

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE
MINISTÈRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE
UNIVERSITÉ MOULOU MAMMERI DE TIZI-OUZOU
FACULTÉ DU GÉNIE DE LA CONSTRUCTION



Thèse de Doctorat en Sciences
Spécialité : Génie Mécanique

Méthodes Fréquentielles et Temporelles de Détection d'Endommagement de Structures Mécaniques

Par
Samir TIACHACHT

Soutenue le 21/06/2020, devant le jury

M. BRAHIM NECIB	PROFESSEUR	UFMC1CONSTANTINE	PRÉSIDENT
M. AMAR BOUAZZOUNI	PROFESSEUR	UMM TIZI-OUZOU	DIRECTEUR DE THÈSE
M. DJILALI BOUTCHICHA	PROFESSEUR	UST ORAN	EXAMINATEUR
M. FARID ASMA	PROFESSEUR	UMM TIZI-OUZOU	EXAMINATEUR

Laboratoire de Mécanique, Structure & Énergétique (LMSE)



REMERCIEMENTS

Mes remerciements s'adressent tout d'abord à mon Directeur de thèse, le professeur **Bouazzouni Amar**. Tout au long de ce travail, il a su m'apporter un soutien constant, une disponibilité, une écoute, une confiance et des conseils précieux et avisés à la hauteur de ses compétences et de ses réelles qualités humaines. Sans lui, ce travail n'aurait probablement pas vu le jour. Son regard opérationnel critique a guidé ce travail jusqu'au bout. Je l'en remercie tout particulièrement.

Je tiens également à témoigner toute ma reconnaissance au Pr **Brahim Necib**, Professeur à l'Université Mentouri de Constantine (UFMC1), pour l'honneur qu'il me fait en acceptant d'être président du jury.

J'exprime ma gratitude au Pr **Boutchicha Djilali**, Professeur à Université des Sciences et de la Technologie d'Oran - Mohamed BOUDIAF (USTO-MB), pour l'hommage qu'il me fait en participant à ce jury.

Mes remerciements s'adressent aussi au Pr **Farid Asma**, professeur à l'Université Mouloud MAMMERRI de Tizi-Ouzou, pour l'honneur qu'il me fait en participant à ce jury.

Enfin, je renouvelle toute mon amitié et ma sympathie à ceux qui m'ont accordé du temps et m'ont témoigné un soutien constant dans ce long travail de recherche.

À mes parents et à ma famille

Sommaire

Introduction générale	1
Chapitre 1 Étude bibliographique	6
1.1 Introduction	7
1.2 Méthode basée sur la variation des fréquences.....	10
1.3 Déformées modales	14
1.4 Courbure des déformés propres.....	16
1.5 Énergie de déformation modale.....	17
1.6 Flexibilité.....	19
1.7 Fonctions de réponse en fréquence (FRF)	20
1.8 Méthode de recalage des matrices	21
1.9 Amortissement.....	22
1.10 Méthode non linéaire	23
1.11 Analyse par ondelette	23
1.12 Réseaux de neurones	24
1.13 Algorithme génétique	26
1.14 Autres méthodes	30
1.15 Conclusion.....	33
Chapitre 2 De la Mécanique vibratoire à la Méthode des Éléments finis	34
2.1 Introduction	35
2.2 Classification des méthodes d'identification modale.....	35
2.2.1 Identification modale des systèmes mécaniques linéaires.....	36
2.3 Étude des systèmes à n degrés de liberté	39
2.3.1 Matrices de masse, de raideur, et d'amortissement :.....	39
2.3.2 Systèmes non amortis en mouvement libre — Calcul modal.....	40
2.3.3 Méthodes modales et pseudo - modales	41
2.4 Méthode des éléments finis en dynamique	41
2.4.1 Principe de la méthode des éléments finis en dynamique.....	41
2.4.2 Formulation des matrices élémentaires de masse et de raideur	43
2.4.3 Élément barre.....	45
2.4.4 Élément de poutre élastique 2D	46
2.4.5 Élément de poutre élastique 3D	47
2.4.6 L'équation du mouvement et solution.....	49
2.5 Conclusion.....	50
Chapitre 3 Analyse des Caractéristiques Dynamiques d'un élément Endommagé par la Méthode des éléments finis	51
3.1 Introduction	52
3.2 Modélisation d'un élément fini de poutre endommagée.....	52
3.2.1 Matrices élémentaires de rigidité des sous-éléments sains I et II.....	53
3.2.2 Matrice élémentaire de rigidité du sous-élément fini III (fissure).....	53
3.2.3 Matrice élémentaire totale de l'élément poutre endommagée	55
3.3 Modèles de poutres endommagées	55
3.3.1 Modèle de J. K. Sinha et al.....	56
3.3.2 Modèle de M. H. F. Dado et al.....	59
3.3.3 Modèles d'Ostachowicz et Krawczuk, et de Dimarogonas et Paipetis.....	63
3.3.4 Modèle de réduction de la rigidité E d'un élément poutre.....	66
3.4 Comparaisons des modèles.....	66
3.4.1 Modèle de poutre saine choisi.....	66
3.5 Conclusion.....	76
Chapitre 4 Méthodes d'optimisation — Algorithme génétique	77
4.1 Introduction	78
4.2 Généralités sur l'optimisation.....	78
4.2.1 Variables du problème	80
4.2.2 Espace de recherche.....	81
4.2.3 Fonction d'adaptation, fonction objective.....	81

4.2.4	<i>Méthodes d'optimisation</i>	82
4.3	Les méthodes d'optimisation dans les problèmes d'identification inverses	84
4.4	Algorithme génétique	85
4.4.1	<i>Codage des variables</i>	88
4.4.2	<i>Genèse de la population</i>	90
4.4.3	<i>Évaluation</i>	90
4.4.4	<i>Sélection – élimination</i>	90
4.4.5	<i>Opérateur croisement</i>	90
4.4.6	<i>Opérateur mutation</i>	93
4.4.7	<i>Elitisme</i>	95
4.4.8	<i>Convergence et temps de calcul</i>	95
4.5	Paramètres relatifs à l'algorithme génétique.....	96
4.6	Conclusion.....	97
Chapitre 5 <i>Détection d'Endommagements par Analyse Modale et Algorithme génétique</i>		98
5.1	Introduction	99
5.2	Problème inverse	99
5.3	Détection d'endommagement par analyse modale et algorithme génétique [226]	103
5.3.1	<i>Fonction objective</i>	104
5.3.2	<i>Applications</i>	106
5.3.3	<i>Effet du bruit</i>	113
5.3.4	<i>Validation expérimentale</i>	118
5.4	Détection des endommagements par la combinaison d'indicateur de Cornwell modifié et d'algorithme génétique [230].....	124
5.4.1	<i>Indicateur de Cornwell Modifier (ICM)</i>	124
5.4.2	<i>Algorithme génétique</i>	124
5.4.3	<i>Indicateur d'endommagements de Cornwell modifié</i>	125
5.4.4	<i>Quantification des endommagements par les algorithmes génétiques</i>	130
5.5	Conclusion.....	135
Conclusion générale		136
Annexes 150		
Annexe A.	Modèle éléments finis endommagé de Sinha et <i>al.</i>	151
Annexe B.	Modèle éléments finis endommagé de Dado <i>et al.</i>	152
Annexe C.	Indicateur de Cornwell	155

Liste des figures

Figure 5.1. Organigramme de l'identification d'endommagements	3
Figure 2.1. Classification des méthodes d'identification modale issue de Le [157]......	36
Figure 2.2. Discrétisation de la structure.....	42
Figure 3.1. Modélisation d'un élément fini de poutre endommagée.....	53
Figure 3.2. Modélisation des sous-éléments sains (I et II) et de sous-élément fissuré III.....	54
Figure 3.3. Zoom sur le sous-élément III (fissure).....	54
Figure 3.4. Dimensionnement de la section droite de la poutre et de la fissure.....	54
Figure 3.5. Modèle poutre à plusieurs fissures.....	56
Figure 3.6. Variation linéaire de la rigidité en flexion (EI) d'aspect triangulaire utilisée par J. K. Sinha et al. pour modéliser la fissure dans l' ^e élément fini de poutre.....	57
Figure 3.7. Modèle d'une poutre endommagée proposé par M. H. F. Dado et al.	59
Figure 3.8. Déplacements et rotations de la partie endommagée III.	61
Figure 3.9. Dimension de la section droite endommagée.	62
Figure 3.10. Modèle poutre endommagée proposée par Ostachowicz et Krawkczuk, et Dimarogonas et Paipetis.	64
Figure 3.11. Modélisation d'un élément fini poutre ne travaillant qu'en flexion pure.	66
Figure 3.12. Exemple de discrétisation d'une poutre en 11 éléments finis.....	67
Figure 3.13. Modélisation d'une extrémité flexible d'une poutre par deux ressorts.....	70
Figure 3.14. Variation de la profondeur a dans le cas d'une seule fissure.	72
Figure 3.15. Variation de la profondeur a_2 de la deuxième fissure.	74
Figure 4.1. Processus d'optimisation [186].....	79
Figure 4.2. Principe général des algorithmes génétiques	80
Figure 4.3. Organigramme d'un Algorithme évolutionnaire.	86
Figure 4.4. Les cinq niveaux d'organisation de notre Algorithme génétique.	88
Figure 4.5. Illustration schématique du codage des variables d'optimisation x_i	88
Figure 4.6. Chaque gène (chaque paramètre du composant) est codé par un entier long (32 bits).	89
Figure 4.7. Représentation schématique du fonctionnement de notre algorithme.	90
Figure 4.8. Représentation schématique du croisement en 1 point. Les chromosomes sont bien sûr généralement beaucoup plus longs.....	91
Figure 4.9. Représentation du croisement.	92
Figure 4.10. Représentation schématique du croisement en 2 points.....	92
Figure 4.11. Représentation du croisement à deux points.....	92
Figure 4.12. Représentation du croisement uniforme	93
Figure 4.13. Représentation schématique d'une mutation dans un chromosome.	93
Figure 4.14. Principe de l'auto-adaptation.	94
Figure 4.15. Représentation de la mutation.....	94
Figure 4.16. Exemple de convergence de l'AG.	95

Figure 5.1. Organigramme de la méthode de détection d'endommagement dans la structure 3D basé sur la 1 ^{er} fonction objective.....	105
Figure 5.1. Organigramme de la méthode de détection d'endommagement dans la structure 3D basé sur la 2 ^{ème} fonction objective.....	106
Figure 5.2. Exemple numérique : Structure portique 3D.	107
Figure 5.3. Les six premiers modes de la structure portique 3D.....	108
Figure 5.4.Cas test d'endommagement D1	109
Figure 5.5. Cas test d'endommagement D2.	110
Figure 5.6. Cas test d'endommagement D3.	111
Figure 5.7. Cas test d'endommagement D4.	112
Figure 5.8. Cas test D2 avec 5 % d'introduction de bruit.	114
Figure 5.9. Cas test D2 avec 10 % d'introduction de bruit.	115
Figure 5.10. Cas test D4 avec 5 % d'introduction de bruit.	116
Figure 5.11. Cas test D4 avec 10 % d'introduction de bruit.	117
Figure 5.12. Cas test d'endommagement D2.	118
Figure 5.13.Cas test d'endommagement D4.	118
Figure 5.14.Cadre expérimental de huit étages.....	119
Figure 5.15.Modèle élément fini de la structure à 8 étages.....	120
Figure 5.16. Les six premières fréquences naturelles et déformées.	121
Figure 5.17. Détection par AG de l'élément 63 supprimé.	122
Figure 5.18. Détection par AG de l'élément 54 supprimé.	122
Figure 5.19. Détection par AG des éléments 54 et 64 supprimés.	123
Figure 5.20.Treillis plan à 10 éléments.	125
Les trois premiers modes de vibrations du treillis sont représentés sur la Figure 5.21.....	125
Figure 5.22. Les trois premiers modes de vibrations du treillis plan	125
Figure 5.23. Les différents cas d'endommagements du treillis plan à 10 éléments.....	127
Figure 5.24.Les cinq cas d'identification d'endommagements du treillis plan à 10 éléments.....	128
Figure 5.25. Identification d'endommagements de la structure 3D.	130
Figure 5.26.Représentation du seuil qui sépare les éléments sains d'éléments endommagés (treillis plan à 10 barres - Cas 5).	130
Figure 5.27. Convergence des éléments endommagés de la structure en treillis 2D pour les 5 cas d'endommagements.	132
Figure 5.28.CSS [231] versus ICM-AG — Cas d'endommagement 1.	133
Figure 5.29.CSS [231] versus ICM-AG — Cas d'endommagement 2.	133
Figure 5.30. Convergence de la structure de portique 3D pour les différents cas d'endommagements ...	134

Liste des tableaux

Tableau 1-1. Catégories des méthodes de détection d'endommagements.	9
Tableau 1-2. Revue des paramètres utilisés dans l'optimisation de la détection des endommagements. ...	29
Tableau 3-1. Propriétés géométriques et mécaniques des trois poutres étudiées.	70
Tableau 3-2. Comparaison entre les fréquences propres mesurées et calculées dans le cas d'une poutre saine flexible-libre en aluminium.	70
Tableau 3-3. Comparaison entre les fréquences propres mesurées et calculées dans le cas d'une poutre saine encastree— encastree en aluminium.	71
Tableau 3-4. Comparaison entre les fréquences propres mesurées et calculées dans le cas d'une poutre saine encastree-encastree en acier.	71
Tableau 3-5. Comparaison entre les fréquences propres mesurées et celles calculées pour les modèles de poutres endommagées encastrees-encastrees en aluminium dans le cas d'une seule fissure.	72
Tableau 3-6. Comparaison entre les fréquences propres mesurées et celles calculées pour les modèles de poutres endommagées encastrees-encastrees en aluminium dans le cas d'une seule fissure.	73
Tableau 3-7. Comparaison entre les fréquences propres mesurées et celles calculées pour les modèles de poutres endommagées encastrees-encastrees en acier dans le cas d'une seule fissure.	74
Tableau 3-8. Comparaison entre les fréquences propres mesurées et celles calculées pour les modèles de poutres endommagées encastrees-encastrees en aluminium dans le cas de deux fissures.	75
Tableau 4-1. Code Gray et code binaire pour une chaîne de trois bits.	89
Tableau 5-1: Propriétés mécaniques et géométriques de la structure 3D.	107
Tableau 5-2. Cas tests d'endommagements de la structure portique 3D.	108
Tableau 5-3. Fréquences naturelles saines et endommagées de la structure portique 3D.	108
Tableau 5-4. Fréquences saines et endommagées du modèle 3D.	119
Tableau 5-5. Propriétés mécaniques du treillis.	125
Tableau 5-6. Les différents cas d'endommagements de la structure treillis à 10 éléments.	126
Tableau 5-7: Fréquences naturelles saines et endommagées de la structure treillis plan à 10 éléments. ...	126
Tableau 5-8. Les différents cas d'endommagement de la structure en 3D.	129
Tableau 5-9. Fréquences naturelles saines et endommagées de la structure portique en 3D.	129
Tableau 5-10. Comparaison entre les résultats actuels et les solutions de référence	135

Nomenclature

LISTE DE SYMBOLES

\ddot{x}	Accélération
c_{ij}	Coefficient d'amortissement visqueux
ν	Coefficient de Poisson
$(c_{ij})_n$	Complaisances de la fissure
I_x	Constante de torsion
l, m, n	Cosinus directionnels
ρ	Densité de masse
x	Déplacement
$u(x, t)$	Déplacement axial
$v(x, t)$	Déplacement transversal
$[B]$	Dérivée de la matrice de fonction de forme
I_y	Deuxièmes moments d'inertie par rapport aux axes locaux y
I_z	Deuxièmes moments d'inertie par rapport aux axes locaux z
T	Énergie cinétique
U	Énergie de déformation
F_1, F_2	Facteurs de correction
K_{IM}	Facteurs d'intensité de contrainte du mode I de déformation le moment de flexion M.
K_{IP}	Facteurs d'intensité de contrainte du mode I de déformation pour la force axiale P
R	Fonction de Rayleigh
P_i	Force dans la direction de la déformation.
ϕ	Formes modales (mode normal)
ω	Fréquences naturelles
L	Longueur de la poutre
ρA	Masse linéique
\bar{m}	Masse par unité de longueur
$[C]$	Matrice d'amortissement
$[A(M)]$	Matrice d'interpolation dont les éléments sont fonctions des coordonnées
$[C_e^f]$	Matrice de flexibilité du sous-élément fissuré
J	Matrice Jacobiéenne de système de coordonnées locales et globales

$[N]$	Matrice de fonction de forme
$[M]$	Matrice de masse
$[M_e]$	Matrice de masse élémentaire
$[K]$	Matrice de raideur,
$[K_e]$	Matrice de rigidité élémentaire
$[D]$	Matrice des constantes matérielles
$[\varphi(x, y, z)]$	Matrice des fonctions base de l'approximation
E	Module de Young
I_{cj}	Moment quadratique au niveau de la $j^{\text{ème}}$ fissure
I	Moment d'inertie de la section droite
m_i	Perturbations paramétriques des matrices de masse
k_i	Perturbations paramétriques des matrices de raideur
x_j	Position du $j^{\text{ème}}$ fissure
α	Profondeur de la fissure
k_{ij}	Raideur du ressort
r_g	Rayon de giration
$[K_{cj}]$	Réduction de la matrice de rigidité due à la $j^{\text{ème}}$ fissure
EI	Rigidité de flexion
A_r	Section transversale
G	Taux de restitution d'énergie de déformation élastique
$\{a\}^e$	Vecteur des coordonnées généralisées de l'élément
$\{F\}$	Vecteur des sollicitations extérieures.

LISTE DES ABREVIATIONS

ACP	Analyse en composantes principales
AG	Algorithme génétique
ANFIS	Système d'inférence neuro-flou adaptatif
CE	Complex exponential
CNN	Réseaux de neurones convolutionnels simples
DDL	Degré de liberté
DE	Algorithme d'évolution
DLAC	Damage Location Assurance Criterion
ESS	Énergie de déformation spectrale
FRF	Fonctions de réponse en fréquence
GRFP	Global Rational Fraction Polynomial
HHT	Transformation de Hilbert Huang
IC	Indicator de Cornwell
ICM	Indicateur de Cornwell Modifié
ITD	Ibrahim Time Domain
LSCE	Least Squares Complex Exponential
MAC	Modal Assurance Criterion
MBM	Méthodes basées sur un modèle
MCF	Modal confidence factor
MDOF	Multi degrees of freedom
MEF	Méthode des éléments finis
MIMO	Multi input-multi-output
ML-GA	Algorithme génétique multicouches
MNBM	Méthodes non basées sur un modèle
MSE	Énergie de déformation modale
MSEBI	Indicateur basé sur l'énergie de déformation modale
NSGA	Non-Dominated Sorting Genetic Algorithm
POD	Proper orthogonal decomposition
POMs	Proper orthogonal modes
PSO	Optimisation de l'essaim de particules
RFP	Rational Fraction Polynomial
RIF	Impulse response function
RNA	Réseaux de neurones artificiels
SDOF	Single degree of freedom
SHM	Structural Health Monitoring
SIMO	Single input-multi-output
SISO	Single input-single output
SOD	Smooth orthogonal decomposition
SPC	Optimisation de placement de capteur
TCO	Transformée continue en ondelettes
VEGA	Vector Evaluated Genetic Algorithm

Introduction générale

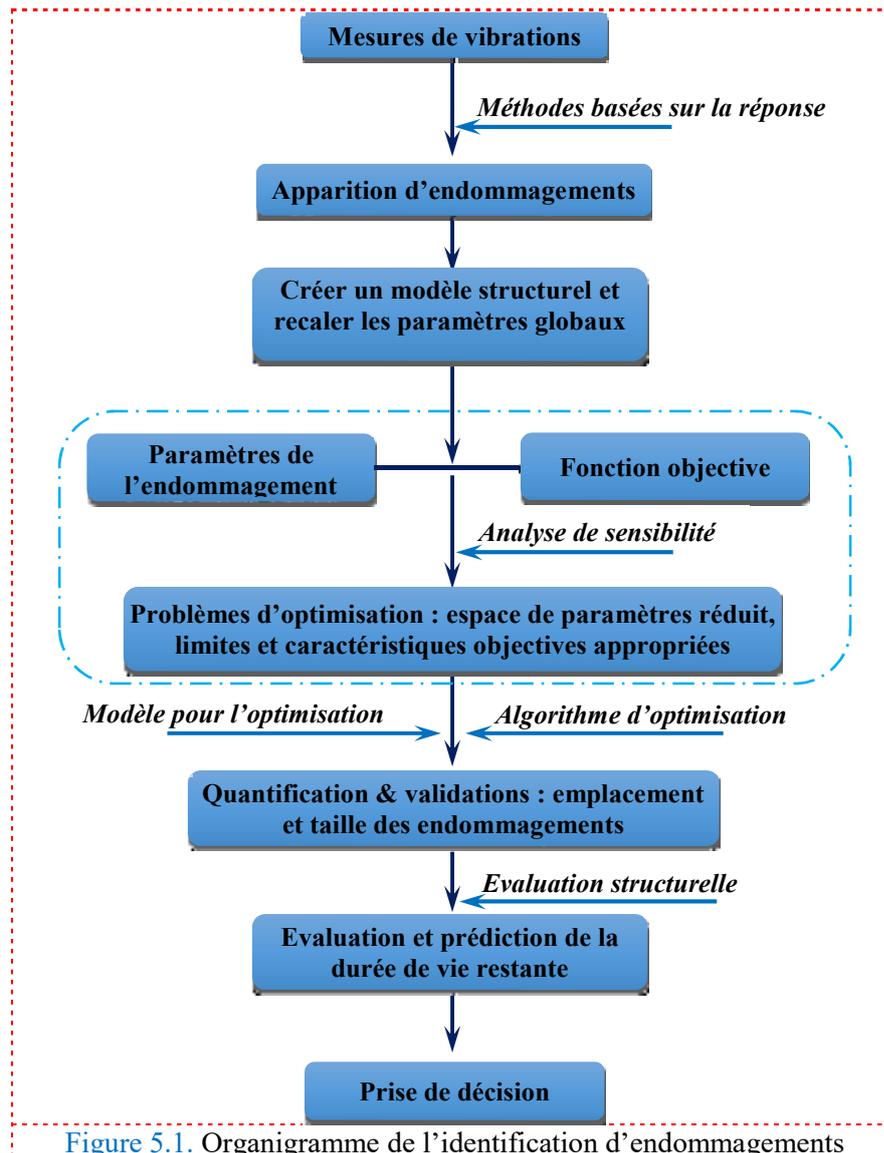
La détection d'endommagements dans des structures mécaniques vibrantes est une opération très importante, car même si la zone endommagée est trop faible, elle peut mettre en danger l'intégrité et la fiabilité de la structure et son influence sur les caractéristiques dynamiques pourrait être importante. De nos jours, le sujet de l'identification, détection et quantification des endommagements dans les structures est d'un intérêt primordial dans le domaine de la recherche que ce soit en génie civil, aérospatial ou mécanique. En effet, en raison de l'utilisation croissante de systèmes structurels avancés (avions, navettes spatiales, éoliennes, etc.) et du vieillissement des structures anciennes (bâtiments, tours, ponts, etc.), la sécurité et la fiabilité des structures doivent être garanties pour éviter les événements catastrophiques et la perte de vies humaines.

L'organigramme de la [Figure 5.1](#) montre la procédure d'identification des endommagements pour les quatre niveaux. La première étape consiste à prendre des mesures à partir de la structure et à appliquer les méthodes basées sur la réponse pour déterminer l'occurrence des endommagements à la structure. Une fois que l'endommagement de la structure est détecté, un modèle de structure est créé en utilisant la méthode des éléments finis ou d'autres méthodes. Le modèle doit être d'abord vérifié pour refléter le comportement structural et les paramètres globaux du modèle sont ensuite corrigés pour s'assurer de la qualité du modèle. Pour déterminer l'emplacement et l'ampleur des endommagements, un indice ou paramètre d'endommagement approprié doit être soigneusement sélectionné et une fonction d'objectif doit être construite dans le but de minimiser la différence entre la réponse mesurée et la prédiction numérique. Ici, l'analyse de sensibilité est utilisée pour assurer la sensibilité des paramètres d'endommagement et des fonctions objectives. Une fois la relation entre le paramètre d'endommagement et la fonction objective établie, un algorithme d'optimisation efficace est introduit pour résoudre le problème et obtenir la solution. La solution d'optimisation doit également être vérifiée pour s'assurer que le résultat est significatif physiquement. La procédure ci-dessus pourrait être répétée plusieurs fois pour obtenir un résultat raisonnable. Une fois les endommagements quantifiés, la durée de vie restante de la structure peut être évaluée et une action peut être recommandée.

Les algorithmes génétiques sont nés au début des années soixante pour simuler l'évolution des systèmes vivants. Depuis, ils ont été développés dans divers domaines, dont l'optimisation combinatoire où ils apparaissent comme une méthode générale approchée, car leur principe est suffisamment général pour qu'ils puissent être adaptés à un grand nombre de problèmes fort différents dans leurs modélisations et leurs résolutions. Ils s'inspirent du vivant, et plus précisément de la génétique, tant pour leur nom que pour leur conception : les ingrédients qu'ils comportent sont la sélection, le croisement, et la mutation, termes qui évoquent le domaine où les algorithmes génétiques puisent leurs racines. Contrairement aux méthodes traditionnelles, les algorithmes génétiques ne considèrent pas une seule "solution" du problème à résoudre, mais une population de telles configurations dont on espère qu'elles pourront conduire à des solutions satisfaisantes, voire optimales, à l'aide d'une évolution régie par les opérateurs mentionnés plus haut.

Dans la plupart des cas, un problème d'optimisation se divise naturellement en deux phases : recherche des solutions admissibles puis recherche de la solution à coût optimal parmi ces

dernières. Suivant la méthode employée, ce découpage est plus ou moins apparent dans la résolution.



La résolution d'un problème d'optimisation consiste à explorer un espace de recherche afin de maximiser (ou minimiser) une fonction donnée. Les complexités (en taille ou en structure) relatives de l'espace de recherche et de la fonction à maximiser conduisent à utiliser des méthodes de résolutions radicalement différentes. En première approximation, on peut dire qu'une méthode déterministe est adaptée à un espace de recherche petit et complexe et qu'un espace de recherche grand nécessite plutôt une méthode de recherche stochastique (recuit simulé, algorithme génétique ...).

La présente thèse est axée sur l'identification, détection et quantification des endommagements en exploitant des mesures vibratoires dans des structures mécaniques ainsi que l'utilisation d'algorithmes d'optimisation plus complexes, à savoir dans notre cas les algorithmes génétiques.

La dissertation est organisée en cinq (5) chapitres. Le **premier chapitre** introduit le sujet de la thèse à travers une large présentation de l'état de l'art des méthodes de détections des endommagements pour la surveillance et le contrôle des structures. Afin de faciliter la

compréhension de notre approche, nous avons introduit brièvement le contrôle non destructif, comme outil de surveillance de l'intégrité structurelle des pièces et structures.

Dans le [deuxième chapitre](#), nous avons présenté essentiellement une synthèse bibliographique sur des méthodes d'identification modale en premier lieu. En règle générale, une structure possède plusieurs degrés de liberté et la réduction à un degré de liberté, obtenue en se donnant a priori la déformée de la structure, ne permet l'obtention que d'une solution approchée de la réponse. Les degrés de liberté d'une structure peuvent être représentés par le déplacement d'un nombre fini de points, ou par l'introduction des coordonnées généralisées représentant les amplitudes d'un nombre spécifié de déformées. Les formulations élémentaires et globales des matrices de raideur et de masse que nous avons utilisé dans le code de programmation MATLAB pour une analyse modale des structures poutres d'Euler-Bernoulli, des treillis plans et des portiques 3D. Ceci nécessite l'assemblage des caractéristiques élémentaires (matrice de rigidité, matrice de masse...) de tous les éléments. Ainsi, nous aboutissons à un système d'équations linéaires qui régissent le comportement statique et dynamique de la structure.

La présence d'endommagement ou d'une fissure provoque une variation locale de la rigidité de la structure, qui se reporte sur l'ensemble du comportement mécanique de la structure. L'objectif du [troisième chapitre](#) est de faire une étude comparative de cinq modèles de fissuration existant dans la littérature en comparant leurs fréquences naturelles obtenues analytiquement par rapport aux fréquences naturelles obtenues expérimentalement. Cette étude a été menée en faisant varier les différents paramètres caractérisant la fissure (profondeur, position et nombre de fissures) et ceux caractérisant la structure poutre endommagée (longueur, matériau, conditions aux limites, nombre d'éléments...).

L'usage d'un algorithme génétique est adapté à une exploration rapide et globale d'un espace de recherche de taille importante et est capable de fournir plusieurs solutions. Dans le cas où l'ensemble des solutions admissibles est complexe (c.-à-d. il est difficile d'isoler une solution admissible), l'admissibilité peut être rendue intrinsèque à la représentation choisie ou intégrée à la génération des chromosomes (mutation, croisement) ou à la fonction à optimiser (on attribue une mauvaise adaptation à une solution non admissible). Dans le [quatrième chapitre](#), nous avons présenté les méthodes d'optimisation classiques les plus courantes, suivies par les méthodes bio-inspirées, à l'exemple des algorithmes génétiques et d'optimisation par essaim de particules, qui seront exploitées pour l'identification de fissures inverse dans le cadre de cette thèse.

Dans le [cinquième chapitre](#), nous présentons deux nouvelles méthodologies pour l'identification, quantification des endommagements pour les structures bidimensionnelles et tridimensionnelles. Ces applications sont basées sur l'algorithme génétique (AG) pour détecter les endommagements dans les structures de portique 3D. La méthode des éléments finis (MEF) est utilisée pour construire des modèles pour les structures intactes et endommagées. La 1^{re} méthode d'identification d'endommagements est formulée comme un problème d'optimisation utilisant AG et les changements dans les fréquences naturelles. Une structure de portique 3D à deux étages est utilisée, en tant qu'exemple numérique, pour l'identification des endommagements. Les résultats obtenus en utilisant MEF sont validés en utilisant un test de référence expérimental d'une structure de portique 3D avec huit étages. La 2^e méthode, nous avons utilisé l'Indicateur de Cornwell (IC)

en combinaison avec l'algorithme génétique (AG). De plus, nous avons proposé un nouvel indicateur d'endommagement comme une modification de l'IC pour détecter l'emplacement des endommagements. AG est ensuite utilisé pour quantifier ces endommagements en utilisant IC comme une fonction objective pour comparer les indicateurs inconnus et savoir.

Enfin, une [conclusion générale](#) et des perspectives d'extension de notre contribution pour des travaux de recherche ultérieurs parachèvent cette thèse.

Chapitre 1 ÉTUDE BIBLIOGRAPHIQUE

Nous présentons dans ce chapitre, une revue complète de l'état de l'art des techniques d'identification d'endommagements basées sur des mesures vibratoires. Nous constatons que la zone de détection des fissures évolue en permanence. En premier lieu, des méthodes basées sur des techniques de surveillance des conditions linéaires ont été largement développées en considérant non seulement les méthodes basées sur la variation des fréquences, mais aussi la déformées modales, la courbure des déformées propres, l'énergie de déformation modale et la flexibilité. Certains ouvrages se sont concentrés sur l'utilisation directe des mesures des fonctions de réponse en fréquence (FRF). Une autre classe de méthodes de détection d'endommagements basées sur les techniques de recalage des modèles éléments finis. L'émergence de l'utilisation commune de développements robustes basés sur les réponses non linéaires des structures mécaniques dues à la présence de fissure permet une identification plus efficace de la fissure dans les structures d'ingénierie mécanique complexes. Les développements d'outils pour analyser les réponses non stationnaires de systèmes mécaniques tels que la transformée en ondelettes permettent la détection de fissures pour les signaux transitoires. De l'examen des approches d'informatique, les techniques d'optimisation évolutive (Réseaux de neurones, l'algorithme génétique) ont montré d'excellentes performances dans la résolution des problèmes d'identification des dommages. L'un de ces algorithmes, l'algorithme génétique (GA) est utilisé comme technique de base dans le cadre d'identification des dommages développé dans cette recherche.

1.1 Introduction

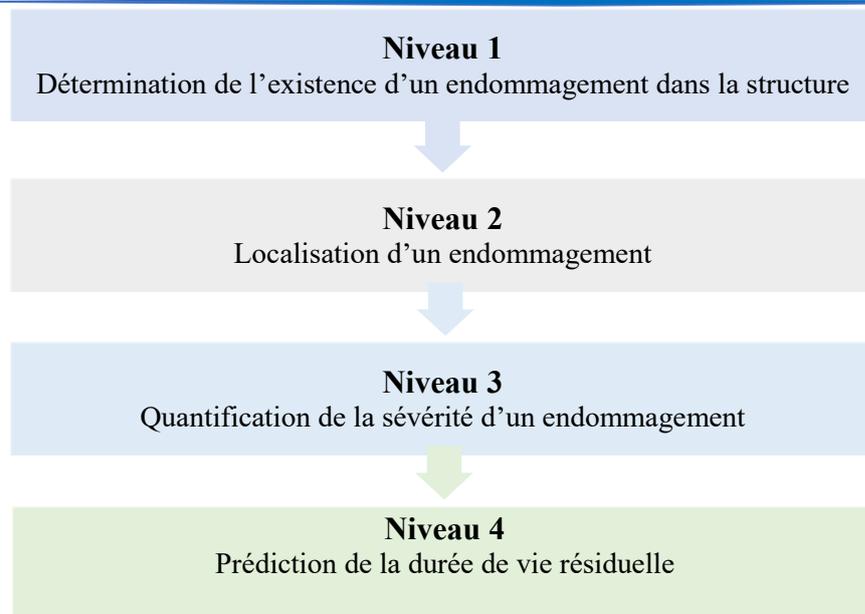
La plupart des développements modernes sur l'identification d'endommagements par essais vibratoires proviennent des études effectuées sur des plates-formes pétrolières par l'industrie pétrolière dans les années 70 et au début des années 80. Lifshitz et Rotem [1] présentent le premier article qui propose une méthode de détection d'endommagements par des mesures de vibrations. Ils analysent l'évolution des modules dynamiques, qui peuvent être liés au changement de fréquence, indiquant des endommagements structurels.

En général, les effets de l'endommagement dans une structure peuvent être classés comme linéaires ou non linéaires. Le cas d'endommagement est dit linéaire si la structure initialement élastique linéaire reste élastique linéaire après l'endommagement. Les changements des propriétés modales sont causés par le changement des géométries et/ou des propriétés matérielles de la structure, mais la réponse de la structure peut être toujours modélisée en utilisant les équations linéaires du mouvement. L'endommagement est non linéaire, si la structure initialement élastique linéaire se comporte de façon non linéaire après que l'endommagement soit produit. Un exemple d'endommagement non linéaire est la formation d'une fissure de fatigue qui s'ouvre et se ferme sous l'environnement normal de vibration.

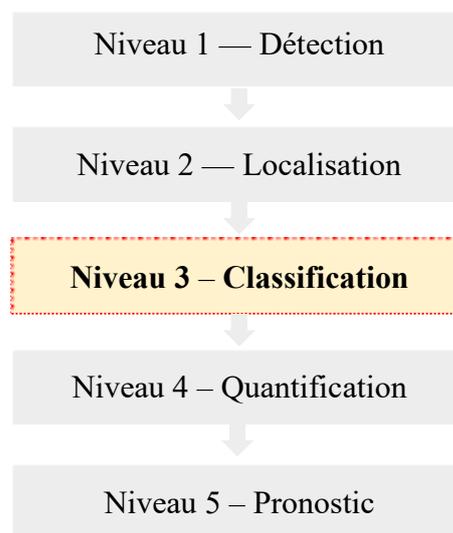
Les méthodes linéaires peuvent être classifiées en méthodes basées sur un modèle (MBM) et les méthodes non basées sur un modèle (MNBM). Les MBM supposent que la réponse de la structure évaluée est dans une certaine manière comparée à un modèle numérique. Les méthodes ne nécessitant pas de modèle prédéfini sont souvent basées sur le changement des paramètres modaux (déformées propres, fréquences et coefficients d'amortissement) et leurs dérivées ou bien sur le changement de matrices particulières comme celles de flexibilité et de rigidité.

L'un des avantages des méthodes vibratoires qui ne sont pas basées sur des modèles numériques est qu'elles ne nécessitent pas la connaissance a priori du lieu d'endommagement, le nombre de capteurs de mesures pouvant être réduit et ne se situant pas nécessairement à proximité de l'endommagement. Cet avantage provient du fait que la mesure des caractéristiques dynamiques, les déformées propres, les fréquences et les coefficients d'amortissement sont indépendants de la localisation des capteurs de mesure sur l'ouvrage.

Rytter [2] propose de classer les méthodes de détection d'endommagement en quatre niveaux



Sohn *et al.* [3] ainsi que Worden et Dulieu-Barton [4] ont ajouté une étape supplémentaire de classification entre les niveaux 2 et 3. Selon eux, la surveillance de l'intégrité des structures doit s'effectuer selon la procédure à cinq étapes suivantes



Afin de prédire efficacement la durée de vie restante de la structure, l'information concernant le type d'endommagement est exigée. La classification devient alors une étape importante, avant l'estimation de la sévérité des endommagements. Les méthodes MNBM sont classées en général dans les niveaux 1 et 2. Lorsque les méthodes sont couplées avec un modèle numérique (méthodes MBM), un niveau 3 peut être obtenu. Le niveau de prédiction (niveau 4) sera caractérisé par des techniques issues de la mécanique de la rupture. Ceci est très rarement traité en analyse modale.

Dans l'intervalle, Cawley et Adams [5] ont compris qu'un certain cas d'endommagements peut être générés par une réduction de la rigidité. Les modifications de la rigidité, qu'elles soient locales ou distribuées, entraînent des modifications des fréquences propres. De plus, étant donné que la répartition des contraintes sur une structure vibrante est non uniforme et diffère pour chacune des fréquences propres, tout endommagement localisé affecterait chaque mode individuellement et différemment, en fonction de l'emplacement particulier de l'endommagement.

Doebling, et *al.* [6, 7] dans leur travaux de recherche, ont présenté un examen de la littérature des techniques de détection, de localisation, et de caractérisation des endommagements structuraux par l'intermédiaire des techniques qui examinent les mesures vibratoires. Ils classent d'abord les méthodes selon la technique de mesure utilisée et de données d'analyse. Les catégories d'analyse incluent les variations des fréquences modales, les variations des déformées modales mesurées et des variations des coefficients mesurés de flexibilité. Dans le cas des méthodes employant les matrices caractéristiques (rigidité, masse, amortissement) pour le recalage du modèle, la détection de la réponse non linéaire, et la détection d'endommagements par l'intermédiaire des réseaux neurologiques sont également récapitulées.

Lee et *al.* [8] ont résumé les algorithmes de détection d'endommagement utilisant les propriétés de vibration, comme indiqué dans le [Tableau 1-1](#).

Tableau 1-1. Catégories des méthodes de détection d'endommagements.

Catégorie		Méthodologie
Paramètres modaux	Fréquences naturelles	Changements de fréquence
		Optimisation de la force résiduelle
	Mode propre	Changements de forme de mode
		Énergie de déformation modale
Méthodes matricielles	Rigidité	Dérivés de mode
		Techniques d'optimisation
	Flexibilité	Recalage
Machine Learning	Algorithme génétique	Flexibilité mesurée dynamique
		Optimisation des paramètres de rigidité
	Réseau neural artificiel	Minimisation de la fonction objectif
		Réseau neural rétropropagation
		Réseau neuronal Temps-Délai
Autres techniques		Identification de systèmes de réseaux neuronaux avec détection d'endommagements de réseaux neuronaux
		Analyse temporelle
		Évaluation des fonctions de réponse fréquentielle (FRF)

Dos Santos et *al.* [9] ont proposé un modèle numérique permettant de quantifier les endommagements en utilisant la modélisation par éléments finis et une technique de sensibilité. Le paramètre d'endommagement est directement lié à la réduction de la rigidité de l'élément endommagé. Ce modèle de réduction de la rigidité représente en général très bien un comportement d'endommagement.

Les endommagements sont la principale cause de défaillance dans les systèmes structurels et se produisent fréquemment dans les structures mécaniques. Ces dernières années, une attention particulière a été accordée aux méthodes permettant de détecter les endommagements à un stade

précoce, évitant ainsi un échec soudain. Plus spécifiquement, le contrôle de l'intégrité structurelle basé sur les vibrations des structures a retenu l'attention de nombreux chercheurs afin de se doter d'outils performants et d'une grande importance pour les sociétés de génie civil, aéronautique et mécanique. En outre, de nombreux domaines de recherche se sont concentrés sur le développement d'indicateurs de détections d'endommagements fiables permettant, outre la détection, l'identification de ces derniers.

Puisque les paramètres modaux sont reliés aux caractéristiques de rigidité, de masse et d'amortissement, la première idée fut de regarder et d'analyser les changements de ces paramètres suite à des endommagements. Plusieurs approches différentes ont été identifiées, parmi plusieurs références, qu'ils ont classées comme suit :

- Méthode basée sur la variation des fréquences
- Déformées modales
- Courbure des déformées propres
- Énergie de déformation modale
- Flexibilité
- Fonctions de réponse en fréquence (FRF)
- Méthode de recalage des matrices
- Amortissement
- Méthode non linéaire
- Analyse par ondelette
- Réseaux de neurones
- Algorithme génétique
- Autres méthodes

Dans les sections suivantes, une brève approche des méthodes de vibration en tant que méthodologie fondamentale dans les systèmes Structural Health Monitoring (SHM) est présentée.

1.2 Méthode basée sur la variation des fréquences

La variation des fréquences naturelles peut être considérée comme l'une des méthodes prédominantes de détection d'endommagements dans les procédures d'évaluation structurelle. Lorsqu'un endommagement existe dans une structure, la rigidité est réduite et par conséquent la diminution des fréquences propres du système peut être observée. L'un des avantages de cette technique de détection est que la mesure des fréquences peut être effectuée rapidement et facilement. De plus, les techniques expérimentales utilisées pour la détermination des fréquences de résonance sont des techniques classiques des mesures vibratoires ; permettant ainsi aux mesures vibratoires d'être étendues avec un grand nombre de points de mesure et une procédure expérimentale très facile à réaliser. De plus, la connaissance du comportement dynamique global des systèmes non endommagés est très facile à obtenir en utilisant des développements analytiques ou des modèles éléments finis ; ce qui permet de choisir convenablement les points de mesure pour non seulement une détection rapide et efficace des changements de fréquence, mais également l'identification de l'emplacement et la quantification de l'endommagement. Cependant, la difficulté est que les fréquences peuvent être facilement influencées par des variations de

l'environnement comme la température ou l'humidité ce qui pose un problème pour la détection de l'endommagement des structures réelles. Selon S.G. Creed [10], il est nécessaire que le changement des fréquences propres causé par l'endommagement soit supérieur à 5 % pour faire confiance aux résultats de détection. Cependant, des changements significatifs des seules fréquences n'impliquent pas systématiquement l'existence d'un endommagement puisque dans certains cas, on a observé en une seule journée des variations des fréquences dues aux conditions ambiantes de plus de 5 % pour des ponts en béton ou en acier [11].

De nombreux auteurs ont étudié le changement de fréquence comme indicateur d'endommagement. Cette approche repose sur l'hypothèse que les fréquences sont des indicateurs sensibles de l'intégrité structurale ; les changements des propriétés structurales causent des modifications sur les fréquences propres de la structure. Les premiers travaux, se situant essentiellement dans la catégorie des méthodes de niveau 1 de type MBM, consistent à calculer les changements en fréquence d'un type connu d'endommagement. L'endommagement est modélisé numériquement, et les fréquences mesurées sont comparées aux fréquences prédites [12-14].

Le changement des paramètres modaux ne peut pas être de plus identique pour chaque mode ; il dépend de la nature, de la localisation et de la sévérité de l'endommagement. D'après Duggan, et *al.* [15], comme l'effet de l'endommagement change suivant l'ordre des modes, pour suivre correctement les changements, il est nécessaire d'identifier des déformées propres associées avec les fréquences.

Gudmundson [16] a présenté une première méthode de perturbation qui suppose des changements dans les fréquences propres d'une structure présentant des fissures, ou des changements géométriques. La méthode a été appliquée sur une poutre rectangulaire fissurée et les résultats ont été ensuite comparés aux résultats obtenus par d'autres auteurs.

À partir de la technique du modèle élément fini, Yuen [17] a établi un rapport entre l'endommagement et le changement de paramètres modaux quand une poutre était endommagée. Il a été montré que les changements de paramètres propres de la structure sont en relation directe avec le lieu et le seuil d'endommagement.

Mimovich [18], soulignant l'utilisation de fréquences naturelles comme un indicateur de localisations d'endommagements. Il a présenté un travail utilisant la méthode des fréquences modales pour diagnostiquer expérimentalement les fissures dans des structures simples du type poutre. Il a été montré que les endommagements interféraient directement dans la variation de fréquence et que, à partir d'échantillons expérimentaux, les emplacements d'endommagements pouvaient être prédits avec une précision de 1 %.

Law et *al.* [19] ont suggéré une technique permettant de déterminer les modifications de la rigidité structurelle et des positions des défauts à partir des modifications mesurées des fréquences de résonance. La technique utilisait un modèle d'éléments finis de la structure et la solution du problème d'identification impliquait l'utilisation d'une méthode de programmation non linéaire. Les auteurs ont noté que l'identification des endommagements était plus efficace si certaines parties de la structure étaient incluses dans la formulation. Étant donné qu'aucune connaissance

préalable des zones endommagées n'était disponible, il pourrait être difficile de déterminer les pièces à inclure.

À partir des résultats des essais de vibration de Moradalizadeh [20] et Salawu [21] sur des structures en béton, il a été constaté que la variation des fréquences propres dépend de la position de l'endommagement. Agardh [22] a fait état d'observations similaires lors d'essais menés sur une poutre en acier de 20 m. Les endommagements causés dans les poutres ont entraîné des réductions significatives (jusqu'à 15 %) des fréquences propres.

Hearn et Testa [23] ont également démontré que le rapport de la variation des fréquences pour deux modes est indépendant de l'ampleur des endommagements et donc de la position de la fissure seulement. Ainsi, ce résultat permet d'identifier l'emplacement des endommagements. Hasan [24] a illustré cette propriété pour une poutre endommagée sur une fondation élastique.

Osegueda, et al. [25] montrent sur un projet qui examine les variations des propriétés dynamiques d'une plate-forme en mer que certaines fréquences de résonance diminuent en présence d'endommagements, et cette diminution était d'un ordre de grandeur plus grand que l'écart type de la mesure. Ces auteurs notent que pour distinguer les changements des fréquences de résonance correctement, la déformée modale liée à ces fréquences doit être identifiée.

Silva & Gomes [26] présentent une autre méthode pour résoudre le problème de détection d'endommagement. La technique exige un modèle analytique pour les variations de fréquence en fonction de la taille et de la position de l'endommagement. Le programme recherche des combinaisons finies d'endroits et de tailles d'endommagement et choisit la combinaison qui réduit au minimum la fonction coût définie dans leur article. Au moins deux modes sont nécessaires pour cette méthode, et sont habituellement meilleurs si l'on inclut plus de modes.

Hassiotis et Jeong [27] ont étudié une technique permettant d'identifier et localiser les réductions de la rigidité d'une structure en utilisant uniquement des mesures de fréquence naturelle. Les sensibilités des valeurs propres ont été utilisées dans un problème d'optimisation, qui minimise les critères de modification de la rigidité des éléments et des résidus du problème des valeurs propres. La formulation globale proposée fournissait une méthode utile pour identifier les endommagements avec un petit nombre de fréquences naturelles mesurées à partir d'une poutre d'aluminium.

Beaucoup d'autres chercheurs ont essayé de détecter et localiser l'endommagement en utilisant les variations des fréquences propres. Une révision intensive de littérature sur cette catégorie a été faite par Salawu [21]. Le trait le plus attirant associé à l'utilisation des fréquences propres est que ces dernières sont relativement faciles à obtenir et à extraire. La mesure de la fréquence peut être menée rapidement et l'exactitude est souvent réalisable. Certains chercheurs à l'instar de [28-38] ont comparé les fréquences naturelles des structures saines et endommagées (et la diminution des fréquences associée).

Autres chercheurs, comme Lee *et al.* [39] et Sinou *et al.* [40] ont proposé le pourcentage de variation des fréquences naturelles comme indicateur de détection d'endommagement. Dans les deux cas, pour pouvoir détecter la présence d'endommagements, les fréquences propres de la structure saine doivent être soigneusement estimées afin de pouvoir montrer avec précision si les

fréquences mesurées sont plus faibles que prévu. On peut noter que le pourcentage de la variation des fréquences naturelles peut être très faible et inférieur à 1 % pour de petites fissures ou des endroits spécifiques de la fissure. Ainsi, les incertitudes sur les fréquences naturelles des structures saines peuvent masquer la faible quantité de variation de fréquence. Les résultats ont indiqué que la fissure a un faible effet si elle est située près d'un nœud des modes de vibration.

Vestroni & Capecchi [41] ont représenté l'endommagement par une réduction plus ou moins concentrée de la raideur. L'attention a été concentrée sur les aspects de base du problème, en discutant la quantité de fréquences nécessaires pour localiser et quantifier les endommagements uniquement. Deux procédures différentes d'identification d'endommagement ont été utilisées. Ils ont proposé une généralisation de la procédure en utilisant un modèle basé sur la méthode des éléments finis qui peut être une manière d'aborder le cas des structures complexes.

Ces dernières années, plusieurs axes de recherche ont conjugué leurs efforts pour concevoir de meilleur indicateur de localisation d'endommagements basés sur les modes de vibration, Kim et al. [42] ont mis en évidence une méthodologie permettant de localiser et quantifier de manière non destructive des endommagements dans les structures, pour laquelle seuls certaines fréquences naturelles ou certains modes de vibration sont disponibles. Premièrement, les auteurs ont mis au point une méthode de détection des dommages basée sur la fréquence naturelle. Un algorithme a ensuite été développé pour localiser les endommagements causés par des altérations des fréquences propres, permettant de quantifier les endommagements à partir de perturbations de fréquence. Ensuite, un procédé de détection d'endommagements basé sur des modes de vibration est décrit. Les deux méthodes sont évaluées pour plusieurs cas tests d'endommagements simulés numériquement, pour lesquels deux fréquences naturelles et de mode sont générées à partir de modèles d'éléments finis. Les résultats des analyses ont indiqué que les deux méthodes ont correctement localisé les endommagements, mais que la méthodologie basée sur les modes a présenté une plus grande précision dans l'identification des endommagements.

Messina et al. [43] ont proposé l'indicateur "Damage Location Assurance Criterion (DLAC)" en fonction de la variation des fréquences naturelles. Les valeurs du *DLAC* varient entre 0 et 1. Une valeur de 0 n'indique aucune corrélation et une valeur de 1 indique une correspondance exacte.

La recherche de Viola et al. [44] a inclus les changements de l'importance de la fréquence naturelle et le modèle de réponse introduit par la présence d'une fissure sur une poutre de Timoshenko de chargement axialement uniforme en utilisant une théorie de membre particulier. La théorie a été expliquée par deux exemples d'illustration de flexion. D'abord, des poutres couplées flexion-torsion avec différentes conditions aux limites. En second lieu, l'influence de la force axiale, de la déformation de cisaillement et de l'inertie rotationnelle sur les fréquences naturelles est étudiée. Des résultats précédents, ils ont noté que l'ouverture de la fissure a un effet plus significatif sur la fréquence quand les différentes profondeurs des fissures sont considérées.

Naseralavi et al. [45] présentent un algorithme de détection d'endommagements qui utilise les fréquences naturelles. Cette méthode est basée sur une analyse de sensibilité de la structure. Elle est composée de deux étapes principales : dans la première étape, tous les éléments de la structure

sont ordonnés en fonction de leur probabilité d'endommagements dans un vecteur désigné comme un vecteur de référence de la probabilité d'endommagements d'éléments. Dans la deuxième étape, une assez petite partie des vecteurs de probabilité d'endommagements d'éléments sont judicieusement choisis pour former un système d'équations non linéaires, qui sont ensuite résolues pour détecter les endommagements potentiels.

Les différents paramètres de la fissure (emplacement, hauteur et longueur) dans une plaque rectangulaire encastrée ont été étudiés par Chen et *al.* [46]. En outre, la fréquence naturelle et la déformée modale ont été analysées. L'étude a utilisé deux fonctions du modèle : d'abord, une plaque rectangulaire intacte comme une combinaison de poutre, en second lieu, des fonctions d'angle présentant la discontinuité du déplacement et de la pente le long de la fissure. Ils ont montré que, la méthode de Ritz peut être prise comme une fonction modale pour obtenir les fréquences naturelles et les déformées modales.

Le déplacement de vibration et la fréquence naturelle d'une poutre fissurée ont été obtenus par Lee et *al.* [47]. L'étude inclut l'analyse des effets de la flexibilité de la fissure, de l'emplacement de la fissure, et de la longueur d'extrémité sur le déplacement des vibrations.

Basée sur les changements des propriétés dynamiques des structures pour détecter les endommagements, la détection d'endommagements à base des mesures vibratoires est une technique de surveillance de l'état d'une structure étudiée expérimentalement et numériquement. Nassar et *al.* [48] ont introduit les effets des caractéristiques géométriques et élastiques de poutre encastrée sur la fréquence naturelle. La méthode différentielle de quadrature a été utilisée pour analyser la vibration libre d'une poutre encastrée fissurée reposant sur la base élastique. Un modèle de ligne de ressort est employé pour simuler la fissure du matériel fonctionnelle évaluée d'une poutre. Les résultats des auteurs sont conformes aux résultats d'études précédentes.

1.3 Déformées modales

Le premier à utiliser les déformées modales pour la localisation d'endommagements sans recourir à un modèle éléments finis est West [49]. Il a ainsi utilisé les coefficients MAC pour déterminer la corrélation entre les déformées propres avant et après endommagement des volets d'une navette spatiale. Les études sur l'utilisation directe des paramètres modaux ont mis en évidence la faible sensibilité des fréquences et une certaine potentialité des déformées propres à détecter et/ou localiser des endommagements. Pour accentuer la sensibilité des déformées modales à servir d'indicateurs d'endommagement, diverses constructions ont été proposées [50].

Utilisée conjointement avec les fréquences propres, l'approche de la déformée propre a eu une attention considérable dans la littérature. La détérioration d'une structure peut changer la raideur locale et causer une discontinuité dans le milieu structural. L'ampleur de la modification de la déformée propre dépend de la sévérité et de l'emplacement de l'endommagement. L'amplitude du changement en ce qui concerne chaque mode peut varier d'un mode à un autre. Cela peut être utilisé comme un outil pour prédire l'emplacement de l'endommagement. Une quantité commune décrivant le changement de la déformée est le Modal Assurance Criterion (MAC) qui indique le degré de corrélation entre deux modes variant de 0 à 1. La valeur du MAC peut être interprétée dans une certaine mesure comme un indicateur d'endommagement dans les structures.

Li et al. [51] ont abordé le problème de l'identification de l'emplacement d'endommagements dans les structures plaque en utilisant la technique de déformation modale. Sur la base de l'approche de Rayleigh-Ritz, l'analyse de la déformation modale d'une plaque endommagée est effectuée, puis les données modales sont obtenues. À partir du résidu du mode de déformation, deux nouveaux paramètres sensibles aux endommagements sont proposés pour déterminer les emplacements des endommagements, et les indices de ces derniers correspondants sont construits. Comparés aux indicateurs classiques, ils étaient considérés comme simples, intuitifs et faciles à utiliser dans la pratique. Des simulations numériques et expérimentales ont été effectuées et les résultats ont montré une bonne cohérence et une forte capacité à identifier par les indicateurs proposés.

En étudiant les variations des fréquences, Biswas, et al. [52] ont mis en évidence une sensibilité plus importante des déformées modales à la présence d'endommagements. Salane et Baldwin [53], Mazurek et Dewolf [54] ont obtenu à la suite de leurs études des conclusions analogues. Alampalli et al. [55] reportent des cas où les changements fréquentiels sont plus sensibles que les changements des déformées propres.

Un aspect pratique ne doit pas également être perdu de vue : il est plus difficile d'identifier les déformés propres que les fréquences. Là où quelques capteurs suffisent, il est nécessaire d'utiliser plusieurs capteurs pour assurer un maillage fin de la structure afin d'identifier les déformés propres. Pour relier les modes mesurés des vibrations aux lieux et à la profondeur des fissures, Rizos et al. [56] ont utilisé les mesures des vibrations de torsion d'une poutre de section transversale rectangulaire ayant une fissure transversale extérieure qui se prolonge uniformément le long de la largeur de la poutre. La méthode peut être employée pour identifier des fissures de structures en mesurant ses caractéristiques modales. C'est une méthode d'essai non destructive pour l'identification de fissure, et elle est applicable aux structures pour lesquelles une analyse structurale est disponible. Les principales caractéristiques de la méthode sont qu'elle exige des mesures d'amplitudes en deux positions de la structure seulement ; elle est applicable à toutes les structures unidimensionnelles ; elle exige de modestes efforts informatiques ; elle est précise, simple et facile à manipuler.

Fox [57] a comparé quelques méthodes de détection et localisations d'endommagement qui utilisent les fréquences propres et les données de la déformée d'une poutre libre-libre. Les résultats ont montré que les différentes fréquences ont chacune été différemment affectées. Cette information extraite des fréquences est utile, mais elle doit être utilisée parallèlement avec l'information extraite des déformée propre lorsque les emplacements des défauts étaient impossibles à trouver. L'auteur a présenté différents chemins pour traiter l'information de la déformée. La comparaison graphique des changements relatifs des déformées s'avère être la meilleure manière de détecter le lieu de l'endommagement quand seulement des fréquences de résonance et les déformées ont été examinées.

Salawu & Williams [58] comparent les résultats d'utilisations de la variation relative de la déformée modale et la variation de courbure de la déformée modale pour détecter des endommagements. Ils démontrent que la différence relative de mesure ne donne pas typiquement une bonne indication d'endommagements en utilisant des données expérimentales. Ils précisent

que le facteur le plus important est le choix des modes utilisés dans l'analyse. Les auteurs prouvent que les valeurs du MAC peuvent être employées pour indiquer quels modes sont affectés par les endommagements.

Lam et al. [59] définissent une déformée modale normalisée par la variation de la fréquence normale d'un autre mode comme « signature d'endommagement ». La signature d'endommagement est une fonction d'endroit de la fissure, mais pas sa taille. Ils ont calculé analytiquement un ensemble de signatures possibles en considérant tous les états possibles d'endommagements. Les signatures mesurées ont été comparées à un état d'endommagements par le choix des signatures analytiques qui donne les meilleurs résultats comparés aux mesures à l'aide du MAC.

Cependant, il y a plusieurs inconvénients à utiliser les méthodes basées sur des mesures de déformées modales. En premier, ce n'est pas une tâche facile d'obtenir une déformée significative, surtout pour de grandes structures. L'identification assurée d'endommagement exige un nombre adéquat de capteurs et le choix exact des positions des capteurs. Une autre inquiétude est que l'endommagement est un phénomène local et ne peut pas influencer considérablement les déformées modales des modes inférieurs qui sont mesurées habituellement par des essais aux chocs de grandes structures. Aussi, les déformées extraites ont été affectées par les bruits de l'environnement de différentes sources comme les charges ambiantes ou les emplacements des capteurs contradictoires.

Il existe souvent des situations où l'usage direct des paramètres modaux n'est pas sensible aux endommagements locaux. Des efforts considérables ont été déployés par les chercheurs pour chercher des indicateurs alternatifs à détecter des endommagements. Quelques tentatives utilisant l'information obtenue des paramètres modaux, tels que la courbure et l'énergie modale des déformations.

1.4 Courbure des déformés propres

Une alternative à l'utilisation directe de la déformée propre pour la localisation d'endommagement est d'utiliser l'information déduite de la déformée propre telle que la courbure. En formulant le problème classique aux valeurs propres de la dynamique, Pandey et al. [60] supposent que les endommagements structuraux affectent seulement la matrice de rigidité et pas la matrice de masse. Ils ont mis en évidence que les changements absolus de la courbure des déformés propres peuvent être un bon indicateur d'endommagement pour un modèle aux éléments finis. En utilisant un schéma aux différences centrées, les valeurs de la courbure peuvent être calculées à partir des déformées propres. Dans cette logique, Stubbs et al. [61] ont présenté une méthode basée sur la diminution d'énergie de déformation modale entre deux degrés de liberté structuraux qui s'obtient par la courbure des déformées propres mesurées. Cependant, Chance, et al. [62] ont montré que le calcul de la courbure obtenu par des déformés propres peut aboutir à des erreurs inacceptables.

Yam et al. [63] ont examiné les sensibilités des paramètres statiques et dynamiques pour les endommagements des plaques et des indicateurs de détections d'endommagements ont été proposés. Pour l'analyse dynamique, les deux indicateurs ont été formulés en relation avec la

courbure de déformation du mode de vibration et la fonction de réponse fréquentielle. Des simulations numériques et des tests expérimentaux ont été réalisés pour vérifier l'aptitude à identifier les endommagements par les indicateurs proposés, et des instructions sont données pour la sélection des paramètres appropriés pour la détection d'endommagements. Les auteurs soulignent dans leurs travaux que l'utilisation de modes à basse fréquence réduit la probabilité de détecter de faux endommagements.

Les formes des modes sont d'excellents indicateurs pour identifier les endommagements. Un indicateur d'endommagement est proposé par Navabian *et al.* [64] utilisant la pente et la courbure des déformées de modales. Les auteurs ont évalué leur technique sur des plaques et vérifié que, même si les modifications apportées à chaque élément de la plaque ont une influence dans les deux directions (x et y) qui rendent l'identification des endommagements plus difficile, l'indicateur d'endommagement proposé permet d'identifier les cas simples et multiples, avec précision.

1.5 Énergie de déformation modale

Dong, *et al.* [65] ont développé un modèle d'élément fini sur une poutre fissurée pour calculer plusieurs paramètres modaux tels que les fréquences propres, déplacements modaux, déformations modales. Il a été démontré que la déformation des paramètres propres était plus sensible à la taille de la fissure que les paramètres propres du déplacement.

Cornwell *et al.* [66] ont développé une méthode énergétique appliquée dans des structures en forme de plaque caractérisées par une courbure à deux dimensions. Le grand avantage de la méthode proposée réside dans le fait que seules les formes modales de la structure sont nécessaires avant et après endommagement.

De la même manière, Maia *et al.* [67] ont appliqué une méthode basée sur le changement de mode dans leurs travaux. Une étude a été réalisée avec un modèle numérique de poutre libre modélisée par élément fini et expérimentalement avec une poutre en acier libre. Les auteurs ont constaté que les méthodes basées sur les courbures étaient plus performantes que la forme modale traditionnelle. Bayissa et Haritos [68], dans le même champ d'application des méthodes énergétiques, ont proposé une énergie de déformation spectrale (ESS) comme indicateur d'endommagement sensible et efficace pour l'identification d'endommagements dans les structures bidimensionnelles en forme de plaque. Les auteurs ont effectué des études de vérifications expérimentales afin de valider les résultats des nombreuses études numériques. Les auteurs ont déclaré que l'ESS en tant que méthode d'identification d'endommagements est sensible aux endommagements, robuste et fiable pour l'identification d'endommagements structurels.

Yang, *et al.* [69] ont utilisé la propriété de l'invariance d'énergie de déformation modale élémentaire pour localiser l'endommagement sur les plates-formes côtières. Dans cette méthode, l'énergie de déformation modale élémentaire est décomposée en deux parties et il définit deux indicateurs pour la détection d'endommagement : le premier est le rapport du changement d'énergie de déformation modale de compression et le deuxième est le rapport du changement d'énergie de déformation modale de torsion. L'énergie de déformation modale proposée a été obtenue par des déformées modales incomplètes et des matrices de raideur élémentaire. Plusieurs

cas d'endommagements ont été simulés sur une plate-forme maritime pour illustrer l'utilité de la méthode proposée. D'après les résultats obtenus de localisation d'endommagement, l'auteur a montré que la méthode proposée peut être efficace et précise pour la détection d'endommagement sur des structures complexes.

Seyedpoor [70] a proposé un procédé en deux étapes pour identifier l'emplacement et l'ampleur des multiples endommagements d'une poutre. Un indicateur basé sur l'énergie de déformation modale (MSEBI) est la première étape de procédé utilisé pour localiser exactement l'endommagement ultime d'une poutre, qui est à calculer en fonction de l'analyse du modèle extrait d'une modélisation éléments finis. La quantification de l'endommagement est déterminée dans la deuxième étape, en utilisant un indicateur d'optimisation en fonction des résultats de la première étape. Par conséquent, la combinaison des deux indicateurs lui permet de localiser avec précision les endommagements dans la structure.

Basée sur la méthode énergétique, une analyse a été faite par Maghsoodi et al [71] pour détecter, localiser, et quantifier les fissures pour les poutres d'Euler-Bernoulli. Les fréquences naturelles sont employées pour mesurer et estimer les déformées modales des poutres non fissurées. Les fissures sont modélisées comme des ressorts de rotation et indiquent un rapport entre les fréquences naturelles, les emplacements des fissures et leurs profondeurs. Des exemples numériques pour une poutre encastree ont été présentés pour illustrer une, deux et trois fissures pour authentifier la méthode.

Dans cette approche, Hu et Wang [72] et Hu et Wu [73] ont montré la détection de fissures superficielles dans un stratifié en utilisant la méthode de l'énergie de déformation modale. Premièrement, les propriétés du matériau étaient inconnues et ont été obtenues en utilisant une méthode inverse par analyse par éléments finis et analyse modale expérimentale. Les déplacements modaux ont été utilisés pour calculer les énergies de déformation modale et un indicateur d'endommagement a été défini par les auteurs en utilisant l'énergie de déformation modale fractionnaire du stratifié avant et après endommagement. Par conséquent, les indicateurs d'endommagements obtenus à partir de mesures globales et locales ont permis de localiser la fissure superficielle dans le stratifié. Dans cette méthode proposée, seuls quelques modes de vibration étaient nécessaires, et les auteurs ont conclu que la méthode de mesure et son coût relativement moins élevés permettaient une évaluation non destructive et la faisabilité d'une détection en temps réel dans les structures composites.

Une méthode d'identification d'endommagements de déformation d'origine énergétique pour les structures en forme de plaque a été présentée par Fan et Qiao [74]. Les auteurs ont proposé la dérivée de l'énergie de déformation comme un indicateur d'endommagement permettant de localiser et de quantifier les endommagements. La méthode comprend trois étapes : sélection des modes les plus sensibles, localisation et la quantification d'endommagement. La méthode proposée est une technique d'identification d'endommagement basée sur les réponses, qui requiert les fréquences modales et les modes de vibration avant et après endommagement. Des études numériques ont démontré sa faisabilité pour détecter correctement les endommagements même dans des conditions de bruit élevé.

Yan *et al.* ont récemment publié deux articles sur l'utilisation de la MSE [75] et la méthode de flexibilité généralisée [76] pour la détection d'endommagement. Les méthodes proposées sont basées sur la sensibilité de forme fermée des formes modales et des fréquences naturelles. Leurs méthodes proposées ont une bonne précision et se sont révélées efficaces pour localiser et quantifier l'étendue des endommagements. Dans les méthodes mentionnées, les erreurs de base et les incertitudes ne sont pas prises en compte. Plus récemment, certains chercheurs ont pris en compte les incertitudes des modèles et proposé des méthodes permettant de traiter les erreurs de base [77-79]. Ces erreurs peuvent être des propriétés géométriques ou matérielles du modèle MEF analytique considéré.

Récemment, Fu *et al.* [80] ont présenté une approche en deux étapes basées sur l'énergie de déformation modale (MSE) et l'analyse de sensibilité de la réponse pour identifier les endommagements locaux sur les plaques. Les endommagements locaux ont été simulés par une réduction du module d'élasticité. Le point important est qu'une méthode visant à affaiblir « l'effet de voisinage » a été proposée pour réduire le nombre de fausses alarmes dans la localisation des endommagements, ce qui constitue l'un des principaux défis de la communauté SHM. Des exemples numériques ont ensuite été réalisés pour illustrer l'efficacité de la méthode proposée. Ainsi, les endommagements pourraient être identifiés avec succès, même sous l'effet du bruit de mesure.

Tan *et al.* [81] ont développé une procédure en deux étapes permettant de prédire à la fois le lieu et l'ampleur des endommagements dans une poutre en acier. Pour des cas tests d'endommagement simples, un indicateur d'endommagement basé sur l'énergie de déformation modale est tout d'abord calculé en utilisant les premiers modes uniquement, cet indicateur est capable de détecter, localiser et quantifier les endommagements. Par contre pour des cas tests d'endommagement multiples, un réseau de neurones artificiels est incorporé sur cet indicateur pour la quantification des endommagements localisés.

1.6 Flexibilité

Une autre classe de méthodes de détection d'endommagements pour estimer les changements du comportement de la structure utilise la matrice de flexibilité. Pandey *et al.* [82], Aktan, *et al.* [11] ont proposé l'usage de la flexibilité mesurée comme un indicateur de détection d'endommagements dans un pont. La méthode n'exige pas un modèle analytique de la structure et seules quelques fréquences propres et déformées propres, avant et après endommagement, sont nécessaires. Avec seulement quelques fréquences identifiées, on peut obtenir la matrice de flexibilité et avec une assez bonne précision [82].

Zheng et Kessissoglou [38] ont obtenu les fréquences naturelles et les déformées modales d'une poutre qui a une fissure rectangulaire en utilisant la méthode des éléments finis. Pour une poutre fissurée, une nouvelle fonction de forme d'interpolation a été développée avec succès pour calculer les modes de vibration, qui peuvent parfaitement satisfaire les conditions locales de flexibilité aux emplacements des fissures. En comparaison avec des résultats d'analyse trouvés, la nouvelle matrice de rigidité obtenue en utilisant la matrice de flexibilité supplémentaire globale

peut donner des fréquences naturelles plus précises que ceux résulté de l'utilisation de la matrice de flexibilité supplémentaire locale.

Les caractéristiques de vibration d'une poutre de Timoshenko fissurée sont analysées par Kisa et *al.* [83]. Ils ont appliqué deux méthodes : mode synthèse de composante et élément fini. La poutre divisée en deux segments en utilisant une matrice de flexibilité. La théorie de mécanique de rupture dérivée des forces comme la conformité de la matrice inverse. Les calculs ont utilisé les facteurs d'intensité de contrainte et l'énergie de déformation. La théorie de la poutre de Timoshenko a modelé chaque sous-structure en utilisant l'élément fini avec deux nœuds et trois degrés de liberté. L'approche présentée qui était appliquée mène au développement de la mise en place de conception qui a satisfait l'analyse précise des effets d'interface non linéaires.

1.7 Fonctions de réponse en fréquence (FRF)

Étant donné que les endommagements modifient les caractéristiques dynamiques d'une structure, ses propriétés modales (fréquences propres, amortissement et modes de vibration), plusieurs techniques basées sur l'analyse modale expérimentale ont été développées ces dernières années. Non seulement les fréquences naturelles sont utilisées comme indicateur d'endommagements, mais plusieurs chercheurs ont également exploré l'utilisation des fonctions de réponse en fréquence (FRF). À titre d'exemple, la méthode de courbure FRF a été proposée par Sampaio et *al.* [84], basé uniquement sur des données mesurées sans aucune identification modale. Dans le travail des auteurs, la méthode a été décrite de manière théorique et comparée à deux méthodes plus référencées dans la littérature. Les résultats ont montré que la méthode de courbure FRF obtenait de bons résultats pour la détection, la localisation et la quantification d'endommagements, bien que ce dernier élément nécessite encore plus d'attention. Son principal avantage est sa simplicité de réalisation.

Un algorithme d'identification de paramètres modaux en temps réel [85] a été appliqué pour identifier les endommagements dans une ferme spatiale expérimentale. Les modifications de l'amplitude, de l'amortissement et des fréquences de la FRF continuellement surveillées ont été interprétées comme des indicateurs d'endommagements. L'avantage de la surveillance continue en temps réel est qu'elle permet à l'opérateur de recevoir une alerte rapide, afin que les mesures appropriées puissent être prises avant qu'une défaillance catastrophique ne se produise.

Certains ouvrages se sont concentrés sur l'utilisation directe des mesures FRF. Lee et Shin [86] ont fait valoir que l'utilisation des données FRF présentait deux avantages principaux. Premièrement, les données modales peuvent être contaminées par des erreurs d'extraction modale en plus des erreurs de mesure, car il s'agit d'ensembles de données dérivés. Deuxièmement, un ensemble complet de données modales ne peut être mesuré que dans les structures les plus simples. Les données FRFs peuvent fournir beaucoup plus d'informations sur la localisation des endommagements dans une plage de fréquences désirée comparée aux données modales extraites d'une plage très limitée de résonances.

Lee et Shin [86] ont utilisé les données modales et FRF d'une poutre simulés pour identifier jusqu'à trois emplacements d'endommagements. Les endommagements ont été simulés par la réduction du module de Young des sections d'une poutre Euler-Bernoulli. Les données modales

de la poutre à l'état saine et les données FRF de la poutre à l'état endommagé ont été utilisées dans l'algorithme d'identification. Il a été constaté que l'utilisation d'une approche à plusieurs points de mesure et à fréquence d'excitation multiple donnait les résultats les plus fiables.

Fanning et Carden [87] ont proposé une méthode de détection d'endommagement basée sur une méthode de calcul numériquement efficace simple. La méthode nécessite un modèle numérique corrélé de la structure dans son état initial et une seule FRF mesurée du système endommagé échantillonné à plusieurs fréquences afin de détecter les changements structurels. La méthode a permis de détecter les changements de rigidité dans une structure de bâti bidimensionnelle simulée numériquement [88], ainsi que de détecter les changements de masse dans une tour de réseau tridimensionnelle simulée numériquement [89]. Par la suite, la méthode a été démontrée expérimentalement dans la détection de masses supplémentaires dans une tour en acier à treillis [87].

1.8 Méthode de recalage des matrices

Une autre classe de méthodes de détection d'endommagements basées sur le modèle porte sur les techniques de recalage des modèles éléments finis. L'idée de base est de modifier les paramètres objectifs dans un modèle de base éléments finis afin que les prédictions du modèle égalent les données mesurées dans un chemin optimal. Deux étapes sont souvent utilisées dans le processus de la détection de défauts. La première étape consiste d'abord à établir un modèle éléments finis initial. Le modèle est ensuite recalé en exploitant les données mesurées permettant de reproduire les données mesurées [90]. La comparaison des matrices recalées au modèle de base fournit une indication des défauts et peuvent être employées pour mesurer l'endroit et l'ampleur des défauts. Une variété de techniques de recalage peut être formulée sur la base du choix des paramètres, sur les conditions de contrainte du problème et sur l'arrangement numérique employé pour résoudre le problème de minimisation.

Fritzen, et al. [91] ont discuté la question de modélisation des erreurs et leur influence pour l'exactitude de la localisation des défauts et ont présenté une approche pour obtenir des résultats plus fiables. Une attention particulière est portée à la sélection du paramètre pour traiter les équations de la sensibilité inverse mal posées. Comme il a été démontré à travers ces applications au laboratoire structure, l'exactitude du modèle original et sa grande importance. Dans le domaine du temps, un observateur de l'état a été formulé pour réduire la dépendance en modélisant les erreurs, quand les excitations inconnues supplémentaires étaient présentes et les conditions initiales étaient incertaines.

La technique du recalage du modèle basée sur la sensibilité a aussi été discutée par Zang & Imregun [92] pour détecter et localiser des défauts d'une structure. Hemez & Farhat [93], ont utilisé la réponse fréquentielle pour le recalage du modèle. Un ensemble d'équations linéaires basé sur la corrélation de la forme globale. Une procédure de l'élimination itérative a été rendue effective pour l'emplacement de défaut et l'estimation de sa sévérité. Les auteurs ont présenté de bons résultats entre la structure et le modèle recalé et lui ont été supposés que la différence entre le modèle de référence initial et la structure était indicatif de l'emplacement et la taille du défaut. Les résultats ont indiqué que la méthode de recalage basée sur la sensibilité proposée qui utilise les

données de la réponse fréquentielle incomplètes pourrait non seulement détecter, mais estime également la quantité d'endommagements structuraux.

Le choix de paramètres adéquats pour le recalage est une étape critique pour utiliser cette approche. Un grand nombre de paramètres physiques est exigé pour définir un modèle éléments finis typiques. Alors que la base de connaissance de la structure peut-être assez riche pour le recalage du modèle est limitée.

1.9 Amortissement

Contrairement à la rigidité, Kawiecki [94] a utilisé l'amortissement modal pour évaluer les endommagements subis par les structures mécaniques. L'auteur a déclaré que, les endommagements structurels ou matériels étant fréquemment associés à des modifications de l'amortissement, la méthode décrite peut-être appliquée à la surveillance de l'état structurel. De la même manière, Curadelli et al. [95] ont développé un schéma permettant de détecter les endommagements structurels en utilisant l'identification instantanée du coefficient d'amortissement à l'aide de la transformée en ondelettes. Des exemples expérimentaux et simulés ont montré que, dans les structures analysées, les endommagements entraînent une variation importante du coefficient qui caractérise l'amortissement, ce qui s'avère donc être une propriété du système généralement sensible aux endommagements. Identiquement, Frizzarin et al. [96] ont développé une méthode de détection d'endommagements basée sur l'analyse de l'historique temporel et le coefficient d'amortissement indirect de la réponse temporelle en tant qu'indicateur d'endommagement.

Lane & Baldwin [97] ont étudié l'influence d'endommagements sur les coefficients d'amortissement. Leurs conclusions furent qu'ils ne pouvaient constituer des indicateurs fiables parce qu'ils pouvaient augmenter puis chuter. Ces instabilités sont à rapprocher de celles constatées sur la variabilité naturelle des paramètres modaux où l'amortissement a été jugé comme un paramètre instable. Cependant, d'autres études tendent à confirmer l'utilité de se servir de l'amortissement comme d'un indicateur de l'intégrité de la structure. Il reste cependant évident que ce choix n'a fait l'objet que de peu de travaux, par la sensibilité même des amortissements à estimer.

Williams & Salawu [98] ont examiné l'utilisation de l'amortissement comme une méthode de détections d'endommagement. Quelques cas ont été discutés, tel que pour les ponts du béton, les structures composées. À partir des essais faits sur 23 ponts par Eyre & Tily [99], il a été rapporté que l'amortissement a augmenté avec l'amplitude de vibration et s'est stabilisé à un niveau supérieur qui peut être quatre fois plus haut que le niveau de petites amplitudes. Il y avait une tendance que l'amortissement augmentera avec les fréquences.

Il est attendu normalement qu'une structure endommagée augmenterait l'amortissement par rapport à celui de la structure saine à cause du frottement entre surfaces de la fissure. Cependant, c'est moins possible de choisir l'amortissement comme un indicateur pour la détection d'endommagement, a comparé aux fréquences propres et aux déformés. Une des raisons est le manque d'exactitude dans la détermination des taux d'amortissement. Il y a des situations où

l'amortissement peut être un indicateur préférable quand les fréquences et formes de mode sont insensibles à des endommagements.

1.10 Méthode non linéaire

Actis & Dimarogonas [100] développent un modèle élément fini de poutre pour une ouverture et une fermeture de fissure. Ils déterminent si la fissure est ouverte ou fermée en regardant le signe du moment de flexion à l'endroit de la fissure. Ils font l'approximation que la déformée modale ne change pas en raison de la fissure. Ils présentent également des résultats montrant les harmoniques produits de l'ouverture et de la fermeture de la fissure.

Lin & Ewins [101] proposent un procédé de localisation d'une non-linéarité structurale en utilisant l'essai modal. La base pour le processus est une technique de recalage d'un modèle avec des données modales, mesurées à différents niveaux de réponse et employées pour localiser la non-linéarité.

Sinou et Lees [40] ont étudié l'influence des fissures transversales. Le but principal de leur travail était d'étudier les effets de la fissure en tenant compte du comportement dynamique non linéaire dû à la présence de fissure transversale afin d'obtenir quelques indications qui pourraient être utilisées dans la détection de la présence d'une fissure dans le système de rotation. La variation de la fréquence de l'arbre, ainsi que le composant harmonique de la réponse du système dynamique sont les principaux effets dus à la présence d'une fissure dans un arbre.

Le but du travail de recherches de [102] était d'évaluer la réponse forcée d'une poutre fissurée d'Euler-Bernoulli. Ils ont utilisé beaucoup d'exemples numériques des poutres encastées avec une simple fissure. La méthode d'élément fini a été employée pour développer un modèle mathématique de la poutre. La méthode a pris la non-linéarité pour introduire la fissure en tant que matrice de la rigidité d'une structure pendant la vibration. L'équation différentielle du mouvement linéaire a été résolue par la méthode balancée harmonique et l'analyse de Fourier. Ils ont constaté que, le pic d'amplitude de résonance augmente quand la taille de la fissure augmente et la position est maintenue fermée à l'extrémité, en revanche, la fréquence de résonance diminue.

1.11 Analyse par ondelette

L'avantage principal d'utiliser la transformée en ondelette est sa capacité pour révéler quelques aspects cachés des données que les autres techniques d'analyse du signal manquent pour la localisation. Quand un signal structurelle vibratoire au domaine temporel est décomposé dans des signaux multiples qui utilisent la transformée en ondelette, le changement dû à un endommagement structurel dans chaque signal la différence notable peut manifester afin que la plus haute sensibilité à petit endommagement puisse être accomplie.

Y.Y. Kim, et al. [103, 104] ont utilisé avec succès la transformation en ondelettes pour la détection et la quantification des endommagements. Pour détecter l'endroit des endommagements, l'application directe de la transformation en ondelette dans les formes mesurées de mode est récemment utilisée. Cependant, les indicateurs proposés d'endommagements des approches d'ondelette sont limités à la localisation des endommagements seulement. L'évaluation de sévérité des endommagements infligés reste toujours à faire.

Hou, et *al.* [105] étudient les caractéristiques du signal vibratoire en utilisant la transformation en ondelettes. Le premier exemple a été montré par des données simulées produites d'un modèle structural simple soumis à une excitation harmonique. L'existence des endommagements et du moment quand elle s'est produite était clairement observable des données traitées par décomposition d'ondelette. Une autre application a été démontrée par les données expérimentaux d'accélération de la réponse sismique enregistrée sur le toit d'un bâtiment pendant le tremblement de terre 1971 de San Fernando. Les auteurs ont présenté les résultats par une carte de détectabilité montrant les effets de l'intensité de bruit et de la sévérité d'endommagements.

Zhang, et *al.* [106] ont adopté les transformés en ondelette en utilisant l'ondelette de Gabor pour détecter l'endommagement mince dans une poutre. Différentes configurations ont été considérées comme étudiées la robustesse de cette technique, y compris de divers endroits des capteurs, l'effet des conditions aux limites et la sévérité des endommagements. L'auteur a suggéré en utilisant deux positions de charge si l'endroit d'endommagements était complètement inconnu. Des recherches supplémentaires sont exigées pour améliorer cette méthode telle que la sélection d'ondelette optimale et quelques techniques pour éliminer les effets des conditions aux limites.

Une autre stratégie d'évaluation des endommagements dans les poutres et les structures en plaques a été présentée par Rucka et Wilde [107]. Les formes de modes de vibration des poutres ont été analysées par la transformée continue en ondelettes 1D (TCO). Une formulation 2D TCO pour la détection d'endommagements a également été présentée par les auteurs. La localisation des endommagements est alors indiquée par un pic de la variation spatiale de la réponse transformée. L'analyse proposée permettait effectivement d'identifier la position du défaut sans connaître au préalable les caractéristiques de la structure, ce qui constitue un énorme avantage de la méthode.

Rucka [108] a utilisé la technique de détection des endommagements basée sur les ondelettes sur une poutre cantilever avec des endommagements sous la forme d'une seule fissure de différentes profondeurs. L'auteur a présenté des résultats des analyses expérimentales et numériques de la détection d'endommagements qui se base sur l'exploitation des modes d'ordre supérieur. Huit premières modes sont prises en compte et l'influence de l'ordre du mode sur l'efficacité de la détection des endommagements par la transformée en ondelettes continue sont analysées.

Wu et Wang [109] ont rapporté une recherche de détection de fissure sur une poutre cantilever en aluminium sous un déplacement statique par l'exploitation de la transformée en ondelettes spatiale. Ce procédé est amélioré pour détecter la position de la fissure. L'ondelette de Gabor est utilisée pour analyser et identifier le profil statique de poutre cantilever dont la fissure soumise à un déplacement statique.

1.12 Réseaux de neurones

La détection d'endommagements dans les systèmes structurels est formulée comme un problème inverse et est résolue par une nouvelle approche utilisant un réseau neuronal [110]. Comme d'habitude, les auteurs ont modélisé les endommagements sous la forme d'une réduction locale de la rigidité. Des études numériques ont montré que les réseaux de neurones artificiels

(RNA) peuvent être entraînés avec un nombre réaliste de schémas d'entraînement et qu'il est capable de diagnostiquer correctement en se basant uniquement sur des mesures des déplacements statiques, tant que l'endommagement affecte la réponse observée. De la même manière, Barai et Pandey [111] ont développé un algorithme d'apprentissage par propagation arrière utilisant l'analyse de signature vibratoire d'une structure de pont typique à l'état endommagé simulé. Selon les auteurs, les performances du RNA formé, même avec une signature de vibration à un point et à un emplacement choisi de manière appropriée, se sont révélées raisonnablement bonnes comparées à celles obtenues avec des mesures de signature de vibration à trois et à cinq points. Cela a une importance technique très importante, car la mesure d'un seul nœud suffit pour l'identification. Ce point mis en évidence par les auteurs reste un sujet de recherche important dans les systèmes SHM, connu sous le nom d'optimisation de placement de capteur (SPC).

La modélisation mathématique appliquée aux structures complexes est largement utilisée pour l'analyse et la conception. Toutefois, ces modèles peuvent ne pas être suffisants pour identifier, par exemple, les changements observés dans une réponse dynamique. Identifier les modèles dans les réponses observées aux endommagements du membre est une caractéristique nécessaire dans une méthodologie robuste. Ces caractéristiques de capacité se retrouvent dans les réseaux de neurones artificiels (RNA) pour la reconnaissance de formes [112]. L'utilisation du RNA pour détecter les endommagements est encouragée, selon Montalvao et al. [113], en raison de ses caractéristiques structurelles très complexes, où des endommagements peuvent survenir à différents endroits.

On sait que les RNA sont de puissants outils de calcul pour la détection d'endommagements. Cependant, avec le bon traitement, en particulier avec une aide statistique, les RNA peuvent encore améliorer leurs performances. Zang et Imregun [114] ont traité de la détection d'endommagements structurels en utilisant des fonctions de réponse en fréquence mesurées (FRF) en tant que données d'entrée pour les RNA. L'acquisition d'une quantité excessive de signaux de vibration n'est pas réalisable. Les FRF sont des données acquises à un emplacement particulier dans une structure. Selon le point d'acquisition, les mesures peuvent fournir des données avec une qualité d'informations supérieure ou non. Ils ont utilisé l'analyse en composantes principales (ACP) pour évaluer l'importance des endommagements et pour n'utiliser que ceux ayant une signification statistique significative dans l'entrée du réseau neuronal. La combinaison de RNA avec d'autres techniques peut être vue dans plusieurs autres [115].

Pour tenter de résoudre le problème de l'identification des endommagements, certaines recherches ont utilisé les problèmes inverses pour résoudre un ensemble d'équations non linéaires simultanées [116-119].

Un grand inconvénient de certaines méthodes de détection d'endommagements est le temps requis pour effectuer le post-traitement des données collectées par les capteurs. De nombreux auteurs ont tenté d'accélérer ce processus, parmi eux Abdeljaber et al. [120] ont projeté une configuration de réseaux neurones convolutionnels simples (CNN) présentant des performances de détection élevées par rapport à des réseaux CNN plus complexes. Un autre avantage qui diminue le temps de traitement est l'utilisation de réseaux de capteurs dont les mesures ne nécessitent pas de post-traitement, ces caractéristiques ont permis de réaliser la détection d'endommagements en

temps réel. Des tests expérimentaux à grande échelle ont mis en évidence des performances de haut niveau en matière de détection et de localisation des endommagements, notamment grâce à la capacité des CNN à tirer des enseignements des mesures directes des capteurs et du type d'algorithme décentralisé mis en œuvre qui permet de mieux gérer les hautes fréquences et les quantités de données. On trouvera dans Yan et *al.* [121] un aperçu général de l'utilisation de RNA utilisant des méthodes basées sur les vibrations pour la détection des endommagements.

1.13 Algorithme génétique

L'algorithme génétique (GA) est l'un des outils d'optimisation les plus utilisés et les plus puissants pour les problèmes de détection d'endommagements. La méthode est basée sur le mécanisme de l'évolution biologique par le processus répétitif de codage, de sélection, de croisement et de mutation [122]. Dans le procédé, une population d'une propriété structurelle telle qu'une rigidité structurelle est établie pour des structures endommagées. Chaque membre de la population est codé dans une chaîne binaire ou un nombre réel. Les générations suivantes sont générées à partir de ces membres sur la base du principe « survie du plus apte ». Différente des techniques d'optimisation traditionnelles, les AG évalue simultanément de nombreuses solutions qui évitent potentiellement la convergence vers un optimum non global.

Les algorithmes génétiques ont suscité un intérêt considérable, car ils fournissent une solution robuste à des problèmes complexes. En raison de la façon dont l'algorithme génétique exploite la région d'intérêt, il évite de rester coincé à un local point minimum, c'est-à-dire une solution non optimale du problème dans la question. Friswell et *al.* [123] ont présenté un algorithme génétique combiné avec la sensibilité pour la détection d'endommagements. Afin de réduire l'effet d'erreur systématique, on prend en compte les changements de fréquence de la structure non endommagée à la structure endommagée au lieu de la fréquence naturelle de la structure endommagée. L'AG sert à localiser les endommagements en supposant que les endommagements surviennent à un seul endroit et en introduisant dans la fonction objectif un terme prenant en compte d'autres emplacements d'endommagements. L'analyse de sensibilité est ensuite utilisée pour quantifier les éléments endommagés identifiés. La méthode a permis de localiser des endommagements pour un exemple d'une poutre numérique et une plaque expérimentale.

Quelques années plus tard, Yong et Hong [124] ont proposé une méthode d'identification d'endommagements dans une poutre en fonction de son comportement dynamique, en minimisant une fonction objectif composée de données se référant à la structure avant et après l'insertion de l'endommagement. Pour cela, les auteurs utilisent un algorithme génétique et trois fonctions objectives ont été analysées dans cette étude : une fonction composée de fréquences naturelles, fonction composée de modes de vibration et une troisième fonction objectif composée de fréquences et de modes. Les auteurs ont observé un faible taux de variation des fréquences naturelles de la structure due aux endommagements. La méthode d'optimisation employée a présenté une excellente efficacité dans le processus de détection.

Hao et Xia [125] ont étudié la performance de plusieurs fonctions objectives pour la détection d'endommagements en utilisant trois critères, à savoir le changement de fréquence propre, ainsi que le changement des déformées modales et la combinaison des deux. Ils ont constaté que

l'utilisation du changement de fréquences propres fournit de meilleurs résultats de prévision d'endommagements que l'utilisation du changement de déformé modale. Il a également été observé que la performance de la détection d'endommagements en combinant les deux paramètres est affectée par la forme de la déformé modale par rapport à la fréquence propre.

Kim *et al.* [126] ont examiné la possibilité d'utiliser l'énergie de déformation modale pour la correction des paramètres d'endommagements en utilisant les AG. Ils ont démontré que ni la déformé modale ni l'énergie de déformation modale ne peuvent détecter les emplacements des coupures de scie dans un modèle de poutre libre. En outre, il a été rapporté que la combinaison de la fréquence propre et de l'énergie de déformation modale est le paramètre le plus efficace pour le recalage des paramètres d'endommagement.

Le monitoring structurel en lui-même ne trouve pas la solution aux problèmes structurels, selon Worden *et al.* [127], s'il est utilisé conjointement avec le développement des nouvelles technologies informatiques et des outils mathématiques, il ouvre la possibilité de résoudre des problèmes d'optimisation associés à SHM et à la recherche de la meilleure solution. D'après Sohn *et al.* [128], plusieurs méthodes de détections d'endommagements examinées tentent d'identifier les endommagements en résolvant le problème inverse qui nécessite inévitablement la construction d'un modèles analytiques. Cette dépendance d'un modèle, qui est régulièrement invérifiable et non complètement approuvé avec les informations de test, rend cette méthodologie moins robuste pour des applications spécifiques.

Jafarkhani et Masri [129] ont proposé une stratégie évolutive composée d'une optimisation stochastique en conjonction avec le recalage du MEF pour détecter les endommagements dans une structure en béton armé à travers l'induction d'une séquence d'excitations incrémentielles, par moyens de comparaison avec des tests expérimentaux, l'efficacité de la méthode de détection et d'identification d'endommagements a été améliorée. Les auteurs conviennent que ce type de la combinaison est efficace pour résoudre les problèmes de détection, d'identification et de localisation d'endommagements.

Braun *et al.* [130] ont abordé l'utilisation de problème inverse dans l'identification des coefficients de rigidité structurelle. Le problème a été résolu en utilisant différentes versions de l'algorithme Ant Colony Optimization (ACO). L'estimation des endommagements a été évaluée à l'aide de tests expérimentaux donnés supposant une configuration endommagée le long de la structure. Les résultats ont montré que la méthode hybride était la meilleure option pour le cas de détection d'endommagements étudiée et présente une application prometteuse dans une structure réelle.

Ces dernières années, une plus grande attention a été accordée pour les méthodes inverses qui utilisent les énergies, telle que l'énergie modale de déformation, pour les cas vibrants. Cha et Buyukozturk [131] avaient mis au point l'un des plus importants travaux impliquant MSE au cours des dernières années. Les auteurs ont fait utilisation de la métrique en énergie pour détecter les endommagements dans les structures mécaniques. Le niveau de complexité et de robustesse de la méthode a été amélioré grâce à une optimisation d'une fonction objective afin de détecter des endommagements multiples, ce qui est un grand défi pour les chercheurs de la région.

Avec la stratégie adoptée par les auteurs, les cas de multiples endommagements insérés dans des structures 3D ont été identifiés, même dans la présence de bruit. La méthode de déformation basée sur l'énergie et différentiel et un algorithme d'évolution (DE) a été proposé par Vo-Duy et *al.* [132]. L'algorithme a été utilisé pour localiser et quantifier des endommagements sur une plaque laminée. Tout d'abord, la méthode d'énergie de déformation modale a été utilisée pour identifier un ensemble d'éléments potentiels endommagés. Ensuite, l'algorithme d'évolution différentielle était utilisé pour minimiser une fonction objective basée sur l'erreur des modes de vibration. Des exemples numériques traités par les auteurs ont pu détecter des endommagements même sous des conditions avec du bruit.

De la même manière, Gomes et *al.* [133-135] ont développé un algorithme utilisant les AG et la MEF, communément appelé un processus de recalage du MEF. Avec cette stratégie, les auteurs réalisent des études numériques et expérimentales afin de détecter des endommagements sous forme de trous circulaires dans des plaques. Le problème inverse a été résolu en deux approches : la première utilisant une fonction objectif composée uniquement de fréquences naturelles, la deuxième approche utilisant une fonction composée d'une bande de fréquence et de déformé modale. Les auteurs ont indiqué dans leurs articles que la combinaison de ces deux approches est beaucoup mieux affinée pour la localisation d'endommagement, puisque les fréquences propres sont des excellents indicateurs globaux de l'état structural, tandis que les modes de vibrations fournissent plus de données locales.

Wang [136] a proposé un algorithme génétique multicouche (ML-GA) utilisant la corrélation du vecteur énergie de déformation modale comme une fonction objective. La méthode est développée pour surmonter les problèmes mal conditionnés qui se produisent lorsque le nombre de paramètres d'endommagement est très grand. Dans la méthode, le processus de recalage du paramètre d'endommagement est divisé en plusieurs étapes. Dans la première étape, les paramètres d'endommagement sont classés en groupes principaux et l'optimisation est effectuée pour chaque groupe. Dans l'étape suivante, l'optimisation est effectuée pour un groupe plus important avec le point de départ hérité des étapes précédentes. Le processus aboutit à la dernière étape où un groupe inclut tous les paramètres d'endommagement. La méthode a permis d'identifier les éléments endommagés d'un modèle de pont en treillis complexe avec une réduction significative du coût de calcul. Cependant, un niveau élevé des éléments non endommagés a été observé. En outre, la prévision de l'étendue d'endommagement doit être améliorée.

Un examen général est présenté dans le Tableau 1-2, qui expose les paramètres utilisés par plusieurs chercheurs afin de résoudre le problème de détection d'endommagements par des méthodes inverses d'optimisation.

Tableau 1-2. Revue des paramètres utilisés dans l'optimisation de la détection des endommagements.

Auteur	Algorithme	Fonction objective	Description
Friswell et al. [123]	AG	$J = \sum_{j=1}^r \left(\frac{\delta\omega_{mj} - \delta\omega_{aj}}{\delta\omega_{mj}} \right)^2 + \sum_{j=1}^r (\phi_{mj} - \phi_{aj})^T (\phi_{mj} - \phi_{aj})$	Fréquences naturelles et déformées modales
Yong and Hong [124]	AG	$J = \sum_{i=1}^{nm} \left[\left(\frac{\lambda_i(\alpha) - \lambda_i^0}{\lambda_i^0} \right)^A - \left(\frac{\lambda_i^D - \lambda_i^U}{\lambda_i^U} \right)^E \right]^2 + [(\phi_{ij}(\alpha) - \phi_{ij}^0) - (\phi_{ij}^D - \phi_{ij}^U)]^2$	Fréquences naturelles et déformées modales
Jafarkhani and Masri [129]	CMA	$J(\alpha) = \sum_{i=1}^n \left[\left(\frac{f_i^e - f_i^a}{f_i^a} \right)^2 + \left(1 - \frac{ \phi_i^{eT} \phi_i^a ^2}{(\phi_i^{eT} \phi_i^e)(\phi_i^{aT} \phi_i^a)} \right) \right]$	Fréquences naturelles et déformées modales
Nanda et al. [137]	PSO	$J = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^n \left(\left(\frac{f_i^m}{f_i^c} \right) - 1 \right)^2}$	Fréquences naturelles
Mohan et al. [138]	PSO	$J = \sum_{q=1}^N \left(\sum_{a=1}^R \left(\sum_{p=1}^M \left(\frac{ H_{ak}(\omega_p, \alpha) - H_{ak}^m(\omega_p) }{\max(H_{ak}^m(\omega_p))} \right) \right) \right)$	Fonction réponse fréquentielle
Cha and Buyukozturk [131]	AG	$J = \sum_{i=1}^{ms} \left(\sum_{j=1}^{el} (\phi_i^{dT} K_j \phi_i^d - \phi_i^{sT} K_j \phi_i^s) \right)$	Déformée modale et rigidité
Braun et al. [130]	ACO	$J = \sum_{j=1}^N \left(\sum_{i=1}^{N_t} [x_j^{Mod}(K, t_i) - x_j^{Exp}(K, t_i)]^2 \right)$	Rigidité
Gomes et al. [135]	AG	$J = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^n \left(1 - \frac{\omega_i^d}{\omega_i(\vec{X})^c} \right)^2}$	Fréquences naturelles
Gomes et al. [133, 134]	AG	$J = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^n \left(1 - \frac{\omega_i^{real}}{\omega_i(\vec{X})^{model}} \right)^2} + \sum_{i=1}^n (\ddot{x}^{real} - \ddot{x}^{model})^2$	Fréquences naturelles et accélération
Vo-Duy et al. [132]	DE	$J = \sum_{i=1}^{nm} \frac{\ \phi_i^d - \phi_i^d(x)\ }{\ \phi_i^d\ }$	Déformée modale

1.14 Autres méthodes

Beaucoup d'autres approches ont été proposées dans la littérature et concentrées sur les différents aspects du problème. Les méthodes conventionnelles utilisées dans SHM ont attiré l'attention de nombreux travaux afin de détecter et d'identifier l'emplacement et la gravité des endommagements. Ces méthodes utilisent la réponse modale de la structure au moyen d'essais de vibration ou de simulations numériques dans le but de détecter des endommagements dus à des modifications de la dynamique de la structure. D'autre part, les méthodes avancées concernent des techniques plus spécifiques, telles que l'analyse en ondelettes, la transformation de Hilbert Huang (HHT), les méthodes d'optimisation et les réseaux de neurones.

Sawyer et Rao [139] ont proposé un système d'identification d'endommagements basé sur la logique floue. Les déplacements statiques, les décalages de fréquence et les valeurs MAC de la déformé modale ont été convertis en un ensemble flou comme des entrées dans le système. Une mémoire associative floue les a ensuite convertis en un ensemble de sortie flou, qui a finalement été diffusé pour produire un ensemble de données précis contenant l'emplacement et la sévérité des endommagements. La mémoire associative floue a été formée à l'aide d'un ensemble de simulations EF contenant plusieurs pourcentages de réduction de la rigidité dans chaque élément séparément. Le système a été mis en place pour un seul emplacement d'endommagement et des problèmes de faisabilité informatique se sont posés dans des structures plus complexes ou des structures avec plusieurs éléments endommagés. Les avantages potentiels de l'utilisation de la logique floue découlent de sa capacité à faire face à des conditions bruyantes ou incertaines.

Ganguli [140] a développé un algorithme flou pour analyser le comportement d'une pale de rotor d'hélicoptère. La modélisation de l'endommagement structurel a été réalisée sous forme d'une réduction de rigidité dans un certain site endommagé. Les changements dans les fréquences de la pale de rotor (dus aux endommagements) ont été calculés à partir du modèle élément fini, puis la logique floue est appliquée pour cartographier les écarts de mesure causés par les endommagements. Le système appliqué par Ganguli [140] a correctement identifié 30 % des niveaux de bruit de la condition saine, minimisant ainsi le risque des éléments non endommagés lors de la détection, ce qui constitue un problème fondamental dans l'analyse des endommagements dans les structures. De cette manière, on peut en déduire que la logique floue proposée par l'auteur est une technique appropriée pour aider à la localisation approximative des endommagements dans les structures.

En ce qui concerne le signal de vibration, la transformation de Hilbert-Huang (HHT) a été utilisée dans quelques travaux. La transformation contient une séparation exacte dans divers modes et ensuite l'utilisation du changement dans chaque mode de manière indépendante. Quek et *al.* [141] ont illustré la viabilité de la transformation de Hilbert-Huang (HHT) en tant qu'outil de traitement du signal permettant de localiser une anomalie se présentant sous la forme d'une fissure, d'un délaminage et d'une perte de rigidité des poutres et des plaques. Les résultats indiquent que HHT était capable de bien représenter un événement localisé et est sensible aux légères distorsions du signal. Cependant, la sensibilité de HHT est telle que l'analyse avec un signal déformé nécessite une interprétation attentive, soulignent les auteurs.

De même, selon Carden et Fanning [142], aucun algorithme n'a encore été proposé, qui puisse être appliqué universellement pour identifier tout type d'endommagement dans tout type de structure. De même, étant donné qu'aucun algorithme n'a été trouvé pour tenter de prédire la durée de vie restante d'une structure, il existe un défi évident pour la communauté de recherche en surveillance de condition afin de s'attaquer à ce que l'on appelle l'identification de niveau 4. Donc, cela nous porte à croire que, comme déjà mentionné, le système SHM est extrêmement complexe. Chaque cas à analyser dépendra d'une analyse technique approfondie dans laquelle une méthode / un algorithme sera plus sensible ou non pour la détection / l'identification d'endommagements.

Xiang et Liang [143] ont développé une approche en deux étapes pour la détection d'endommagements multiples dans des plaques minces. La première étape consiste à détecter l'emplacement des endommagements en appliquant la transformée en ondelettes à la forme modale pour révéler des singularités. La quantification des endommagements sur les sites identifiés est ensuite évaluée dans un deuxième temps à l'aide d'un algorithme d'optimisation d'essais de particules. Les auteurs ont conclu que la méthode proposée était efficace pour détecter des endommagements multiples et fonctionnait raisonnablement bien même lorsque les fréquences propres ne sont pas mesurées avec une grande précision. Les analyses ont également suggéré que l'utilisation de fréquences naturelles d'ordre supérieur pouvait conduire à de meilleurs résultats pour évaluer la sévérité des endommagements.

En ce qui concerne les techniques intelligentes, Hakim et Abdul Razak [144] ont utilisé des techniques de système d'inférence neuro-flou adaptatif (ANFIS) et de réseau neural artificiel (RNA) pour identifier les endommagements sur un pont en acier à l'aide de paramètres dynamiques. Les données requises pour l'intelligence artificielle n'étaient que les fréquences naturelles. Dans leur étude comparative, les résultats ont montré que l'ANFIS et RNA présentaient de bons indicateurs. Cependant, il a été dit que l'architecture ANFIS proposée utilisant un algorithme hybride fonctionnait mieux que l'algorithme en réseau multicouche utilisant l'algorithme de rétro-propagation.

De la même manière innovante, Zhu et Wu [145] ont mis au point une méthode rapide de détection des endommagements structurels basée sur les données de vibrations structurelles, qui est utilisée pour évaluer rapidement les défaillances structurelles en vue d'une surveillance à court terme. Dans l'article, les auteurs ont utilisé un système d'inférence neuro-flou adaptatif pour l'identification non paramétrique. ANFIS a été capable de fournir un degré élevé de précision pour prédire la réponse structurelle.

Comme la présence d'une fissure ou d'un délaminage provoque une discontinuité dans les premières dérivées des formes modales, une méthode numérique de détection des discontinuités par une technique appelée annihilation polynomiale a été présentée par Surace et al. [146]. Le procédé, déjà proposé pour les structures en forme de poutre, a été étendu pour permettre la détection et la localisation d'endommagements dans les structures en plaques. Les résultats indiquent que le développement de la technique de test non destructif des structures en forme de plaque est très précis.

D'autre part, les techniques de contrôle non destructif appliquées aux matériaux à hautes sensibilités ainsi qu'aux matériaux composites doivent être évaluées selon plusieurs catégories : efficacité de la détection, localisation et identification des endommagements dès les premières étapes, complexité de l'application et coût de l'inspection. Dans l'étude de Katunin et *al.* [117], les auteurs ont testé expérimentalement trois structures composites, l'une d'entre elles étant extraite du stabilisateur vertical d'un avion militaire, présentant des endommagements par impact et un délaminage mal visible. Les tests ont été réalisés à l'aide de diverses techniques, notamment la détection par capteurs piézoélectriques (ondes guidées), les ultrasons, la thermographie et l'inspection des vibrations, afin d'analyser l'applicabilité de ces méthodes dans les conditions environnementales d'inspection des éléments de l'avion. L'analyse a permis de conclure sur l'efficacité des méthodes appliquées et de leurs applications spécifiques dans le test non destructif d'éléments composés.

Il est connu que les matériaux composites sont très utiles dans l'aspect structurel, en particulier dans les applications sensibles au poids. Les modèles de test de la même structure en matériaux composites peuvent présenter un comportement dynamique très différent en raison des grandes incertitudes associées aux propriétés du matériau composite. De plus, les structures composites peuvent souffrir d'imperfections préexistantes telles que des délaminages, des vides ou des fissures lors de la fabrication. Chandrashekar et Ganguli [77] ont proposé une modélisation des incertitudes dans les structures composites via un système de logique floue robuste, utilisée pour la détection de délaminage. La logique a été conçue en utilisant des variations de fréquences naturelles dues au caractère aléatoire des propriétés du matériau. L'analyse probabiliste a ensuite été réalisée à l'aide de la simulation de Monte-Carlo dans un modèle d'éléments finis. Les auteurs ont conclu que le système présentait une excellente robustesse pour détecter le délaminage à des niveaux très élevés d'aléatoire dans les données d'entrée.

Certains chercheurs ont proposé d'autres méthodes non conventionnelles utilisant la dynamique structurelle [120, 147-153]. Il est clair que le développement de techniques de surveillance structurelle efficaces est nécessaire pour améliorer la sécurité et l'intégrité des structures composites. Par exemple, Qiao et *al.* [154] ont évalué des techniques de détection des endommagements basés sur la dynamique pour des plaques composites stratifiées utilisant des matériaux piézoélectriques intelligents et une instrumentation moderne, telle que le vibromètre à balayage laser. Les auteurs ont mis en œuvre l'algorithme de détection d'endommagements avancée pour la détection du délaminage de plaques stratifiées, démontrant ainsi que l'approche de détection d'endommagements basés sur la dynamique utilisant la forme en mode courbure est une technique viable pour la surveillance de structures composites.

Le rapport de la variation de l'énergie cinétique modale est utilisé comme indicateur de localisation et quantification d'endommagement [155]. Des simulations numériques sur une structure poutre et des expériences sur une poutre simplement appuyées ont été réalisées. La faisabilité et la fiabilité de cette méthode utilisant des formes de mode incomplètes (uniquement les degrés de liberté de translation) sont étudiées. Cette méthode fonctionne très bien dans l'environnement à bruit faible selon les simulations numériques et les résultats expérimentaux. Selon les résultats, la méthode proposée donne de bons résultats sous le bruit de 0,5 % imposé aux

fréquences propres. Les résultats expérimentaux ont montré qu'avec deux modes de vibration, la localisation de l'endommagement peut être effectuée avec succès et que la précision de l'étendue d'endommagement se situe dans une plage acceptable. Cependant, cette méthode nécessite des études supplémentaires sur le sujet pour des structures plus complexes et réelles.

1.15 Conclusion

Dans ce chapitre, une revue de la littérature des techniques d'identification d'endommagement utilisant les réponses vibratoires de la structure est présentée. Pour identifier les endommagements, les chercheurs utilisent plusieurs paramètres différents : les paramètres modaux (fréquences propres, modes propres et courbures modales), les FRFs et des données en domaine de temps. Dans le contenu de cette thèse, nous nous intéressons à l'utilisation des paramètres modaux (fréquences, modes, courbure) pour l'identification d'endommagements. Dans la suite de la thèse, au chapitre 3, nous ferons une étude comparative de modèles de modélisation d'endommagements en comparant leurs fréquences naturelles obtenues analytiquement par rapport aux fréquences naturelles obtenues expérimentalement. Au chapitre 5, nous présentons deux méthodes de détection, localisation et quantification d'endommagement basées sur les paramètres modaux combinées aux algorithmes génétiques.

Chapitre 2 DE LA MECANIQUE VIBRATOIRE A LA METHODE DES ÉLÉMENTS FINIS

Dans la littérature pédagogique, le problème de l'équilibre statique, sous sa forme la plus générale, est couramment introduit dans le cas du système continu 3D. Au lieu de cela, dans un manuel de mécanique vibratoire, le problème est généralement formulé pour un système discret, qui dans la plupart des cas est un ensemble de particules matérielles. Néanmoins, des analogies strictes subsistent entre les équations de mouvement respectives, ainsi que dans les procédures de découplage des équations (connues sous le nom d'analyse modale et spectrale). Dans ce chapitre, ces analogies sont clairement mises en évidence, afin de montrer comment il est possible de réaliser une formulation généralisée du problème vibrationnel, adaptée à la fois aux domaines discrets et continus. Ensuite, nous avons présenté essentiellement les formulations élémentaires et globales des matrices de raideur et de masse que nous avons utilisé dans le code de programmation MATLAB pour une analyse modale des structures poutres d'Euler-Bernoulli, des treillis et des structures 3D. Le développement élémentaire consiste à déterminer une fonction de forme qui assure le passage du problème continu au problème discret en représentant les déplacements de l'élément en fonction des déplacements nodaux, puis à calculer, pour chaque élément, ses caractéristiques élémentaires : matrice de rigidité, matrice de masse, etc. La formulation globale consiste à chercher, pour la structure complète, l'expression matricielle du principe des travaux virtuels en fonction des déplacements inconnus pour chaque nœud de la structure. Ceci nécessite l'assemblage des caractéristiques élémentaires (matrice de rigidité, matrice de masse...) de tous les éléments. Ainsi, nous aboutissons à un système d'équations linéaires qui régissent le comportement statique et dynamique de la structure.

2.1 Introduction

L'un des objectifs d'une évaluation dynamique est en premier lieu la détermination des caractéristiques modales de la structure, processus appelé identification modale. Cela inclut les fréquences propres, les coefficients d'amortissement et les déformées propres. Afin de les identifier, il est nécessaire d'exciter la structure pour produire une réponse sur chaque mode pertinent. La sélection d'une excitation pour des essais vibratoires est donc un problème essentiel suivant l'analyse que l'on poursuit. Le recours à des essais sous excitation ambiante est aujourd'hui de plus en plus populaire parce que ce choix est plus proche des préoccupations des ingénieurs soucieux d'appréhender le comportement des ouvrages dans leur fonctionnement courant.

Dans ce chapitre, nous présentons une synthèse bibliographique sur des méthodes d'identification modale. D'abord, on se place dans le contexte général des méthodes d'identification modale. Ensuite, nous rappelons des méthodes d'identification modale pour les systèmes mécaniques linéaires. Ensuite, nous présentons les concepts de base utilisés dans les essais vibratoires et en particulier, nous allons nous focaliser sur la perspective de détection des endommagements. Le système à plusieurs degrés de liberté est étudié pour ressortir son comportement en termes de réponse équilibrée transitoire et forcée. Ensuite, le modèle modal est développé et les paramètres modaux, à savoir les fréquences propres, les déformées modales sont présentés.

2.2 Classification des méthodes d'identification modale

Depuis les années 70, beaucoup de techniques d'identification ont été proposées. La classification d'un si grand nombre de méthodes est très difficile. Maia et *al.* [156] ont fait une classification suivant le domaine où les données sont traitées c.-à-d., temps, fréquence. Pour sa thèse, T. P. Le [157] a ajouté à la classification un groupe contenant les méthodes dans le domaine temps-fréquence (Figure 2.1).

Les méthodes dans le domaine temporel et fréquentiel peuvent encore être divisées en méthodes indirectes et en méthodes directes. La méthode indirecte permet d'identifier les paramètres modaux (fréquences naturelles, taux d'amortissement, déformées modales). La méthode directe donne les caractéristiques mécaniques (masse, rigidité) du modèle spatial.

Une division supplémentaire concerne le nombre de modes qui peuvent être analysés. Si un seul mode est considéré dans l'analyse, c'est l'analyse à un degré de liberté (SDOF : single degree of freedom). Si plusieurs modes sont pris en compte, c'est l'analyse à multiples degrés de liberté (MDOF : multiple degree of freedom). Dans le domaine temporel, il n'y a que l'analyse MDOF, mais dans le domaine fréquentiel, il existe les deux types d'analyse : SDOF et MDOF. La méthode directe ne travaille que sur l'analyse MDOF.

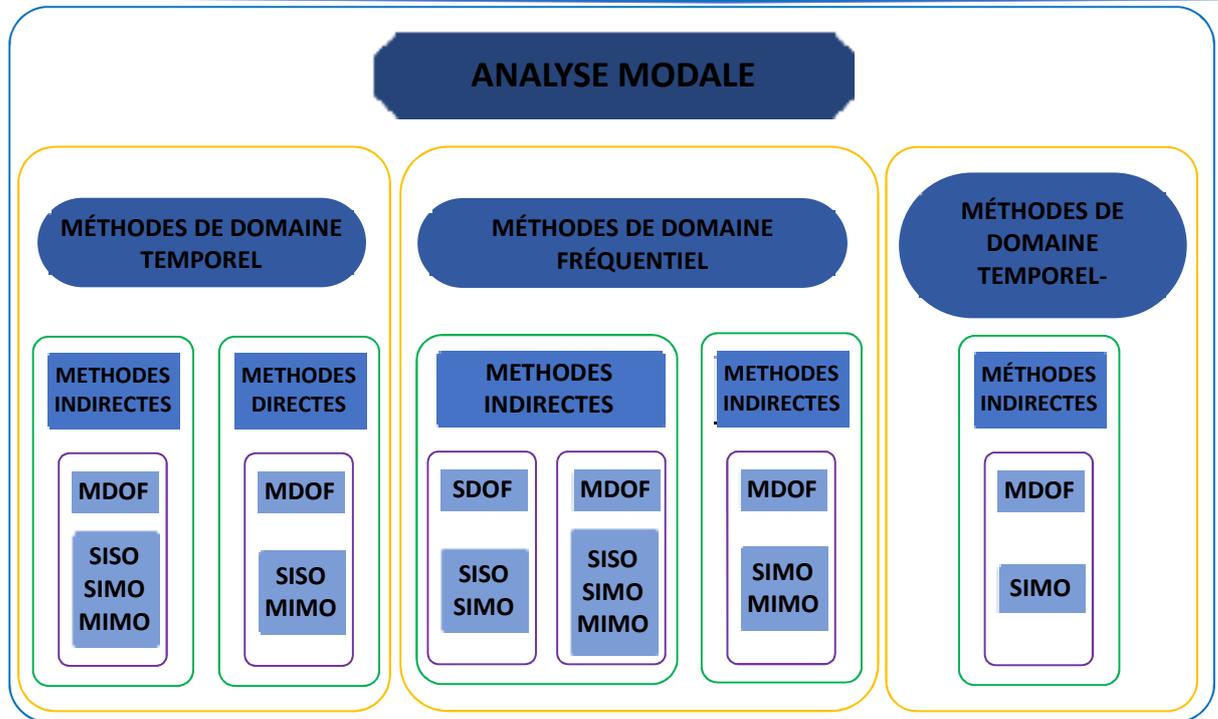


Figure 2.1. Classification des méthodes d'identification modale issue de Le [157].

Habituellement, quand la structure est testée, non seulement les réponses brutes sont enregistrées, mais les FRFs (frequency response function) sont aussi calculées par l'analyseur à partir des réponses et des excitations mesurées. Les méthodes d'analyse modale qui s'appliquent seulement à une seule FRF sont appelées méthodes à une FRF ou à une entrée — une sortie (SISO : single input-single output). D'autres méthodes permettent l'analyse simultanée de quelques FRFs avec les réponses mesurées à différents endroits de la structure soumise à la même excitation. Elles sont appelées méthodes globales ou une entrée — multiples sorties (SIMO : single input-multi-output). La philosophie de ces méthodes est que, dans le cas linéaire et stationnaire, les fréquences naturelles et les taux d'amortissement sont des propriétés globales et ne varient pas d'une FRF à une autre. Ils doivent être égaux pour chaque FRF. Finalement, il existe d'autres méthodes qui peuvent traiter en même temps toutes les FRFs possibles qui sont obtenues à partir de différents endroits d'excitation et de réponses de la structure. Elles sont appelées polyréférence ou multiples entrées-multiples sorties (MIMO : multi-input-multi-output).

Les méthodes appliquées dans le domaine temps-fréquence permettent l'identification modale avec le modèle indirect, de type MDOF et SIMO.

2.2.1 Identification modale des systèmes mécaniques linéaires

Pour les systèmes linéaires, la réponse vibratoire de plusieurs excitations simultanément appliquées est égale à la somme des réponses vibratoires dues à chaque excitation séparément. L'équation vibratoire d'un système linéaire peut s'écrire comme suit

$$M\ddot{x}(t) + C\dot{x}(t) + Kx(t) = F(t) \quad (2.1)$$

où M , K et C sont les matrices de masse, de rigidité et d'amortissement ;

x , \dot{x} et \ddot{x} sont respectivement le déplacement, la vitesse et l'accélération. F est le vecteur des forces extérieures appliquées.

Il existe beaucoup de techniques d'identification des systèmes linéaires. On recense ici les méthodes les plus courantes. Ces techniques sont répertoriées en temps, en fréquence ou en temps-fréquence.

2.2.1.1 Méthodes appliquées dans le domaine temporel

Traditionnellement, les deux méthodes souvent appliquées dans le domaine temporel sont la méthode d'Ibrahim Time Domain (ITD) et la méthode de Least Squares Complex Exponential (LSCE). La méthode d'ITD est proposée par Ibrahim [158] et appliquée aux réponses libres de la structure. C'est une méthode indirecte, MDOF et SIMO. Elle est basée sur la matrice du système reliant la réponse libre de la structure aux temps à celle au temps $(t + \Delta t)$. Les valeurs propres de cette matrice du système donnent les fréquences propres et les taux d'amortissement, tandis que les vecteurs propres associés sont les déformées modales. Le facteur MCF (modal confidence factor) est proposé pour éliminer les modes non-physiques. Les avantages de cette méthode sont l'efficacité du calcul pour les systèmes dont les modes sont proches et la vérification de la qualité de calcul via le MCF. Son inconvénient est la grande sensibilité aux signaux bruités en ce qui concerne la détermination du taux d'amortissement.

La méthode LSCE est introduite comme une extension de la méthode de Prony dans la référence [159]. La méthode de Prony ou la méthode exponentielle complexe (CE : complex exponential) est une méthode indirecte, MDOF et SISO. Elle travaille sur une RIF (impulse response function) tandis que la méthode LSCE utilise plusieurs RIFs en même temps et donc de type SIMO. Partant du modèle modal de RIF dans le temps, la méthode de Prony détermine les coefficients d'un polynôme dont les solutions sont les exponentielles des pôles du système multiplié par Δt . La prise en compte de plusieurs RIFs dans la méthode LSCE conduit à l'obtention de ces coefficients au sens de moindres carrés. Comme la méthode CE, la difficulté de la méthode LSCE consiste en l'estimation correcte du nombre de modes.

Récemment, Feeny *et al.* [160, 161], Kershner et Golinval [162], Elias *et al.* [163] ont présenté l'application de la décomposition orthogonale en valeur propre (POD : proper orthogonal decomposition) pour identifier des paramètres modaux du système mécanique linéaire à partir de la réponse libre. Les résultats de leurs méthodes montrent que les modes propres orthogonaux (POMs : proper orthogonal modes) convergent vers les modes propres de la structure. Dans la référence [163], les auteurs ont démontré mathématiquement que la POD peut être utilisée pour des systèmes dynamiques dont la matrice de masse n'est pas proportionnelle à la matrice identité. Ils ont aussi étudié les conditions de la durée d'observation et du pas dans le temps pour assurer la précision du résultat. En pratique, l'application de la POD pour l'identification modale est limitée et rencontre des difficultés. En effet, les POMs sont orthogonaux et les modes propres sont orthogonaux par rapport à la matrice de masse ; pour l'application dans la pratique, il faut que la matrice soit proportionnelle à l'identité ou bien la connaître.

Chelidze et Zhou [164] ont proposé une nouvelle méthode appelée la décomposition orthogonale lisse (SOD : smooth orthogonal decomposition). D'autres applications de la SOD pour

identifier les paramètres modaux à partir de la réponse vibratoire sous l'excitation ambiante sont proposées par Farooq et Feeny [165]. Pour la méthode SOD, contrairement à la méthode POD, il n'est pas nécessaire de connaître la matrice de masse pour identifier les paramètres modaux.

2.2.1.2 Méthodes appliquées dans le domaine fréquentiel

Les méthodes fréquentielles utilisent souvent les FRFs pour l'identification des paramètres modaux. Il existe des méthodes bien connues de type IDDL comme le Peak Picking, le Circle fitting ...etc. En ce qui concerne le type MDDL et SIMO, une méthode classique est la méthode Global Rational Fraction Polynomial (GRFP). C'est une extension de la méthode Rational Fraction Polynomial (RFP) qui est appliquée sur une seule FRF [166]. La FRF dans la méthode RFP s'écrit sous forme d'un rapport de deux polynômes dont le numérateur a des coefficients ak et le dénominateur des coefficients bk . La minimisation entre la FRF du modèle et la FRF mesurée permettra de déterminer les coefficients ak et bk . À partir des coefficients bk , on déduit les fréquences propres et le taux d'amortissement. À partir des coefficients ak et des pôles précédemment déterminés, on trouve les constantes modales et les phases. La méthode GRFP combine plusieurs FRFs mesurées afin d'estimer les paramètres modaux. À noter que les fréquences propres et le taux d'amortissement sont égaux pour les différentes FRFs (les propriétés globales) ; par contre, les constantes modales et les phases dépendent de chaque FRF (les propriétés locales). La méthode GRFP cherche d'abord les propriétés globales en regroupant toutes les FRFs et puis les propriétés locales sont déterminées sur chaque FRF indépendamment.

2.2.1.3 Méthodes appliquées dans le domaine temps-fréquence

Les techniques de traitement du signal temps-fréquence ont été appliquées dans l'identification modale à partir des années 90. On peut citer la transformée en ondelettes utilisée par [167-176]. La transformée en ondelettes est appropriée au signal de multicomposantes, ce qui est souvent rencontré dans la réponse libre des structures en vibration. Staszewski [167] propose trois méthodes de détermination du taux d'amortissement basées sur la transformée en ondelettes. Ruzzene et al. [168] démontrent que la transformée en ondelettes améliore la technique utilisant la transformation de Hilbert grâce au rôle de filtre de l'ondelette mère. Le signal d'une structure sous excitation ambiante a été utilisé pour la validation. Les signaux sont traités par la méthode de décrétement aléatoire pour avoir la réponse libre de la structure qui sera effectivement traitée par la transformée en ondelettes.

Les fréquences propres et le taux d'amortissement sont extraits et donnent une bonne concordance avec d'autres méthodes. Argoul et al. [169, 170] utilisent les réponses libres d'une structure à plusieurs ddl et proposent la procédure de détermination des fréquences propres, des taux d'amortissement et des déformées modales. Le et Argoul [175] proposent un choix de l'ondelette mère et de la localisation temps-fréquence dans le contexte de traitement des signaux réels modulés en amplitude et en fréquence. Trois types d'ondelettes (ondelette de Morlet, de Cauchy et harmonique) sont comparées et deux ondelettes (Morlet et Cauchy) sont retenues. Les auteurs proposent un facteur défini par le rapport entre le centre de fréquence et la bande de fréquence. Lorsque le coefficient tend vers l'infini, les résultats avec ces deux ondelettes coïncident.

Les méthodes de détection d'endommagements basées sur les mesures vibratoires ont suscité des attentions considérables, bien que l'idée fondamentale soit très semblable. Il y a différentes manières de surveiller le mouvement dynamique de la structure. Il est normal que quelques méthodes aient leur propre domaine d'application, avec des avantages et des inconvénients. Chacune de ces méthodes à ses avantages particuliers les rendant plus appropriés dans certaines applications que d'autres. Il y a un intérêt constant de la recherche des techniques les plus efficaces pour détecter les endommagements. Le problème de sensibilité constitue fréquemment un obstacle pour le succès des techniques. Une autre difficulté est la dépendance d'un modèle analytique très précis.

2.3 Étude des systèmes à n degrés de liberté

Dans cette partie, nous présentons la méthode de résolution des systèmes non amortis à n degrés de liberté, en mouvement libre puis forcé (harmonique, périodique, ou quelconque) ; ce qui nous mène à parler des valeurs et vecteurs propres, ainsi que de plusieurs méthodes de calcul. Le cas des systèmes amortis sera traité brièvement.

2.3.1 Matrices de masse, de raideur, et d'amortissement :

Puisque dans plusieurs méthodes nous devons utiliser les équations de Lagrange, nous déterminons d'abord les expressions de l'énergie cinétique T , de celle de déformation U , et l'expression de la fonction de dissipation de Rayleigh R , qui seront utilisées dans ces équations.

Soit $x_n = \{x_1, x_2, \dots\}$ le vecteur de déplacement et $F_n(t) = \{F_1(t), F_2(t), \dots\}$ le vecteur des forces extérieures.

Les énergies sont données par les formules suivantes

$$T = \frac{1}{2} m_i \dot{x}_i^2 \quad (2.2)$$

Où :

$$T = \frac{1}{2} \{\dot{x}\}^T [M] \{\dot{x}\} \quad (2.3)$$

$$U_{ij} = \frac{1}{2} k_{ij} (x_i - x_j)^2 \quad (2.4)$$

$$R = \frac{1}{2} c_{ij} (\dot{x}_i - \dot{x}_j)^2 \quad (2.5)$$

avec x_i et x_j : Les déplacements aux nœuds i et j

k_{ij} et c_{ij} : La raideur du ressort et le coefficient d'amortissement visqueux entre ces deux nœuds.

Par l'application des équations de Lagrange par rapport aux coordonnées x_i , nous obtenons le système d'équations suivant

$$[M]\{\ddot{x}\} + [C]\{\dot{x}\} + [K]\{x\} = \{F(t)\} \quad (2.6)$$

où $[M]$: matrice de masse.

$[C]$: matrice d'amortissement.

$[K]$: matrice de raideur.

$\{F(t)\}$: vecteur des sollicitations extérieures.

Les matrices $[M]$, $[K]$ et $[C]$ sont symétriques, l'énergie de déformation et la fonction de dissipation de Rayleigh peuvent s'annuler même si les déplacements ne sont pas nuls. Donc les matrices de raideur et d'amortissement sont dites semi-définies positives.

2.3.2 Systèmes non amortis en mouvement libre — Calcul modal

L'équation d'équilibre dynamique se réduit dans ce cas à

$$[M]\{\ddot{x}\} + [K]\{x\} = 0 \quad (2.7)$$

Nous cherchons une solution de la forme

$$x = X e^{j\omega t} \quad (2.8)$$

où X : Est le vecteur des amplitudes.

Qui nous ramène alors au système suivant

$$([K] - \omega^2[M])\{X\} = 0 \quad (2.9)$$

Qui est le problème aux valeurs et aux vecteurs propres qui fournira comme résultats les valeurs ω_i , et les vecteurs $\{\phi\}_i$ correspondants.

Les vecteurs $\{\phi\}_i$ sont les formes modales ou formes propres, alors que chaque couple $(\omega_i, \{\phi\}_i)$ caractérise le $i^{\text{ème}}$ mode de vibration du système.

2.3.2.1 Propriétés des solutions propres

Nous remarquons que

$$\begin{cases} \{\phi\}_i^T [M] \{\phi\}_j = 0 \\ \{\phi\}_i^T [K] \{\phi\}_j = 0 \end{cases} \quad \forall i \neq j \quad (2.10)$$

Ce qui se traduit par l'orthogonalité des modes par rapport aux matrices de masse et de raideur. $\{\phi\}$ étant une matrice carrée, les matrices $\{\phi\}^T [M] \{\phi\}$ et $\{\phi\}^T [K] \{\phi\}$ seront des matrices diagonales.

En revenant à l'équation d'équilibre, nous avons

$$\omega_i^2 [M] \{\phi\}_i = [K] \{\phi\}_i \quad (2.11)$$

En multipliant par $\{\phi\}_i^T$, il vient

$$\omega_i^2 = \frac{\{\phi\}_i^T [K] \{\phi\}_i}{\{\phi\}_i^T [M] \{\phi\}_i} = \frac{k_i}{m_i} \quad (2.12)$$

avec $k_i = \{\phi\}_i^T [K] \{\phi\}_i$ et $m_i = \{\phi\}_i^T [M] \{\phi\}_i$ étant la raideur et la masse modale associées au $i^{\text{ème}}$ mode.

Mais il est à noter que si le système contient plusieurs modes du corps rigide, c'est-à-dire des fréquences nulles, la matrice $\{\phi\}^T [M] \{\phi\}$ ne sera pas diagonale.

2.3.3 Méthodes modales et pseudo - modales

La méthode modale consiste à diminuer le nombre d'équations à résoudre. Pour cela, on effectue le changement de variable suivant

$$\{x\} = (\phi_1, \dots, \phi_m) \begin{Bmatrix} q_1 \\ \vdots \\ q_m \end{Bmatrix} = [\phi]\{q\} \quad ; \quad m < n \quad (2.13)$$

où les $\{\phi\}_i$ sont les m premiers modes associés au système conservatif et q_i sont les nouvelles variables appelées variables modales.

L'équation de mouvement devient alors sous la forme

$$\{\phi\}^T [M] \{\phi\} \{\ddot{q}\} + \{\phi\}^T [C] \{\phi\} \{\dot{q}\} + \{\phi\}^T [K] \{\phi\} \{q\} = \{\phi\}^T \{F(t)\} \quad (2.14)$$

où $\{\phi\}^T [M] \{\phi\}$ et $\{\phi\}^T [K] \{\phi\}$ sont des matrices diagonales à cause des relations d'orthogonalité, alors que $\{\phi\}^T [C] \{\phi\}$ est seulement une matrice symétrique.

Si la matrice $[C]$ est proportionnelle, c.-à-d. s'il existe deux constantes α et β tel que

$$[C] = \alpha[M] + \beta[K] \quad (2.15)$$

Alors, nous pouvons déduire que les modes propres sont aussi orthogonaux par rapport à la matrice d'amortissement $[C]$, et la matrice $\{\phi\}^T [C] \{\phi\}$ est elle-même diagonale.

Cette condition simplifie bien les calculs puisqu'elle nous mène à un système de n ($< N$) équations découplées (à 1 degré de liberté). C'est la méthode modale.

2.4 Méthode des éléments finis en dynamique

Principalement, les méthodes de détection d'endommagements dans les structures mécaniques sont deux types : certaines qui utilisent un modèle analytique de leur comportement et d'autres non.

Pour le premier type de méthodes, il est présélectionné un ensemble de paramètres définissant le modèle de la structure étudiée et les mécanismes d'endommagements considérés. L'état d'endommagement est alors déterminé par l'intermédiaire des variations des valeurs de ces paramètres. Des modèles éléments finis sont utilisés. Le principe de la méthode des éléments finis est rappelé dans ce qui suit.

2.4.1 Principe de la méthode des éléments finis en dynamique

Le principe de base de la méthode des éléments finis consiste à subdiviser la structure continue en sous-domaines de forme relativement simple appelés « éléments finis », ce qui conduit à définir une approximation de la solution non pas pour l'ensemble de la structure, mais pour chacun de ses éléments constitutifs. Le choix des coordonnées généralisées de paramètres physiques permet alors d'exprimer simplement les conditions de continuité de la solution entre éléments adjacents ainsi que les conditions d'équilibre inter-éléments et finalement de résoudre le problème à l'aide de la méthode des déplacements.

Il y a plusieurs sortes de formulations d'éléments finis en mécanique des structures : formulation déplacements, contraintes, hybrides et mixtes (à plusieurs champs).

Dans la démarche fondamentale de la méthode des éléments finis, il faut distinguer trois aspects :

- La discrétisation de la structure en éléments,
- Le choix d'une approximation pour chaque élément,
- Le choix des coordonnées généralisées « physiques » (déplacements nodaux) pour chaque élément.

L'une des méthodes les plus utilisées en dynamique qui est basée sur une discrétisation spatiale par éléments finis de type déplacements, qui nous permet de faire l'étude du comportement dynamique d'une structure par la connaissance des déplacements aux nœuds en fonctions du temps est la méthode des déplacements. Nous pouvons mettre en évidence les différentes étapes de calcul comme suite de cette méthode considérée successivement :

- La discrétisation spatiale du domaine en éléments finis,
- La formulation au niveau de l'élément,
- La formulation globale après assemblage.

Ces trois aspects sont illustrés comme suit :

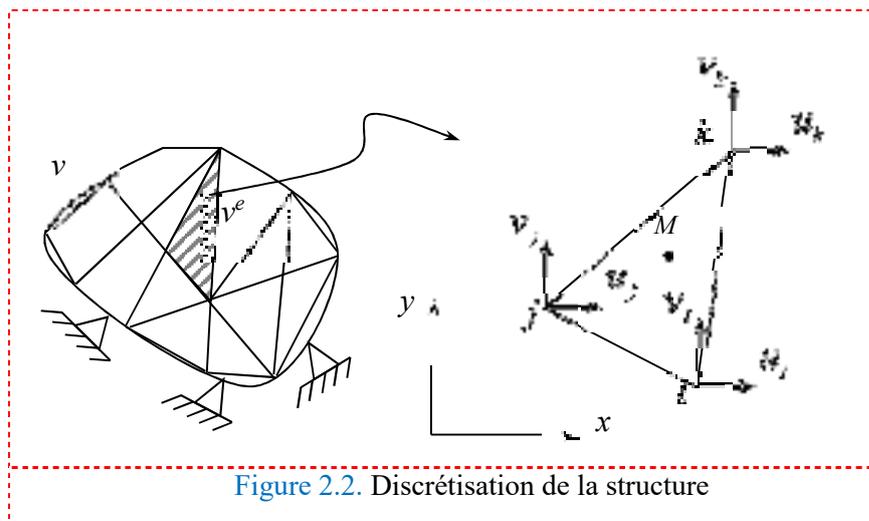


Figure 2.2. Discretisation de la structure

a) - Discrétisations de la structure (choix d'un maillage) : Nous subdivisons la structure ou le milieu continu à étudier (Figure 2.2) en éléments finis de forme de géométrie simple, de manière à approximer le mieux possible sa géométrie.

Dans cet exemple, il s'agit d'éléments plans de formes triangulaires.

b) - Approximation du champ des déplacements : Il est nécessaire de donner une approximation du champ des déplacements à l'intérieur de chaque élément e , par

$$[u(M)]^e = [\varphi(M)][a]^e ; \forall M(x, y, z) \in V^e (e : \text{élément}) \quad (2.16)$$

avec $[\varphi(x, y, z)]$: Matrice des fonctions de base de l'approximation.

$[a]^e$: Vecteur des coordonnées généralisées de l'élément.

Pour exemple, les problèmes d'élasticité plane, l'approximation minimale doit satisfaire le critère de complétude et représenter correctement les états de déformation constante ; c'est donc un polynôme complet du premier degré en fonction des x et y , nous avons donc

$$\begin{cases} u(x, y) = a_1 + a_2x + a_3y \\ v(x, y) = a_4 + a_5x + a_6y \end{cases}$$

Nous pouvons l'écrire sous forme matricielle

$$\begin{Bmatrix} u \\ v \end{Bmatrix}^e = \begin{bmatrix} 1 & x & y & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & x & y \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} a_1 \\ \vdots \\ a_6 \end{Bmatrix}^e$$

c)- choix des variables physiques : les déplacements aux nœuds

La relation de définition de l'approximation élémentaire (2.16) ne peut pas être utilisée pour résoudre le problème global. Les coordonnées généralisées varient d'un élément à l'autre et il est donc nécessaire d'adopter de nouvelles variables physiques permettant d'assurer la compatibilité des déplacements et d'exprimer les conditions d'équilibre aux nœuds. Dans ce cas, nous choisissons comme nouvelles variables les déplacements généralisés aux nœuds de l'élément. Soit q^e le vecteur regroupant au moins les composantes des déplacements aux nœuds et éventuellement leurs dérivées successives. Ce choix des paramètres physiques pour représenter le comportement de l'élément, varie en fonction de la nature du problème et des exigences de précision. Nous pouvons alors exprimer l'approximation du champ des déplacements sous la forme

$$[u(M)]^e = [A(M)][q]^e \quad (2.17)$$

avec $[A(M)]$ la matrice d'interpolation dont les éléments sont fonction des coordonnées d'espace.

2.4.2 Formulation des matrices élémentaires de masse et de raideur

La méthode des éléments finis est basée sur la discrétisation du domaine structural dans les éléments séparés pour lesquels des fonctions de forme sont définies et chaque élément est construit de plusieurs nœuds. La matrice de rigidité d'un élément fini est définie en utilisant le principe de l'énergie potentielle minimum. Si un élément fini est composé de r nœuds, des coordonnées x , des déplacements u , des points intérieurs peuvent être exprimés en termes de coordonnées x_i et les déplacements u_i à ces nœuds comme suit

$$\begin{aligned} x &= \sum_{i=1}^r N_i x_i \\ u &= \sum_{i=1}^r N_i u_i \end{aligned}$$

Les formulations générales pour les matrices de masse et de raideur si l'on connaît la fonction de forme d'un système des coordonnées locales sont données par

$$[M_e] = \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 [N]^T \cdot \rho \cdot [N] \cdot \det(J) d\xi_1 d\xi_2 d\xi_3 \quad (2.18)$$

$$[K_e] = \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 [B]^T \cdot [D] \cdot [B] \cdot \det(J) d\xi_1 d\xi_2 d\xi_3 \quad (2.19)$$

$[N]$: La matrice de fonction de forme,

$[B]$: Dérivée de la matrice de fonction de forme,

$[D]$: La matrice des constantes matérielles

J : Matrice Jacobienne du système de coordonnées locales et globales.

Dans le cas d'une barre unidimensionnelle d'Euler, les équations (2.18) et (2.19) se simplifient comme suit

$$[M_e] = \rho A \int_{-1}^1 N^T N \left(\frac{dx}{d\xi_1} \right) d\xi_1 \quad (2.20)$$

$$[K_e] = EI \int_{-1}^1 B^T B \left(\frac{dx}{d\xi_1} \right) d\xi_1 \quad (2.21)$$

avec ρA la masse linéique et EI la rigidité de flexion.

Les matrices globales de masse et de rigidité sont obtenues en assemblant les matrices de masse et de rigidité des différents éléments aux nœuds communs qui sont définis par les expressions suivantes

$$[M_A] = \sum_{i=1}^{N_{\text{élément}}} [M_e] \quad (2.22)$$

$$[K_A] = \sum_{i=1}^{N_{\text{élément}}} [K_e] \quad (2.23)$$

Remarque : Définissant le modèle éléments finis sous la forme d'une contribution de r sous-domaines caractérisés par les matrices $M_i^{(a)}$ et $K_i^{(a)} \in \mathbb{R}^{N,N}$

$$M^{(a)} = \sum_{i=1}^r M_i^{(a)} ; K^{(a)} = \sum_{i=1}^r K_i^{(a)}$$

De même pour la structure identifiée, introduisons une hypothèse d'affinité par sous-domaines

$$M^{(m)} = \sum_{i=1}^r (1 + m_i) M_i^{(a)} ; K^{(a)} = \sum_{i=1}^r (1 + k_i) K_i^{(a)}$$

Les paramètres m_i et k_i représentent respectivement les perturbations paramétriques des matrices de masse et de raideur correspondantes au $i^{\text{ème}}$ sous-domaine.

Dans les résultats de localisation

- Si m_i et $k_i \simeq 0$, le $i^{\text{ème}}$ sous-domaine ne présente pas d'erreur de modélisation.

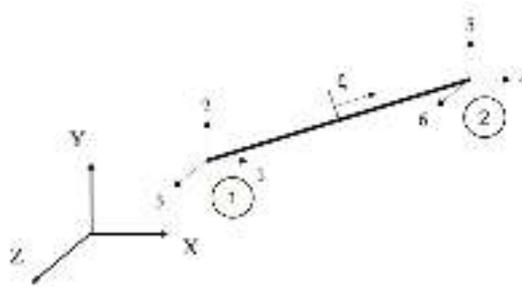
- Si $|m_i|$ et/ou $|k_i| \gg 0$ le $i^{\text{ème}}$ sous-domaine présente des erreurs de modélisation dominantes.

En utilisant les indicateurs m_i et k_i , le problème de recalage des matrices de masses et de raideurs est ramené à l'évaluation des m_i et k_i

$$\Delta M = M^{(m)} - M_i^{(a)} = \sum_{i=1}^r m_i M_i^{(a)} ; \Delta K = K^{(m)} - K_i^{(a)} = \sum_{i=1}^r k_i K_i^{(a)}$$

2.4.3 Élément barre

L'élément de force uniaxial bidimensionnel est un élément de traction-compression à deux nœuds. Chaque nœud a deux degrés de liberté de translation, dans les directions globales X et Y . L'élément ne peut prendre que des forces nodales et la flexion n'est pas autorisée. Cet élément est utilisé pour modéliser les membres de poutrelles à deux dimensions.



➤ Fonctions de forme

Les fonctions de forme pour l'élément uniaxial 3D sont

$$\begin{aligned} N_1(\xi) &= \frac{1}{2}(1 - \xi) \\ N_2(\xi) &= \frac{1}{2}(1 + \xi) \end{aligned} \quad (2.24)$$

➤ Matrice de rigidité

La matrice de rigidité de l'élément uniaxial de compression-compression 3D est donnée sous une forme explicite comme

$$[K] = \frac{EA}{L} \begin{bmatrix} l^2 & lm & ln & -l^2 & -lm & -ln \\ lm & m^2 & mn & -lm & -m^2 & -mn \\ ln & mn & n^2 & -ln & -mn & -n^2 \\ -l^2 & -lm & -ln & l^2 & lm & ln \\ -lm & -m^2 & -mn & lm & m^2 & mn \\ -ln & -mn & -n^2 & ln & mn & n^2 \end{bmatrix} \quad (2.25)$$

où l , m et n sont les cosinus directeurs de l'élément défini comme :

$$\begin{aligned} l &= \frac{x_2 - x_1}{L} , \quad m = \frac{y_2 - y_1}{L} , \quad n = \frac{z_2 - z_1}{L} \\ L &= \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2} \end{aligned} \quad (2.26)$$

➤ Matrice de masse

La matrice de masse est évaluée selon la formulation cohérente et donnée sous une forme explicite comme

$$[M] = \frac{\rho AL}{6} \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} \quad (2.27)$$

où ρ est la densité de masse.

➤ Matrice d'amortissement

Pour l'analyse du domaine temporel, la matrice d'amortissement est évaluée selon la formulation d'amortissement proportionnel (amortissement de Rayleigh) en tant que combinaison linéaire des matrices de rigidité et de masse.

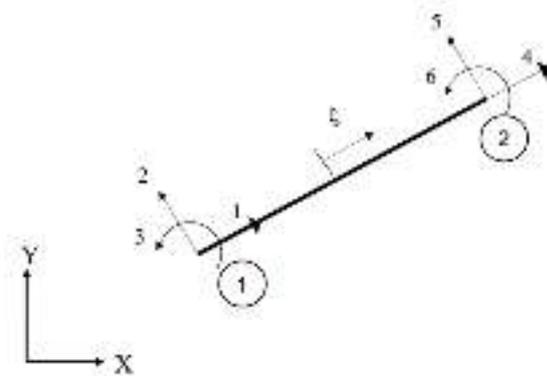
$$[C] = \alpha[M] + \beta[K]$$

où α et β sont des constantes définies par l'utilisateur.

2.4.4 Élément de poutre élastique 2D

L'élément de poutre élastique bidimensionnel est un élément de ligne droite à deux nœuds. Chaque nœud a deux degrés de liberté de translation et un de rotation dans le système de coordonnées globales.

L'élément prend des forces nodales ou des déplacements. Cet élément est utilisé pour modéliser les membres du cadre plan.



➤ Fonctions de forme

Les fonctions de forme pour l'élément de poutre 2D sont

$$\begin{aligned} N_1(\xi) &= \frac{1}{2}(1 - \xi) & N_2(\xi) &= 2\xi^3 - 3\xi^2 + 1 \\ N_3(\xi) &= L(\xi^3 - 2\xi^2 + \xi) & N_4(\xi) &= \frac{1}{2}(1 + \xi) \\ N_5(\xi) &= -2\xi^3 + 3\xi^2 & N_6(\xi) &= L(\xi^3 - \xi^2) \end{aligned} \quad (2.28)$$

Les fonctions de déplacement u_x et u_y sont interpolées en termes de déplacements nodaux u_i comme :

$$\begin{aligned} u_x(\xi, t) &= N_1(\xi)u_1(t) + N_4(\xi)u_4(t) \\ u_y(\xi, t) &= N_2(\xi)u_2(t) + N_3(\xi)u_3(t) + N_5(\xi)u_5(t) + N_6(\xi)u_6(t) \end{aligned} \quad (2.29)$$

➤ **Matrice de rigidité**

La matrice de raideur de l'élément de poutre élastique 2D est donnée sous une forme explicite par rapport au système de coordonnées de l'élément comme

$$[K] = \frac{E}{L} \begin{bmatrix} A & 0 & 0 & -A & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12I}{L^2} & \frac{6I}{L} & 0 & \frac{12I}{L^2} & \frac{6I}{L} \\ 0 & \frac{6I}{L} & 4I & 0 & -\frac{6I}{L} & 2I \\ -A & 0 & 0 & A & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12I}{L^2} & -\frac{6I}{L} & 0 & \frac{12I}{L^2} & -\frac{6I}{L} \\ 0 & \frac{6I}{L} & 2I & 0 & -\frac{6I}{L} & 4I \end{bmatrix} \quad (2.30)$$

où A est la section transversale, et I est le moment d'inertie.

➤ **Matrice de masse**

La matrice de masse est évaluée selon la formulation cohérente et donnée sous une forme explicite par rapport au système de coordonnées de l'élément comme

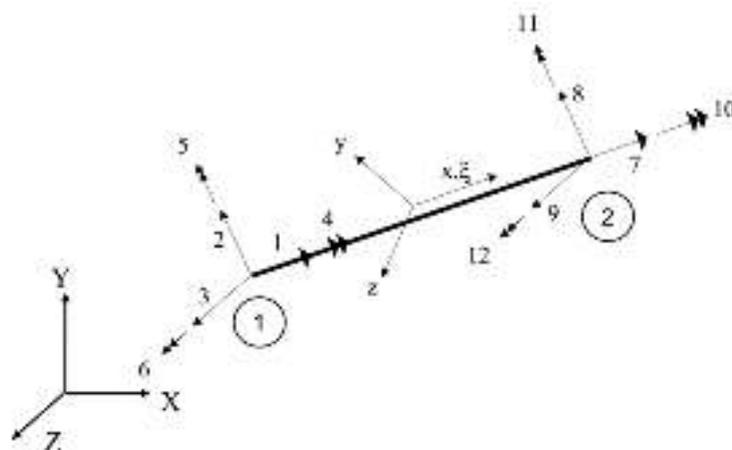
$$[M] = \frac{\rho AL}{420} \begin{bmatrix} 140 & 0 & 0 & 70 & 0 & 0 \\ 0 & 156 & 22L & 0 & 54 & -13L \\ 0 & 22L & 4L^2 & 0 & 13L & -3L^2 \\ 70 & 0 & 0 & 140 & 0 & 0 \\ 0 & 54 & 13L & 0 & 156 & -22L \\ 0 & -13L & -3L^2 & 0 & -22L & 4L^2 \end{bmatrix} \quad (2.31)$$

où ρ est la densité de masse.

2.4.5 Éléments de poutre élastique 3D

L'élément de poutre élastique tridimensionnel est un élément de ligne droite avec deux nœuds. Chaque nœud a trois degrés de liberté en translation et trois en rotation, dans le système de coordonnées globales.

L'élément prend des forces nodales ou des déplacements. Cet élément est utilisé pour modéliser les membres d'un cadre spatial.



$$[M_A]\{\ddot{x}\} + [K_A]\{x\} = \{F\} \quad (2.37)$$

Considérons la partie homogène de l'expression (2.37) qui admet une réponse harmonique de la forme suivante

$$\{x\} = \{\phi\}e^{j\omega t} \quad (2.38)$$

La forme généralisée du problème propre peut être écrite sous la forme

$$([K_A] - \omega^2[M_A])\{\phi\} = 0 \quad (2.39)$$

Là où les fréquences naturelles sont définies par la solution de l'expression suivante

$$\det([K_A] - \omega^2[M_A]) = 0 \quad (2.40)$$

La solution de l'équation (2.40) mène aux N valeurs de fréquences naturelles, $\omega_1, \dots, \omega_r, \omega_N$, qui peuvent être substituées de nouveau dans l'équation (2.39) pour calculer les formes des modes $\{\phi_1\}, \dots, \{\phi_N\}$ (mode normal), qui décrivent les formes de déformation de la structure quand elles vibrent à chacune des fréquences normales correspondantes.

2.5 Conclusion

Dans ce chapitre, en premier lieu, nous avons fait un résumé des méthodes d'identification modale (dans les domaines temporel, fréquentiel et temps-fréquence) d'un système linéaire. Ensuite, nous avons fait un rappel sur les systèmes non amortis à n degrés de liberté et enfin, nous avons utilisé la méthode des éléments finis pour obtenir une base donnée pour la modélisation des structures que nous utiliserons dans le chapitre 5.

Chapitre 3 ANALYSE DES CARACTERISTIQUES DYNAMIQUES D'UN ELEMENT ENDOMMAGE PAR LA METHODE DES ELEMENTS FINIS

L'idée de base dans toutes les techniques de détection d'endommagement par essais vibratoires réside dans l'idée que les paramètres modaux (fréquences, coefficient d'amortissement, déformés propres), mesurés sont en fonction des propriétés physiques de la structure (rigidité, masse, amortissement). Les modifications pouvant intervenir sur les propriétés physiques ou mécaniques doivent être détectables à travers des changements des paramètres modaux. Récemment, l'identification d'endommagements structurels à base de vibrations a suscité beaucoup d'intérêt pour la recherche d'ingénierie. La théorie de base d'identification d'endommagements structurels à base des essais vibratoires est les changements des propriétés structurales telles que la rigidité et la masse. La présence des endommagements influence la réaction des vibrations aussi bien que les propriétés dynamiques de la structure donnée. Dans ce chapitre, des modèles numériques et analytiques des structures poutres endommagées sont développés. Plus précisément, une étude comparative de cinq modèles de fissuration existant dans la littérature à savoir le modèle de J. K. Sinha et al, M.H.F. Dado et al, Ostachowicz et Krawkczuk, Dimarogonas et Paipetis et le modèle basé sur la réduction de la rigidité en comparant leurs fréquences naturelles obtenues analytiquement par rapport aux fréquences naturelles obtenues expérimentalement.

3.1 Introduction

De nombreux travaux de recherche ont été réalisés au cours de ces dernières décennies sur la modélisation et l'évaluation des endommagements présents dans les structures. Ce domaine est en croissance rapide et constitue une base pour la conception, la surveillance de la santé et la gestion de la durée de vie d'une structure. Aujourd'hui, l'ordinateur permet de modéliser, d'évaluer et de quantifier l'endommagement présent au niveau d'une structure. C'est un outil important pour la prédiction ou l'explication des endommagements dans une grande variété de structures d'ingénierie mécanique ou civil. La présence d'une fissure dans une structure affecte directement sa rigidité en augmentant sa flexibilité et son amortissement qui affectent la forme des modes et les valeurs propres. Ce problème a mené les chercheurs à se focaliser sur le calcul de la matrice de rigidité d'une structure endommagée afin de simuler la présence ou non d'un endommagement et d'estimer l'ampleur des dégâts que peut causer une fissure sur une structure.

Les poutres sont considérées comme étant des composantes les plus importantes dans des applications dans l'ingénierie. Des exemples de ces applications sont les poutres encastées utilisées dans les modèles mécaniques et aéronautiques tels que les ailes d'avions, les pales d'hélicoptère. En outre, l'ingénierie de construction civile utilise ces structures dans les passerelles en porte-à-faux et les balcons. Les machineries et les structures de construction devraient être plus flexibles et capables de résister à des niveaux plus élevés de contraintes. Par conséquent, les meilleures conceptions de poutre encastée sont basées sur l'optimisation de plusieurs objectifs à savoir, la force maximale et la durée de vie ajoutées au poids minimum et la rentabilité. Un certain nombre de techniques non destructives sont disponibles pour détecter des endommagements dans une structure.

Les propriétés dynamiques d'une structure sont en général : les fréquences naturelles, les déformées modales et les constantes d'amortissement. Ces propriétés sont utilisées comme des indicateurs d'endommagements de la structure testée. La détection des endommagements structurels un peu plutôt permet aux travaux de maintenance et de réparation d'étendre la vie du système. Afin d'assurer l'état et la fiabilité de la structure, il est nécessaire d'exécuter le long terme, la surveillance de l'état de la structure pendant sa durée de vie continue à court terme.

3.2 Modélisation d'un élément fini de poutre endommagée

Pour une bonne représentation, nous allons considérer la fissure comme un sous-élément dans un élément de poutre endommagée, mais en réalité cette fissure est considérée comme un nœud.

Soit un élément fini de poutre de section droite rectangulaire de largeur b , de hauteur h et de longueur l_e comportant une fissure de profondeur a située à une position x le long de la longueur l_e . L'élément poutre est discrétisé en deux sous-éléments finis sains continus déconnectés I de longueur l_{e1} et II de longueur l_{e2} couplés par un sous-élément (nœud) représentant la fissure de longueur infiniment petite, comme le montre la [Figure 3.1](#).

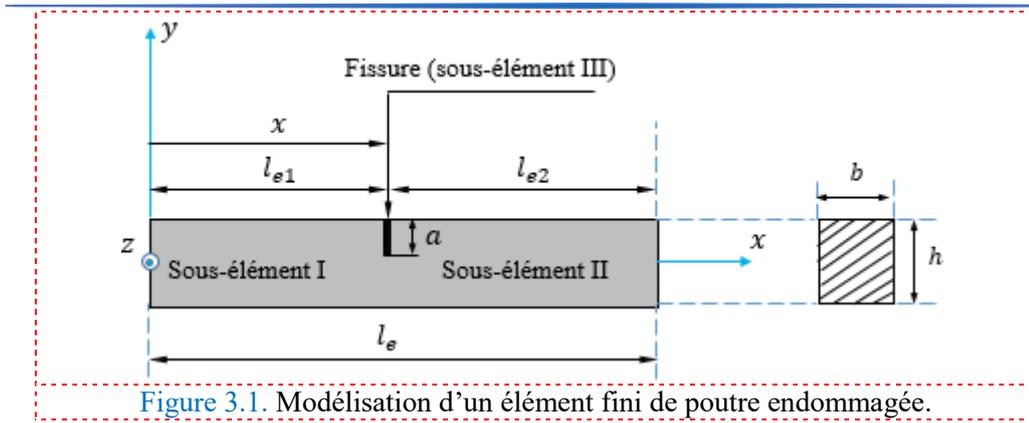


Figure 3.1. Modélisation d'un élément fini de poutre endommagée.

3.2.1 Matrices élémentaires de rigidité des sous-éléments sains I et II

Rappelons que la relation entre le vecteur forces nodales $\{F_e\}$ et le vecteur des déplacements nodaux $\{u_e\}$ s'écrit comme suit

$$\{F_e\} = [K_e]\{u_e\} \quad (3.1)$$

La matrice élémentaire de rigidité $[K_e]$ d'un élément fini de poutre sain est sous la forme

$$[K_e] = \begin{bmatrix} k_{11} & 0 & 0 & k_{14} & 0 & 0 \\ 0 & k_{22} & k_{23} & 0 & k_{25} & k_{26} \\ 0 & k_{23} & k_{33} & 0 & -k_{26} & k_{36} \\ k_{14} & 0 & 0 & k_{11} & 0 & 0 \\ 0 & k_{25} & -k_{26} & 0 & k_{22} & -k_{23} \\ 0 & k_{26} & k_{36} & 0 & -k_{23} & k_{33} \end{bmatrix}_{6 \times 6} = \begin{bmatrix} [K_{11}] & [K_{12}] \\ [K_{21}] & [K_{22}] \end{bmatrix}_{6 \times 6} \quad (3.2)$$

D'une manière générale, la matrice élémentaire de rigidité $[K_e]$ est donnée selon le type de la structure considérée (barre, poutre 3D, poutre d'Euler-Bernoulli, poutre de Timoshenko...).

Comme les deux sous-éléments I et II de la poutre endommagée sont considérés comme deux éléments sains déconnectés, leurs matrices élémentaires de rigidité s'écrivent comme suit

$$[K_e^I] = \begin{bmatrix} [K_{11}^I] & [K_{12}^I] \\ [K_{21}^I] & [K_{22}^I] \end{bmatrix}_{6 \times 6}, \quad [K_e^{II}] = \begin{bmatrix} [K_{11}^{II}] & [K_{12}^{II}] \\ [K_{21}^{II}] & [K_{22}^{II}] \end{bmatrix}_{6 \times 6} \quad (3.3)$$

3.2.2 Matrice élémentaire de rigidité du sous-élément fini III (fissure)

En vertu du principe de St venant, la présence d'une fissure dans une structure influe sur le champ des déplacements (déformations) et donc sur le champ des contraintes en augmentant la flexibilité locale au voisinage de la fissure. Il est démontré expérimentalement que la flexibilité d'une structure fissurée dépend de la profondeur de la fissure ($C = f(a)$). La matrice de rigidité du sous-élément III est calculée en utilisant sa matrice de flexibilité $[C_e^f]$ qui est l'inverse de la matrice de rigidité.

3.2.2.1 Calcul de la matrice de flexibilité du sous-élément fissuré III

Dans la réalité, il existe différentes formes de fissures. Ici, nous allons considérer le cas simple d'une fissure ayant la forme 'V'. Les Figure 3.2 et Figure 3.3 représentent un élément fini

de poutre ayant cette fissure de profondeur maximale 'a' et de profondeur a_n à la $n^{\text{ème}}$ section droite réduite au niveau de la fissure [177].

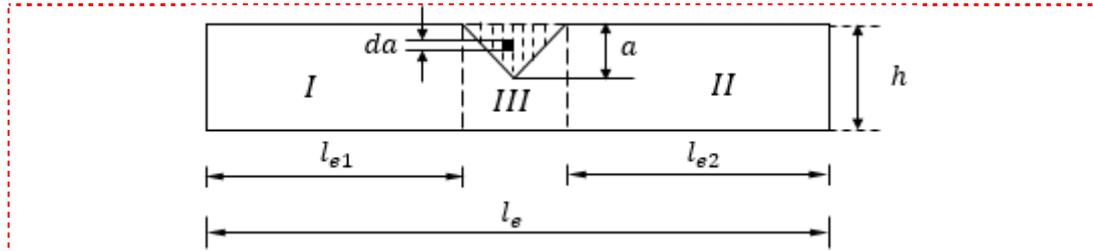


Figure 3.2. Modélisation des sous-éléments sains (I et II) et de sous-élément fissuré III.

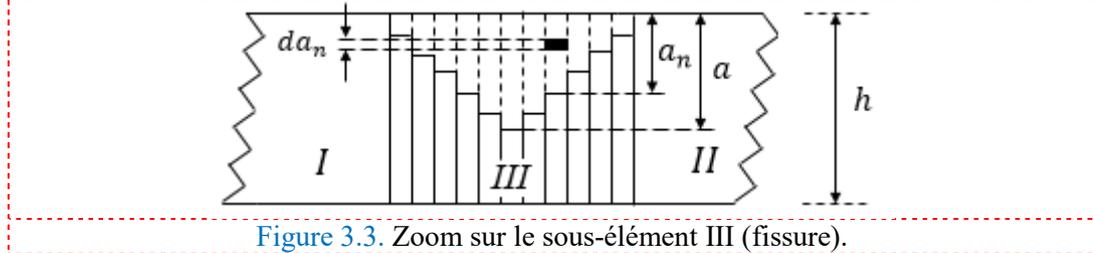


Figure 3.3. Zoom sur le sous-élément III (fissure).

L'énergie de déformation élastique due à la fissure est donnée comme suit

$$U_e = \int_0^{a_n} G_{(a_n)} da_n \tag{3.4}$$

Où da_n est l'accroissement de la fissure et $G_{(a_n)}$ est la densité d'énergie de déformation, appelée aussi le taux de restitution d'énergie de déformation de Griffith, donnée par

$$G(a_n) = \frac{1}{E'} \int_0^b \left(\left(\sum_{i=1}^6 (K_I)_n \right)^2 + \left(\sum_{i=1}^6 (K_{II})_n \right)^2 + (1 + \nu) \left(\sum_{i=1}^6 (K_{III})_n \right)^2 \right) d\xi \tag{3.5}$$

Avec K_I, K_{II} et K_{III} sont, respectivement, les facteurs d'intensité de contraintes en mode I, II et III qui dépendent de la contrainte appliquée, de la géométrie de la pièce et de la taille de la fissure, $E' = E$ pour les contraintes planes et $E' = \frac{E}{(1-\nu)}$ pour les déformations planes avec E et ν sont le module d'Young et le coefficient de poisson. b est la largeur de la section droite et $d\xi$ sa variation le long de l'axe z, comme la montre la Figure 3.4.

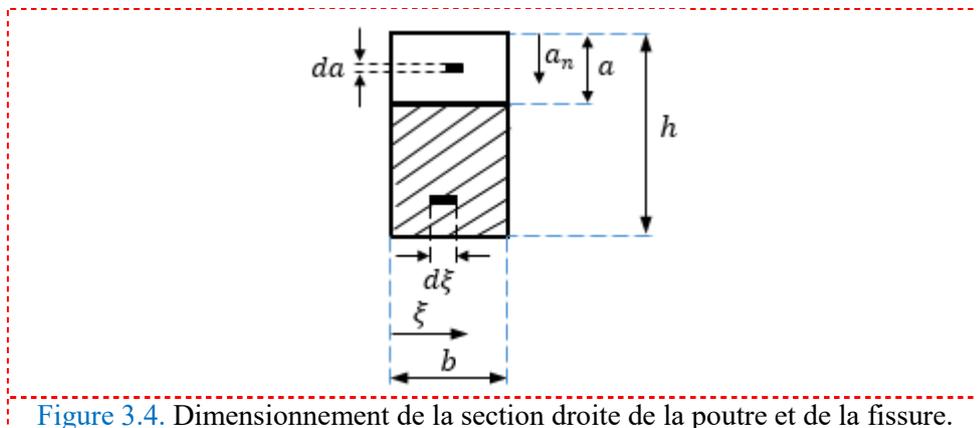


Figure 3.4. Dimensionnement de la section droite de la poutre et de la fissure.

En vertu du théorème de Gastigliano, le déplacement additionnel est donné comme suit

$$u_i = \frac{\partial U_e}{\partial P_i} = \frac{1}{E'} \frac{\partial}{\partial P_i} \int_0^{a_n} \int_0^b \left(\left(\sum_{i=1}^6 (K_{Ii})_n \right)^2 + \left(\sum_{i=1}^6 (K_{IIi})_n \right)^2 + (1 + \nu) \left(\sum_{i=1}^6 (K_{IIIi})_n \right)^2 \right) d\xi da_n \quad (3.6)$$

avec P_i est la force dans la direction du déplacement.

En général, la matrice de flexibilité d'un élément fissuré est donnée, sous forme indicielle, par

$$(c_{ij})_n = \frac{\partial u_i}{\partial P_j} = \frac{1}{E'} \frac{\partial^2}{\partial P_j \partial P_i} \int_0^{a_n} \int_0^b \left(\left(\sum_{i=1}^6 (K_{Ii})_n \right)^2 + \left(\sum_{i=1}^6 (K_{IIi})_n \right)^2 + (1 + \nu) \left(\sum_{i=1}^6 (K_{IIIi})_n \right)^2 \right) d\xi da_n \quad (3.7)$$

où les coefficients $(c_{ij})_n$ sont appelés *les complaisances de la fissure* au niveau de la $n^{\text{ème}}$ section droite réduite, P_j est la force qui cause la déformation et P_i est la force dans la direction de la déformation.

Cette intégrale est calculée par plusieurs méthodes approximatives telles que la méthode de quadrature de Gauss, la méthode des moindres carrés, etc.

En général, une fissure est soumise à six types de chargement : trois forces et trois moments le long des directions x, y est z . Par conséquent, la matrice de complaisances de la fissure $[c_{ij}]$ aura 36 composantes qui sont disposées dans une matrice 6×6 . Cette matrice est symétrique en raison de la propriété de réciprocité de la matrice de flexibilité.

Supposons ici que la matrice de flexibilité du sous-élément fissuré ait la forme suivante

$$[C_e^f] = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} \\ c_{12} & c_{22} & c_{23} \\ c_{13} & c_{23} & c_{33} \end{bmatrix}_{6 \times 6} \quad (3.8)$$

3.2.2.2 Matrice élémentaire de rigidité du sous-élément fissuré III

Ainsi, la matrice de rigidité du sous-élément fissuré III est obtenue en inversant sa matrice de flexibilité

$$[K_e^{III}] = \begin{bmatrix} [C_e^f]^{-1} & -[C_e^f]^{-1} \\ -[C_e^f]^{-1} & [C_e^f]^{-1} \end{bmatrix}_{6 \times 6} = \begin{bmatrix} [K_{11}^{III}] & [K_{12}^{III}] \\ [K_{21}^{III}] & [K_{22}^{III}] \end{bmatrix}_{6 \times 6} \quad (3.9)$$

3.2.3 Matrice élémentaire totale de l'élément poutre endommagée

Finalement la matrice élémentaire de raideur totale de l'élément poutre endommagée est obtenue par l'assemblage des matrices élémentaires de rigidité $[K_e^I]$, $[K_e^{II}]$ et $[K_e^{III}]$

$$[K_e^f] = \begin{bmatrix} [K_{11}^I] & [K_{12}^I] & [0] & [0] \\ [K_{21}^I] & [K_{22}^I] + [K_{11}^{III}] & [K_{12}^{III}] & [0] \\ [0] & [K_{21}^{III}] & [K_{22}^{III}] + [K_{11}^I] & [K_{12}^I] \\ [0] & [0] & [K_{12}^I] & [K_{22}^I] \end{bmatrix} \quad (3.10)$$

3.3 Modèles de poutres endommagées

De nombreux auteurs ont présenté des travaux qui consistent à définir la rigidité d'une structure endommagée. Parmi eux, nous avons choisi les modèles proposés par : J. K. Sinha *et al.*[178], M.H.F. Dado *et al.*[179], Ostachowicz et Krawkczuk[180] et celui proposé par

Dimarogonas et Paipetis[181]. À la fin de ce chapitre, nous présenterons une autre approche simple pour modéliser une structure endommagée qui est basée sur la réduction de la rigidité d'un élément fini.

3.3.1 Modèle de J. K. Sinha *et al*

En se basant sur le concept de Christide et Barr [182], J. K. Sinha *et al.*[178] ont utilisé la variation linéaire de la rigidité en flexion (EI) pour modéliser la fissure. Puis, ils ont calculé la matrice de rigidité d'un élément poutre fissurée en utilisant la matrice de rigidité de l'élément poutre sain et la matrice de rigidité endommagée due à la fissure.

Soit une poutre simple travaillant en flexion pure ayant plusieurs fissures le long de sa longueur L , comme le montre la Figure 3.5. On suppose que les fissures ont une profondeur uniforme sur toute la largeur b de la poutre et que celles-ci n'influent pas sur sa masse.

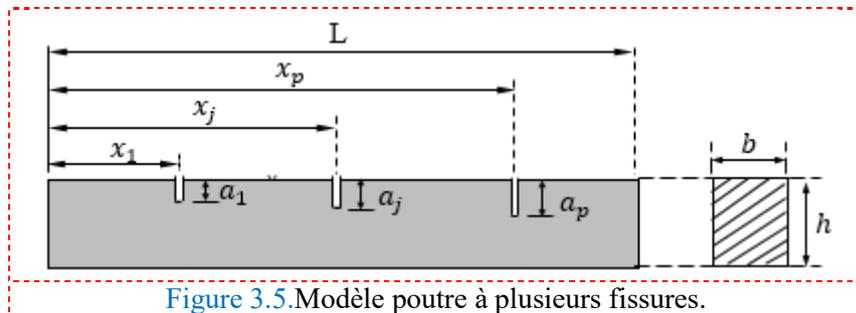


Figure 3.5. Modèle poutre à plusieurs fissures.

3.3.1.1 Modélisation de la fissure

La présence d'une fissure dans la poutre augmente la flexibilité locale au voisinage de cette fissure. La forme réelle de cette augmentation de flexibilité est assez compliquée. Mais, elle est approximée par la variation de la flexibilité locale. En réalité, l'axe neutre de la poutre changera au voisinage de la fissure, mais cela ne sera pas considéré ici. Christide et Barr [182] ont considéré l'effet d'une fissure dans une poutre continue à section droite rectangulaire et ont calculé la rigidité en flexion (EI) qui varie exponentiellement allant de la section droite non fissurée à celle fissurée

$$EI(x) = \frac{EI}{1 + Ce^{\left(\frac{2\alpha|x-x_j|}{h}\right)}} \quad (3.11)$$

où $C = \frac{(I-I_{cj})}{I_{cj}}$, $I = \frac{bh^3}{12}$ et $I_{cj} = \frac{b(h-a_j)^3}{12}$ sont, respectivement, le moment quadratique des zones non fissurées et celui au niveau de la $j^{\text{ème}}$ fissure. b et h sont la largeur et la hauteur de la poutre. x est la position d'un point le long de la poutre et x_j est la position de la $j^{\text{ème}}$ fissure. α est une constante que Christide et Barr [182] ont estimée expérimentalement et vaut 0.667. L'inclusion de la réduction de la rigidité de Christide et Barr dans un modèle élément fini d'une structure poutre est compliquée, car la flexibilité n'est pas locale à un ou deux éléments, et par conséquent, l'intégration requise pour produire la matrice de rigidité de la poutre doit être effectuée numériquement chaque fois que la position de la fissure change.

En se basant sur le principe de Christide et Barr, J. K. Sinha *et al.* [178] utilisent une forme simplifiée où la variation de la rigidité en flexion (EI) est linéaire allant de la position de la pointe de la fissure entièrement ouverte vers les deux côtés de la longueur effective l_c où commence la diminution de la rigidité (le triangle $\widehat{123}$ dans la Figure 3.6. La longueur effective l_c sera déterminée.

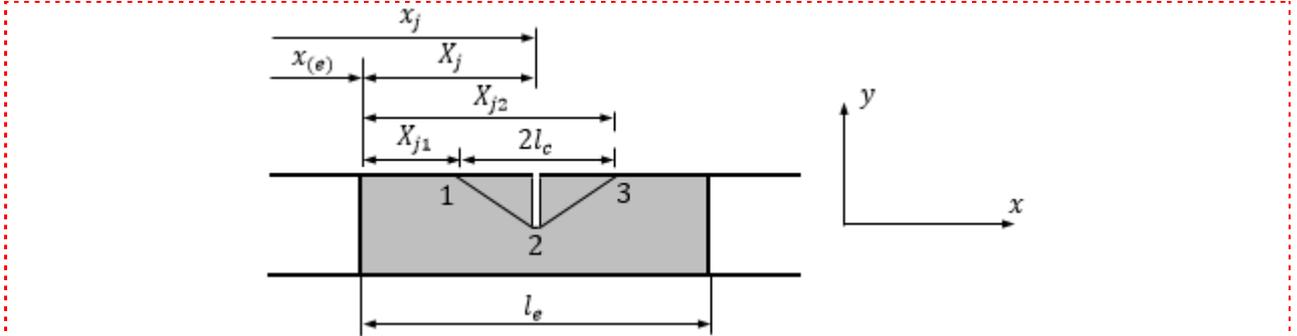


Figure 3.6. Variation linéaire de la rigidité en flexion (EI) d'aspect triangulaire utilisée par J. K. Sinha *et al.* pour modéliser la fissure dans l' $e^{\text{ème}}$ élément fini de poutre.

La rigidité en flexion $EI_e(X)$ de l'élément poutre proche de la fissure est donnée par

$$EI_e(X) = \begin{cases} EI - E(I - I_{cj}) \frac{(X - X_{j1})}{(X_j - X_{j1})} & \text{si } X_{j1} \leq X \leq X_j \\ EI_0 - E(I - I_{cj}) \frac{(X_{j2} - X)}{(X_{j2} - X_j)} & \text{si } X_j \leq X \leq X_{j2} \end{cases} \quad (3.12)$$

où X est la position d'un point appartenant à la zone où la rigidité est réduite ($X_{j1} \leq X \leq X_{j2}$) ; X_j est la position locale de la $j^{\text{ème}}$ fissure dans l' $e^{\text{ème}}$ élément ; $X_{j1} = X_j - l_c$ et $X_{j2} = X_j + l_c$ sont les positions de chaque côté de la fissure où commence la réduction de la rigidité ('1' et '3' dans la Figure 3.6).

Il reste à déterminer la longueur effective l_c de la réduction de la rigidité due à la fissure. Une approche consiste à rendre l'intégrale de la réduction de la rigidité dans les équations (3.11) et (3.12) égales. Étant donné que la plupart de la flexibilité est locale dans les deux cas, alors, pour les modes où la courbure est faible près de la réduction de la rigidité et en s'assurant que ces intégrales sont égales, il se produira des changements de fréquence naturelle égaux. Les intégrales sont

$$\text{de l'équation (3.11)} \Rightarrow \int_{-\infty}^{+\infty} (EI - EI(x)) dx = EI \frac{h}{\alpha} \log(1 + C) \approx EI \frac{hC}{\alpha} \quad (3.13)$$

$$\text{de l'équation (3.11)} \Rightarrow \int_{X_{j1}}^{X_{j2}} (EI - EI_e(x)) dX = EI \cdot l_c \frac{C}{1+C} \approx EI l_c C$$

Ainsi, une bonne approximation pour la longueur effective l_c est

$$l_c = \frac{h}{\alpha} = 1.5h \quad (3.14)$$

On remarque que la longueur effective de la réduction de la rigidité ne dépend pas de la profondeur de la fissure, mais elle dépend uniquement de la hauteur de la poutre.

3.3.1.2 Matrice de rigidité élémentaire d'un élément poutre endommagé

La poutre endommagée, ne travaillant qu'en flexion simple dans un seul plan, est modélisée en considérant les théories d'Euler-Bernoulli. Chaque nœud de l'élément poutre a deux degrés de liberté, à savoir, le déplacement en translation et la rotation en flexion. Considérons une $j^{\text{ème}}$ fissure située à une position x_j dans le $e^{\text{ème}}$ élément de la poutre, comme le montre la Figure 3.6. On suppose que la réduction de la rigidité n'affecte qu'un seul élément. Si la réduction de la rigidité s'étend sur plus d'un élément, l'approche suivante peut être facilement étendue sur tous les éléments. La matrice de rigidité du $e^{\text{ème}}$ élément poutre fissuré peut être écrite comme suit

$$[K_e^f] = [K_e] - [K_{cj}] \quad (3.15)$$

où $[K_e]$ est la matrice de rigidité de le $e^{\text{ème}}$ élément sain et $[K_{cj}]$ est la réduction de la matrice de rigidité due à la $j^{\text{ème}}$ fissure. Cette réduction de rigidité $[K_{cj}]$ doit être obtenue en fonction de la position et de la profondeur de la fissure. La matrice de rigidité de $e^{\text{ème}}$ élément endommagé est obtenue en utilisant l'intégration habituelle basée sur la variation de la rigidité en flexion

$$[K_e^f] = \int_0^{l_e} EI_e(X) \{N''(X)\}^T \{N''(X)\} dX \quad (3.16)$$

où les fonctions de forme $\{N(X)\}$, sont celles d'un élément poutre standard d'Euler-Bernoulli donnée comme suit

$$\{N(X)\} = \left\{ 1 - \frac{3X^2}{l_e^2} + \frac{2X^3}{l_e^3} \quad X - \frac{2X^2}{l_e} + \frac{X^3}{l_e^2} \quad \frac{3X^2}{l_e^2} - \frac{2X^3}{l_e^3} \quad -\frac{X^2}{l_e} + \frac{X^3}{l_e^2} \right\}^T \quad (3.17)$$

l_e est la longueur du $e^{\text{ème}}$ élément.

En utilisant les équations (3.12), (3.15), (3.16) et (3.17), la matrice de réduction de rigidité $[K_{cj}]$ pour une poutre travaillant en flexion seule est donnée comme suit

$$[K_{cj}] = \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & -k_{11} & k_{14} \\ k_{12} & k_{22} & -k_{12} & k_{24} \\ -k_{11} & -k_{12} & k_{11} & -k_{14} \\ k_{14} & k_{24} & -k_{14} & k_{44} \end{bmatrix} \quad (3.18)$$

Les coefficients $k_{11}, k_{12}, k_{14}, k_{22}, k_{24}$ et k_{44} sont donnés dans l'annexe A. De même pour la matrice de réduction de rigidité $[K_{cj}]$, elle peut être construite pour d'autres fissures. Ces matrices élémentaires sont ensuite assemblées dans la matrice de rigidité globale de la structure poutre. Les matrices élémentaires pour les éléments barres d'une structure en treillis et ceux d'une structure portique sont données dans l'annexe A.

3.3.2 Modèle de M. H. F. Dado et al

M. H. F. Dado et al. [179] ont étudié le comportement vibratoire d'une poutre fissurée (portique) encadrée-libre portant à son extrémité libre une masse concentrée et un ressort modélisant l'effet d'inertie de rotation de la poutre. Ils ont couplé les vibrations transversales et axiales de la poutre par une flexibilité locale de la partie endommagée au niveau de la fissure qui est modélisée par deux ressorts : un ressort hélicoïdal de traction-compression et un ressort rotatif. La matrice de flexibilité locale de la partie endommagée est modélisée en utilisant la relation (3.7). Ils ont constaté que le couplage entre les vibrations transversales et axiales était faible pour les deux premiers modes pour les valeurs modérées du rapport de profondeur de la fissure (profondeur normalisée de la fissure). Plus ce rapport de profondeur de la fissure est élevé, plus il y a un fort couplage entre les modes.

Ici, l'étude se fait en négligeant l'effet d'inertie de rotation due à la masse concentrée ajoutée à l'extrémité libre de la poutre.

La poutre considérée est encadrée-libre d'une section droite rectangulaire modélisée par deux parties continues non endommagées couplées par la matrice de flexibilité de la partie endommagée au niveau de la fissure, comme le montre la Figure 3.7.

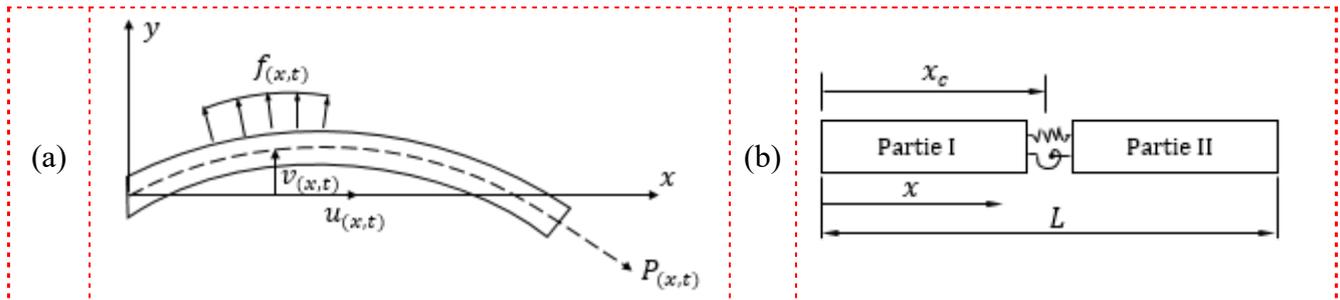


Figure 3.7. Modèle d'une poutre endommagée proposé par M. H. F. Dado et al.

(a) Déplacement dû aux charges axiales et transversales ; (b) Modélisation des deux parties saines couplées par le modèle ressorts – fissure.

3.3.2.1 Équations de mouvement d'une poutre (portique) non endommagée

En général et en négligeant les charges réparties $f(x, t)$, l'équation différentielle qui régit le mouvement longitudinal d'une poutre non endommagée peut être exprimée comme suit

$$EA \frac{\partial^2 u(x, t)}{\partial x^2} - \bar{m} \frac{\partial^2 u(x, t)}{\partial t^2} = 0 \tag{3.19}$$

Et l'équation différentielle qui régit le mouvement transversal est donnée comme suit

$$EI \frac{\partial^4 v(x, t)}{\partial x^4} - \bar{m} \frac{\partial^2 v(x, t)}{\partial t^2} = 0 \tag{3.20}$$

où $u(x, t)$ et $v(x, t)$ sont, respectivement, le déplacement axial et transversal d'un point le long de la poutre, comme le montre la Figure 3.7.a.

$\bar{m} = \rho A$ est la masse par unité de longueur (kg/m), E est le module de Young (N/m²) et I est le moment d'inertie de la section droite (m⁴).

En utilisant la technique de séparation des variables, les solutions dans le domaine spatial pour les deux équations différentielles précédentes sont données comme suit

$$\frac{\partial^2 u(x)}{\partial x^2} + \frac{\omega^2 \bar{m}}{EA} u(x) = 0 \quad (3.21)$$

$$\frac{\partial^4 v(x)}{\partial x^4} + \frac{\omega^2 \bar{m}}{EI} v(x) = 0 \quad (3.22)$$

Posons

$$k_u^2 = \frac{\omega^2 \bar{m} L^2}{EA} \quad (3.23)$$

$$k_v^4 = \frac{\omega^2 \bar{m} L^4}{EI} \quad (3.24)$$

où L est la longueur de la poutre et ω sa fréquence naturelle.

Les solutions générales pour les équations (3.22) et (3.23) sont

$$u(x) = C_1 \cos(k_u \bar{x}) + C_2 \sin(k_u \bar{x}) \quad (3.25)$$

$$v(x) = C_3 \cos(k_v \bar{x}) + C_4 \sin(k_v \bar{x}) + C_5 \cosh(k_v \bar{x}) + C_6 \sinh(k_v \bar{x}) \quad (3.26)$$

où $\bar{x} = \frac{x}{L}$ est l'abscisse d'un point de la poutre normalisée à sa longueur L .

Considérons le modèle poutre endommagée schématisée dans la [Figure 3.7.b](#). Les déplacements axiaux et transversaux de la partie I ($0 \leq x \leq x_c$) peuvent être donnés, en utilisant les équations (3.26) et (3.27), comme suit

$$u_1(x) = A_1 \cos(k_u \bar{x}) + A_2 \sin(k_u \bar{x}) \quad (3.27)$$

$$v_1(x) = A_3 \cos(k_v \bar{x}) + A_4 \sin(k_v \bar{x}) + A_5 \cosh(k_v \bar{x}) + A_6 \sinh(k_v \bar{x}) \quad (3.28)$$

Et pour la partie II ($x_c \leq x \leq L$) sont donnés comme suit :

$$u_2(x) = A_7 \cos(k_u \bar{x}) + A_8 \sin(k_u \bar{x}) \quad (3.29)$$

$$v_2(x) = A_9 \cos(k_v \bar{x}) + A_{10} \sin(k_v \bar{x}) + A_{11} \cosh(k_v \bar{x}) + A_{12} \sinh(k_v \bar{x}) \quad (3.30)$$

3.3.2.2 Matrice de rigidité locale de la partie III fissurée

L'équation qui régit le comportement statique de la partie endommagée de la poutre (au niveau de la fissure) est donnée comme suit

$$\begin{Bmatrix} P \\ M \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} \\ k_{21} & k_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_2(x_c) - u_1(x_c) \\ v_2'(x_c) - v_1'(x_c) \end{Bmatrix} \quad (3.31)$$

où $u_1(x_c)$, $u_2(x_c)$, $v_1'(x_c)$ et $v_2'(x_c)$ sont, respectivement, les déplacements axiaux et les rotations de la partie endommagée III (Figure 3.8), k_{ij} sont les éléments de la matrice de rigidité de la partie endommagée III qui sera déterminée en connaissant la matrice de la flexibilité locale.

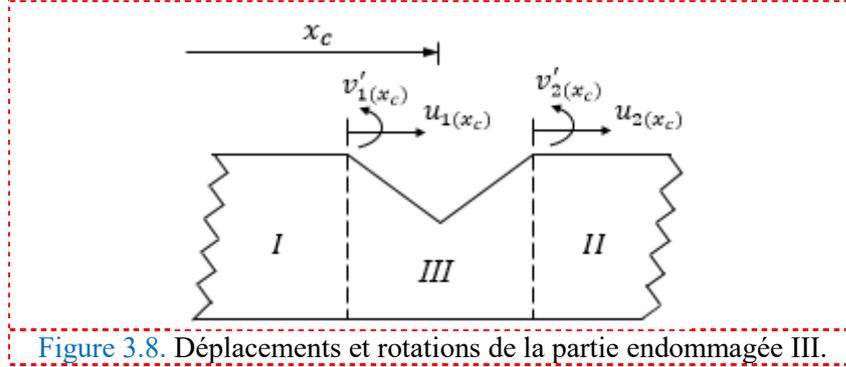


Figure 3.8. Déplacements et rotations de la partie endommagée III.

La charge P et le moment fléchissant M sont donnés pour les deux parties non endommagées comme suit

$$\begin{Bmatrix} P \\ M \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} EAu''(x_c) \\ Elv''(x_c) \end{Bmatrix} \quad (3.32)$$

La présence d'une fissure transversale de profondeur a donne une matrice de flexibilité locale dont la dimension dépend des degrés de liberté considérés dans le problème. Dans le cas des charges axiales et transversales, la taille de la matrice de flexibilité est de 2×2 , car chaque côté de la partie endommagée III a deux degrés de liberté où les éléments hors-diagonaux de la matrice sont considérés comme des éléments de couplage dans la matrice de flexibilité.

Le taux de restitution d'énergie de déformation élastique G établi en (3.5) se réduit à

$$G = \frac{1 - \nu^2}{E} (K_{IP} + K_{IM})^2 \quad (3.33)$$

où ν est le coefficient de Poisson et E est le module d'Young. K_{IP} et K_{IM} sont, respectivement, les facteurs d'intensité de contrainte du mode I de déformation (l'ouverture de la fissure) pour la force axiale P et le moment de flexion M . Pour garantir le mode d'ouverture de la fissure, on suppose que la poutre est pré-chargée par son propre poids. L'amplitude de la vibration est supposée inférieure à l'ouverture de la fissure due au pré-chargement. Les facteurs d'intensité de contraintes de la mécanique de rupture sont donnés comme suit

$$K_{IP} = \frac{P}{bh} \sqrt{\pi\alpha} F_1 \quad (3.34)$$

$$K_{IM} = \frac{6M}{bh^2} \sqrt{\pi\alpha} F_2 \quad (3.35)$$

où b et h sont les dimensions de la section droite et α est la profondeur de la fissure comme représentée sur la Figure 3.9. Les fonctions F_1 et F_2 , appelées facteurs de correction, dépendent de la géométrie de la fissure et de la poutre. Ces fonctions sont approximées, comme proposées par Ewalds et Wnahi [183], à

$$F_1 = \sqrt{\frac{2 \tan(\frac{\pi\alpha}{2})}{\pi\alpha}} \left(\frac{0.752 + 2.02\alpha + 0.37(1.0 - \sin(\frac{\pi\alpha}{2}))^3}{\cos(\frac{\pi\alpha}{2})} \right) \quad (3.36)$$

$$F_2 = \frac{1.99 - \alpha(1 - \alpha)(2.15 - 3.39\alpha + 2.7\alpha^2)}{\sqrt{\pi}(1 + 2\alpha)(1 - \alpha)^{3/2}} \quad (3.37)$$

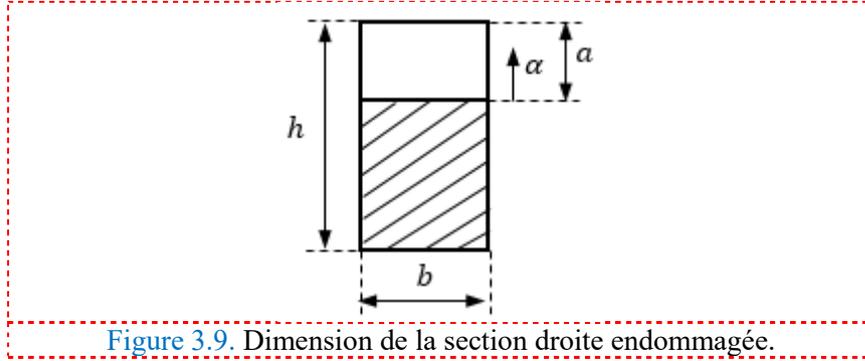


Figure 3.9. Dimension de la section droite endommagée.

Pour une section rectangulaire de largeur unité, les complaisances axiales de traction, du couplage traction-flexion et celles de la flexion sont définis, respectivement, tels que proposer par Dimarogonas et Papadopoulos [184], comme suit

$$c'_{11} = \frac{\partial^2}{\partial P^2} \int_0^a G d\alpha \quad (3.38)$$

$$c'_{12} = c'_{21} = \frac{\partial^2}{\partial P \partial M} \int_0^a G d\alpha \quad (3.39)$$

$$c'_{22} = \frac{\partial^2}{\partial M^2} \int_0^a G d\alpha \quad (3.40)$$

où a est la profondeur maximale de la fissure comme il est montré sur la Figure 3.9.

En posant les paramètres sans dimension $\bar{\alpha} = \frac{\alpha}{h}$ et $\bar{a} = \frac{a}{h}$, les éléments de la matrice de flexibilité locale (complaisances) finale peuvent être écrits comme suit

$$c_{11} = \frac{2\pi h(1 - \nu^2)}{EA} \int_0^{\bar{a}} \bar{\alpha} F_1^2(\bar{\alpha}) d\bar{\alpha} \quad (3.41)$$

$$c_{12} = c_{21} = \frac{\pi h^2(1 - \nu^2)}{EI} \int_0^{\bar{a}} \bar{\alpha} F_1(\bar{\alpha}) F_2(\bar{\alpha}) d\bar{\alpha} \quad (3.42)$$

$$c_{22} = \frac{6\pi h(1 - \nu^2)}{EI} \int_0^{\bar{a}} \bar{\alpha} F_2^2(\bar{\alpha}) d\bar{\alpha} \quad (3.43)$$

où $A = bh$ et $I = \frac{bh^3}{12}$ sont l'aire de la section droite et son moment d'inertie.

Les intégrales dans les équations. (3.42), (3.43) et (3.44) sont évalués numériquement en utilisant la méthode de quadrature 16 points. Les résultats sont donnés comme suit

$$c_{11} = \frac{2\pi h(1 - \nu^2)}{EA} (0.005777459 + 0.1010004\bar{a} - 4.137205\bar{a}^2 + 35.37731\bar{a}^3 - 89.41206\bar{a}^4 + 83.65015\bar{a}^5) \quad (3.44)$$

$$c_{12} = \frac{\pi h^2(1 - \nu^2)}{EI} (0.002143934 + 0.0384199\bar{a} - 1.171652\bar{a}^2 + 12.8375\bar{a}^3 - 32.61926\bar{a}^4 + 31.34015\bar{a}^5) \quad (3.45)$$

$$c_{22} = \frac{6\pi h(1 - \nu^2)}{EI} (0.000537323 + 0.026002454\bar{a} - 0.1846979\bar{a}^2 + 4.526204\bar{a}^3 - 11.76326\bar{a}^4 + 11.64832\bar{a}^5) \quad (3.46)$$

Finalement, la matrice de rigidité utilisée dans l'équation (3.32) est donnée comme suit

$$\begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} \\ k_{21} & k_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} \\ c_{21} & c_{22} \end{bmatrix}^{-1} \quad (3.47)$$

où $k_{11} = \frac{c_{22}}{\Delta}$, $k_{12} = \frac{-c_{12}}{\Delta}$, $k_{22} = \frac{c_{11}}{\Delta}$ et $\Delta = c_{11}c_{22} - c_{12}c_{21}$.

En général, une fissure est soumise à six types de chargement : trois forces et trois moments le long des directions x, y et z. Par conséquent, la matrice de complaisance de la fissure $[c_{ij}]$ aura 36 composantes qui sont disposées dans une matrice 6×6 .

Dado et Shpli [185] ont calculé la matrice de rigidité pour les éléments barres d'une structure en treillis. Les éléments poutres ne travaillant qu'en flexion seule et pour les éléments d'une structure portique. Ces modèles sont présentés dans l'annexe B. Ces équations ont été établies en considérant un élément fini contenant une fissure de profondeur a située à une distance x à partir du premier nœud de l'élément fini considéré. L'élément fini fissuré a été modélisé comme deux éléments finis sains couplés par un élément d'une flexibilité locale, ce qui représente l'effet de la fissure. Ces modèles sont en fonction des complaisances de la partie endommagée, de la position de la fissure et des propriétés mécaniques et géométriques de l'élément. En outre, ces modèles sont réduits aux matrices de rigidité des éléments finis sains si la complaisance des fissures est nulle. Si les complaisances de la partie endommagée approchent l'infini, c.-à-d. la matrice de rigidité est nulle, cela correspond à un élément complètement endommagé.

Si ces modèles éléments finis sont utilisés pour la modélisation d'une structure fissurée, la matrice de rigidité globale de la structure peut être écrite en fonction de la profondeur de la fissure et de son emplacement

$$K = K(a, x) \quad (3.48)$$

Où a et x sont les vecteurs de profondeurs des fissures et leurs emplacements dans le système de coordonnées locales de l'élément.

3.3.3 Modèles d'Ostachowicz et Krawczuk, et de Dimarogonas et Paipetis

Ostachowicz et Krawczuk [180] ont remplacé la section droite fissurée, d'une poutre travaillant en flexion seule, par un ressort rotatif sans masse. Ils ont obtenu les relations entre la rigidité réduite et la taille de la fissure d'une poutre de section rectangulaire par la diminution de

l'énergie de déformation élastique exprimée en fonction du facteur d'intensité de contrainte, puis ils ont calculé la constante du ressort rotatif de torsion représentant la section fissurée.

Dimarogonas et Paipetis [181] ont calculé la constante du ressort rotatif de torsion d'une poutre de section droite rectangulaire à partir du taux de restitution d'énergie de déformation élastique.

Pour donner une idée sur les modèles des poutres endommagées proposés par ces auteurs, nous allons considérer une poutre non endommagée de longueur totale L et de hauteur h travaillant en flexion pure et basée sur les théories d'Euler-Bernoulli.

La Figure 3.10.a représente l'un des éléments finis sains de longueur l_e de cette poutre. Les Figure 3.10.b et Figure 3.10.c représentent la modélisation de l'élément poutre endommagé (fissuré). La partie endommagée au niveau de la fissure, de profondeur normalisée $\bar{a}_i = a_i / h$ et d'un emplacement normalisé $\bar{x}_i = x_i / L$, est modélisée par un ressort rotatif sans masse reliant les deux parties non endommagées I et II.

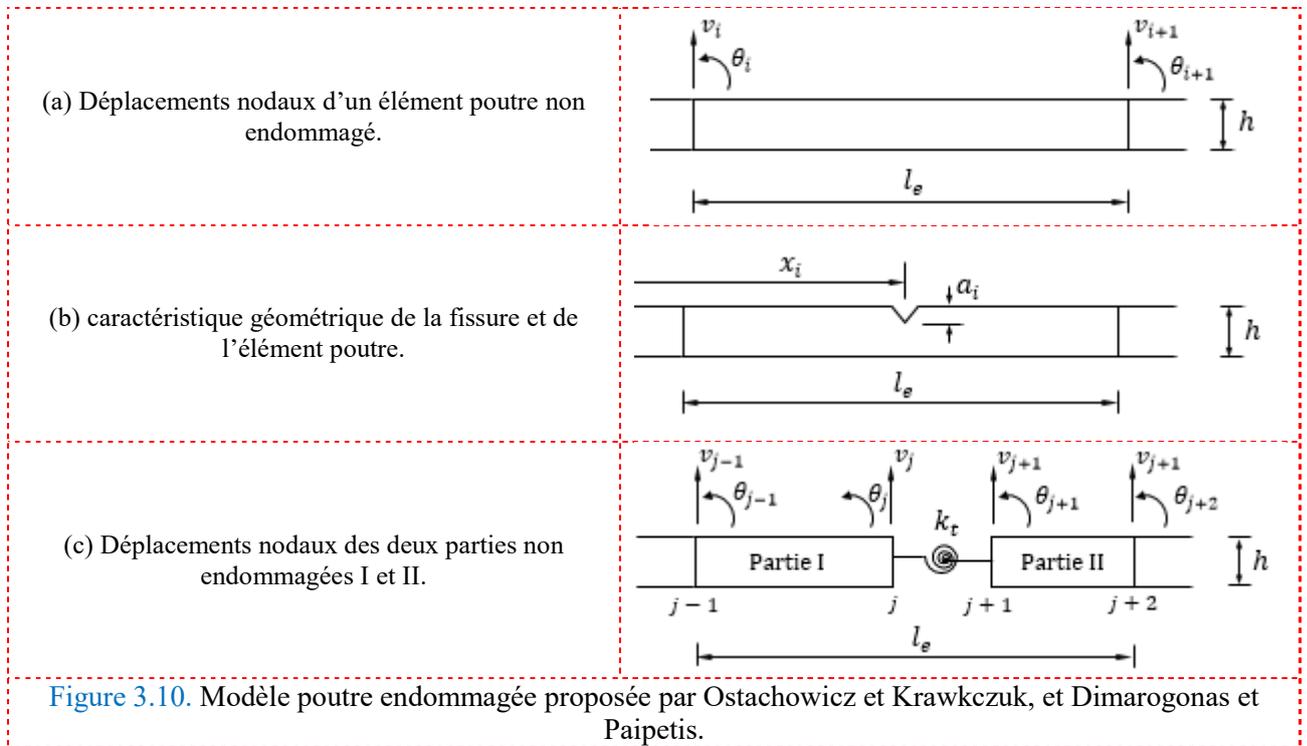


Figure 3.10. Modèle poutre endommagée proposée par Ostachowicz et Krawczuk, et Dimarogonas et Paipetis.

Les différents vecteurs déplacements nodaux sont donnés comme suit

$$\{v_e\}^T = \{v_i, \theta_i, v_{i+1}, \theta_{i+1}\} \quad \text{vecteur déplacement de l'élément poutre saine} \quad (3.49)$$

$$\{v_e\}_I^T = \{v_{j-1}, \theta_{j-1}, v_j, \theta_j\} \quad \text{vecteur déplacement de la partie I} \quad (3.50)$$

$$\{v_e\}_{II}^T = \{v_{j+1}, \theta_{j+1}, v_{j+2}, \theta_{j+2}\} \quad \text{vecteur déplacement de la partie II} \quad (3.51)$$

La forme matricielle du problème pour l'une des deux parties non endommagées de l'élément poutre est donnée comme suit

$$[M_e]\{\ddot{v}_e\} + [K_e]\{v_e\} = \{F_e\} \quad (3.52)$$

avec $[K_e]$ et $[M_e]$ sont, respectivement, les matrices élémentaires de rigidité et de masse données comme suit :

$$[K_e] = \frac{EI_z}{l_e^3} \begin{bmatrix} 12 & 6l_e & -12 & 6l_e \\ 6l_e & 4l_e^2 & -6l_e & 2l_e^2 \\ -12 & -6l_e & 12 & -6l_e \\ 6l_e & 2l_e^2 & -6l_e & 4l_e^2 \end{bmatrix} \quad (3.53)$$

$$[M_e] = \frac{\rho Al_e}{420} \begin{bmatrix} 156 & 22l_e & 54 & -13l_e \\ 22l_e & 4l_e^2 & 13l_e & -3l_e^2 \\ 54 & 13l_e & 156 & -22l_e \\ -13l_e & -3l_e^2 & -22l_e & 4l_e^2 \end{bmatrix} \quad (3.54)$$

$\{v_e\}$ est donnée par (3.52), $\{F_e\}$ est le vecteur des forces nodales.

Lorsque le ressort rotatif de torsion sans masse relie le nœud j et le nœud $j + 1$, les déplacements du nœud j et du nœud $j + 1$ sont identiques, c'est-à-dire $v_j = v_{j+1}$. Quant aux rotations θ_j et θ_{j+1} sont différentes et couplées par la matrice de rigidité de la partie endommagée au niveau de la fissure. Cette matrice est donnée comme suit

$$[K_f] = \begin{bmatrix} k_t & -k_t \\ -k_t & k_t \end{bmatrix} \quad (3.55)$$

k_t est la constante de la section fissurée. Selon la mécanique linéaire élastique de la rupture, Ostachowicz et Krawkczuk [180] l'avaient définie comme suit

$$k_t = \frac{bh^2E}{72\pi\bar{a}^2F_1(\bar{a})} \quad (3.56)$$

où b et h sont, respectivement, la largeur et la hauteur de la section droite de la poutre, $F_1(\bar{a})$ est une fonction géométrique de la poutre et de la profondeur de la fissure (fonction de forme) donnée comme suit

$$F_1(\bar{a}) = 0.6384 - 1.035\bar{a} + 3.7201\bar{a}^2 - 5.1773\bar{a}^3 + 7.553\bar{a}^4 - 7.332\bar{a}^5 + 2.4909\bar{a}^6 \quad (3.57)$$

Dimarogonas et Paipetis [181] ont défini la constante k_t à partir du taux de restitution d'énergie de déformation élastique comme suit

$$k_t = \frac{EI}{5.346hF_2(\bar{a})} \quad (3.58)$$

avec $F_2(\bar{a})$ est donnée comme suit

$$F_2(\bar{a}) = 1.8624\bar{a}^2 - 3.95\bar{a}^3 + 16.375\bar{a}^4 - 37.226\bar{a}^5 + 76.81\bar{a}^6 - 126.9\bar{a}^7 + 172\bar{a}^8 - 143.97\bar{a}^9 + 66.56\bar{a}^{10} \quad (3.59)$$

Les matrices $[K_e]$, $[M_e]$ et $[K_f]$ sont ensuite assemblées pour former les matrices globales de rigidité $[K]$ et de masse $[M]$.

Ainsi l'équation de mouvement de la structure poutre devient

$$[M]\{\ddot{V}\} + [K]\{V\} = \{F(t)\} \tag{3.60}$$

avec $\{V\}$ est le vecteur déplacement nodal global et $\{F(t)\}$ le vecteur force nodal global.

3.3.4 Modèle de réduction de la rigidité E d'un élément poutre

Quand un endommagement est présent dans une structure poutre, la matrice de rigidité globale $[K]$ de la structure saine change. Soit $[K_e^f]_j$ la matrice de rigidité élémentaire du $j^{\text{ème}}$ élément endommagé (fissuré). Une autre approche simple consiste à réduire la rigidité E d'un élément sain

$$[K_e^f]_j = ((1 - \bar{a}_j)E) * [K_e]'_j \tag{3.61}$$

avec $\bar{a}_j = a/h$ représente la profondeur normalisée de la fissure, $[K_e]'_j$ peut être calculé à l'aide d'un modèle éléments finis de poutre, elle est donnée comme suit :

$$[K_e]'_j = [K_e] = \begin{bmatrix} \frac{12I}{l_e^3} & \frac{6I}{l_e^2} & -\frac{12I}{l_e^3} & \frac{6I}{l_e^2} \\ \frac{6I}{l_e^2} & \frac{4I}{l_e} & -\frac{6I}{l_e^2} & \frac{2I}{l_e} \\ -\frac{12I}{l_e^3} & -\frac{6I}{l_e^2} & \frac{12I}{l_e^3} & -\frac{6I}{l_e^2} \\ \frac{6I}{l_e^2} & \frac{2I}{l_e} & -\frac{6I}{l_e^2} & \frac{4I}{l_e} \end{bmatrix} \tag{3.62}$$

Avec I est le moment d'inertie de la section droite de la poutre.

3.4 Comparaisons des modèles

3.4.1 Modèle de poutre saine choisi

L'élément fini de poutre développé est basé sur les théories d'Euler-Bernoulli utilisant comme variables nodales la flèche et sa dérivée première. Comme nous ne considérons que les vibrations de flexion pure autour de l'axe z, chaque nœud de cet élément fini possède 2 degrés de liberté à savoir un déplacement transversal v selon l'axe y et une rotation θ autour de l'axe z (Figure 3.11). Nous avons modélisé les structures poutres étudiées en plusieurs éléments finis à l'aide du code de calcul Matlab. La Figure 3.12 montre l'exemple d'une poutre discrétisée en 11 éléments.

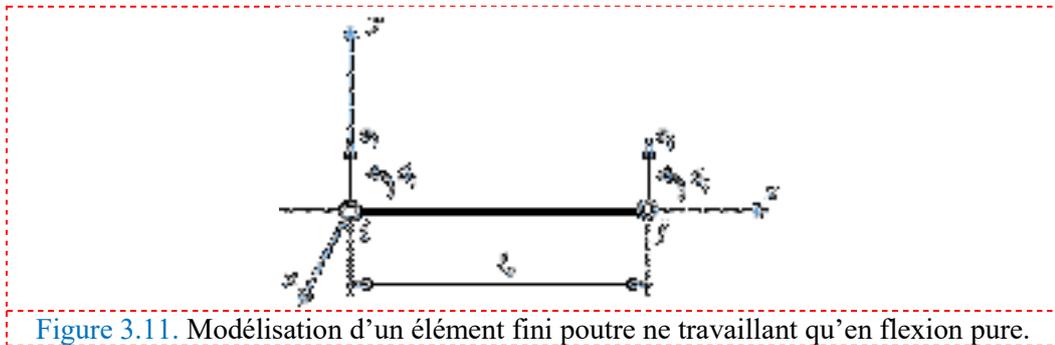


Figure 3.11. Modélisation d'un élément fini poutre ne travaillant qu'en flexion pure.

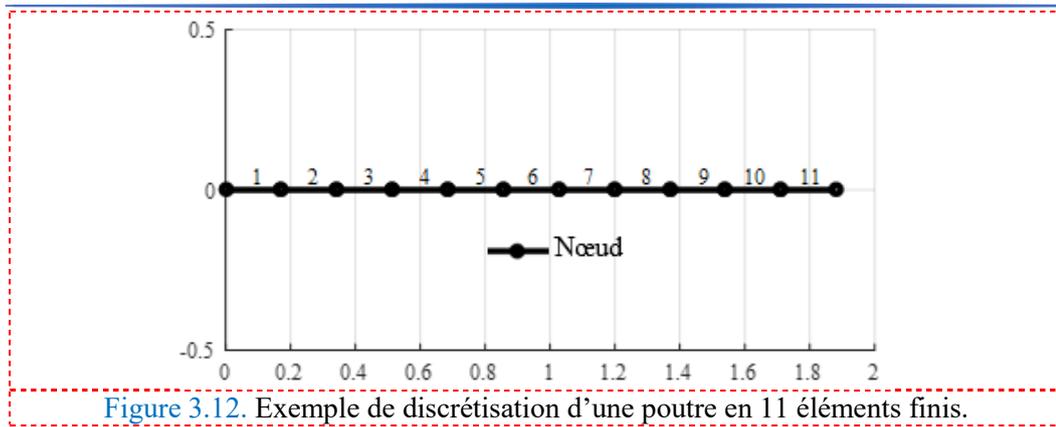


Figure 3.12. Exemple de discrétisation d'une poutre en 11 éléments finis.

3.4.1.1 Matrices élémentaires

3.4.1.1.1 Matrices élémentaires saines

Les matrices élémentaires de raideur et de masse des éléments de poutres saines utilisées sont définies comme suit

$$[K_e] = \frac{EI}{l_e^3} \begin{bmatrix} 12 & 6l_e & -12 & 6l_e \\ 6l_e & 4l_e^2 & -6l_e & 2l_e^2 \\ -12 & -6l_e & 12 & -6l_e \\ 6l_e & 2l_e^2 & -6l_e & 4l_e^2 \end{bmatrix}$$

$$[M_e] = \frac{\rho A l_e}{420} \begin{bmatrix} 156 & 22l_e & 54 & -13l_e \\ 22l_e & 4l_e^2 & 13l_e & -3l_e^2 \\ 54 & 13l_e & 156 & -22l_e \\ -13l_e & -3l_e^2 & -22l_e & 4l_e^2 \end{bmatrix}$$

3.4.1.1.2 Matrices élémentaires endommagées

Les cinq matrices élémentaires de raideur des modèles poutres endommagées utilisées sont données comme suit :

➤ **Modèle de J. K. Sinha et al [178]**

$$[K_e^{end}] = \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & -k_{11} & k_{14} \\ k_{12} & k_{22} & -k_{12} & k_{24} \\ -k_{11} & -k_{12} & k_{11} & -k_{14} \\ k_{14} & k_{24} & -k_{14} & k_{44} \end{bmatrix}$$

Dans lequel

$$\begin{aligned} k_{11} &= \frac{12E(I - I_{cj})}{l_e^4} \left[\frac{2l_c^3}{l_e^2} + 3l_c \left(\frac{2X_j}{l_e} - 1 \right)^2 \right] & k_{12} &= \frac{12E(I - I_{cj})}{l_e^3} \left[\frac{l_c^3}{l_e^2} + l_c \left(2 - \frac{7X_j}{l_e} + \frac{6X_j^2}{l_e^2} \right) \right] \\ k_{22} &= \frac{12E(I - I_{cj})}{l_e^4} \left[\frac{3l_c^3}{l_e^2} + 2l_c \left(\frac{3X_j}{l_e} - 2 \right)^2 \right] & k_{14} &= \frac{12E(I - I_{cj})}{l_e^3} \left[\frac{l_c^3}{l_e^2} + l_c \left(1 - \frac{5X_j}{l_e} + \frac{6X_j^2}{l_e^2} \right) \right] \\ k_{44} &= \frac{12E(I - I_{cj})}{l_e^4} \left[\frac{3l_c^3}{l_e^2} + 2l_c \left(\frac{3X_j}{l_e} - 1 \right)^2 \right] & k_{24} &= \frac{12E(I - I_{cj})}{l_e^3} \left[\frac{3l_c^3}{l_e^2} + 2l_c \left(2 - \frac{9X_j}{l_e} + \frac{9X_j^2}{l_e^2} \right) \right] \end{aligned}$$

avec $I = \frac{bh^3}{12}$ et $I_{cj} = \frac{b(h-a_j)^3}{12}$ sont, respectivement, le moment quadratique des zones non fissurées et celui au niveau de la $j^{\text{ème}}$ fissure. b et h sont la largeur et la hauteur de la poutre. l_e la longueur de l'élément. $l_c = 1.5h$ est la longueur effective.

➤ **Modèle de M.H.F. Dado et al [179]**

$$[K_e^{end}] = \frac{6EI}{\Delta} \begin{bmatrix} [k_{11}] & [k_{12}] \\ [k_{12}]^T & [k_{22}] \end{bmatrix}$$

Avec

$$[k_{11}] = \begin{bmatrix} 6(l_e + \eta) & 3(l_e^2 + 2x\eta) & -6(l_e + \eta) & 3(l_e^2 + 2\xi\eta) \\ -3(l_e^2 + 2x\eta) & 2(l_e^3 + 3x^2\eta) & -3(l_e^2 + 2x\eta) & (l_e^3 + 6x\xi\eta) \\ -6(l_e + \eta) & -3(l_e^2 + 2x\eta) & 6(l_e + \eta) & -3(l_e^2 + 2\xi\eta) \\ 3(l_e^2 + 2\xi\eta) & (l_e^3 + 6x\xi\eta) & -3(l_e^2 + 2\xi\eta) & 2(l_e^3 + 3\xi^2\eta) \end{bmatrix}$$

$$[k_{12}] = \begin{bmatrix} -6(l_e + cEI) & 3(l_e^2 + 2(l_e - x)cEI) \\ -3(l_e^2 + 2xcEI) & (l_e^3 + 6x(l_e - x)cEI) \end{bmatrix}$$

$[k_{12}]^T$ est la transposée de $[k_{12}]$

$$[k_{22}] = \begin{bmatrix} 6(l_e + cEI) & -3(l_e^2 + 2(l_e - x)cEI) \\ -3(l_e^2 + 2(l_e - x)cEI) & 2(l_e^3 + 3(l_e - x)^2cEI) \end{bmatrix}$$

$$\Delta = 9(l_e^2 + 2x\eta)(l_e^2 + 2\xi\eta) - 6(l_e + \eta)(l_e^3 + 2x\xi\eta).$$

$$[K_e^{end}] = \frac{6EI}{\Delta} \begin{bmatrix} 6(l_e + \eta) & 3(l_e^2 + 2x\eta) & -6(l_e + \eta) & 3(l_e^2 + 2\xi\eta) \\ -3(l_e^2 + 2x\eta) & 2(l_e^3 + 3x^2\eta) & -3(l_e^2 + 2x\eta) & (l_e^3 + 6x\xi\eta) \\ -6(l_e + \eta) & -3(l_e^2 + 2x\eta) & 6(l_e + \eta) & -3(l_e^2 + 2\xi\eta) \\ 3(l_e^2 + 2\xi\eta) & (l_e^3 + 6x\xi\eta) & -3(l_e^2 + 2\xi\eta) & 2(l_e^3 + 3\xi^2\eta) \end{bmatrix}$$

avec $\eta = cEI$, et $\xi = (l_e - x)$

où E est le module de Young, I est le moment d'inertie de la section droite de l'élément et l_e sa longueur, x est la position de la fissure dans les coordonnées locales de l'élément et c est la complaisance des fissures donnée par

$$c = \frac{6h}{EI} (1.98\bar{a}^2 - 3.277\bar{a}^3 + 14.251\bar{a}^4 - 31.08\bar{a}^5 + 62.79\bar{a}^6 - 102.171\bar{a}^7 + 146.404\bar{a}^8 - 127.69\bar{a}^9 + 61.504\bar{a}^{10})$$

avec $\bar{a} = \frac{a}{h}$, a est la profondeur de la fissure.

➤ **Modèle d'Ostachowicz et Krawczuk, et celui de Dimarogonas et Paipetis**

$$[K_e^{end}] = \frac{EI}{l_e^3} \begin{bmatrix} 12 & 6l_e & -12 & 6l_e \\ 6l_e & 4l_e^2 + k_t & -6l_e & 2l_e^2 - k_t \\ -12 & -6l_e & 12 & -6l_e \\ 6l_e & 2l_e^2 - k_t & -6l_e & 4l_e^2 + k_t \end{bmatrix}$$

Pour celui d'Ostachowicz et Krawczuk

$$k_t = \frac{bh^2E}{72\pi\bar{a}^2 F_1(\bar{a})}$$

Avec

$$F_1(\bar{a}) = 0.6384 - 1.035\bar{a} + 3.7201\bar{a}^2 - 5.1773\bar{a}^3 + 7.553\bar{a}^4 - 7.332\bar{a}^5 + 2.4909\bar{a}^6$$

Pour celui de Dimarogonas et Paipetis

$$k_t = \frac{EI}{5.346hF_2(\bar{a})}$$

Avec

$$F_2(\bar{a}) = 1.8624\bar{a}^2 - 3.95\bar{a}^3 + 16.375\bar{a}^4 - 37.226\bar{a}^5 + 76.81\bar{a}^6 - 126.9\bar{a}^7 + 172\bar{a}^8 - 143.97\bar{a}^9 + 66.56\bar{a}^{10}$$

➤ **Modèle de réduction de la raideur E**

$$[K_e^{end}] = \alpha[K_e]$$

Avec $[K_e]$ est la matrice de rigidité élémentaire de l'élément sain et α représente le facteur de réduction de rigidité en pourcentage (%).

3.4.1.1.3 Analyse modale

Les paramètres modaux d'un mode i , pour les structures poutres saines et endommagées, sont identifiés par une simple résolution de l'équation aux valeurs propres suivante

$$(K - \omega_i^2 M)\varphi_i = 0$$

avec ω est la pulsation propre du $i^{\text{ème}}$ mode φ_i d'où les fréquences propre correspondant sont données par $f_i = \frac{\omega_i}{2\pi}$.

3.4.1.1.4 Validation de la modélisation par éléments finis de la poutre saine

Pour valider notre modélisation par éléments finis, nous avons utilisé trois types de poutres retrouvées dans la littérature [178] dont leurs propriétés géométriques et mécaniques sont présentées dans le

Tableau 3-1. Pour cela, nous avons comparé les fréquences propres obtenues par notre modélisation à celles retrouvées dans la littérature [178]. Les résultats de la comparaison sont présentés dans les **Tableau 3-2** à **Tableau 3-4**.

Ces structures poutres étudiées sont choisies de telle sorte que les conditions aux limites des poutres 2 et 3 sont encastées — encastées et flexible – libre pour la poutre 1.

Pour le cas particulier d'une extrémité flexible, la structure est accrochée à deux ressorts de traction-compression et de rotation. Les rigidités $k_t = 26.5 \text{ MN/m}$ et $k_\theta = 150 \text{ KNm/rad}$ de ces ressorts ont été choisies en utilisant les données modales de la poutre saine afin de produire un modèle élément fini valable.

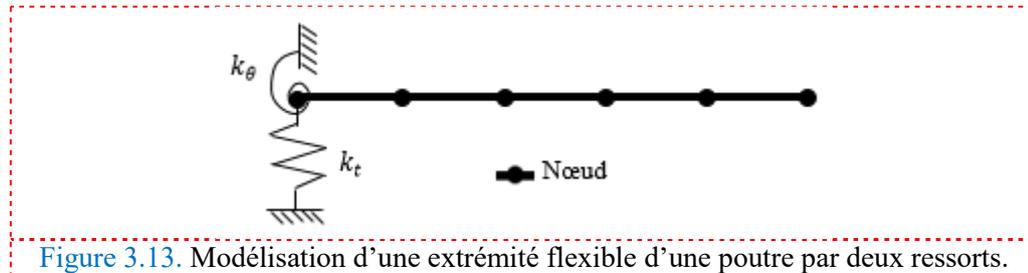


Figure 3.13. Modélisation d'une extrémité flexible d'une poutre par deux ressorts.

Tableau 3-1. Propriétés géométriques et mécaniques des trois poutres étudiées.

	<i>Poutre 1</i>	<i>Poutre 2</i>	<i>Poutre 3</i>
Condition aux limites	Flexible-Libre	Encastée-Encastée	Encastée-Encastée
Matériau	Aluminium	Aluminium	Acier
Module de Young E	69.79 GN/m^2	69.79 GN/m^2	203.91 GN/m^2
Densité volumique ρ	2600 Kg/m^3	2600 Kg/m^3	7800 Kg/m^3
Coefficient de poisson ν	0.33	0.33	0.33
Longueur L	996 mm	1832 mm	1330 mm
Largeur b	50 mm	50 mm	25.3 mm
Hauteur h	25 mm	25 mm	25.3 mm
Raideurs aux limites	$k_t = 26.5 \text{ MN/m}$ $k_\theta = 150 \text{ KNm/rad}$		

Tableau 3-2. Comparaison entre les fréquences propres mesurées et calculées dans le cas d'une poutre saine flexible-libre en aluminium.

<i>Poutre 1 : saine en aluminium flexible-libre discrétisée en 16 éléments.</i>					
<i>L = 996 mm</i>					
	MEF [178]			MEF (présent travail)	
Mode	Mesurées [178] (Hz)	Calculées (Hz)	Ecart (%)	Calculées (Hz)	Ecart (%)
1	20,000	19,902	0,490	19,900	0,502
2	124,500	124,543	0,035	124,531	0,025
3	342,188	345,507	0,970	345,716	1,028
4	664,375	664,317	0,009	665,762	0,196

Tableau 3-3. Comparaison entre les fréquences propres mesurées et calculées dans le cas d'une poutre saine encastrée— encastrée en aluminium.

<i>Poutre 2 : saine en aluminium encastré— encastrée discrétisée en 27 éléments.</i>					
<i>L = 1832 mm</i>					
Mode	MEF [178]			MEF (présent travail)	
	Mesurées [178] (Hz)	Calculées (Hz)	Ecart (%)	Calculées (Hz)	Ecart (%)
1	40,000	39,789	0,527	39,670	0,826
2	109,688	109,680	0,007	109,351	0,307
3	215,000	215,018	0,008	214,376	0,290
4	355,000	355,440	0,124	354,385	0,173

Tableau 3-4. Comparaison entre les fréquences propres mesurées et calculées dans le cas d'une poutre saine encastrée— encastrée en acier.

<i>Poutre 3 : saine en acier encastré— encastrée discrétisée en 20 éléments.</i>					
<i>L = 1330 mm</i>					
Mode	MEF [178]			MEF (présent travail)	
	Mesurées [178] (Hz)	Calculées (Hz)	Ecart (%)	Calculées (Hz)	Ecart (%)
1	75,313	75,171	0,188	75,171	0,189
2	207,188	207,212	0,012	207,214	0,013
3	406,250	406,225	0,006	406,242	0,002
4	667,813	671,536	0,557	671,611	0,569

Afin de valider notre modélisation par éléments finis, nous avons comparé les fréquences calculées des poutres saines à celles mesurées expérimentalement [178] en faisant varier les différents paramètres à savoir : le nombre d'éléments, le type de matériau, la longueur des poutres et les conditions aux limites.

Nous constatons dans les Tableau 3-2 à Tableau 3-4 que les fréquences calculées sont très satisfaisantes comparativement à celles mesurées [178] avec une erreur moyenne qui varie entre 0,097 à 0,339, ce qui nous permet de conclure que notre modélisation par éléments finis est validée.

3.4.1.2 Étude comparative des modèles poutres endommagées en termes de fréquences

Les Tableau 3-5 à Tableau 3-8 présentent, respectivement, les fréquences propres mesurées [178] et celles calculées pour les cinq modèles de poutres endommagées à savoir le modèle de J. K. Sinha *et al.* [178], M.H.F. Dado *et al.* [179], Ostachowicz et Krawkczuk [180], Dimarogonas et Paipetis [181], ainsi que le modèle qui est basé sur la réduction de la rigidité E d'un élément poutre. Ces modèles sont mis à l'épreuve en faisant varier les différents paramètres de la poutre et de l'endommagement.

3.4.1.2.1 Cas d'une seule fissure

➤ Variation de la profondeur de la fissure

Le Tableau 3-5 présente les fréquences propres mesurées [178] et calculées des modèles poutres endommagées flexibles-libres en fonction de la variation de la profondeur de la fissure (de 4 à 12 mm). Les caractéristiques géométriques et mécaniques de chaque modèle sont les mêmes que la poutre 1 (voir le Tableau 3-1). La position $x = 275 \text{ mm}$ reste constante pendant la variation de la profondeur. La profondeur a de la fissure est donnée par le Tableau 3-5.

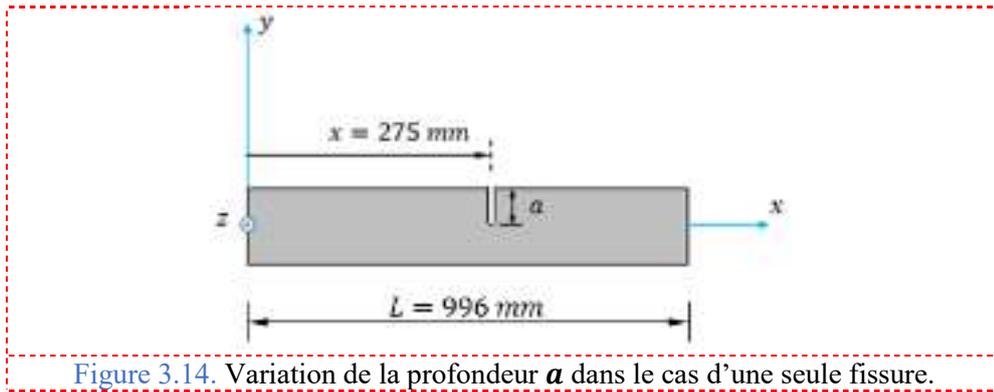


Figure 3.14. Variation de la profondeur a dans le cas d'une seule fissure.

Tableau 3-5. Comparaison entre les fréquences propres mesurées et celles calculées pour les modèles de poutres endommagées encastées-encastées en aluminium dans le cas d'une seule fissure.

Poutre 1 : endommagée en aluminium flexible-libre discrétisée en 16 éléments.

$a = 4 \text{ mm}$ à la position $x = 275 \text{ mm}$, $L = 996 \text{ mm}$											
Mode	M	R	E	D	E	S	E	D&P	E	O&K	E
1	20,000	19,896	0,519	20,268	1,341	19,892	0,542	20,718	3,591	19,900	0,502
2	124,250	124,525	0,221	125,249	0,804	124,517	0,215	126,086	1,478	124,531	0,226
3	340,813	345,647	1,418	353,633	3,761	345,557	1,392	364,370	6,912	345,716	1,439
4	662,813	665,728	0,440	669,651	1,032	665,665	0,430	674,201	1,718	665,762	0,445
$a = 8 \text{ mm}$ à la position $x = 275 \text{ mm}$, $L = 996 \text{ mm}$											
Mode	M	R	E	D	E	S	E	D&P	E	O&K	E
1	19,750	19,893	0,723	20,132	1,932	19,886	0,689	20,551	4,056	19,900	0,757
2	124,063	124,518	0,367	124,997	0,753	124,508	0,359	125,762	1,370	124,531	0,377
3	336,875	345,578	2,583	350,642	4,087	345,447	2,545	360,235	6,934	345,716	2,624
4	662,313	665,694	0,511	668,125	0,877	665,598	0,496	672,264	1,502	665,762	0,521
$a = 12 \text{ mm}$ à la position $x = 275 \text{ mm}$, $L = 996 \text{ mm}$											
Mode	M	R	E	D	E	S	E	D&P	E	O&K	E
1	19,000	19,889	4,681	20,003	5,281	19,883	4,645	20,344	7,072	19,900	4,734
2	123,000	124,512	1,229	124,757	1,428	124,502	1,221	125,365	1,923	124,531	1,245
3	326,563	345,508	5,801	347,916	6,539	345,378	5,761	355,352	8,816	345,716	5,865
4	660,313	665,660	0,810	666,762	0,977	665,555	0,794	670,026	1,471	665,762	0,825

M : mesurée [178]
R : Réduction de E
E : Ecart (%)

D : Dado et al.
S : Sinha et al.

O&K : Ostachowicz et Krawczuk
D&P : Dimarogonas et Paipetis

➤ Changement de conditions aux limites

Dans cette partie, nous allons changer les conditions aux limites, la longueur de la poutre, le nombre d'éléments et la position de la fissure en gardant les mêmes valeurs de la profondeur de la fissure.

Tableau 3-6. Comparaison entre les fréquences propres mesurées et celles calculées pour les modèles de poutres endommagées encastées-encastées en aluminium dans le cas d'une seule fissure.

Poutre 2 : endommagée en aluminium encasté-encastée discrétisée en 27 éléments.

<i>a = 4 mm à la position x = 595 mm, L = 1832 mm</i>											
<i>Mode</i>	<i>M</i>	<i>R</i>	<i>E</i>	<i>D</i>	<i>E</i>	<i>S</i>	<i>E</i>	<i>D&P</i>	<i>E</i>	<i>O&K</i>	<i>E</i>
<i>1</i>	39,688	37,589	5,290	37,715	4,971	37,587	5,293	37,863	4,598	37,590	5,287
<i>2</i>	109,063	103,605	5,005	105,141	3,596	103,591	5,018	107,066	1,831	103,618	4,992
<i>3</i>	215,000	203,130	5,521	203,795	5,212	203,125	5,523	204,564	4,854	203,136	5,518
<i>4</i>	354,688	335,792	5,328	337,318	4,897	335,775	5,332	339,004	4,422	335,805	5,324
<i>a = 8 mm à la position x = 595 mm, L = 1832 mm</i>											
<i>Mode</i>	<i>M</i>	<i>R</i>	<i>E</i>	<i>D</i>	<i>E</i>	<i>S</i>	<i>E</i>	<i>D&P</i>	<i>E</i>	<i>O&K</i>	<i>E</i>
<i>1</i>	39,375	37,588	4,540	37,671	4,327	37,586	4,544	37,812	3,969	37,590	4,534
<i>2</i>	108,125	103,591	4,193	104,604	3,256	103,571	4,211	106,396	1,599	103,618	4,168
<i>3</i>	214,688	203,125	5,386	203,570	5,178	203,117	5,390	204,280	4,848	203,136	5,381
<i>4</i>	353,438	335,778	4,997	336,787	4,711	335,755	5,003	338,389	4,258	335,805	4,989
<i>a = 12 mm à la position x = 595 mm, L = 1832 mm</i>											
<i>Mode</i>	<i>M</i>	<i>R</i>	<i>E</i>	<i>D</i>	<i>E</i>	<i>S</i>	<i>E</i>	<i>D&P</i>	<i>E</i>	<i>O&K</i>	<i>E</i>
<i>1</i>	39,063	37,586	3,780	37,627	3,676	37,585	3,784	37,746	3,372	37,590	3,771
<i>2</i>	105,938	103,578	2,228	104,069	1,765	103,559	2,245	105,541	0,374	103,618	2,190
<i>3</i>	214,375	203,119	5,251	203,346	5,145	203,112	5,254	203,922	4,876	203,136	5,243
<i>4</i>	350,625	335,765	4,238	336,255	4,099	335,742	4,245	337,600	3,715	335,805	4,227
<i>M : mesurée [178]</i>				<i>D : Dado et al.</i>				<i>O&K : Ostachowicz et Krawczuk</i>			
<i>R : Réduction de E</i>				<i>S : Sinha et al.</i>				<i>D&P : Dimarogonas et Paipetis</i>			
<i>E : Ecart (%)</i>											

➤ Changement de matériau

Le **Tableau 3-7** présente les fréquences propres des modèles de poutres endommagées encastées-encastées en Acier en fonction de la variation de la profondeur d'une seule fissure.

Tableau 3-7. Comparaison entre les fréquences propres mesurées et celles calculées pour les modèles de poutres endommagées encastées-encastées en acier dans le cas d'une seule fissure.

Poutre 3 : endommagée en acier encasté— encastée discrétisée en 20 éléments.

<i>a</i> = 4 mm à la position <i>x</i> = 430 mm, <i>L</i> = 1330 mm											
Mode	<i>M</i>	<i>R</i>	<i>E</i>	<i>D</i>	<i>E</i>	<i>S</i>	<i>E</i>	<i>D&P</i>	<i>E</i>	<i>O&K</i>	<i>E</i>
1	74,688	75,167	0,642	75,578	1,192	75,163	0,636	76,064	1,843	75,171	0,646
2	205,625	207,179	0,756	211,286	2,753	207,136	0,735	216,671	5,372	207,214	0,773
3	405,625	406,232	0,150	407,410	0,440	406,216	0,146	408,544	0,720	406,242	0,152
4	666,250	671,557	0,797	677,803	1,734	671,497	0,788	684,902	2,800	671,611	0,805
<i>a</i> = 8 mm à la position <i>x</i> = 430 mm, <i>L</i> = 1330 mm											
Mode	<i>M</i>	<i>R</i>	<i>E</i>	<i>D</i>	<i>E</i>	<i>S</i>	<i>E</i>	<i>D&P</i>	<i>E</i>	<i>O&K</i>	<i>E</i>
1	74,063	75,163	1,486	75,435	1,853	75,158	1,478	75,891	2,469	75,171	1,496
2	202,500	207,143	2,293	209,797	3,604	207,082	2,263	214,727	6,038	207,214	2,328
3	404,688	406,221	0,379	406,995	0,570	406,199	0,373	408,061	0,834	406,242	0,384
4	662,813	671,502	1,311	675,652	1,937	671,417	1,298	682,222	2,928	671,611	1,327
<i>a</i> = 12 mm à la position <i>x</i> = 430 mm, <i>L</i> = 1330 mm											
Mode	<i>M</i>	<i>R</i>	<i>E</i>	<i>D</i>	<i>E</i>	<i>S</i>	<i>E</i>	<i>D&P</i>	<i>E</i>	<i>O&K</i>	<i>E</i>
1	72,813	75,160	3,223	75,294	3,407	75,154	3,215	75,672	3,927	75,171	3,238
2	197,188	207,107	5,030	208,372	5,672	207,048	5,000	212,343	7,686	207,214	5,085
3	403,125	406,211	0,766	406,595	0,861	406,187	0,760	407,476	1,079	406,242	0,773
4	655,938	671,448	2,364	673,550	2,685	671,367	2,352	678,895	3,500	671,611	2,389

M : mesurée [178]
R : Réduction de *E*
E : Ecart (%)

D : Dado et al.
S : Sinha et al.

O&K : Ostachowicz et Krawkczuk
D&P : Dimarogonas et Paipetis

➤ Cas de deux fissures

À présent, nous allons introduire pour chaque modèle de poutre endommagée deux fissures. Les propriétés géométriques et mécaniques de chaque modèle de poutre endommagée sont les mêmes que la poutre 2 (voir Tableau 3-1).

Les profondeurs et les positions des deux fissures sont données comme suit :

Pour la fissure 1, la profondeur $a_1 = 12 \text{ mm}$ et la position $x_1 = 595 \text{ mm}$ restent constantes.

La profondeur a_2 de la fissure 2 varie de 4 à 12 mm et sa position $x_2 = 800 \text{ mm}$ reste constante.

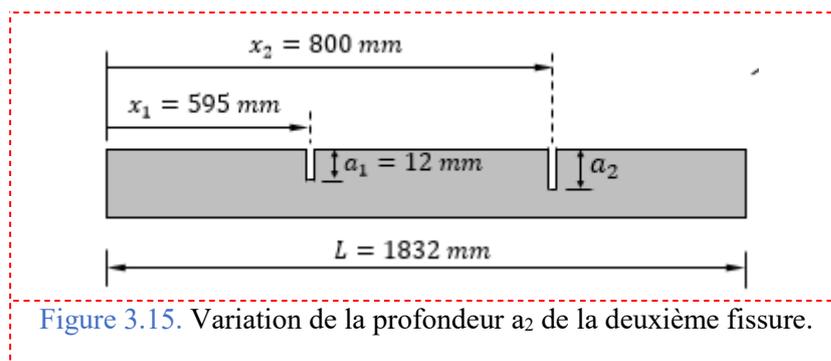


Figure 3.15. Variation de la profondeur a_2 de la deuxième fissure.

Le Tableau 3-8 présente la comparaison entre les fréquences propres mesurées expérimentalement [178] et celles calculées pour les modèles poutres endommagées dans le cas de deux fissures.

Tableau 3-8. Comparaison entre les fréquences propres mesurées et celles calculées pour les modèles de poutres endommagées encastées-encastées en aluminium dans le cas de deux fissures.

$a_1 = 12 \text{ mm}$ à la position $x_1 = 595 \text{ mm}$ $a_2 = 4 \text{ mm}$ à la position $x_2 = 800 \text{ mm}$											
Mode	<i>M</i>	<i>R</i>	<i>E</i>	<i>D</i>	<i>E</i>	<i>S</i>	<i>E</i>	<i>D&P</i>	<i>E</i>	<i>O&K</i>	<i>E</i>
1	38,750	37,583	3,012	38,020	1,885	37,578	3,026	38,642	0,280	37,590	2,994
2	105,938	103,573	2,232	104,589	1,273	103,550	2,254	106,893	0,901	103,618	2,190
3	213,750	203,104	4,981	204,969	4,108	203,083	4,991	207,349	2,995	203,136	4,966
4	350,000	335,728	4,078	340,669	2,666	335,665	4,096	348,734	0,362	335,805	4,056
$a_1 = 12 \text{ mm}$ à la position $x_1 = 595 \text{ mm}$ $a_2 = 8 \text{ mm}$ à la position $x_2 = 800 \text{ mm}$											
Mode	<i>M</i>	<i>R</i>	<i>E</i>	<i>D</i>	<i>E</i>	<i>S</i>	<i>E</i>	<i>D&P</i>	<i>E</i>	<i>O&K</i>	<i>E</i>
1	38,437	37,579	2,231	37,882	1,443	37,573	2,249	38,472	0,092	37,590	2,204
2	105,938	103,569	2,236	104,406	1,447	103,544	2,260	106,633	0,656	103,618	2,190
3	212,813	203,089	4,569	204,403	3,952	203,062	4,582	206,685	2,879	203,136	4,547
4	349,063	335,690	3,831	339,073	2,862	335,611	3,854	346,437	0,752	335,805	3,798
$a_1 = 12 \text{ mm}$ à la position $x_1 = 595 \text{ mm}$ $a_2 = 12 \text{ mm}$ à la position $x_2 = 800 \text{ mm}$											
Mode	<i>M</i>	<i>R</i>	<i>E</i>	<i>D</i>	<i>E</i>	<i>S</i>	<i>E</i>	<i>D&P</i>	<i>E</i>	<i>O&K</i>	<i>E</i>
1	37,500	37,576	0,202	37,744	0,650	37,569	0,185	38,253	2,009	37,590	0,240
2	105,625	103,564	1,951	104,222	1,329	103,540	1,974	106,300	0,639	103,618	1,900
3	210,000	203,075	3,298	203,835	2,936	203,049	3,310	205,837	1,982	203,136	3,269
4	345,625	335,653	2,885	337,516	2,346	335,578	2,907	343,604	0,585	335,805	2,841
<i>M</i> : mesurée [178]			<i>D</i> : Dado et al.			<i>O&K</i> : Ostachowicz et Krawczuk					
<i>R</i> : Réduction de <i>E</i>			<i>S</i> : Sinha et al.			<i>D&P</i> : Dimarogonas et Paipetis					
<i>E</i> : Ecart (%)											

Dans le cas d'une seule fissure, et pour comparer les fréquences propres obtenues analytiquement pour les cinq modèles de poutres endommagées à celles mesurées expérimentalement [178], nous avons utilisé trois poutres différentes. Cette étude a été faite en faisant varier la profondeur de la fissure, la position de la fissure, la longueur des poutres, le nombre d'éléments, le type de matériau et les conditions aux limites des poutres.

Nous avons constaté, dans le cas d'une poutre flexible-libre en aluminium, que les fréquences calculées pour le modèle de Dimarogonas et Paipetis [181] sont relativement satisfaisantes comparativement aux fréquences mesurées avec une erreur moyenne de 4,12 %, en revanche, celles obtenues pour les quatre autres modèles sont très satisfaisantes avec une erreur moyenne qui varie entre 1,59 à 2,4 %. Dans le cas d'une poutre encastée-encastée en aluminium, toutes les fréquences propres obtenues pour les cinq modèles sont relativement proches aux fréquences réelles mesurées avec une erreur comprise entre 3,559 et 4,653 %. Quant à une poutre encastée-encastée en Acier, il paraît que le modèle de Dimarogonas et Paipetis [181] donne, encore une

fois, une approximation pas très satisfaisante avec une erreur de 3,268 %, quant aux quatre autres modèles, donnent des résultats très satisfaisants avec une erreur moyenne qui varie entre 1,586 à 2,225 %.

Dans le cas de deux fissures, nous nous sommes limités à étudier uniquement une poutre encastree-encastree en aluminium où nous avons introduit deux fissures dont le seul paramètre qui varie étant la profondeur de la deuxième fissure (voir [Tableau 3-8](#)). Nous avons constaté que toutes les fréquences propres calculées pour tous les modèles sont très satisfaisantes avec une erreur moyenne comprise entre 1,177 et 2,973 %.

3.5 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté cinq approches pour modéliser une structure endommagée à savoir : l'approche de J. K. Sinha *et al.* [178], l'approche de M.H.F. Dado *et al.* [179], d'Ostachowicz et Krawkczuk [180], de Dimarogonas et Paipetis [181] et enfin celui qui consiste à réduire la raideur E d'un élément de poutre. Dans notre étude, nous traitons, comme exemple, une poutre basée uniquement sur les théories d'Euler-Bernoulli et ne travaillant qu'en flexion seule dans un plan.

En second lieu, nous avons calculé analytiquement les fréquences naturelles pour les quatre premiers modes de vibration de cinq modèles de poutres endommagées à savoir : le modèle de J. K. Sinha *et al.*, le modèle de M.H.F. Dado *et al.*, le modèle d'Ostachowicz et Krawkczuk, le modèle de Dimarogonas et Paipetis et enfin celui qui est basé sur la réduction de la raideur E d'un élément poutre. Les fréquences calculées pour ces modèles de fissuration ont été comparées aux fréquences naturelles obtenues expérimentalement [178]. En faisant varier les différents paramètres caractérisant l'endommagement (sévérité, emplacement et nombre d'endommagements) et ceux caractérisant la poutre (longueur, type de matériau, conditions aux limites, nombre d'éléments...), nous avons constaté que les quatre premières fréquences propres calculées, pour le modèle de fissuration de Dimarogonas et Paipetis, ne sont pas très satisfaisantes comparativement aux fréquences naturelles réelles obtenues expérimentalement avec une erreur moyenne variant entre 3,268 à 4,653 %. Quant aux fréquences propres des quatre autres modèles de fissuration sont très satisfaisante comparativement à celles obtenues expérimentalement avec une erreur moyenne qui varie entre 1,177 à 2,973 %.

Chapitre 4 METHODES D'OPTIMISATION —

ALGORITHME GENETIQUE

L'algorithme génétique (AG) est une puissante méthode d'optimisation universelle basée sur la théorie de Darwin de l'évolution et de la survie du plus apte. Analogue aux gènes de la génétique, GA représente les paramètres d'un problème donné en les encodant dans une chaîne. Différemment des méthodes d'optimisation classiques qui trouvent l'optimum à partir d'un seul point, l'AG utilise un ensemble de points, c'est-à-dire une population de chaînes codées, pour rechercher la solution optimale. Les Algorithmes génétiques simples se composent de trois opérateurs de base : la reproduction, le croisement et la mutation. En génétique, les gènes constitués d'allèles constituent un chromosome. De même, en AG simple, les chaînes codées sont composées de bits. Dans les problèmes d'identification des endommagements, les paramètres des éléments structuraux à coder sont les rapports de la valeur endommagée à la valeur non endommagée d'une ou de plusieurs variables spécifiées (par exemple le module de Young, la section transversale, etc.). Par conséquent, les valeurs des variables spécifiées relatives aux éléments de structure à identifier sont égales au rapport ci-dessus multiplié par leurs valeurs de référence par rapport à la structure originale non endommagée. Les valeurs des variables calculées à partir de la procédure ci-dessus doivent être utilisées dans l'analyse EF pour calculer la réponse structurelle, qui doit être comparée à la réponse mesurée correspondante pour identifier les endommagements structurels. Dans une première partie, nous présenterons quelques généralités sur l'optimisation, son cadre, ses bases, ses méthodes... Puis nous nous intéresserons aux Algorithmes évolutionnaires (AE) et plus spécifiquement aux Algorithmes génétiques (AG).

4.1 Introduction

La résolution d'un problème d'optimisation consiste à explorer un espace de recherche afin de maximiser (ou minimiser) une fonction donnée. Les complexités (en taille ou en structure) relatives de l'espace de recherche et de la fonction à maximiser conduisent à utiliser des méthodes de résolutions radicalement différentes. En première approximation, on peut dire qu'une méthode déterministe est adaptée à un espace de recherche petit et complexe et qu'un espace de recherche grand nécessite plutôt une méthode de recherche stochastique (recuit simulé, algorithme génétique ...). Dans la plupart des cas, un problème d'optimisation se divise naturellement en deux phases : recherche des solutions admissibles puis recherche de la solution à coût optimal parmi ces dernières. Suivant la méthode employée, ce découpage est plus ou moins apparent dans la résolution.

Le terme d'optimisation se réfère à la résolution d'un problème de la meilleure façon possible. Dans la plupart des cas, l'objectif est de minimiser ou de maximiser une fonction objective en choisissant des valeurs de ses variables dans une plage acceptable. Les techniques d'optimisation ont contribué très largement à la résolution aisée de problèmes inverses, par rapport aux méthodes de recherche classiques, dont le nombre de paramètres pris en charge est limité, à l'exemple des techniques de balayage du champ de paramètre. Dans le cas général, la solution d'un problème d'optimisation comprend les étapes suivantes : La première étape est la formulation mathématique du problème d'optimisation (définitions de la fonction objective, les variables de conception et les contraintes possibles du problème). La deuxième étape est la sélection de l'algorithme d'optimisation approprié. La dernière étape est l'application de l'algorithme d'optimisation sélectionné pour résoudre le problème.

En ce qui concerne le choix d'un algorithme approprié, le développement rapide de la technologie de programmation a contribué à l'élaboration d'une grande variété d'algorithmes d'optimisation qui peuvent résoudre les problèmes, chaque algorithme d'optimisation présente des avantages et des inconvénients dans son fonctionnement.

4.2 Généralités sur l'optimisation

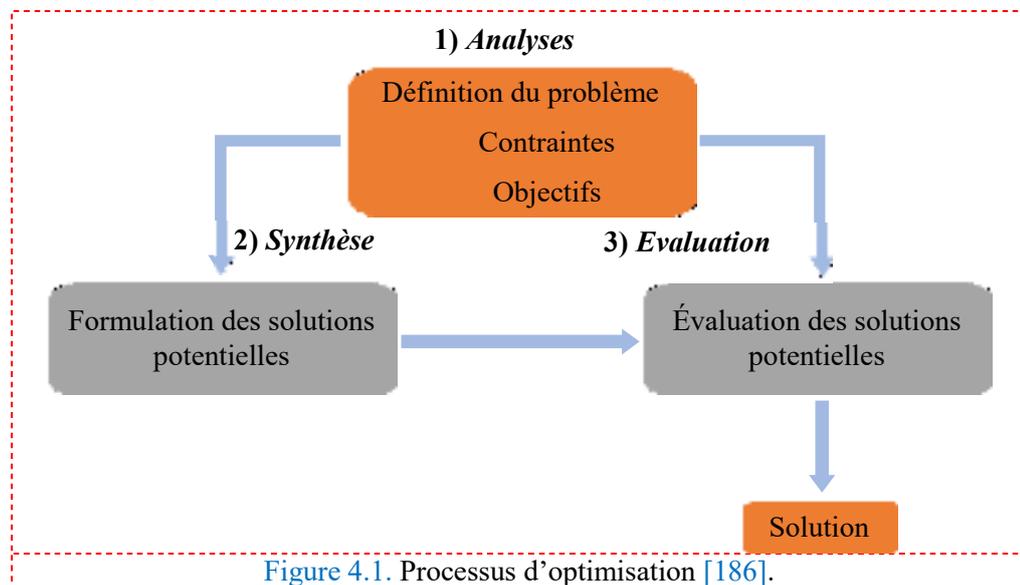
Parmi les problèmes rencontrés par le chercheur et l'ingénieur, les problèmes d'optimisation occupent à notre époque une place de choix. La méthode de base est la méthode d'essai et d'erreur : Il s'agit de tester un certain nombre de solutions potentielles jusqu'à l'obtention d'une solution adéquate.

Les algorithmes informatiques constituent un puissant outil pour l'automatisation de ce processus. La [Figure 4.1](#) présente les trois étapes du processus d'optimisation : Analyse, synthèse et évaluation [186]. Tout d'abord, il convient d'analyser le problème et d'opérer un certain nombre de choix préalables :

- ◆ Variables du problème. Quels sont les paramètres intéressants à faire varier ?
- ◆ Espace de recherche. Dans quelles limites faire varier ces paramètres ?
- ◆ Fonctions objectif. Quels sont les objectifs à atteindre ?

♦ Méthode d'optimisation. Quelle méthode choisir ?

Une fois effectués ces différents choix, la méthode choisie synthétise des solutions potentielles qui sont évaluées, puis éliminées jusqu'à obtention d'une solution acceptable. Si nécessaire, le problème peut être redéfini à partir des solutions déjà obtenues.



Les algorithmes génétiques tentent de simuler le processus d'évolution naturelle suivant le modèle darwinien dans un environnement donné. Ils utilisent un vocabulaire similaire à celui de la génétique naturelle. Cependant, les processus naturels auxquels ils font référence sont beaucoup plus complexes. On parlera ainsi d'individu dans une population. L'individu est représenté par un chromosome constitué de gènes qui contiennent les caractères héréditaires de l'individu. Les principes de sélection, de croisement, de mutation s'inspirent des processus naturels de même nom.

Pour un problème d'optimisation donné, un individu représente un point de l'espace d'états, une solution potentielle. On lui associe la valeur du critère à optimiser, son adaptation. On génère ensuite de façon itérative des populations d'individus sur lesquelles on applique des processus de sélection, de croisement et de mutation. La sélection a pour but de favoriser les meilleurs éléments de la population pour le critère considéré (les mieux adaptés), le croisement et la mutation assurent l'exploration de l'espace d'états.

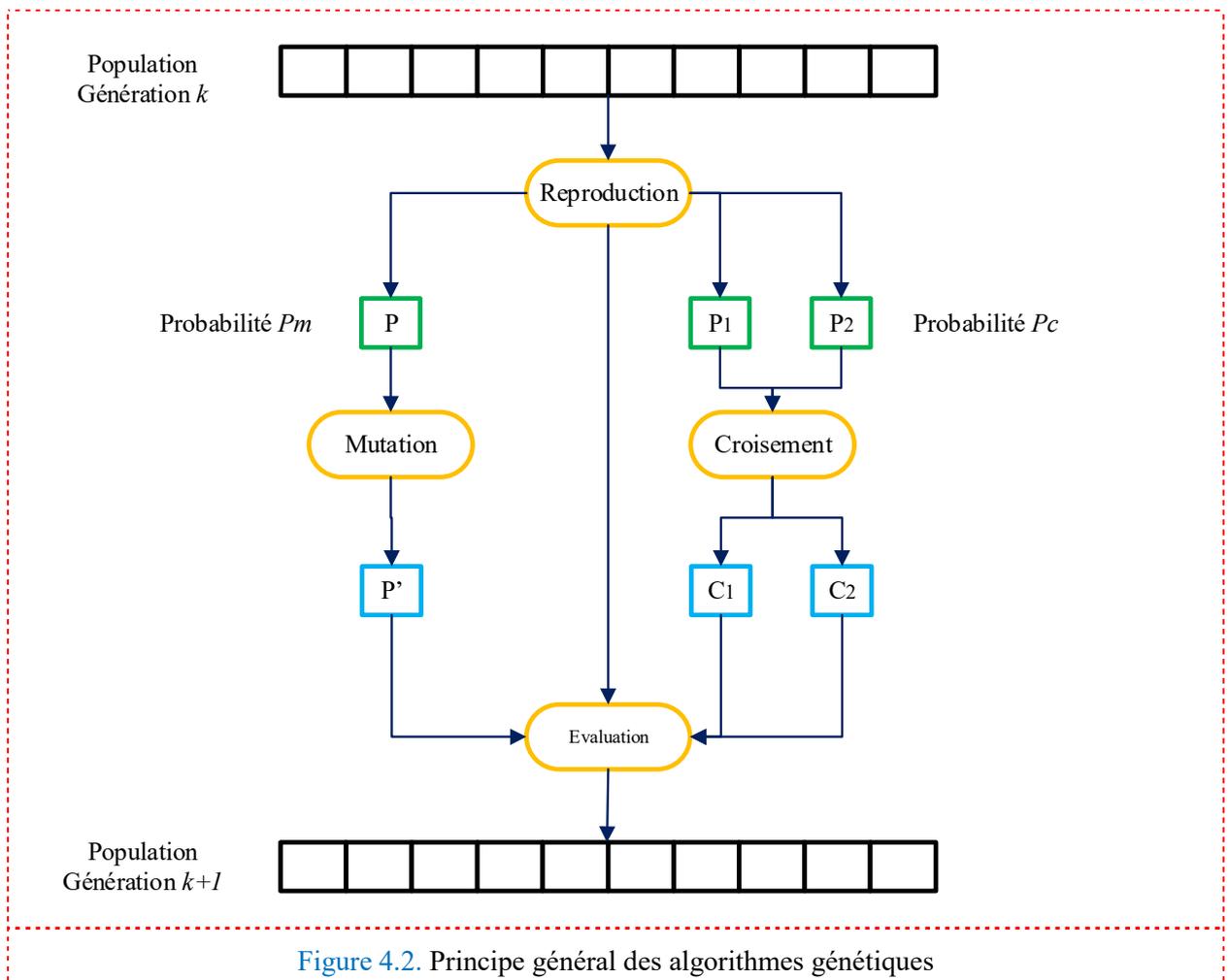


Figure 4.2. Principe général des algorithmes génétiques

Nous commençons par générer une population aléatoire d'individus. Pour passer d'une génération k à la génération $k + 1$, les opérations suivantes sont effectuées. Dans un premier temps, la population est reproduite par *sélection* où les bons individus se reproduisent mieux que les mauvais. Ensuite, on applique un *croisement* aux paires d'individus (les parents) d'une certaine proportion de la population (probabilité P_c , généralement autour de 0.6) pour en produire des nouveaux (les enfants). Un opérateur de mutation est également appliqué à une certaine proportion de la population (probabilité P_m , généralement très inférieure à P_c). Enfin, les nouveaux individus sont évalués et intégrés à la population de la génération suivante.

Plusieurs critères d'arrêt de l'algorithme sont possibles : le nombre de générations peut être fixé a priori (temps constant) ou l'algorithme peut être arrêté lorsque la population n'évolue plus suffisamment rapidement.

4.2.1 Variables du problème

Les variables peuvent être de natures diverses : forme et dimensions géométriques, paramètres épitaxiaux (matériaux, épaisseurs, dopages...), conditions de polarisation, etc. C'est à l'utilisateur de définir les variables du problème. Il peut avoir intérêt à faire varier un grand nombre de paramètres afin d'augmenter les degrés de liberté de l'algorithme.

Nous désignons par x_1, \dots, x_n les n variables du problème. Celles-ci peuvent être réelles, complexes, entières, booléennes, etc. Mais par la suite nous les supposons réelles.

4.2.2 Espace de recherche

Dans certains algorithmes d'optimisation, tels que les Stratégies d'Évolution, l'espace de recherche est infini : seule la population initiale est confinée dans un espace fini [187]. Mais dans le cas des algorithmes de type Monte-Carlo et Génétiques, il est généralement nécessaire de définir un espace de recherche fini. Cette limitation de l'espace de recherche n'est généralement pas problématique. En effet, ne serait-ce que pour des raisons technologique ou informatique (taille de la fenêtre de BPM), les intervalles de définition des variables sont en général limités. De plus, la plupart du temps on a au moins une idée des ordres de grandeur des variables du problème.

Nous désignons par $x_{i \min}$ et $x_{i \max}$ les bornes de chaque variable x_i :

$$x_{i \min} \leq x_i \leq x_{i \max} \quad \forall i \in [1; n]$$

4.2.3 Fonction d'adaptation, fonction objective

Les grandeurs à optimiser peuvent être une consommation, un rendement, un facteur de transmission, une diaphonie, un profit, la faisabilité technologique, un coût, une durée de développement, etc. Un algorithme d'optimisation nécessite généralement la définition d'une fonction rendant compte de la pertinence des solutions potentielles, à partir des grandeurs à optimiser. Il s'agit de la fonction d'adaptation (ou fitness fonction en terminologie anglo-saxonne). Attention, l'algorithme convergera vers un optimum de cette fonction, quelle que soit sa définition. La pertinence de la solution dépendra donc de la pertinence de la « question » posée à l'ordinateur. La fonction d'adaptation doit donc traduire en langage mathématique le désir de l'utilisateur.

Dans le cas d'un objectif unique, la définition de la fonction d'adaptation ne pose généralement pas de problème. Par exemple, si l'on se fixe l'objectif de trouver une structure optique dont le rendement quantique est maximum, cette fonction sera égale au rendement quantique. Le calcul de la fonction d'adaptation se fait en deux étapes. On commence par évaluer les caractéristiques des solutions potentielles, par exemple par BPM. Puis on calcule la fonction d'adaptation à partir de ces caractéristiques. Dans le cadre de ce travail, nous utiliserons des fonctions d'adaptation normalisées sur l'intervalle [0 ; 1]. La valeur 0 correspond à une solution totalement inadaptée et la valeur 1 à une solution parfaite.

Mais les problèmes d'optimisation doivent souvent satisfaire des objectifs multiples, dont certains sont concurrents. Une méthode classique consiste à définir des fonctions objectives f_i , traduisant chaque objectif à atteindre, et de les combiner au sein de la fonction d'adaptation. On établit ainsi un compromis. Le plus simple est de se ramener à une somme pondérée des fonctions objectif [188] :

$$f = \sum_i \alpha_i f_i$$

où les poids α_i doivent être tels que la fonction d'adaptation reste bornée dans l'intervalle [0;1]. Remarquons que certains α_i peuvent être négatifs afin de tenir compte de certaines contraintes du problème. C'est à l'utilisateur de fixer convenablement les poids α_i . Nous pouvons souvent classer les objectifs par importance, mais les poids seront généralement adaptés par tâtonnement, jusqu'à l'obtention d'une solution acceptable. Le processus d'optimisation a beau être automatisé,

l'utilisateur doit donc quand même optimiser « à la main » la définition de la fonction d'adaptation. Or, si dans la littérature les algorithmes sont analysés sous toutes leurs coutures, ce problème délicat est souvent laissé dans l'ombre, simplement parce que l'on se situe au cœur des recherches actuelles en optimisation.

À la place d'une somme, on peut également utiliser un produit du type :

$$f = \prod_i f_i^{\beta_i}$$

Où des expressions plus complexes comme nous le verront plus loin dans les exemples d'application.

Il faut néanmoins être conscient des effets d'une telle combinaison des objectifs. En effet, deux solutions potentielles dont les fonctions objectives n'ont pas la même valeur peuvent aboutir à une même valeur de la fonction d'adaptation. De plus, un algorithme utilisant une telle approche ne convergera que vers une seule solution alors qu'il existe peut-être toute une famille de solutions remplissant les objectifs fixés. L'optimisation à objectifs multiples est un domaine de recherche très actif actuellement, de par les enjeux économiques et industriels auxquels il répond. Des concepts tels que les niches écologiques ou l'optimalise de Pareto semblent prometteurs pour la résolution de ce genre de problème [189].

4.2.4 Méthodes d'optimisation

Une fois définie la fonction à optimiser, il s'agit de choisir une méthode adaptée au problème posé. Les méthodes d'optimisation peuvent être classées de différentes manières : nous les classerons en méthodes déterministes et méthodes non déterministes. Les méthodes déterministes sont généralement efficaces quand l'évaluation de la fonction est très rapide, ou quand la forme de la fonction est connue a priori.

Les cas plus complexes (temps de calcul important, nombreux optima locaux, fonctions non dérivables, fonctions fractales, fonctions bruitées...) seront souvent traités plus efficacement par des méthodes non déterministes.

4.2.4.1 Méthodes déterministes

La recherche des extrema d'une fonction f revient à résoudre un système de n équations à n inconnues, linéaire ou non :

$$\frac{\partial f}{\partial x_i}(x_1, \dots, x_n) = 0$$

Nous pouvons donc utiliser des méthodes classiques telles que la méthode du gradient ou la méthode de Gauss-Seidel [190, 191]. En général, l'utilisation de ces méthodes nécessite comme étape préliminaire la localisation des extrema. Celle-ci peut être faite, par exemple, sur un graphique ou par une discrétisation fine de l'espace de recherche. La fonction à optimiser est évaluée en chacun des points de discrétisation. La valeur maximale est alors considérée comme une bonne approximation de l'optimum de la fonction. Cette méthode est brutale et le temps de calcul augmentera exponentiellement en fonction du nombre de variables. En effet, considérons

une optimisation sur huit variables. Si on discrète l'intervalle de définition de chaque variable en seulement 3 points, une exploration systématique nécessite $3^8 = 6561$ exécutions de la BPM, ce qui actuellement représente une nuit de calcul sur un PC standard (200 MHz), pour un résultat inutilisable.

4.2.4.2 Méthodes non déterministes

Ces méthodes font appel à des tirages de nombres aléatoires. Elles permettent d'explorer l'espace de recherche plus efficacement. Citons entre autres [192] :

- Les méthodes Monte-Carlo : La fonction est évaluée en un grand nombre de points choisis aléatoirement.
- Les méthodes hybrides : On peut par exemple utiliser la méthode des gradients en partant d'un grand nombre de points choisis aléatoirement. On peut ainsi espérer déterminer au fur et à mesure tous les optima locaux de la fonction.
- Le recuit simulé : On effectue des déplacements aléatoires à partir d'un point initial. Si un déplacement mène à une valeur plus grande de la fonction f , il est accepté. Sinon, il est accepté avec une probabilité :

$$p = e^{-\frac{|\Delta f|}{kT}}$$

où Δf est la variation de la fonction, T est assimilé à une température qui décroît au cours du temps et k est une constante. Cette méthode est basée sur une analogie avec les processus de recuit utilisés en métallurgie et qui visent à atteindre une configuration d'énergie minimale ($-f$ est alors assimilée à une énergie).

- Les Algorithmes évolutionnaires : Le principe est de simuler l'évolution d'une population d'individus divers auxquels on applique différents opérateurs génétiques et que l'on soumet à chaque génération à une sélection. Ces algorithmes sont de plus en plus utilisés dans l'industrie, car ils sont particulièrement adaptés aux problèmes d'optimisation comportant de nombreux paramètres.

En résumé, si nous opposons exploration et exploitation de l'espace de recherche, nous pouvons dire que les méthodes Monte-Carlo permettent une bonne exploration puisque tout point a une probabilité identique d'être atteint, mais qu'il n'y a pas d'exploitation des résultats déjà obtenus. Avec la méthode des gradients, l'exploration est moindre, mais l'exploitation des données précédentes par l'intermédiaire des gradients permet une bonne recherche locale. Enfin, les Algorithmes évolutionnaires offrent un bon compromis entre exploration et exploitation [192]. Ces dernières méthodes nous ont paru parfaitement adaptées à notre problème, qui était l'optimisation de commutateurs optiques à l'aide de la BPM-2D. Nous allons donc nous y intéresser de plus près.

4.3 Les méthodes d'optimisation dans les problèmes d'identification inverses

Les algorithmes d'optimisation utilisés pour l'identification inverse sont le plus souvent de type itératif, visant à minimiser la fonction objective par une approche successive au sein d'une séquence de calculs. Les problèmes de minimisation, traités dans le contexte évoqué ici, sont toujours sous contrainte, puisque les paramètres représentent des quantités physiques (dimensions et orientation de fissures ...), et ne peuvent donc pas prendre des valeurs arbitraires. Ce qui rend le problème d'optimisation encore plus complexe, c'est la non-convexité de la fonction objective dans la plupart des cas, et qui peut être même parfois non continue.

Il existe de nombreux algorithmes utilisés pour résoudre le problème de minimisation sous contraintes. Le choix de l'algorithme approprié pour un problème donné peut avoir un effet déterministe sur l'efficacité globale de l'ensemble de la procédure d'analyse inverse. Les algorithmes d'optimisation peuvent être classés en fonction de l'information requise de la fonction objective comme suit :

- Algorithmes d'ordre zéro : Qui implique uniquement le calcul de la fonction objective.
- Algorithmes de premier ordre : Qui nécessite de calculer les premières dérivées de la fonction objective (gradient).
- Algorithmes de second ordre : Exigeant les informations sur la Hessien, nommément les secondes dérivées de la fonction objectivent.

Pour le cas de l'étude d'identification de la fissure, qui est défini par deux paramètres, la fonction à minimiser n'est pas définie analytiquement ; cela signifie que le calcul des dérivées est effectué numériquement. Cela implique que pour calculer les dérivées premières de la fonction objective, il est nécessaire d'effectuer trois calculs de réponses du système, c'est-à-dire trois simulations, à savoir : Une pour le calcul des valeurs de référence des paramètres, et les deux autres pour le calcul des perturbations séparées des deux paramètres, ce qui pénalise déjà les méthodes de second ordre, et implique six calculs différents, ayant comme conséquence des temps de traitement élevés, en raison du calcul des deuxièmes dérivées. Généralement les deuxièmes modes de commande ne sont pas utilisés.

En général, les méthodes de premier ordre sont moins coûteuses que les méthodes d'ordre zéro. Ces algorithmes démarrent à partir d'une certaine estimation initiale des valeurs des paramètres, puis à chaque itération, ils calculent les premières dérivées de la fonction objective. Mais en se basant uniquement sur le premier dérivé, ces méthodes sont incapables de faire la distinction entre les minima locaux et le minimum global. En d'autres termes, les méthodes de premier ordre peuvent converger vers n'importe quel minimum de la fonction. Dans de tels cas, la procédure d'optimisation doit être répétée à partir de différents points d'initialisation. Si la fonction objective d'un problème donné se révèle posséder un grand nombre de minima locaux, alors l'utilisation d'algorithmes de premier ordre est inefficace, car la solution dépend du point d'initialisation.

Il est plus approprié d'utiliser un algorithme d'optimisation d'ordre zéro qui est beaucoup plus efficace si la fonction objective possède de multiples miniums locaux, pour éviter de converger

vers un minimum local. Cependant, cette fonctionnalité intéressante est conditionnée par une augmentation des temps de calcul.

4.4 Algorithme génétique

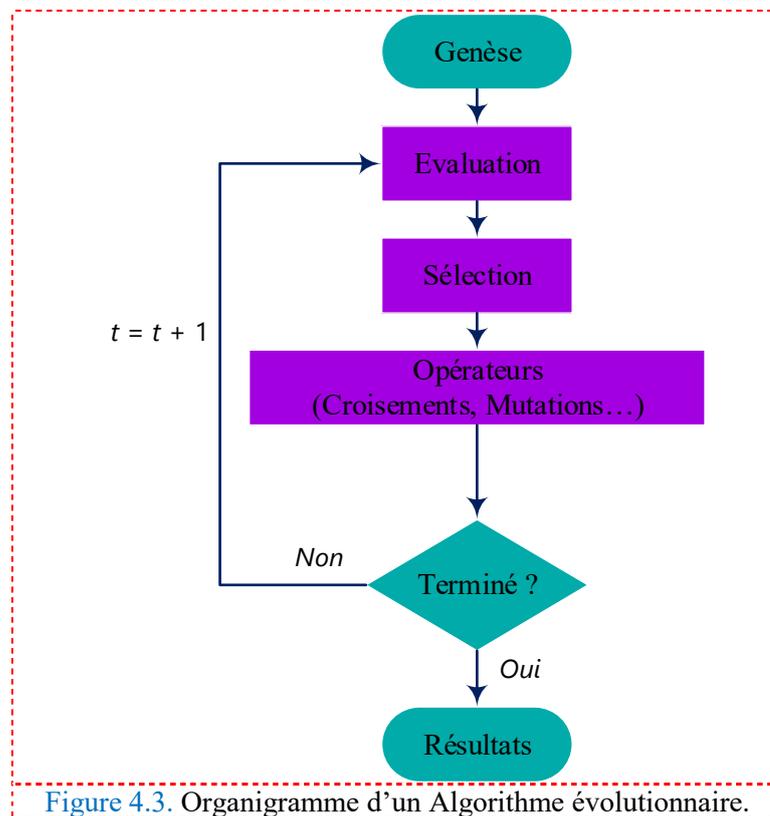
Les Algorithmes évolutionnaires (AE) sont inspirés du concept de sélection naturelle élaboré par Charles Darwin. Le vocabulaire employé est directement calqué sur celui de la théorie de l'évolution et de la génétique. Nous parlerons donc d'individus (solutions potentielles), de population, de gènes (variables), de chromosomes, de parents, de descendants, de reproduction, de croisement, de mutations, etc. Et nous nous appuyerons constamment sur des analogies avec les phénomènes biologiques.

S'il n'existe pas de preuve générale de l'efficacité des AE, il est par contre aisé de constater l'efficacité de la sélection naturelle dans le monde vivant. Si l'on adhère à ce paradigme, il est clair que l'évolution a permis l'émergence d'organismes étonnamment adaptés à leur environnement. Les AE sont conçus par analogie avec ce processus d'évolution biologique et tirent leur puissance des mêmes mécanismes, que nous allons rappeler sommairement.

Dans *The Origin of Species* (1859), Darwin montre que l'apparition d'espèces distinctes se fait par le biais de la sélection naturelle de variations individuelles. Cette sélection naturelle est fondée sur la lutte pour la vie, due à une population tendant naturellement à s'étendre, mais disposant d'un espace et de ressources finis. Il en résulte que les individus les plus adaptés tendent à survivre plus longtemps et à se reproduire plus aisément. Le terme « adapté » se réfère à l'environnement, que l'on peut définir comme étant l'ensemble des conditions externes à un individu, ce qui inclut les autres individus. Les lois de variation (croisements et mutations) furent expliquées plus tard par Mendel, puis par la génétique moderne.

Le point clef est l'apparition, par hasard, de variations individuelles. C'est ce hasard qui permet d'expliquer les phénomènes d'évolution et d'adaptation sans n'avoir recourt ni à une création ni à une modification directe de l'hérédité par le milieu, ni même à une finalité. Dans ce cadre, les espèces évoluent et s'adaptent à leur environnement, mais sans tendre vers aucun but prédéterminé, et même sans forcément tendre vers plus de complexité (la simplicité est parfois préférable).

Notons que les mêmes principes sont à l'origine de l'efficacité du système immunitaire : celui-ci produit d'énormes quantités d'anticorps aléatoires. Ceux qui se révèlent par hasard efficaces sont alors, par un mécanisme de rétroaction, produits en plus grande quantité [193]. Enfin, les principes de l'évolution sont maintenant utilisés par les biologistes pour produire de nouvelles enzymes : De très nombreuses séquences d'ADN synthétisées aléatoirement sont soumises à une sélection et des mutations (évolution en éprouvette) jusqu'à obtention des propriétés désirées.



La Figure présente l'organigramme d'un AE. Il s'agit de simuler l'évolution d'une population d'individus divers (généralement tirée aléatoirement au départ) à laquelle on applique différents opérateurs (recombinaisons, mutations...) et que l'on soumet à une sélection, à chaque génération. Si la sélection s'opère à partir de la fonction d'adaptation, alors la population tend à s'améliorer [194, 195]. Un tel algorithme ne nécessite aucune connaissance du problème : on peut représenter celui-ci par une boîte noire comportant des entrées (les variables) et des sorties (les fonctions objectif).

L'algorithme ne fait que manipuler les entrées, lire les sorties, manipuler à nouveau les entrées de façon à améliorer les sorties, etc. [196].

Les AE constituent une approche originale : il ne s'agit pas de trouver une solution analytique exacte, ou une bonne approximation numérique, mais de trouver des solutions satisfaisantes au mieux différents critères, souvent contradictoires. S'ils ne permettent pas de trouver à coup sûr la solution optimale de l'espace de recherche, du moins peut-on constater que les solutions fournies sont généralement meilleures que celles obtenues par des méthodes plus classiques, pour un même temps de calcul.

Trois types d'AE ont été développés isolément et à peu près simultanément, dans les années 60, par différents scientifiques : Les Algorithmes génétiques, les Stratégies d'Évolution, et la Programmation évolutionnaire. Présentant des différences marquées à l'origine, ils tendent de plus en plus à se confondre suite à leurs emprunts respectifs [195]. Ainsi en avril 1997, un IEEE Transactions on Evolutionary Computationa vu le jour [197].

Parmi les AE que nous venons de citer, nous avons choisi les Algorithmes génétiques (AG). En effet, ils nous paraissent concilier au mieux puissance, généralité et facilité de programmation. Leur particularité est qu'ils sont fondés sur le Néo-Darwinisme, c'est-à-dire

l'union de la théorie de l'évolution et de la génétique moderne. Ainsi, les variables sont généralement codées en binaire (par analogie avec les quatre lettres de l'alphabet génétique) sous forme de gènes dans un chromosome. Des opérateurs génétiques (croisement, mutation) sont appliqués à ces chaînes binaires que sont les chromosomes [194, 198].

Les applications des AG sont multiples : optimisation de fonctions numériques difficiles (discontinues, multimodales, bruitées...), traitement d'image (alignement de photos satellites, reconnaissance de suspects...), optimisation d'emplois du temps, optimisation de design, contrôle de systèmes industriels [192], apprentissage des réseaux de neurones [199], etc.

Les AG peuvent être utilisés pour contrôler un système évoluant dans le temps (chaîne de production, centrale nucléaire...), car la population peut s'adapter à des conditions changeantes. En particulier, ils supportent bien l'existence de bruit dans la fonction à optimiser. Ils peuvent aussi servir à déterminer la configuration d'énergie minimale d'une molécule ou à modéliser le comportement animal.

Dans des domaines plus proches de nos préoccupations, les AG sont utilisées pour optimiser des réseaux (câbles, fibres optiques, mais aussi eau, gaz...), des circuits VLSI [192], des antennes [200]. Ils peuvent être utilisés pour trouver les paramètres d'un modèle petit-signal à partir des mesures expérimentales [201]. Des commutateurs optiques adiabatiques ont été optimisés à l'aide des Stratégies d'Évolutions (autres AE) chez SIEMENS AG [202]. On envisage l'intégration d'AG dans certaines puces électroniques afin qu'elles soient capables de se reconfigurer automatiquement en fonction de leur environnement.

L'Algorithme génétique classique tient son nom de l'évolution biologique des êtres vivants. Cet algorithme tente de simuler le processus de la sélection naturelle dans un environnement défavorable sur la base de la théorie de l'évolution proposée par Charles Darwin. Dans un environnement où les «individus» mieux adaptés ont tendance à vivre assez longtemps pour se reproduire, tandis que les plus faibles ont tendance à disparaître (la survie du mieux adapté) [203].

Par analogie avec l'évolution naturelle, l'algorithme génétique évolue un ensemble de candidats, codés dans une chaîne, appelée « population d'individus ». Un « individu » est une solution possible qui contient les variables du problème, appelées ici chromosomes. Chaque individu est affecté à la fonction de fitness pour mesurer sa qualité. Ensuite, les meilleurs individus de la population sont choisis pour reproduction selon le principe de survie du plus apte, subissant des croisements et des mutations, qui produisent la nouvelle population de solutions de la prochaine génération. Ce processus se poursuit de génération en génération, jusqu'à ce que le critère d'arrêt soit atteint (un nombre maximum de générations ou une valeur prédéterminée de la fonction fitness).

Dans la littérature spécialisée, il existe plusieurs versions d'algorithmes génétiques. Le principe de fonctionnement, ainsi que les éléments essentiels qui caractérisent la version classique. Pour utiliser un algorithme génétique sur un problème d'optimisation on doit donc disposer d'un principe de codage des individus, d'un mécanisme de génération de la population initiale et d'opérateurs permettant de diversifier la population au cours des générations et d'explorer l'espace de recherche.

4.4.1 Codage des variables

La première étape est de définir et de coder convenablement le problème. À chaque variable d'optimisation x_i (à chaque paramètre du composant), nous faisons correspondre un gène. Nous appelons chromosome un ensemble de gènes. Chaque composant est représenté par un individu doté d'un génotype constitué d'un ou plusieurs chromosomes (par exemple un pour les dimensions, un pour les indices optiques, etc.). Nous appelons population un ensemble de N individus que nous allons faire évoluer.

D'un point de vue informatique, nous utilisons dans notre algorithme un codage binaire. C'est-à-dire qu'un gène est un entier long (32 bits). Un chromosome est un tableau de gènes (Figure 4.4 et Figure 4.5). Un individu est un tableau de chromosomes. La population est un tableau d'individus.

Notons qu'on pourrait aussi utiliser d'autres formes de codage (réel, codage de Gray...) [204].

On aboutit à une structure présentant cinq niveaux d'organisation (Figure 4.4), d'où résulte le comportement complexe des AG.

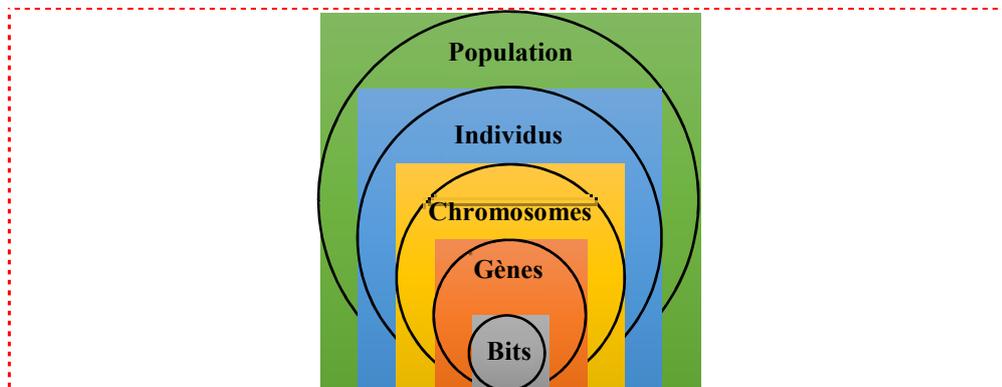


Figure 4.4. Les cinq niveaux d'organisation de notre Algorithme génétique.

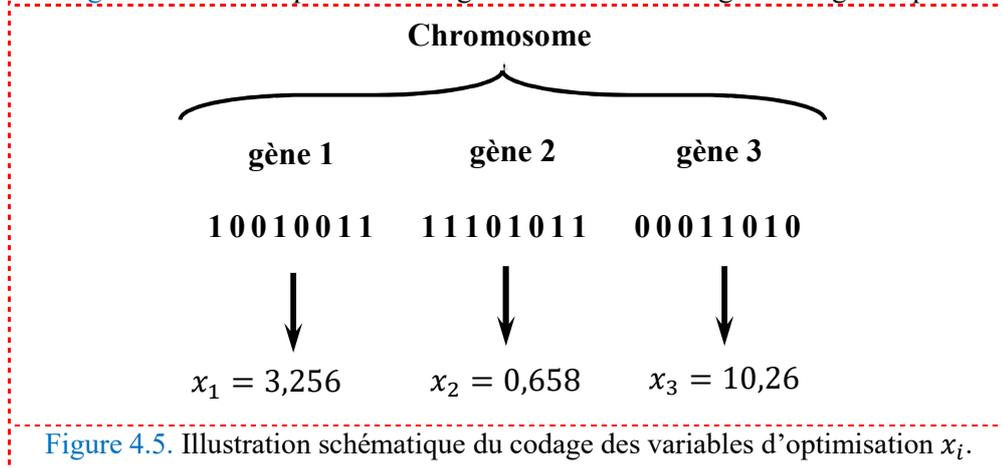


Figure 4.5. Illustration schématique du codage des variables d'optimisation x_i .

Un des avantages du codage binaire est que l'on peut ainsi facilement coder toutes sortes d'objets : Des réels, des entiers, des valeurs booléennes, des chaînes de caractères... Cela nécessite simplement l'usage de fonctions de codage et décodage pour passer d'une représentation à l'autre.

Rappelons que dans cette étude les n variables sont supposés réelles. Nous considérons un espace de recherche fini :

$$x_{i \min} \leq x_i \leq x_{i \max} \quad \forall i \in [1; n]$$

Afin de coder nos variables réelles en binaire, nous discrétisons l'espace de recherche. Ainsi un codage sur 32 bits implique une discrétisation des intervalles en $g_{max} = 2^{32} - 1 = 4\,294\,967\,295$ valeurs discrètes. Notons au passage que cette discrétisation est plus fine que celle de la BPM, et que celle-ci est assimilable à une fonction escalier, si on la considère à une échelle suffisamment petite.

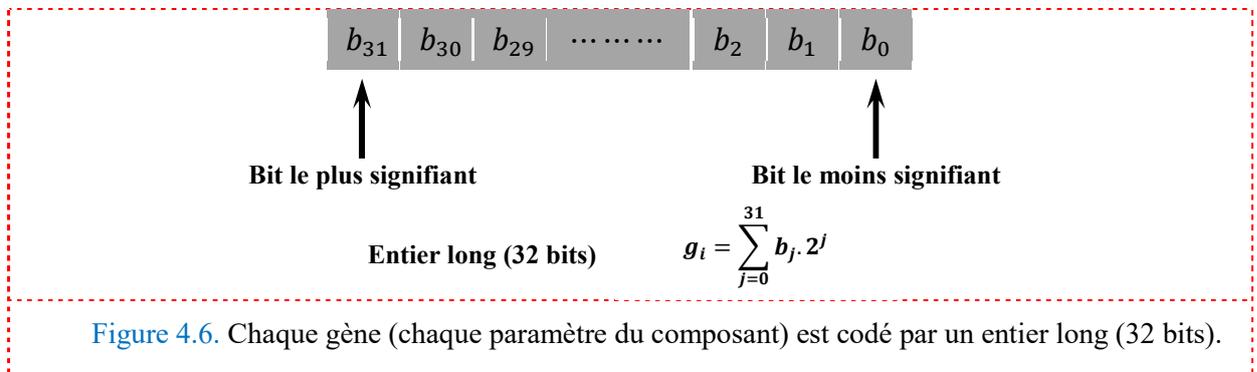


Figure 4.6. Chaque gène (chaque paramètre du composant) est codé par un entier long (32 bits).

À chaque variable réelle x_i on associe donc un entier long g_i :

$$0 \leq g_i \leq g_{max} \quad \forall i \in [1; n]$$

Les formules de codage et décodage sont alors les suivantes :

$$g_i = \frac{x_i - x_{i\ min}}{x_{i\ max} - x_{i\ min}} \cdot g_{max}$$

$$x_i = x_{i\ min} + (x_{i\ max} - x_{i\ min}) \frac{g_i}{g_{max}}$$

Le codage utilisé par les algorithmes génétiques est représenté sous la forme d'une chaîne de bits qui contient toutes les informations nécessaires pour représenter un point dans l'espace de recherche. Le codage binaire est le plus utilisé [205]. Les points proches dans l'espace des variables, qui ne sont pas nécessairement codées par des chaînes bits adjacentes, représentent l'inconvénient majeur du codage binaire. Ce problème est généralement résolu en utilisant un codage de Gray qui conserve une distance de Hamming de 1 entre deux chaînes (colonne 3 du Tableau 4-1). La distance de Hamming entre deux chaînes de bits est le nombre de bits qui diffère de l'un à l'autre. Par exemple, pour les deux chaînes suivantes : 111 et 100, la distance est 2.

Un exemple des codes binaires et Gray pour les entiers compris entre 0 et 7. Il est montré que la distance de Hamming est 1 pour chaque nombre entier dans le code Gray, tandis que dans le code binaire, pour passer par exemple de 3 à 4, la distance de Hamming est 3.

Tableau 4-1. Code Gray et code binaire pour une chaîne de trois bits.

Variables entières	Code binaire	Code Grey
0	000	000
1	001	001
2	010	011
3	011	010
4	100	110
5	101	111
6	110	101
7	111	100

4.4.2 Genèse de la population

La première étape de l'algorithme est la genèse de la population, c'est-à-dire le choix des composants de départ que nous allons faire évoluer. On pourrait prendre des individus (des composants) régulièrement répartis dans l'espace. Néanmoins, une initialisation aléatoire est plus simple à réaliser : Les valeurs des gènes sont tirées au hasard selon une distribution uniforme. Notons qu'on peut, si nécessaire, introduire des individus déjà calculés.

4.4.3 Évaluation

Notre but étant l'optimisation de commutateurs optiques, l'évaluation des individus est réalisée par BPM-2D. Ces composants comportant deux états de fonctionnement, on lance à chaque fois une BPM dans l'état commutant et une BPM dans l'état passant. Les résultats obtenus sont alors utilisés pour calculer les fonctions objectives et la fonction d'adaptation.

Notons que la majeure partie du temps de calcul est due à la BPM. En effet, le reste de l'AG est essentiellement composé de manipulation d'entiers et de bits.

4.4.4 Sélection – élimination

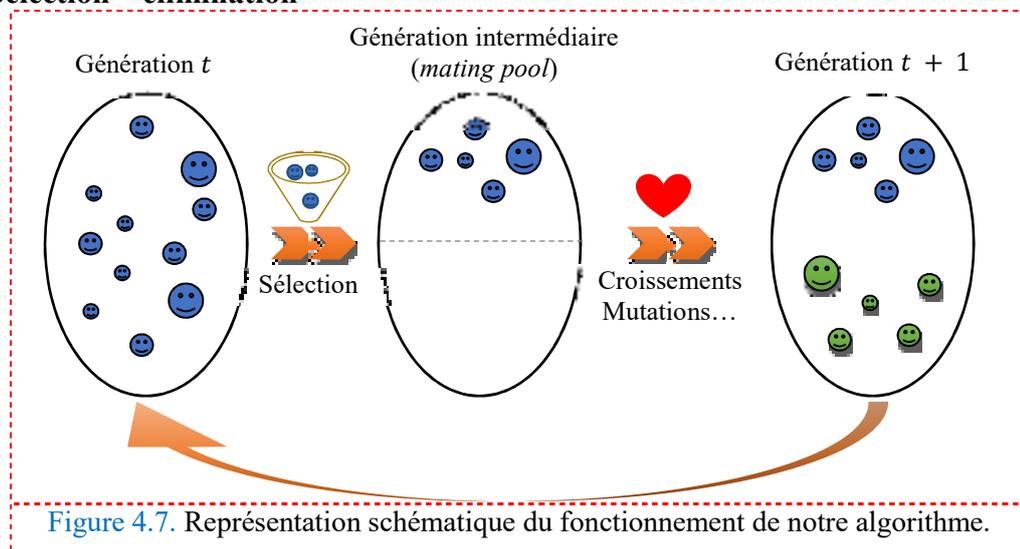


Figure 4.7. Représentation schématique du fonctionnement de notre algorithme.

Nous appelons génération la population à un instant t donné. Une fois réalisée l'évaluation de la génération, on opère une sélection à partir de la fonction d'adaptation. Seuls les individus passant l'épreuve de sélection (rappelons qu'il ne s'agit ici que de composants !) peuvent accéder à la génération intermédiaire (*mating pool*² en terminologie anglo-saxonne) et s'y reproduire. En fait, cette génération intermédiaire est deux fois plus petite ($N/2$ composants) que la génération dont elle est issue (Figure 4.7). Notre algorithme étant conçu de façon à ce que chaque couple d'individus parents donne naissance à deux enfants, nous aboutissons à nouveau à une génération entière à l'instant $t+1$.

4.4.5 Opérateur croisement

Le croisement permet de créer les nouvelles chaînes en échangeant des parties de deux autres chaînes. Le croisement est réalisé en deux étapes. D'abord les individus à reproduire (parent) sont jumelés, et ensuite chaque paire de chaînes subit un croisement comme suit : Un entier k , représentant une position sur la chaîne, est choisi de manière aléatoire entre 1 et la longueur de

chaîne l moins 1, $(l - 1)$. Deux nouvelles chaînes sont créées par l'échange de tous les chiffres entre les positions $(k + 1)$ et l inclusivement.

Une fois la génération intermédiaire à moitié remplie, les individus sont aléatoirement répartis en couples hermaphrodites. Les chromosomes (ensembles de paramètres) des parents sont alors copiés et recombinaison de façon à former deux descendants possédant des caractéristiques issues des deux parents.

L'opérateur croisement favorise l'exploration de l'espace de recherche. Considérons deux gènes A et B pouvant être améliorés par mutation. Il est peu probable que les deux gènes améliorés A' et B' apparaissent par mutation dans un même individu. Mais l'opérateur de croisement permettra de combiner rapidement A' et B' dans la descendance de deux parents portant chacun un des gènes mutants. Il est alors possible que la présence simultanée des deux gènes produise un individu encore plus adapté [206]. L'opérateur de croisement assure donc le brassage du matériel génétique et l'accumulation des mutations favorables. En termes plus concrets, cet opérateur permet de créer de nouvelles combinaisons des paramètres des composants qu'on aurait pu traduire par salle des accouplements, grandiose lupanar, voire boudoir philosophique ou que sais-je. N'en déplaise au lecteur et au marquis, la décence et le caractère scientifique, donc sérieux, de ce document ont malheureusement contenu nos élans lubriques, heu... pardon... lyrique. Seule sa diffusion proche du zéro absolu nous autorise ici à plaisanter.

Le phénomène de croisement est une propriété naturelle de l'ADN. C'est par analogie qu'ont été conçus les opérateurs de croisement dans les AG. Nous avons testé deux méthodes de croisement classiques :

4.4.5.1 Croisement en un point

Nous choisissons au hasard un point de croisement, pour chaque couple (Figure I.8). Notons que le croisement s'effectue directement au niveau binaire, et non pas au niveau des gènes. Un chromosome peut donc être coupé au milieu d'un gène.

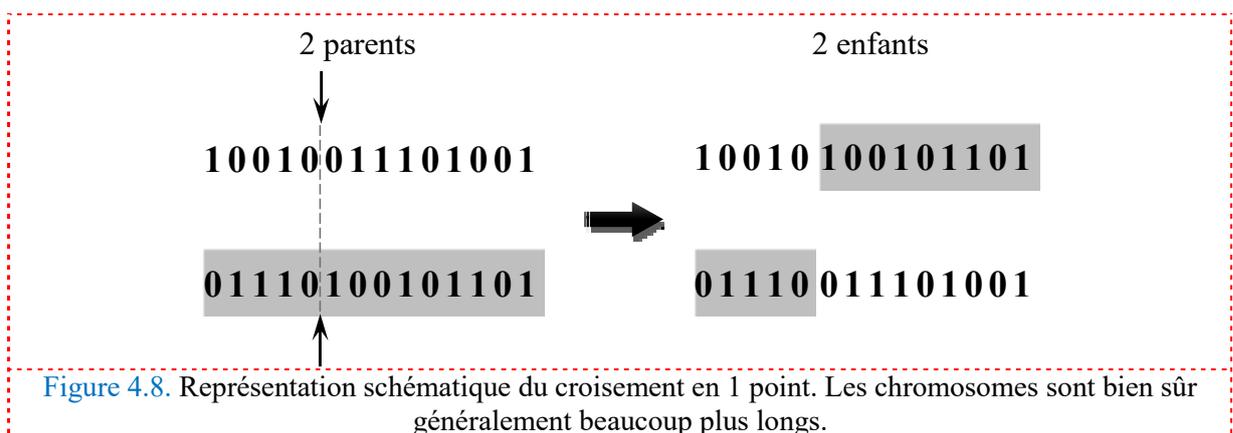
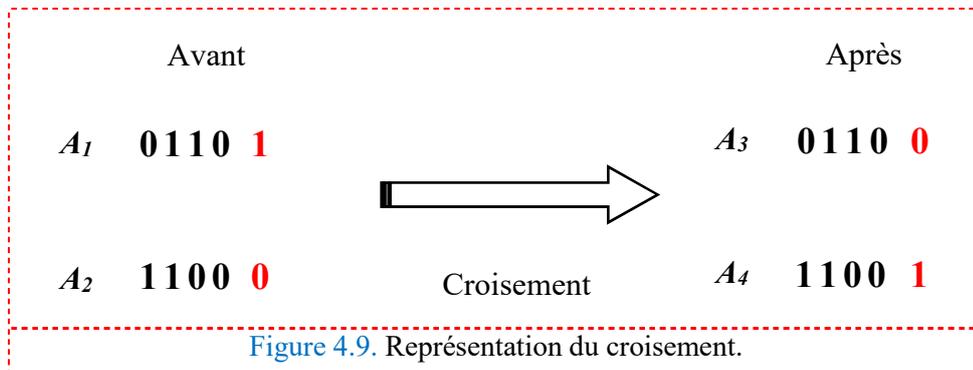


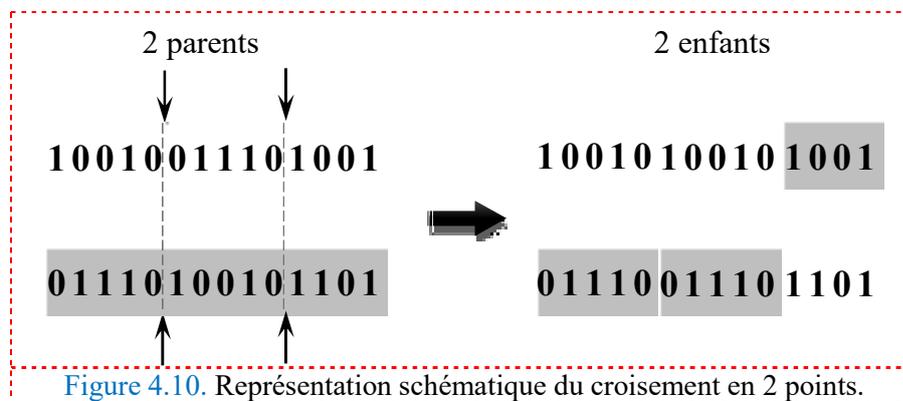
Figure 4.8. Représentation schématique du croisement en 1 point. Les chromosomes sont bien sûr généralement beaucoup plus longs.

L'exemple représenté sur la Figure 4.9 montre deux chaînes (A1 et A2) de longueur $l = 5$ appartenant à la population initiale. Les deux nouvelles chaînes (A3 et A4) appartenant à la nouvelle population sont obtenues par croisement à la position $k = 4$.

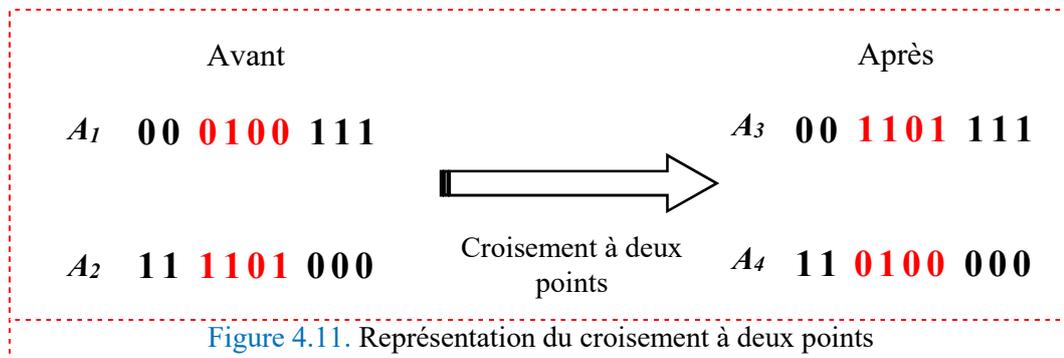


4.4.5.2 Croisement en deux points

Nous choisissons au hasard deux points de croisement (Figure 4.10). Par la suite, nous avons utilisé cet opérateur, car il est généralement considéré comme plus efficace que le précédent[207]. Néanmoins nous n'avons pas constaté de différence notable dans la convergence de l'algorithme.



Deux points sont choisis au hasard, et les parties de la chaîne située entre ces deux points sont échangées (Figure 4.11).



Notons que d'autres formes de croisement existent, du croisement en k points jusqu'au cas limite du croisement uniforme...

4.4.5.3 Croisement uniforme

Dans ce type de passage, un masque de croisement est utilisé, qui est un vecteur généré de manière aléatoire de même longueur que les chaînes de parents, lorsque le bit de masque est à 0, l'enfant hérite du premier parent, sinon il hérite de l'autre parent. Le deuxième enfant est le complément du premier. Ce croisement peut être considéré comme une généralisation de croisement multipoint sans connaissance préalable du point de croisement (Figure 4.12).

<i>Parent 1</i>	000100
<i>Parent 2</i>	111101
<i>Masque</i>	001101
<i>Enfant 1</i>	001101
<i>Enfant 2</i>	110100

Figure 4.12. Représentation du croisement uniforme

4.4.6 Opérateur mutation

Nous définissons une mutation comme étant l'inversion d'un bit dans un chromosome (Figure 4.13). Cela revient à modifier aléatoirement la valeur d'un paramètre du composant. Les mutations jouent le rôle de bruit et empêchent l'évolution de se figer. Elles permettent d'assurer une recherche aussi bien globale que locale, selon le poids et le nombre des bits mutés. De plus elles garantissent que l'optimum global peut être atteint.

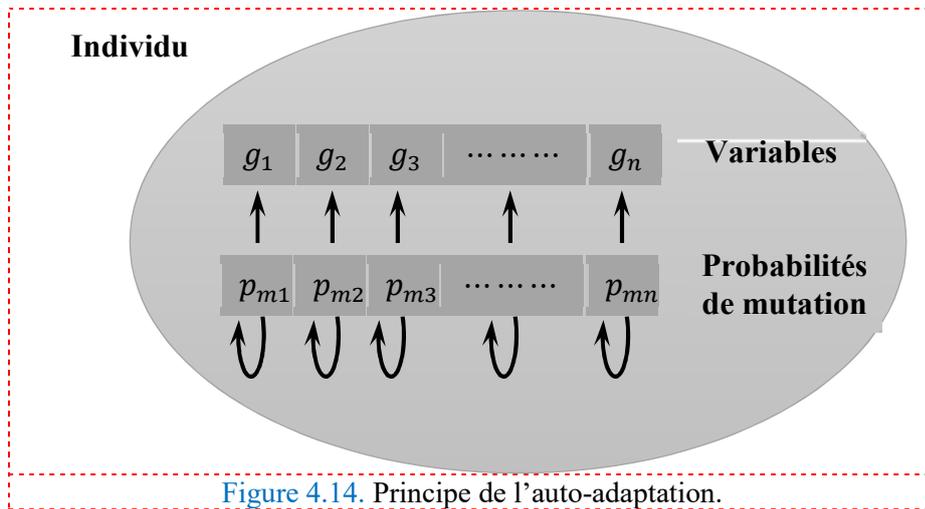
	1001001	1	101001
Une mutation		↓	
	1001001	0	101001

Figure 4.13. Représentation schématique d'une mutation dans un chromosome.

D'autre part, une population trop petite peut s'homogénéiser à cause des erreurs stochastiques : Les gènes favorisés par le hasard peuvent se répandre au détriment des autres. Cet autre mécanisme de l'évolution, qui existe même en l'absence de sélection, est connu sous le nom de dérive génétique. Du point de vue du composant, cela signifie que l'on risque alors d'aboutir à des composants qui ne seront pas forcément optimaux. Les mutations permettent de contrebalancer cet effet en introduisant constamment de nouveaux gènes dans la population [207].

Comment réaliser notre opérateur mutation ? De nombreuses méthodes existent. Souvent la probabilité de mutation p_m par bit et par génération est fixée entre 0,001 et 0,01. On peut prendre également $p_m = 1/l$ où l est le nombre de bits composant un chromosome. Il est possible d'associer une probabilité différente à chaque gène. Et ces probabilités peuvent être fixes ou évoluer dans le temps.

À chaque variable est associée sa propre probabilité de mutation, qui est elle-même soumise au processus d'évolution. L'individu possède donc un second chromosome codant ces probabilités.



Après divers essais, nous avons abouti à la méthode d'auto-adaptation des probabilités de mutation [208]. Si dans un environnement stable il est préférable d'avoir un taux de mutation faible, la survie d'une espèce dans un environnement subissant une évolution rapide nécessite un taux de mutation élevé permettant une adaptation rapide. Les taux de mutation d'une espèce dépendent donc de leur environnement [193].

Pour prendre en compte cette formulation biologique et l'adapter à notre cas, nous avons introduit dans chaque individu (composant) un second chromosome (ensemble de paramètres) dont les gènes (paramètres) représentent les probabilités de mutation de chaque gène du premier chromosome (Figure 4.14). Ce second chromosome est géré de façon identique au premier, c'est-à-dire qu'il est lui-même soumis aux opérateurs génétiques (croisement et mutation). Cela revient à fixer les probabilités assurant la modification des valeurs des paramètres du composant en fonction des valeurs d'un ensemble d'autres paramètres (les probabilités de mutation).

Lors de la genèse, les probabilités de mutation sont posées égales à 0,1 (valeur qui nous a paru la meilleure après plusieurs essais). Au cours du déroulement de l'algorithme, les gènes et les individus ayant des probabilités de mutation trop élevées ont tendance à disparaître. De même, les gènes ayant des probabilités de mutation trop faibles ne peuvent pas évoluer favorablement et tendent à être supplantés. Les probabilités de mutation dépendent donc du gène considéré et de la taille de la population. De plus, elles évoluent au cours du temps. Il y a donc auto-adaptation des probabilités de mutation.

La mutation est effectuée sur une seule chaîne. Elle est représentée par un changement aléatoire de la valeur d'un chiffre dans la chaîne, à un codage binaire. Cela signifie un changement de 1 à 0, ou le contraire (Figure 4.15). Cet opérateur a une faible probabilité ; il introduit la diversité dans les solutions et peut aider l'algorithme génétique de ne pas stagner dans un optimum local.

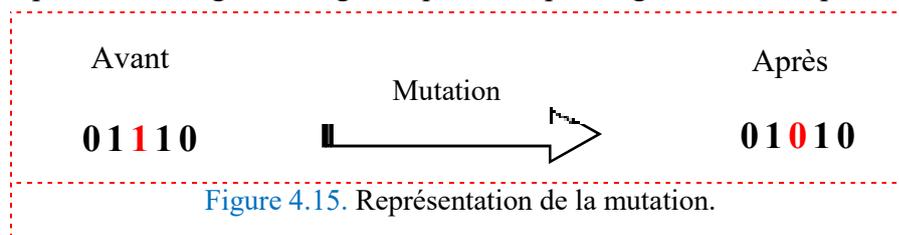
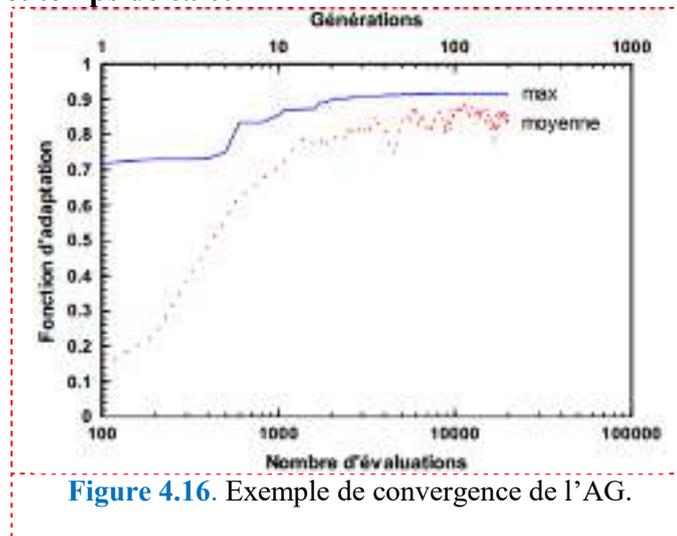


Figure 4.15. Représentation de la mutation.

4.4.7 Elitisme

Les opérateurs de croisement et la mutation peuvent affecter le meilleur individu d'une génération. Le modèle élitiste a l'avantage d'exclure la possibilité de perdre ces individus. Ce modèle copie le meilleur individu de chaque génération dans la population de la prochaine. Ce modèle peut accélérer la vitesse de la domination de ces individus sur la population [203].

4.4.8 Convergence et temps de calcul



Nous avons reporté la valeur de la fonction d'adaptation de l'individu le plus adapté de chaque génération (trait), et la moyenne des fonctions d'adaptation (pointillés), pour une population de 200 individus.

Nous pouvons constater dans la Figure 4.16 que l'amélioration de la population est très rapide au début (recherche globale) et devient de plus en plus lente à mesure que le temps passe (recherche locale). Le bruit dans la moyenne est essentiellement dû aux mutations.

Quelle est la taille de cette population ? Une population trop petite évoluera probablement vers un optimum local peu intéressant. Une population trop grande sera inutile, car le temps de convergence sera excessif. La taille de la population doit être choisie de façon à réaliser un bon compromis entre temps de calcul et qualité du résultat.

Mais il faut être conscient que cette taille de population dépend de la puissance de calcul dont on dispose, des méthodes utilisées (sélection, opérateurs génétiques...), du nombre de variables considérées et de la fonction d'adaptation. Si la fonction à optimiser comporte peu d'optima locaux et un optimum global net, la population nécessaire sera plus petite que dans le cas d'une fonction beaucoup plus compliquée comportant de nombreux optima locaux.

Nous touchons là au délicat problème du réglage des paramètres de l'algorithme. Celui-ci doit être optimisé pour chaque type de problème traité, ce qui constitue une part importante du travail de l'utilisateur. L'ensemble problème-méthodes-paramètres constitue un tout. En témoignent certaines études où les paramètres d'un Algorithme génétique sont réglés et optimisés par un autre Algorithme génétique [198]. Dans la pratique, les méthodes et paramètres des AG sont tout d'abord réglés approximativement par tâtonnement avec des fonctions de n variables couramment utilisées pour tester les algorithmes d'optimisation. Le temps de calcul de ces fonctions étant

minime, on peut ainsi régler rapidement les paramètres. Nous avons ainsi utilisé une fonction sphérique, une fonction de Fletcher-Powell et une fonction fractale [194]. Nous avons ensuite réglé plus finement les paramètres en fonction des problèmes traités.

4.5 Paramètres relatifs à l'algorithme génétique

Pour appliquer l'algorithme génétique à un problème réel, il est nécessaire de régler les paramètres ci-dessous :

- Chromosomes : C'est le nombre de variables représentées à chaque individu, et sont déterminées en fonction du problème à optimiser.
- Domaine de recherche : C'est l'espace où les individus sont générés ; il dépend de problème d'optimisation, et défini par le vecteur contenant les limites supérieures et inférieures des chromosomes.
- Taille de la population : C'est le nombre d'individus d'une population. Si la taille est trop petite, l'algorithme génétique peut ne pas converger ; en revanche, si elle est trop grande, l'évaluation d'individus peut être très longue.
- Probabilité de croisement et de mutation : Les valeurs de ces probabilités peuvent varier d'une application à une autre. Par exemple, dans l'étude de l'optimisation par l'algorithme génétique de cinq fonctions mathématiques [209] il est préconisé de choisir une forte probabilité de croisement jusqu'à 0,9 (inversement proportionnel à la taille de la population). Pour une population de taille moyenne, la probabilité de mutation est généralement très faible, inférieure à 0,1, car une valeur trop grande de probabilité peut modifier les meilleurs individus.
- Critère d'arrêt : Généralement le nombre maximum de générations.

Un algorithme génétique recherche le ou les extrema d'une fonction définie sur un espace de données. Pour l'utiliser, on doit disposer des cinq éléments suivants :

- Un principe de codage de l'élément de population. Cette étape associe à chacun des points de l'espace d'état une structure de données. Elle se place généralement après une phase de modélisation mathématique du problème traité. Le choix du codage des données conditionne le succès des algorithmes génétiques. Les codages binaires ont été très employés à l'origine. Les codages réels sont désormais largement utilisés, notamment dans les domaines applicatifs, pour l'optimisation de problèmes à variables continues.
- Un mécanisme de génération de la population initiale. Ce mécanisme doit être capable de produire une population d'individus non homogène qui servira de base pour les générations futures. Le choix de la population initiale est important, car il peut rendre plus ou moins rapide la convergence vers l'optimum global. Dans le cas où l'on ne connaît rien du problème à résoudre, il est essentiel que la population initiale soit répartie sur tout le domaine de recherche.
- Une fonction à optimiser. Celle-ci prend ses valeurs dans \mathbb{R}^+ et est appelée fitness ou fonction d'évaluation de l'individu. Celle-ci est utilisée pour sélectionner et reproduire les meilleurs individus de la population.
- Des opérateurs permettant de diversifier la population au cours des générations et d'explorer l'espace d'état. L'opérateur de croisement recompose les gènes d'individus existant dans la population, l'opérateur de mutation a pour but de garantir l'exploration de l'espace d'état.

➤ Des paramètres de dimensionnement : Taille de la population, nombre total de générations ou critère d'arrêt, probabilités d'application des opérateurs de croisement et de mutation.

Pour la résolution des problèmes d'optimisation multi objectifs, de nombreux algorithmes génétiques ont été développés. Parmi les algorithmes les plus utilisés, il y a l'Algorithme VEGA « Vector Evaluated Genetic Algorithm » [210], l'algorithme NPGA « Niche Pareto Genetic Algorithm » qui utilise une sélection par tournoi basée sur la dominance de Pareto [211], l'algorithme NSGA « Non Dominated Sorting Genetic Algorithm » qui est basé sur le degré de domination d'un individu et l'algorithme NSGA-II basé sur une classification des individus en plusieurs niveaux [212].

4.6 Conclusion

Les algorithmes évolutionnaires s'inspirent de la théorie de la sélection naturelle. Par analogie avec le monde biologique, l'algorithme évolutionnaire fait évoluer un échantillon d'individus à l'aide de trois opérateurs principaux : Sélection, croisement et mutation. Ils admettent une grande liberté dans la configuration des paramètres et dans l'implémentation des différents traitements. Pour atteindre des performances optimales, adapter les paramètres de l'algorithme et introduire des méthodes spécifiques au problème traité sont indispensables. On peut également réaliser des algorithmes hybrides rassemblant différentes méthodes. Ils synthétisent des solutions nouvelles et originales à des problèmes connus sans idées préconçues.

Dans ce chapitre, nous avons présenté les concepts de base de l'optimisation. Nous avons ensuite expliqué les principes des Algorithmes évolutionnaires, qui sont des algorithmes d'optimisation fondés sur la théorie de l'évolution de Darwin. Puis nous nous sommes intéressés en particulier aux Algorithmes génétiques (AG) et nous avons présenté les techniques de base que nous allons utiliser pour réaliser notre propre algorithme dans le chapitre 5.

Chapitre 5 DETECTION D'ENDOMMAGEMENTS PAR ANALYSE MODALE ET ALGORITHME GENETIQUE

Dans ce chapitre, nous présentons deux nouvelles méthodologies pour l'identification, détection et quantification des endommagements en exploitant des mesures vibratoires dans des structures bidimensionnelles (2D) et tridimensionnelles (3D). La méthode des éléments finis (MEF) est utilisée pour construire des modèles pour les structures saines et endommagées. Premièrement, l'identification des endommagements est formulée comme un problème d'optimisation utilisant les algorithmes génétiques et les changements dans les fréquences naturelles. Une structure de portique 3D à deux étages est utilisée, comme exemple numérique, pour l'identification des endommagements. Les résultats obtenus en utilisant MEF sont validés en utilisant un test de référence expérimental d'une structure portique 3D avec huit étages. Les résultats montrent que la technique proposée donne une bonne identification des endommagements par rapport à la littérature. En deuxième lieu, nous avons proposé un indicateur de Cornwell modifié (ICM) qui fonctionne plus efficacement dans la détection d'endommagements dans les structures à deux et trois dimensions que l'indicateur standard de Cornwell (IC), en suite l'indicateur de Cornwell modifié et combinés avec l'algorithme génétique pour une quantification supplémentaire des endommagements détectés. Les résultats de l'analyse montrent que la technique proposée est précise et efficace.

5.1 Introduction

De nos jours, de nombreuses recherches sont concentrées sur le développement de plusieurs indicateurs basés sur les caractéristiques des réponses dynamiques des systèmes mécaniques. Les endommagements peuvent être considérés comme une modification des propriétés géométriques ou physiques d'un matériau. Une structure avec la présence d'un endommagement aura un comportement mécanique (paramètre) qui ne ressemblera pas à une structure intacte. Ces paramètres sont directement affectés par la variation des propriétés physiques de la structure, ainsi que sa masse et principalement sa rigidité. En fin de compte, un endommagement provoque une diminution de la masse et de la raideur, ce qui en altère les caractéristiques du matériau.

Il existe divers indicateurs d'endommagement. Plusieurs sont construits à partir des données des vibrations, dans le domaine temporel et/ou fréquentiel. Ces indicateurs sont révélés efficaces, mais il reste encore des domaines à améliorer. De nombreux indicateurs présentent des problèmes de sensibilité, nécessitent un état de référence et ne présentent pas la probabilité de détection de fausses alarmes, ce qui réduit leur fiabilité.

Les endommagements sont la principale cause de défaillance dans les systèmes structurels et se produisent fréquemment dans les structures mécaniques. Ces dernières années, une attention particulière a été accordée aux méthodes permettant de détecter les endommagements à un stade précoce, évitant ainsi un échec soudain. Plus spécifiquement, le contrôle de l'intégrité structurelle basé sur la vibration des structures a retenu l'attention de nombreux chercheurs afin de se doter d'outils performants et d'une grande importance pour les sociétés de génie civil, aéronautique et mécanique. En outre, de nombreux domaines de recherche se sont concentrés sur le développement d'indicateurs d'endommagements fiables permettant, outre la détection et l'identification des endommagements.

Dans ce travail de thèse, nous avons utilisé les données vibratoires pour la détection d'endommagements dans des structures 2D et 3D. Nous avons présenté dans un premier temps, une méthode de résolution de problème inverse pour la détection d'endommagements dans les structures portique 3D. L'identification des endommagements est formulée sous forme de problème d'optimisation à l'aide d'AG et des modifications des fréquences propres. La technique proposée basée sur AG couplée à MEF et la fonction objective sont définies comme la différence entre les fréquences calculées par AG et les fréquences propres mesurées. Puis dans un deuxième temps, nous avons élaboré une amélioration de l'indicateur d'endommagement initial afin d'obtenir un nouvel indicateur plus robuste (ICM) pour l'identification d'endommagements structurels. Cet indicateur est utilisé en tant que fonction objective combinée à l'AG pour détecter le lieu et la gravité des endommagements avec précision et plus rapidement que d'autres techniques similaires.

5.2 Problème inverse

Le problème inverse, qui est typiquement l'étape 2 ou l'étape 3 dans une procédure d'identification d'endommagements, consiste à calculer les paramètres de l'endommagement, par exemple, longueur et/ou emplacement de la fissure, utilisant les variations des fréquences. Dans cette section, sont résumés quelques-uns des travaux qui décrivent le problème inverse.

Wang & Zhang [213] évaluent la sensibilité des fréquences modales et des densités spectrales due aux changements des paramètres de la raideur. L'hypothèse est que ces caractéristiques modales elles-mêmes ne sont pas sensibles aux endommagements, mais certaines gammes de fréquences dans la réponse fréquentielle structurelle sont sensibles aux endommagements.

Stubbs, et *al.* [214], discutent une méthode pour l'identification d'endommagements qui relie les variations des fréquences de résonance aux changements de raideurs d'éléments en utilisant une relation de sensibilité. Les endommagements sont définis comme réduction de la rigidité de l'un des éléments formant la structure. Les auteurs ont évoqué le manque de sensibilité de cette méthode quand le nombre de modes est inférieur au nombre de paramètres d'endommagements. Cette difficulté se produit parce que le système est sensiblement sous-déterminé, puisqu'il n'existe pas assez d'informations indépendantes pour déterminer tous les paramètres de réduction de rigidité. Dans ce cas, la solution du pseudo inverse est de mauvais conditionnement, ce qui fausse les résultats.

Stubbs & Osegueda [215, 216] ont développé une autre méthode de détection d'endommagements en utilisant la sensibilité des changements des fréquences modales basée sur le travail par Cawley & Adams [12]. Cette méthode a donné de meilleurs résultats que la méthode précédente dans le cas où le nombre d'endommagements est plus important que le nombre de modes mesurés. Les auteurs précisent que les deux méthodes de sensibilité des variations de fréquences se fondent sur les matrices de sensibilité qui sont calculées en utilisant un modèle éléments finis. Cette condition augmente la charge informatique de ces méthodes et augmente également la dépendance à l'égard de la qualité du modèle numérique. Pour surmonter cet inconvénient, Stubbs, et *al.* [61] ont développé une méthode d'indicateur d'endommagements.

Richardson & Mannan [217] présentent une méthode qui suppose que les endommagements sont limités aux changements de la rigidité. La méthode nécessite la connaissance de déformées modales et des fréquences propres avant endommagements, et des mesures de fréquences après endommagements. En utilisant les propriétés d'orthogonalité des solutions propres des structures endommagées et saines, une équation de sensibilité pour des changements de rigidité peut être obtenue pour chaque mode en soustrayant les deux équations d'orthogonalité.

Par analyse semblable, des équations de sensibilité pour des variations de la masse et des variations d'amortissements peuvent également être développées. Une prétenion inhérente dans cette méthode est que les plus grands changements de rigidité se produisent aux points de mesure se trouvant au voisinage de l'endommagement. Une difficulté avec cette méthode d'identification de modification de rigidité est qu'elle mène à un système d'équations sous-déterminé. Pour y remédier à ce problème, les auteurs ont mis en application une méthode basée sur la pseudo inverse, semblable à celle discutée par Stubbs & Osegueda [215], pour estimer les variations de la rigidité.

Une nouvelle méthode a été proposée par Loutridis et *al.* [218] pour détecter un endommagement dans une poutre selon la fréquence instantanée. L'étude a porté sur le comportement dynamique d'une poutre avec une fissure ouverte. La recherche a été effectuée sous une excitation harmonique avec l'exploitation des résultats expérimentaux et théoriques. Les

données de réponse de la simulation et de l'essai expérimental ont été analysées avec le logiciel MATLAB. La relation a été établie entre la profondeur de la fissure et la principale différence de la fréquence instantanée. La fréquence instantanée était un bon indicateur de la taille de la fissure.

Nahvi et Jabbari [36] ont adopté une méthode de recherche expérimentale et analytique pour identifier l'emplacement et la profondeur de la fissure d'une poutre uniforme. La théorie linéaire de mécanique de la rupture a été développée par les auteurs. La poutre fissurée construite et modélisée en utilisant l'élément fini pour déterminer les propriétés dynamiques (déformée modale et fréquence). Les résultats d'une analyse expérimentale et théorique ont prouvé que la position et la taille de la fissure ont un effet sur la première et la deuxième fréquence naturelle dans la poutre fissurée. En outre, l'emplacement de la fissure a un effet significatif au cas où il serait situé à l'extrémité fixe ; par conséquent la réduction de la fréquence était plus importante. Leur étude a fourni un procédé pour la prévision de la taille de la fissure.

Plusieurs fissures dans une poutre encastree détectée par des fréquences dans une formulation de problème d'optimisation non linéaire ont été enregistrées par Khiem et Lien [219] en utilisant les fonctions de MATLAB. Pour l'équation fréquence, la fissure est simulée comme un modèle de ressort en fonction de la rigidité dynamique de la poutre fissurée. Les paramètres de positionnement de la fissure à prévoir ont inclus la profondeur et l'emplacement aussi bien que les fissures probables. Les résultats numériques pour les trois cas étudiés (un, deux et trois fissures) dans une poutre encastree ont illustré l'efficacité liée à leur proposition.

Douka et al. [220] ont proposé une méthode pour localiser l'emplacement et la profondeur d'une fissure dans une poutre encastree avec une double fissure. Ils constatent que la fissure présente a entraîné une évolution importante dans les fréquences d'antirésonance. Ainsi, les modifications d'antirésonance ont fourni des détails supplémentaires au sujet de l'aspect de la fissure qui a équilibré la modification de la fréquence naturelle, ces informations complémentaires ont pu être employées pour détecter la fissure. La fissure a été modélisée comme ressorts équivalents pour connecter les segments de la poutre.

Lu et al. [221] ont proposé un nouveau procédé qui convenait pour prévoir une petite fissure. Ils ont étudié une méthode efficace pour l'emplacement multiple d'endommagements dans une structure poutre. Ils ont appliqué deux méthodes en utilisant les simulations modèles d'élément fini (MEF) sur une structure poutre. D'abord, ils ont calculé des changements de flexibilité et de courbure de flexibilité d'une poutre en béton armé avec de diverses configurations d'endommagements. Ils ont également comparé des sensibilités de flexibilité et de courbure de flexibilité pour les configurations d'endommagements étroitement distribuées de diverses ampleurs. La courbure de flexibilité a été recommandée pour l'emplacement multiple d'endommagements dû à la distribution étroite des endommagements. Deuxièmement, ils ont confirmé le rapport entre les changements de la fréquence analytique et de la fréquence relative par analyse de la méthode des éléments finis.

Morassi [35] a détecté les fissures dans une tige vibrante en sachant les endommagements introduits dans une paire de fréquences. L'étude expérimentale et analytique a été faite avec les mêmes conditions aux limites. La fissure est simulée comme une connexion de ressort entre deux

segments, en fonction de la sensibilité de l'analyse. Les résultats concordent bien avec l'analyse des fissures sur une croix en acier.

Une nouvelle méthode s'est développée par Khiem et *al.* [222], qui dépend d'un modèle de ressort rotationnel et la méthode de la matrice transversale d'une fissure pour l'analyse des fréquences naturelles d'une poutre avec un nombre de fissures aléatoire. Pour la poutre avec plusieurs fissures, l'équation de fréquence appliquée dans le procédé a été obtenue en calculant une matrice de dimensions 4×4 . L'équation fréquentielle étudiée est basée sur l'influence de l'emplacement, de la profondeur et du nombre de fissures. La diminution du temps pour l'estimation des fréquences naturelles était l'un des avantages de la méthode proposée.

Ledonard et *al.* [223] ont illustré un modèle du comportement d'une poutre encastree avec une fissure ouverte basée sur l'état de vibration. Les spectrogrammes de la réponse ont été utilisés pour expliquer l'amortissement et de temps précis de la fréquence naturelle. Trois cas de vibrations ont été observés pendant l'étude qui est reliée à la profondeur de la fissure ; le premier cas, la fissure s'ouvre et se ferme alternativement ; deuxième cas, avec une fissure partiellement ouverte, et le troisième cas, la force agit alternativement avec la fermeture de la fissure. La phase du spectrogramme et la méthode de transformation ont été développées pour calculer la précision de montrer le comportement de la poutre sans fissure, une raideur non linéaire légère générée par le serrage.

Viola et *al.* [224] ont étudié la variation de la position et l'ampleur de la fissure en examinant les changements dans le comportement dynamique de la structure. La théorie de la poutre fissurée de Timoshenko était développée pour modéliser une structure en utilisant l'analyse par éléments finis. Pour obtenir la matrice de masse de la poutre avec une fissure sur l'arête, ils utilisent le déplacement transversal et rotationnel pour la fonction de forme. La matrice de masse et la matrice de rigidité qui a été affectée par la présence d'une fissure ont été étudiées aussi. Le procédé proposé était d'identifier les fissures dans une poutre en utilisant les données de l'essai sur maquette. L'effet de la fissure sur la flexibilité locale a été ignoré parce que la surface de la fissure transversale s'est considérée toujours ouverte.

Nikolakopoulos et *al.* [225] ont proposé une nouvelle méthode pour détecter l'emplacement et la profondeur d'une fissure dans la structure plus facilement. Ils ont employé les fréquences propres mesurées pour identifier l'emplacement et la profondeur de la fissure examinée dans une structure. Il a été approuvé qu'il y ait un effet significatif des paramètres de la fissure sur le comportement dynamique de la poutre. Cette influence a été principalement basée sur l'emplacement et la taille de la fissure. La méthode dépend des mesures des deux ou les trois premières fréquences propres de la structure. L'emplacement et la profondeur des fissures peuvent être estimés en traçant des contours.

Rizos et *al.* [56] ont étudié une poutre de section rectangulaire encastree avec une fissure transversale. La fissure transversale était uniformément le long de la largeur de la poutre. Les résultats analytiques sont employés pour trouver une relation entre la profondeur de la fissure et son emplacement, avec les modes de vibration mesurés. La profondeur et l'emplacement de la fissure sont estimés avec une précision acceptable a été faite par des mesures d'amplitude entre

deux points dans une structure vibrante à l'un de ses modes, la solution analytique, et de fréquence de réponse dynamique. La méthode est basée sur les mesures du modèle afin d'identifier la fissure. La méthode a besoin de deux emplacements pour mesurer l'amplitude, elle convient à la dimension des structures, et elle est facile, simple et précise pour la réaliser dans une maquette avec une simple imagination.

5.3 Détection d'endommagement par analyse modale et algorithme génétique [226]

Le comportement dynamique d'une structure mécanique linéaire est régi par l'équation suivante

$$M\ddot{x} + C\dot{x} + Kx = F \quad (5.1)$$

En négligeant les termes d'amortissement et de force externe, l'équation 5.1 peut être écrite ainsi

$$M\ddot{x} + Kx = 0 \quad (5.2)$$

Où M et K sont des matrices symétriques réelles qui sont discrétisées comme suit

$$M = \sum_{i=1}^{N_e} M_i^{(e)} ; K = \sum_{i=1}^{N_e} K_i^{(e)} \quad (5.3)$$

Si

$$x(t) = s \sin(\omega t + \phi) \quad (5.4)$$

où la fréquence ω et la phase ϕ doivent être déterminés.

En dérivant deux fois l'équation 5.4 par rapport au temps, donne :

$$\ddot{x} = -\omega^2 s \sin(\omega t + \phi) \quad (5.5)$$

En substituant les équations 5.5 et 5.4 à l'équation 5.2,

$$(K - \omega^2 M)s = 0 \quad (5.6)$$

Pour une solution de s non nulle

$$\det(K - \omega^2 M) = 0 \quad (5.7)$$

Qui sera une équation polynomiale de degré n . L'équation 5.6 peut également être écrite comme suit :

$$Ks = \omega^2 Ms \quad (5.8)$$

Où

$$M^{-1}Ks = \omega^2 s \quad (5.9)$$

L'équation 5.9 indique clairement que ω^2 est s sont une valeur propre et un vecteur propre de la matrice $M^{-1}K$. De plus, l'équation 5.8 suggère que ω^2 est s sont des valeurs propres généralisées et des vecteurs propres de la matrice de raideur K par rapport à la matrice de masse M .

5.3.1 Fonction objective

Nous utilisons les fréquences naturelles comme paramètres de diagnostic dans les procédures d'évaluation structurelle. Un grand avantage de n'utiliser que des valeurs propres dans la détection des endommagements des structures est qu'elles sont acquises à moindre coût et que l'approche peut fournir une technique d'évaluation structurelle peu coûteuse. La fonction objective à minimiser est définie comme suit [227]

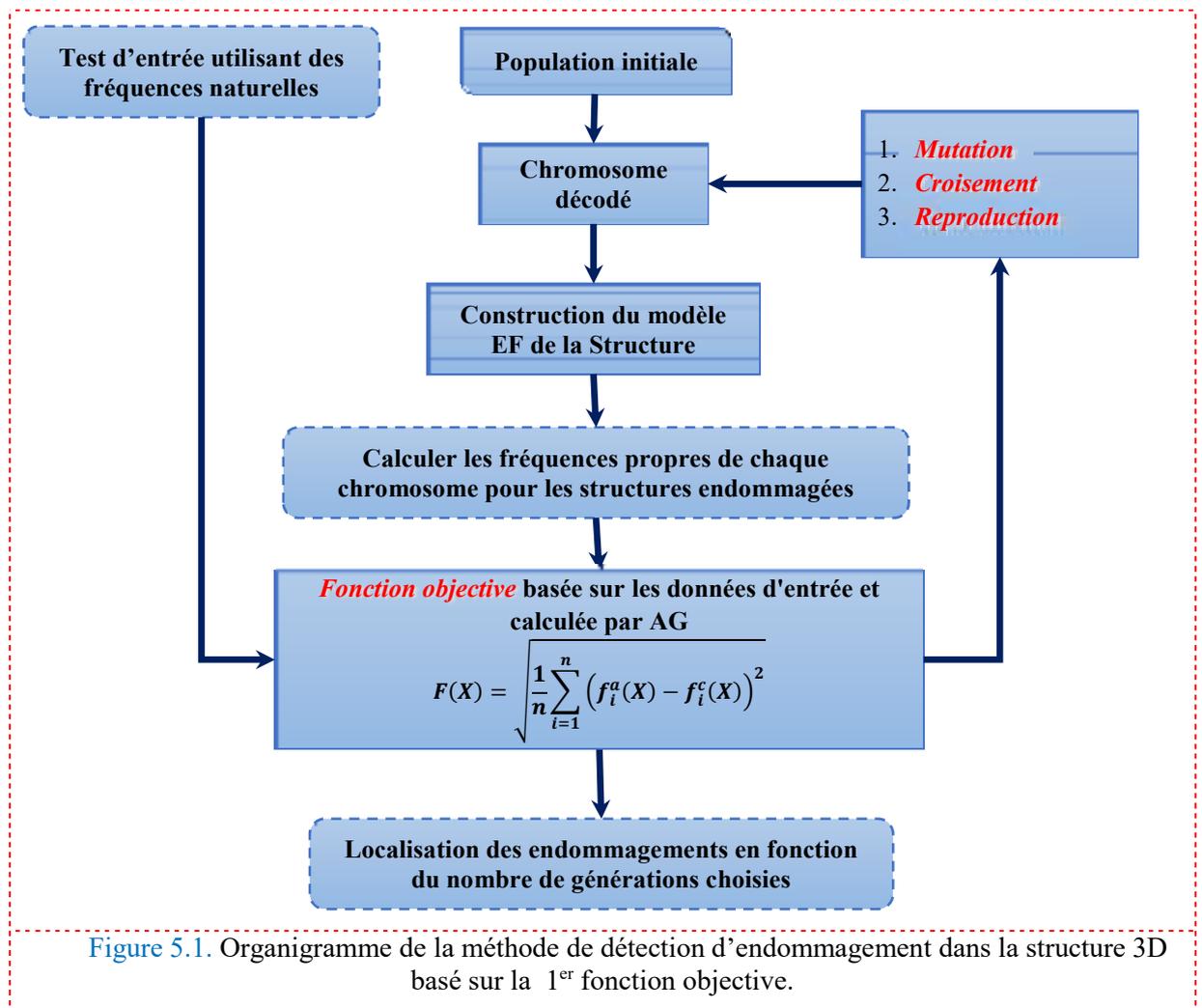
$$\Delta\omega = \sum_i^n (\omega_i^m - \omega_i^a)^2 \quad (5.10)$$

où : i est le nombre de mode ($i = 1, 2, 3, \dots, n$), ω_i^m sont les fréquences propres mesurées et ω_i^a sont les fréquences propres calculées. Les fréquences naturelles ω_i^m , sont appliquées à notre système de détection des endommagements en tant qu'entrées. Une valeur objective de zéro indique une correspondance exacte entre les valeurs des fréquences mesurées et calculées.

Deux fonctions objectives différentes sont considérées dans cette étude. La première fonction objective qui considère simplement l'information de fréquence naturelle de la structure est définie comme

$$F(X) = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (f_i^a(X) - f_i^c(X))^2} \quad (5.11)$$

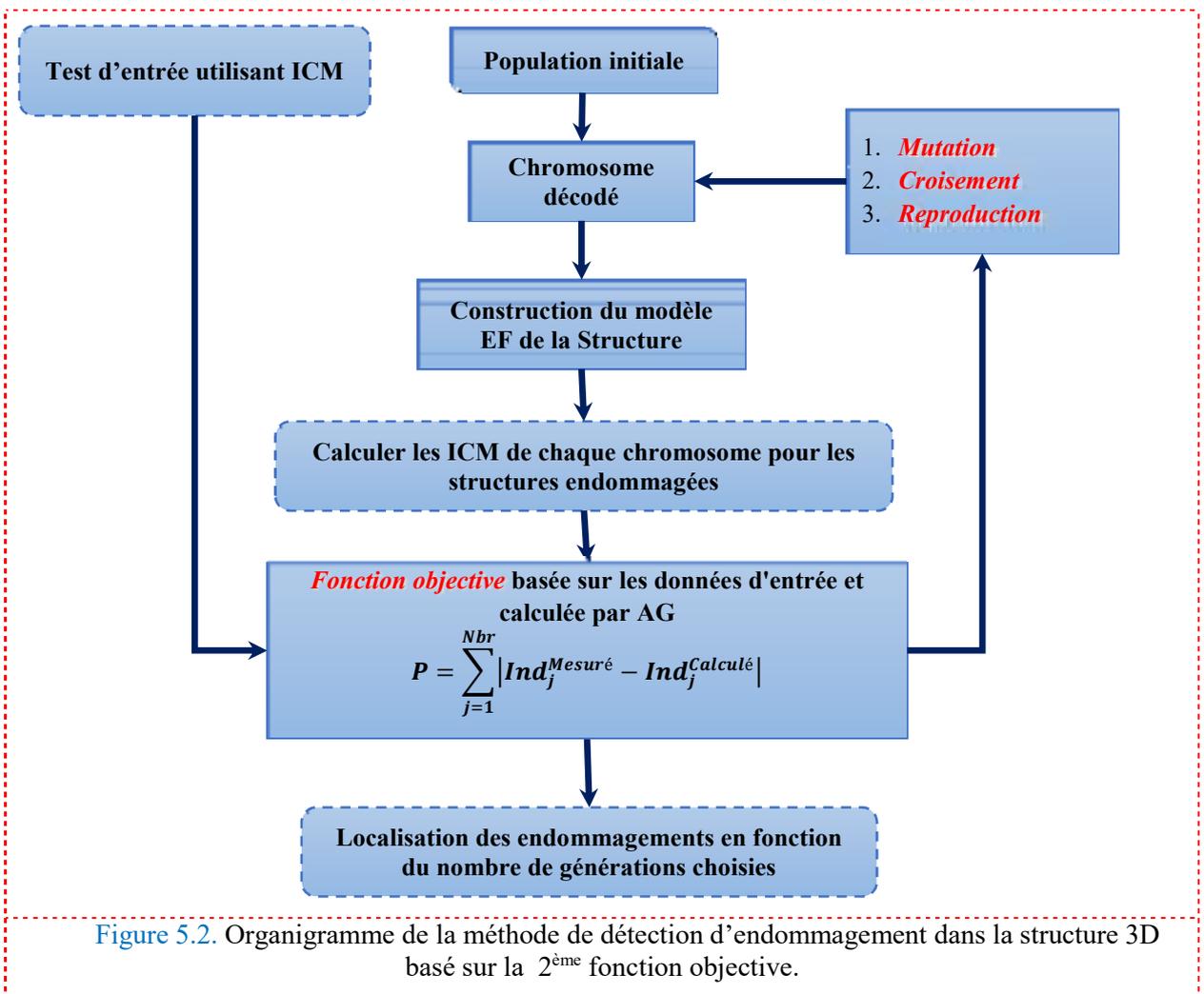
où X est le vecteur de la solution représentant l'état endommagé ; n est le nombre de fréquences propres impliquées dans la fonction objective ; f_i^a et f_i^c sont les $i^{\text{ème}}$ fréquences réelles (mesurées) et calculées, respectivement.



La deuxième fonction objective inclut certaines informations de forme de mode ainsi que des fréquences naturelles et peut être définie comme

$$F(X) = \sqrt{\frac{1}{n} \left(\sum_{i=1}^n (f_i^a(X) - f_i^c(X))^2 + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m (\phi_{ij}^a(X) - \phi_{ij}^c(X))^2 \right)} \quad (5.12)$$

ϕ_{ij} est la $j^{ième}$ entrée du mode propre. Tous les modes propres sont normalisés pour avoir une longueur unitaire avant d'être utilisés dans la fonction objective.



Il a été démontré que les algorithmes génétiques sont capables de résoudre le problème d'optimisation par une opération de mutation, de croisement et de sélection appliquée aux individus de la population, voir Figure 5.1 et Figure 5.3.

5.3.2 Applications

Une structure portique 3D simulée est utilisée pour vérifier la technique proposée. Le modèle est divisé en dix éléments de 6 ddl pour chaque nœud. Les propriétés de l'élément de poutre sont énumérées dans la Figure 5.4. Les six premières fréquences naturelles et les modes propres de la structure 3D non endommagée sont présentés sur la Figure 5.5.

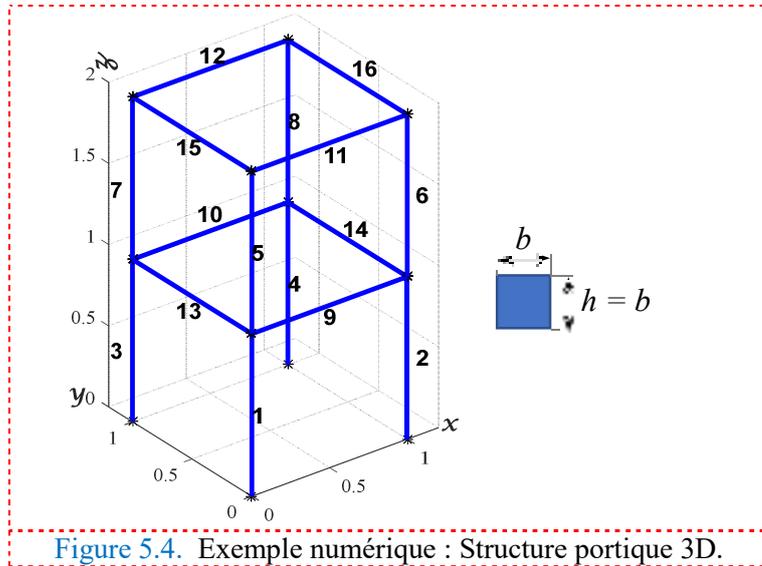
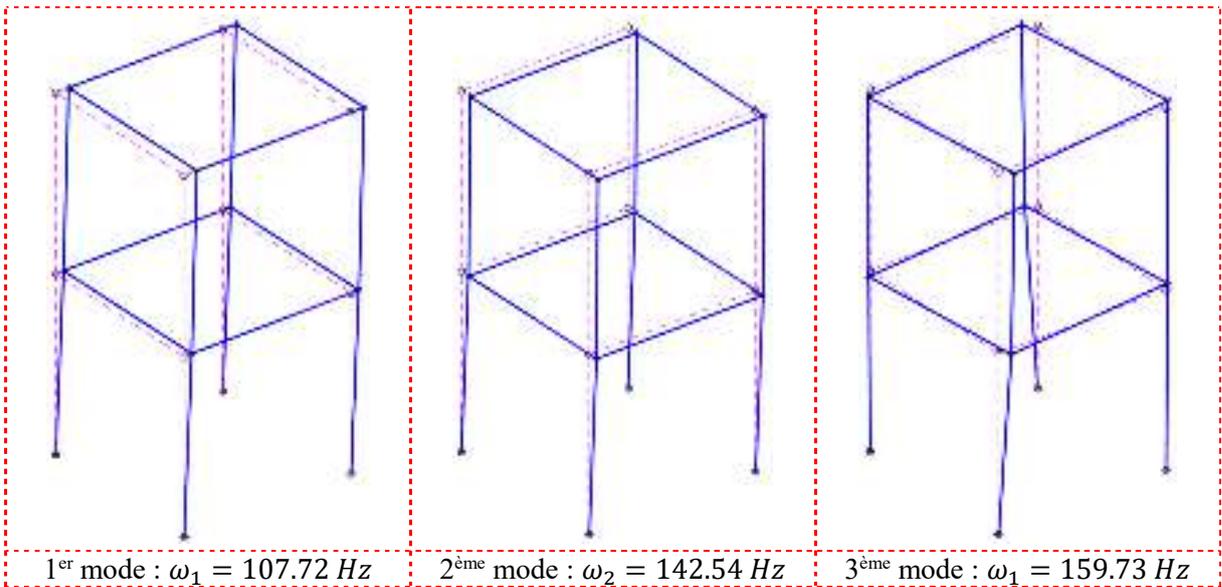
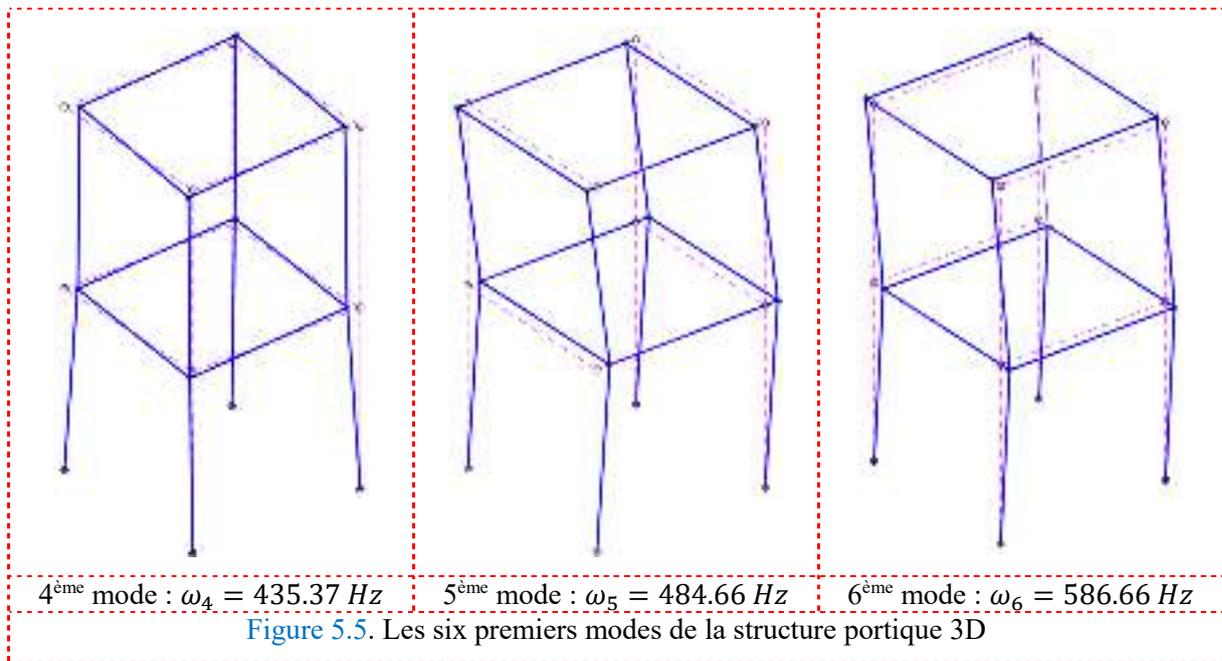


Figure 5.4. Exemple numérique : Structure portique 3D.

Tableau 5-1. Propriétés mécaniques et géométriques de la structure 3D.

Section S [m^2]	Module de Young E [N/m^2]	Masse volumique ρ [Kg/m^3]	Moment d'inertie I [m^4]
0.5×10^{-3}	2.1×10^{11}	7800	0.417×10^{-8}





Afin de valider la technique d'évaluation des endommagements proposée, quatre cas tests sont considérés, dans lesquels les endommagements simples ainsi que les endommagements multiples sont étudiés comme indiqué dans le [Tableau 5-2](#). Dans ce dernier, les numéros d'éléments et le pourcentage de réduction de la rigidité sont listés. Les fréquences naturelles de chaque cas test d'endommagements sont présentées dans le [Tableau 5-3](#).

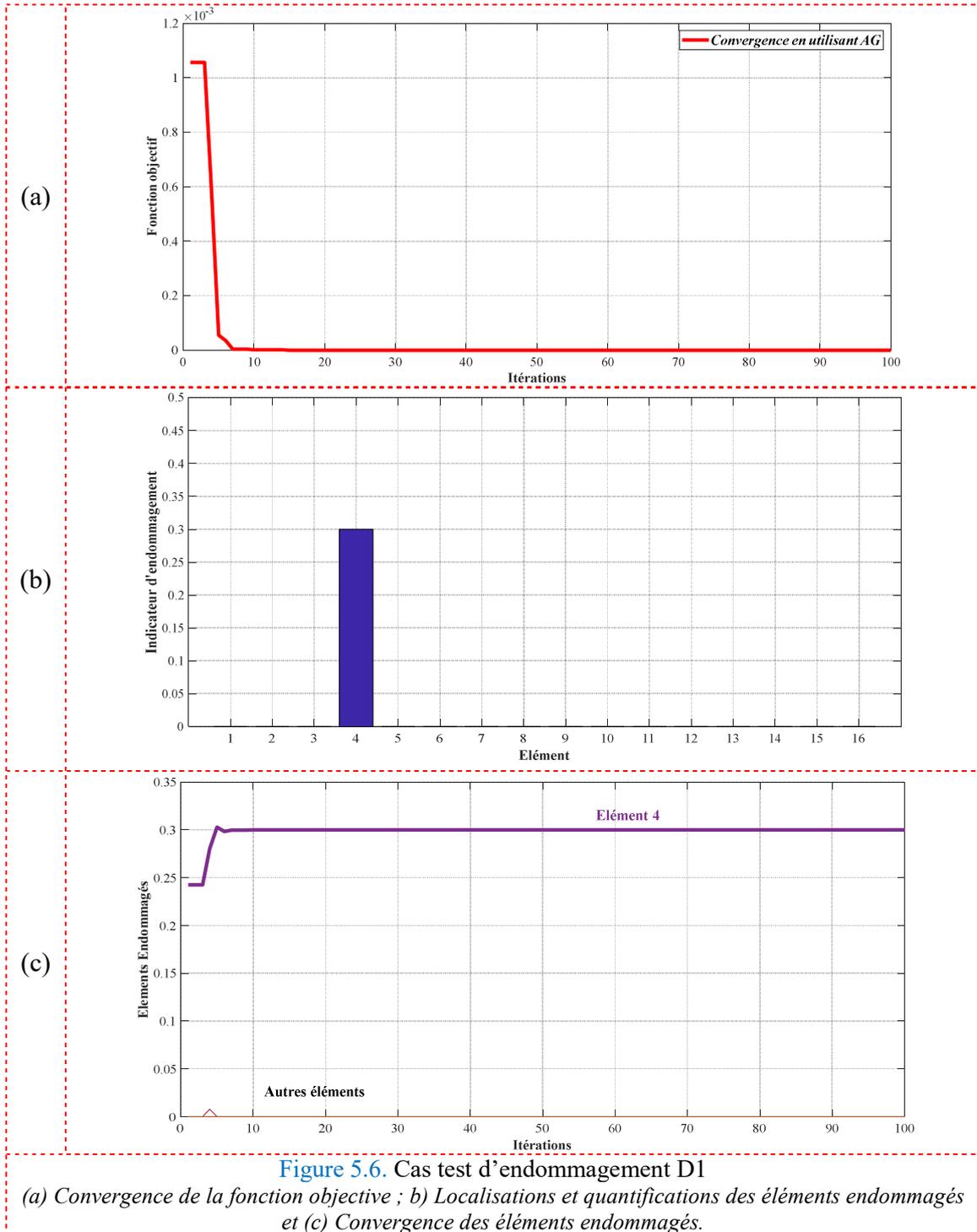
Tableau 5-2. Cas tests d'endommagements de la structure portique 3D.

Cas test d'endommagement	Élément endommagés (% réduction de rigidité)				
D1	4 (30 %)	–	–	–	–
D2	9 (20 %)	10 (35 %)	–	–	–
D3	7 (25 %)	8 (30 %)	13 (35 %)	15 (20 %)	–
D4	3 (25 %)	5 (30 %)	7 (30 %)	13 (25 %)	15 (35 %)

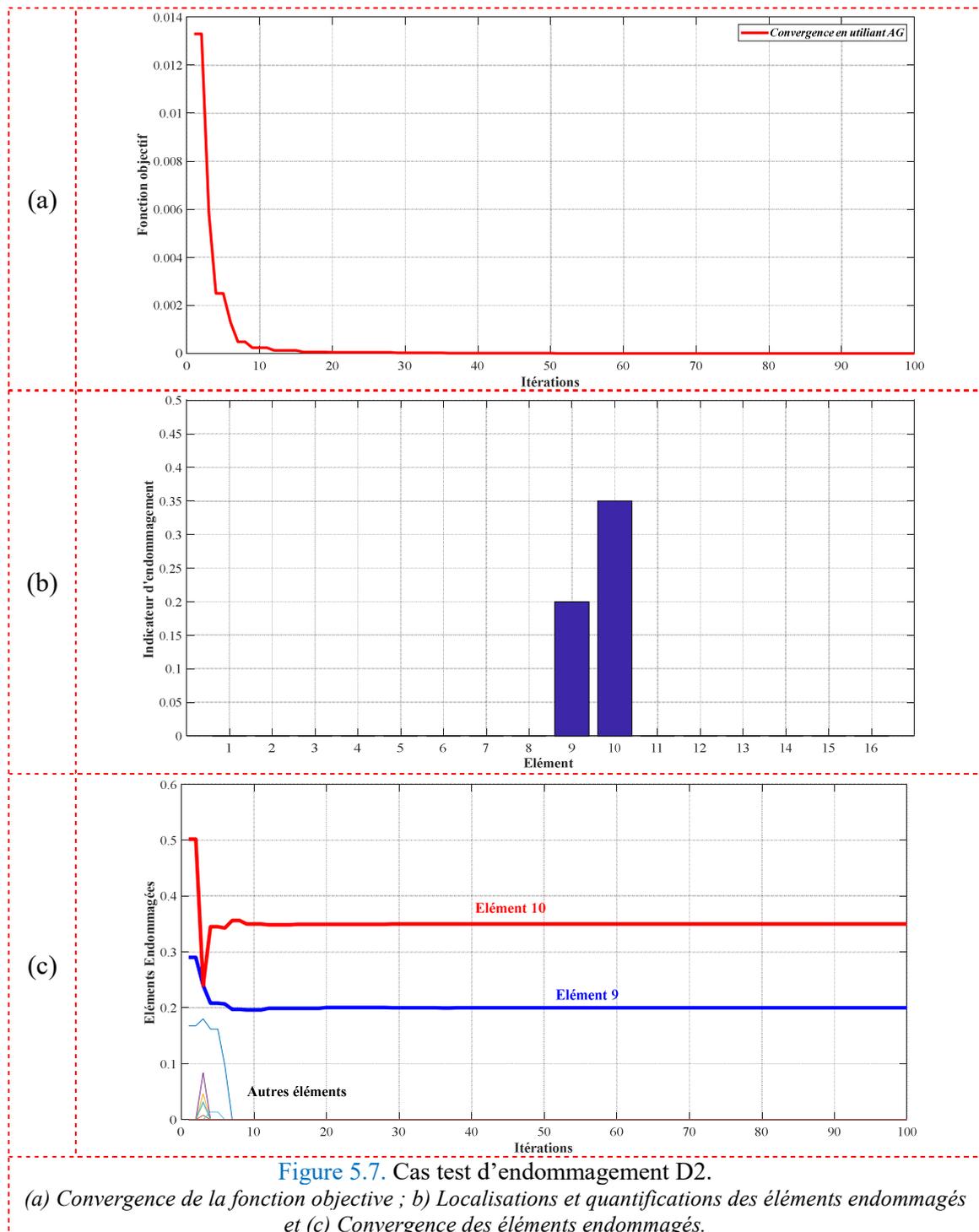
Tableau 5-3. Fréquences naturelles saines et endommagées de la structure portique 3D.

Mode	Saine f [Hz]	Cas test d'endommagement							
		D1		D2		D3		D4	
		f [Hz]	%	f [Hz]	%	f [Hz]	%	f [Hz]	%
1	107.723	105.364	2.2	103.629	3.8	107.563	0.1	105.624	1.9
2	142.545	136.840	4.0	142.545	0.0	140.895	1.2	136.232	4.4
3	159.732	155.896	2.4	159.177	.03	158.688	0.7	155.898	2.4
4	435.371	433.476	0.4	416.140	4.4	426.295	2.1	422.780	2.9
5	484.670	475.107	2.0	471.982	2.6	481.979	0.6	474.043	2.2
6	586.661	583.594	0.5	586.654	0.0	548.766	6.5	527.674	11.1

❖ Cas test D1



❖ Cas test D2



❖ Cas test D3

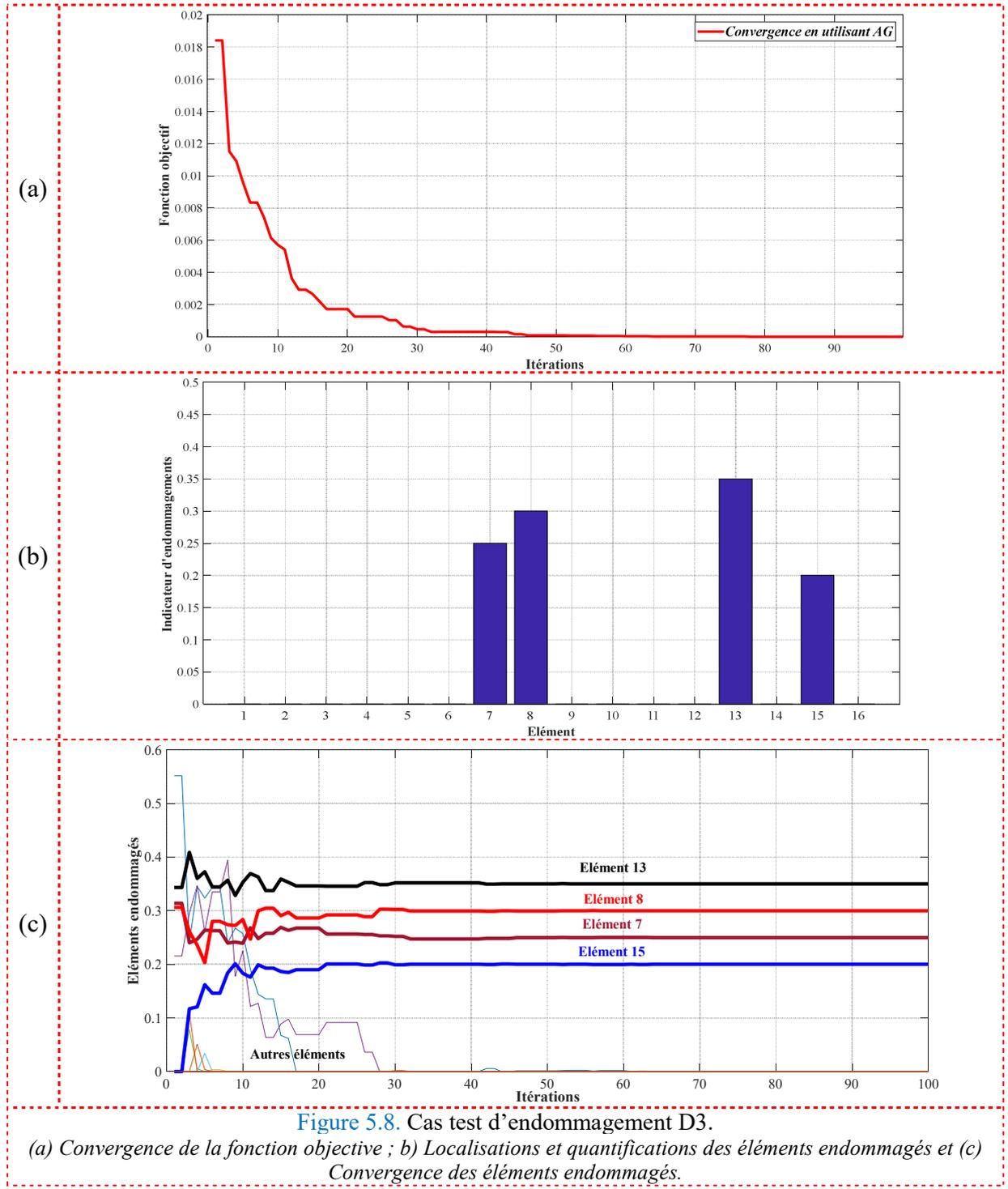
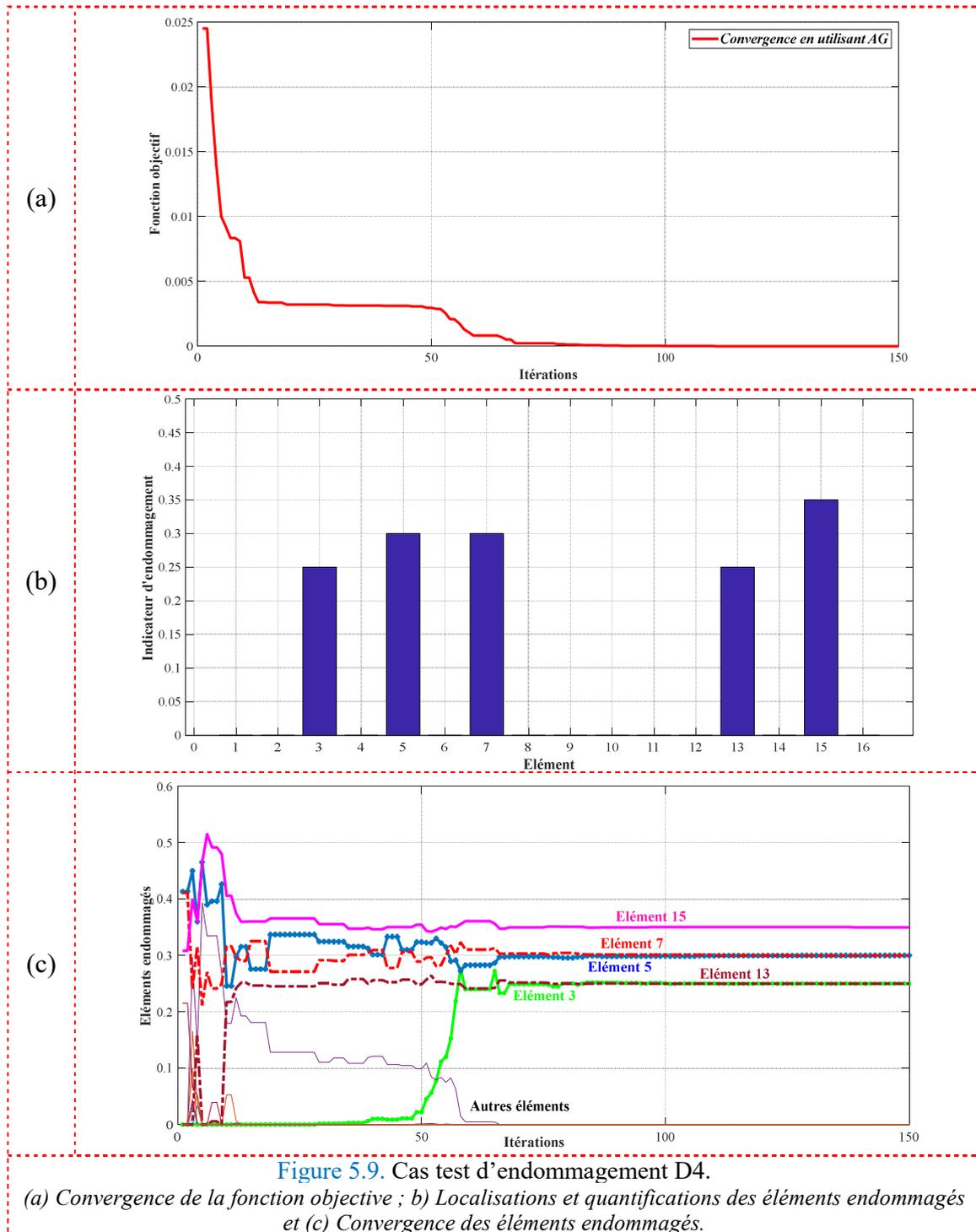


Figure 5.8. Cas test d'endommagement D3.

(a) Convergence de la fonction objective ; b) Localisations et quantifications des éléments endommagés et (c) Convergence des éléments endommagés.

❖ Cas test D4



Les six premières fréquences naturelles, énumérées dans le [Tableau 5-3](#), sont utilisées dans ce cas pour tous les cas tests d'endommagements afin de calculer la forme physique, et par conséquent leurs emplacements ainsi que leurs sévérités. Les résultats identifiés sont illustrés aux [Figure 5.6](#) à [Figure 5.9](#), pour les différents cas tests d'endommagements. Dans ces figures, trois graphiques sont tracés ; a) Convergence de la fonction objective, b) Identification de l'emplacement des endommagements et quantification et c) Convergence des éléments endommagés. Pour le cas test d'endommagements simple, D1, nous pouvons voir sur la [Figure 5.6](#) que l'algorithme a convergé après peu d'itérations et que l'emplacement et la gravité des endommagements sont correctement identifiés. De même, pour les cas tests d'endommagements

multiples, cas tests D2 à D4, tous les emplacements et toutes les sévérités des endommagements sont correctement détectés. Cependant, de plus que le nombre d'éléments endommagés augmente, le nombre d'itérations augmente et la convergence devient plus lente. Pour le cas test d'endommagements D4, plus de 70 itérations sont nécessaires pour atteindre la convergence, comme on peut le voir sur la [Figure 5.9](#).

5.3.3 Effet du bruit

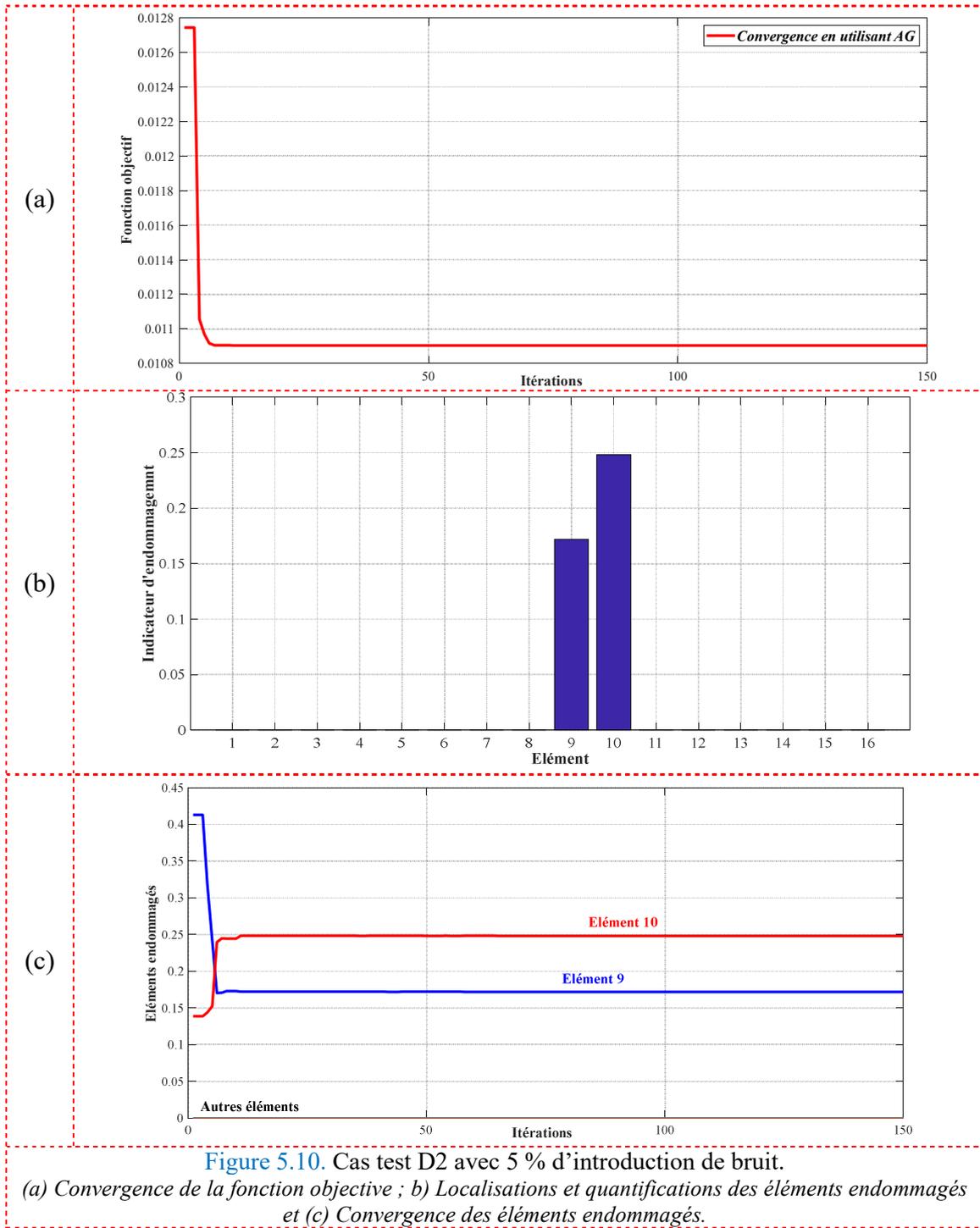
Afin d'étudier l'effet du bruit sur notre technique de détection d'endommagements, le bruit blanc gaussien a été ajouté dans les cas tests d'endommagements D2 et D4 dans les six premiers modes avec 5 % et 10 %. La $i^{\text{ème}}$ réponse bruitée $N_{d_i}(\text{bruit})$ est simulée par [\[228\]](#)

$$N_{d_i}(\text{bruit}) = (1 + \sigma \gamma)N_{d_i}, \quad (5.13)$$

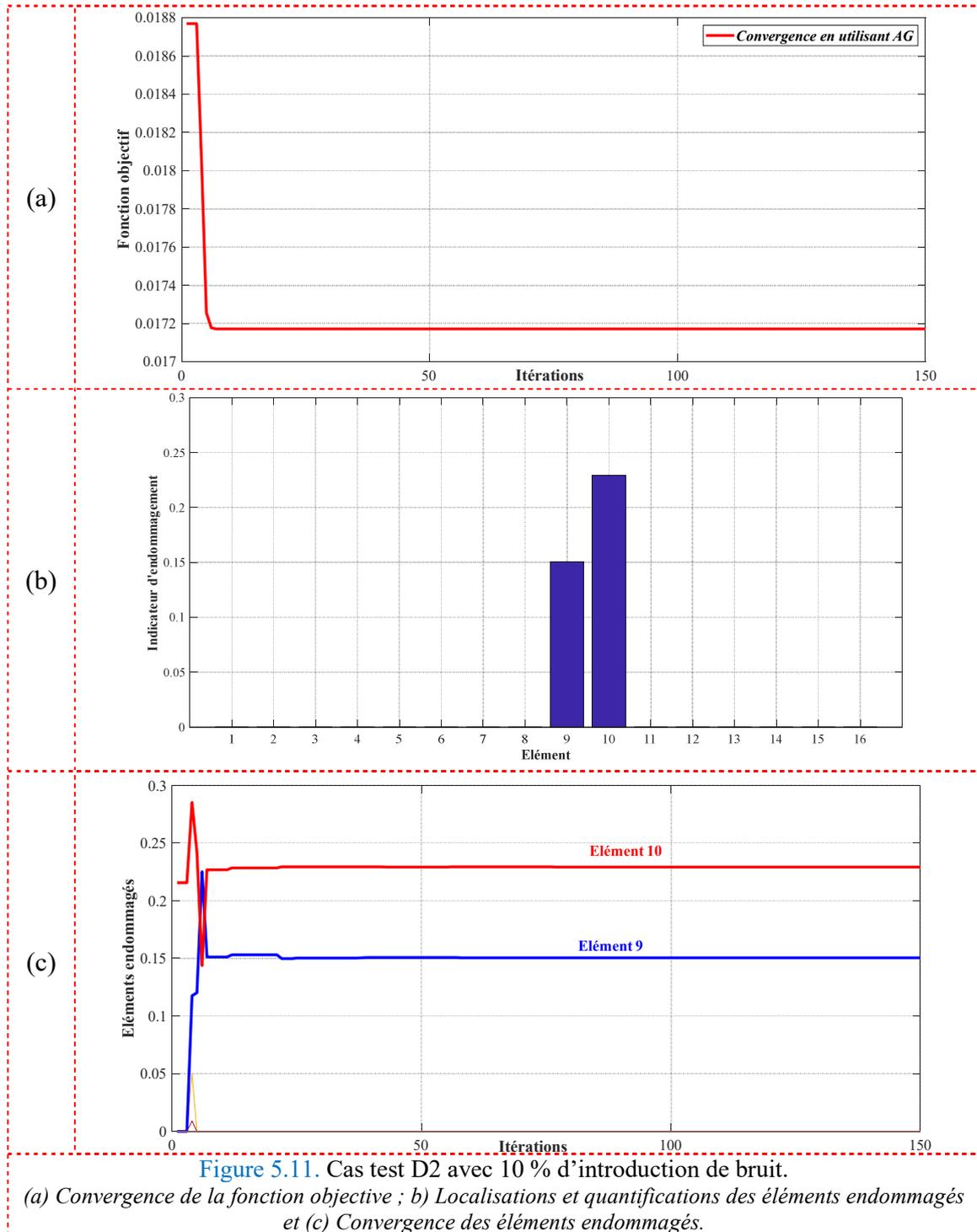
où σ est le niveau de bruit et γ est un nombre aléatoire dans l'intervalle $[-1, 1]$.

L'effet du bruit sur la méthode de détection d'endommagement est présenté respectivement aux [Figure 5.10](#) à [Figure 5.13](#). À partir des résultats représentés sur la [Figure 5.10](#), nous pouvons constater que, lorsque le bruit est inclus dans le problème de détection de défaut, notre approche basée sur AG peut détecter les endommagements avec une grande précision. Cependant, la valeur d'indicateur d'endommagements est affectée par le niveau de bruit.

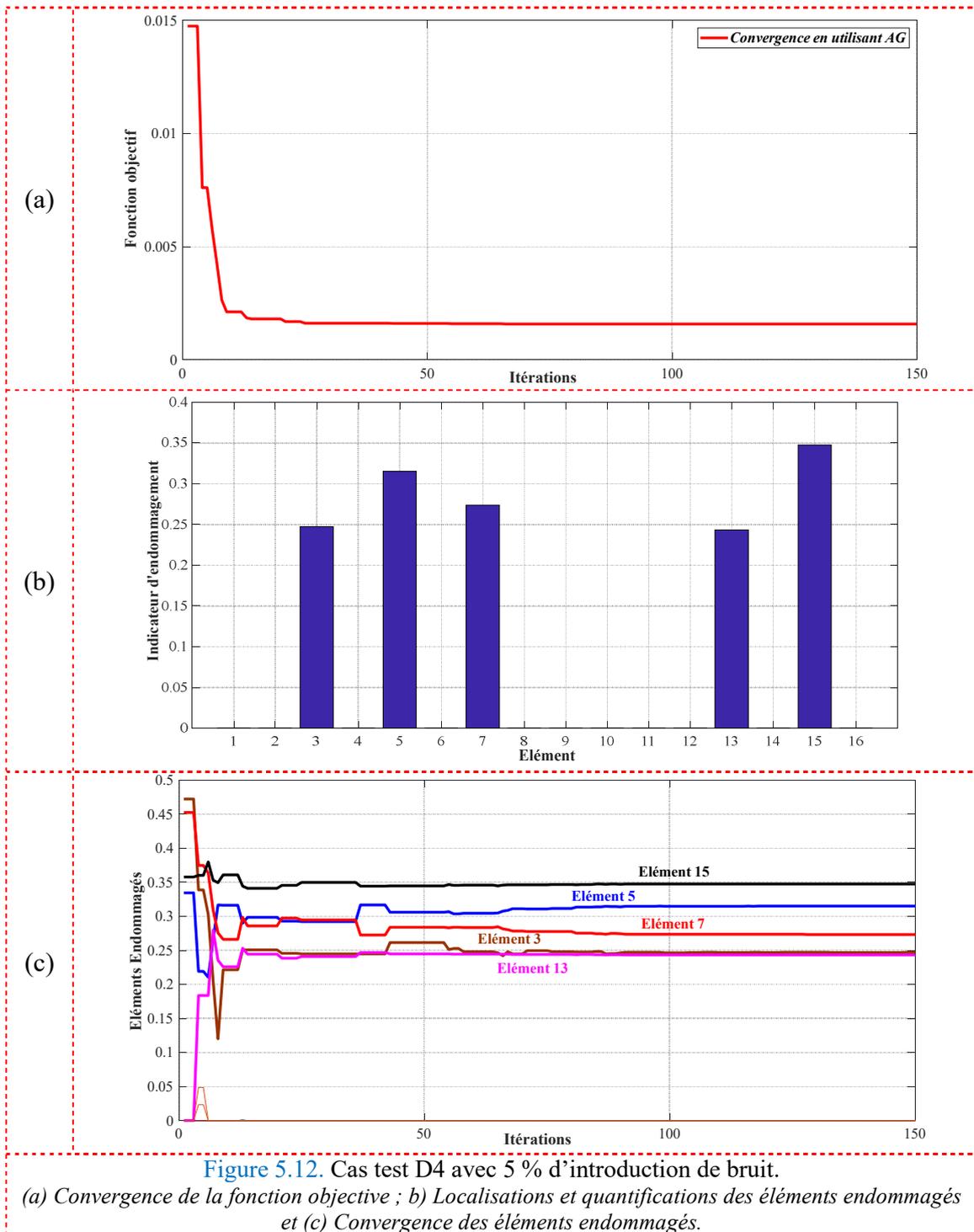
❖ Cas test d'endommagement D2 avec un bruit à 5 %



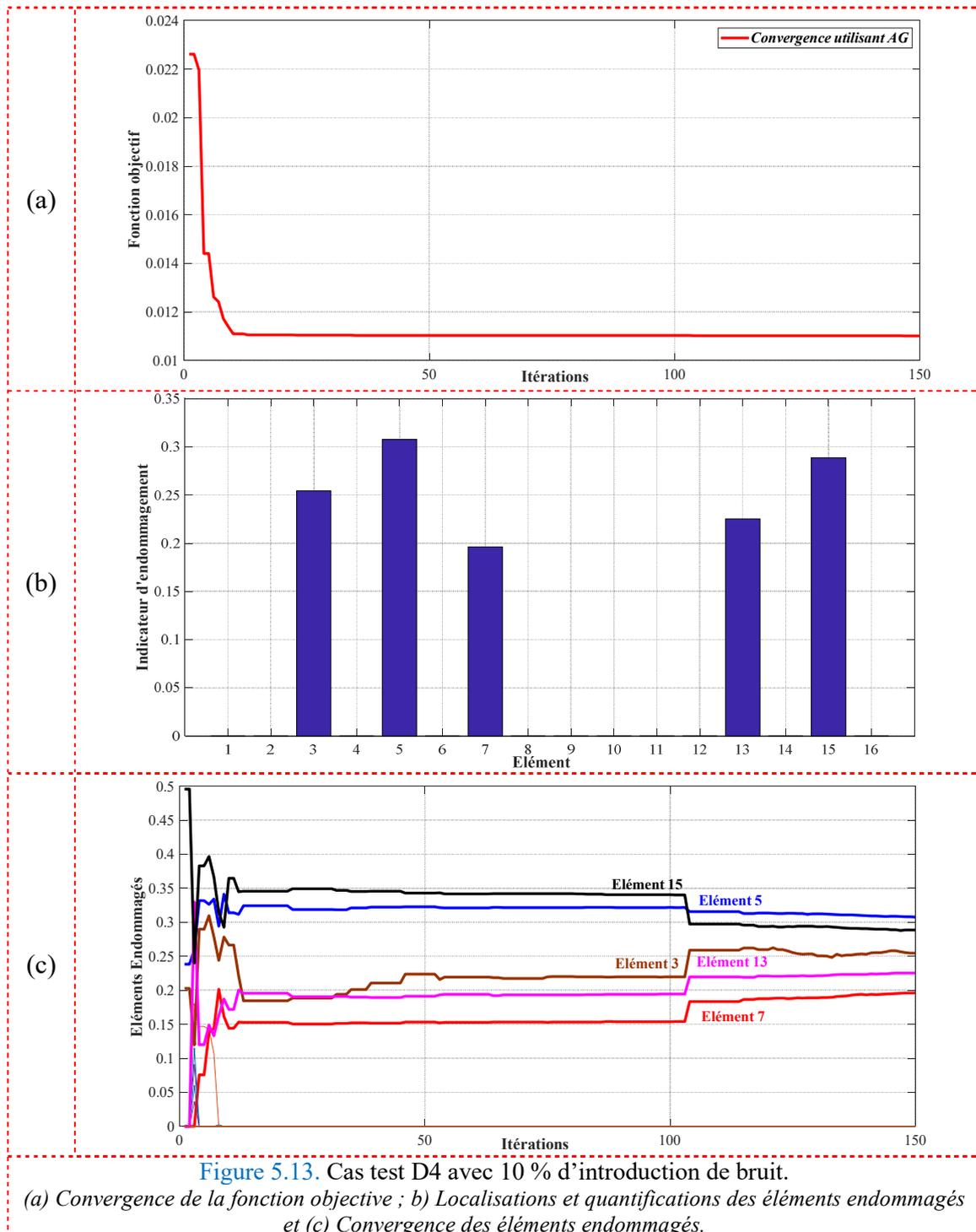
❖ Cas test D2 avec un bruit à 10 %



❖ Cas test D4 avec un bruit à 5 %



❖ Cas test D4 avec un bruit à 10 %



Les résultats de l'algorithme de détection d'endommagement de la structure portique 3D avec 5 % (histogramme vert) et 10 % (histogramme orange) d'introduction de bruit et sans bruit (histogramme bleu) sont représentés sur la Figure 5.14 pour le cas test d'endommagement D2 et la Figure 5.15 pour le cas test d'endommagement D4. La différence entre les trois résultats est due directement à l'effet du bruit ajouté.

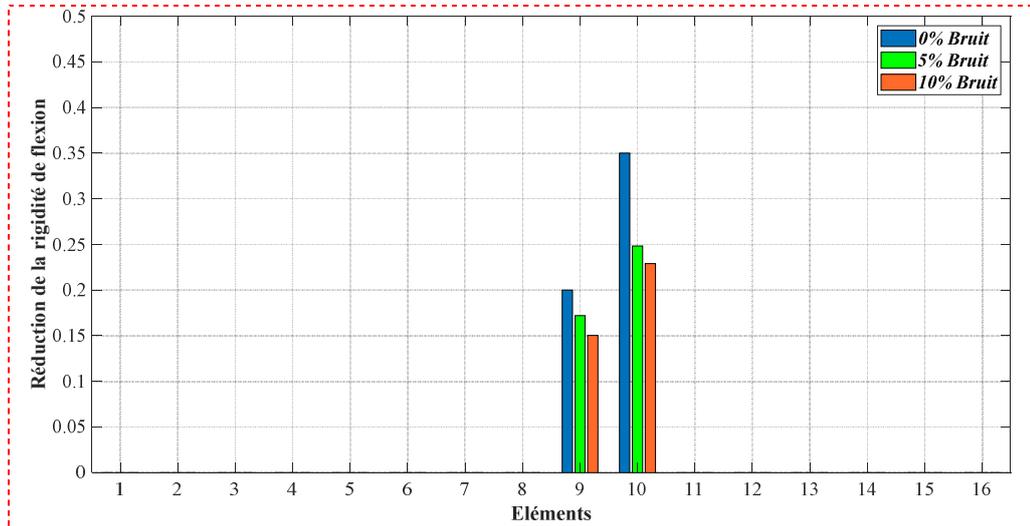


Figure 5.14. Cas test d'endommagement D2.

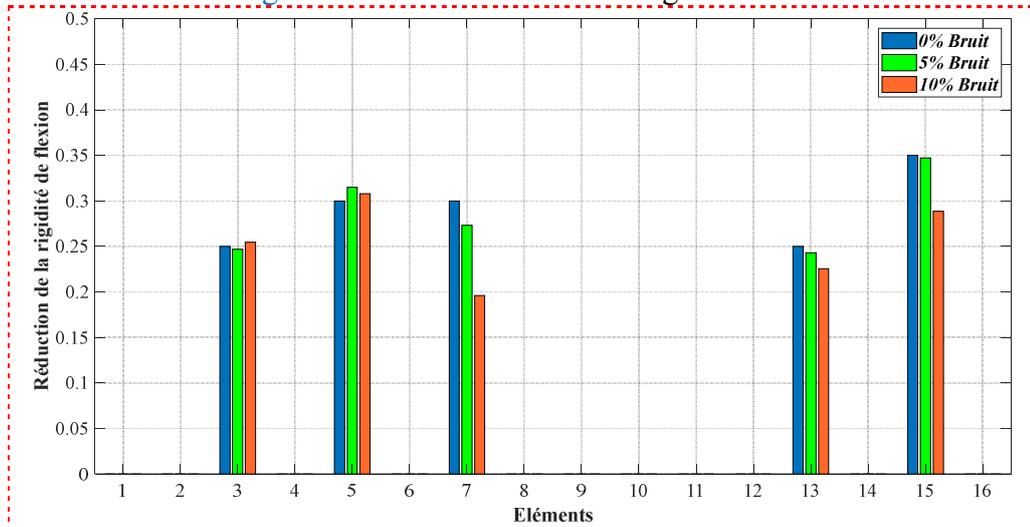


Figure 5.15. Cas test d'endommagement D4.

5.3.4 Validation expérimentale

Afin de valider la technique proposée, des données expérimentales d'un cadre de cisaillement de huit étages sont utilisées dans la littérature [229]. Le cadre de huit étages et le montage expérimental sont représentés sur la Figure 5.16. Dans cette configuration expérimentale, la structure portique a été excitée à l'aide d'un excitateur électromagnétique MB modal 50A piloté par un signal sinusoïdal de balayage généré par un générateur de signal GW GFG-8019G et amplifié par un amplificateur MB SS250VCF. Les réponses aux vibrations ont été mesurées à l'aide d'accéléromètres PCB 3330B et échantillonnées à l'aide d'un système d'acquisition DIFA / S CADAS. Les six premières fréquences ont été identifiées dans ce cas. Deux endommagements locaux ont été supposés se situer aux 54ème et 63ème éléments.

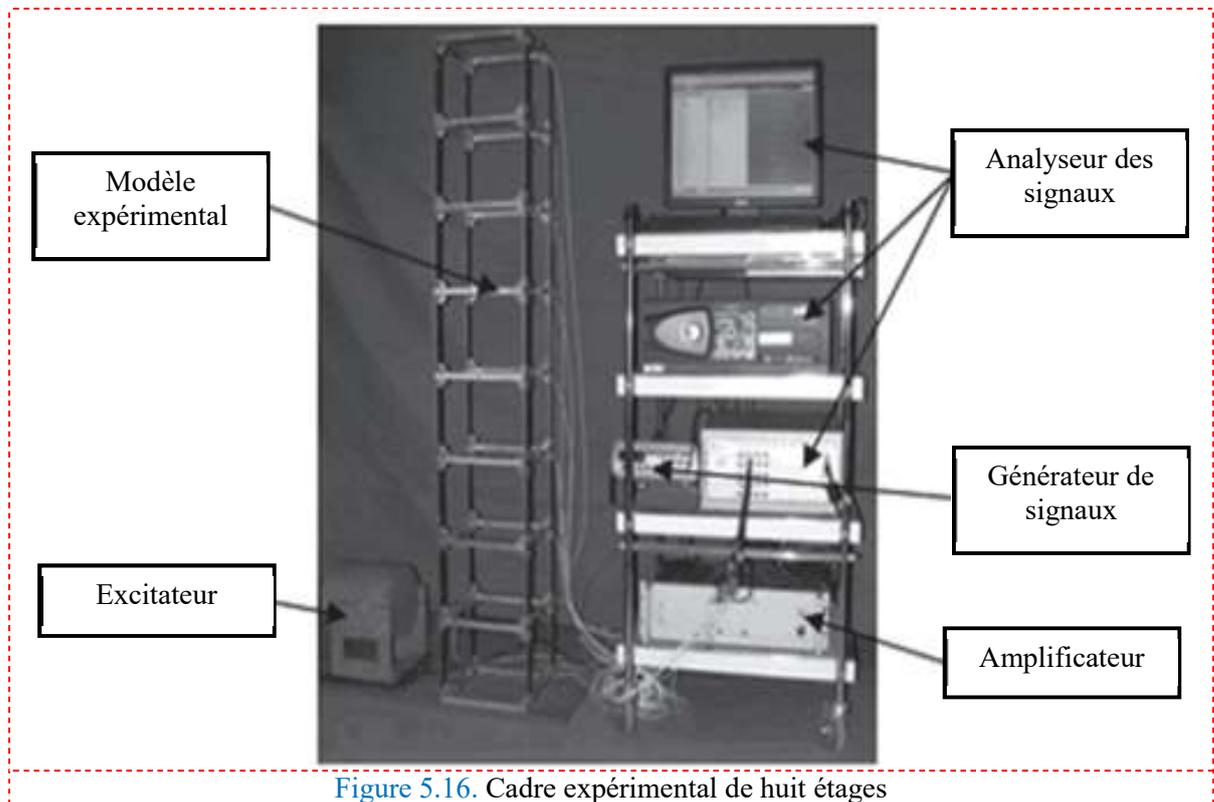
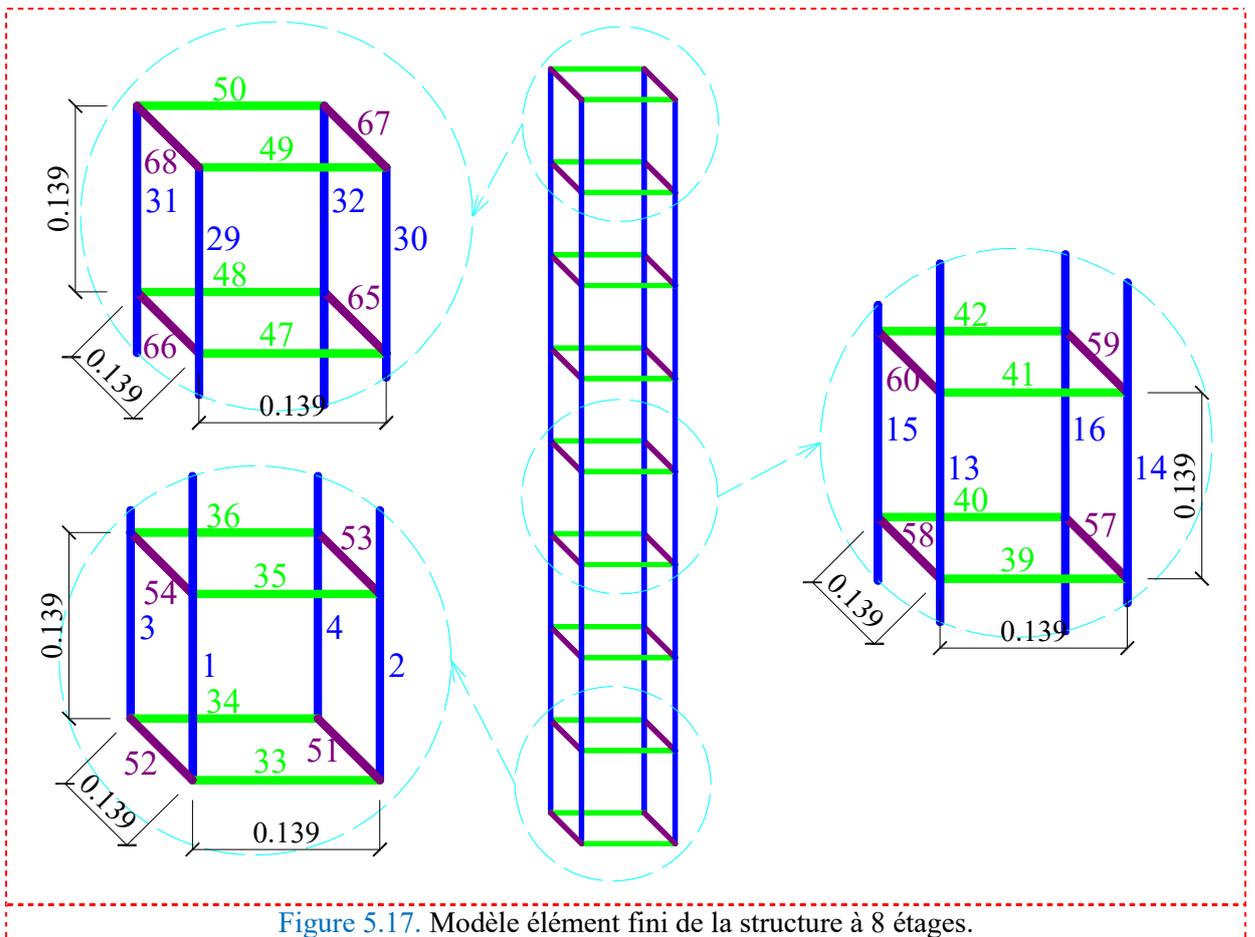


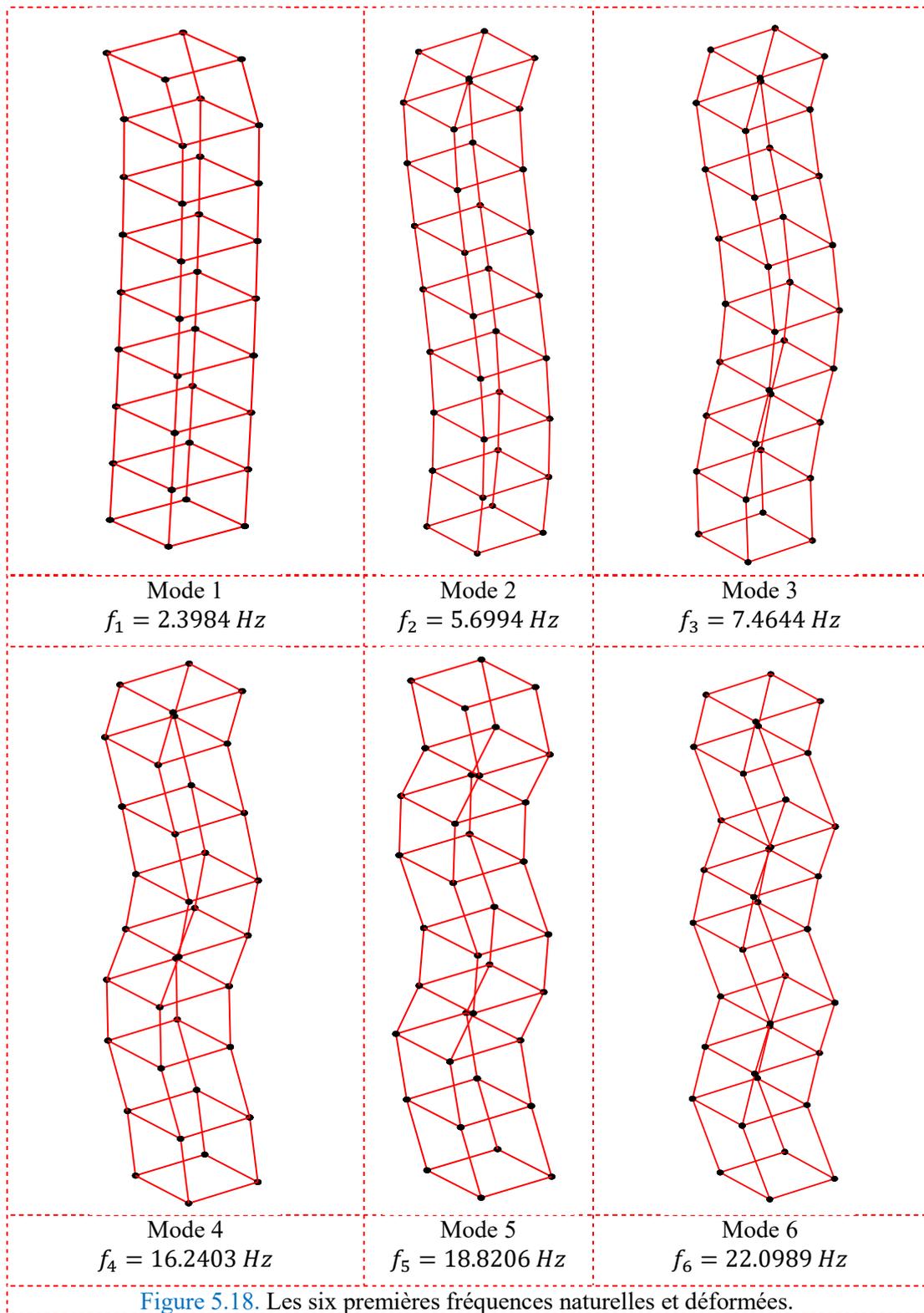
Figure 5.16. Cadre expérimental de huit étages

Tableau 5-4. Fréquences saines et endommagées du modèle 3D.

Mode	1	2	3	4	5	6
EF	2.577	7.635	12.418	16.732	20.425	23.371
Mesurées	2.364	7.457	11.953	16.203	20.078	23.123
Supprimer élément 54 du 1^{er} étage	2.398	5.699	7.464	16.240	18.821	22.099
Supprimer élément 63 du 6^{ème} étage	2.269	5.699	14.715	17.447	19.340	21.856

Le modèle par éléments finis d'un cadre de cisaillement de huit étages est représenté sur la Figure 5.16 par rapport au modèle expérimental de la référence [229]. La dimension de chaque poutre est de $139 \text{ mm} \times 27 \text{ mm} \times 1 \text{ mm}$. L'endommagement est introduit en retirant un élément de poutre. Les fréquences du modèle portique 3D endommagé et non endommagé sont présentées dans le Tableau 5-4.





L'endommagement est introduit en enlevant les éléments. Les résultats sont montrés sur les Figure 5.19 à Figure 5.21 pour les cas d'endommagements. Les endommagements ont été identifiés avec précision dans les deux aspects de l'emplacement. Dans cette section, le nombre maximum d'itérations est égal à 500 avec 1000 habitants. Les résultats montrent que la méthode proposée est efficace pour déterminer les éléments éliminés. Les résultats ont montré que notre approche utilisant les fréquences naturelles mesurées de chaque structure de portique 3D endommagée peut être détectée avec une grande précision.

Figure 5.19.
Détection par AG
de l'élément 63
supprimé.

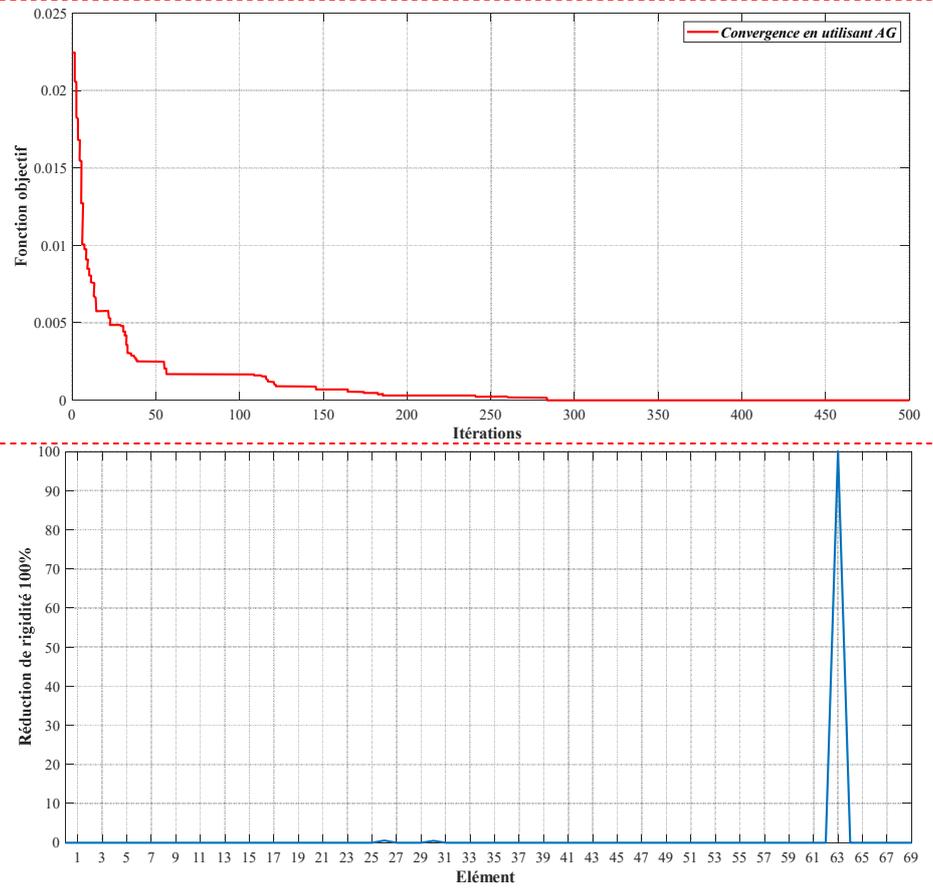
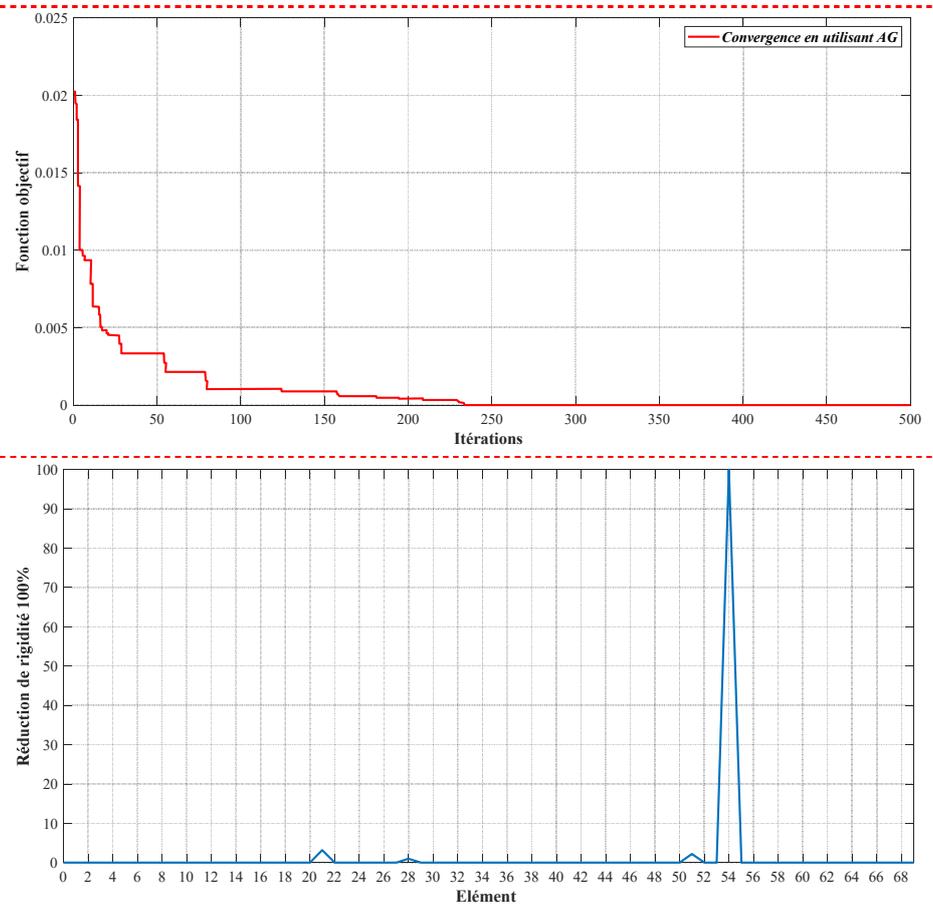


Figure 5.20.
Détection par AG
de l'élément 54
supprimé.



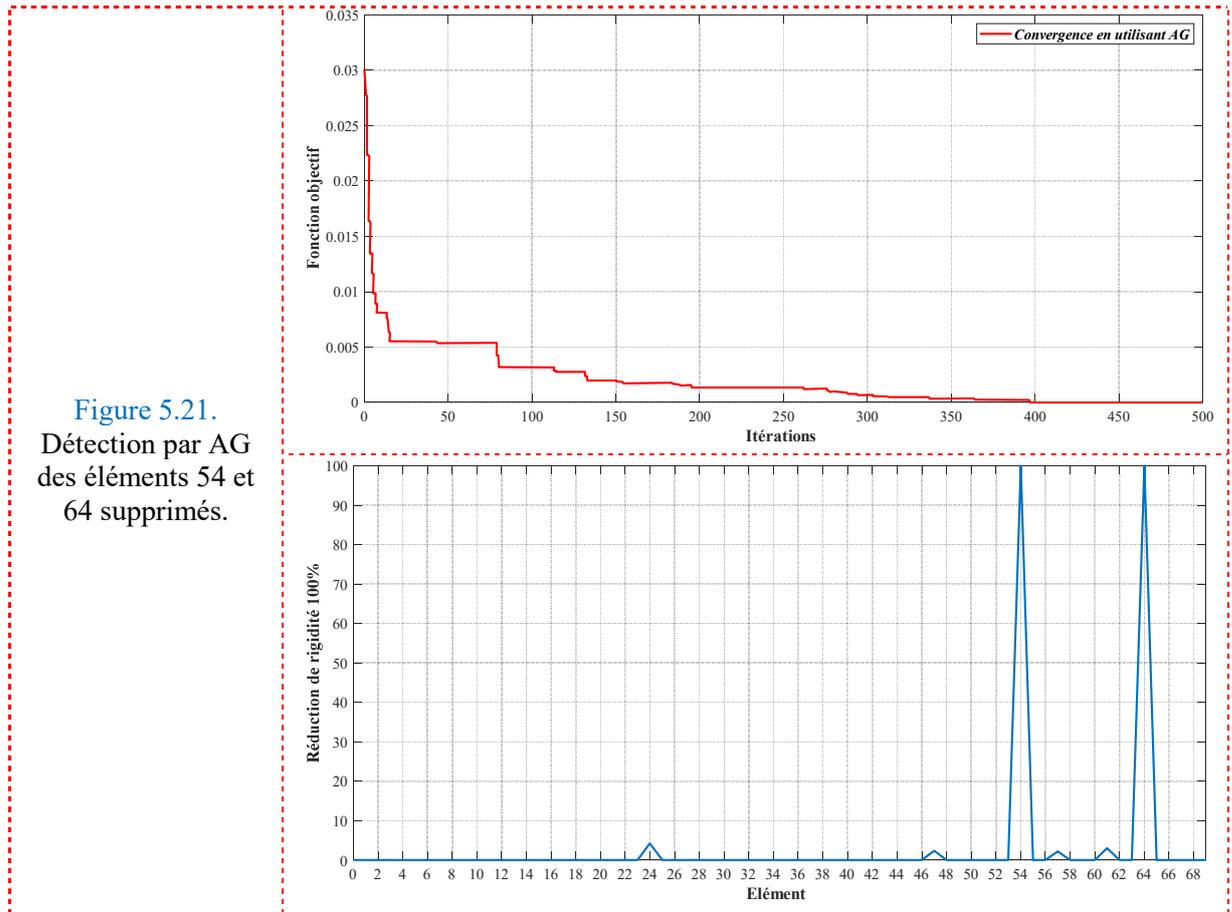


Figure 5.21.
Détection par AG
des éléments 54 et
64 supprimés.

5.4 Détection des endommagements par la combinaison d'indicateur de Cornwell modifié et d'algorithme génétique [230]

Dans cette partie, une méthode robuste et efficace pour l'identification des endommagements est présentée. Tout d'abord, une version modifiée de l'Indicateur de Cornwell (IC) est proposée (Annexe C), à savoir l'indicateur Cornwell modifié (ICM) [136]. Il est montré que ICM fournit une détection et une localisation des endommagements plus précises que les IC. Ensuite, les indicateurs d'endommagements sont utilisés comme réponse d'entrée dans une fonction objective, à minimiser. L'AG est ensuite utilisé pour quantifier les endommagements et prédire leur gravité en mettant à jour les indicateurs.

5.4.1 Indicateur de Cornwell Modifier (ICM)

Nous proposons une autre façon d'écrire un indicateur d'endommagement, que nous appelons l'indicateur de Cornwell modifié (ICM) et qui a le symbole β , pour le $j^{\text{ème}}$ élément et les $i^{\text{ème}}$ modes. Elle est basée sur le calcul de la différence entre les fractions d'énergie de déformation, c'est-à-dire la plus grande valeur moins la plus petite valeur de la structure saine et de la structure endommagée, respectivement, qui sera normalisée par rapport à leur plus grande valeur. ICM est écrit sous la forme suivante

$$\beta_j = \frac{FU_{ij} - FU_{ij}^*}{(FU_{ij} - FU_{ij}^*)_{max}} \quad (5.14)$$

5.4.2 Algorithme génétique

L'analyse modale basée sur l'indicateur proposé a été considérée comme une référence. La minimisation de la fonction objective P est faite de manière itérative. Cette fonction de fitness est définie comme l'erreur entre $Ind_j^{Mesuré}$ et $Ind_j^{Calculé}$, et elle est calculée à partir de l'équation suivante

$$P = \sum_{j=1}^{Nbr} |Ind_j^{Mesuré} - Ind_j^{Calculé}| \quad (5.15)$$

Les étapes de l'algorithme d'identification peuvent être résumées comme suit :

- Création d'une population de départ de N individus, créée en codage réel comme une génération aléatoire. Chaque individu a 2 chromosomes correspondant au paramètre de la fonction objective P [localisation et niveau d'endommagements]
- Évaluation de chaque individu en introduisant les paramètres proposés
- Croisement d'individus pour produire la population de la prochaine génération.
- Mutation d'un pourcentage spécifié de la population résultante.
- Remplacement de l'ancienne population par une nouvelle et retour à l'étape suivante.

Par une série de tests d'identification, les paramètres génétiques suivants ont été choisis en fonction de l'exactitude des résultats : taille de la population = 200, taux de croisement = 0,8, c'est-à-dire 100 individus sélectionnés pour le croisement, le taux de mutation = 0,01. La mutation a été

utilisée pour éviter la convergence de la solution vers des optima locaux en créant de la diversité. Cette méthode d'identification a été implémentée dans MATLAB, sur un PC avec processeur Intel I3 3.0 GHz et 16 Go de RAM.

5.4.3 Indicateur d'endommagements de Cornwell modifié

5.4.3.1 Structure treillis 2D

Dans cette section, les résultats numériques d'une structure treillis en 2D sont présentés pour démontrer la viabilité de l'indicateur d'endommagements de Cornwell modifié (ICM). Un treillis plan de 10 bars représentés sur la Figure 5.22 est considéré comme un premier exemple numérique. Une masse non structurelle de 454,0 kg est attachée aux nœuds libres. Cette structure a été utilisée comme exemple dans le domaine de l'optimisation des structures par plusieurs chercheurs, par exemple [231]. La structure à 8 degrés de liberté. Le

Tableau 5-5 présente les propriétés mécaniques utilisées dans cet exemple.

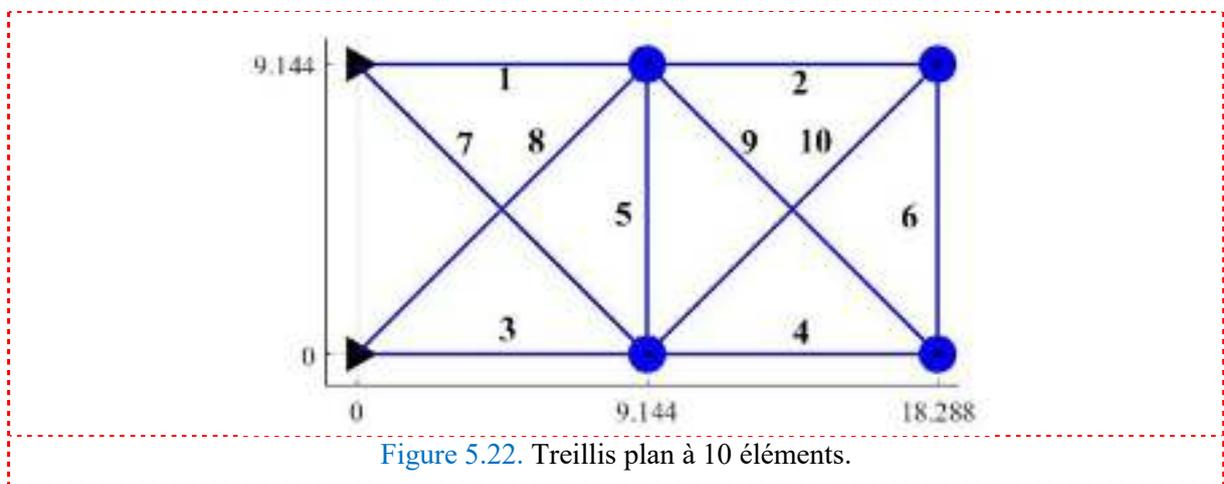


Figure 5.22. Treillis plan à 10 éléments.

Tableau 5-5. Propriétés mécaniques du treillis.

Propriété [unité]	Valeur
E , Module de Young [N/m^2]	6.98×10^{10}
S , Section [m^2]	0.0025
Masse ajoutée [kg]	454.0
ρ , Masse volumique [kg/m^3]	2770.0
L , longueur des bars [m]	9.144

Les trois premiers modes de vibrations du treillis sont représentés sur la Figure 5.23.

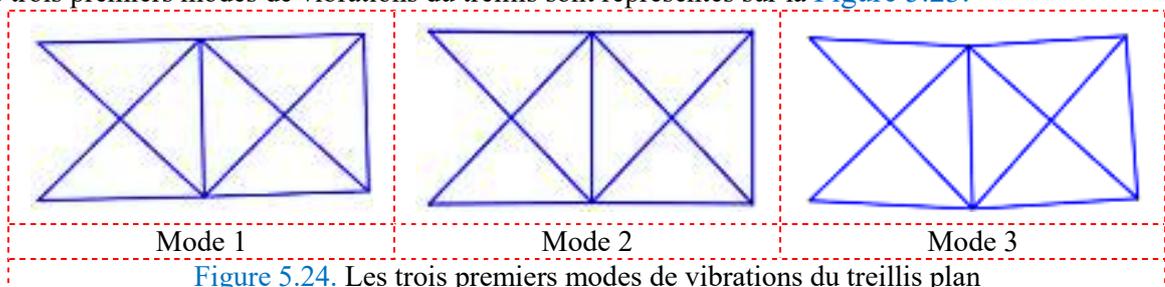


Figure 5.24. Les trois premiers modes de vibrations du treillis plan

Tableau 5-6. Les différents cas d'endommagements de la structure treillis à 10 éléments.

	Éléments endommagés	Réduction (D) du module de Young (E)
Cas 1	Élément 9	5 %
Cas 2	Élément 3 Élément 7	10 %
Cas 3	Élément 1 Élément 9 Élément 5	5 % 15 %
Cas 4	Élément 7 Élément 10 Élément 8 Élément 9	15 % 20 %
Cas 5	Élément 1 Élément 2 Élément 5 Élément 6 Élément 8 Élément 9	5 % 15 % 10 %

Tableau 5-7. Fréquences naturelles de la structure treillis plan à 10 éléments saines et endommagées.

f [Hz]		f_1	f_2	f_3
MEF		6.6421	19.9916	21.4192
Endommagement	Cas 1	6.6327	19.9864	21.4082
	Ecart %	0.1409	0.0263	0.0514
	Cas 2	6.5806	19.907	21.053
	Ecart %	0.9266	0.4186	1.7089
	Cas 3	6.582	19.7228	21.3906
	Ecart %	0.9051	1.3447	0.1332
	Cas 4	6.4076	19.7179	20.063
	Ecart %	3.5299	1.3689	6.3314
	Cas 5	6.5277	19.5512	21.0043
	Ecart %	1.7226	2.2032	1.9367

Pour évaluer la robustesse de la méthode proposée, cinq cas d'endommagements sont proposés et présentés dans la Figure 5.25 et le Tableau 5-6. Tous les résultats sont présentés dans le Tableau 5-7 pour les fréquences et la Figure 5.26 pour les indicateurs d'endommagements.

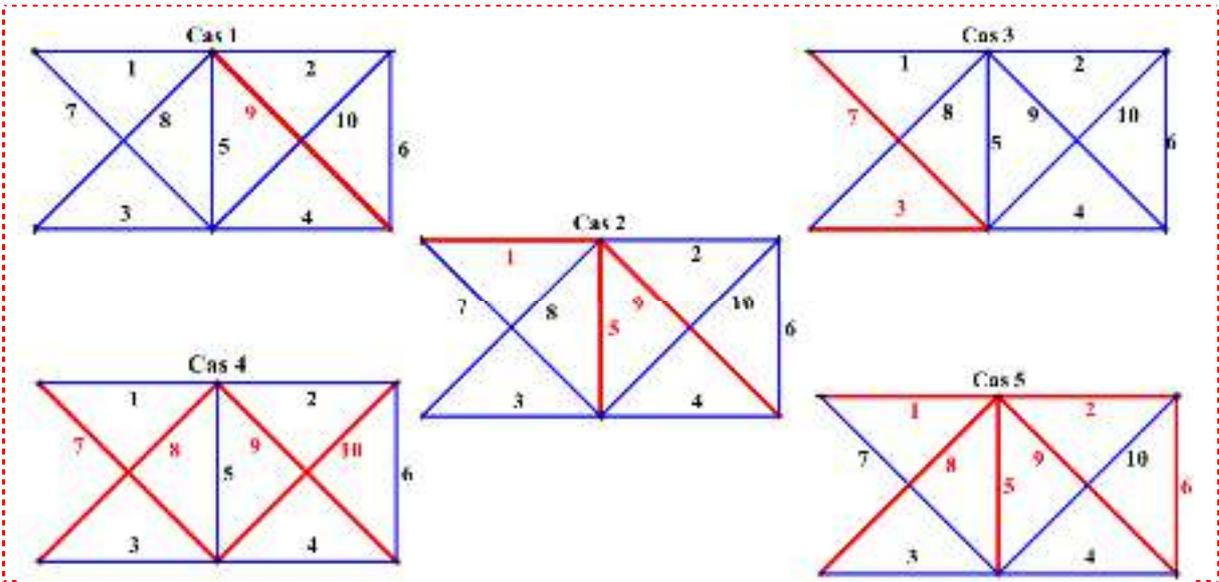
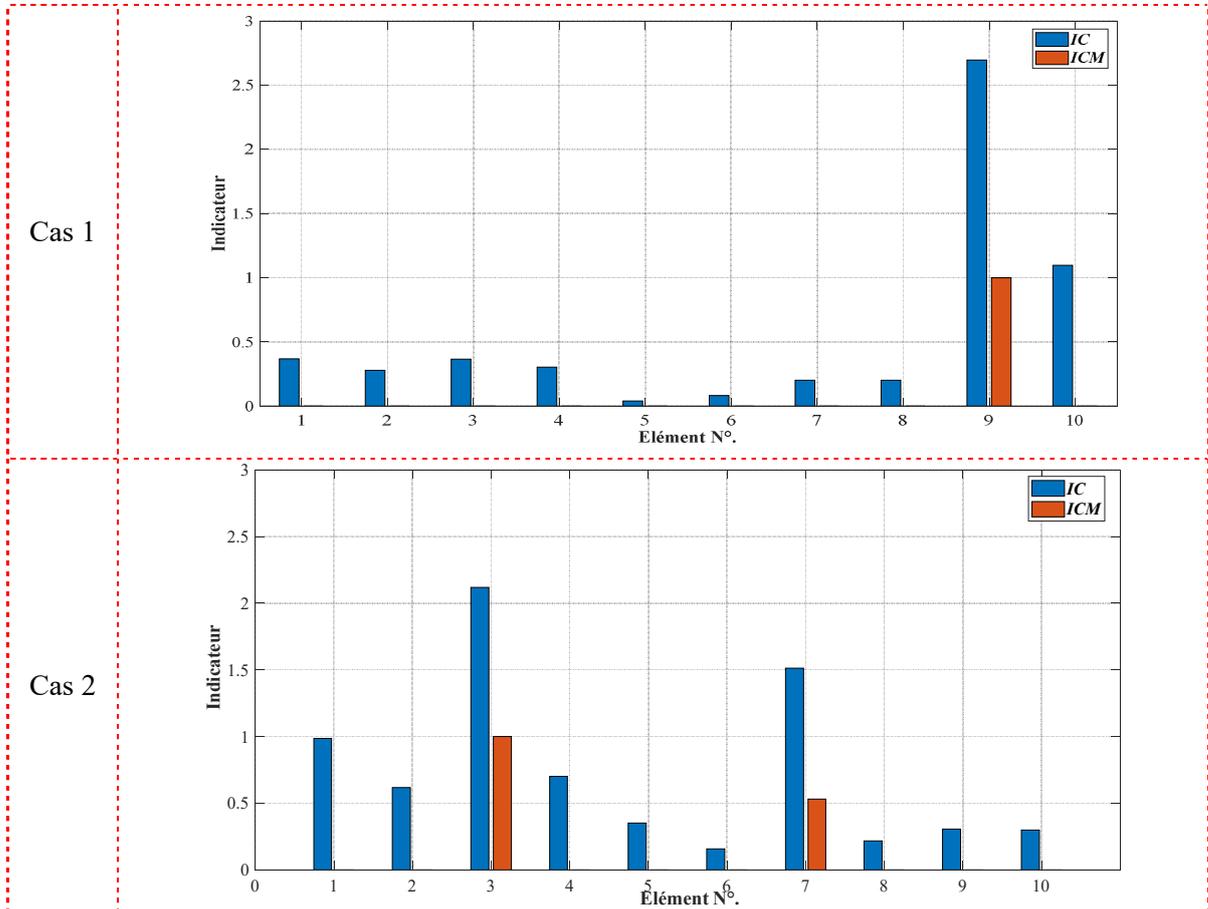


Figure 5.25. Les différents cas d'endommagements du treillis plan à 10 éléments



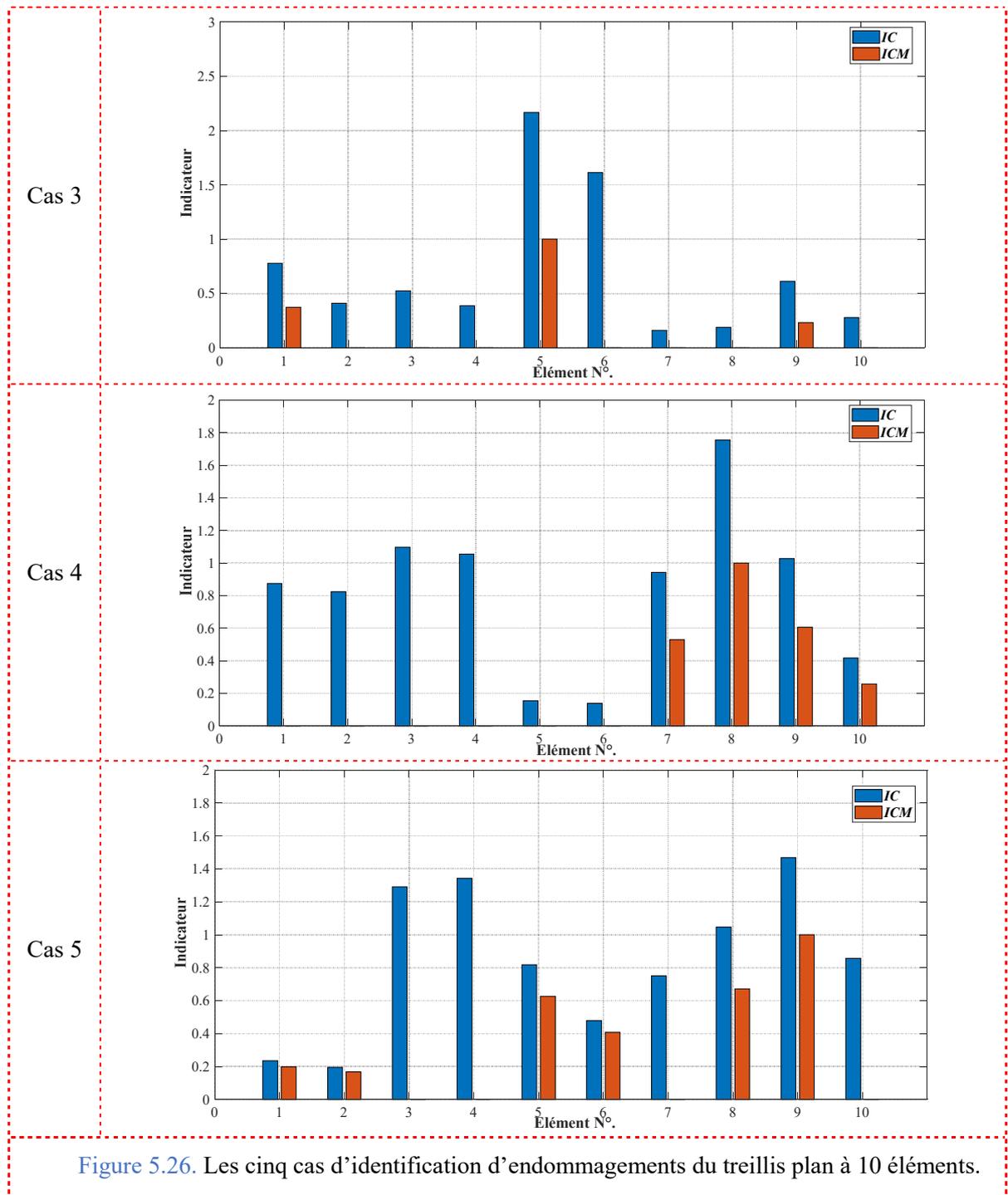


Figure 5.26. Les cinq cas d'identification d'endommagements du treillis plan à 10 éléments.

Dans tous les cas présentés ci-dessus, nous pouvons voir de bons résultats trouvés par ICM par rapport à IC. Les résultats montrent une bonne précision avec une petite erreur dans le cas des endommagements simples et multiples d'une armature plane de 10 bars.

5.4.3.2 Structure portique 3D

Dans le deuxième exemple, une structure de portique en 3D simulée, représentée sur la [Figure 5.4](#), est utilisée pour vérifier la technique proposée.

Pour évaluer la robustesse de la méthode proposée, trois cas d'endommagements sont proposés et présentés dans le [Tableau 5-8](#).

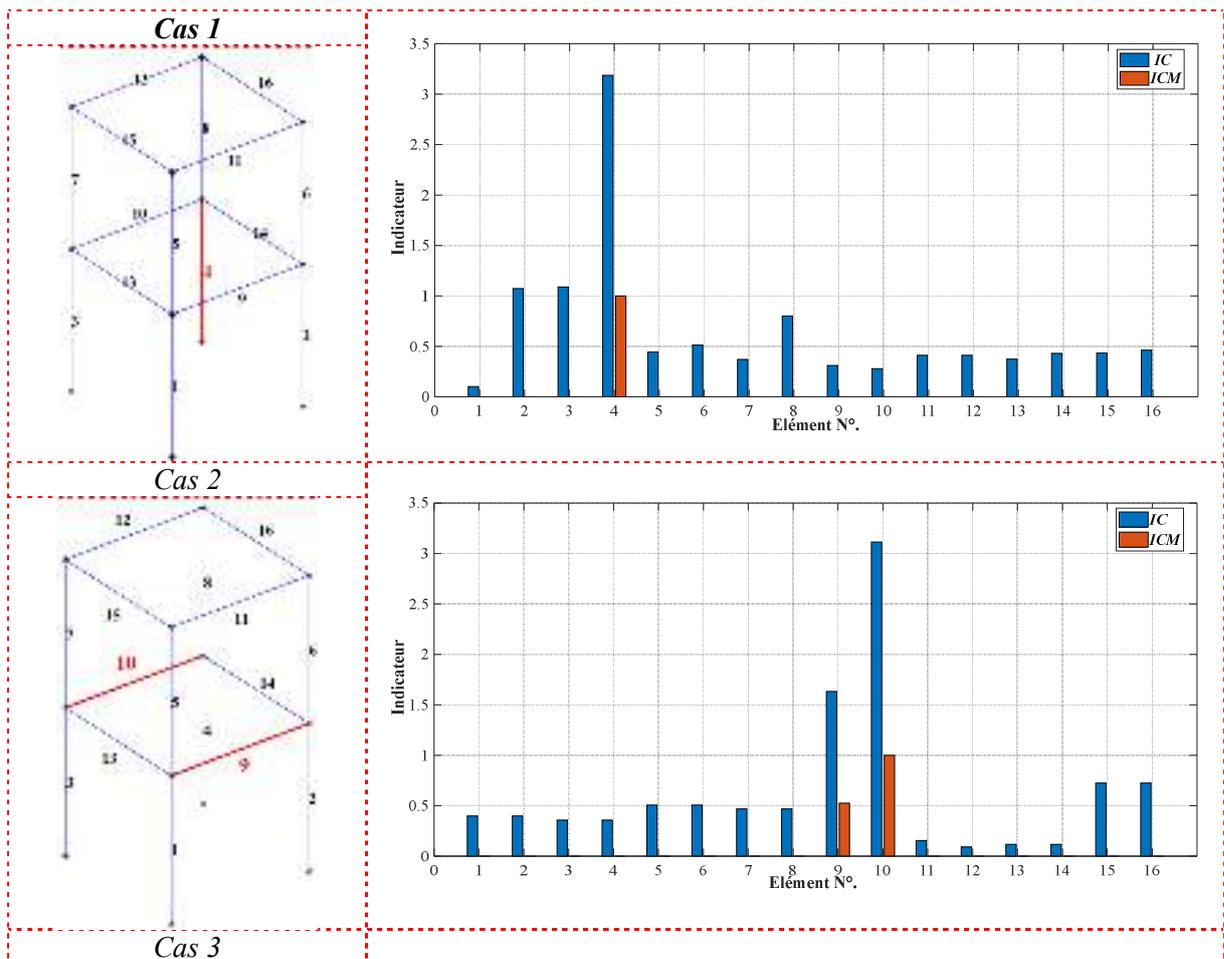
Tableau 5-8. Les différents cas d'endommagement de la structure en 3D.

	Élément endommagé	Réduction (D) de raideur (E)
Cas 1	Élément 4	5 %
Cas 2	Élément 9	20 %
	Élément 10	35 %
Cas 3	Élément 9	20 %
	Élément 10	
	Élément 13	30 %
	Élément 14	

Les fréquences propres de chaque cas d'endommagement sont présentées dans le tableau ci-dessous.

Tableau 5-9. Fréquences naturelles de la structure portique en 3D saines et endommagées.

f [Hz]	MEF	Endommagement					
		Cas 1	Ecart %	Cas 2	Ecart %	Cas 3	Ecart %
f_1	107.723	105.364	2.2	103.629	3.8	104.834	2.7
f_2	142.545	136.84	4	142.545	0	141.414	0.8
f_3	159.732	155.896	2.4	159.177	0.3	158.668	0.700



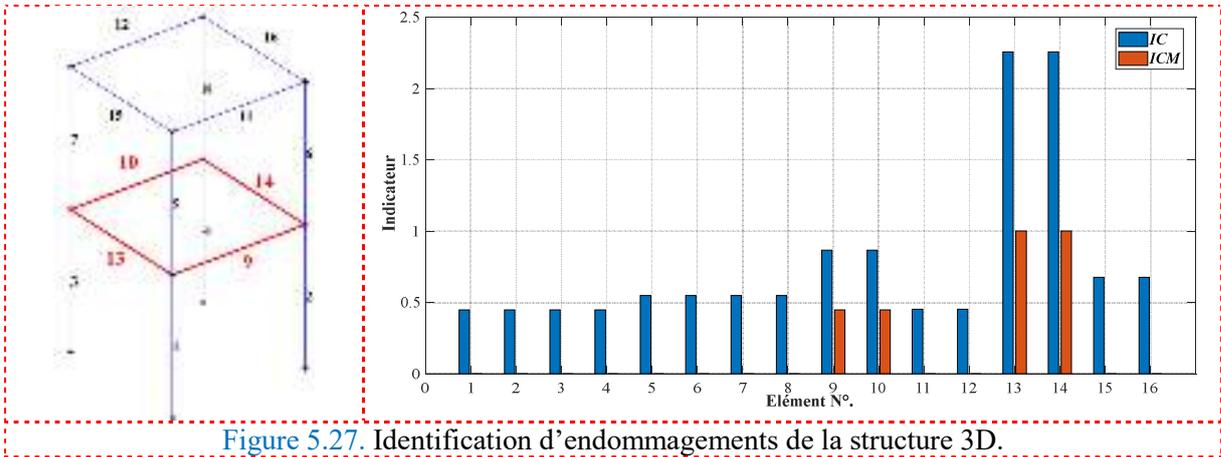


Figure 5.27. Identification d'endommagements de la structure 3D.

Dans la méthode IC, un seuil qui sépare les composants sains et endommagés doit être fixé (voir Figure 5.28), car il existe des valeurs sur presque tous les éléments. C'est parce que nous pouvons remarquer l'existence d'un indicateur pour plusieurs éléments, qui ne sont pas endommagés. Par exemple, à part les éléments endommagés 1, 2, 5, 6, 8 et 9, nous notons l'existence de IC pour d'autres éléments non endommagés, 3, 4, 7, 10. L'utilisation de IC pour localiser plusieurs endommagements présents dans la structure étudiée est conditionnée par la détermination d'un certain seuil séparant l'état endommagé de l'état sain. Ce seuil est déterminé par des simulations numériques et des analyses statistiques probabilistes. En revanche, l'indicateur proposé modifié, ICM, facilite la localisation des endommagements, puisque son concept est qualitatif, c'est-à-dire lorsque l'indicateur d'endommagements est non nul, il indique la présence d'endommagements.

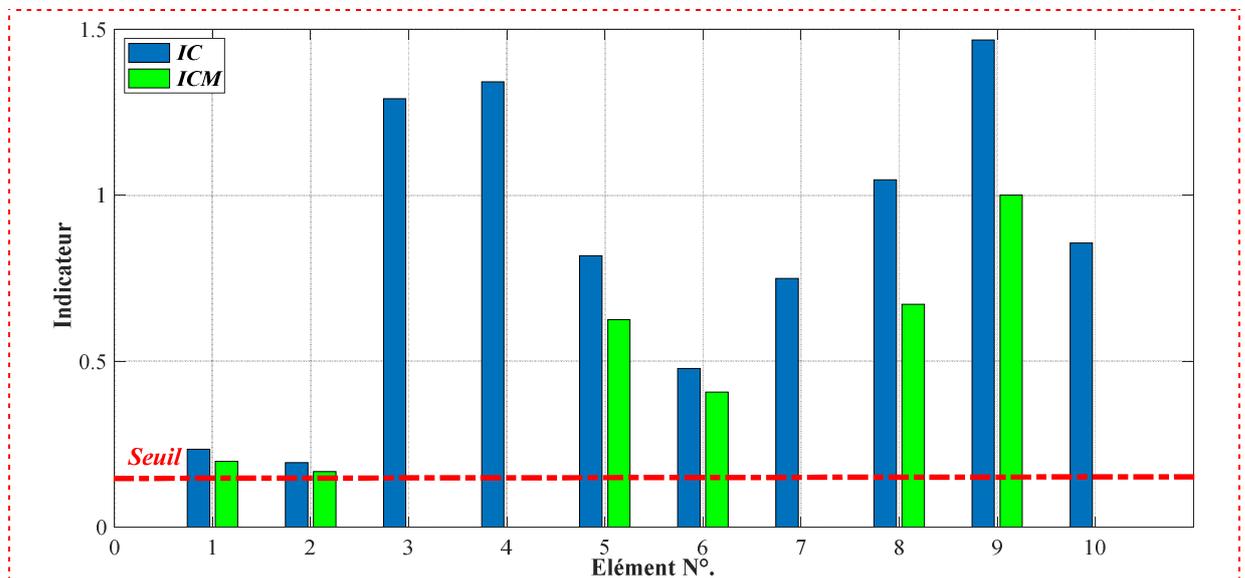


Figure 5.28. Représentation du seuil qui séparent les éléments sains d'éléments endommagés (treillis plan à 10 barres - Cas 5).

5.4.4 Quantification des endommagements par les algorithmes génétiques

À travers les résultats trouvés par les deux indicateurs dans tous les cas, nous constatons que IC a des difficultés à localiser un endommagement par rapport à ICM. Nous étudions donc la performance de la combinaison de ICM avec les AG (ICM-AG), qui peut également être utilisée pour identifier la sévérité des endommagements.

5.4.4.1 Structure treillis en 2D.

Pour identifier l'emplacement et la quantification des endommagements en utilisant l'indicateur ICM, nous avons utilisé dans AG l'ICM comme fonction objective pour l'identification des endommagements des 5 cas pour une poutre plane de 10 bars, présentée dans la section 5.4.3.2. Les résultats sont présentés sur la [Figure 5.29](#).

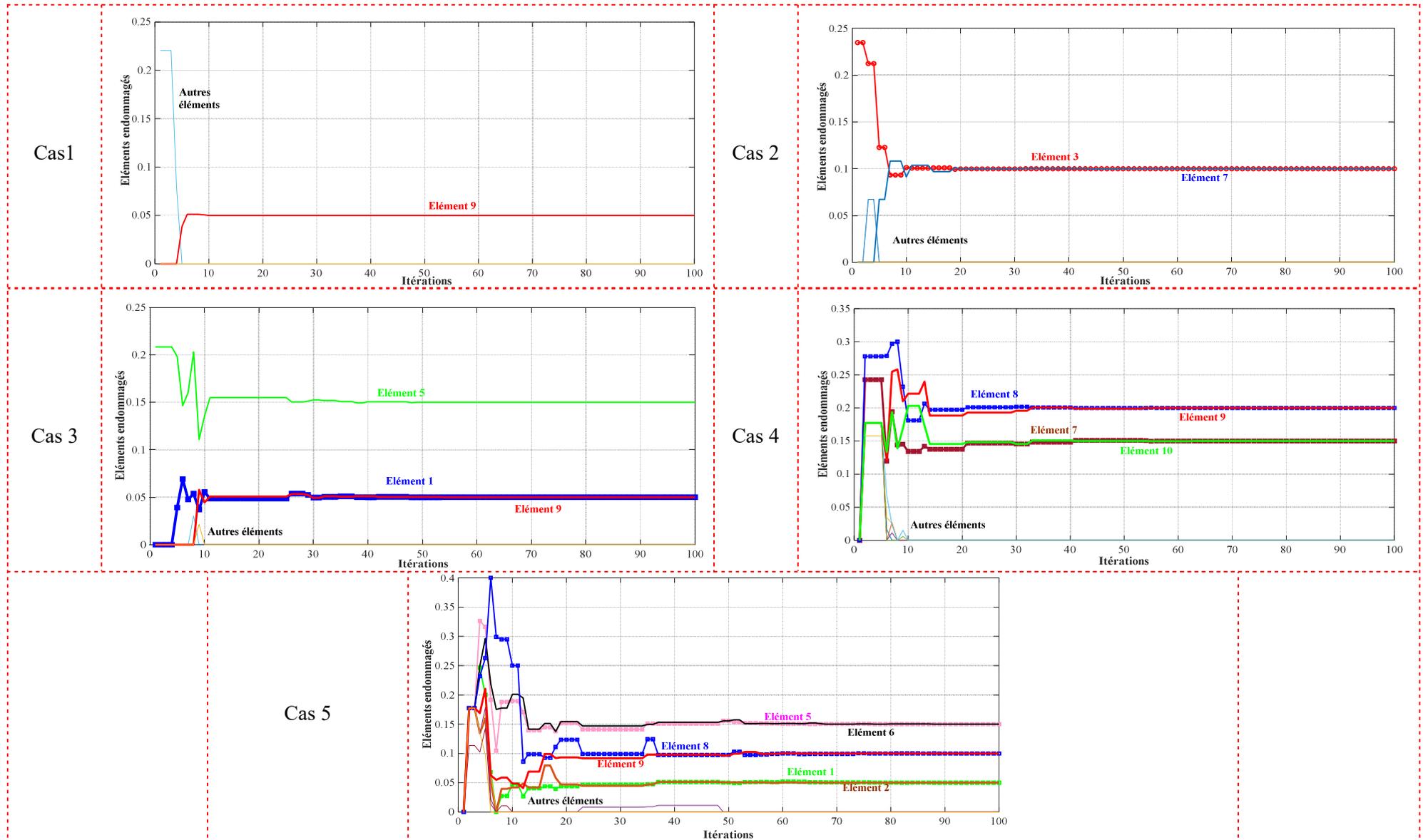


Figure 5.29. Convergence des éléments endommagés de la structure en treillis 2D pour les 5 cas d'endommagements.

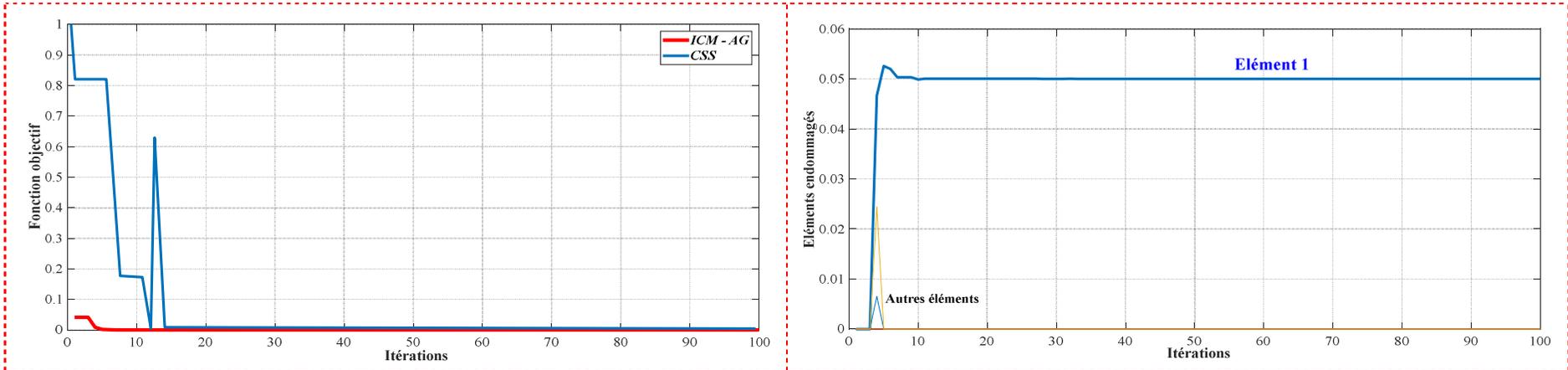


Figure 5.30.CSS [231] versus ICM-AG — Cas d'endommagement 1.

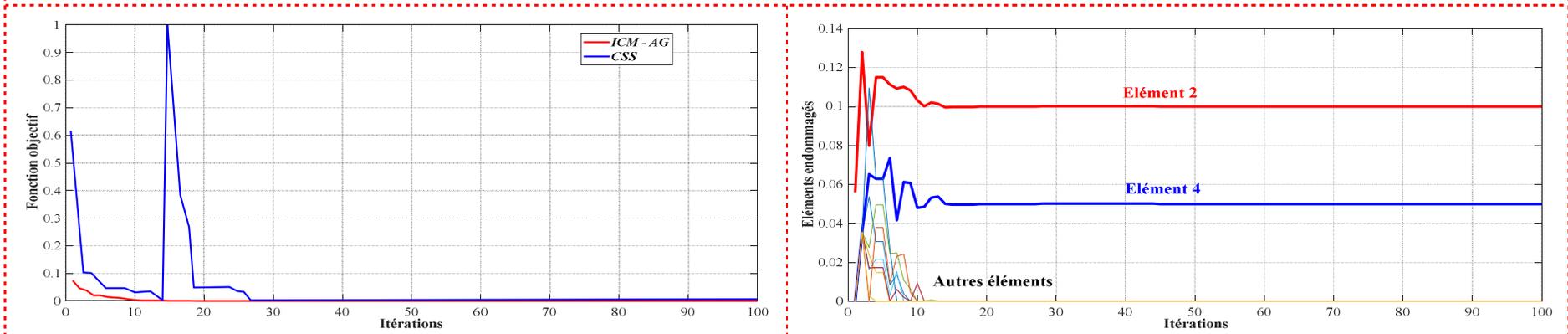
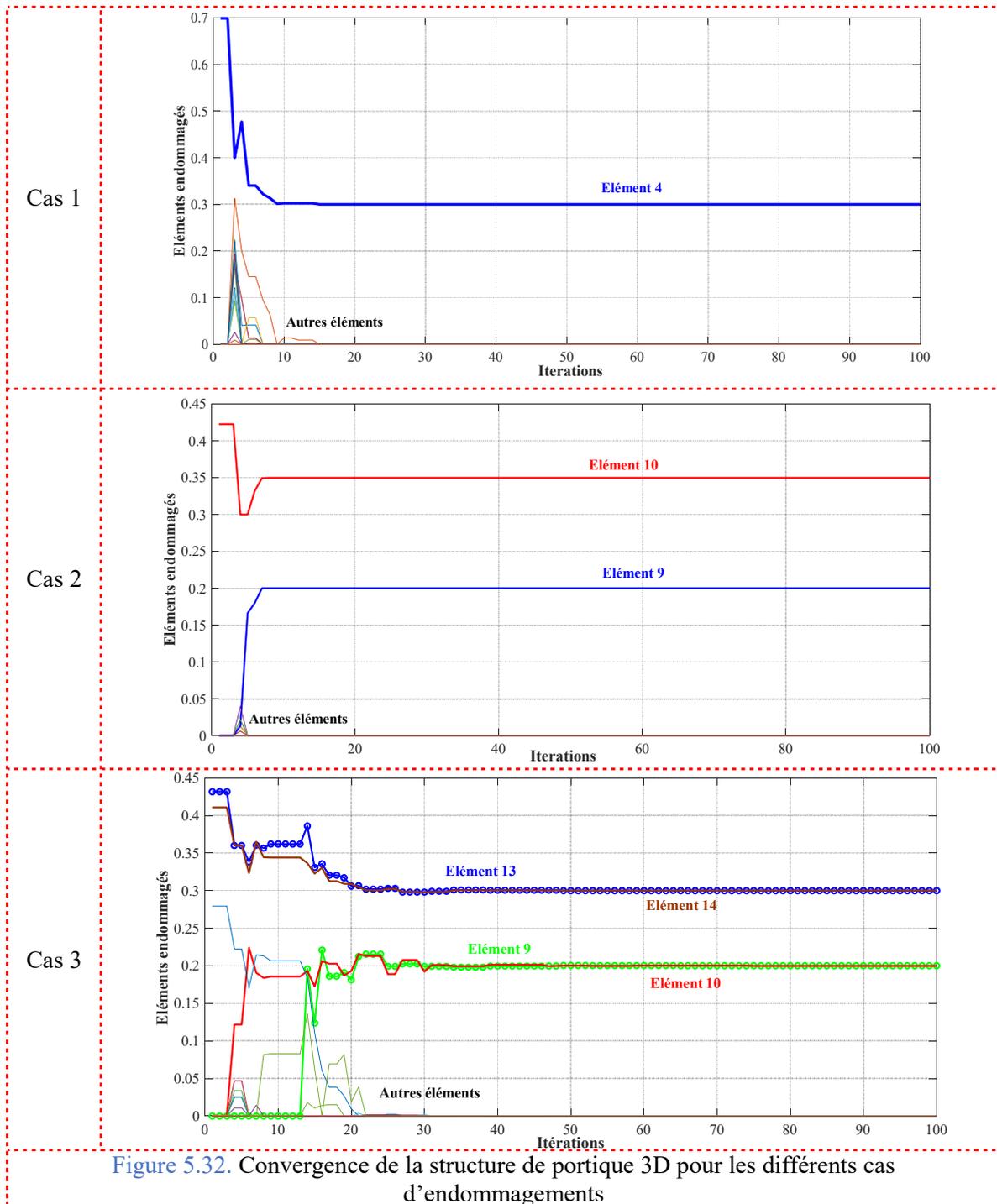


Figure 5.31.CSS [231] versus ICM-AG — Cas d'endommagement 2.

5.4.4.2 Structure Portique en 3D

Dans cet exemple, les trois cas des structures portiques en 3D endommagées sont utilisés comme présentés dans le Tableau 5, dans la section 3.1.2. Nous avons également utilisé ICM comme fonction objective pour l'identification de l'emplacement des endommagements avec gravité. Les résultats montrent que ICM-AG a de bons résultats lorsqu'il est combiné avec la technique d'optimisation.



Généralement, lors de l'utilisation de ICM-AG, la technique est capable de prédire avec précision l'emplacement des endommagements, dans les cas considérés. La meilleure convergence est obtenue pour le cas d'un seul endommagement après 15 itérations comparées aux

endommagements multiples après 30 itérations. La précision de l'indicateur proposé est comparée à d'autres techniques utilisées dans la littérature présentées dans le tableau ci-dessous.

Tableau 5-10. Comparaison entre les résultats actuels et les solutions de référence

		Convergence vers la meilleure valeur	
		Cas 1	Cas 2
Structure treillis	Ref. [231]	25 itérations	28 itérations
	Résultats actuels	5 itérations	10 itérations
Structure 3D	Ref. [226]	10 itérations	15 itérations
	Résultats actuels	8 itérations	9 itérations

5.5 Conclusion

Dans la première partie de ce chapitre, une méthode de problème inverse est proposée afin de quantifier les endommagements de structure complexe portique en 3D. La technique proposée est basée sur l'algorithme génétique. La fonction objective est basée sur des données de fréquences calculées et mesurées. Les résultats montrent clairement que l'AG utilise les fréquences comme fonctions objectives pour quantifier les endommagements dans le cas des cas tests d'endommagements multiples et uniques. La comparaison entre les endommagements simulés et réels illustre l'efficacité de l'algorithme dans la détection des endommagements. Dans la deuxième partie, nous avons développé notre structure portique en 3D par rapport à l'expérimentale pour détecter les endommagements qui sont présentés comme élément de suppression. Cette approche a été testée dans des structures de portiques complexes à 3D et a donné de bons résultats.

Nous avons présenté dans la deuxième méthode, dans ce chapitre, une nouvelle méthodologie pour l'identification et la quantification des endommagements dans les structures à deux et trois dimensions. L'application de la méthodologie proposée est étudiée numériquement en utilisant la méthode des éléments finis (MEF) et le programme Matlab. Nous avons proposé un indicateur de Cornwell modifié (ICM) qui fonctionne plus efficacement dans la détection d'endommagements que l'indicateur standard de Cornwell (IC). En outre, ICM et IC sont combinés avec l'algorithme génétique pour une quantification supplémentaire des endommagements détectés. Avec l'AG, les indicateurs d'endommagements sont utilisés comme une fonction objective à comparer entre inconnus et connus. Les résultats de l'analyse montrent que la technique proposée est précise et efficace, comparativement à d'autres techniques de la littérature, pour estimer la taille des endommagements.

Les résultats trouvés dans [232] montrent l'efficacité de l'indicateur de Cornwell modifié (ICM) pour la détection d'endommagements sur des poutres stratifiées en polymère renforcé par les fibres de carbone (PRFC).

Conclusion générale

Les méthodes de détection d'endommagements basées sur les mesures vibratoires ont suscité des attentions considérables, bien que l'idée fondamentale soit très semblable, il y a différentes manières de surveiller le mouvement dynamique de la structure. Il est normal que quelques méthodes aient leur propre domaine d'applications, avec des avantages et des inconvénients. Chacune de ces méthodes à ses avantages particuliers les rendant plus appropriés dans certaines applications que les autres. Il y a des demandes constantes de la recherche sur des techniques plus efficaces de détection d'endommagements. Le problème de sensibilité constitue fréquemment un obstacle pour le succès des techniques. Une autre difficulté est la dépendance d'un modèle analytique très précis.

Compte tenu de la fissure comme une forme importante de tels endommagements, sa modélisation est une étape délicate dans l'étude du comportement des structures endommagées. En connaissant la matrice de flexibilité des fissures, la poutre peut être modélisée à l'aide de théories de poutres d'Euler-Bernoulli ou de Timoshenko.

Nous avons présenté cinq approches pour modéliser une structure endommagée à savoir : l'approche de J. K. Sinha *et al.*, l'approche de M.H.F. Dado *et al.*, d'Ostachowicz et Krawkczuk, de Dimarogonas et Paipetis et enfin celui qui consiste à réduire la raideur E d'un élément poutre.

Dans notre étude, nous traitons, comme exemple, une poutre basée uniquement sur les théories d'Euler-Bernoulli et ne travaillant qu'en flexion seule dans un plan. Dans le dernier chapitre de ce mémoire, ces modèles seront comparés en faisant varier à la fois les différents paramètres caractérisant la structure poutre, l'endommagement et les méthodes d'identification d'endommagements choisies pendant notre recherche.

Les fréquences calculées pour ces modèles de fissuration ont été, ensuite, comparées aux fréquences naturelles obtenues expérimentalement [178]. En faisant varier les différents paramètres caractérisant l'endommagement (sévérité, emplacement et nombre d'endommagements) et ceux caractérisant la poutre (longueur, type de matériau, conditions aux limites, nombre d'éléments...), nous avons constaté que les quatre premières fréquences propres calculées, pour le modèle de fissuration de Dimarogonas et Paipetis, ne sont pas très satisfaisantes comparativement aux fréquences naturelles réelles obtenues expérimentalement avec une erreur moyenne variant entre 3,268 et 4,653 %. Quant aux fréquences propres des quatre autres modèles de fissuration sont très satisfaisante comparativement à celles obtenues expérimentalement avec une erreur moyenne qui varie entre 1,177 et 2,973 %.

Les algorithmes génétiques (AG) sont des outils d'optimisation générale utilisés précédemment avec différents sujets de recherche. Avec les AG, des solutions réalisables, aussi appelées individus ; sont générés de manière aléatoire dans le domaine de recherche étudié. Ils évoluent vers la meilleure solution dans un processus itératif inspiré de l'évolution naturelle. Chacune des solutions possibles à un ensemble de propriétés ou de chromosomes, qui sont des paramètres généralement représentés en codage binaire en fonction du problème, qui sera étudié. Les individus sont autorisés à se reproduire et se croiser entre eux afin d'obtenir des solutions avec de meilleures valeurs de forme physique.

La probabilité la plus élevée d'être choisi comme parent de nouveaux individus est donnée aux meilleures solutions réalisables pour chaque itération. Les propriétés parentales sont combinées en échangeant des parties de chromosomes et en produisant de nouveaux modèles. Ensuite, une possibilité de mutation est imposée aux individus qui en résultent, changements arbitraires à l'intérieur d'un chromosome choisi au hasard. Ces opérateurs de base sont utilisés comme référence à la prochaine itération contenant la prochaine génération de la même taille et avec une meilleure forme par rapport à la précédente. Ce processus est poursuivi jusqu'à ce que le critère d'arrêt soit satisfait, généralement jusqu'à ce qu'un nombre maximum de générations soit atteint.

Nous avons examiné les méthodes d'optimisation classiques les plus couramment utilisées. Toutes les techniques mentionnées ont déjà fait l'objet de recherches basées sur le couplage avec la méthode des éléments finis ou la méthode des équations intégrales pour la résolution du problème direct.

Une méthode de problème inverse est proposée afin de quantifier les endommagements d'une structure complexe portique 3D. La technique proposée basée sur l'algorithme génétique (AG). La fonction objective est basée sur des données calculées de fréquences entre calculer et mesurer. Les résultats montrent clairement que l'AG utilisait les fréquences comme fonction objective pour quantifier les endommagements dans le cas de cas tests d'endommagements multiples et uniques. La comparaison entre les endommagements estimés et réels illustre l'efficacité de l'algorithme dans la détection des endommagements. Dans la deuxième partie, nous avons développé notre structure de portique 3D par rapport à l'expérimentale pour détecter les endommagements, qui sont présentés comme éléments de suppression. Cette approche a été testée dans des structures de portiques complexes 3D et a donné de bons résultats.

Nous avons présenté une nouvelle méthode pour l'identification et la quantification des endommagements dans les structures à deux et trois dimensions. L'application de la méthode proposée est étudiée numériquement en utilisant la méthode des éléments finis et le programme Matlab. Nous avons proposé un indicateur de Cornwell modifié (ICM) qui fonctionne plus efficacement dans la détection d'endommagements que l'indicateur standard de Cornwell (CI). En outre, ICM et CI sont combinés avec l'algorithme génétique pour une quantification supplémentaire des endommagements détectés. Avec les AG, les indicateurs d'endommagements sont utilisés comme une fonction objective à comparer entre inconnus et connus. Les résultats de l'analyse montrent que la technique proposée est précise et efficace, comparée à d'autres techniques de la littérature, pour estimer la taille des endommagements présentés.

En perspective, nous préconisons certains travaux ultérieurs forts intéressants pour consolider les perspectives d'application pratique de notre contribution, à savoir :

- Extension à des cas plus complexes, en envisageant des géométries en 3D, et en considérant de fissures à l'intérieur de la structure ;
- Application aux structures composites, avec l'intégration de méthodes numériques innovantes (XFEM, Iso-géométrie...), couplée à des algorithmes bio et socio-inspirés.

- L'effet de la température sur les caractéristiques dynamiques des structures déterminées et indéterminées devrait également être étudié. Cela pourrait impliquer l'utilisation de modèles numériques pour déterminer les principes qui sous-tendent ces effets, ainsi que des études expérimentales pour trouver les modèles de forme de mode associés aux effets de la température.

Références bibliographiques

- [1] J. M. Lifshitz and A. Rotem, "Determination of reinforcement unbonding of composites by a vibration technique," *Journal of Composite Materials*, vol. 3, pp. 412-423, 1969.
- [2] A. Rytter, "Vibrational based inspection of civil engineering structures," Dept. of Building Technology and Structural Engineering, Aalborg University, 1993.
- [3] H. Sohn, C. R. Farrar, F. M. Hemez, D. D. Shunk, D. W. Stinemates, B. R. Nadler, *et al.*, "A review of structural health monitoring literature: 1996–2001," *Los Alamos National Laboratory, USA*, 2003.
- [4] K. Worden and J. M. Dulieu-Barton, "An overview of intelligent fault detection in systems and structures," *Structural Health Monitoring*, vol. 3, pp. 85-98, 2004.
- [5] P. Cawley and R. D. Adams, "The location of defects in structures from measurements of natural frequencies," *The Journal of Strain Analysis for Engineering Design*, vol. 14, pp. 49-57, 1979.
- [6] S. W. Doebling, C. R. Farrar, M. B. Prime, and D. W. Shevitz, "Damage identification and health monitoring of structural and mechanical systems from changes in their vibration characteristics: a literature review," *Los Alamos National Lab., NM (United States)* 1996.
- [7] S. W. Doebling, C. R. Farrar, and M. B. Prime, "A summary review of vibration-based damage identification methods," *Shock and vibration digest*, vol. 30, pp. 91-105, 1998.
- [8] L. S. Lee, V. M. Karbhari, and C. Sikorsky, "Investigation of integrity and effectiveness of RC bridge deck rehabilitation with CFRP composites," *SSRP*, vol. 8, 2004.
- [9] J. A. Dos Santos, C. M. Soares, C. M. Soares, and H. Pina, "Development of a numerical model for the damage identification on composite plate structures," *Composite Structures*, vol. 48, pp. 59-65, 2000.
- [10] S. Creed, "Assessment of large engineering structures using data collected during in-service loading," *Proceedings of structural assessment based on full and large scale testing*, 1987.
- [11] A. Aktan, K. Lee, C. Chuntavan, and T. Aksel, "Modal testing for structural identification and condition assessment of constructed facilities," in *Proceedings-spie the International Society for Optical Engineering*, 1994, pp. 462-462.
- [12] P. Cawley and R. Adams, "The location of defects in structures from measurements of natural frequencies," *The Journal of Strain Analysis for Engineering Design*, vol. 14, pp. 49-57, 1979.
- [13] M. Friswell, J. Penny, and D. Wilson, "Using vibration data and statistical measures to locate damage in structures," *Modal Analysis: The International Journal of Analytical and Experimental Modal Analysis*, vol. 9, pp. 239-254, 1994.
- [14] K. Topole and N. Stubbs, "Nondestructive damage evaluation in complex structures from a minimum of modal parameters," 1995.
- [15] D. M. Duggan, E. R. Wallace, and S. R. Caldwell, "Measured and predicted vibrational behavior of gulf of mexico platforms," in *Offshore Technology Conference*, 1980.
- [16] P. Gudmundson, "Eigenfrequency changes of structures due to cracks, notches or other geometrical changes," *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, vol. 30, pp. 339-353, 1982.
- [17] M. M. F. Yuen, "A numerical study of the eigenparameters of a damaged cantilever," *Journal of sound and vibration*, vol. 103, pp. 301-310, 1985.
- [18] F. D. Ju and M. Mimovich, "Experimental diagnosis of fracture damage in structures by the modal frequency method," *Journal of Vibration, Acoustics, Stress, and Reliability in Design*, vol. 110, pp. 456-463, 1988.
- [19] S. Law, L. Xun, and H. Ward, "A vibration technique for structural stiffness identification," *Proceedings, International Con-. f-, renee on Vibration Problems in Engineering*, 1990.
- [20] M. Moradalizadeh, "Evaluation of crack defects in framed structures using resonant frequency techniques," *University of Newcastle upon Tyne*. 1990., 1990.
- [21] O. Salawu, "Detection of structural damage through changes in frequency: a review," *Engineering structures*, vol. 19, pp. 718-723, 1997.
- [22] L. Ågårdh, "Modal analyses of two concrete bridges in Sweden," *Structural Engineering International*, vol. 1, pp. 35-39, 1991.

-
- [23] G. Hearn and R. B. Testa, "Modal analysis for damage detection in structures," *Journal of structural engineering*, vol. 117, pp. 3042-3063, 1991.
- [24] W. M. Hasan, "Crack detection from the variation of the eigenfrequencies of a beam on elastic foundation," *Engineering Fracture Mechanics*, vol. 52, pp. 409-421, 1995.
- [25] R. A. Osegueda, P. D. DSouza, and Y. Qiang, "Damage evaluation of offshore structures using resonant frequency shifts," *Serviceability of Petroleum, Process, and Power Equipment, ASME PVP*, vol. 239, pp. 31-37, 1992.
- [26] M. E. Silva and A. Araujo Gomes, "Crack Identification on Simple Structural Elements Through the Use of Natural Frequency Variations: The Inverse Problem," in *Proceedings of the 12th International Modal Analysis*, 1994, p. 1728.
- [27] S. Hassiotis and G. D. Jeong, "Identification of stiffness reductions using natural frequencies," *Journal of engineering mechanics*, vol. 121, pp. 1106-1113, 1995.
- [28] M. Boltezar, B. Strancar, and A. Kuhelj, "Identification of transverse crack location in flexural vibrations of free-free beams," *Journal of sound and vibration*, vol. 211, pp. 729-734, 1998.
- [29] T. Chaudhari and S. Maiti, "A study of vibration of geometrically segmented beams with and without crack," *International Journal of Solids and Structures*, vol. 37, pp. 761-779, 2000.
- [30] T. Chondros, "Variational formulation of a rod under torsional vibration for crack identification," *Theoretical and applied fracture mechanics*, vol. 44, pp. 95-104, 2005.
- [31] M. H. Dado, "A comprehensive crack identification algorithm for beams under different end conditions," *Applied Acoustics*, vol. 51, pp. 381-398, 1997.
- [32] C. Davini, A. Morassi, and N. Rovere, "Modal analysis of notched bars: tests and comments on the sensitivity of an identification technique," *Journal of Sound and Vibration*, vol. 179, pp. 513-527, 1995.
- [33] J. Fernandez-Saez, L. Rubio, and C. Navarro, "Approximate calculation of the fundamental frequency for bending vibrations of cracked beams," *Journal of Sound and Vibration*, vol. 225, pp. 345-352, 1999.
- [34] J. A. Loya, L. Rubio, and J. Fernández-Sáez, "Natural frequencies for bending vibrations of Timoshenko cracked beams," *Journal of Sound and Vibration*, vol. 290, pp. 640-653, 2006.
- [35] A. Morassi, "Identification of a crack in a rod based on changes in a pair of natural frequencies," *Journal of Sound and Vibration*, vol. 242, pp. 577-596, 2001.
- [36] H. Nahvi and M. Jabbari, "Crack detection in beams using experimental modal data and finite element model," *International Journal of Mechanical Sciences*, vol. 47, pp. 1477-1497, 2005.
- [37] E. Shifrin and R. Ruotolo, "Natural frequencies of a beam with an arbitrary number of cracks," *Journal of Sound and vibration*, vol. 222, pp. 409-423, 1999.
- [38] D. Zheng and N. Kessissoglou, "Free vibration analysis of a cracked beam by finite element method," *Journal of Sound and vibration*, vol. 273, pp. 457-475, 2004.
- [39] Y.-S. Lee and M.-J. Chung, "A study on crack detection using eigenfrequency test data," *Computers & structures*, vol. 77, pp. 327-342, 2000.
- [40] J.-J. Sinou and A. Lees, "The influence of cracks in rotating shafts," *Journal of sound and vibration*, vol. 285, pp. 1015-1037, 2005.
- [41] F. Vestroni and D. Capecchi, "Damage detection in beam structures based on frequency measurements," *Journal of engineering mechanics*, vol. 126, pp. 761-768, 2000.
- [42] J.-T. Kim, Y.-S. Ryu, H.-M. Cho, and N. Stubbs, "Damage identification in beam-type structures: frequency-based method vs mode-shape-based method," *Engineering structures*, vol. 25, pp. 57-67, 2003.
- [43] A. Messina, I. Jones, and E. Williams, "Damage detection and localization using natural frequency changes," in *14th International Modal Analysis Conference*, 1996, pp. 67-76.
- [44] E. Viola, P. Ricci, and M. Aliabadi, "Free vibration analysis of axially loaded cracked Timoshenko beam structures using the dynamic stiffness method," *Journal of Sound and Vibration*, vol. 304, pp. 124-153, 2007.
- [45] S. Naserlavi, M. Fadaee, and J. Salajegheh, "Subset solving algorithm: A novel sensitivity-based method for damage detection of structures," *Applied Mathematical Modelling*, vol. 35, pp. 2232-2252, 2011.
- [46] L. H. Chen, Y. Sun, and W. Zhang, "Study of vibration characteristics of cantilever rectangular plate with side crack," in *Applied Mechanics and Materials*, 2012, pp. 113-118.
-

-
- [47] H.-L. Lee and W.-J. Chang, "Dynamic response of a cracked atomic force microscope cantilever used for nanomachining," *Nanoscale research letters*, vol. 7, p. 131, 2012.
- [48] M. Nassar, M. S. Matbuly, and O. Ragb, "Vibration analysis of structural elements using differential quadrature method," *Journal of advanced research*, vol. 4, pp. 93-102, 2013.
- [49] W. M. West, "Illustration of the use of modal assurance criterion to detect structural changes in an orbiter test specimen," 1986.
- [50] C. R. Farrar and D. Jauregui, *Damage detection algorithms applied to experimental and numerical modal data from the I-40 bridge*: Los Alamos National Laboratory, 1996.
- [51] Y. Li, L. Cheng, L. Yam, and W. Wong, "Identification of damage locations for plate-like structures using damage sensitive indices: strain modal approach," *Computers & structures*, vol. 80, pp. 1881-1894, 2002.
- [52] M. Biswas, A. Pandey, and M. Samman, "Diagnostic experimental spectral/modal analysis of a highway bridge," *The International Journal of Analytical and Experimental Modal Analysis*, vol. 5, pp. 33-42, 1990.
- [53] H. Salane and J. Baldwin Jr, "Identification of modal properties of bridges," *Journal of Structural Engineering*, vol. 116, pp. 2008-2021, 1990.
- [54] D. F. Mazurek and J. T. DeWolf, "Experimental study of bridge monitoring technique," *Journal of Structural Engineering*, vol. 116, pp. 2532-2549, 1990.
- [55] S. Alampalli, G. Fu, and E. W. Dillon, "On the use of measured vibration for detecting bridge damage," in *Proceedings Fourth International Bridge Engineering Conference*, 1995, p. 137.
- [56] P. Rizos, N. Aspragathos, and A. Dimarogonas, "Identification of crack location and magnitude in a cantilever beam from the vibration modes," *Journal of sound and vibration*, vol. 138, pp. 381-388, 1990.
- [57] C. Fox, "The location of defects in structures-A comparison of the use of natural frequency and mode shape data," in *10th International Modal Analysis Conference*, 1992, pp. 522-528.
- [58] O. S. Salawu and C. Williams, "Bridge assessment using forced-vibration testing," *Journal of structural engineering*, vol. 121, pp. 161-173, 1995.
- [59] H. Lam, J. Ko, and C. Wong, "Detection of damage location based on sensitivity analysis," in *Proceedings of the 13th international modal analysis conference*, 1995, p. 1499.
- [60] A. Pandey, M. Biswas, and M. Samman, "Damage detection from changes in curvature mode shapes," *Journal of sound and vibration*, vol. 145, pp. 321-332, 1991.
- [61] N. Stubbs, J. Kim, and K. Topole, "An efficient and robust algorithm for damage localization in offshore platforms," in *Proceedings of the ASCE 10th Structures Congress*, 1992, pp. 543-546.
- [62] J. Chance, G. Tomlinson, and K. Worden, "A simplified approach to the numerical and experimental modelling of the dynamics of a cracked beam," in *Proceedings-SPIE the International Society for Optical Engineering*, 1994, pp. 778-778.
- [63] L. Yam, Y. Li, and W. Wong, "Sensitivity studies of parameters for damage detection of plate-like structures using static and dynamic approaches," *Engineering structures*, vol. 24, pp. 1465-1475, 2002.
- [64] N. Navabian, M. Bozorgnasab, R. Taghipour, and O. Yazdanpanah, "Damage identification in plate-like structure using mode shape derivatives," *Archive of Applied Mechanics*, vol. 86, pp. 819-830, 2016.
- [65] C. Dong, P. Zhang, W. Feng, and T. Huang, "The sensitivity study of the modal parameters of a cracked beam," in *Proceedings of the 12th International Modal Analysis*, 1994, p. 98.
- [66] P. Cornwell, S. W. Doebling, and C. R. Farrar, "Application of the strain energy damage detection method to plate-like structures," *Journal of sound and vibration*, vol. 224, pp. 359-374, 1999.
- [67] N. Maia, J. Silva, E. Almas, and R. Sampaio, "Damage detection in structures: from mode shape to frequency response function methods," *Mechanical systems and signal processing*, vol. 17, pp. 489-498, 2003.
- [68] W. Bayissa and N. Haritos, "Structural damage identification in plates using spectral strain energy analysis," *Journal of Sound and Vibration*, vol. 307, pp. 226-249, 2007.
- [69] H. YANG, "Damage localization of offshore platform under ambient excitation," *China Ocean Eng.*, vol. 17, pp. 495-504, 2003.
- [70] S. Seyedpoor, "A two stage method for structural damage detection using a modal strain energy based index and particle swarm optimization," *International Journal of Non-Linear Mechanics*, vol. 47, pp. 1-8, 2012.
- [71] A. Maghsoodi, A. Ghadami, and H. R. Mirdamadi, "Multiple-crack damage detection in multi-step beams by a novel local flexibility-based damage index," *Journal of Sound and vibration*, vol. 332, pp. 294-305, 2013.
-

-
- [72] H. Hu and J. Wang, "Damage detection of a woven fabric composite laminate using a modal strain energy method," *Engineering Structures*, vol. 31, pp. 1042-1055, 2009.
- [73] H. Hu and C. Wu, "Development of scanning damage index for the damage detection of plate structures using modal strain energy method," *Mechanical Systems and Signal Processing*, vol. 23, pp. 274-287, 2009.
- [74] W. Fan and P. Qiao, "A strain energy-based damage severity correction factor method for damage identification in plate-type structures," *Mechanical Systems and Signal Processing*, vol. 28, pp. 660-678, 2012.
- [75] W.-J. Yan, T.-L. Huang, and W.-X. Ren, "Damage detection method based on element modal strain energy sensitivity," *Advances in Structural Engineering*, vol. 13, pp. 1075-1088, 2010.
- [76] W.-J. Yan and W.-X. Ren, "Closed-form modal flexibility sensitivity and its application to structural damage detection without modal truncation error," *Journal of Vibration and Control*, vol. 20, pp. 1816-1830, 2014.
- [77] M. Chandrashekar and R. Ganguli, "Damage assessment of composite plate structures with material and measurement uncertainty," *Mechanical Systems and Signal Processing*, vol. 75, pp. 75-93, 2016.
- [78] M. Chandrashekar and R. Ganguli, "Damage assessment of structures with uncertainty by using mode-shape curvatures and fuzzy logic," *Journal of Sound and Vibration*, vol. 326, pp. 939-957, 2009.
- [79] W.-J. Yan, W.-X. Ren, and T.-L. Huang, "Statistic structural damage detection based on the closed-form of element modal strain energy sensitivity," *Mechanical Systems and Signal Processing*, vol. 28, pp. 183-194, 2012.
- [80] Y. Fu, J. Liu, Z. Wei, and Z. Lu, "A two-step approach for damage identification in plates," *Journal of Vibration and Control*, vol. 22, pp. 3018-3031, 2016.
- [81] Z. Tan, D. Thambiratnam, T. Chan, and H. A. Razak, "Detecting damage in steel beams using modal strain energy based damage index and Artificial Neural Network," *Engineering Failure Analysis*, vol. 79, pp. 253-262, 2017.
- [82] A. Pandey and M. Biswas, "Damage detection in structures using changes in flexibility," *Journal of sound and vibration*, vol. 169, pp. 3-17, 1994.
- [83] M. Kisa, J. Brandon, and M. Topcu, "Free vibration analysis of cracked beams by a combination of finite elements and component mode synthesis methods," *Computers & structures*, vol. 67, pp. 215-223, 1998.
- [84] R. Sampaio, N. Maia, and J. Silva, "Damage detection using the frequency-response-function curvature method," *Journal of sound and vibration*, vol. 226, pp. 1029-1042, 1999.
- [85] T. W. Lim, A. Bosse, and S. Fisher, "Structural damage detection using real-time modal parameter identification algorithm," *AIAA journal*, vol. 34, pp. 2370-2376, 1996.
- [86] U. Lee and J. Shin, "A frequency response function-based structural damage identification method," *Computers & Structures*, vol. 80, pp. 117-132, 2002.
- [87] P. Fanning, E. Carden, and E. Terrace, "A damage detection algorithm based on Siso measurements," *ASCE Journal of Engineering Mechanics*, 29 (2), pp. 202-209, 2003.
- [88] P. J. Fanning and E. P. Carden, "Experimentally validated added mass identification algorithm based on frequency response functions," *Journal of Engineering Mechanics*, vol. 130, pp. 1045-1051, 2004.
- [89] E. Carden and P. Fanning, "An added mass identification algorithm based on frequency response functions," in *Computational Fluid and Solid Mechanics 2003*, ed: Elsevier, 2003, pp. 1880-1882.
- [90] Y. Xia and H. Hao, "Statistical damage identification of structures with frequency changes," *Journal of Sound and Vibration*, vol. 263, pp. 853-870, 2003.
- [91] C.-P. Fritzen, D. Jennewein, and T. Kiefer, "Damage detection based on model updating methods," *Mechanical systems and signal processing*, vol. 12, pp. 163-186, 1998.
- [92] C. Zang and M. Imregun, "Structural damage detection and localization using FRF-based model updating approach," in *Key Engineering Materials*, 2003, pp. 191-202.
- [93] F. Hemez and C. Farhat, "Structural damage detection via a finite-element model updating methodology," *Modal Analysis-the International Journal of Analytical and Experimental Modal Analysis*, vol. 10, pp. 152-166, 1995.
- [94] G. Kawiecki, "Modal damping measurement for damage detection," *Smart Materials and Structures*, vol. 10, p. 466, 2001.
- [95] R. Curadelli, J. Riera, D. Ambrosini, and M. Amani, "Damage detection by means of structural damping identification," *Engineering Structures*, vol. 30, pp. 3497-3504, 2008.
-

-
- [96] M. Frizzarin, M. Q. Feng, P. Franchetti, S. Soyoz, and C. Modena, "Damage detection based on damping analysis of ambient vibration data," *Structural Control and Health Monitoring: The Official Journal of the International Association for Structural Control and Monitoring and of the European Association for the Control of Structures*, vol. 17, pp. 368-385, 2010.
- [97] H. LANE, J. Baldwin Jr, and R. Duffield, "Dynamics approach for monitoring bridge deterioration," *Erosion, Sedimentation, Flood Frequency, and Bridge Testing*, vol. 8, p. 21, 1980.
- [98] C. Williams and O. Salawu, "Damping as a damage indication parameter," in *Proceedings of the 15th international modal analysis conference*, 1997, p. 1531.
- [99] R. Eyre and G. Tilly, "Damping measurements on steel and composite bridges," in *Proceeding of a Symposium on Dynamic Behaviour of Bridges at the Transport and Road Research Laboratory, Crowthorne, Berkshire, England, May 19, 1977.*, 1977.
- [100] R. Actis and A. Dimarogonas, "Non-linear effects due to closing cracks in vibrating beams," *ASME Design Engineering division publication DE-Structural vibration and acoustics*, vol. 18, pp. 99-104, 1989.
- [101] R. Lin and D. Ewins, "On the location of structural nonlinearity from modal testing-a feasibility study," in *Proc. of the 8th International Modal Analysis Conference*, 1990, pp. 358-364.
- [102] N. Pugno, R. Ruotolo, and C. Surace, "Analysis of the harmonic vibrations of a beam with a breathing crack," in *15th Japan International Conference of Modal Analysis (JMAC XV)*, 1997.
- [103] Y. Y. Kim and E. H. Kim, "A New Damage Detection Method Based on a Wavelet Transform,# 158," in *Proceedings of IMAC-XVIII: A Conference on Structural Dynamics*, 2000, p. 1207.
- [104] I. K. Kim and Y. Y. Kim, "Damage size estimation by the continuous wavelet ridge analysis of dispersive bending waves in a beam," *Journal of Sound and Vibration*, vol. 287, pp. 707-722, 2005.
- [105] Z. Hou, M. Noori, and R. S. Amand, "Wavelet-based approach for structural damage detection," *Journal of Engineering mechanics*, vol. 126, pp. 677-683, 2000.
- [106] L. Zhang, S. Quek, and Q. Wang, "A note on wavelet-based method for damage detection," *Journal of applied mechanics*, vol. 68, pp. 812-814, 2001.
- [107] M. Rucka and K. Wilde, "Application of continuous wavelet transform in vibration based damage detection method for beams and plates," *Journal of Sound and Vibration*, vol. 297, pp. 536-550, 2006.
- [108] M. Rucka, "Damage detection in beams using wavelet transform on higher vibration modes," *Journal of theoretical and applied mechanics*, vol. 49, pp. 399-417, 2011.
- [109] N. Wu and Q. Wang, "Experimental studies on damage detection of beam structures with wavelet transform," *International Journal of Engineering Science*, vol. 49, pp. 253-261, 2011.
- [110] Z. P. Szewczyk and P. Hajela, "Damage detection in structures based on feature-sensitive neural networks," *Journal of computing in civil engineering*, vol. 8, pp. 163-178, 1994.
- [111] S. Barai and P. Pandey, "Vibration signature analysis using artificial neural networks," *Journal of computing in civil engineering*, vol. 9, pp. 259-265, 1995.
- [112] X. Wu, J. Ghaboussi, and J. Garrett Jr, "Use of neural networks in detection of structural damage," *Computers & structures*, vol. 42, pp. 649-659, 1992.
- [113] D. Montalvao, N. M. M. Maia, and A. M. R. Ribeiro, "A review of vibration-based structural health monitoring with special emphasis on composite materials," *Shock and vibration digest*, vol. 38, pp. 295-324, 2006.
- [114] C. Zang and M. Imregun, "Structural damage detection using artificial neural networks and measured FRF data reduced via principal component projection," *Journal of sound and vibration*, vol. 242, pp. 813-827, 2001.
- [115] L. Yam, Y. Yan, and J. Jiang, "Vibration-based damage detection for composite structures using wavelet transform and neural network identification," *Composite Structures*, vol. 60, pp. 403-412, 2003.
- [116] H. Ebrahimian, R. Astroza, J. P. Conte, and R. A. de Callafon, "Nonlinear finite element model updating for damage identification of civil structures using batch Bayesian estimation," *Mechanical Systems and Signal Processing*, vol. 84, pp. 194-222, 2017.
- [117] A. Katunin, K. Dragan, and M. Dziendzikowski, "Damage identification in aircraft composite structures: A case study using various non-destructive testing techniques," *Composite structures*, vol. 127, pp. 1-9, 2015.
- [118] M. Mehrjoo, N. Khaji, H. Moharrami, and A. Bahreininejad, "Damage detection of truss bridge joints using Artificial Neural Networks," *Expert Systems with Applications*, vol. 35, pp. 1122-1131, 2008.
- [119] J.-P. Noël and G. Kerschen, "Nonlinear system identification in structural dynamics: 10 more years of progress," *Mechanical Systems and Signal Processing*, vol. 83, pp. 2-35, 2017.
-

-
- [120] O. Abdeljaber, O. Avci, S. Kiranyaz, M. Gabbouj, and D. J. Inman, "Real-time vibration-based structural damage detection using one-dimensional convolutional neural networks," *Journal of Sound and Vibration*, vol. 388, pp. 154-170, 2017.
- [121] Y. Yan, L. Cheng, Z. Wu, and L. Yam, "Development in vibration-based structural damage detection technique," *Mechanical systems and signal processing*, vol. 21, pp. 2198-2211, 2007.
- [122] D. E. Goldberg, "Genetic Algorithms in Search, Optimization, and Machine Learning, Addison Wesley, Reading, MA," *SUMMARY THE APPLICATIONS OF GA-GENETIC ALGORITHM FOR DEALING WITH SOME OPTIMAL CALCULATIONS IN ECONOMICS*, 1989.
- [123] M. Friswell, J. Penny, and S. Garvey, "A combined genetic and eigensensitivity algorithm for the location of damage in structures," *Computers & Structures*, vol. 69, pp. 547-556, 1998.
- [124] X. Yong and H. Hong, "A genetic algorithm for structural damage detection based on vibration data," in *IMAC XIX-19th International Modal Analysis Conference*, 2001, pp. 1381-1387.
- [125] H. Hao and Y. Xia, "Vibration-based damage detection of structures by genetic algorithm," *Journal of computing in civil engineering*, vol. 16, pp. 222-229, 2002.
- [126] J.-T. Kim, J.-H. Park, and B.-J. Lee, "Vibration-based damage monitoring in model plate-girder bridges under uncertain temperature conditions," *Engineering Structures*, vol. 29, pp. 1354-1365, 2007.
- [127] K. Worden, W. Staszewski, G. Manson, A. Ruotulo, and C. Surace, "Optimization techniques for damage detection," *Encyclopedia of Structural Health Monitoring*, 2009.
- [128] H. Sohn, C. R. Farrar, F. M. Hemez, and J. J. Czarnecki, "A review of structural health review of structural health monitoring literature 1996-2001," Los Alamos National Laboratory 2002.
- [129] R. Jafarkhani and S. F. Masri, "Finite element model updating using evolutionary strategy for damage detection," *Computer-Aided Civil and Infrastructure Engineering*, vol. 26, pp. 207-224, 2011.
- [130] C. E. Braun, L. D. Chiwiacowsky, and A. T. Gomez, "Variations of Ant Colony Optimization for the solution of the structural damage identification problem," *Procedia Computer Science*, vol. 51, pp. 875-884, 2015.
- [131] Y. J. Cha and O. Buyukozturk, "Structural damage detection using modal strain energy and hybrid multiobjective optimization," *Computer-Aided Civil and Infrastructure Engineering*, vol. 30, pp. 347-358, 2015.
- [132] T. Vo-Duy, V. Ho-Huu, H. Dang-Trung, D. Dinh-Cong, and T. Nguyen-Thoi, "Damage detection in laminated composite plates using modal strain energy and improved differential evolution algorithm," *Procedia engineering*, vol. 142, pp. 182-189, 2016.
- [133] G. Gomes, S. Cunha Jr, A. Ancelotti Jr, and M. Melo, "Damage detection in composite materials via optimization techniques based on dynamic parameters changes," *Int J Emerg Technol Adv Eng*, vol. 6, pp. 157-166, 2016.
- [134] G. F. Gomes, "Structural Damage Localization i Method and Optimization Algorithm," *Australian Journal of Basic and Applied Sciences*, vol. 10, pp. 124-131, 2016.
- [135] G. F. Gomes, Y. A. D. Mendéz, S. S. da Cunha, and A. C. Ancelotti, "A numerical-experimental study for structural damage detection in CFRP plates using remote vibration measurements," *Journal of Civil Structural Health Monitoring*, vol. 8, pp. 33-47, 2018.
- [136] F. L. Wang, T. H. Chan, D. P. Thambiratnam, A. C. Tan, and C. J. Cowled, "Correlation-based damage detection for complicated truss bridges using multi-layer genetic algorithm," *Advances in Structural engineering*, vol. 15, pp. 693-706, 2012.
- [137] B. Nanda, D. Maity, and D. K. Maiti, "Vibration based structural damage detection technique using particle swarm optimization with incremental swarm size," *International Journal of Aeronautical and Space Sciences*, vol. 13, pp. 323-331, 2012.
- [138] S. Mohan, D. K. Maiti, and D. Maity, "Structural damage assessment using FRF employing particle swarm optimization," *Applied Mathematics and Computation*, vol. 219, pp. 10387-10400, 2013.
- [139] J. P. Sawyer and S. S. Rao, "Structural damage detection and identification using fuzzy logic," *AIAA journal*, vol. 38, pp. 2328-2335, 2000.
- [140] R. Ganguli, "A fuzzy logic system for ground based structural health monitoring of a helicopter rotor using modal data," *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, vol. 12, pp. 397-407, 2001.
- [141] S. T. Quek, P. Tua, and Q. Wang, "Detecting anomalies in beams and plate based on the Hilbert-Huang transform of real signals," *Smart materials and structures*, vol. 12, p. 447, 2003.
-

-
- [142] E. P. Carden and P. Fanning, "Vibration based condition monitoring: a review," *Structural health monitoring*, vol. 3, pp. 355-377, 2004.
- [143] J. Xiang and M. Liang, "A two-step approach to multi-damage detection for plate structures," *Engineering Fracture Mechanics*, vol. 91, pp. 73-86, 2012.
- [144] S. Hakim and H. Abdul Razak, "Adaptive neuro fuzzy inference system (ANFIS) and artificial neural networks (ANNs) for structural damage identification," *Struct Eng Mech*, vol. 45, pp. 779-802, 2013.
- [145] F. Zhu and Y. Wu, "A rapid structural damage detection method using integrated ANFIS and interval modeling technique," *Applied Soft Computing*, vol. 25, pp. 473-484, 2014.
- [146] C. Surace, R. Saxena, M. Gherlone, and H. Darwich, "Damage localisation in plate like-structures using the two-dimensional polynomial annihilation edge detection method," *Journal of Sound and Vibration*, vol. 333, pp. 5412-5426, 2014.
- [147] A. Bovsunovsky, "Estimation of efficiency of vibration damage detection in stepped shaft of steam turbine," *Electric Power Systems Research*, vol. 154, pp. 381-390, 2018.
- [148] H. D. de Azevedo, P. H. de Arruda Filho, A. M. Araújo, N. Bouchonneau, J. S. Rohatgi, and R. M. de Souza, "Vibration monitoring, fault detection, and bearings replacement of a real wind turbine," *Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering*, vol. 39, pp. 3837-3848, 2017.
- [149] H. S. Park and B. K. Oh, "Damage detection of building structures under ambient excitation through the analysis of the relationship between the modal participation ratio and story stiffness," *Journal of Sound and Vibration*, vol. 418, pp. 122-143, 2018.
- [150] P. R. Souza and E. G. O. Nóbrega, "An effective structural health monitoring methodology for damage isolation based on multisensor arrangements," *Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering*, vol. 39, pp. 1351-1363, 2017.
- [151] A. Tributsch and C. Adam, "An enhanced energy vibration-based approach for damage detection and localization," *Structural Control and Health Monitoring*, vol. 25, p. e2047, 2018.
- [152] T. Yin, Q.-H. Jiang, and K.-V. Yuen, "Vibration-based damage detection for structural connections using incomplete modal data by Bayesian approach and model reduction technique," *Engineering Structures*, vol. 132, pp. 260-277, 2017.
- [153] W. Zhang, J. Li, H. Hao, and H. Ma, "Damage detection in bridge structures under moving loads with phase trajectory change of multi-type vibration measurements," *Mechanical Systems and Signal Processing*, vol. 87, pp. 410-425, 2017.
- [154] P. Qiao, K. Lu, W. Lestari, and J. Wang, "Curvature mode shape-based damage detection in composite laminated plates," *Composite Structures*, vol. 80, pp. 409-428, 2007.
- [155] A. H. Shahri and A. Ghorbani-Tanha, "Damage detection via closed-form sensitivity matrix of modal kinetic energy change ratio," *Journal of Sound and Vibration*, vol. 401, pp. 268-281, 2017.
- [156] N. M. M. Maia and J. M. M. e Silva, *Theoretical and experimental modal analysis*: Research Studies Press, 1997.
- [157] T.-P. Le, "Auscultation dynamique des structures à l'aide de l'analyse continue en ondelettes," École nationale des ponts et chaussées (France), 2003.
- [158] S. Ibrahim and E. Mikulcic, "Shock and Vibration Bulletin 47 (4), 183-198," *A method for the direct identification of vibration parameters from the free response*, 1977.
- [159] D. L. Brown, R. J. Allemang, R. Zimmerman, and M. Mergeay, "Parameter estimation techniques for modal analysis," *SAE transactions*, pp. 828-846, 1979.
- [160] B. Feeny and Y. Liang, "Interpreting proper orthogonal modes of randomly excited vibration systems," *Journal of Sound and Vibration*, vol. 265, pp. 953-966, 2003.
- [161] B. Feeny and R. Kappagantu, "On the physical interpretation of proper orthogonal modes in vibrations," *Journal of sound and vibration*, vol. 211, pp. 607-616, 1998.
- [162] G. Kerschen and J.-C. Golinval, "Physical interpretation of the proper orthogonal modes using the singular value decomposition," *Journal of Sound and vibration*, vol. 249, pp. 849-865, 2002.
- [163] R. Elias, N. Point, J. Bodgi, and P. Argoul, "How to retrieve the normal modes using the POD," in *XVIII symposium Vibrations chocs et Bruit & ASTELAB*, 2012, p. 12 pages.
- [164] D. Chelidze and W. Zhou, "Smooth orthogonal decomposition-based vibration mode identification," *Journal of Sound and Vibration*, vol. 292, pp. 461-473, 2006.
-

-
- [165] U. Farooq and B. Feeny, "Smooth orthogonal decomposition for modal analysis of randomly excited systems," *Journal of Sound and Vibration*, vol. 316, pp. 137-146, 2008.
- [166] M. H. Richardson and D. L. Formenti, "Parameter estimation from frequency response measurements using rational fraction polynomials," in *Proceedings of the 1st international modal analysis conference*, 1982, pp. 167-186.
- [167] W. Staszewski, "Identification of damping in MDOF systems using time-scale decomposition," *Journal of sound and vibration*, vol. 203, pp. 283-305, 1997.
- [168] M. Ruzzene, A. Fasana, L. Garibaldi, and B. Piombo, "Natural frequencies and dampings identification using wavelet transform: application to real data," *Mechanical systems and signal processing*, vol. 11, pp. 207-218, 1997.
- [169] P. Argoul, S. Hans, F. Conti, and C. Boutin, "Time-frequency analysis of free oscillations of mechanical structures. Application to the identification of the mechanical behaviour of buildings under shocks," in *Proceeding of the COST F3 conference: System Identification and Structural Health Monitoring, Madrid, Spain.,(283-292)*, 2000.
- [170] P. Argoul, S. Hans, T. Le, and C. Boutin, "Analyse temps-fréquence de réponses de bâtimentsa des essais de chocs," in *Actes du 5e Colloque Nationale en Calcul des Structures*, 2001.
- [171] P. Argoul and T. P. Le, "Wavelet analysis of transient signals in civil engineering," in *Novel Approaches in Civil Engineering*, ed: Springer, 2004, pp. 311-318.
- [172] H. P. Yin and P. Argoul, "Transformations intégrales et identification modale," *Comptes Rendus de l'Académie des Sciences-Series IIB-Mechanics-Physics-Astronomy*, vol. 327, pp. 777-783, 1999.
- [173] S. Gouttebroze and J. Lardies, "On using the wavelet transform in modal analysis," *Mechanics Research Communications*, vol. 28, pp. 561-569, 2001.
- [174] J. Lardies and S. Gouttebroze, "Identification of modal parameters using the wavelet transform," *International Journal of Mechanical Sciences*, vol. 44, pp. 2263-2283, 2002.
- [175] T.-P. Le and P. Argoul, "Continuous wavelet transform for modal identification using free decay response," *Journal of sound and vibration*, vol. 277, pp. 73-100, 2004.
- [176] S. Marchesiello, S. Bedaoui, L. Garibaldi, and P. Argoul, "Time-dependent identification of a bridge-like structure with crossing loads," *Mechanical Systems and Signal Processing*, vol. 23, pp. 2019-2028, 2009.
- [177] R. Kumar, "Fault diagnosis of inclined edge cracked cantilever beam using vibrational analysis and artificial intelligence techniques," 2014.
- [178] J. K. Sinha, M. Friswell, and S. Edwards, "Simplified models for the location of cracks in beam structures using measured vibration data," *Journal of Sound and vibration*, vol. 251, pp. 13-38, 2002.
- [179] M. Dado and O. Abuzeid, "Coupled transverse and axial vibratory behaviour of cracked beam with end mass and rotary inertia," *Journal of sound and vibration*, vol. 261, pp. 675-696, 2003.
- [180] W. Ostachowicz and M. Krawczuk, "Analysis of the effect of cracks on the natural frequencies of a cantilever beam," *Journal of sound and vibration*, vol. 150, pp. 191-201, 1991.
- [181] A. D. Dimarogonas, S. A. Paipetis, and T. G. Chondros, *Analytical methods in rotor dynamics*: Springer Science & Business Media, 2013.
- [182] S. Christides and A. Barr, "One-dimensional theory of cracked Bernoulli-Euler beams," *International Journal of Mechanical Sciences*, vol. 26, pp. 639-648, 1984.
- [183] H. Ewalds and R. Wanhill, "Fracture Mechanics Edward Arnold," *Delfse Uitgevers Maatschappij*, 1984.
- [184] A. Dimarogonas and C. Papadopoulos, "Vibration of cracked shafts in bending," *Journal of sound and vibration*, vol. 91, pp. 583-593, 1983.
- [185] M. H. Dado and O. A. Shpli, "Crack parameter estimation in structures using finite element modeling," *International Journal of Solids and Structures*, vol. 40, pp. 5389-5406, 2003.
- [186] M. B. Balachandran, "A model for knowledge-based design optimization," 1988.
- [187] T. Bäck and F. Hoffmeister, "Global optimization by means of evolutionary algorithms," in *Krasnojarsk Space Technology University*, 1991.
- [188] C. M. Fonseca and P. J. Fleming, "Genetic Algorithms for Multiobjective Optimization: Formulation Discussion and Generalization," in *Icga*, 1993, pp. 416-423.
-

-
- [189] C. M. Fonseca and P. J. Fleming, "An overview of evolutionary algorithms in multiobjective optimization," *Evolutionary computation*, vol. 3, pp. 1-16, 1995.
- [190] P. G. Ciarlet, *Introduction à l'analyse numérique matricielle et à l'optimisation*: Dunod, 2007.
- [191] J.-P. Nougier and J. Nougier, *Méthodes de calcul numérique* vol. 3: Masson Paris, 1985.
- [192] D. Beasley, D. R. Bull, and R. R. Martin, "An overview of genetic algorithms: Part 1, fundamentals," *University computing*, vol. 15, pp. 56-69, 1993.
- [193] C. Wills and M. Robert, *La sagesse des gènes: nouvelles perspectives sur l'évolution*: Flammarion, 1991.
- [194] T. Back, *Evolutionary algorithms in theory and practice: evolution strategies, evolutionary programming, genetic algorithms*: Oxford university press, 1996.
- [195] T. Bäck, U. Hammel, and H.-P. Schwefel, "Evolutionary computation: Comments on the history and current state," *IEEE transactions on Evolutionary Computation*, vol. 1, pp. 3-17, 1997.
- [196] D. Whitley and A. G. A. Tutorial, "Technical report cs-93-103," *Colorado State University*, pp. 1-37, 1993.
- [197] D. B. Fogel, "Evolutionary computation: A new transactions," *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, vol. 1, pp. 1-2, 1997.
- [198] D. Goldberg, "Algorithmes génétiques, éditions," *Addison Wesley, juin*, vol. 5, p. 5.8, 1994.
- [199] R. Jean-Michel, "Algorithmes génétiques et réseaux de neurones," *Hermès, Paris*, 1995.
- [200] A. Reineix, D. Eclercy, and B. Jecko, "FDTD/genetic algorithm coupling for antennas optimization," in *Annales des télécommunications*, 1997, pp. 503-508.
- [201] R. Menozzi and A. Piazzzi, "HEMT and HBT small-signal model optimization using a genetic algorithm," in *IEEE MTT/ED/AP/LEO Societies Joint Chapter United Kingdom and Republic of Ireland Section. 1997 Workshop on High Performance Electron Devices for Microwave and Optoelectronic Applications. EDMO (Cat., 1997*, pp. 13-18.
- [202] R. Moosburger, C. Kostrzewa, G. Fischbeck, and K. Petermann, "Shaping the digital optical switch using evolution strategies and BPM," *IEEE Photonics Technology Letters*, vol. 9, pp. 1484-1486, 1997.
- [203] C. Ahn, "Advances in Evolutionary Algorithms: Theory, Design and Practice, ser," *Studies in Computational Intelligence. Berlin: Springer*, vol. 18, 2006.
- [204] L. Davis, "Handbook of Genetic Algorithms (New York, Van Nostrand Reinhold, 1991)," *KAD long Machine Learning*, vol. 3, p. 121, 1988.
- [205] D. E. Goldberg, V. Corruble, J.-G. Ganascia, and J. Holland, *Algorithmes génétiques: exploration, optimisation et apprentissage automatique*: Addison-Wesley France, 1994.
- [206] J.-L. Dessalles, *L'ordinateur génétique*: Hermès, 1996.
- [207] D. Beasley, D. R. Bull, and R. R. Martin, "An overview of genetic algorithms: Part 2, research topics," *University computing*, vol. 15, pp. 170-181, 1993.
- [208] T. Bäck, "Self-adaptation in genetic algorithms," in *Proceedings of the first european conference on artificial life*, 1992, pp. 263-271.
- [209] H. De Jong, "Modeling and simulation of genetic regulatory systems: a literature review," *Journal of computational biology*, vol. 9, pp. 67-103, 2002.
- [210] J. D. Schaffer, "Multiple objective optimization with vector evaluated genetic algorithms," in *Proceedings of the 1st international Conference on Genetic Algorithms*, 1985, pp. 93-100.
- [211] J. Horn, N. Nafpliotis, and D. E. Goldberg, "A niched Pareto genetic algorithm for multiobjective optimization," in *Evolutionary Computation, 1994. IEEE World Congress on Computational Intelligence., Proceedings of the First IEEE Conference on*, 1994, pp. 82-87.
- [212] K. Deb, A. Pratap, S. Agarwal, and T. Meyarivan, "A fast and elitist multiobjective genetic algorithm: NSGA-II," *Evolutionary Computation, IEEE Transactions on*, vol. 6, pp. 182-197, 2002.
- [213] W. Wang and A. Zhang, "Sensitivity analysis in fault vibration diagnosis of structures," in *International Modal Analysis Conference, 5 th, London, England*, 1987, pp. 496-501.
- [214] N. Stubbs, T. H. Broome, and R. Osegueda, "Nondestructive construction error detection in large space structures," *AIAA journal*, vol. 28, pp. 146-152, 1990.
- [215] N. Stubbs and R. Osegueda, "Global non-destructive damage evaluation in solids," *International Journal of Analytical and Experimental Modal Analysis*, vol. 5, pp. 67-79, 1990.
-

-
- [216] N. Stubbs and R. Osegueda, "Global damage detection in solids- Experimental verification," *International Journal of Analytical and Experimental Modal Analysis*, vol. 5, pp. 81-97, 1990.
- [217] M. H. Richardson and M. Mannan, "Remote detection and location of structural faults using modal parameters," in *10th International Modal Analysis Conference*, 1992, pp. 502-507.
- [218] S. Loutridis, E. Douka, and L. Hadjileontiadis, "Forced vibration behaviour and crack detection of cracked beams using instantaneous frequency," *Ndt & E International*, vol. 38, pp. 411-419, 2005.
- [219] N. Khiem and T. Lien, "Multi-crack detection for beam by the natural frequencies," *Journal of Sound and Vibration*, vol. 273, pp. 175-184, 2004.
- [220] E. Douka, G. Bamnios, and A. Trochidis, "A method for determining the location and depth of cracks in double-cracked beams," *Applied acoustics*, vol. 65, pp. 997-1008, 2004.
- [221] Q. Lu, G. Ren, and Y. Zhao, "Multiple damage location with flexibility curvature and relative frequency change for beam structures," *Journal of Sound and Vibration*, vol. 253, pp. 1101-1114, 2002.
- [222] N. Khiem and T. Lien, "A simplified method for natural frequency analysis of a multiple cracked beam," *Journal of sound and vibration*, vol. 245, pp. 737-751, 2001.
- [223] F. Leonard, J. Lanteigne, S. Lalonde, and Y. Turcotte, "Free-vibration behaviour of a cracked cantilever beam and crack detection," *Mechanical systems and signal processing*, vol. 15, pp. 529-548, 2001.
- [224] E. Viola, L. Federici, and L. Nobile, "Detection of crack location using cracked beam element method for structural analysis," *Theoretical and Applied Fracture Mechanics*, vol. 36, pp. 23-35, 2001.
- [225] P. Nikolakopoulos, D. Katsareas, and C. Papadopoulos, "Crack identification in frame structures," *Computers & structures*, vol. 64, pp. 389-406, 1997.
- [226] S. Tiachacht, A. Bouazzouni, S. Khatir, A. Behtani, Y. Zhou, and M. A. Wahab, "2774. Structural health monitoring of 3D frame structures using finite element modal analysis and genetic algorithm," *Journal of Vibroengineering*, vol. 20, 2018.
- [227] M.-T. Vakil-Baghmisheh, M. Peimani, M. H. Sadeghi, and M. M. Ettefagh, "Crack detection in beam-like structures using genetic algorithms," *Applied Soft Computing*, vol. 8, pp. 1150-1160, 2008.
- [228] S. Khatir, I. Belaidi, R. Serra, A. W. Magd, and T. Khatir, "Damage detection and localization in composite beam structures based on vibration analysis," 2015.
- [229] Z. Yang and L. Wang, "Structural damage detection by changes in natural frequencies," *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, vol. 21, pp. 309-319, 2010.
- [230] S. Tiachacht, A. Bouazzouni, S. Khatir, M. A. Wahab, A. Behtani, and R. Capozucca, "Damage assessment in structures using combination of a modified Cornwell indicator and genetic algorithm," *Engineering Structures*, vol. 177, pp. 421-430, 2018.
- [231] A. Kaveh and A. Zolghadr, "An improved CSS for damage detection of truss structures using changes in natural frequencies and mode shapes," *Advances in Engineering Software*, vol. 80, pp. 93-100, 2015.
- [232] S. Tiachacht, A. Bouazzouni, S. Khatir, Y. Zhou, and M. A. Wahab, "A proposal application based on strain energy for damage detection and quantification of beam composite structure using vibration data," in *Journal of Physics: Conference Series*, 2017, p. 012027.

Annexes

Annexe A. Modèle éléments finis endommagé de Sinha et al.

A.1. Matrice de réduction de rigidité pour les éléments d'une structure treillis endommagée

$$[K_{cj}] = \frac{E(A - A_c)}{l_e} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$$

avec A est l'aire de la section droite non endommagée $A_c = b(h - a)$ est l'aire de la section droite endommagée, b et h sont la largeur et la hauteur de l'élément et a est la profondeur de la fissure.

A.2. Matrice de réduction de rigidité pour les éléments d'une poutre endommagée travaillant en flexion pure

$$[K_{cj}] = \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & -k_{11} & k_{14} \\ k_{12} & k_{22} & -k_{12} & k_{24} \\ -k_{11} & -k_{12} & k_{11} & -k_{14} \\ k_{14} & k_{24} & -k_{14} & k_{44} \end{bmatrix}$$

Dans lequel

$$\begin{aligned} k_{11} &= \frac{12E(I - I_{cj})}{l_e^4} \left[\frac{2l_c^3}{l_e^2} + 3l_c \left(\frac{2X_j}{l_e} - 1 \right)^2 \right] & k_{22} &= \frac{12E(I - I_{cj})}{l_e^2} \left[\frac{3l_c^3}{l_e^2} + 2l_c \left(\frac{3X_j}{l_e} - 2 \right)^2 \right] \\ k_{12} &= \frac{12E(I - I_{cj})}{l_e^3} \left[\frac{l_c^3}{l_e^2} + l_c \left(2 - \frac{7X_j}{l_e} + \frac{6X_j^2}{l_e^2} \right) \right] & k_{24} &= \frac{12E(I - I_{cj})}{l_e^2} \left[\frac{3l_c^3}{l_e^2} + 2l_c \left(2 - \frac{9X_j}{l_e} + \frac{9X_j^2}{l_e^2} \right) \right] \\ k_{14} &= \frac{12E(I - I_{cj})}{l_e^3} \left[\frac{l_c^3}{l_e^2} + l_c \left(1 - \frac{5X_j}{l_e} + \frac{6X_j^2}{l_e^2} \right) \right] & k_{44} &= \frac{12E(I - I_{cj})}{l_e^2} \left[\frac{3l_c^3}{l_e^2} + 2l_c \left(\frac{3X_j}{l_e} - 1 \right)^2 \right] \end{aligned}$$

où $I = \frac{bh^3}{12}$ et $I_{cj} = \frac{b(h-a_j)^3}{12}$ sont, respectivement, le moment quadratique des zones non fissurées et celui au niveau de la $j^{\text{ème}}$ fissure, l_e est la longueur de l'élément, $l_c = 1.5h$ et X_j est la position locale de la $j^{\text{ème}}$ fissure.

A.3. Matrice de réduction de rigidité pour les éléments d'une structure portique endommagée

$$[K_{cj}] = \begin{bmatrix} \frac{E(A - A_c)}{l_e} & 0 & 0 & -\frac{E(A - A_c)}{l_e} & 0 & 0 \\ 0 & k_{11}k_{12} & 0 & -k_{11}k_{14} & 0 & 0 \\ 0 & k_{12}k_{22} & 0 & -k_{12}k_{24} & 0 & 0 \\ -\frac{E(A - A_c)}{l_e} & 0 & 0 & \frac{E(A - A_c)}{l_e} & 0 & 0 \\ 0 & -k_{11} & -k_{12} & 0 & k_{11} & -k_{14} \\ 0 & k_{14}k_{24} & 0 & -k_{14}k_{44} & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Annexe B. Modèle éléments finis endommagé de Dado *et al.*

B.1. Matrice de rigidité pour les éléments d'une structure treillis endommagée

$$[K_e^f] = \frac{EA}{l_e + EA c} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$c = \frac{2h}{EA} (3.9601\bar{a}^2 - 1.08786\bar{a}^3 + 37.297\bar{a}^4 - 67.3973\bar{a}^5 + 199.848\bar{a}^6 - 424.0371\bar{a}^7 + 883.025\bar{a}^8 - 938.075\bar{a}^9 + 601.704\bar{a}^{10}).$$

où h est la hauteur de l'élément, $\bar{a} = \frac{a}{h}$ est la profondeur normalisée de la fissure.

B.2. Matrice de rigidité pour les éléments d'une poutre endommagée travaillant en flexion pure

$$[K_e^f] = \frac{6EI}{\Delta} \begin{bmatrix} [k_{11}] & [k_{12}] \\ [k_{12}]^T & [k_{22}] \end{bmatrix}$$

Avec

$$[k_{11}] = \begin{bmatrix} 6(l_e + cEI) & 3(l_e^2 + 2xcEI) \\ 3(l_e^2 + 2xcEI) & 2(l_e^3 + 3x^2cEI) \end{bmatrix} \quad [k_{12}] = \begin{bmatrix} -6(l_e + cEI) & 3(l_e^2 + 2(l_e - x)cEI) \\ -3(l_e^2 + 2xcEI) & (l_e^3 + 6x(l_e - x)cEI) \end{bmatrix}$$

$$[k_{22}] = \begin{bmatrix} 6(l_e + cEI) & -3(l_e^2 + 2(l_e - x)cEI) \\ -3(l_e^2 + 2(l_e - x)cEI) & 2(l_e^3 + 3(l_e - x)^2cEI) \end{bmatrix}$$

$$\Delta = 9(l_e^2 + 2xcEI)(l_e^2 + 2(l_e - x)cEI) - 6(l_e + cEI)(l_e^3 + 2x(l_e - x)cEI)$$

$$c = \frac{6h}{EI} (1.98\bar{a}^2 - 3.277\bar{a}^3 + 14.251\bar{a}^4 - 31.08\bar{a}^5 + 62.79\bar{a}^6 - 102.171\bar{a}^7 + 146.404\bar{a}^8 - 127.69\bar{a}^9 + 61.504\bar{a}^{10})$$

Où E est le module d'Young, I est le moment d'inertie de la section droite de l'élément et l_e sa longueur, x est l'emplacement de la fissure dans le système de coordonnées locales de l'élément et c est la complaisance des fissures.

B.3. Matrice de rigidité pour les éléments d'une structure portique endommagé

$$[K_e^f] = \frac{1}{\Delta} \begin{bmatrix} [k_{11}] & [k_{12}] \\ [k_{21}] & [k_{22}] \end{bmatrix}$$

avec

$$\Delta = \frac{l_e^2}{3EI} \left[(l_e^2 - 3x(l_e - x)) \left(c_{11}c_{33} - c_{13}c_{31} + \frac{c_{33}l_e}{EA} \right) + \frac{l_e^3(l_e + c_{11}EA)}{4AIE^2} \right].$$

où E est le module d'Young, A est l'aire de la section droite non endommagée, I est le moment d'inertie de la section droite de l'élément et l_e sa longueur, x est l'emplacement de la fissure dans le système de coordonnées locales et c est la complaisance des fissures.

Les matrices $[k_{ij}]$ (3×3) de la matrice endommagée $[K_e^f]$ sont données comme suit :

$$[k_{11}] =$$

$$\begin{aligned}
& \left[\begin{array}{l} \frac{l_e c_{33}(l_e^2 - 3x(l_e - x))}{3EI} - \frac{l_e^4}{12l_e^2 E^2} - \frac{c_{13} l_e(2x - l_e)}{2EI} - \frac{c_{13} l_e^2(3x - 2l_e)}{6EI} \\ \frac{-c_{31} l_e(2x - l_e) - c_{33} l_e}{2EI} - \frac{EA}{EA} - (c_{11} c_{33} - c_{13} c_{31}) \frac{-c_{33} l_e x}{EA} - x(c_{11} c_{33} - c_{13} c_{31}) \\ \quad - \frac{l_e(l_e + c_{11} EA)}{2AIE^2} - \frac{l_e^2(l_e + c_{11} EA)}{2AIE^2} \\ \frac{-c_{31} l_e^2(3x - 2l_e) - c_{33} l_e x}{6EI} - \frac{EA}{EA} - x(c_{11} c_{33} - c_{13} c_{31}) \frac{-c_{33} l_e x^2}{EA} - x^2(c_{11} c_{33} - c_{13} c_{31}) \\ \quad - \frac{l_e^2(l_e + c_{11} EA)}{2AIE^2} - \frac{l_e^3(l_e + c_{11} EA)}{2AIE^2} \end{array} \right] \\
[k_{12}] = & \left[\begin{array}{l} \frac{l_e c_{33}(l_e^2 - 3x(l_e - x))}{3EI} + \frac{l_e^4}{12EI^2} \frac{c_{31} l_e(2x - l_e)}{2EI} - \frac{c_{31} l_e^2(2x - l_e)}{6EI} \\ \frac{c_{31} l_e(2x - l_e)}{2EI} \frac{c_{33} l_e}{EA} + (c_{11} c_{33} - c_{13} c_{31}) \frac{-c_{33} l_e(l_e - x)}{EA} - (l_e - x)(c_{11} c_{33} - c_{13} c_{31}) \\ \quad + \frac{l_e(l_e + c_{11} EA)}{AIE^2} + \frac{l_e^2(l_e + c_{11} EA)}{2AIE^2} \\ \frac{c_{31} l_e^2(2x - l_e)}{6EI} \frac{c_{33} l_e x}{EA} - x(c_{11} c_{33} - c_{13} c_{31}) \frac{-c_{33} x l_e(l_e - x)}{EA} - x(l_e - x)(c_{11} c_{33} - c_{13} c_{31}) \\ \quad + \frac{l_e^2(l_e + c_{11} EA)}{2AIE^2} + \frac{l_e^3(l_e + c_{11} EA)^2}{2AIE^2} \end{array} \right] \\
[k_{21}] = & \left[\begin{array}{l} \frac{l_e c_{33}(l_e^2 - 3x(l_e - x))}{3EI} + \frac{l_e^4}{12EI^2} \frac{c_{31} l_e(2x - l_e)}{2EI} - \frac{c_{31} l_e^2(2x - l_e)}{6EI} \\ \frac{c_{31} l_e(2x - l_e)}{2EI} \frac{c_{33} l_e}{EA} + (c_{11} c_{33} - c_{13} c_{31}) \frac{-c_{33} l_e(l_e - x)}{EA} - (l_e - x)(c_{11} c_{33} - c_{13} c_{31}) \\ \quad + \frac{l_e(l_e + c_{11} EA)}{AIE^2} + \frac{l_e^2(l_e + c_{11} EA)}{2AIE^2} \\ \frac{c_{31} l_e^2(2x - l_e)}{6EI} \frac{c_{33} l_e x}{EA} - x(c_{11} c_{33} - c_{13} c_{31}) \frac{-c_{33} l_e(l_e - x)}{EA} - x(l_e - x)(c_{11} c_{33} - c_{13} c_{31}) \\ \quad + \frac{l_e^2(l_e + c_{11} EA)}{2AIE^2} + \frac{l_e^3(l_e + c_{11} EA)}{2AIE^2} \end{array} \right] \\
[k_{22}] = & \left[\begin{array}{l} \frac{-c_{33}(l_e^2 - 3x(l_e - x))}{3EA} - \frac{l_e^4}{12E^2 I^2} - \frac{c_{13} l_e(2x - l_e)}{2EI} - \frac{c_{13} l_e^2(3x - l_e)}{6EI} \\ - \frac{c_{13} l_e(2x - l_e)}{2EI} - \frac{c_{33} l_e}{EA} - (c_{11} c_{33} - c_{13} c_{31}) \frac{c_{33} l_e(l_e - x)}{EA} + (l_e - x)(c_{11} c_{33} - c_{13} c_{31}) \\ \quad - \frac{l_e(l_e + c_{11} EA)}{AIE^2} + \frac{l_e^2(l_e + c_{11} EA)}{2AIE^2} \\ \frac{c_{13} l_e^2(3x - l_e)}{6EI} \frac{c_{33} l_e(l_e - x)}{EA} + (l_e - x)(c_{11} c_{33} - c_{13} c_{31}) \frac{-c_{33} l_e(l_e - x)^2}{EA} - x(l_e - x)(c_{11} c_{33} - c_{13} c_{31}) \\ \quad + \frac{l_e^2(l_e + c_{11} EA)}{2AIE^2} - \frac{l_e^3(l_e + c_{11} EA)}{2AIE^2} \end{array} \right]
\end{aligned}$$

où c_{11} est la complaisance de fissuration dans le mode de chargement axial (traction), c_{33} est la complaisance de fissuration dans le mode de chargement en flexion, c_{13} est la complaisance de fissuration du couplage traction-flexion, c_{31} est la complaisance de fissuration du couplage flexion-traction. Ces coefficients sont donnés comme suit :

$$c_{11} = \frac{2h}{EA} (3.9601\bar{a}^2 - 1.08786\bar{a}^3 + 37.297\bar{a}^4 - 67.3973\bar{a}^5 + 199.848\bar{a}^6 - 424.037\bar{a}^7 + 883.025\bar{a}^8 - 938.075\bar{a}^9 + 601.704\bar{a}^{10}).$$

$$c_{33} = \frac{6h}{EI} (1.98\bar{a}^2 - 3.277\bar{a}^3 + 14.251\bar{a}^4 - 31.08\bar{a}^5 + 62.79\bar{a}^6 - 102.171\bar{a}^7 + 146.404\bar{a}^8 - 127.69\bar{a}^9 + 61.504\bar{a}^{10}).$$

$$c_{13} = c_{31} = \frac{6}{EA} (1.98\bar{a}^2 - 1.91\bar{a}^3 + 15.919\bar{a}^4 - 34.823\bar{a}^5 + 83.282\bar{a}^6 - 152.564\bar{a}^7 + 255.078\bar{a}^8 - 243.972\bar{a}^9 + 132.878\bar{a}^{10}).$$

Annexe C. Indicateur de Cornwell

Cornwell *et al.* [66] ont proposé une démarche de détection et de localisation d'endommagement basée sur le changement de l'énergie potentielle de déformation avant et après endommagement dont la procédure et la suivante

Formulation de la théorie

Considérons une poutre de type Bernoulli-Euler, élastique et linéaire, divisée par NE éléments et N nœuds sur sa longueur.

L'énergie de déformation s'écrit

$$U = \frac{1}{2} \int_0^L EI(x) \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} \right)^2 dx \quad (C.1)$$

où v est le déplacement vertical, EI la rigidité en flexion et L la longueur de la poutre.

Si le $\phi_i(x)$ mode propre est considéré, les expressions des énergies de déformation de la poutre et de l'élément j s'écrivent respectivement pour ce mode

$$U_i = \frac{1}{2} \int_0^L EI(x) \left(\frac{\partial^2 \phi_i(x)}{\partial x^2} \right)^2 dx \quad (C.2)$$

$$U_{ij} = \frac{1}{2} \int_{a_j}^{a_{j+1}} EI_j(x) \left(\frac{\partial^2 \phi_i(x)}{\partial x^2} \right)^2 dx \quad (C.3)$$

où $EI(x)$ et $EI_j(x)$ sont respectivement les rigidités en flexion de la poutre et de l'élément, a_j et a_{j+1} étant les nœuds définissant l'élément j .

En considérant l'énergie de déformation de chaque élément et l'énergie de déformation totale de la poutre, pour un mode propre donné, la fraction d'énergie de déformation FU_{ij} s'écrit

$$FU_{ij} = \frac{U_{ij}}{U_i} \quad (C.4)$$

Des expressions identiques peuvent s'écrire pour le cas endommagé

$$U_i^* = \frac{1}{2} \int_0^L EI^*(x) \left(\frac{\partial^2 \phi_i^*(x)}{\partial x^2} \right)^2 dx \quad (C.5)$$

$$U_{ij}^* = \frac{1}{2} \int_{a_j}^{a_{j+1}} EI_j^*(x) \left(\frac{\partial^2 \phi_i^*(x)}{\partial x^2} \right)^2 dx \quad (C.6)$$

$$FU_{ij}^* = \frac{U_{ij}^*}{U_i^*} \quad (C.7)$$

Pour un maillage assez fin, la rigidité de flexion pour la $j^{\text{ème}}$ élément fini, EI_j est approximativement constante et l'expression de l'énergie de déformation modale pour le mode $i^{\text{ème}}$ s'écrit

$$U_i = \frac{1}{2} \widehat{EI} \int_0^L \left(\frac{\partial^2 \phi_i(x)}{\partial x^2} \right)^2 dx = \widehat{EI} \eta_i \quad (\text{C.8})$$

$$U_{ij} = \frac{1}{2} \widehat{EI}_j \int_{a_j}^{a_{j+1}} \left(\frac{\partial^2 \phi_i(x)}{\partial x^2} \right)^2 dx = \widehat{EI}_j \eta_{ij} \quad (\text{C.9})$$

$$U_i^* = \frac{1}{2} \widehat{EI}^* \int_0^L \left(\frac{\partial^2 \phi_i^*(x)}{\partial x^2} \right)^2 dx = \widehat{EI}^* \eta_i^* \quad (\text{C.10})$$

$$U_{ij}^* = \frac{1}{2} \widehat{EI}_j^* \int_{a_j}^{a_{j+1}} \left(\frac{\partial^2 \phi_i^*(x)}{\partial x^2} \right)^2 dx = \widehat{EI}_j^* \eta_{ij}^* \quad (\text{C.11})$$

car EI sont constants et $\left(\frac{\partial^2 \phi_i(x)}{\partial x^2} \right)^2$ est non négatif et intégrable.

Dans le cas de faibles endommagements, la fraction d'énergie de déformation pour le cas endommagé FU_{ij}^* est du même ordre que celle du cas non endommagé

$$FU_{ij}^* \approx FU_{ij} \quad (\text{C.16})$$

En remplaçant, les expressions de FU_{ij} et FU_{ij}^* , il vient

$$1 = \frac{U_{ij}^*/U_i^*}{U_{ij}/U_i} = \frac{\widehat{EI}_j^* \eta_{ij}^* / \widehat{EI}^* \eta_i^*}{\widehat{EI}_j \eta_{ij} / \widehat{EI} \eta_i} \quad (\text{C.13})$$

Supposons que l'endommagement soit faible, c'est-à-dire $\widehat{EI}^* \approx \widehat{EI}$, il vient

$$\frac{\widehat{EI}_j}{\widehat{EI}_j^*} = \frac{\eta_{ij}^* / \eta_i^*}{\eta_{ij} / \eta_i} \quad (\text{C.14})$$

où le membre droit de l'expression précédente est indépendant du mode propre : en calculant la valeur moyenne pour le nombre de modes choisis, l'expression (C.14) devient

$$ZU_j = \frac{\widehat{EI}_j}{\widehat{EI}_j^*} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{\eta_{ij}^* / \eta_i^*}{\eta_{ij} / \eta_i} \quad (\text{C.15})$$

ZU_j est l'indicateur d'endommagement de l'élément j . Pour avoir des valeurs plus représentatives et être capable de les comparer, cet indicateur d'endommagement est normalisé

$$\beta_j = \frac{ZU_j - \overline{ZU}}{\sigma_{ZU}} \quad (\text{C.16})$$

où $\overline{ZU} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n ZU_i$: valeur moyenne de ZU .

et $\sigma_{ZU} = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (ZU_i - \overline{ZU})^2}$: l'écart type de ZU .

Résumé

L'objectif principal de cette thèse est l'identification d'endommagements dans les structures à l'aide des techniques qui exploitent des mesures vibratoires, afin d'évaluer la durée de vie des structures et réduire leurs coûts d'entretien. Nous avons présenté une nouvelle méthodologie d'identification d'endommagements dans les structures à deux et trois dimensions. La méthode des éléments finis (MEF) est utilisée pour construire les modèles des structures intactes et endommagées.

L'identification des endommagements est formulée comme un problème d'optimisation utilisant les algorithmes génétiques et les variations des fréquences naturelles. La méthode proposée est ensuite appliquée pour identifier certains éléments supprimés de la structure. Les résultats obtenus en utilisant la MEF sont validés en utilisant un test de référence expérimental d'une structure portique à 3D avec huit étages. Les résultats montrent que la technique proposée donne une bonne identification d'endommagements par rapport à la littérature. De plus, aucune erreur n'est enregistrée dans la prédiction de la localisation des endommagements.

Nous avons proposé un indicateur de Cornwell modifié (ICM) plus robuste que l'indicateur standard de Cornwell (IC) pour la détection d'endommagements. En outre, pour la quantification des endommagements détectés et localisés, nous avons combiné l'ICM avec l'algorithme génétique (AG). Dans cette combinaison, les indicateurs d'endommagements (ICM) sont utilisés comme une fonction objective. Les résultats de l'analyse montrent que la technique proposée pour la quantification des endommagements est plus robuste comparativement à d'autres techniques utilisées dans la littérature.

Mots-clés : Analyse vibratoire, Détection d'endommagements, localisation d'endommagements, Quantification d'endommagement, Structures à 2D et 3D, MEF et Algorithme génétique.

Abstract

The main purpose of this thesis is the damage identification of structures using modal analysis, in order to assess the life of structures and reduce their maintenance costs. Moreover, a new methodology for damage detection, localization and quantification in 2D and 3D structures. The Finite Element Method (FEM) is used to build a model of healthy and damaged structures.

Damage identification is provided as an optimization problem using Genetic Algorithms (GA) and changes in natural frequencies as the first stage. The proposed method was applied to identify the damaged elements from the structure. The obtained results using the FEM are validated using an experimental reference test of a 3D structure with eight floors. The results show that the proposed methodology is more accurate for damage identification compared to the literature. In addition, a small error was mentioned when we compare real and predicted damage.

In the second stage, a proposed robust indicator namely modified Cornwell Indicator (MCI) for damage identification compared with the existing one proposed by Cornwell. Furthermore, the MCI is combined with the GA to quantify the damaged elements correctly. The objective function used in GA based on the proposed indicator (MCI). The obtained results show that the proposed approach is more accurate compared with literature based on the quantification of damaged structures.

Keywords: Vibration analysis, Damage detection, damage localization, Damage quantification, 2d and 3d structures, FEM and Genetic Algorithm.