^-, a_1^+] p^2 + (T_i [a_0^-, a_0^+] + k_c T_i [b^-, b^+]) p + k_c [b^-, b^+]}{T_i [a_2^-, a_2^+] p^3 + T_i [a_1^-, a_1^+] p^2 + T_i [a_0^-, a_0^+] p} \quad (\text{IV. 8})$$

$$H(p) = \frac{k_c T_i [b^-, b^+] p + k_c [b^-, b^+]}{T_i [a_2^-, a_2^+] p^3 + T_i [a_1^-, a_1^+] p^2 + (T_i [a_0^-, a_0^+] + k_c T_i [b^-, b^+]) p + k_c [b^-, b^+]} \quad (\text{IV. 9})$$

L'équation caractéristique de  $H(p)$  est :

$$D_H(p, a) = T_i[a_2^-, a_2^+]p^3 + T_i[a_1^-, a_1^+]p^2 + (T_i[a_0^-, a_0^+] + k_c T_i[b^-, b^+])p + k_c[b^-, b^+] \quad (\text{IV. 10})$$

En appliquant les propriétés d'analyse des intervalles, on obtient :

$$D_H(p, a) = [T_i a_2^-, T_i a_2^+]p^3 + [T_i a_1^-, T_i a_1^+]p^2 + [T_i a_0^- + k_c T_i b^-, T_i a_0^+ + k_c T_i b^+]p + [k_c b^-, k_c b^+] \quad (\text{IV. 11})$$

Avec :

$$T_i > 0 \quad \text{et} \quad k_c > 0$$

On construit pour cette équation caractéristique les quatre polynômes de Kharitonov suivants :

$$\begin{aligned} D_1(p) &= k_c b^- + (T_i a_0^- + k_c T_i b^-)p + T_i a_1^+ p^2 + T_i a_2^+ p^3 \\ &= -2,25 \cdot 10^{-2} k_c + (1,15 \cdot 10^{-3} T_i + 1,2 \cdot 10^{-2} k_c T_i)p + 3,561 \cdot 10^{-4} T_i p^2 + 2,19 \cdot 10^{-5} T_i p^3 \end{aligned} \quad (\text{IV. 12})$$

$$\begin{aligned} D_2(p) &= k_c b^+ + (T_i a_0^+ + k_c T_i b^+)p + T_i a_1^- p^2 + T_i a_2^- p^3 \\ &= 2,25 \cdot 10^{-2} k_c + (5,625 \cdot 10^{-3} T_i + 2,25 \cdot 10^{-2} k_c T_i)p + 3,415 \cdot 10^{-4} T_i p^2 + 2,04 \cdot 10^{-6} T_i p^3 \end{aligned} \quad (\text{IV. 13})$$

$$\begin{aligned} D_3(p) &= k_c b^+ + (T_i a_0^- + k_c T_i b^-)p + T_i a_1^- p^2 + T_i a_2^+ p^3 \\ &= 2,25 \cdot 10^{-2} k_c + (1,15 \cdot 10^{-3} T_i + 1,2 \cdot 10^{-2} k_c T_i)p + 3,415 \cdot 10^{-4} T_i p^2 + 2,19 \cdot 10^{-5} T_i p^3 \end{aligned} \quad (\text{IV. 14})$$

$$\begin{aligned}
 D_4(p) &= k_c b^- + (T_i a_0^+ + k_c T_i b^+)p + T_i a_1^+ p^2 + T_i a_2^- p^3 \\
 &= -2,25 \cdot 10^{-2} k_c + (5,625 \cdot 10^{-3} T_i + 2,25 \cdot 10^{-2} k_c T_i)p + 3,561 \cdot 10^{-4} T_i p^2 + 2,04 \cdot 10^{-6} T_i p^3
 \end{aligned}
 \tag{IV.15}$$

L'équation caractéristique du système est de troisième ordre, il suffit donc d'étudier la stabilité de  $D_3(p)$  à l'aide du critère de Routh pour conclure sur la robustesse en stabilité du système en boucle fermée.

À partir de  $D_3(p)$ , on construit la table de Routh suivante :

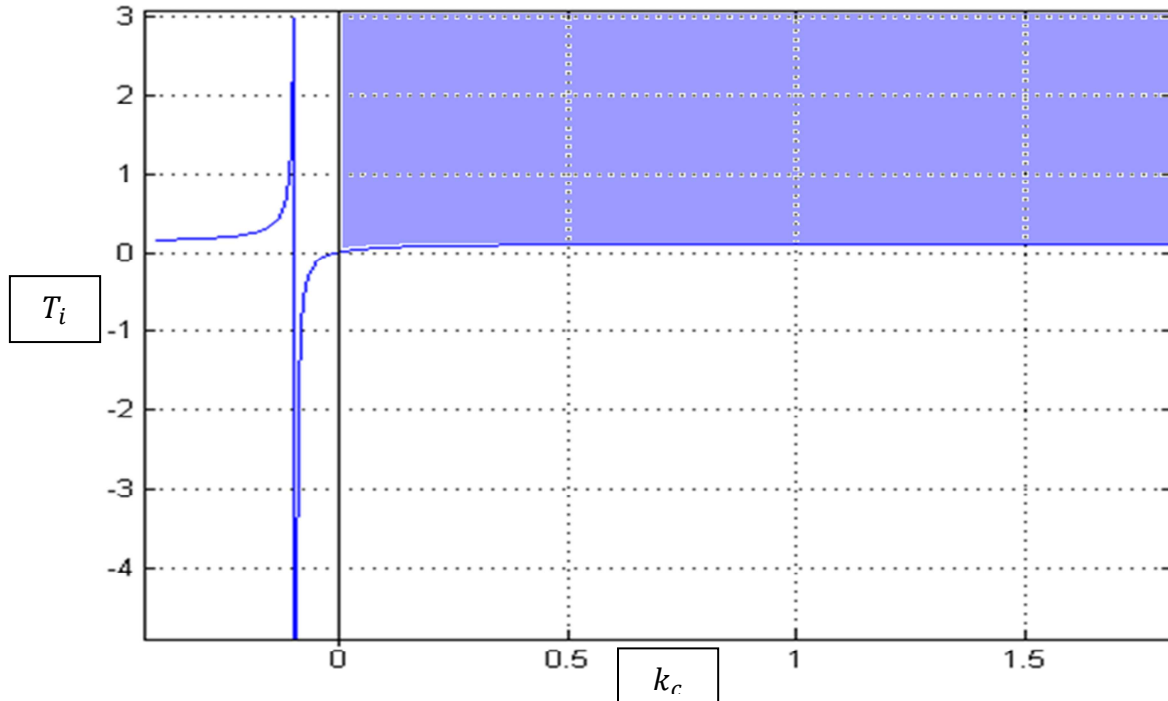
$p^3$	$2,19 \cdot 10^{-5} T_i$	$1,15 \cdot 10^{-3} T_i + 1,2 \cdot 10^{-2} k_c T_i$
$p^2$	$3,415 \cdot 10^{-4} T_i$	$2,25 \cdot 10^{-2} k_c$
$p^1$	$(1,15 \cdot 10^{-3} + 1,2 \cdot 10^{-2} k_c) T_i - 1,442 \cdot 10^{-3} k_c$	0
$p^0$	$2,25 \cdot 10^{-2} k_c$	0

**Tableau IV.1** tableau de Routh de  $D_3(p)$

Pour que  $D_3(p)$  soit stable, on ne doit pas avoir un changement de signe dans la première colonne du tableau. Par conséquent, la stabilité est garantie en imposant les conditions suivantes :

$$\begin{cases}
 k_c > 0 \\
 T_i > 0 \\
 T_i - \frac{k_c}{8,3217 k_c + 0,7986} > 0
 \end{cases}
 \tag{IV.16}$$

La solution de cet ensemble d'inéquations est donnée par la Figure IV.2 :



**Figure IV.2** Domaine admissible des paramètres  $K_c$  et  $T_i$

La figure IV.2 représente le domaine admissible des paramètres du correcteur  $K_c$  et  $T_i$  qui peuvent assurer la stabilité du système en boucle fermée.

Dans ce qui suit, nous testerons la fiabilité de ce correcteur. Pour cela nous choisissons les valeurs de  $K_c$  et  $T_i$  qui respectent l'ensemble d'inéquations(IV. 16), c'est-à-dire du domaine des solutions possibles donné par la Figure IV.2. Les paramètres considérés sont :

$$k_c = 0.05 \quad \text{et} \quad T_i = 1$$

### IV.3 Simulation de la machine bouclée

Il est impossible de simuler tous les cas d'un système incertain vu le nombre infini des fonctions de transfert qu'on peut avoir à cause de ses paramètres variant, pour cela on utilise la méthode de Kharitonov afin de tester que les cas critiques.

Si le correcteur PI synthétisé assure la stabilité pour ces cas critiques, on peut conclure que le correcteur est robuste en stabilité.

#### IV.3.1 Présentation des cas critiques

À partir de l'équation (IV.4), on construit les quatre polynômes de Kharitonov associés au numérateur ainsi que les quatre associés au dénominateur.

Les quatre polynômes associés au numérateur sont :

$$N_1(P) = 1,2 \cdot 10^{-2} \quad (\text{IV. 17})$$

$$N_2(P) = 2,25 \cdot 10^{-2} \quad (\text{IV. 18})$$

$$N_3(P) = 2,25 \cdot 10^{-2} \quad (\text{IV. 19})$$

$$N_4(P) = 1,2 \cdot 10^{-2} \quad (\text{IV. 20})$$

Les quatre polynômes associés au dénominateur sont :

$$D_1(P) = 1,15 \cdot 10^{-3} + 3,415 \cdot 10^{-4}P + 2,19 \cdot 10^{-5}P^2 \quad (\text{IV. 21})$$

$$D_2(P) = 5,625 \cdot 10^{-3} + 3,561 \cdot 10^{-4}P + 2,04 \cdot 10^{-6}P^2 \quad (\text{IV. 22})$$

$$D_3(P) = 5,625 \cdot 10^{-3} + 3,415 \cdot 10^{-4}P + 2,04 \cdot 10^{-6}P^2 \quad (\text{IV. 23})$$

$$D_4(P) = 1,15 \cdot 10^{-3} + 3,561 \cdot 10^{-4}P + 2,19 \cdot 10^{-5}P^2 \quad (\text{IV. 24})$$

Comme  $N_1(P) = N_4(P)$  et  $N_2(P) = N_3(P)$  le nombre des fonctions de transfert à étudier se réduit à 8 au lieu de 16.

$$G_{11}(s) = \frac{N_1(s)}{D_1(s)} = \frac{1,2 \cdot 10^{-2}}{1,15 \cdot 10^{-3} + 3,415 \cdot 10^{-4}P + 2,19 \cdot 10^{-5}P^2} \quad (\text{IV. 25})$$

$$G_{12}(s) = \frac{N_1(s)}{D_2(s)} = \frac{1,2 \cdot 10^{-2}}{5,625 \cdot 10^{-3} + 3,561 \cdot 10^{-4}P + 2,04 \cdot 10^{-6}P^2} \quad (\text{IV. 26})$$

$$G_{13}(s) = \frac{N_1(s)}{D_3(s)} = \frac{1,2 \cdot 10^{-2}}{5,625 \cdot 10^{-3} + 3,415 \cdot 10^{-4}P + 2,04 \cdot 10^{-6}P^2} \quad (\text{IV. 27})$$

$$G_{14}(s) = \frac{N_1(s)}{D_4(s)} = \frac{1,2 \cdot 10^{-2}}{1,15 \cdot 10^{-3} + 3,561 \cdot 10^{-4}P + 2,19 \cdot 10^{-5}P^2} \quad (\text{IV. 28})$$

$$G_{21}(s) = \frac{N_2(s)}{D_1(s)} = \frac{2,25 \cdot 10^{-2}}{1,15 \cdot 10^{-3} + 3,415 \cdot 10^{-4}P + 2,19 \cdot 10^{-5}P^2} \quad (\text{IV. 29})$$

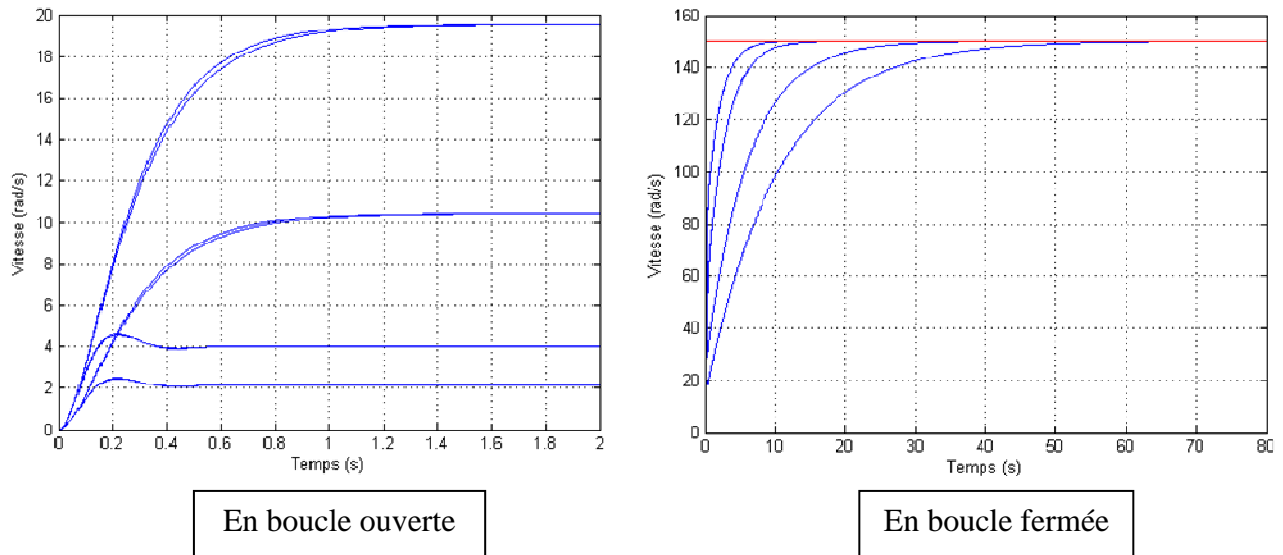
$$G_{22}(s) = \frac{N_2(s)}{D_2(s)} = \frac{2,25 \cdot 10^{-2}}{5,625 \cdot 10^{-3} + 3,561 \cdot 10^{-4}P + 2,04 \cdot 10^{-6}P^2} \quad (\text{IV. 30})$$

$$G_{23}(s) = \frac{N_1(s)}{D_3(s)} = \frac{2,25 \cdot 10^{-2}}{5,625 \cdot 10^{-3} + 3,415 \cdot 10^{-4}P + 2,04 \cdot 10^{-6}P^2} \quad (IV.31)$$

$$G_{24}(s) = \frac{N_1(s)}{D_4(s)} = \frac{2,25 \cdot 10^{-2}}{1,15 \cdot 10^{-3} + 3,561 \cdot 10^{-4}P + 2,19 \cdot 10^{-5}P^2} \quad (IV.32)$$

### IV.3.2 Résultat de la simulation

Le résultat de la simulation des 8 cas critiques de Kharitonov, avec et son correcteur (en boucle ouverte et fermée) sont donnés par la Figure IV.3 :



**Figure IV.3** Résultat de simulation des cas critiques.

A partir de la figure (IV.3), on voit clairement l'apport du correcteur PI. Les résultats obtenus sont très satisfaisants en régime permanent, car la vitesse désirée est atteinte avec une dynamique d'un système du premier ordre quelque soit l'incertitude. En conclusion, le correcteur PI assure la robustesse en stabilité.

#### IV.4 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons exploité la méthode de Kharitonov pour la conception d'un correcteur robuste pour la machine à réductance variable assurant la robustesse en stabilité en dépit des variations paramétriques. On a montré que la synthèse revient à résoudre un système d'inéquations qui définissent le domaine des paramètres du correcteur robuste.

Des simulations ont été réalisées pour démontrer la robustesse du correcteur en considérant les cas critiques pour les incertitudes.

# *Conclusion générale*

La machine à reluctance variable est probablement la machine électrique la plus intéressante. Elle est surtout appréciée pour sa simplicité et sa robustesse ainsi que son faible coût pour des performances assez élevées. L'objectif du mémoire est de synthétiser un correcteur robuste pour la machine à réluctance variable qui représente un système incertain.

Après avoir présenté des généralités sur la machine à réluctance variable, nous avons élaboré le modèle mathématique de cette dernière. Puis nous avons présenté la méthode de Kharitonov qui permet de concevoir des correcteurs robustes pour des systèmes incertains. Cette méthode est utilisée par la suite pour concevoir un correcteur PI pour la machine à réluctance variable.

Les résultats obtenus par simulation, en considérant les cas critiques définis par Kharitonov, démontre la robustesse en stabilité du correcteur PI synthétisé par la méthode de Kharitonov. On constate que le système en boucle fermée demeure stable quelque soit la variation paramétrique.

# *Bibliographie*

- [1] [Automatismeindustriel.blogspot.com/2015/02/les-differents-types-de-moteurs.html](http://Automatismeindustriel.blogspot.com/2015/02/les-differents-types-de-moteurs.html), 17/03/2017
- [2] B. Multon, « *Moteurs Pas-a-Pas* », E. N.S. Cachan, mai 2004, ISBN : 2-909968-64-2.
- [3] B. Multon, « *Principe et éléments de dimensionnement des machines à réluctance variable à double saillance autopilotées* », Journées ELT club EEA, Belfort 25-26 Mars 1993.
- [4] Y. Liao, T.A. Lipo, « *A New Doubly-Salient Permanent Magnet Motor For Adjustable Speed Drives*», SPEEDAM Conf. (Positano, Italy), May 19-21, 1992, pp. 415-420.
- [5] Y. Liao, F. Liang, T.A. Lipo, « *A Novel Permanent Magnet Motor with Doubly Salient Structure*», IEEE Transactions on Industry Applications, VOL. 31, NO.5, September/October 1995.
- [6] Miller T.J.E., « *Switched reluctance motors and their control*», Hillsboro, OH: Magna Physics Pub. ; Oxford: Clarendon Press, 1993.
- [7] M. Correvon, « *Conversion Electromécanique* », CD\SEM\Cours\Chap.2, HEIG-VD, HESSO, Suisse.
- [8] Y. Deshayes, J.C. Gianduzzo et F. Cazaurang, « *Energie Magnétique et Conversion Electromécanique* », chap.7 LST3EEA-PEA 503, Université Bordeaux 1.
- [9] C. Pollock , K. M. Richardson et J.O.Fowler, « *Design performance of a rotor position sensing system for a switched reluctance marine propulsion unit* », IEEE Industrial Application Society Annual Mtg, October 1996.
- [10] J.P.Margot, C. Yechouroun, R. Marmet, P. Galster et J. P. Morel, « *Entrainement électrique pour bateau avec moteur à réluctance variable* », Diplôme en Electrotechnique, Ecole d'Ingénieurs de l'Etat de Vaud (EINEV), Suisse, 1997.

[11] LI Guang-Jin, «*Contribution à la Conception des Machines Electriques à Rotor Passif pour des Applications Critiques : Modélisations Electromagnétiques et Thermiques sur Cycle de Fonctionnement, Etude du Fonctionnement en Mode Dégradé*», Thèse de Doctorat, École normale supérieure de Cachan, CACHAN CEDEX (France), 05 Juillet 2011.

[12] Khelef salah eddine, hada abd elmounim, «*commande de la machine à réluctance variable*», université d'el-oued master académique 2013.

[13] B. Multon et J. Bonal, «*Les entraînement électromécanique directs* », diversité, contraintes et solutions, la conversion électromécanique directs, CEMD, ENS, cachan, 1999.

[14] [lesdefinitions.fr/modele-mathematique](http://lesdefinitions.fr/modele-mathematique), 27 /04/2017.

[15] A.Maidi, «*Automatique Avancée*», Coure de Master II Automatique, Université Moloud Mameri de Tizi-Ouzou, 2009/2010.