

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE.
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE
SCIENTIFIQUE.
UNIVERSITE MOULOUD MAMMARI DE TIZI-OUZOU
FACULTE DE GENIE ÉLECTRIQUE ET DE L'INFORMATIQUE
DEPARTEMENT ELECTROTECHNIQUE



Mémoire de Magister

Spécialité : Electrotechnique

Option : Entraînements électriques

Présenté par : M'ZALI Nabil

Thème :

**Etude des problèmes de la compatibilité électromagnétique
dans un circuit imprimé**

Devant le jury composé de :

BENFDILA Arezki, Professeur UMMTO, Président.

MOHELLEBI Hassane, Professeur, UMMTO, Rapporteur.

HADDAB Salah, Maitre de conférences A, UMMTO, Examineur.

HOCINI Farid, Maitre de conférences B, UMMTO, Examineur.

Soutenu publiquement le : 23 Octobre 2014

Remerciements

Je remercie mon directeur de mémoire Monsieur le Professeur *MOHELLEBI Hassane*, pour sa grande disponibilité et pour la qualité de ses conseils scientifiques qui m'ont à chaque fois apportés la base et la motivation nécessaire à l'avancement de mes travaux.

Je remercie Monsieur *BENFDILA Arezki*, Professeur à l'Université Mouloud Mammeri de Tizi Ouzou, de m'avoir fait l'honneur de présider le jury.

Mes remerciements vont également à Monsieur *HADDAB Saleh*, Maitre de conférences A à l'Université Mouloud Mammeri de Tizi Ouzou et Monsieur *HOCINI Farid* Maitre de conférences B à l'Université Mouloud Mammeri de Tizi Ouzou qui ont tous deux acceptés d'évaluer ce travail en qualité d'examineurs.

Je remercie très chaleureusement Monsieur *CHALLAL Ahmed*, enseignant à l'Université Mouloud Mammeri de Tizi Ouzou pour ses précieux conseils scientifiques, et pour sa grande gentillesse.

Un grand merci aux enseignants, aux thésards et au personnel administratif du Laboratoire Génie Electrique (LGE) pour leur aide et leur bonne humeur quotidienne. Une pensée particulière à mes amis(es) et collègues F. CHAUCHE, N. AISSAOUI, G. OUEDFEL, A. AIT HAMOU.

Je dédie ce travail

A mes très chers parents

A ma très chère femme Lamia, pour son soutien indéfectible

A mes frères et sœurs

A tous mes cousins et oncles

Aux familles IMINE et CHIOUKH

A tous mes amis(es).

Résumé

Il est très important pour un concepteur de cartes électroniques de connaître le comportement des pistes des circuits imprimés (PCB) avant la phase de réalisation, car au fur et à mesure que la fréquence des signaux augmente ces dernières se comportent comme des antennes. Elles deviennent ainsi le chemin privilégié pour la propagation des perturbations électromagnétiques, Ce travail est dédié à la modélisation numérique des Interactions électromagnétiques (IEM) qui caractérisent les problèmes de compatibilité électromagnétique (CEM) dans les lignes de transmission type micro-ruban comme celles qu'on retrouve dans les PCB. On a introduit ce travail par une recherche bibliographique dédiée à la problématique CEM. Une modélisation des interactions électromagnétiques passe par l'élaboration d'un modèle mathématique, une analyse des équations de Maxwell nous a conduit à l'équation de propagation du potentiel vecteur magnétique, pour la résoudre la méthode des éléments finis (MEF) implantée sous environnement MATLAB est retenue. L'effet des interactions électromagnétiques dans différentes structures de PCB est étudié à travers l'analyse de l'influence de la fréquence des signaux d'alimentation et l'espacement entre pistes sur l'évolution des paramètres du schéma équivalent des pistes dans le domaine fréquentiel (en particulier la résistance et l'inductance linéique).

Mots clés

Compatibilité électromagnétique (CEM), Circuit imprimé (PCB), Interactions électromagnétique (IEM), Diaphonie, Modélisation numérique, Eléments finis.

Sommaire

Introduction générale	1
-----------------------------	---

Chapitre I : Généralités sur la compatibilité électromagnétique et les circuits

imprimés

I.1 Composition et technologies des Circuits imprimés.....	3
I.1.1 Composition	3
I.1.2 Technologie des circuits imprimés.....	5
a) PCB simple couche	5
b) PCB multicouches	6
I.2 Présentation générale de la Compatibilité électromagnétique	6
1.2.1 Définition de la CEM	6
I.2.2 Historique	6
I.2.3 Aspects fondamentaux de la CEM	7
I.2.4 Vocabulaire de la compatibilité électromagnétique	7
I.2.5 Classement des sources de perturbations électromagnétiques	8
I.2.6 Couplage des perturbations	11
I.2.6.1 Couplage par conduction.....	11
I.2.6.2 Couplage par rayonnement.....	11
I.3 Conclusion	13

Chapitre II : Modèle physico-mathématique

II.1 Équations de MAXWELL	14
II.2 Milieux matériels	15
II.3 Loi d'Ohm	15
II.4 Relations de passage	16
II.4.1 Conditions sur les composantes tangentielles	16
II.4.2 Conditions sur les composantes normales	17
II.5 Conditions aux limites	19

II.5.1 Condition de Dirichlet.....	19
II.5.2 Condition de Neumann	19
II.6 Equations de propagation	19
II.6.1 Hypothèses simplificatrices	20
II.6.2 Equation d'onde des champs	20
II.6.3 Equation d'onde du potentiel vecteur magnétique.....	21
II.7 Conclusion	23

Chapitre III : Méthodes de résolution de problèmes de la CEM

III.1 Méthodes numériques d'analyse des problèmes de la CEM.....	25
III.1.1 Méthode des Moments (MoM).....	26
III.1.2 Méthode des différences finis dans le domaine temporel (FDTD)	26
III.2 Méthode des éléments finis	27
III.2.1 La discrétisation.....	27
III.2.2 Fonctions d'interpolation.....	29
III.3 Formulation élément finis	32
III.3.1 Formulation variationnelle	32
III.3.2 Formulation Résidus pondérés	33
III.4 Formulation éléments finis des problèmes de le CEM	25
III.5 Conclusion.....	35

Chapitre IV : Application

IV.1 Description du PCB soumis à la simulation.....	36
IV.1.1 Schémas équivalent	37
IV.1.2 Identification des paramètres du schéma équivalent.....	37
IV.1.3 Organigramme de calcul	39
IV.1.4 Domaine d'étude et conditions aux limites	40
IV.1.5 Résultats et interprétations	41
IV.1.6 Effet des interactions électromagnétiques	42
IV.1.6.1 Domaine d'étude.....	42
IV.1.6.2 Résultats et interprétations.....	43

IV.1.7 Effet de la distance qui sépare les deux pistes.....	45
IV.2 Modélisation de la Diaphonie	46
IV.3 Equations des télégraphistes et théorie des lignes de transmissions	47
IV.4 Conclusion	50
Conclusion générale	51
Références bibliographiques	52

Introduction Générale

Le développement réalisé par les industriels de l'électronique est essentiellement caractérisé par des appareils de plus en plus performants et des dimensions de plus en plus réduites. Cette évolution rapide nécessite une remise en cause permanente des méthodes de conception, de la sorte à garantir la maîtrise du comportement des appareils dans des environnements électromagnétiques sévères, c'est ce qu'on appelle la « compatibilité électromagnétique » (CEM).

La CEM est par définition l'aptitude d'un dispositif, d'un appareil ou d'un système à conserver sa fonction dans un environnement électromagnétique, tout en produisant un niveau de perturbations compatible avec son environnement. C'est une science multi-niveau et multi-échelles. Elle se caractérise par des interactions entre de nombreux paramètres, de dimensions variables, et faisant participer des phénomènes physiques de natures différentes.

La CEM est relativement récente, cependant les premiers travaux effectués dans ce sens datent de la fin du XIX^{ème} siècle. A cette époque les couplages dans des lignes de communication qui se traduisaient par des sons parasites dans l'écouteur de réception de la ligne adjointe suscitèrent l'intérêt de Heaviside [1]. La véritable prise de conscience des problèmes de la CEM est récente elle est accélérée par la miniaturisation des appareils, c'est ce qui a poussé le monde industriel à mettre en place des organismes de réglementation et des normes qui sont de nature communautaires ou internationales [2][3]. Depuis, pour remédier aux problèmes de la CEM différentes techniques de mesures et dispositifs de réductions de couplages sont mis en œuvre. Les outils de simulation numérique sont une autre dimension récente du métier de la CEM. Bien utilisés, ils permettent d'effectuer des expérimentations virtuelles sur des systèmes non accessibles à l'expérimentation concrète et de permettre la prise en compte de la CEM dans la phase de conception des appareils. C'est dans cette logique que s'inscrit ce travail qui a pour but la modélisation numérique des interactions électromagnétiques (IEM) dans un circuit imprimé (PCB).

Ce travail est organisé en quatre chapitres :

Le premier chapitre est consacré à une étude générale de la compatibilité électromagnétique et des circuits imprimés. Les causes des problèmes de la CEM et les différents modes de propagation des perturbations électromagnétiques sont présentés.

Le deuxième chapitre portera sur l'élaboration d'un modèle physico-mathématique basé sur les équations de Maxwell. On présentera Les équations de propagations des champs magnétique et électrique, ainsi que l'équation de propagation du potentiel vecteur magnétique qui sera traitée plus en détail.

Le troisième chapitre traitera des méthodes de résolution des équations régissant le comportement électromagnétique des circuits imprimés. Nous présenterons d'une manière générale les méthodes les plus utilisées et les plus répondues dans la littérature pour résoudre les problèmes liés à la CEM. Nous nous attarderons sur la méthode des éléments finis qui est la méthode retenue pour la modélisation.

Le quatrième chapitre sera une application consacrée à la modélisation numérique par éléments finis et à la validation du modèle proposé. Une simulation des interactions électromagnétiques dans différentes structures de circuits imprimés est réalisée.

Nous terminons par une conclusion générale.

Le circuit imprimé, est un produit très présent dans toutes les technologies récentes. Une étude statistique menée en Europe rend compte du vaste champ d'utilisation de ce produit, il représente approximativement une industrie employant près de 50 000 personnes travaillant dans 1 000 entreprises dont 400 ateliers de fabrication [4]. La croissance que connaissent les appareils électroniques en termes de performances et de fréquences des signaux d'utilisation font que les circuits imprimés sont exposés à des agressions électromagnétiques qui perturbent leur bon fonctionnement. La « compatibilité électromagnétique » est la science qui nous permet d'assurer la coexistence des ondes électromagnétiques dans un système donné, elle fera l'objet d'une modélisation numérique dans ce mémoire. Ce chapitre est une présentation générale de la compatibilité électromagnétique et du circuit imprimé.

I.1 Composition et technologies des Circuits imprimés

Le circuit imprimé, en anglais PCB : Printed Circuit Board (carte de circuit imprimé), est un produit inventé par le Dr P. Eisler. Il est composé d'un support isolant sur lequel des conducteurs en cuivre qu'on appelle « pistes » assurent la quasi-totalité des connexions entre les composants [5]. Dans ce qui va suivre nous allons parler de la composition des PCB et des différentes technologies de fabrication.

I.1.1 Composition [5] [6]

Deux couches élémentaires constituent un circuit imprimé, un isolant que on appelle « substrat » et du cuivre qui constitue les pistes. La figure I.1 illustre les différentes couches qui le composent.

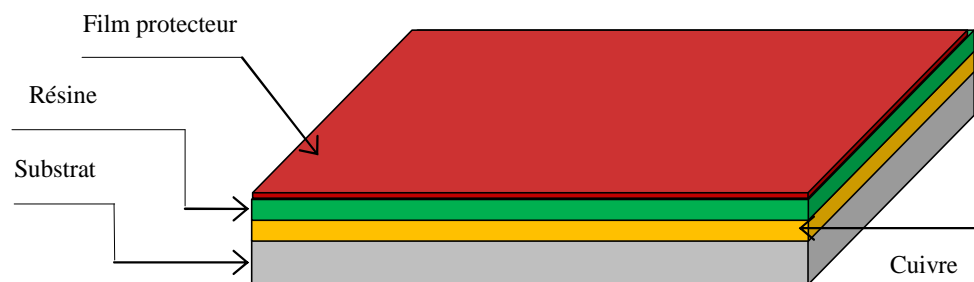


Figure I.1 : Couches élémentaires d'un circuit imprimé

a) Les pistes (le cuivre)

Les pistes d'une carte de circuit imprimé sont de section rectangulaire. Leurs épaisseurs sont normalisées et prennent le plus souvent la valeur de 35 μm ou 70 μm . La

largeur de la piste dépend de l'intensité du courant à véhiculer et de l'élévation de température admise pour ce conducteur. Le tableau I.1 montre différentes épaisseurs et largeurs de pistes.

Tab. I.1 Epaisseurs du cuivre de base à ne pas dépasser pour chaque écartement

Largeurs des pistes et écartements minimaux [μm]	Epaisseurs maximales du cuivre [μm]
200	70
150	35
120	17,5
100	9

b) L'isolant (substrat)

Il sert de support au circuit imprimé, c'est une plaque isolante, elle a une épaisseur courante de 1,6 mm, mais cette épaisseur peut varier de 0,2 mm à 6 mm selon le matériau employé et son utilisation.

Le stratifié est constitué de différentes résines (phénolique, époxyde, polyimide, polyester, téflon, cyanate ester...); charges avec différentes mises en forme (papier, feutre, tissu, charge sphérique) et de matériaux (verre, quartz, aramide, téflon). Le substrat doit répondre à un cahier de charges déterminé à partir de ses propriétés diélectriques, thermiques, mécaniques et physico-chimiques.

Le tableau I.2 nous renseigne sur les matériaux usuels qui constitue un substrat

Tab. I.2 : Composition de base du substrat

Désignation	Matériaux constitutifs	Utilisation
FR2	Papier phénolique, résine phénolique, cuivre sur une ou deux faces.	Circuit imprimé sans trou métallisé à une ou deux faces. Faible coût
CEM1	Centre : papier, résine époxyde. Extérieur : tissu de verre, résine époxyde, cuivre sur une ou deux faces	Circuit imprimé sans trou métallisé à une ou deux faces. Faible coût avec des retardateurs de flamme par rapport auFR2.
FR4	Tissu de verre, résine époxyde, cuivre sur une ou deux faces.	Circuit imprimé à une ou deux faces et multicouche.

Téflon	Téflon, tissu de verre, cuivre sur une ou deux faces.	Circuit imprimé à une ou deux faces (multicouche dans certains cas) pour applications à haute fréquence
---------------	-------------------------------------------------------	---------------------------------------------------------------------------------------------------------

I.1.2 Technologies des circuits imprimés

C'est très difficile de donner la technologie de fabrication exacte des circuits imprimés, car cette dernière étant toujours en mutation pour s'adapter aux contraintes de fonctionnement. Dans ce qui suit nous allons donner une classification basique, qui s'appuie sur le nombre de couches de cuivre et le nombre de plans de masses qui compose le PCB.

a) PCB Simple couche

C'est une carte qui contient qu'une seule couche de diélectrique, elle présente deux faces sur l'une on retrouve les composants et sur l'autre c'est les pistes qui assurent les connexions entre composants. Elles peuvent être à une seule face ou à double faces (figure I.2). Ces cartes sont réservées aux circuits d'usage simple. Les figures I.2 et I.3 montrent une carte simple couche.

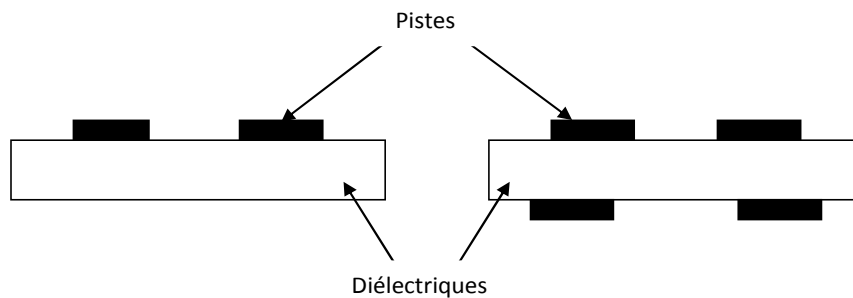


Figure I.2 : Structure d'un PCB simple face (Gauche) et double face (droite)

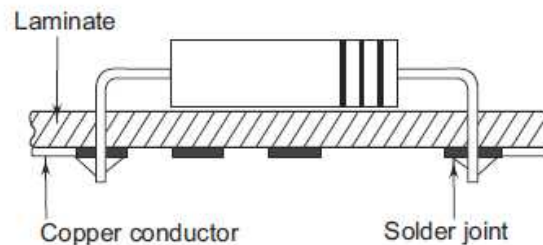


Figure I.3 : PCB simple couche avec une seule face

b) PCB multicouches

Avec la densification des PCB le besoin d'optimisation de l'espace s'est imposé, les concepteurs de circuits imprimés ont développé des PCB à couches multiples, ils sont caractérisés par plusieurs couches de diélectriques et de plan de masse. La figure montre un schématique d'un PCB multicouches.

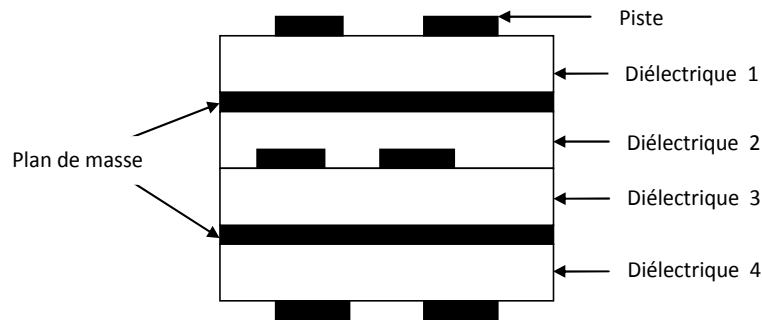


Figure I.4 : PCB multicouches

I.2 Présentation générale de la Compatibilité électromagnétique (CEM)

Dans cette partie du chapitre, nous présentons quelques notions élémentaires de la CEM. Nous abordons en premier lieu les aspects fondamentaux de cette discipline, et par la suite nous allons nous intéresser aux sources de perturbations.

1.2.1 Définition de la CEM

La commission internationale d'électrotechnique CEI propose la définition suivante pour décrire la compatibilité électromagnétique [9] c'est « l'aptitude d'un dispositif, d'un appareil ou d'un système à fonctionner dans son environnement électromagnétique de façon satisfaisante et sans produire lui-même des perturbations électromagnétiques ».

1.2.2 Historique

On pourrait faire remonter la compatibilité électromagnétique au tout début des transmissions radio.

➤ En 1901 Marconi réalise la première transmission à travers l'atlantique, il constatait la présence d'interférences, liées aux fréquences d'émission. pour résoudre ce problème il fallait changer de fréquence.

➤ En 1933 Avec la multiplication des émetteurs les problèmes sont devenus plus sensibles, c'est pour cela que la CEI (commission électrotechnique internationale) a recommandé la création d'un comité spécial sur les interférences radio le CISPR (Le

Comité international spécial des perturbations radioélectriques). Ce dernier a établi les méthodes de mesure et des recommandations sur les limites de niveaux d'émission admissibles.

➤ Avec l'avènement des transistors (1950), puis des circuits intégrés (1960), les vitesses et donc le domaine fréquentiel des perturbations n'a fait que croître, et les problèmes de compatibilité ont empirés. les pays en sont arrivés à édicter des lois et des normes, on retrouve notamment le CENELEC en Europe (Le Comité européen de normalisation en électronique et en électrotechnique) et le FCC aux USA (Federal Communications Commission), elles sont toutes basées sur les recommandations de la CEI à quelques variations spécifiques près. Ces normes sont destinées à limiter la pollution électromagnétique, et par conséquent de concevoir des équipements capable de travailler correctement en présence de ces niveaux.

I.2.3 Aspects fondamentaux de la CEM [2] [3] [10] [11]

Lors de l'analyse d'un problème de perturbation électromagnétique on constate que la problématique de la CEM peut se résumer à une trilogie (figure I.5) dont les trois acteurs sont:

- la source de perturbation : qui émet les perturbations électromagnétique
- le mode de couplage : au travers duquel l'énergie de ces perturbations se propage.
- la victime : qui capte cette énergie, la traite et la superpose à sa fonction normale.

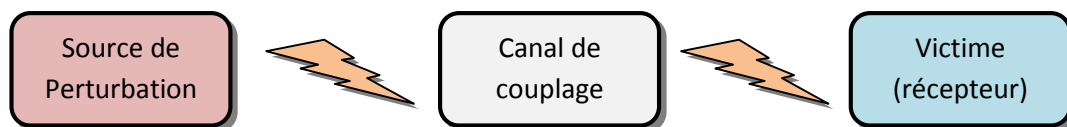


Figure I.5 : Transmission des perturbations

I.2.4 Vocabulaire de la compatibilité électromagnétique

C'est dans cette logique de trilogie qu'un vocabulaire spécifique à la compatibilité électromagnétique est utilisé pour définir les différents niveaux [12].

- **Niveau de perturbation (d'émission)**

Valeur d'une perturbation électromagnétique de forme donnée, mesurée dans des conditions spécifiées.

- **Limite de perturbation**

Niveau maximal, admissible des perturbations électromagnétiques mesuré dans des conditions spécifiées.

- **Niveau d'immunité**

Niveau maximal d'une perturbation électromagnétique de forme donnée agissant sur un dispositif, appareil ou système particulier, pour lequel celui-ci demeure capable de fonctionner avec la qualité voulue.

- **Susceptibilité électromagnétique**

Beaucoup de systèmes doivent opérer dans un environnement où il existe des champs électromagnétiques produits par d'autres éléments. Ces champs peuvent, lorsqu'ils créent des courants ou tensions parasites, causer des dysfonctionnements ou détruire les composants. Dans ce cas, le concepteur se doit de protéger ses équipements contre les champs extérieurs. Ainsi, selon qu'un système est plus ou moins sensible à ces champs électromagnétiques, il sera dès lors caractérisé par une susceptibilité électromagnétique plus ou moins grande. Donc la susceptibilité électromagnétique est l'inaptitude d'un dispositif, d'un appareil ou d'un système à fonctionner sans dégradation de sa qualité en présence d'une perturbation électromagnétique.

La figure I.6 permet de situer les différents termes ci-avant en termes de niveau.

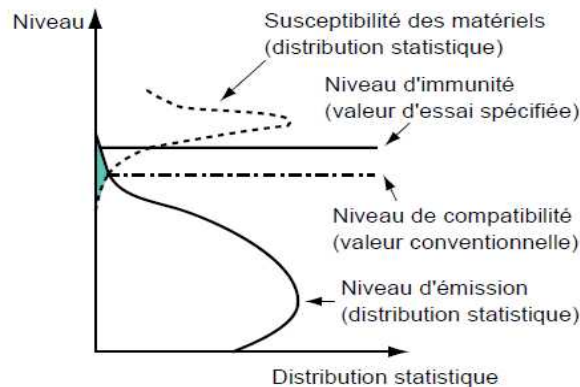


Figure I.6 : Niveaux de perturbations en CEM

I.2.5 Classement des sources de perturbations électromagnétiques

Il y a plusieurs manières de définir les perturbations électromagnétiques. On peut les classer suivant le mode de propagation en deux catégories : perturbations conduites et perturbations rayonnées. On peut les classer aussi selon la nature de la perturbation : perturbations à bande étroite ou perturbations à bande large. Elles peuvent être enfin

classées suivant la manière dont elles interviennent sur la voie de transmission du signal utile, on distingue les perturbations de mode différentiel et les perturbations de mode commun. Dans ce qui suit nous allons donner le classement le plus répandu dans la littérature [3] [10] [13] [14]. La figure I.7 représente l'environnement électromagnétique d'un équipement électrique.

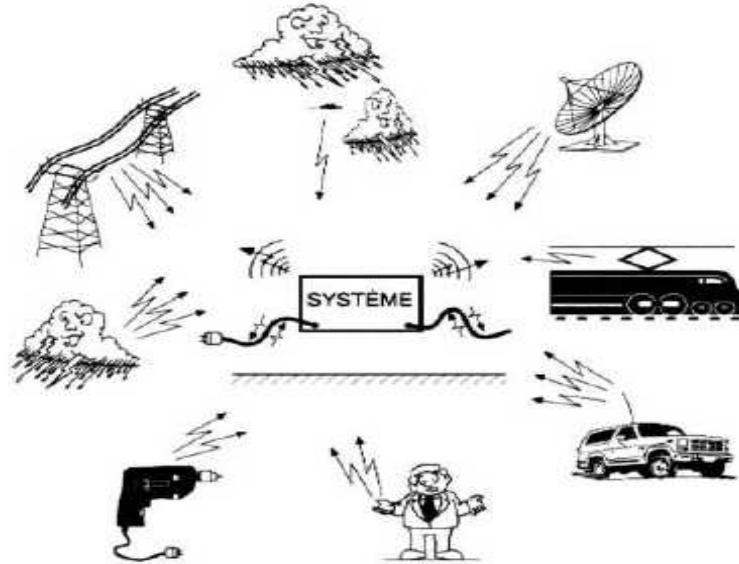


Figure I.7 : Environnement électromagnétique d'un équipement électrique

a) Sources naturelles et sources humaines

Les sources de perturbation peuvent être d'origine naturelle ou humaine. Les sources naturelles peuvent être de nature terrestre (foudre) ou extra-terrestre (bruit solaire). En revanche, les sources humaines peuvent être de différentes natures.

b) Sources large bande et bande étroite

Le classement des sources perturbatrices par largeur de bande de fréquences permet de donner un aperçu global sur les niveaux d'agressions des victimes. Dans le cas des sources à large bande, où la largeur de la bande de la source de perturbation est plus grande que celle de la victime, le niveau d'agression dépend de la bande de la victime.

➤ *Perturbation à bande étroite*

Une perturbation est à « bande étroite » si sa largeur de bande est plus petite que celle du récepteur (victime). Toute l'énergie émise est alors reçue par le récepteur. Les signaux perturbateurs à bande étroite se caractérisent par des raies sur un analyseur de spectre ; elles sont dues aux oscillateurs à fréquence élevée ou aux impulsions à fréquence de répétition très élevée. Elle est schématisée sur la figure I.8.

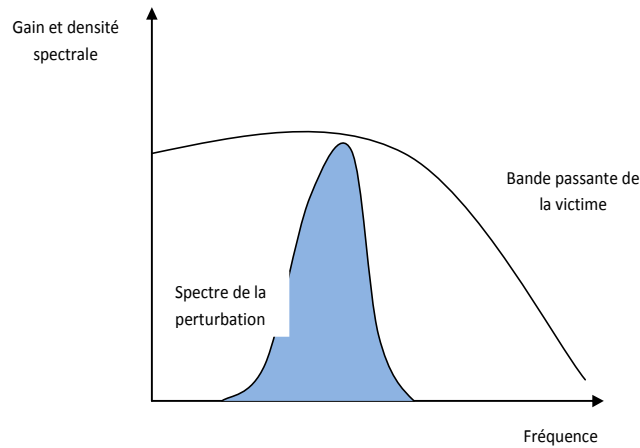


Figure I.8 : Perturbation à bande étroite

➤ **Perturbation à bande large**

Une perturbation est qualifiée de « large bande » si sa largeur de bande est plus grande qu'une bande de référence. Les signaux perturbateurs à large bande se traduisent par un spectre continu sur une bande de fréquence importante et correspondent à des signaux impulsionnels à faible fréquence de répétition. Elle est schématisée sur la figure I.9.

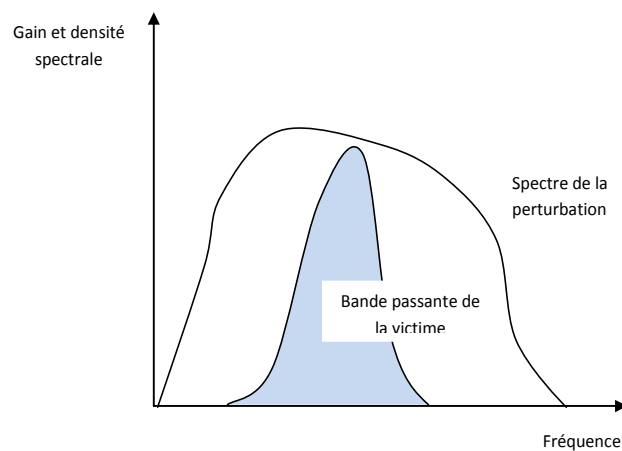


Figure I.9 : Perturbation à bande large

c) Perturbation en mode différentiel [10] [15] [16]

Les courants parasites circulent dans les fils d'alimentations en mode symétrique, dans le même chemin réservé aux signaux utiles et en sens inverse, on l'appelle encore mode transversal, le courant parasite $I_{m\bar{d}}$ est illustré sur la figure I.10.

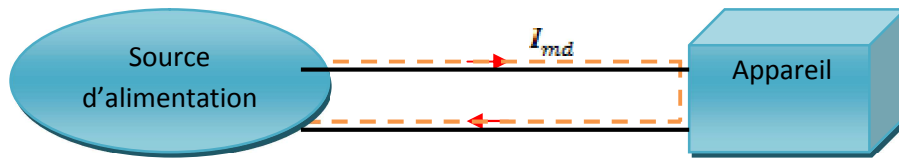


Figure I.10 : Couplage en mode différentiel

d) Perturbation en mode commun

Les courants parasites circulent dans les fils d'alimentations en mode asymétrique, dans le même sens sur les deux fils et le retour s'effectue par la masse (figure I.11).

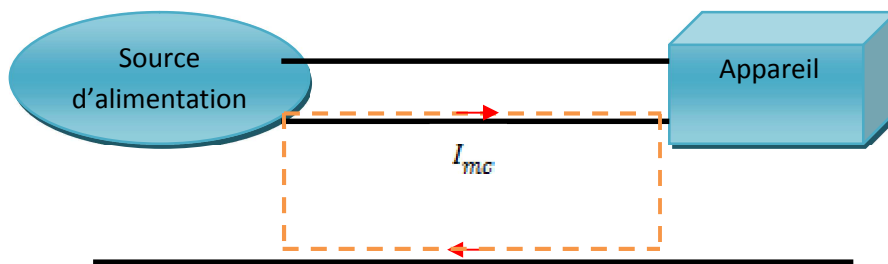


Figure I.11 : Couplage en mode commun

I.2.6 Couplage des perturbations

En se référant au mode de propagation de la perturbation électromagnétique on distingue deux catégories, selon le milieu de propagation le couplage s'effectue par conduction ou par rayonnement. Par réciprocity un couplage en mode conduit peut se transformer en un mode rayonné et vice versa, des courants parasites dans un conducteur engendrent une perturbation émise par rayonnement, et une agression par rayonnement sur un circuit donne naissance à des courants et des tensions parasites.

Dans ce qui suit nous allons définir les deux modes de couplages et nous allons expliciter le deuxième mode qui fera l'objet d'une modélisation numérique au chapitre IV.

I.6.2.1 Couplage par conduction

Elles utilisent comme vecteur les matériaux conducteurs, comme les lignes de données, les câbles d'alimentation...etc.

I.6.2.2 Couplage par rayonnement

Les perturbations sont transmises par une onde électromagnétique et utilisent comme support les milieux diélectriques tel le plastique, le bois, l'air, ...etc.

❖ Diaphonie [10] [17]

Les caractéristiques du champ électromagnétique rayonné par une source de radiation varient en fonction de la distance qui sépare la source de radiation du lieu où le champ est observé. Près de la source, le champ électromagnétique rayonné dépend essentiellement des caractéristiques de la source. Cette région est appelée la zone de rayonnement en champ proche ou zone d'induction. Le terme diaphonie (*crosstalk* en anglais) est aussi couramment utilisé pour désigner les couplages dans cette zone.

Toute tension ou courant non désiré et créé par couplage entre deux lignes (piste de circuit imprimé par exemple) est considérée comme étant une diaphonie, la diaphonie peut être causée par :

- Des capacités parasites, on parle alors de diaphonie capacitive ou électrique.
- Des inductances mutuelles, on parle alors de diaphonie inductive ou de type magnétique.

➤ Diaphonie capacitive (couplage capacitif)

Une capacité parasite entre deux matériaux traduit l'existence de lignes de flux électriques qui partent d'un de ces matériaux pour aboutir sur l'autre ; les capacités parasites appartiennent à la catégorie des capacités dites mutuelles. La figure I.12 schématise les différentes capacités qui peuvent exister entre deux lignes.

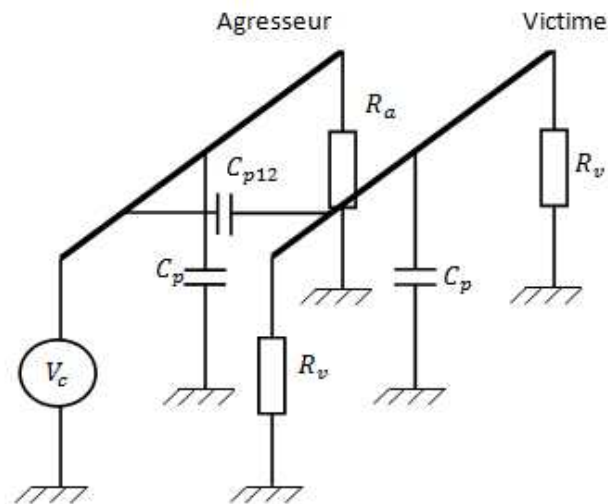


Figure I.12 : Schéma descriptif de la diaphonie capacitive

➤ Diaphonie inductive (couplage inductif)

Lorsqu'un courant électrique circule dans un conducteur, il engendre un champ magnétique. Le couplage magnétique peut s'analyser en utilisant la notion d'inductance mutuelle (figure I.13). Lorsqu'un courant électrique i_1 traverse un circuit, il engendre un flux d'induction φ_1 ; si φ_{12} représente la fraction de ce flux qui est embrassée par un deuxième circuit, on définit l'inductance mutuelle M_{12} , elle est donnée comme suit :

$$M_{12} = \frac{\varphi_{12}}{i_1}$$

La tension V_{N2} induite dans ce deuxième circuit, par le courant i_1 est :

$$V_{N2}(t) = \frac{d\varphi_{12}}{dt} = M_{12} \frac{di_1}{dt}$$

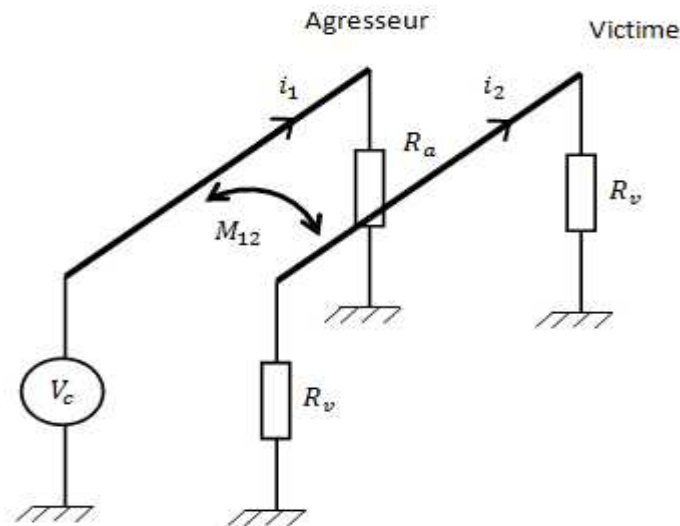


Figure I.13 : Schéma descriptif de la diaphonie inductive

I.7 Conclusion

Dans ce chapitre nous avons fait la lumière sur la compatibilité électromagnétique et les circuits imprimés. La CEM a été présentée dans sa globalité et on a mis l'accent sur le mode de couplage des perturbations électromagnétiques.

La modélisation des interactions électromagnétiques qui se produisent entre deux pistes d'un circuit imprimé passe par l'élaboration d'un modèle physico-mathématique qui est basé sur les équations de Maxwell, les relations constitutives du milieu et les conditions aux limites du domaine d'étude. Dans ce chapitre nous allons illustrer les étapes qui mènent à ce modèle.

II.1 Équations de MAXWELL [18], [19]

Les équations de Maxwell traduisent sous forme locale différents théorèmes (Gauss, Ampère, Faraday) qui régissaient l'électromagnétisme avant que Maxwell ne les réunissent sous forme d'équations intégrales. Ces équations montrent notamment qu'en régime stationnaire, le champ électrique et le champ magnétique sont indépendants l'un de l'autre, alors qu'ils ne le sont pas en régime variable.

a) Forme différentielle

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{D} = \rho \quad (\text{II.1})$$

$$\vec{\nabla} \wedge \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (\text{II.2})$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0 \quad (\text{II.3})$$

$$\vec{\nabla} \wedge \vec{H} = \vec{J}_c + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \quad (\text{II.4})$$

b) Forme intégrale

$$\oint \vec{D} \cdot d\vec{s} = Q \quad (\text{II.5})$$

$$\oint_e \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\int_s \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{s} \quad (\text{II.6})$$

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = 0 \quad (\text{II.7})$$

$$\oint_e \vec{H} \cdot d\vec{l} = -\int_s \left(\vec{J}_c + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \right) \cdot d\vec{s} \quad (\text{II.8})$$

ρ, Q : Sont respectivement la densité de charge volumique [C/m^3] et la charge libre embrassée par la surface fermée C .

\vec{E} : Champ électrique [V/m].

\vec{B} : Vecteur induction magnétique [T].

\vec{H} : Vecteur champ magnétique [A/m].

\vec{D} : Vecteur induction électrique [C/m²].

\vec{J}_C : Vecteur densité de courant de conduction induit et inducteur [A/m²].

$\frac{\partial \vec{D}}{\partial t} = \vec{J}_D$: Vecteur densité de courant de déplacement.

II.2 Milieux matériels

Le circuit imprimé, comme on l'a vu dans le premier chapitre est caractérisé par des structures non homogènes. On trouve différents matériaux avec des propriétés physiques différentes. Dans ce qui suit nous allons donner les relations qui les caractérisent.

➤ Milieu magnétique linéaire

$$\vec{B} = \mu \vec{H}, \text{ avec } \mu = \mu_0 \mu_r \quad (\text{II.9})$$

D'où :

μ_0 : Perméabilité magnétique du vide, $\mu_0 = 4 \cdot 10^{-7}$ [H/m]

μ_r : Perméabilité magnétique relative du milieu

➤ Milieu diélectrique linéaire

$$\vec{D} = \varepsilon \vec{E}, \text{ avec } : \varepsilon = \varepsilon_0 \varepsilon_r \quad (\text{II.10})$$

D'où :

ε_0 : Permittivité électrique du vide, $\varepsilon_0 = \frac{1}{36\pi} \cdot 10^{-9}$ [F/m] ε_r : Permittivité électrique relative du milieu.

ε : Permittivité électrique absolue.

II.3 Loi d'Ohm

$$\vec{j}_i = \sigma_i \vec{E}_i \quad (\text{II.11})$$

i : désigne le milieu considéré.

II.4 Relations de passage [20] [21]

Pour les équations de Maxwell, il est nécessaire d'exprimer les conditions de passage entre les différents milieux du problème considéré. Dans les problèmes de la CEM liés aux circuits imprimés on rencontre des structures qui comportent différents milieux avec des propriétés physiques différentes, les conditions de passage aux interfaces sont obtenues à partir des équations de Maxwell.

II.4.1 Conditions sur les composantes tangentielles

Pour l'étude des composantes tangentielles du champ magnétique et du champ électrique à l'interface, nous considérons un contour (c) au voisinage très proche de l'interface (h tend vers zéro) comme illustré en figure II.1.

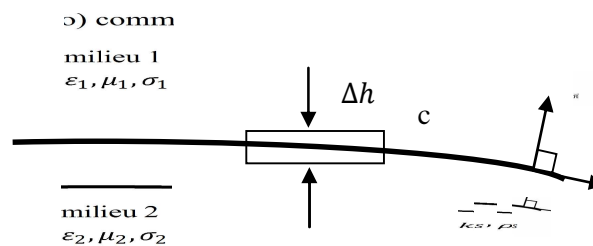


Figure II.1 : Surface d'intégration entre deux milieux.

Le calcul de la circulation du champ magnétique \vec{H} en utilisant l'équation de Maxwell-Ampère sous forme intégrale (II.8), nous permet de déduire lorsque h tend vers zéro la condition de passage des composantes tangentielles du champ magnétique, elle est donnée par l'équation (II.12).

$$(\vec{H}_{t1} - \vec{H}_{t2}) \wedge \vec{n} = \vec{k}_s \quad (\text{II.12})$$

L'équation (II.12) signifie que la composante tangentielle du champ magnétique \vec{H} à l'interface entre les deux milieux est discontinue lorsqu'une densité surfacique du courant \vec{k}_s circule sur la surface de séparation.

Pour les composantes tangentielles du champ électrique \vec{E} nous allons calculer la circulation du champ électrique \vec{E} sur le même contour considéré précédemment, nous utilisons l'équation de Maxwell-Faraday sous forme intégrale (II.6).

$$\oint_c \vec{E} d\vec{l} = \int_s \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} d\vec{l} \quad (\text{II.13})$$

Ce qui donne :

$$(\vec{E}_{t1} - \vec{E}_{t2}) \wedge \vec{n} = 0 \quad (\text{II.14})$$

L'équation (II.14) exprime la continuité de la composante tangentielle du champ électrique lors du passage à travers l'interface entre les deux milieux.

II.4.2 Conditions sur les composantes normales

Pour l'étude de la condition de passage aux des composantes normales, nous considérons une surface fermée au voisinage très proche de l'interface comme illustré sur la figure II.2.

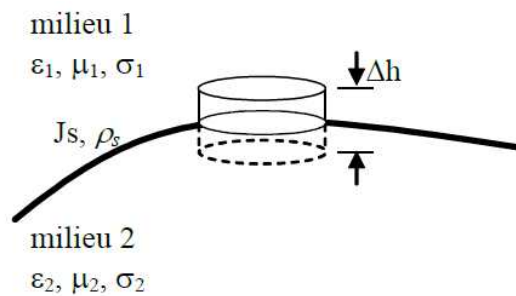


Figure II.2 : Volume d'intégration entre deux milieux.

La condition de passage sur le champ magnétique, est obtenue en calculant le flux de ce dernier à travers la surface fermée (figure II.2) et en utilisant l'équation de Maxwell (conservation du flux magnétique) sous sa forme intégrale, on obtient alors l'équation (II.15).

$$\oint \vec{B} d\vec{s} = 0 \quad (\text{II.15})$$

Si on considère que la hauteur h du volume élémentaire est suffisamment petite, ce qui nous permet de négliger le flux du champ magnétique à travers la surface latérale, l'équation (II.16) peut s'écrire sous la forme:

$$(\vec{B}_1 - \vec{B}_2) \cdot \vec{n} = 0 \quad (\text{II.16})$$

Cette équation indique que la composante normale du champ magnétique est continue en passant d'un milieu à l'autre à travers l'interface. Pour obtenir une condition sur le déplacement électrique \vec{D} , nous faisons appel à l'équation de Maxwell-Gauss sous sa forme globale

$$\oint \vec{D} \cdot d\vec{s} = Q_{int} \quad (\text{II.17})$$

Q_{int} : Charge libre à l'intérieur de la surface fermée (figure II.2).

Si h est suffisamment petit, l'équation (II.17) peut s'écrire sous la forme suivante :

$$(\vec{D}_1 - \vec{D}_2) \wedge \vec{n} = \rho_s \quad (\text{II.18})$$

La composante normale du vecteur déplacement électrique \vec{D} est discontinue lorsqu'il y a une densité de charge surfacique libre ρ_s à l'interface entre les deux milieux.

Donc en résumé on aura les relations de passage suivantes :

Tab. II.1 : Récapitulatif des relations de passage entre deux milieux

Conservation de la composante tangentielle du champ électrique \vec{E}	$(\vec{E}_1 - \vec{E}_2) \wedge \vec{n} = 0$
Conservation de la composante normale de l'induction magnétique \vec{B}	$(\vec{B}_1 - \vec{B}_2) \cdot \vec{n} = 0$
Discontinuité de la composante tangentielle du champ magnétique \vec{H} , si les courants surfaciques existent k_s	$(\vec{H}_1 - \vec{H}_2) \wedge \vec{n} = k_s$
Discontinuité de la composante normale de l'induction électrique \vec{D} si les charges surfaciques existent ρ_s	$(\vec{D}_1 - \vec{D}_2) \wedge \vec{n} = k_s$

\vec{n} : La normale à l'interface. k_s : La densité de courant portée par la surface de séparation
 ρ_s : La densité de charges portée par la surface de séparation

II.5 Conditions aux limites

II.5.1 Condition de Dirichlet

C'est une condition qui nous renseigne sur la valeur de l'inconnue sur la frontière du domaine de résolution, elle est donnée par l'équation (II.19).

$$A = g_0 \quad (\text{II.19})$$

Avec :

A : Fonction inconnue du problème et g_0 une constante

Quand $A=0$ le long de la frontière du domaine, on dit que c'est condition de Dirichlet homogène

II.5.2 Condition de Neumann

C'est une condition qui nous renseigne sur la valeur de la composante normale de l'inconnue sur la limite du domaine d'étude.

$$\frac{\partial A}{\partial n} = g_0 \quad (\text{II.20})$$

Habituellement on parle de Neumann homogène sur les plans de symétrie, quand $\frac{\partial A}{\partial n} = 0$ défini le long de la frontière du domaine.

II.5.3 Condition Neumann-Dirichlet (de Robin)

C'est la combinaison des deux types de conditions aux limites, elle s'exprime par :

$$aA + b \frac{\partial A}{\partial n} = g \quad (\text{II.21})$$

Où : a et b sont des constantes définies sur le domaine d'étude et g la valeur de l'inconnue sur la frontière. Cette condition sert au traitement des courants de Foucault sur les interfaces.

II.6 Equations de propagation

Tous les phénomènes de propagation électromagnétiques qui interviennent dans les problèmes de la CEM peuvent être exprimés à travers les équations de Maxwell. Dans ce qui suit nous allons expliciter les équations de propagations des grandeurs électromagnétiques champs et potentiels.

II.6.1 Hypothèses simplificatrices

Les équations de Maxwell sont des équations globales [19] qui décrivent d'une manière complète tous les phénomènes électromagnétiques, néanmoins on peut imposer des hypothèses simplificatrices selon le milieu d'étude considéré [22].

Dans notre étude on considère que les matériaux qui interviennent dans les circuits imprimés ont des propriétés physiques linéaires, et que la source d'excitation est sinusoïdale.

II.6.2 Equation d'onde des champs [19][22]

Dans ce qui suit nous allons déterminer l'équation de propagation du champ magnétique et du champ électrique.

Nous allons appliquer le rotationnel à l'équation de Maxwell-Ampère

$$\nabla \wedge \nabla \wedge \vec{H} = \nabla \wedge \vec{J} + \frac{\partial}{\partial t} (\nabla \wedge \vec{D}) \quad (\text{II.22})$$

$$\nabla \wedge \nabla \wedge \vec{H} = \sigma \nabla \wedge \vec{E} + \varepsilon \frac{\partial}{\partial t} (\nabla \wedge \vec{E}) \quad (\text{II.23})$$

En tenant compte de l'équation de Maxwell-Faraday (II.2) on écrit :

$$\nabla \wedge \nabla \wedge \vec{H} = -\sigma \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} - \varepsilon \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \right) \quad (\text{II.24})$$

$$\vec{B} = \mu \vec{H}$$

$$\nabla \wedge \nabla \wedge \vec{H} = -\sigma \mu \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} - \varepsilon \mu \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial t^2} \quad (\text{II.25})$$

Or on a:

$$\vec{\nabla} \wedge \vec{\nabla} \wedge \vec{H} = -\nabla^2 \vec{H} + \overline{\text{grad}}(\vec{\nabla} \cdot \vec{H}) \quad (\text{II.26})$$

On impose la condition de Jauge de Coulomb $\vec{\nabla} \cdot \vec{A} = 0$ et on aura l'équation (II.27) qui décrit la propagation du champ magnétique.

$$\nabla^2 \vec{H} - \sigma \mu \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} - \varepsilon \mu \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial t^2} = 0 \quad (\text{II.27})$$

De la même manière on peut retrouver l'équation de propagation du champ électrique qui est donnée par l'équation (II.28)

$$\nabla^2 \vec{E} - \sigma \mu \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} - \varepsilon \mu \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = 0 \quad (\text{II.28})$$

II.6.3 Equation d'onde du potentiel vecteur magnétique

De l'équation de Maxwell de conservation du flux magnétique (II.3) on peut déduire la relation qui lie l'induction magnétique et le potentiel vecteur magnétique (II.29)

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0 \Rightarrow \exists \vec{A} / \vec{B} = \vec{\nabla} \wedge \vec{A} \quad (\text{II.29})$$

Or $\vec{B} = \mu \vec{H}$

En introduisant (II.29) dans l'équation (II.2) on aura l'équation (II.30)

$$\vec{\nabla} \wedge \left(\vec{E} + \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \right) = 0 \quad (\text{II.30})$$

Comme le rotationnel d'un gradient est nul, cela nous permet de déduire l'existence d'un potentiel scalaire électrique V , et on écrit :

$$\exists V / \vec{E} + \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} = -\overrightarrow{\text{grad}} V \quad (\text{II.31})$$

On aura donc

$$\vec{E} = -\frac{\partial \vec{A}}{\partial t} - \overrightarrow{\text{grad}} V \quad (\text{II.32})$$

En remplaçant (II.32) dans l'expression de la loi d'Ohm (II.11) on aura :

$$\vec{j} = -\sigma \overrightarrow{\text{grad}} V - \sigma \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \quad (\text{II.33})$$

On a $\vec{j}_s = -\sigma \overrightarrow{\text{grad}} V$

\vec{j}_s : Densité de courant de la source d'excitation

$$\vec{j} = \vec{j}_s - \sigma \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \quad (\text{II.34})$$

En introduisant l'équation (II.29) dans la relation du milieu magnétique (II.10) on aura l'équation (II.35)

$$\vec{H} = \frac{\vec{\nabla} \wedge \vec{A}}{\mu} \quad (\text{II.35})$$

En remplaçant (II.35) dans l'équation de Maxwell-Ampère (II.4) et en lui appliquant le rotationnel on aura :

$$\vec{\nabla} \wedge \left(\frac{\vec{\nabla} \wedge \vec{A}}{\mu} \right) = \vec{J}_s - \sigma \frac{\partial A}{\partial t} + \frac{\partial D}{\partial t} \quad (\text{II.36})$$

En tenant compte de la relation d'un milieu diélectrique (II.6) et en remplaçant (II.32) dans l'équation (II.36) on aura :

$$\vec{\nabla} \wedge \left(\frac{\vec{\nabla} \wedge \vec{A}}{\mu} \right) = \vec{J}_s - \sigma \frac{\partial A}{\partial t} + \varepsilon \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \quad (\text{II.37})$$

$$\vec{\nabla} \wedge \left(\frac{\vec{\nabla} \wedge \vec{A}}{\mu} \right) = \vec{J}_s - \sigma \frac{\partial A}{\partial t} + \varepsilon \frac{\partial}{\partial t} \left(-\frac{\partial \vec{A}}{\partial t} - \overrightarrow{\text{grad}} V \right) \quad (\text{II.38})$$

$$\vec{\nabla} \wedge \left(\frac{\vec{\nabla} \wedge \vec{A}}{\mu} \right) = \vec{J}_s - \sigma \frac{\partial A}{\partial t} - \varepsilon \frac{\partial^2 \vec{A}}{\partial t^2} - \varepsilon \overrightarrow{\text{grad}} \frac{\partial V}{\partial t} \quad (\text{II.39})$$

$$\frac{1}{\mu} (\vec{\nabla} \wedge \vec{\nabla} \wedge \vec{A}) = \vec{J}_s - \sigma \frac{\partial A}{\partial t} - \varepsilon \frac{\partial^2 \vec{A}}{\partial t^2} - \varepsilon \overrightarrow{\text{grad}} \frac{\partial V}{\partial t} \quad (\text{II.40})$$

Or, on a:

$$\vec{\nabla} \wedge \vec{\nabla} \wedge \vec{A} = -\nabla^2 \vec{A} + \overrightarrow{\text{grad}}(\vec{\nabla} \cdot \vec{A}) \quad (\text{II.41})$$

$$-\frac{1}{\mu} (\nabla^2 \vec{A}) = \vec{J}_s - \sigma \frac{\partial A}{\partial t} - \varepsilon \frac{\partial^2 \vec{A}}{\partial t^2} - \varepsilon \overrightarrow{\text{grad}} \frac{\partial V}{\partial t} - \frac{1}{\mu} \overrightarrow{\text{grad}}(\vec{\nabla} \cdot \vec{A}) \quad (\text{II.42})$$

$$-\frac{1}{\mu} (\nabla^2 \vec{A}) = \vec{J}_s - \sigma \frac{\partial A}{\partial t} - \varepsilon \frac{\partial^2 \vec{A}}{\partial t^2} - \overrightarrow{\text{grad}} \left(\vec{\nabla} \cdot \vec{A} + \mu \varepsilon \frac{\partial V}{\partial t} \right) \quad (\text{II.43})$$

Pour définir complètement le vecteur potentiel magnétique on impose la condition de Lorentz :

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{A} + \mu \varepsilon \frac{\partial V}{\partial t} = 0 \quad (\text{II.44})$$

Il s'en suit que (II.43) se simplifie comme suit :

$$-\frac{1}{\mu} \nabla^2 \vec{A} + \sigma \frac{\partial A}{\partial t} + \varepsilon \frac{\partial^2 \vec{A}}{\partial t^2} = \vec{J}_s \quad (\text{II.45})$$

On considère que la propagation se fait dans un repère cartésien selon l'axe oz , on aura l'équation de propagation du potentiel vecteur magnétique donnée par l'équation (II.46).

$$-\frac{1}{\mu} \left[\frac{\partial^2 A_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 A_z}{\partial y^2} \right] + \sigma \frac{\partial A_z}{\partial t} + \varepsilon \frac{\partial^2 A_z}{\partial t^2} = J_z \quad (\text{II.46})$$

Et si on considère qu'on est en régime harmonique sinusoïdale on aura l'équation (II.47)

$$-\frac{1}{\mu} \left[\frac{\partial^2 A_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 A_z}{\partial y^2} \right] + (j\sigma\omega - \varepsilon\omega^2) A_z = J_z \quad (\text{II.47})$$

A_z, J_z : sont respectivement la composante du potentiel vecteur magnétique et de la densité de courant source suivant l'axe oz .

L'équation (II.47) caractérise la propagation du potentiel vecteur magnétique, c'est l'équation considérée dans la suite de ce travail pour modéliser le phénomène d'interaction électromagnétique entre les pistes d'un circuit imprimé.

II.7 Conclusion

Au final de ce chapitre, on est en possession d'un modèle mathématique qui caractérise le comportement électromagnétique d'un circuit imprimé. Avec une démarche détaillée on est arrivé à l'équation de propagation du potentiel vecteur magnétique. C'est sur cette équation que se base le travail de modélisation des problèmes de la CEM que nous proposons dans ce mémoire. Nous avons donné aussi les équations de propagation en termes de champs magnétique et électrique.

De diverses approches sont employées par les scientifiques pour résoudre les problèmes du champ électromagnétique. Généralement, ces approches peuvent être classées comme expérimentales ou théoriques. L'approche expérimentale est toujours chère et longue, habituellement elle ne permet pas la variation des paramètres. Ces difficultés sont souvent évitées en utilisant les approches théoriques ce qui revient à élaborer un modèle mathématique du problème traité. Tous les problèmes qui interviennent en électromagnétisme peuvent être formulés en termes d'équations différentielles, généralement il ya deux approches de base l'approche différentielle (ou du champ) et l'approche intégrale (ou l'approche des sources) [20].

III.1 Méthodes numériques d'analyse des problèmes de la CEM

Tous les outils numériques développés pour la modélisation des problèmes d'électromagnétisme ont pour objectif la résolution des équations de Maxwell. Malgré les progrès considérables réalisés dans ce sens le problème est toujours d'actualité. Il doit y voir en fait une conséquence de la complexité des problèmes à traiter qui ont conduit à de très nombreuses approches présentant chacune avantages et inconvénients [23]. En CEM cette complexité se traduit par la miniaturisation des appareils et des fréquences des signaux de travail de plus en plus grandes. Les méthodes numériques sont actuellement les méthodes les plus utilisées, elles peuvent être regroupées en trois catégories selon la forme des équations électromagnétiques utilisées [14] [20], la figure III.1 schématise ces méthodes.

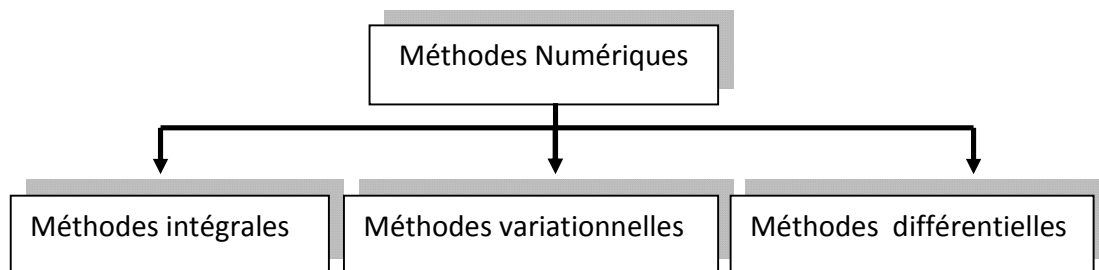


Figure III.1 : Méthodes numériques de résolution des EDP

On retrouve les méthodes intégrales, basées sur la résolution numérique dans le domaine fréquentiel des équations intégrales de l'électromagnétisme, les méthodes différentielles reposent sur une discrétisation spatio-temporelle des équations de Maxwell et en fin on a les méthodes variationnelles qui s'appuient sur la division en éléments finis

de la structure étudiée et de l'environnement de propagation. Dans ce chapitre nous allons donner un bref aperçu sur les méthodes intégrales et différentielles pour après présenter d'une manière exhaustive la méthode des éléments finis qui est la méthode que nous avons retenue pour la modélisation.

III.1.1 Méthode des Moments (MoM)

La méthode des moments (MoM) est une technique de résolution des équations intégral-différentielles de l'électromagnétisme. Elle a été développée dans les années 1960-1966 par « Harrington » [24] [25]. C'est une procédure numérique de transformation des équations intégrales de l'électromagnétisme dont l'inconnue est la densité de courant surfacique en un système d'équations linéaires algébriques résolues ensuite par des systèmes d'équations matricielles. Elle a d'abord été appliquée à des structures filiformes puis généralisée à des structures tridimensionnelles.

En électromagnétisme, elle s'applique typiquement à la formulation intégrale du champ électrique pour laquelle les inconnues sont la distribution de courant circulant sur les conducteurs. Le fondement de la MoM consiste à proposer une solution sous la forme d'une somme de fonctions connues auxquelles sont associés des coefficients inconnus. Il s'agit ensuite d'appliquer une procédure de minimisation de l'erreur résiduelle pour générer un système matriciel et déterminer les coefficients inconnus. Cette méthode présente un intérêt pour l'analyse des couplages intervenant en espace libre [26].

III.1.2 Méthode des différences finis dans le domaine temporel (FDTD)

La méthode des différences finies dans le domaine temporel « FDTD » est l'une des méthodes les plus utilisées en modélisation électromagnétique. Elle permet de modéliser la structure à étudier d'une manière très proche de la réalité [27] [28].

Le principe de la méthode consiste à transformer les équations de Maxwell en des équations discrétisées. Ensuite les différentes composantes du champ électromagnétique sont calculées à partir d'un algorithme de calcul itératif temporel [26][30]. Plus de détails sur cette méthode sont disponibles en [17] [26] et [31].

III.2 Méthode des éléments finis

La méthode des éléments finis est l'une des méthodes les plus utilisées aujourd'hui pour résoudre les équations aux dérivés partielles. C'est une méthode très générale qui s'applique à la majorité des problèmes rencontrés dans la pratique. La méthode des

éléments finis est basée sur la transformation des équations aux dérivées partielles en équations intégrales équivalentes. Il y a deux manières d'aborder cette transformation [29].

- Approche variationnelle ou méthode de Ritz qui repose sur une fonctionnelle d'énergie qui est extrémale pour les fonctions solutions recherchées.
- Approche résidus pondérés qui consiste à annuler le résidu correspondant à la multiplication de la forme différentielle par une fonction test adéquate.

La figure III.2 donne les étapes à suivre pour mettre on œuvre la MEF.

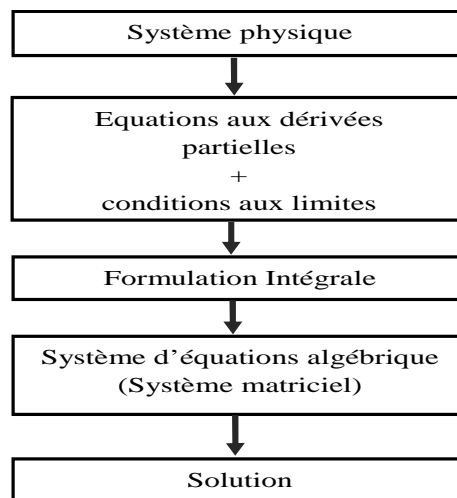


Figure III.2 : Etapes de mise on œuvre de la MEF

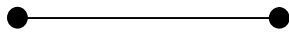
III.2.1 La discrétisation

L'approche de base de la méthode des éléments finis est de subdiviser le domaine d'étude en un nombre fini de sous domaines appelés éléments. L'approximation de l'inconnue se fait en chaque élément à l'aide des fonctions d'interpolation. La fonction d'interpolation coïncide avec les nœuds de cet élément relatifs aux valeurs de l'inconnue.

a) Eléments réels

Nous allons donner les éléments réels de base qu'on peut utiliser avec la MEF, et nous donnerons les éléments de références triangulaires car le logiciel de simulation MATLAB que nous allons utiliser fait appel à un maillage à base d'éléments triangulaires.

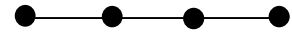
Eléments 1D



Linéaire (02 nœuds)



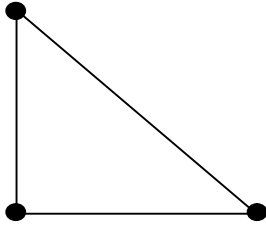
Quadratique (03 nœuds)



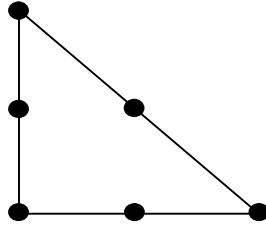
Cubique (04 nœuds)

Eléments 2D

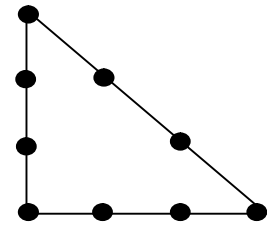
➤ **Triangulaires**



Linéaire (03 nœuds)

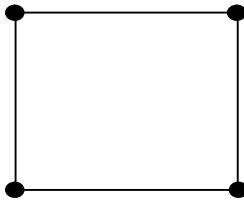


Quadratique (06 nœuds)

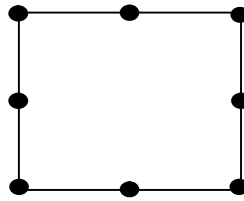


Cubique (09 nœuds)

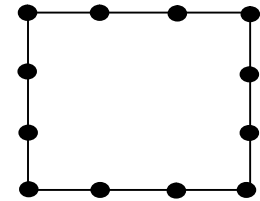
➤ **Carrés**



Linéaire (04 nœuds)



Quadratique (08 nœuds)

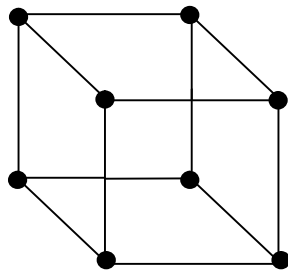


Cubique (12 nœuds)

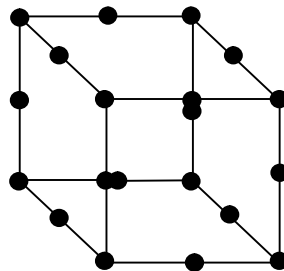
Eléments 3D



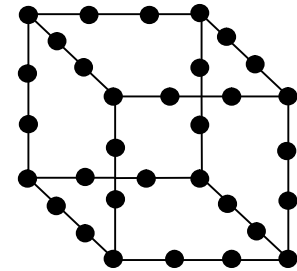
Cube



Linéaire (08 nœuds)

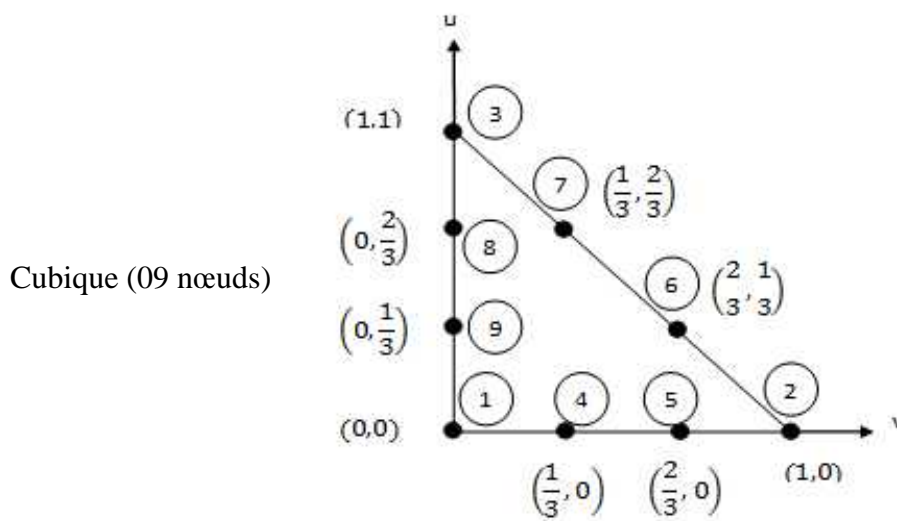
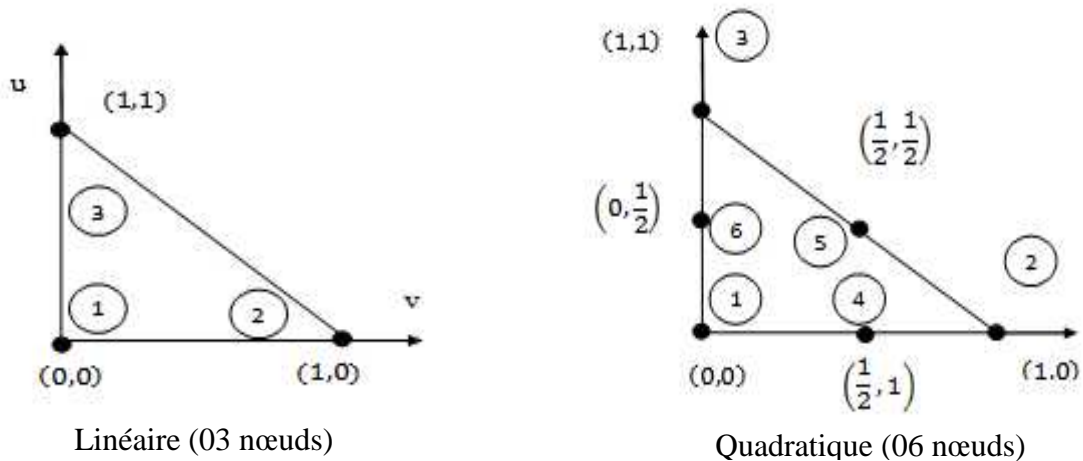


Quadratique (20 nœuds)



Cubique (32 nœuds)

b) Eléments de référence triangulaires 2D



III.2.3 Fonctions d'interpolation

La fonction d'approximation consiste à chercher la meilleure approximation d'une fonction $F(x)$ dans le domaine de manière à satisfaire au mieux les lois physiques auxquelles elle obéit.

$$F(x) = \langle N_1^e(x) | \dots | N_n^e(x) \rangle \begin{Bmatrix} U_1^e \\ \vdots \\ U_n^e \end{Bmatrix} \tag{III.6}$$

$U_1^e \dots U_n^e$: sont les valeurs de $F(x)$ aux nœuds d'interpolation de l'élément.

$N^e(x)$: sont les fonctions d'interpolation sur l'élément.

a) Calcul de la fonction d'interpolation

Les fonctions d'interpolation sont obtenues à partir du triangle de Pascal donner sur la figure III.3.

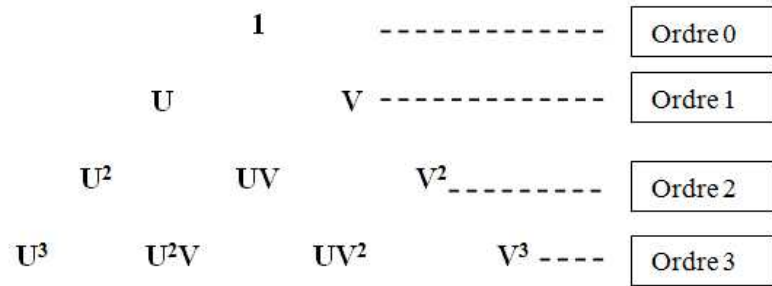


Figure III.3 : Triangle de Pascal

Ces fonctions sont construites de telle sorte à obéir aux deux principes suivants :

➤ **Etat complet**

Ce principe stipule que le nombre de termes de la fonction doit être égal au nombre de nœuds de l'élément et la fonction doit contenir un terme constant.

➤ **Compatibilité**

Il stipule que la fonction d'interpolation doit être continue.

Soit la fonction d'approximation de type 2D d'un élément triangulaire :

$$A(x) = a \cdot x + b \cdot y + c \tag{III.7}$$

Implique $A(x, y) = [x \ y \ 1] \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix}$ (III.8)

Soit : (A_i, A_j, A_k) les valeurs de la fonction d'interpolation aux nœuds (i, j, k)

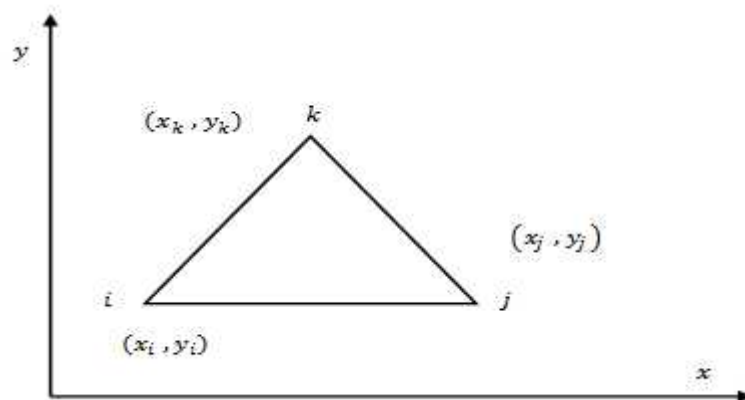


Figure III.4 : Cordonnées d'un élément triangulaire

$$\left. \begin{aligned} A(x_i, y_i) &= ax_i + by_i + 1 = A_i \\ A(x_j, y_j) &= ax_j + by_j + 1 = A_j \\ A(x_k, y_k) &= ax_k + by_k + 1 = A_k \end{aligned} \right\} \quad (\text{III.9})$$

De ces trois équations on obtient :

$$\begin{bmatrix} x_i & y_i & 1 \\ x_j & y_j & 1 \\ x_k & y_k & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_i \\ A_j \\ A_k \end{bmatrix} \quad (\text{III.10})$$

Les coefficients a, b, c se déduisent alors par :

$$\begin{bmatrix} x_i & y_i & 1 \\ x_j & y_j & 1 \\ x_k & y_k & 1 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} A_i \\ A_j \\ A_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix} \quad (\text{III.11})$$

$$A(x, y) = [x \quad y \quad 1] \begin{bmatrix} x_i & y_i & 1 \\ x_j & y_j & 1 \\ x_k & y_k & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_i \\ A_j \\ A_k \end{bmatrix} \quad (\text{III.12})$$

$$A^e(x, y) = (N_1^e(x, y) \quad N_2^e(x, y) \quad N_3^e(x, y)) \begin{bmatrix} A_i \\ A_j \\ A_k \end{bmatrix} \quad (\text{III.13})$$

Tel que :

$$\left. \begin{aligned} N_1^e(x, y) &= \frac{1}{2B} [(y_k - y_i)(x_k - x) - (x_k - x_j)(y_i - y)] \\ N_2^e(x, y) &= \frac{1}{2B} [(y_i - y_k)(x_k - x) - (x_j - x_i)(y_i - y)] \\ N_3^e(x, y) &= \frac{1}{2B} [(y_i - y_j)(x_i - x) - (x_i - x_j)(y_k - y)] \end{aligned} \right\} \quad (\text{III.14})$$

$$2B = \det[C] = [(y_i - y_j)(x_k - x_j) - (x_i - x_j)(y_k - y_j)] \quad (\text{III.15})$$

$$\text{Avec :} \quad [c] = \begin{bmatrix} x_i & y_i & 1 \\ x_j & y_j & 1 \\ x_k & y_k & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{III.16})$$

B : représente l'air d'un élément triangulaire.

III.3 Formulation élément finis

La formulation éléments finis consiste en une transformation des équations aux dérivées partielles en un système algébrique facile à résoudre.

On peut distinguer deux formulations :

- Formulation variationnelle.
- Formulation résidus pondérés.

III.3.1 Formulation variationnelle :

La formulation variationnelle consiste en la minimisation d'une expression intégrale qui est définie par l'existence d'une fonctionnelle d'énergie, c'est le principe de l'action Hamiltonienne. La fonctionnelle d'énergie est donnée par :

$$F(A) = \int L(A) d\Omega \quad (\text{III.17})$$

Avec :

$L(A)$: Fonctionnelle qu'on construit à partir la différence entre l'énergie cinétique et l'énergie potentielle.

E_c : Energie cinétique.

E_p : Energie potentielle.

La fonctionnelle qu'il faut minimiser est donnée par la formule suivante :

$$F(A) = \int_{\Omega} \left(\int_0^B (vB dB - JA) d\Omega \right) \quad (\text{III.18})$$

Avec :

B : Induction magnétique.

J : Densité du courant.

A : Potentiel vecteur magnétique.

v : Réductivité magnétique.

La résolution de ce système revient à minimiser $F(A)$ on utilisant le principe de Rayleigh – Ritz, qui consiste à écrire

$$\frac{\partial F(A)}{\partial A} = 0 \quad (\text{III.19})$$

III.3.2 Formulation Résidus pondérés

Le principe de la méthode consiste à choisir les fonctions projectives d'une manière à minimiser l'intégrale du résidu dans l'équation suivante :

$$R = L(A) - f \quad (\text{III.20})$$

Avec :

R : Le résidu de l'approximation.

$L(A)$: L'opérateur différentiel.

f : Une fonction définie sur le domaine d'étude .

A : Fonction inconnue.

$$\int_{\Omega} R_i \phi_i d\Omega = 0 \quad (\text{III.21})$$

ϕ_i : Fonction de projection ou de pondération.

La méthode des résidus pondérés présente un intérêt particulier par rapport à la formulation variationnelle dans la mesure où son application ne nécessite pas la connaissance au préalable de la fonctionnelle d'énergie. Le choix de la fonction de pondération, conduit à plusieurs méthodes, parmi celles-ci nous citerons :

- La méthode de collocation par point
- La méthode des moindres carrés
- La méthode de Galerkin

La méthode de Galerkin qui sera utilisée dans la suite de notre travail consiste à choisir des fonctions de projections identiques aux fonctions de forme.

III.4 Formulation élément finis des problèmes de la CEM

Dans le chapitre précédent nous avons élaboré un modèle mathématique qui régit les problèmes de compatibilité électromagnétique, nous avons aboutit à l'équation de propagation du potentiel vecteur magnétique. Pour la formulation élément finis nous allons utiliser la méthode de Galerkin définie dans un repère cartésien. La propagation est considérée selon l'axe oz , par conséquent le phénomène est régit par l'équation (III.22).

$$-\frac{1}{\mu} \left[\frac{\partial^2 A_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 A_z}{\partial y^2} \right] + \sigma \frac{\partial A_z}{\partial t} + \varepsilon \frac{\partial^2 A_z}{\partial t^2} = J_z \quad (\text{III.22})$$

En régime sinusoïdal harmonique on a eu l'équation (III.23)

$$-\frac{1}{\mu} \left[\frac{\partial^2 A_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 A_z}{\partial y^2} \right] + (j\sigma\omega - \varepsilon\omega^2) A_z = J_z \quad (\text{III.24})$$

L'équation d'onde précédente peut s'écrire sous la forme suivante

$$\left(-\frac{1}{\mu} \left[\frac{\partial^2 A_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 A_z}{\partial y^2} \right] + (j\sigma\omega - \varepsilon\omega^2) A_z \right) - J_z = 0 \quad (\text{III.25})$$

$$\iint_{\Omega} \left(\left(-\frac{1}{\mu} \left[\frac{\partial^2 A_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 A_z}{\partial y^2} \right] + (j\sigma\omega - \varepsilon\omega^2) A_z \right) - J_z \right) \phi_i \, dx \, dy = 0 \quad (\text{III.26})$$

$$\begin{aligned} \iint_{\Omega} \left(-\frac{1}{\mu} \left[\frac{\partial^2 A_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 A_z}{\partial y^2} \right] \right) \phi_i \, dx \, dy + \iint_{\Omega} ((j\sigma\omega - \varepsilon\omega^2) A_z) \phi_i \, dx \, dy - \\ \iint_{\Omega} J_z \phi_i \, dx \, dy = 0 \end{aligned} \quad (\text{III.27})$$

$$\begin{aligned} -\frac{1}{\mu} \iint_{\Omega} \vec{\nabla} \phi_i \vec{\nabla} A_z \, dx \, dy + \int_{\Gamma} \phi_i \frac{\partial A_z}{\partial n} \, d\Gamma + (j\sigma\omega - \varepsilon\omega^2) \iint_{\Omega} A_z \phi_i \, dx \, dy = \\ \iint_{\Omega} J_z \phi_i \, dx \, dy \end{aligned} \quad (\text{III.28})$$

En utilisant la condition sur la frontière type Dirichlet on aura

$$\int_{\Gamma} \phi_i \frac{\partial A_z}{\partial n} \, d\Gamma = 0 \quad (\text{III.29})$$

$$-\frac{1}{\mu} \iint_{\Omega} \vec{\nabla} \phi_i \vec{\nabla} A_z \, dx \, dy + (j\sigma\omega - \varepsilon\omega^2) \iint_{\Omega} A_z \phi_i \, dx \, dy = \iint_{\Omega} J_z \phi_i \, dx \, dy \quad (\text{III.30})$$

$$A = \sum_{j=1}^N \phi_j A_j \quad (\text{III.31})$$

A_j : Valeur de l'inconnue au nœud j

ϕ_j : Fonction d'interpolation au nœud j

N : nombre de nœuds

$$-\frac{1}{\mu} \iint_{\Omega} \vec{\nabla} \phi_i \vec{\nabla} A_z \, dx \, dy + (j\sigma\omega - \varepsilon\omega^2) \iint_{\Omega} A_z \phi_i \, dx \, dy = \iint_{\Omega} J_z \phi_i \, dx \, dy \quad (\text{III.32})$$

$$\begin{aligned} \sum_{j=1}^N \left[-\frac{1}{\mu} \iint_{\Omega} \vec{\nabla} \phi_i \vec{\nabla} \phi_j \, dx \, dy \right] A_j + (j\sigma\omega - \varepsilon\omega^2) \sum_{j=1}^N \left[\iint_{\Omega} \phi_i \phi_j \, dx \, dy \right] A_j = \\ \iint_{\Omega} J_z \phi_i \, dx \, dy \end{aligned} \quad (\text{III.33})$$

Et pour tous les nœuds du maillage on écrit le système matriciel suivant

$$[M][A] + (j\sigma\omega - \varepsilon\omega^2)[L][A] = [K] \quad (\text{III.34})$$

$$M_{ij} = -\frac{1}{\mu} \iint_{\Omega} \vec{\nabla}\phi_i \cdot \vec{\nabla}\phi_j \, dx dy \quad (\text{III.35})$$

$$L_{ij} = \iint_{\Omega} \phi_i \phi_j \, dx dy \quad (\text{III.36})$$

$$K_i = \iint_{\Omega} \phi_i J_z \, dx dy \quad (\text{III.37})$$

[A] et [K] sont respectivement le vecteur des inconnues, et le vecteur source d'excitation, [M] et [L] sont deux matrices qui dépendent du maillage.

III.5 Conclusion

Dans ce chapitre nous avons donné un aperçu général sur les méthodes les plus utilisées pour la résolution des équations qui régissent les problèmes de compatibilité électromagnétique dans les circuits imprimés. La méthode des éléments finis est présentée plus en détail.

C'est très important pour un concepteur de circuits imprimés de prédire le comportement de son produit dans un environnement d'interférences électromagnétiques. Les pistes des PCB sont souvent victimes de cette pollution électromagnétique. Le quatrième chapitre de ce travail est une application qui consiste en une modélisation numérique des interférences électromagnétiques (IEM). On va analyser l'influence des paramètres fréquence du signal d'alimentation et espacement entre pistes sur l'évolution des paramètres du schéma équivalent ensuite on s'intéressera à la quantification de la diaphonie inductive.

IV.1 Description du PCB soumis à la simulation

Pour modéliser l'effet des interactions électromagnétique, nous considérons les deux structures de circuits imprimés (PCB1, PCB2) leurs modèles géométriques, sont respectivement donnés par la figure IV.1 et la figure IV.2.

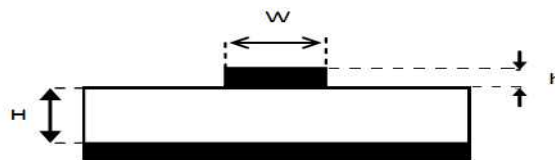


Figure IV.1 Modèle géométrique du PCB 1

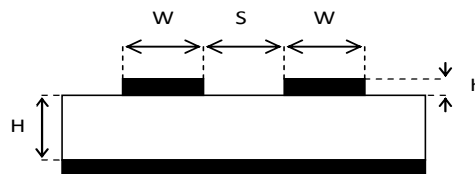


Figure IV.2 Modèle géométrique du PCB 2

Les caractéristiques physiques et géométriques des deux PCB sont données dans le tableau IV.1

Tab. IV.1 : Caractéristiques physiques et géométriques du PCB1 et PCB2

Epaisseur de la piste	$h = 10 \text{ [}\mu\text{m]}$
Largeur d'une piste	$w = 0.2 \text{ [mm]}$
Epaisseur du substrat	$H = 0.1 \text{ [mm]}$
Distance entre pistes	$s = 0.2 \text{ [mm]}$
Permittivité relative du substrat	$\epsilon_r = 4$

IV.1.1 Schéma équivalent

Les deux PCB présentés ci-haut peuvent être modélisés à l'aide de leurs constantes réparties, le schéma équivalent est représenté sur la figure IV.3, il représente une portion de piste sous forme d'un quadripôle électrique qui lie les caractéristiques (i, v) de la position " $z + dz$ " à celle de la position " z " à l'instant " t " [33] [34].

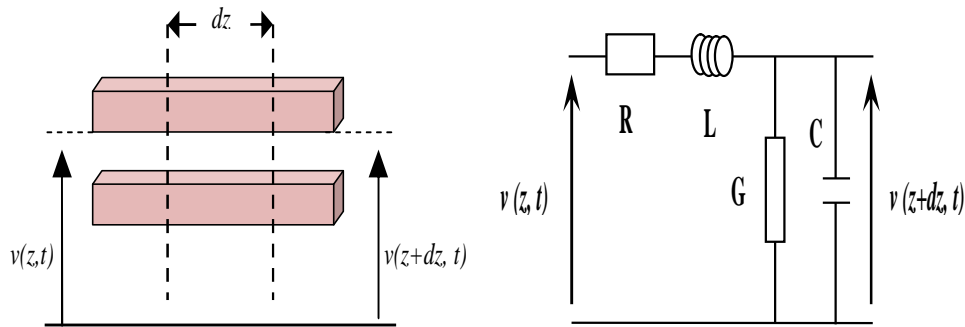


Figure IV.3 : Schéma équivalent d'une portion de piste

$v(z, t)$: Représente la tension à la position « z ».

$v(z + dz, t)$: Représente la tension à la position « $z + dz$ ».

Les paramètres du schéma équivalent sont : l'inductance équivalente " L " par unité de longueur, elle caractérise la densité d'énergie magnétique stockée dans le milieu, la capacité équivalente " C " par unité de longueur, elle caractérise la densité d'énergie diélectrique stockée dans le substrat, la résistance série par unité de longueur " R ", elle caractérise les pertes par effet Joule, la conductance parallèle par unité de longueur " G ", elle caractérise les pertes dans l'isolant (substrat).

IV.1.2 Identification des paramètres du schéma équivalent

❖ Résistance " R "

On a utilisé les pertes joules pour évaluer la résistance linéique. Elle est donnée par la relation (IV.1).

$$R = \frac{P_J}{I^2} \quad [\Omega/m] \quad (IV.1)$$

$$P_J = \iiint_V \frac{J^2}{\sigma} dv \quad (IV.2)$$

P_J Représente les pertes Joule ; et J : densité de courant de conduction.

❖ Inductance “ L ”

On a utilisé l'énergie magnétique (W_{mag}) pour évaluer l'inductance linéique, elle est donnée par l'équation (IV.3)

$$L = \frac{2 * W_{mag}}{I^2} \quad [H/m] \quad (IV.3)$$

$$W_{mag} = \iiint_v \frac{1}{2} \mu_0 \mu_r |H|^2 dv \quad (IV.4)$$

❖ Capacité “ C ”

L'énergie diélectrique ($W_{diélec}$) est utilisée pour évaluer la capacité linéique, elle est donnée par l'expression (IV.5)

$$C = \frac{2 * W_{diélec}}{V^2} \quad [F/m] \quad (IV.5)$$

$$W_{diélec} = \iiint_v \frac{1}{2} \varepsilon_0 \varepsilon_r |E|^2 dv \quad (IV.6)$$

❖ Conductance “ G ”

Pour évaluer la conductance du substrat on va utiliser une formule qui inclut la capacité

$$G = C * \omega * \tan \delta \quad [S/m] \quad (IV.7)$$

$\tan \delta$: Facteur de dissipation (angle de pertes diélectrique).

Pour un substrat a base de FR4 $\tan \delta = 0.02$

IV.1.3 Organigramme de calcul

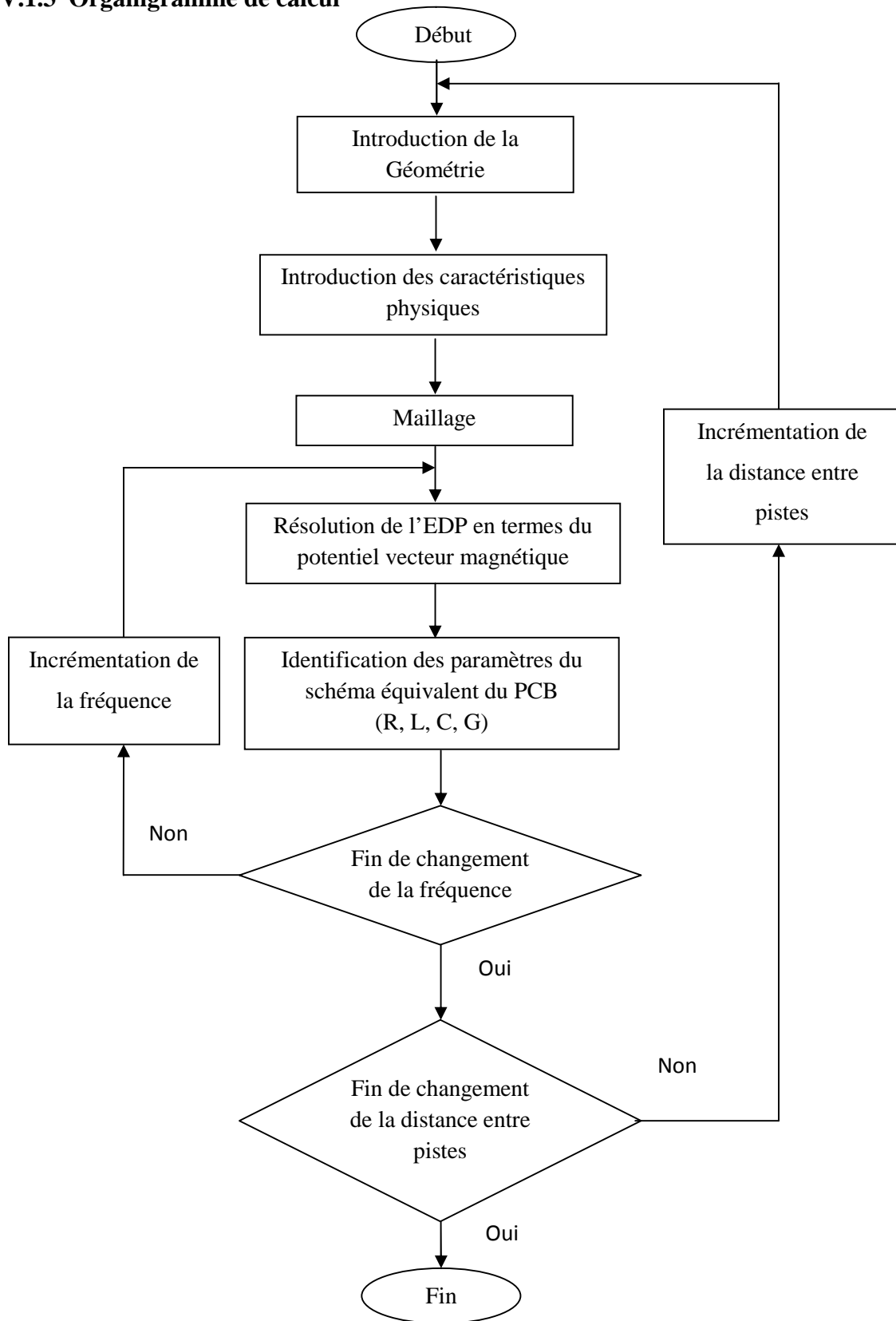


Figure IV.4 : Organigramme de calcul

IV.1.4 Domaine d'étude et conditions aux limites

L'équation à résoudre est donnée par la relation (IV.1)

$$-\frac{1}{\mu} \left[\frac{\partial^2 A_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 A_z}{\partial y^2} \right] + (j\sigma\omega - \varepsilon\omega^2) A_z = J_z \quad (\text{IV.1})$$

Pour résoudre cette équation on a utilisé la MEF présentée au chapitre III, elle est implantée sous environnement MATLAB. L'organigramme de calcul est donné par la figure IV.4, le domaine d'étude et les conditions aux limites sont donnés sur la figure IV.5.

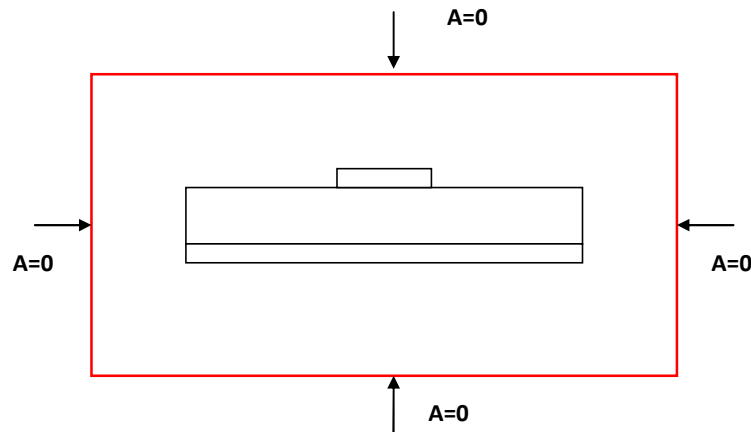


Figure IV.5 : Conditions aux limites du domaine d'étude

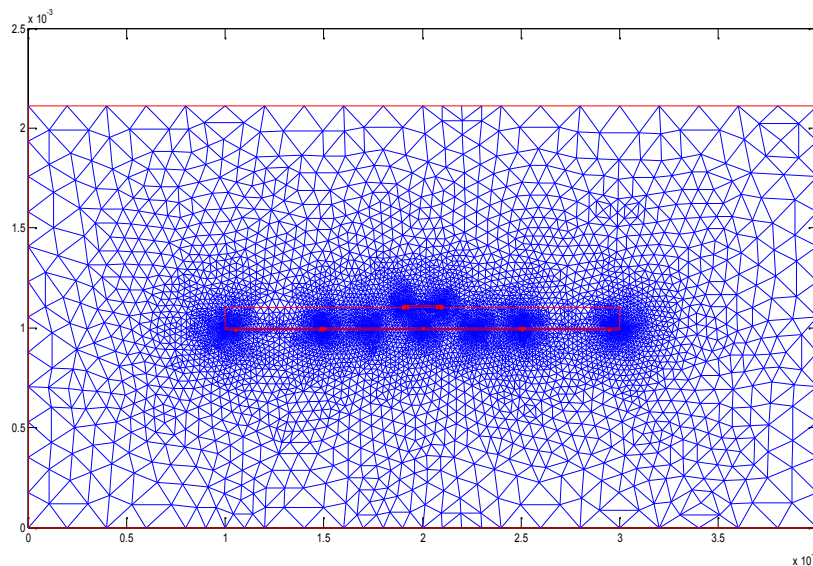


Figure IV.6 : Maillage du domaine d'étude

IV.1.5 Résultats et interprétations

L'effet de la fréquence sur les paramètres du schéma équivalent est donné par les figures IV.7 et IV.8 qui représentent respectivement la résistance et l'inductance linéique en fonction de la fréquence du signal d'alimentation.

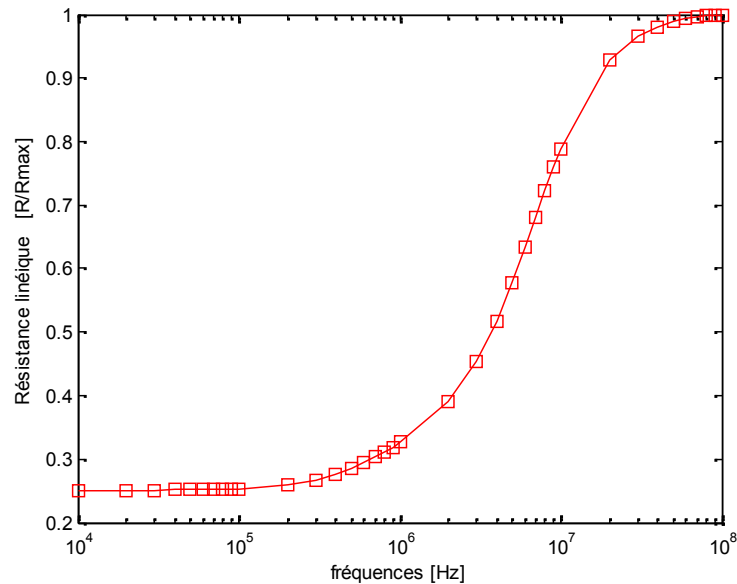


Figure IV.7: Influence de la fréquence sur la résistance linéique

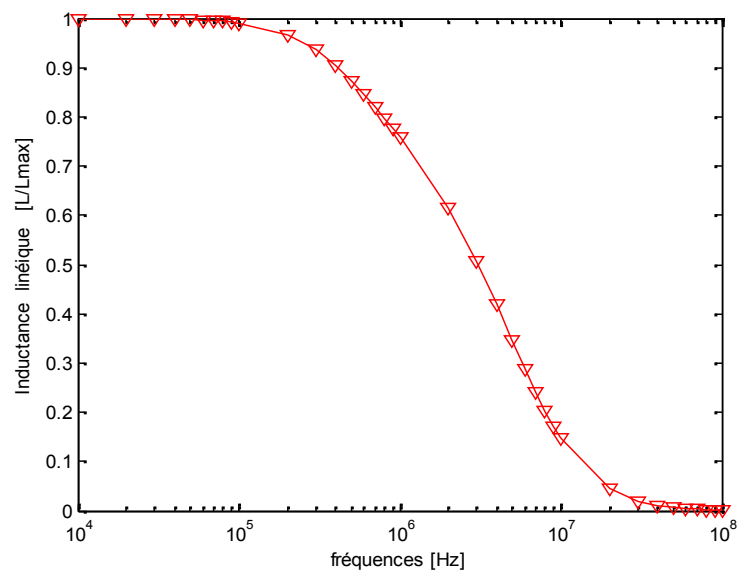


Figure IV.8: Influence de la fréquence sur l'inductance linéique

L'augmentation de la résistance est due à l'effet de peau qui fait que la répartition de « J » dans la section de la piste devient non uniforme avec l'augmentation de la fréquence et le courant qui la traverse aura tendance à circuler sur sa périphérie dans une section

définie par une épaisseur que on appelle « épaisseur de peau ». Par conséquent la section active de la piste diminue et donc la résistance augmente.

On remarque également que l'inductance de la piste diminue légèrement à mesure que la fréquence augmente. Conformément à la relation de l'inductance (IV.3), (IV.4) on comprend que, pour ce qui est du volume intérieur du conducteur, la contribution à l'intégrale de l'énergie magnétique est d'autant plus réduite que la fréquence est grande.

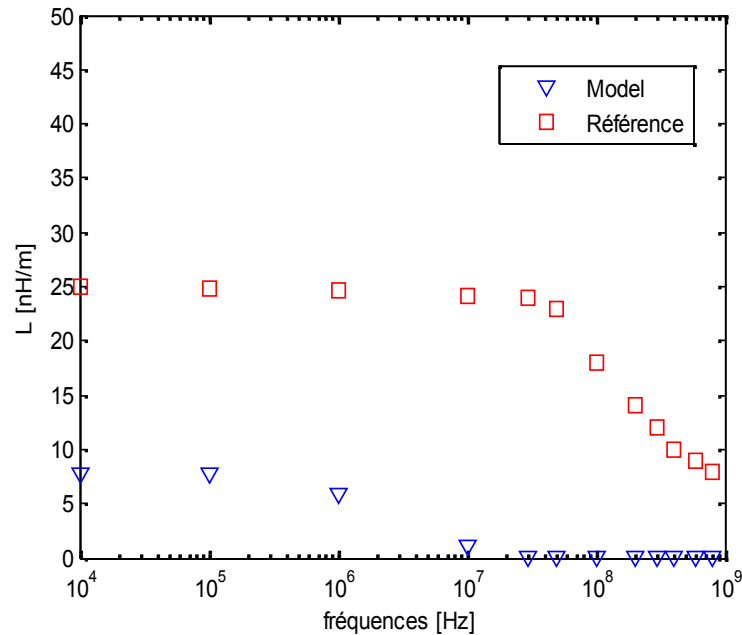


Figure IV.9 : l'inductance linéique en fonction de la fréquence comparé aux résultats de la référence [36]

Sur la figure IV.9 est représenté une comparaison entre les valeurs de l'inductance simulée par la méthode des éléments finis et celles trouvées dans la référence [36]. Il y a une certaine concordance qualitative entre les deux résultats.

IV.1.6 Effet des interactions électromagnétiques

Pour simuler l'effet des interactions électromagnétiques (IEM) sur le comportement des paramètres du schéma équivalent on considère le PCB2 qui comporte deux pistes parallèles (figure IV.2). Une comparaison sera faite entre les résultats obtenus en présence et en absence d'IEM.

IV.1.6.1 Domaine d'étude

La figure IV.10 nous donne le domaine d'étude avec les conditions imposées sur les limites, la figure IV.11 représente le maillage du domaine d'étude.

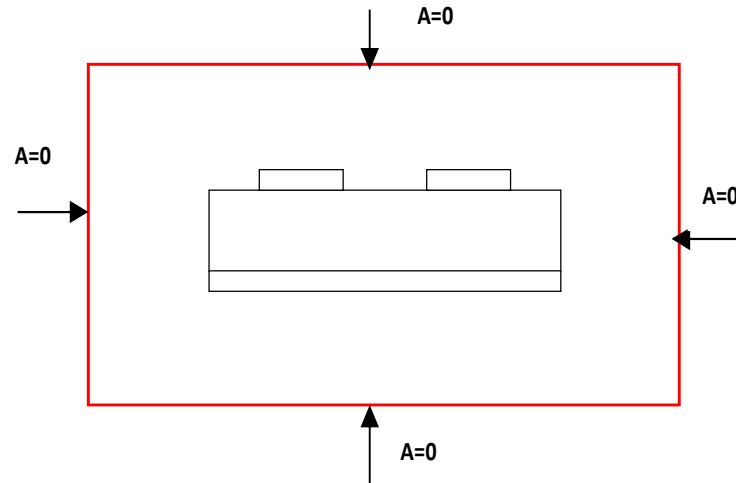


Figure IV. 10 : Conditions aux limites du domaine d'étude

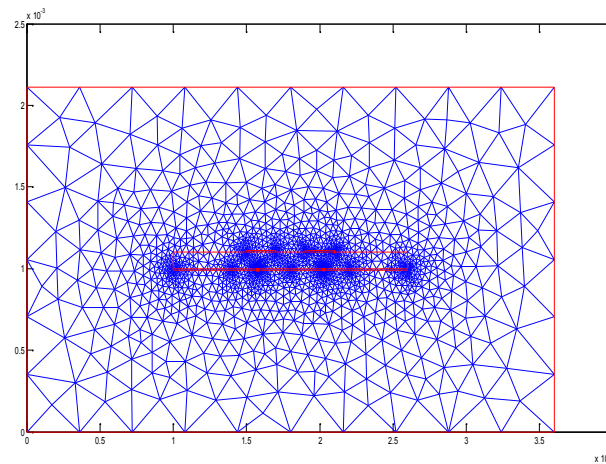


Figure IV. 11 : Maillage du domaine d'étude

IV.1.6.2 Résultats et interprétations

Les figures IV.12 et IV.13 nous donnent respectivement la répartition des lignes du potentiel vecteur magnétique et du champ magnétique.

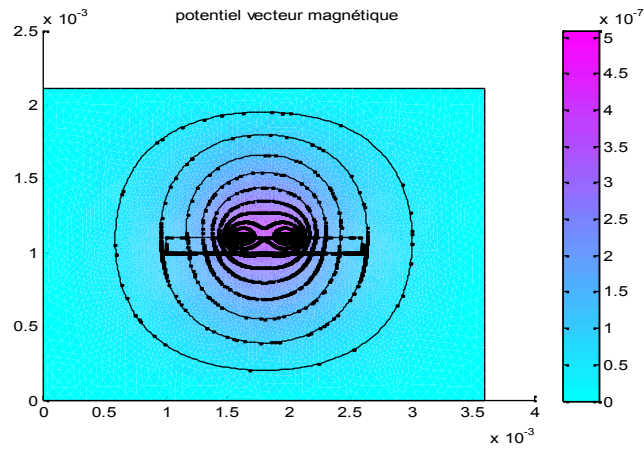


Figure IV.12 : Lignes du potentiel vecteur magnétique

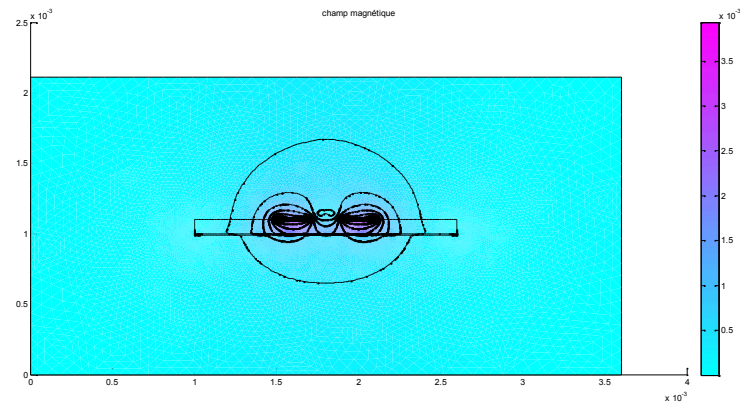


Figure IV.13: Lignes du champ magnétique

Sur la figures IV.14 on a les la variation des paramètres du schéma équivalent de la piste (résistance et inductance) en fonction de la fréquence, et sur les figure IV.15 et IV.16 on a l'effet des IEM sur les même paramètres.

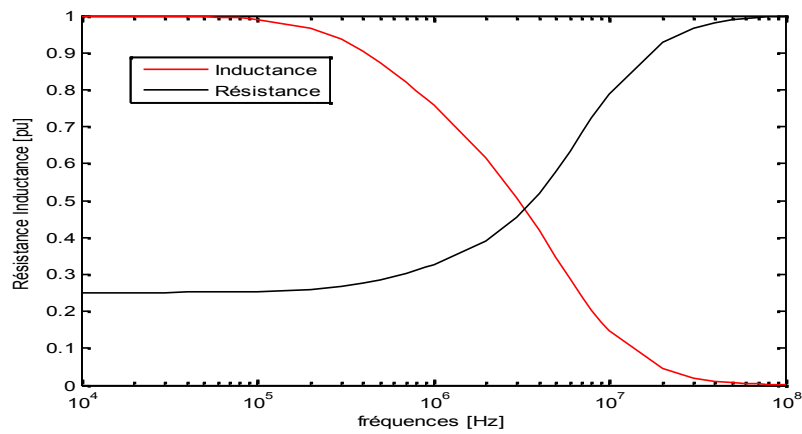


Figure IV.14: Résistances et inductances en fonction de la fréquence

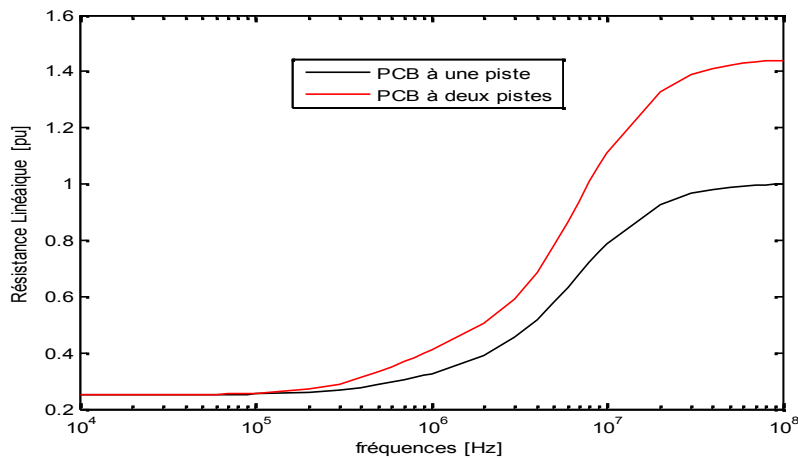


Figure IV.15 : Comparaison de la résistance linéique d'une piste en présence et en absence d'IEM

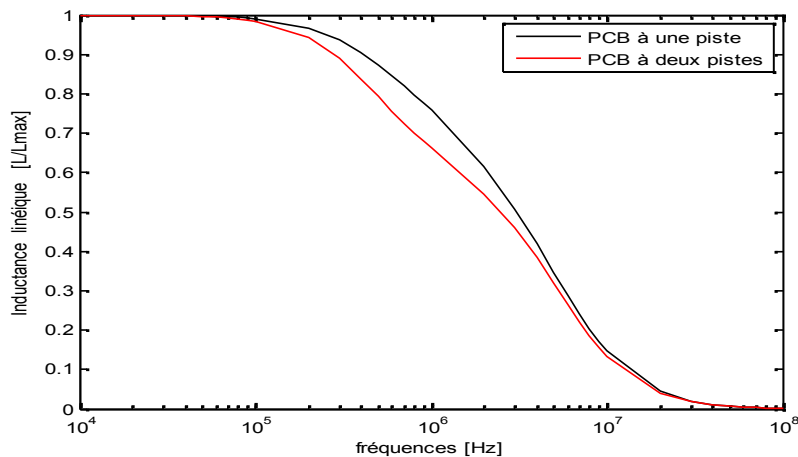


Figure IV.16 : Comparaison de l'inductance linéique d'une piste en présence et en absence d'IEM

Les résultats obtenus montrent bien l'effet des interactions électromagnétiques sur les paramètres électriques du PCB notamment la résistance linéique qu'a connue une augmentation par rapport à celle obtenue en absence d'IEM.

IV.1.7 Effet de la distance qui sépare les deux pistes

Dans le but de rendre compte de l'effet que peut avoir la distance « S » qui sépare les deux pistes parallèles du PCB2 sur l'amplitude du champ magnétique (figure IV.2). Nous allons reprendre le même travail que précédemment tout en faisant varier la distance « S ». Le résultat de simulation est donné par la figure IV.16, il montre que les interactions électromagnétiques sont d'autant plus faibles que la distance qui sépare les pistes est grande.

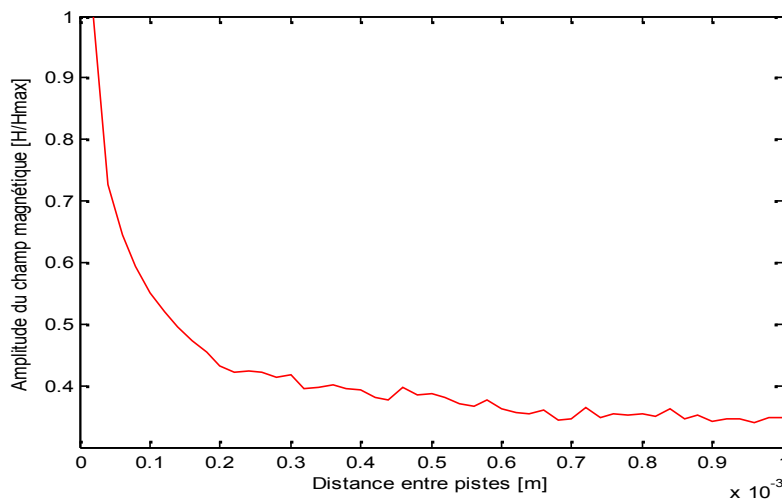


Figure IV.17 : Amplitude du champ magnétique en fonction de la distance entre pistes

IV.2 Modélisation de la Diaphonie

Toute tension ou courant non désiré et créé par couplage entre deux pistes de circuit imprimé est considéré comme étant une diaphonie (Crosstalk en anglais). Dans ce qui suit, on se propose de modéliser la tension qu'induit une piste sur une autre piste qui lui est adjacente. Pour cela on considère le PCB de la figure IV.18. C'est une structure traitée dans la référence [37], elle servira aussi d'exemple de validation pour le modèle proposé dans ce mémoire.

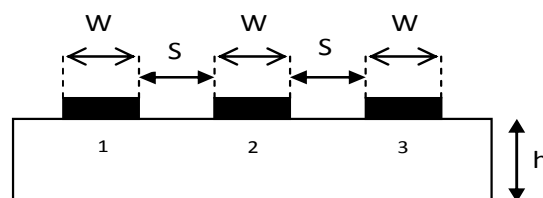


Figure IV.18 : Modèle géométrique

Tab. IV.2 : Caractéristiques physiques et géométriques

Largeur d'une piste	$w = 0.38[\text{mm}]$
Epaisseur du substrat	$h = 1.19[\text{mm}]$
Distance entre pistes	$s = 0.38[\text{mm}]$
Permittivité relative du substrat	$\epsilon_r = 4,7$

Suivant la loi de Faraday, le couplage en champ magnétique induit une tension V_{in} directement liée aux variations du flux magnétique ϕ qui traverse le conducteur de section "s" et elle s'écrit comme suit :

$$V_{\text{in}} = -\frac{d\phi}{dt} \quad (\text{IV.14})$$

$$\vec{\phi} = \iint_S \vec{B} \cdot \vec{dS} \quad (\text{IV.15})$$

$$\vec{B} = \text{rot } \vec{A} \quad (\text{IV.16})$$

La figure IV.19 représente le résultat de simulation de la diaphonie en fonction de la fréquence du signal d'alimentation comparé avec celui obtenu en [37]. On voit qu'il y a une certaine concordance entre les deux résultats, et une relation de proportionnalité lie la diaphonie et la fréquence.

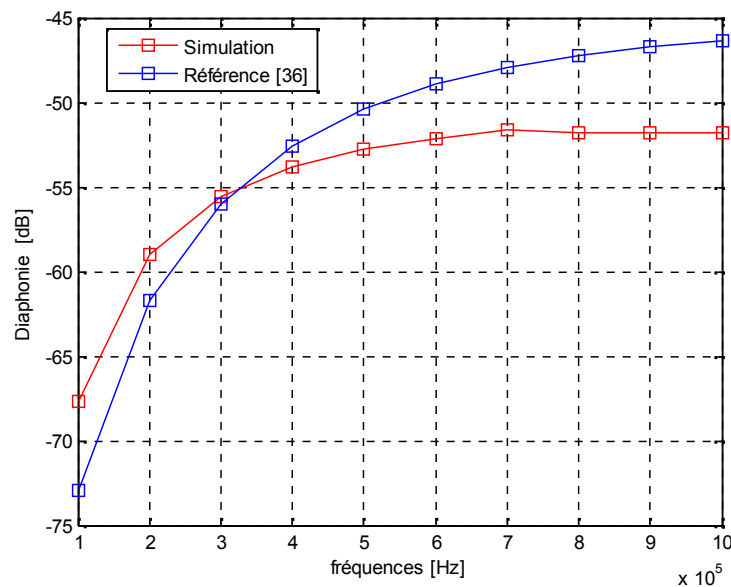


Figure IV.19 : Diaphonie en fonction de la fréquence

IV.3 Equations des télégraphistes et théorie des lignes de transmissions

Dans cette dernière partie nous allons modéliser les dynamiques de la tension et du courant le long de l'axe de propagation « z », en exploitant les résultats obtenus par la méthode des éléments finis et en les associant à la théorie des lignes de transmission. La théorie des lignes de transmission est une méthode basée sur la résolution de deux équations différentielles couplées, appelées équations des télégraphistes, elles sont

déterminées en exploitant le schéma équivalent de la figure IV.3. En lui appliquant la loi des mailles et la loi des nœuds on parvient à écrire les équations suivantes :

$$v(z + dz, t) - v(z, t) = L dz \frac{di(z+dz, t)}{dt} + R dz i(z, t) \quad (\text{IV.2})$$

$$i(z + dz, t) - i(z, t) = C dz \frac{dv(z+dz, t)}{dt} + R dz i(z, t) \quad (\text{IV.3})$$

Soit

$$\frac{dv(z, t)}{dz} = L \frac{di(z, t)}{dt} + R i(z, t) \quad (\text{IV.4})$$

$$\frac{di(z, t)}{dz} = C \frac{dv(z, t)}{dt} + G v(z, t) \quad (\text{IV.5})$$

En dérivant par rapport à « z » l'équation (IV.4) et par rapport au temps « t » l'équation (IV.5), on aura respectivement les équations (IV.6) et (IV.7).

$$\frac{d^2 v(z, t)}{dz^2} = L \frac{d^2 i(z, t)}{dz dt} + R \frac{di(z, t)}{dz} \quad (\text{IV.6})$$

$$\frac{d^2 i(z, t)}{dz dt} = C \frac{d^2 v(z, t)}{dt^2} + G \frac{dv(z, t)}{dt} \quad (\text{IV.7})$$

En remplaçant l'équation (IV.6) dans l'équation (IV.7) et l'équation (IV.7) dans l'équation (IV.6), on aura les équations différentielles du second ordre décrivant l'évolution de la tension et du courant respectivement (IV.8) et (IV.9).

$$\frac{d^2 v(z, t)}{dz^2} = LC \frac{d^2 v(z, t)}{dt^2} + LG \frac{dv(z, t)}{dt} + RC \frac{dv(z, t)}{dt} + RG v(z, t) \quad (\text{IV.8})$$

$$\frac{d^2 i(z, t)}{dz^2} = LC \frac{d^2 i(z, t)}{dt^2} + RC \frac{di(z, t)}{dt} + LG \frac{di(z, t)}{dt} - RG i(z, t) = 0 \quad (\text{IV.9})$$

On pose :

$$Z = R + j L \omega \quad (\text{IV.10})$$

$$Y = G + j C \omega \quad (\text{IV.11})$$

Z : impédance, Y : admittance du substrat.

On aura alors le schéma équivalent représenté par la figure IV.20

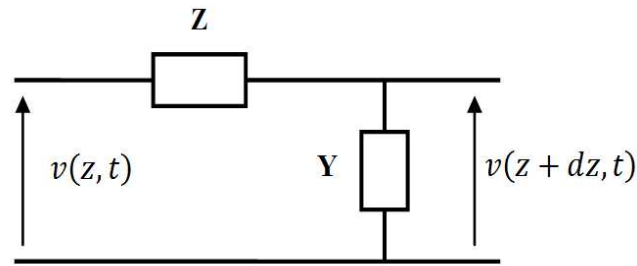


Figure IV.20 : Schéma équivalent

Les équations (IV.10) et (IV.11) s'écrivent :

$$\frac{d^2 v(z,t)}{dz^2} = ZY v(z,t) \quad (\text{IV.12})$$

$$\frac{d^2 i(z,t)}{dz^2} = YZ i(z,t) \quad (\text{IV.13})$$

IV.3.1 Hypothèses d'application de la méthode des lignes de transmission [37]

➤ L'hypothèse d'un mode de propagation dit transverse électromagnétique (TEM) où, champs électrique et magnétique sont orthogonaux en tout point de la ligne à la direction de propagation, est au cœur du fondement de cette théorie. Nous pouvons admettre que tous les modes de propagation sont TEM pour des distances inter conducteurs très faibles devant la longueur d'onde des signaux d'excitation.

➤ Cette méthode n'est valable que si la longueur d'onde « λ » est supérieure par rapport à la plus grande dimension de la ligne « L ».

$$\lambda > L$$

Pour une tension d'alimentation de 2V, avec une piste qui a une longueur de 0.4 m on a le résultat de la simulation donné par figure IV.21 On voit qu'à partir de la fréquence 10MHz la chute de tension commence à se faire sentir. Donc le signal injecté au début de la piste à subir une atténuation due aux effets des hautes fréquences et aux interactions électromagnétique.

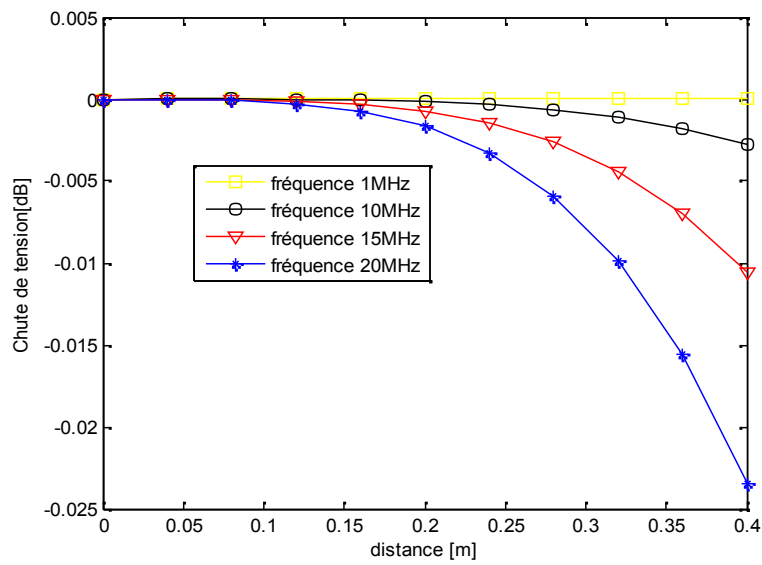


Figure IV.21 : Chute de tension en dB

IV.4 Conclusion

Dans ce chapitre nous avons soumis une carte de circuit imprimé à la modélisation. Elle consiste en une simulation des interactions électromagnétiques qui caractérisent les problèmes de la CEM. La méthode des éléments finis implantée sous environnement MATLAB a donnée des résultats satisfaisants.

Conclusion Générale

La compatibilité électromagnétique est une discipline scientifique très complexe de part les phénomènes qui interviennent et de part les structures à étudier. Le but de ce travail est de modéliser le comportement d'un circuit imprimé dans le domaine fréquentiel. Pour bien situer le problème, le premier chapitre a été consacré à une étude bibliographique qui a cerné les différents acteurs intervenant dans l'étude de la compatibilité électromagnétique dans les circuits imprimés.

La première conclusion de ce travail est à mettre au compte du modèle proposé dans le deuxième chapitre, c'est un modèle général il englobe les phénomènes de propagation et de diffusion du potentiel vecteur magnétique selon le milieu d'étude considéré, il est obtenu en manipulant les équations de Maxwell. La méthode des éléments finis retenue pour la modélisation dans le troisième chapitre pour la résolution de l'équation aux dérivées partielles, est présentée en détail. Les résultats de simulation effectuée dans le quatrième chapitre sur différentes structures de circuits imprimés ont démontrés que c'est une méthode qui convient au traitement des problèmes de la CEM dans les structures PCB.

Concernant le phénomène modélisé, nous avons réussi à mettre en évidence les effets néfastes des interactions électromagnétiques entre pistes d'un circuit imprimé. On a vu que la fréquence des signaux d'alimentation et la distance qui sépare deux pistes sont deux paramètres qu'il faut prendre en considération lors de la conception des circuits imprimés.

Comme perspective pour ce travail, il est intéressant d'envisager une modélisation en 3D pour prendre en considération des structures de PCB plus complexes avec des trajectoires des pistes non parallèles. D'une autre part un banc d'essai dédié à l'expérimental sera d'un grand apport que ce soit pour la validation des résultats de modélisation, que pour la compréhension des phénomènes. Et en fin étendre le champ d'analyse des problèmes de la CEM aux exemples plus concrets en incluant toutes les sources perturbations électromagnétiques présentes sur une carte électronique.

Bibliographie

- [1] G.G. Champiot, Présentation générale de la compatibilité électromagnétique, Techniques de l'ingénieur, Traité génie électrique, D1300, 2001.
- [2] Y. Mori, Compatibilité électromagnétique *une introduction*, vol. 8, Lavoisier 2007.
- [3] A. Charoy, Compatibilité Electromagnétique, Dunod, 2000.
- [4] B.Bismuth , M. Gasch , A. Meozzi et R. Rosario, *L'Europe : prête pour les changements?*, Dossier Électronique Mag, janvier/février 2011.
- [5] E. Cadalen, Conception et fabrication des circuits imprimés rigides, Techniques de l'Ingénieur, traité électronique E 3 342v2, 2013.
- [6] J. Varteresian, Fabricating Printed Circuit Boards, Newnes Elsevier Science (USA). 2002
- [7] F. Clyde . J. Coombs, Printed circuits handbook, McGraw-Hill, USA, 2008.
- [9] Directive CEM 89/336/CEE, Rapprochement des législations des Etats membres relatives à la compatibilité électromagnétique, *mai 1989*.
- [10] F. Chauvet, La Compatibilité Electromagnétique, Techniques de l'Ingénieur, traité électronique E 3750.
- [11] M. Ramdani, La Compatibilité Electromagnétique Dans Les Circuits Intégrés, Techniques de l'Ingénieur, traité électronique E 2 475.
- [12] Vocabulaire électrotechnique international (VEI 161-01-21) (VEI 161-03-14) (VEI 161-03-08)
- [13] J. Ben Hadj Slama, « Modélisation du Rayonnement Electromagnétique des Circuits d'Electronique de Puissance Application a un Hacheur», Thèse, Ecole Centrale de Lyon, 1997.
- [14] S. Atrous, Mise en place d'une méthodologie de caractérisation en immunité champ proche de dispositifs électroniques, Thèse, Université de Rouen, 2009.
- [15] M. I. Montrose, EMC and the Printed Circuit Board – Design, Theory, and Layout Made Simple, New York, IEEE Press, 1998.

- [16] C. R. Paul, "A comparison of the contributions of common-mode and differential-mode currents in radiated emissions", *IEEE Trans. Electromagn. Compat.*, vol. 31, n° 2, pp. 189-193, Mai 1989.
- [17] C. A. Balanis, *Antenna Theory - Analysis and Design*, 3rd edition, New York, Wiley, 2005.
- [18] F. Gardiol, « Electromagnétisme », *Traite d'électricité*, volume III, Presses Polytechniques et Universitaires Romandes, 2002.
- [19] ROSNET Philippe, « Eléments de propagation électromagnétique », Ellipses, 2002.
- [20] P. Dragan, *Advanced modeling in computational electromagnetic compatibility*, WILEY-INTERSCIENCE John Wiley & Sons, Inc, 2007.
- [21] COCQUERELLE, PASQUIER, « Rayonnement Electromagnétique des Convertisseurs à Découpage, Approche Simplifiées par le Concept des Ilots Rayonnants », EDP Sciences. 2002.
- [22] P. Lorrain, D. Corson, F. Lorrain, *Electromagnetic fields and waves*, W.H. Freeman and Co, New York, 1988.
- [23] E. CONIL, *Propagation électromagnétique en milieu complexe du champ proche au champ lointain*, Thèse, l'INPG, 2005.
- [24] M. Farina, A. Morini, and T. Rozzi, « On the Derivation of Coupled –Line Models from EM Simulators and Application to MoM Analysis », *IEEE Transaction. Microwave Theory Technology*, pp. 3272- 3280 , Vol.53 N°11, Nov 2005.
- [25] Y. Levitan, E. Hudis, and P. Dieinziger, « A Method of Moments Analysis of Electromagnetic Coupling Through Slots a Gaussian Beam Expansion », *IEEE Transaction. Antennas and Propagation*, pp. 1537-1544, Vol.37 N°12, 1989.
- [26] B. Davidson, *Computational Electromagnetics for rf and microwave engineering*, Cambridge University Press, USA, 2005.
- [27] T. Iwasaki, H. Suga, « Design of Electromagnetically Coupled Microstrip Slot Antenna by FDTD- Equivalent Circuit Method », *Microwave Conference, 2000 Asia-Pacific*, P. 731-734 Sydney, Mar.2000.
- [28] L. L. Liou, M. Y. Mah and A. Ferendeci, « Equivalent Circuit Parameter Extraction of Microstrip Coupling Lines Using FDTD Method », *IEEE Transaction on Antennas and Propagation Society International Symposium*, P.1488-1491, Vol. 3, No. 3, Jun 2000.

- [29] G.Dhatt , G. Touzot, E. Lefronçois « Méthode des éléments finis » , Editions Germes, Lavoisier, Paris, 2005.
- [30] J. Ben Hadj Slama, Modélisation du Rayonnement Electromagnétique des Circuits d'Electronique de Puissance Application a un Hacheur, Thèse, Ecole Centrale de Lyon, 1997.
- [31] R. L. Khan, and G. 1. Costache, Finite Element Method Applied to Modeling Crosstalk Problems on Printed Circuit Boards, *IEEE Trans. Electromagn. Compat*, vol.31, N°1, pp. 5-15, 1989
- [32] R. Perez, Handbook of electromagnetic compatibility, Academic Press, 1995.
- [33] A. K. Agrawal, H.J. Price, Transient Reponce of Multiconductor Transmission Lines Excited By a Nonuniform Electromagnetic Field, *IEEE Transactions on Antenna and propagation*, pp. 432- 435, Vol.18, Jun 1980.
- [34] F. Rachidi, Formulation of the Field to Transmission Line Coupling Equations In Terms of Magnetic Excitation Field, *IEEE Transactions on, Electromagnetic Compatibility*, pp. 404-407, Vol.35, N°3, Aug. 1993.
- [36] Mathias Magdowski, Sergey Kochetov and Marco Leone « Modeling the Skin Effect in the Time Domain for the Simulation of Circuit Interconnects » *IEEE*, 2008
- [37] M. Kachout, J. Belhadj Tahar et F. Choubani, Modeling of microstrip and PCB traces to enhance crosstalk reduction », *IEEE Region 8 SIBIRCON*, Irkutsk Listvyanka, Russie, Juillet 11-15, 2010, pp.594-597.