

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE
LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE
UNIVERSITE MOULOD MAMMERI DE TIZI OUZOU
FACULTE DE GENIE ELECTRIQUE ET D'INFORMATIQUE
DEPARTEMENT D'ELECTROTECHNIQUE



MEMOIRE

DE FIN D'ETUDES EN VUE DE L'OBTENTION DU DIPLOME
DE MASTER ACADEMIQUE EN ELECTROTECHNIQUE

OPTION :

MACHINES ELECTRIQUES

Thème

Modélisation thermique d'un
moteur asynchrone

Proposé et dirigé par :

Mr : KHALDI RABAH

Réalisé par :

Mr : ABED MOH AKLI

M^{elle} : REBHI WAHIBA

Promotion 2013

Résumé :

Notre travail concerne l'étude du comportement thermique d'un moteur asynchrone à cage de faible puissance (2.2kW), totalement fermé auto-ventilé (TEFC : Totally enclosed fan cooled) en utilisant l'approche expérimentale pour différents régimes de fonctionnement du moteur (sans charge, demi-charge et charge nominale). L'objectif assigné est de donner la distribution de température c'est-à-dire, une carte thermique dans le moteur en utilisant plusieurs thermocouples placés dans des endroits stratégiques et puis en essayant une nouvelle méthode à savoir l'utilisation d'une caméra thermique.

Les résultats expérimentaux obtenus montrent que les têtes de bobine côté non ventilé sont les plus sensibles aux élévations de température. Ceci n'est pas concordant avec les résultats publiés dans la littérature spécialisée qui considère le rotor comme étant la partie la plus chaude du moteur « hot spot ». Cette anomalie a été interprétée par le trou percé dans le flasque qui a complètement altéré la carte thermique du moteur.

la nouvelle technique de mesure de température (la caméra thermique) qu'on a expérimentée dans ce mémoire ne permet pas de donner des informations sur la répartition des températures à l'intérieure du moteur ce qui limite considérablement l'intérêt de son utilisation dans l'étude thermique des machines électriques laissant encore le champ ouvert à d'autres investigations surtout pour la distribution de la température au rotor qui représente le point le plus chaud de la machine.

Mots clés :

Le moteur asynchrone, l'expérimental, la caméra thermique, les thermocouples, la chaleur.

Remerciements

Avec l'aide de Dieu tout puissant, on a pu accomplir ce modeste travail.

Les travaux qui font l'objet de ce mémoire ont été réalisés sous la direction de notre promoteur Monsieur Khaldi Rabah .

Nous tenons à lui exprimer particulièrement notre gratitude, c'est bien lui qui a dirigé ce mémoire avec une disponibilité de tous les instants ; il a guidé nos travaux avec patience et sérieux tout le long de la préparation de ce mémoire.

Nous tenons à remercier également Monsieur S. Haddad pour l'honneur qu'il nous a fait en présidant le jury.

Nous exprimons aussi nos plus vifs remerciements à Messieurs les membres du Jury.

Enfin, nos remerciements vont aussi à tous ceux qui nous ont aidés de près ou de loin à l'achèvement de ce travail.

Dédicace

Je dédie ce modeste travail à :

- *A mes très chers parent mon père et ma mère qui mon soutenus
durant tous mon parcours.*
- *A mes frères Salah et Samir.*
- *A ma sœur Nacera.*
- *A toute la famille Abed sans exception*
- *A tous les étudiants de la promotion LMD 2013.*
- *A ma chère amie et binôme Wahiba.*

Moh Akli

Dédicaces

Je dédie ce modeste travail à :

- *Ma très chère mère pour sa générosité et sa disponibilité.*
- *Mon père.*
- *Mes frères pour leurs soutiens inconditionnels et permanents : Mohand, Mhiddine, Lyes et Farid.*
- *Mes sœurs : Farida et aldjia et leurs maris Moh et Abdenour.*
- *Mes adorables neveux : Rayane, Walid, Ghiles.*
- *Mes nièces : Mélissa, Lyna et Joujou.*
- *A toutes mes amis(es) particulièrement : Célia, Djamila, Dahbia et Mina.*
- *A mon binôme Lhadi et à toute sa famille.*

Wahiba

Sommaire

Introduction générale.....	1
-----------------------------------	----------

Chapitre I :

Les pertes dans un moteur asynchrone à cage

I.1. Introduction.....	3
I.2. Les pertes dans le circuit électrique	3
I.3. Les pertes dans le circuit magnétique	4
I.3.1 Perte par hystérésis	4
I.3.2 Perte par courant de Foucault	5
I.4. Pertes mécaniques	6
I.4.1 Les pertes par frottements dans les roulements	6
I.4.2 Les pertes par ventilation	7
I.5. Les pertes supplémentaires dans le circuit électrique	7
I.6. Conclusion	9

Chapitre II

Modes de transfert de chaleur et méthode d'études thermique des machines asynchrones

II.1. Introduction	10
II.2. Transfert de chaleur par conduction	11
II.2.1 La conductivité thermique	12
II.2.2 Résistance thermique	12
II.3. Transfert de chaleur par convection	15
II.4. Transfert de chaleur par rayonnement	16
II.5. Application a la machine étudiée.....	17
II.6. Les méthodes d'études thermiques.....	20
II.6.1 Méthode nodale	20

II.6.2 Méthode des éléments finis	20
II.7. Conclusion	20

Chapitre III

Modèles thermique d'un moteur asynchrone :

III.1. Introduction	21
III.2. La modélisation thermique par la méthode nodale	21
III.2.1 Principe de la méthode nodale	22
III.2.2 Description du modèle nodale	22
III.2.3 Mises en équations du modèle nodale	25
III.2.4 La résolution du système d'équations	26
III.2.4.1 Les équations du modèle nodale en régime permanent	26
III.2.4.1.1 Détermination des conductances thermiques	26
III.2.4.1.2 Détermination des pertes	26
III.2.4.1.3 Détermination des températures	27
III.2.4.2 Les équations du modèle nodale en régime transitoire	28
III.2.4.3 Simulation et résultats sur ordinateur	29
III.3 La modélisation thermique par la méthode des éléments fini	32
III.3.1 Présentation de logiciel FEMM	32
III.3.2 Structure étudiée et hypothèses de travail	32
III.3.3 Evaluation des paramètres thermophysique	33
III.3.3.1 Conductivité thermique	33
III.3.3.2 Les densités des pertes générées	34
III.3.4 Le maillage	34
III.3.5 Les conditions aux limites	35
III.3.6 Répartition de la température dans l'essai en charge nominale sous FEMM	36

III.3.7 Température en fonction de la distance au centre en °C (en charge nominale)	36
III.3.8 Répartition de la température dans l'essai à 80% du couple nominale sous FEMM	37
III.3.9 Température en fonction de distance au centre à 80% du C_n	37
III.3.10 Répartition de la température dans l'essai à 50% du C_n sous FEMM.....	38
III.3.11 Température en fonction de distance au centre à 50% du C_n	38
III.3.12 Répartition de la température dans l'essai à vide sous FEMM	39
III.3.13 Température en fonction de distance au centre à vide	39
III.4 Conclusion.....	40

Chapitre IV

Résultats et validation expérimentale

IV.1 Introduction	41
IV.2 Mesure de température par la méthode traditionnelle (avec contact)	41
IV.2.1 Les thermocouples	41
IV.2.1.1 Avantage et inconvénient de thermocouple	41
IV.2.1.2 Etalonnage des thermocouples.....	42
IV.2.2 Description de l'enregistreur de température	43
IV.2.3 Présentation de la machine asynchrone a étudié	43
IV.2.4 Description du banc d'essai	43
IV.2.5 L'emplacement des capteurs dans la machine asynchrone.....	45
IV.2.6 Les différents essais expérimentaux effectués sur le moteur	45
IV.2.7 Présentation des résultats des différents essais effectués.....	46
IV.2.7.1 Essai à vide avec une alimentation sinusoïdale	46

IV.2.7.2 Essai à 50% de Cn.....	48
IV.2.7.3 Essai à 80% de Cn.....	50
IV.2.7.4 Essai en charge nominale avec une alimentation sinusoïdale.....	52
IV.2.8 Interprétation des résultats	53
IV.3 Mesure de température par la méthode sans contact.....	54
IV.3.1 Principe de fonctionnement de pyromètre infrarouge.....	55
IV.3.2 Avantages et inconvénients de pyromètre infrarouge.....	55
IV.3.3 Présentation des résultats des différents essais effectués.....	56
IV.4 Comparaison des températures mesurées et simulées par les deux modèles.....	58
IV.5 Analyse des résultats obtenus par les deux modèles présentés.....	65
IV.6 Conclusion	66
Conclusion générale	67
Références bibliographiques	68
<u>Annexe A</u> : Propriétés physiques des principaux matériaux utilisés en construction	
Electrique	73
<u>Annexe B</u> : Caractéristiques de la machine étudiée.....	74
<u>Annexe C</u> : Calcul des paramètres de la machine étudiée.....	77

Listes des figures

Figure I.1 Cycle d’hystérésis d’un matériau magnétique.....	5
Figure I.2 Courant de Foucault dans le matériau magnétique.....	6
Figure I.3 Différentes pertes dans une machine asynchrone.....	8
Figure II.1 Elément simple d’un circuit thermique	13
Figure II.2 Conduction à travers un élément composé.....	14
Figure II.3 Transfert de chaleur par convection entre un corps solide et un fluide.....	15
Figure II.4 Sources de chaleur d’une machine asynchrone.....	18
Figure II.5 Carte des échanges thermiques dans une machine fermée et auto-ventilée...	19
Figure III.1 Volume élémentaire V_i (nœud i) d’un modèle nodale	22
Figure III.2 Découpage à 5 corps du moteur asynchrone	23
Figure III.3 Schéma du modèle nodale de moteur asynchrone.....	24
Figure III.4 Températures simulées dans les différentes parties de la machine en régime transitoire.....	31
Figure III.5 Structure de la machine étudiée	33
Figure III.6 La structure maillée du modèle de la machine étudiée.....	35
Figure III.7 Répartition de la température de l’essai en charge nominale sous FEMM.....	36
Figure III.8 Température en fonction de la distance au centre du moteur en charge nominale.....	36
Figure III.9 Température en fonction de distance au centre du moteur à 80% du C_n	37
Figure III.10 Température en fonction de la distance au centre du moteu à 80% du C_n	37
Figure III.11 Répartition de la température de l’essai à 50% du C_n sous FEMM.....	38
Figure III.12 Température en fonction de la distance au centre à 50% du C_n	38
Figure III.13 Répartition de la température de l’essai à vide sous FEMM	39
Figure III.14 Température en fonction de la distance au centre du moteur à vide.....	39
Figure IV.1 Principe d'une réalisation d'un thermocouple	42
Figure IV.2 Photographie de banc d’essai	44
Figure IV.3 Position des capteurs (thermocouples) dans la machine.....	45

Figure IV.4 Schéma du montage de l'essai à vide	46
Figure IV.5 courbe d'échauffement et refroidissement lors de l'essai à vide.....	46
Figure IV.6 Emplacement des thermocouples et indications des températures dans l'essai à vide en régime établi	47
Figure IV.7 Schéma du montage en charge	48
Figure IV.8 courbe d'échauffement et refroidissement à 50% du C_n	49
Figure IV.9 Emplacement des thermocouples et indications des températures dans l'essai à 50% de la charge nominale	49
Figure IV.10 courbe d'échauffement et refroidissement à 80% de la charge nominale	50
Figure IV.11 Emplacement des thermocouples et indications des températures dans l'essai à 80% de la charge nominale	51
Figure IV.12 courbe d'échauffement et refroidissement lors de l'essai en charge nominale	52
Figure IV.13 Emplacement des thermocouples et indications des températures dans l'essai en charge nominale en régime établi.....	52
Figure IV.14 Camera thermique.....	55
Figure IV.15 moteur asynchrone avec un trou sur la flasque.....	56
Figure IV.16 la répartition de la température sur la carcasse en charge nominale.....	57
Figure IV.17 la répartition de la température sur les têtes de bobines en charge nominale	57
Figure IV.18 la température sur le rotor en charge nominale	58
Figure IV.19 Températures mesurée (par thermocouples) et simulées (par modèle nodale) dans les différentes parties de la machine en charge nominale.....	63
Figure IV.20 Températures mesurée (par thermocouples) et simulées dans les différentes parties de la machine à 80% du couple nominale	64
Figure IV.21 Températures mesurée (par thermocouples) et simulées dans les différentes parties de la machine à 50% du couple nominale	65
Figure IV.22 Températures mesurée (par thermocouples) et simulées dans les différentes parties de la machine à vide	66

Liste des tableaux

Tableau III.1 Analogie thermoélectrique	21
Tableau III.2 température simulées dans les différentes parties de la machine en régime permanent	30
Tableau III.3 Conductivité thermique du modèle présenté	34
Tableau IV.1 Différentes mesures de l'essai à vide	48
Tableau IV.2 Différentes mesures de l'essai à 50% de la charge nominale	50
Tableau IV.3 Différentes mesures de l'essai à 80% de la charge nominale	51
Tableau IV.4 Différentes mesures de l'essai en charge nominale	53
Tableau IV.5 Comparaison des températures mesurées et simulées par les deux modèles présentés pour le régime de fonctionnement nominale	59
Tableaux IV.6 Comparaison des températures mesurées et simulées par les deux modèles présentés à 80% du C_n	60
Tableaux IV.7 Comparaison des températures mesurées et simulées par les deux modèles à 50% du C_n	60
Tableaux IV.8 Comparaison des températures mesurées et simulées par les deux modèles à vide.....	61

Introduction générale

La croissante utilisation de la machine asynchrone à cage d'écureuil, essentiellement due à sa simplicité de construction, son faible coût d'achat et de fabrication, sa robustesse mécanique ou encore sa quasi-absence d'entretien, est telle que nous la trouvons maintenant dans tous les domaines industriels et en particulier dans les secteurs de pointe comme l'aéronautique, le nucléaire, la chimie ou encore les transports ferroviaires. Il est évident que cela conduise à porter une attention de plus en plus particulière quant à leur fonctionnement et leur disponibilité.

Dans un moteur asynchrone, la transformation de l'énergie électrique en énergie mécanique s'accompagne de différentes pertes (mécanique, joule et fer) qui sont localisées dans les parties massives de la machine :

- Les pertes joules sont présentes au niveau des enroulements statoriques et de la cage rotorique.
- Les circuits magnétiques rotoriques et statoriques sont le siège de pertes fer.
- Les pertes mécaniques sont dues au frottement dans les paliers, au frottement de l'air dans l'entrefer (pertes aérodynamiques) et à la ventilation, car il faut prélever de la puissance mécanique pour entraîner le ventilateur monté en bout d'arbre.

Les pertes dans la machine asynchrone constituent les sources de chaleur du problème thermique [1].

L'élévation de la température a pour conséquence d'accélérer le vieillissement de certaines parties de la machine sensibles à la température. Au-delà d'une température critique, une augmentation de la température de 6 à 10 °C peut réduire de moitié la durée de vie d'une machine électrique. Une température élevée maintenue prolongée endommage le système d'isolation des enroulements. De plus, le point chaud est généralement atteint dans le bobinage ce qui accroît la défaillance des isolants électriques. Par conséquent, il est nécessaire de mettre en place des modèles décrivant finement le comportement thermique dans la machine. L'objectif est ensuite d'intégrer ces modèles dans des outils de conception des machines électriques et tenir compte du niveau d'échauffement de la machine.

Le thème principal de notre travail est de développer deux modèles thermiques décrivant les comportements thermiques du moteur asynchrone. Dont le premier, est basé sur la méthode d'analyse nodale et le deuxième, est basé sur la méthode des éléments finis (réalisé en exploitant le logiciel FEMM).

Pour ce faire, le plan de notre travail est décomposé en quatre chapitres :

Le premier chapitre est consacré à l'analyse des différentes pertes existantes dans la machine asynchrone à cage.

Dans le deuxième chapitre, nous présentons les différents modes de transfert de chaleur dans le moteur asynchrone et les méthodes d'étude thermique de ce dernier.

Dans le troisième chapitre, nous présentons les deux modèles thermiques, modèle nodale qui est basé sur la méthode d'analyse nodale et le modèle numérique qui est basé sur la méthode des éléments finis.

Enfin le quatrième chapitre est consacré à la mesure expérimentale de la température en différent points d'un moteur asynchrone à cage suivi par la validation des modèles thermiques.

Nous terminons par une conclusion générale.

Chapitre I

Pertes dans un moteur asynchrone à cage

I.1 Introduction :

La transformation de l'énergie électrique en énergie mécanique et vice-versa, au moyen d'une machine électrique tournante, s'accompagne toujours de pertes de puissance. Ces pertes se produisent dans la machine elle-même, et donnent lieu à un échauffement des différentes parties, et à une diminution du rendement de la machine.

L'étude de ces pertes de puissance est d'un grand intérêt, dans la mesure où elle nous permet d'obtenir un rendement maximal et une meilleure fiabilité.

Les pertes dans les machines électriques sont nombreuses et d'origines différentes. Elles peuvent être regroupées en quatre grandes catégories [2] :

- ❖ Pertes dans le circuit électrique.
- ❖ Pertes dans le circuit magnétique.
- ❖ Pertes mécanique.
- ❖ Pertes supplémentaires.

Dans ce qui suit, nous allons définir toutes les pertes dans le moteur asynchrone à cage.

I.2 Les pertes dans le circuit électrique :

Ce sont les pertes par effet joule induites dans les parties conductrices de la machine parcourues par des courants. Ces pertes sont localisées dans les enroulements d'excitation du stator, et dans la cage d'écureuil du rotor [3].

Tout conducteur de résistance R parcouru par un courant électrique de valeur efficace I est l'objet de pertes par effet joule qui valent (en W) :

$$P_j = RI^2 \quad (\text{I.1})$$

Avec :

R : Résistance du conducteur [Ω].

I : courant traversant le conducteur [A].

La résistance R dépend de la température selon la loi [4]:

$$R = R_0 (1 + \alpha (T - T_0)) \quad (\text{I.2})$$

Avec :

R_0 : Résistance à la température de référence T_0 [Ω]

T : Température de conducteur [$^{\circ}\text{C}$]

α : Coefficient caractéristique du matériau, $\alpha = 0.00427$ dans le cas du cuivre.

I.3 Les pertes dans le circuit magnétique :

Elles sont appelées aussi pertes dans le fer du fait que les matériaux utilisés par ce circuit sont, habituellement, à base de fer [5]. Elles représentent l'énergie consommée à cause de la présence du champ magnétique variable dans le circuit magnétique [6]. Ces pertes ne dépendent que de la tension d'alimentation U et la fréquence f . pour une fréquence constante on peut les considérer comme proportionnelles au carré de la tension d'alimentation, indépendantes des courants. Elles représentent une part élevée des pertes totale car elles sont présentes dès lors que le moteur est sous tension [7], leur minimisation exige une bonne connaissance des mécanismes physiques responsables de la magnétisation du matériau et de la dissipation d'énergie associée [8].

Les pertes fer sont le résultat de deux phénomènes physique : les pertes par hystérésis et les pertes par courant de Foucault.

I.3.1 Pertes par hystérésis :

Ces pertes proviennent d'un phénomène d'hystérésis du champ magnétique du matériau utilisé. En effet, l'état de ce dernier dépend non seulement de la sollicitation présente (magnétisation ou démagnétisation du matériau) mais aussi de l'état précédent du champ magnétique [9,10]. Elles apparues par l'utilisation des matériaux magnétique dans les machines électriques qui sont proportionnelles à la caractéristique d'hystérésis du matériau [11]. Ces pertes dépendent de la nature du matériau, de son volume, de son champ magnétique B et de la fréquence f .

Les pertes par hystérésis pour un volume V de matériau soumis localement aux champs H et B peuvent se mettre sous la forme :

$$P_h = K_h \cdot f \cdot B_{max}^2 \quad (\text{I.3})$$

Avec :

P_h : pertes par hystérésis [W/Kg]

K_h : coefficient de Steinmetz ($h = 120$ à 380)

f : fréquence [Hz]

B_{max} : induction maximale [T]

Lorsqu'on fait circuler régulièrement le champ magnétisant entre deux limites fixes, on constate qu'après une dizaine de cycles, l'induction finit par évoluer, elle aussi entre deux limites stables. L'ensemble décrit une courbe fermée appelée : **Cycle d'hystérésis**.

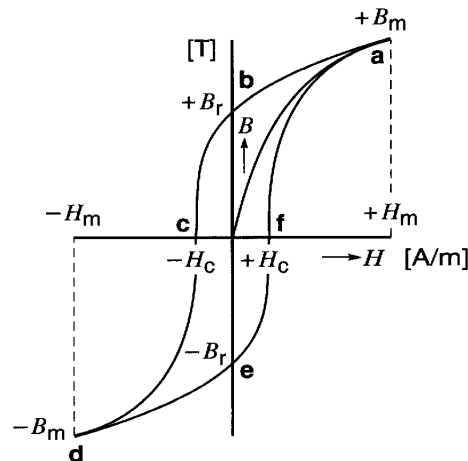


Fig. I.1 Cycle d'hystérésis d'un matériau magnétique [8]

A chaque cycle complet d'hystérésis, des pertes apparaissent. Les pertes sont dues aux frottements des domaines magnétiques durant le changement de sens sous l'effet d'un champ magnétique extérieur [12]. Ces pertes se transforment en chaleurs dans le fer ce qui augmente la température de la machine.

I.3.2 Pertes par courant de Foucault :

Les Pertes par courants de Foucault correspondent aux pertes ohmiques issues des courants induits dans les matériaux ferromagnétiques. Ces courants ont pour origine les variations cycliques du champ magnétique dans le fer (fig I.2). Pour une masse donnée elles sont proportionnelles au carré de l'induction, de la fréquence ainsi que de l'épaisseur des tôles qui forment le circuit magnétique statorique [13].

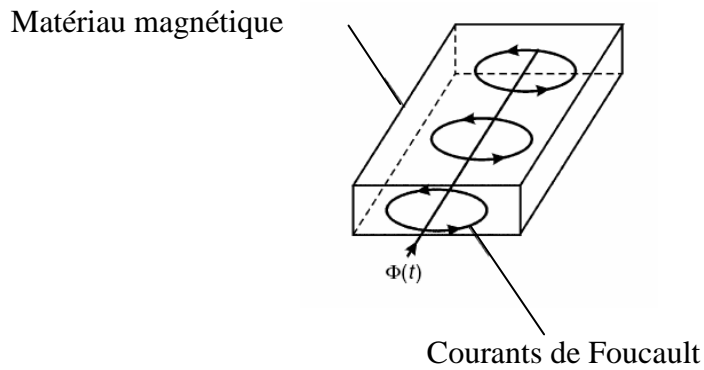


Fig. I.2 Courant de Foucault dans le matériau magnétique [14].

Ces pertes dépendent de l'amplitude de l'induction, de la fréquence (f), et de la résistivité interne du matériau magnétique (ρ). Les pertes par courant de Foucault se calculent de la manière suivant [15] :

$$P_f = K_f \cdot \frac{f^2 \cdot B^2}{\rho} \quad (I.4)$$

K_f : est un coefficient de pertes par courant de Foucault.

I.4 Pertes mécaniques :

Les pertes mécaniques sont de multiples origines, et prennent en compte tous les frottements dus à la rotation de la partie tournante de la machine, que ce soit des frottements entre solides ou entre solides et fluides [16]. On trouve essentiellement :

I.4.1 Les pertes par frottement dans les roulements :

Ces pertes sont dues au contact des corps roulants, aux mouvements du lubrifiant et du fluide, et des joints intégrés aux roulements. Ces frottements dépendent de nombreux facteurs à savoir : la charge appliquée sur le roulement, type de lubrification (graisse, barbotage ou injection d'huile), viscosité et type de géométrie du roulement [17].

I.4.2 Les pertes par ventilation :

On appelle pertes par ventilation la puissance absorbée par le ventilateur monté en bout d'arbre de la machine qui est utilisé pour le refroidissement de la machine.

I.5. Les pertes supplémentaires:

Ce sont des pertes dues à tous les phénomènes secondaires :

- conducteurs :
 - ✓ par effet de peau
 - ✓ flux de fuites d'encoches et des têtes de bobines
 - ✓ harmoniques d'espace dues aux discontinuités géométriques ($Z_{1,2}, m_{1,2} : fini$)
 - ✓ inclinaison d'encoches et le contact entre les barres et la tôle (courant inter-barres)
- tôle :
 - ✓ par effet pelliculaire aux fréquences élevées (harmoniques de dentures)
 - ✓ par effet d'extrémités dues aux flux de fuites des têtes de bobines
 - ✓ par discontinuités géométriques (présences des encoches) (pulsation de flux et différentiel d'encoche (zigzag))
 - ✓ harmonique de temps si l'alimentation n'est pas sinusoïdale

L'estimation et la détermination expérimentale des pertes supplémentaires en charge est l'un des problèmes les plus aigus dans la caractérisation des pertes du moteur asynchrone. Elles peuvent être définies comme la différence entre les pertes totales en charge de la machine et les pertes déterminées par la méthode de séparation des pertes.

$$P_{supp} = P_{tot} - (P_f + P_{mec} + P_{js} + P_{jr}) \quad (I.5)$$

Avec :

P_{supp} : Pertes supplémentaire [w] ;

P_{tot} : Pertes totales en charge [w] ;

P_f : Pertes fer [w] ;

P_{mec} : Pertes mécanique [w] ;

P_{js} : Pertes Joule statorique [w] ;

P_{jr} : Pertes Joule rotoriques [w].

La figure ci-dessous illustre les différentes pertes dans un moteur asynchrone à cage.

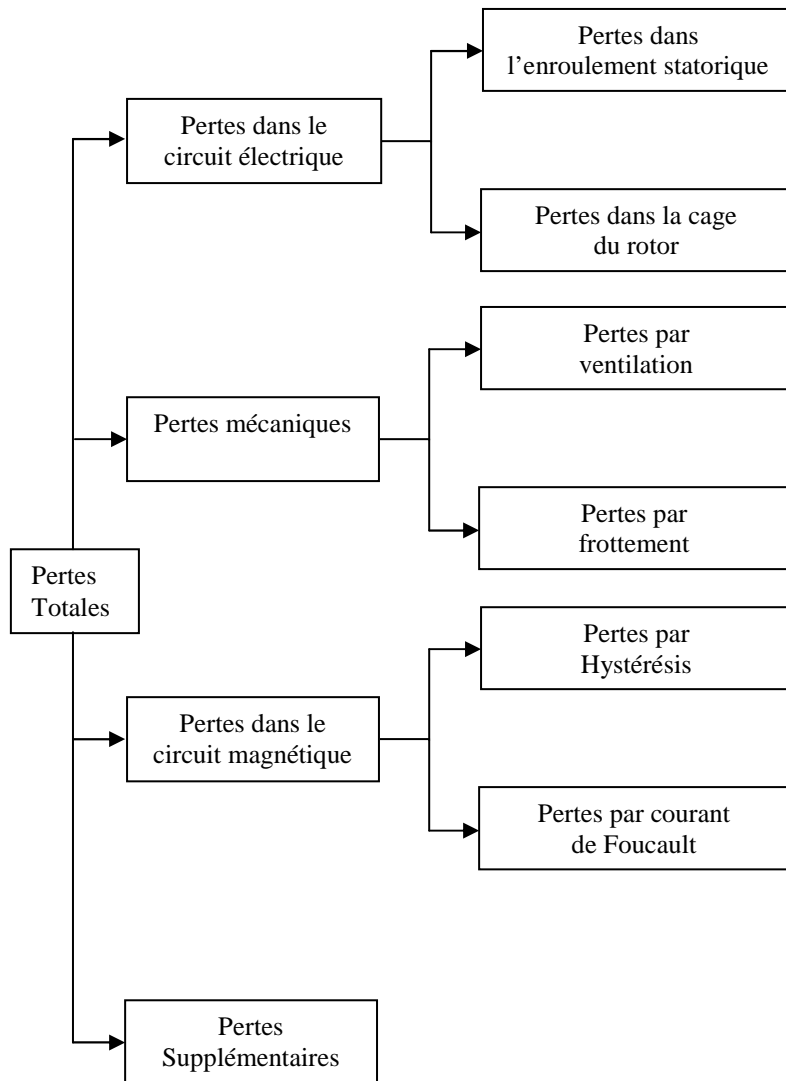


Fig. I.3 Différentes pertes dans une machine asynchrone.

I.6 Conclusion :

Dans ce chapitre on a résumé les pertes dans les différentes parties de la machine asynchrone à cage lors de son fonctionnement. Une connaissance exacte de la distribution des pertes est indispensable pour le calcul de l'élévation de la température, qui forme l'un des objets majeurs de la modélisation thermique quand va étudier dans le chapitre suivant.

Chapitre II
Modes de transfert
de chaleur et
methodes d'études thermiques des machines asynchrones

II.1 Introduction :

La conversion de l'énergie électromécanique dans les machines électriques s'accompagne de pertes (électromagnétiques et mécaniques) qui se transforment en énergie calorifique. La dissipation de ses pertes se traduit par des élévations de la température à l'intérieur des éléments constituant les machines électriques. L'évolution vers l'équilibre thermique se fait essentiellement par conduction thermique des parties actives internes vers le milieu ambiant où la chaleur est cédée par convection et rayonnement [18].

Le principe de la thermodynamique spécifie que le transfert de chaleur se fait du corps chaud vers le corps froid, ou de façons équivalentes d'une température élevée vers une température plus basse.

Le système ne sera donc pas en équilibre thermique durant le transfert.

Les moteurs électrique sont le siège de nombreuses sources de chaleur d'origines variées et de localisations diverses. La dissipation de cette production de chaleur est régie par trois modes de transmission de chaleur pour évacuer les différentes sources de chaleur (les pertes joule, les pertes fer et les pertes mécanique):

- Le transfert de chaleur par conduction dans les structures solides.
- Le transfert de chaleur par convection entre les surfaces solides de la machine et le milieu fluide dans ou autour de la machine.
- Le transfert de chaleur par rayonnement entre deux surfaces (grise, diffuse et opaque) et entre une surface et l'environnement ayant une grande dimension. [19]

dans le cas où l'un de ces trois modes est prépondérant, les effets des autres sont faibles et ils peuvent être négligés, ce qui simplifie considérablement l'analyse du problème [20,21].

Dans ce chapitre, nous commençons par donner une brève description des divers modes de transmission de la chaleur (conduction, convection et rayonnement) ainsi que les lois qui les régissent.

II.2 Transfert de chaleur par conduction :

La conduction thermique est un transfert de chaleur à travers un milieu matériel sans déplacement de la matière [22,23]. La chaleur se propage suivant des lignes de flux normales à des surfaces isothermes. La conduction est un transfert spontané d'une région de température élevée vers une région de température plus basse, et obéit à la loi établie mathématiquement par Jean-Baptiste Biot en 1804 puis expérimentalement par Fourier en 1822 [24]. Selon cette loi la densité de flux de chaleur est proportionnelle [25] :

- à l'opposé du gradient de la température ;
- à la conductivité thermique, dépendant de la température, dont l'ordre de grandeur varie suivant la nature du corps.

Le mécanisme de transfert local de chaleur est décrit par la relation de Fourier au sein d'un corps homogène et isotrope. Ainsi le flux surfacique de chaleur par transfert conductif $\vec{\phi}$ s'écrit [15] :

$$\vec{\phi} = -\lambda(T) \overrightarrow{\text{grad } T} \quad (\text{II.1})$$

Avec $\lambda(T)$, la conductivité thermique caractéristique du milieu, qui dépend de la température du corps.

Le signe moins (-) signifie ainsi que le flux de chaleur tend à équilibrer les échanges thermiques et donc à égaliser les températures. Par convention, le flux est compté positivement dans le sens d'écoulement de la chaleur [26].

Dans un milieu homogène, la densité de chaleur s'écrit [1] :

$$\phi = \frac{\lambda}{L} (T_i - T_j) \quad (\text{II.2})$$

avec :

ϕ : La densité de flux thermique [W/m^2]

λ : La conductivité thermique [$\text{W}/\text{m}^\circ\text{C}$]

T_i, T_j : Température entre deux points i et j [$^\circ\text{C}$]

L : Distance entre deux points i et j [m]

II.2.1 La conductivité thermique :

La conductivité thermique λ est une propriété liée à la structure physico-chimique de la matière dont l'ordre de grandeur dépend de l'état de matière (solide, liquide ou gaz) et de la température [27]. Elle caractérise le comportement des matériaux lors de transfert thermique par conduction. Plus la valeur de la conductivité est élevée, plus le matériau conduit la chaleur, et donc suivant les valeurs de son coefficient, les corps sont classés comme conducteurs ou isolants thermique.

La conductivité thermique des solides est généralement plus importante que celle des liquides. En ce qui concerne les gaz, elle est souvent très faible.

II.2.2 Résistance thermique :

Dans le cas des matériaux solides hétérogènes, la conductivité thermique peut être définie en utilisant la notion de résistance thermique, qui est analogue en électrocinétique à la résistance électrique [28].

Pour illustration, nous considérons un matériau de conductivité λ , d'épaisseur « e » et de section « S » dans la direction de la conduction, (fig.II.1), les faces externes étant respectivement portées au température θ_1 , θ_2 .

Pour $\theta_1 > \theta_2$, la chaleur s'écoule de la surface (1), vers la surface (2).

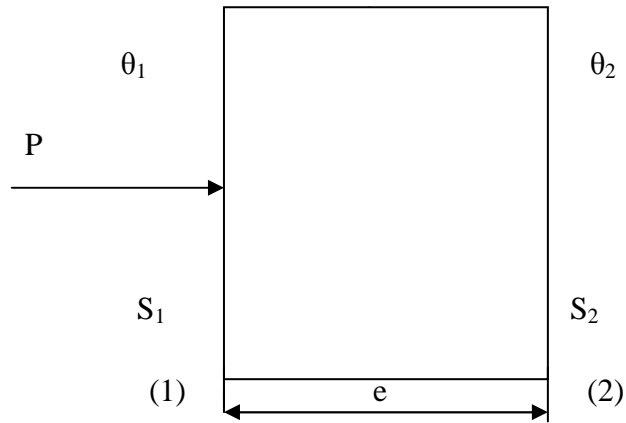


Fig.II.1 Elément simple d'un circuit thermique

Sachant que la surface (1) reçoit une puissance P en watts, alors la loi de Fourier appliquée à ce problème permet d'écrire :

$$\frac{P}{S} = \lambda \cdot \frac{\theta_1 - \theta_2}{e} \quad (\text{II.3})$$

$$P = \frac{\lambda \cdot S}{e} (\theta_1 - \theta_2) \quad (\text{II.4})$$

Qui peut se mettre sous la forme :

$$\theta_1 - \theta_2 = \frac{e}{\lambda \cdot S} \cdot P \quad (\text{II.5})$$

Par analogie avec la loi d'ohm, on déduit l'expression de la résistance thermique :

$$R = \frac{e}{\lambda \cdot S} \quad (\text{II.6})$$

Nous pouvons généraliser cette expression pour les différentes géométries en considérant une section moyenne S_{moy} . Dans ce cas la relation (II.6) s'écrit comme suit :

$$R = \frac{e}{\lambda \cdot S_{\text{moy}}} \quad (\text{II.7})$$

➤ pour un cylindre :

$$S_{\text{moy}} = \frac{S_1 - S_2}{\log\left(\frac{S_2}{S_1}\right)}$$

est la moyenne logarithmique des surfaces (1) et (2).

➤ Pour une sphère :

$S_{moy} = \sqrt{S1.S2}$ est la moyenne géométrique des surfaces interne et externe.

Si nous avons un système qui est composé de plusieurs couches (i) de milieux différents, ce système peut être représenté par la (fig II.2).

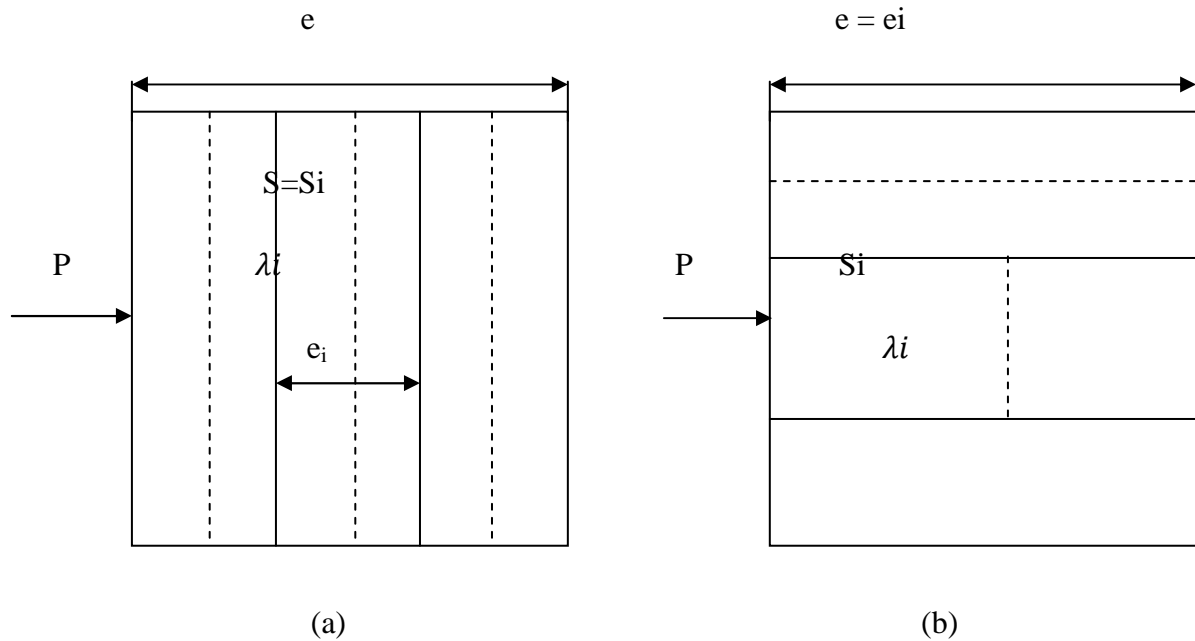


Fig.II.2 conduction à travers un élément composé

- a- association série
- b- association parallèle

Dans la (fig.II.2-a), la résistance thermique équivalente est l'association en série des résistances de chaque couche.

$$\frac{1}{\lambda_{eq}} \cdot \frac{e}{S} = \sum_i \frac{e_i}{\lambda_i \cdot S_i} \quad (II.8)$$

Dans le cas des géométries différentes, S est remplacée par S_{moy} .

Dans la (fig.II.2-b), la résistance thermique équivalente est l'association en parallèle des résistances de chaque couche.

$$\lambda e q \cdot \frac{S}{e} = \sum_i \frac{\lambda_i S_i}{e_i}$$

II.3 Transfert de chaleur par convection :

Contrairement au phénomène de transfert de chaleur par conduction, le transfert de chaleur par convection est lié à un transfert de masse [29]. Ce processus est déterminé par le mouvement de particules élémentaires d'un fluide, liquide ou gaz (figure II.3), dans les zones ayant des températures différentes ; ce mouvement entraîne un mélange intense de particules fluides qui échangent de l'énergie et de la quantité de mouvement avec la surface du solide avec laquelle il est en contact [24].

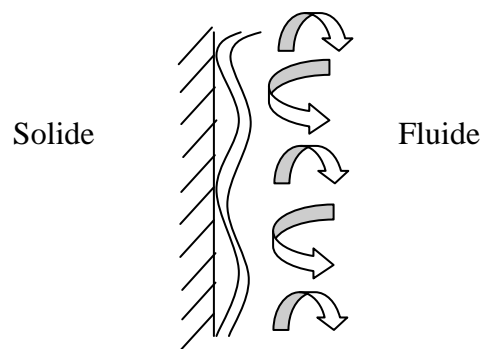


Fig.II.3 Transfert de chaleur par convection entre un corps solide et un fluide.

Deux types de convection sont généralement distingués : la convection naturelle et la convection forcée.

- La convection naturelle ou libre, les mouvements des fluides engendrant des échanges thermiques apparaissent naturellement en raison du gradient de température entre les surfaces ou au sein du fluide lui même. [30]
- la convection forcée existe lorsque le fluide est soumis à des forces externes de pression, comme celles générées par une pompe ou un ventilateur et qui provoquent des déplacements indépendamment de toute considération thermique.

La loi de Newton permet de relier la densité de flux de chaleur Q à la différence de température entre les deux milieux par la relation [31,32] :

$$Q = h (T_s - T_f) \quad (\text{II.9})$$

Avec :

h : le coefficient d'échange entre le solide et le fluide en $\text{W/m}^2\text{°C}$.

T_s : température du solide [°C].

T_f : température du fluide [°C].

Le transfert de chaleur par convection est un processus extrêmement complexe et la simplicité de la relation [II.9] ne reflète guère les difficultés inhérentes au calcul du coefficient h , qui dépend de la nature de la surface d'échange, de la nature du fluide et du mouvement relatif du fluide par rapport au solide.

II.4 Transfert de chaleur par rayonnement :

Le transfert de chaleur par rayonnement constitue une forme particulière de transfert thermique dans laquelle le porteur d'énergie n'est plus constitué par des particules, mais par des ondes électromagnétique ayant à l'origine l'agitation atomique à la surface d'un corps [33]. Dans les machines électriques, en raison de l'étroite plage de température (inférieure à 100°C), le transfert de chaleur par rayonnement n'est souvent pas un mode de transfert aussi important que le transfert de chaleur par convection ou par conduction [34].

Conformément à la loi de Stefan-Boltzmann, le flux de chaleur échangé par rayonnement entre deux corps de température T_1 et T_2 , s'écrit sous la forme [29] :

$$\frac{dQ}{dt} = \varepsilon_{12} \sigma S (T_1^4 - T_2^4) \quad (\text{II.10})$$

ε_{12} : est un nombre sans dimension appelé le facteur de forme. Il fait intervenir la géométrie considérée ainsi que les émissivités des deux corps.

σ : est la constant de Stephan-Boltzmann.

II.5 Application à la machine étudiée :

Nous ne considérons ici que le cas des machines tournantes de faibles puissances, totalement fermées et auto-ventilées. Le schéma d'une machine fermée à auto-ventilation extérieure, une machine asynchrone à cage dans notre cas, est représenté par le Fig.II.4. Le rotor entraîne également le ventilateur, monté en bout d'arbre, qui débite un flot d'air sur la surface extérieure de la carcasse. La surface d'échange avec l'environnement extérieure est justement celle de la carcasse ; cette surface est augmentée par des ailettes qui accentuent le transfert de chaleur [18].

Le transfert de chaleur entre les parties solides à l'intérieur de la machine se fait par conduction. Les isolants utilisés ainsi que les interfaces entre solides (résistances de contact) constituent autant d'obstacles à la conduction.

Le rotor tourne dans l'air interne qui sert d'intermédiaire pour le transfert de chaleur entre les différentes surfaces internes. La chaleur est véhiculée depuis les extrémités des parties solides (anneaux de court circuit, têtes de bobines, circuits magnétiques) vers les flasques.

Nous avons schématisé sur la figure II.4 la carte des sources de chaleur intervenant dans la machine considérée.

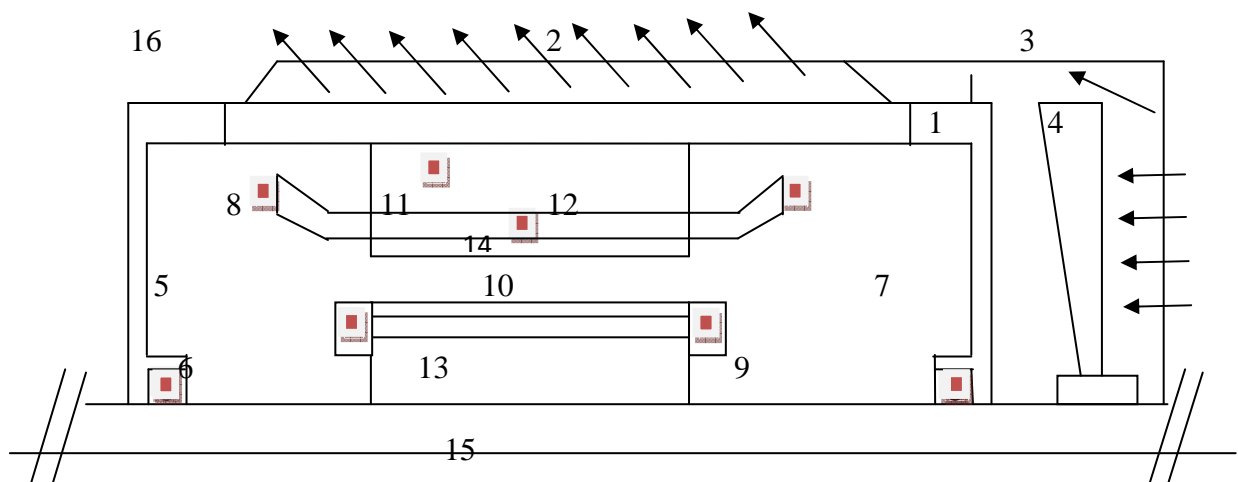

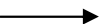


Fig.II.4 Sources de chaleur d'une machine asynchrone.

-  : Source de chaleur.
-  : Circulation de l'air.

1 : carcasse	6 : roulement	11 : fer statorique
2 : ailette	7 : air emprisonné	12 : encoche statorique
3 : cache ventilateur	8 : tête de bobine statorique	13 : fer rotorique
4 : ventilateur	9 : anneau de court circuit	14 : encoche rotorique
5 : flasque	10 : entrefer	15 : arbre
		16 : air ambiant

La carte des échanges thermiques qui découle de la figure II.4 peut être présentée comme suit :

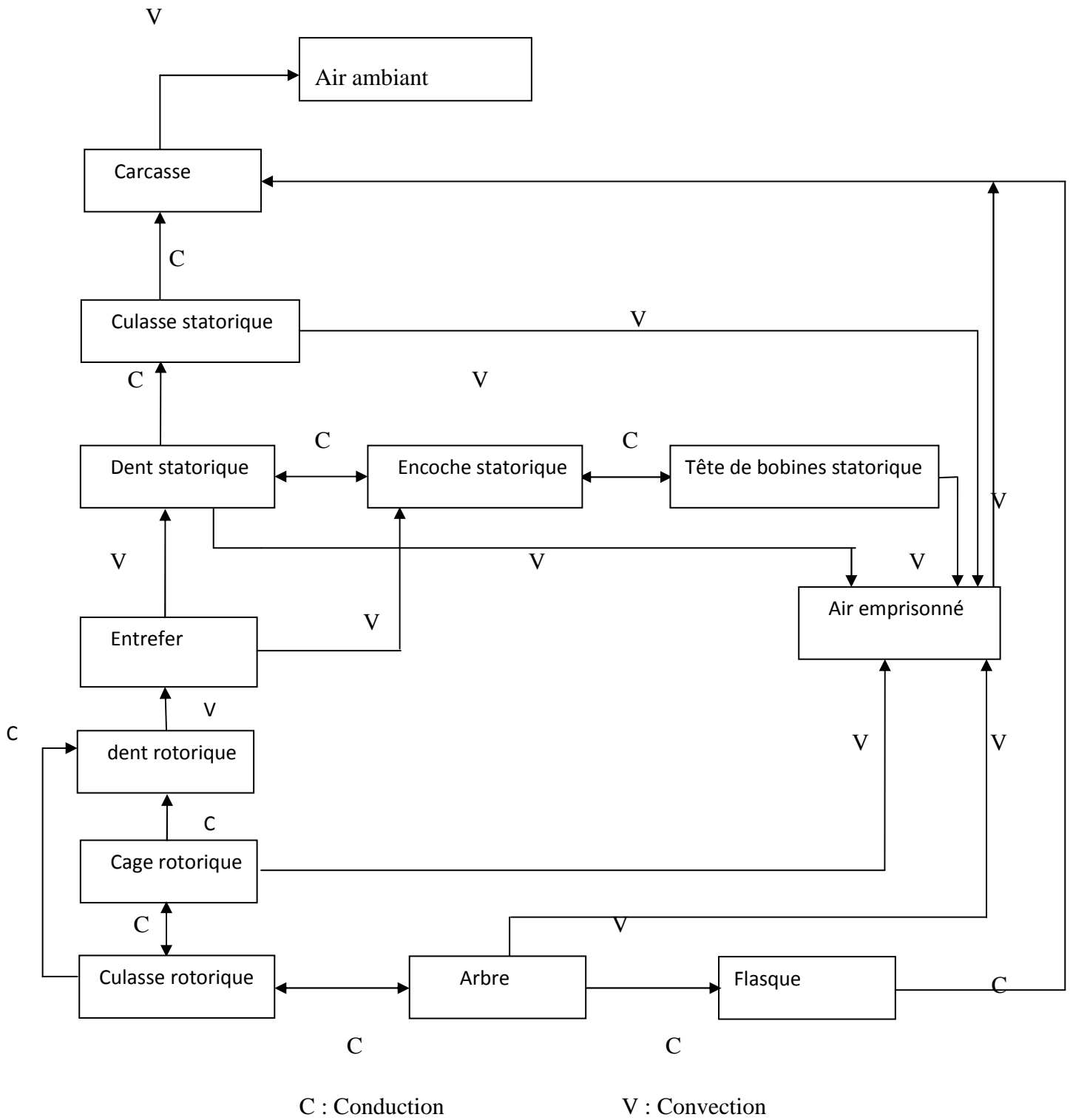


Fig.II.5 Carte des échanges thermiques dans une machine fermée et auto-ventilée.

II.6 Les méthodes d'études thermiques :

Les outils majeurs de la modélisation thermique des machines électriques utilisent principalement deux méthodes de calculs : la méthode nodale déjà ancienne et toujours d'actualité et la méthode des éléments finis [4]. Cette dernière permet d'étudier des structures plus complexes et offrent plus d'informations locales en chaque partie de la structure. La méthode nodale est aussi répandue car elle nécessite moins de temps de calcul et par conséquent l'espace mémoire des machines de calcul nécessaire est réduit.

II.6.1 Méthode nodale :

La méthode nodale est basée sur l'analogie électrique-thermique. Les transferts de chaleurs sont alors représentés sous forme d'un réseau. La tension représente la température au nœud considéré, le courant électrique est représenté par un flux thermique, la source de courant correspond à la source de chaleur (pertes électriques et magnétiques) et la capacité électrique par une capacité thermique. Elle traite des problèmes 1D, 2D et 3D et les équations utilisées peuvent être non linéaires.

II.6.2 Méthode des éléments finis :

La méthode des éléments finis permet de résoudre des problèmes d'équations aux dérivées partielles. Le principe fondamental de cette méthode réside dans le passage du milieu continu à sa représentation discrétisée. Cela revient à découper la représentation du domaine en un ensemble de sous-domaines élémentaires appelés les éléments finis [35].

II.7 Conclusion :

Malgré la diversité des situations que nous pouvons rencontrer dans le cas des machines électriques tournantes faisant intervenir un nombre importants de paramètres, nous avons pu établir dans ce chapitre une représentation des différents modes de transfert de chaleur dans la machine asynchrone étudiée tout en donnant les lois générales qui les régissent afin de pouvoir effectuer la modélisation thermique de cette machine. Une carte des échanges thermiques a été présentée.

Chapitre III

Modeles thermiques d'un moteur asynchrone à cage

III.1 Introduction :

La modélisation thermique des machines électriques est un problème crucial, le titre de ce chapitre peut laisser supposer que les mesures thermiques au sein des machines ne sont plus nécessaires étant remplacées par des modèles. Au contraire, l'élaboration des modèles thermiques passe, évidemment, par une phase d'étalonnage des paramètres du modèle et par la nécessité, de manière générale, de mesures de températures de référence. La mesure de température est donc un passage obligatoire vers la modélisation [34].

Actuellement, les modèles thermiques utilisés sont basés sur des modèles de transfert de puissance avec des paramètres fixes. Cependant, on doit passer à des modèles de transferts de chaleur avec des paramètres évolutifs mis à jour en temps réel [35]. On rencontre, à l'heure actuelle, dans la littérature, différents modèles thermiques de la machine asynchrone. Ceux-ci se distinguent par leur complexité et leur précision [36]. Nous tentons, dans ce chapitre, de regrouper les méthodes utilisées à l'heure actuelle pour obtenir un modèle thermique de la machine asynchrone :

- Utilisation de la méthode nodale afin d'obtenir un modèle thermique basé sur des calculs théoriques prenant en considération la géométrie de la machine.
- Utilisation de la méthode des éléments finis afin d'obtenir un modèle thermique basé sur un découpage (discrétisation) plus ou moins fin de la géométrie de la machine.

III.2 La Modélisation thermique par la méthode nodale :

Cette méthode de modélisation, très ancienne (1954) [37], consiste à ramener l'étude du comportement thermique à un schéma équivalent électrique en utilisant des conductances et des capacités thermiques [38]. Les pertes constituent alors les sources de courant et le potentiel aux différents nœuds donne la température. Nous rappelons sur le Tableau (III.1) l'analogie thermoélectrique.

Grandeurs thermiques	Grandeurs électriques
Puissance calorifique	Courant électrique
Température	Tension
Conductance thermique	Conductance électrique
Capacité thermique	Capacité électrique

Tableau III.1 Analogie thermoélectrique.

III.2.1 Principe de la méthode nodale :

La machine électrique modélisée est divisée en un certain nombre de petits volumes élémentaires V_i supposé isotherme à la température T_i de son centre. Chaque volume V_i a une capacité thermique C_i et une source de chaleur P_i affectées en son centre (Fig. III.1). [4], [16].

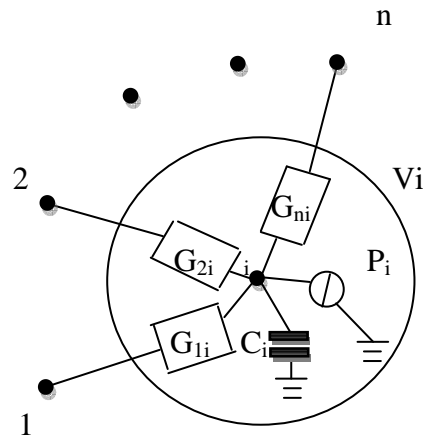


Fig.III.1 Volume élémentaire V_i (nœud i) d'un modèle nodale [39].

L'analyse des échanges conduit à connecter les nœuds, c'est-à-dire les centres des volumes, par des barres fictives que l'on appelle conducteurs thermiques. On attribue à chaque conducteur une conductance thermique traduisant la nature et la qualité des échanges intervenant entre ces deux nœuds.

On distingue deux types de nœuds : le premier type caractérise les excitations du système (environnement), il représente la condition limite, alors que le second représente ses états, c'est-à-dire les inconnues du problème (température).

III.2.2 Description du modèle nodale:

La construction du modèle nodale part de la décomposition de la machine en un certain nombre d'éléments distincts qui doivent présenter une unité suffisante du point de vue géométrique que du point de vue thermo-physique et qui seront ensuite représentés par un nœud chacun [40]. Dans le cas de la machine asynchrone étudiée, nous proposons une décomposition en cinq blocs (fig.III.2) homogènes. [37]

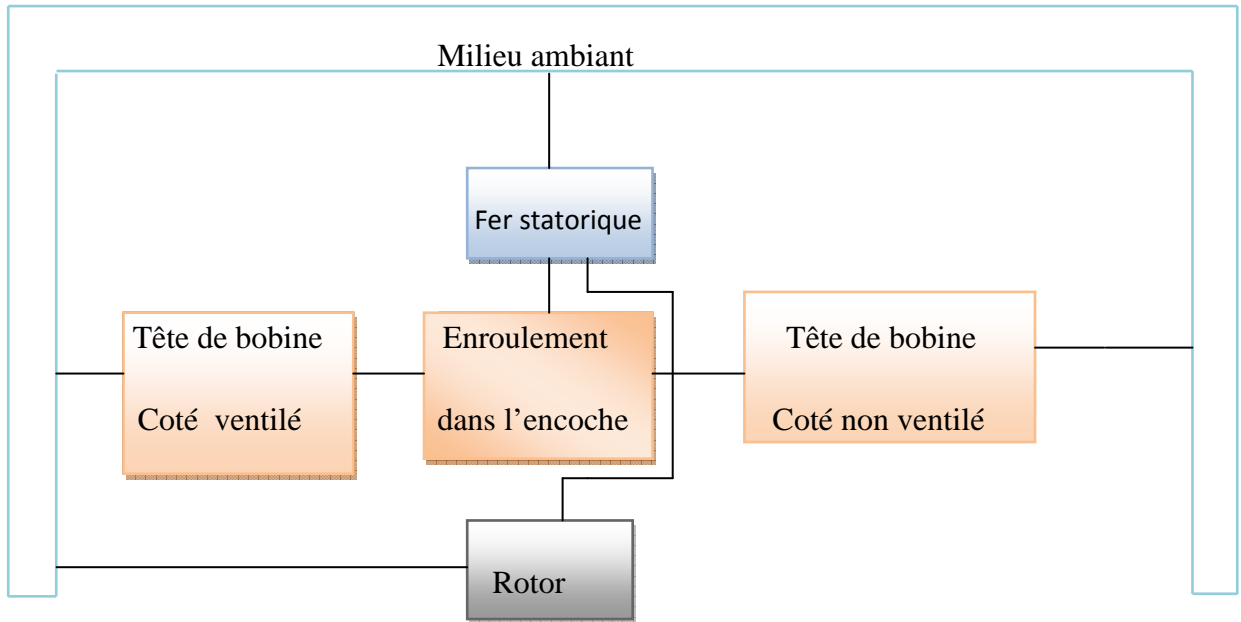


Fig.III.2 Découpage à 5 corps du moteur asynchrone [41].

Le modèle thermique de moteur asynchrone est basé sur les modifications et améliorations proposées dans [42], la géométrie de la machine est divisé en éléments de base et chaque élément étant identifié par un nœud dans le réseau thermique avec sa capacité thermique et la source de chaleur correspondante. Le modèle se compose de 5 nœuds et des conductances thermiques. On suppose que le transfert de chaleur du rotor à travers l'entrefer va directement au stator avec effet négligeable sur les dents du stator. Tout transfert de la chaleur du à la radiation des surfaces internes est négligé. En connectant les réseaux pour le rotor, le stator et l'ambiant ensemble, le modèle de réseau thermique de la machine est réalisé (Fig.III.3).

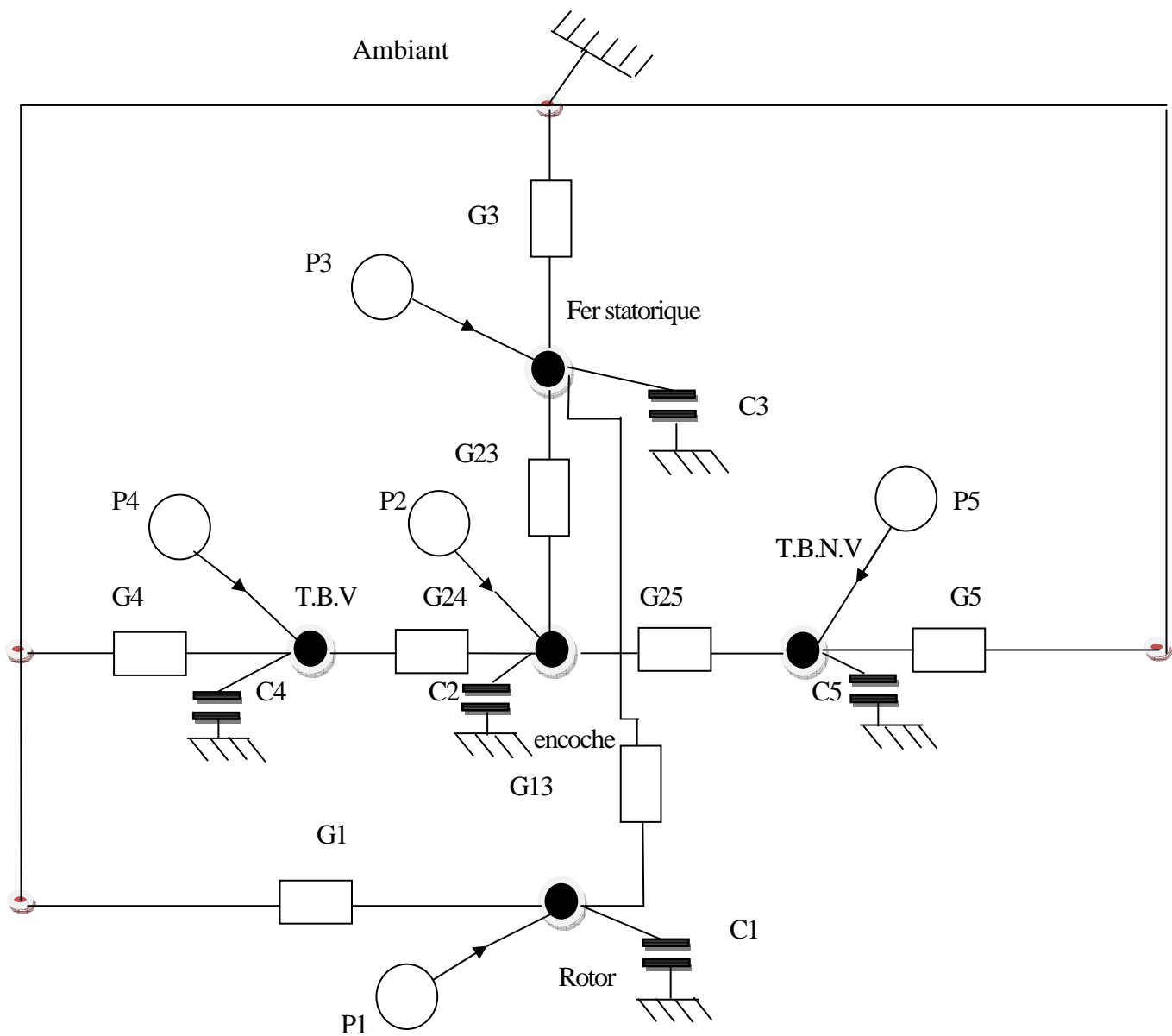


Fig.III.3 Schéma du modèle nodale simplifié du moteur asynchrone.

La figure (III.3) représente le modèle thermique de la machine asynchrone fermée et auto ventilée. Dans chaque direction, un nombre bien défini de nœuds et de conductances thermiques est issu de la résolution analytique de l'équation de la chaleur en régime transitoire. Les pertes et les capacités thermiques sont injectées en ce nœud, ce qui permet d'écrire l'équation différentielle qui y correspond. En procédant ainsi pour chaque bloc, on obtient un système global d'équations qui traduit le comportement thermique global de la machine.

III.2.3 Mises en équation du modèle nodale :

Après avoir discrétisé l'ensemble du domaine, on écrit pour chaque nœud les équations de transfert associées. Elles traduisent la conservation de l'énergie au sein de l'élément de volume attaché à un nœud donné. Ces équations s'écrivent [43] :

$$C_i \cdot \frac{d\theta_i}{dt} = \sum_{j=1}^n G_{ji} (\theta_j - \theta_i) + P_i \quad (\text{III.1})$$

Avec :

G_{ji} : conductances thermiques de connexion entre les blocs j et i [w/°C].

θ_i et θ_j : Température des blocs i et j [°C].

P_i : chaleur générée dans le bloc i [w].

C_i : capacité thermique de bloc i [J/°C].

$$C_i = \rho_i \cdot v_i \cdot c_i$$

ρ_i : la masse volumique (kg/m³)

v_i : volume élémentaire de nœud i (m³)

c_i : la capacité massique (J/kg · °C)

L'équation (III.1) est appliquée à l'ensemble des nœuds, ce qui permet d'obtenir un système d'équations algébriques couplés [44]. Le système d'équations est mis sous forme matricielle:

$$[C] \cdot \left[\frac{d\theta}{dt} \right] = [G] \cdot [\theta] + [P] \quad (\text{III.2})$$

En régime permanent $\left\{ \left[\frac{d\theta}{dt} \right] = 0 \right\}$, et par conséquent la capacité thermique disparaît de l'équation de l'état transitoire. en faisant ainsi, on obtient l'équation suivante :

$$\sum_{j=1}^n G_{ji} (\theta_j - \theta_i) + P_i = 0 \quad (\text{III.3})$$

Sous forme matricielle l'équation (III.3) devient :

$$[G] \cdot [\theta] = [P] \quad (\text{III.4})$$

Pour obtenir le vecteur θ des températures inconnues, il suffit d'inverser la matrice G et la multiplier par le vecteur P .

$$\theta = G^{-1} \cdot P \quad (\text{III.5})$$

III.2.4 La résolution du système d'équations :

Le système d'équations algébriques et différentielles qui décrivent le comportement thermique du modèle nodale développé en régime permanent et transitoire sont présentés respectivement comme suit :

III.2.4.1 Les équations du modèle nodale en régime permanent :

Généralement, la température dans un modèle thermique en régime permanent est donnée par :

$$[\theta] = [G]^{-1} \cdot [P] \quad (\text{III.6})$$

Pour résoudre ce système matricielle on doit d'abord déterminer certains paramètres du modèle thermique (conductances et pertes). Ces paramètres sont obtenus à partir des dimensions et des propriétés physiques des matériaux constitutifs de la machine. On utilise pour cela des relations déduites de corrélations de résultats expérimentaux et théoriques que l'on trouve dans la littérature spécialisée [45]. La démarche consiste à réarranger le système (III.6) de sorte à ce que certains éléments de la matrice $[G]$ deviennent les inconnues du problème. Connaissant les températures mesurées et les pertes, on peut théoriquement déduire les valeurs de ces conductances.

III.2.4.1.1 Détermination des conductances thermiques :

Pour déterminer les conductances thermiques du modèle nodale la figure (III.3) on a exploité les résultats de température obtenus par les essais expérimentaux en régime permanent et les pertes calculées en charge et à vide [Annexe C].

III.2.4.1.2 Détermination des pertes :

Les différentes pertes sont localisées dans les parties massives de la machine. Les pertes Joule sont présentes au niveau des enroulements statoriques et de la cage rotorique. Les circuits magnétiques rotorique et statorique sont le siège de pertes fer. Pour déterminer ces pertes on a utilisé des méthodes théoriques et expérimentales [annexe C].

III.2.4.1.3 Détermination des températures :

Après avoir calculé les valeurs des conductances nous les avons exploité pour le calcul de différentes températures on résolvant le système suivant :

$$\left\{ \begin{array}{l} P_1 = (G_1 + G_{13}) \theta_1 - G_{13} \theta_3 \\ P_2 = (G_{23} + G_{24} + G_{25}) \theta_2 - G_{23} \theta_3 - G_{24} \theta_4 - G_{25} \theta_5 \\ P_3 = -G_{13} \theta_1 - G_{23} \theta_2 + (G_{13} + G_{23} + G_3) \theta_3 \\ P_4 = -G_{24} \theta_2 + (G_4 + G_{24}) \theta_4 \\ P_5 = -G_{25} \theta_2 + (G_5 + G_{25}) \theta_5 \end{array} \right. \quad (III.7)$$

A partir des équations (III.7) on déduit le modèle matricielle (III.8) suivant :

$$\left(\begin{array}{ccccc} G_1 + G_{13} & 0 & -G_{13} & 0 & 0 \\ 0 & G_{23} + G_{24} + G_{25} & -G_{23} & -G_{24} & -G_{25} \\ -G_{13} & -G_{23} & G_{13} + G_{23} + G_3 & 0 & 0 \\ 0 & -G_{24} & 0 & G_{24} + G_4 & 0 \\ 0 & -G_{25} & 0 & 0 & G_{25} + G_5 \end{array} \right) \left(\begin{array}{c} \theta_1 \\ \theta_2 \\ \theta_3 \\ \theta_4 \\ \theta_5 \end{array} \right) = \left(\begin{array}{c} P_1 \\ P_2 \\ P_3 \\ P_4 \\ P_5 \end{array} \right) \quad (III.8)$$

A partir des équations (III.8) on déduit le modèle matricielle (III.9) suivant :

$$\left(\begin{array}{c} \theta_1 \\ \theta_2 \\ \theta_3 \\ \theta_4 \\ \theta_5 \end{array} \right) = \left(\begin{array}{ccccc} G_1 + G_{13} & 0 & -G_{13} & 0 & 0 \\ 0 & G_{23} + G_{24} + G_{25} & -G_{23} & -G_{24} & -G_{25} \\ -G_{13} & -G_{23} & G_{13} + G_{23} + G_3 & 0 & 0 \\ 0 & -G_{24} & 0 & G_{24} + G_4 & 0 \\ 0 & -G_{25} & 0 & 0 & G_{25} + G_5 \end{array} \right)^{-1} \left(\begin{array}{c} P_1 \\ P_2 \\ P_3 \\ P_4 \\ P_5 \end{array} \right) \quad (III.9)$$

III.2.4.2 Les équations du modèle nodale en régime transitoire:

L'équation du modèle thermique en régime transitoire représenté dans la section III.2.2 est utilisée pour développer l'état transitoire du modèle nodale de la figure (III.3). Les équations présent par nœud donnent :

$$\left\{ \begin{array}{l} P_1 = C_1 \frac{d\theta_1}{dt} + G_1 \theta_1 + G_{13} (\theta_1 - \theta_3) \\ P_2 = C_2 \frac{d\theta_2}{dt} + G_{23} (\theta_2 - \theta_3) + G_{24} (\theta_2 - \theta_4) + G_{25} (\theta_2 - \theta_5) \\ P_3 = C_3 \frac{d\theta_3}{dt} + G_{13} (\theta_3 - \theta_1) + G_{23} (\theta_3 - \theta_2) + G_3 \theta_3 \\ P_4 = C_4 \frac{d\theta_4}{dt} + G_{24} (\theta_4 - \theta_2) + G_4 \theta_4 \\ P_5 = C_5 \frac{d\theta_5}{dt} + G_{25} (\theta_5 - \theta_2) + G_5 \theta_5 \end{array} \right. \quad (III.10)$$

Réarrangeant le système d'équations (III.10) nous avons :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{d\theta_1}{dt} = \frac{1}{C_1} (P_1 - G_1 \theta_1 - G_{13} (\theta_1 - \theta_3)) \\ \frac{d\theta_2}{dt} = \frac{1}{C_2} (P_2 - G_{23} (\theta_2 - \theta_3) - G_{24} (\theta_2 - \theta_4) - G_{25} (\theta_2 - \theta_5)) \\ \frac{d\theta_3}{dt} = \frac{1}{C_3} (P_3 - G_{13} (\theta_3 - \theta_1) - G_{23} (\theta_3 - \theta_2) - G_3 \theta_3) \\ \frac{d\theta_4}{dt} = \frac{1}{C_4} (P_4 - G_4 \theta_4 - G_{24} (\theta_4 - \theta_2)) \\ \frac{d\theta_5}{dt} = \frac{1}{C_5} (P_5 - G_5 \theta_5 - G_{25} (\theta_5 - \theta_2)) \end{array} \right. \quad (III.11)$$

Sous forme matricielle le système d'équation (III.11) s'écrit :

$$\begin{pmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \\ \dot{\theta}_3 \\ \dot{\theta}_4 \\ \dot{\theta}_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} C_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & C_2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & C_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_5 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} P_1 \\ P_2 \\ P_3 \\ P_4 \\ P_5 \end{pmatrix} - [C]^{-1} * \begin{pmatrix} G_1+G_{13} & 0 & -G_{13} & 0 & 0 \\ 0 & G_{23}+G_{24}+G_{25} & -G_{23} & -G_{24} & -G_{25} \\ -G_{13} & -G_{23} & G_3+G_{13}+G_{23} & 0 & 0 \\ 0 & -G_{24} & 0 & G_4+G_{24} & 0 \\ 0 & -G_{25} & 0 & 0 & G_5+G_{25} \end{pmatrix} * \rightarrow$$

$$\begin{pmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \\ \theta_3 \\ \theta_4 \\ \theta_5 \end{pmatrix} \quad (III.12)$$

III.2.4.3 Simulation et résultats sur ordinateur :

Le modèle thermique développé engendre un ensemble d'équations algébriques et différentielles qui décrivent le comportement thermique de la machine en régime permanent et transitoire. MATLAB m-files sont développés pour déterminer l'élévation de la température dans les différentes parties de la machine. L'élévation de la température dans ces différentes parties est calculée à partir des équations d'état en utilisant la méthode numérique Runge-Kutta. Les tableaux (III.2a-III.2d) montrent les températures calculé de la machine en régime permanent lors d'essais à vide, à 50% du C_n , à 80% du C_n et en charge nominale. Les figures (III.4a-III.4d) montrent les températures simulées de la machine en régime transitoire lors de fonctionnement à vide, en charge, respectivement.

Composant du modèle	Température [°C]
Rotor	68.32
Enroulement dans les encoches statoriques	69.43
La culasse statorique	58.41
Têtes de bobine cotée ventilé	68.21

(a)

Composant du modèle	Température [°C]
Rotor	66.34
Enroulement dans les encoches statoriques	74.05
La culasse statorique	61.13
Têtes de bobine cotée ventilé	73.94
Têtes de bobine cotée non ventilé	79.61

(b)

Composant du modèle	Température [°C]
Rotor	82.97
Enroulement dans les encoches statoriques	85.03
La culasse statorique	66.88
Têtes de bobine cotée ventilé	83.66

(c)

Composant du modèle	Température [°C]
Rotor	91
Enroulement dans les encoches statoriques	99.78
La culasse statorique	74.51
Têtes de bobine cotée ventilé	98.3

(d)

Tableau III.2 Températures simulées dans les différentes parties de la machine en régime permanent.

- a. fonctionnement à vide
- b. fonctionnement à 50% du C_n
- c. fonctionnement à 80% du C_n
- d. fonctionnement en charge nominale

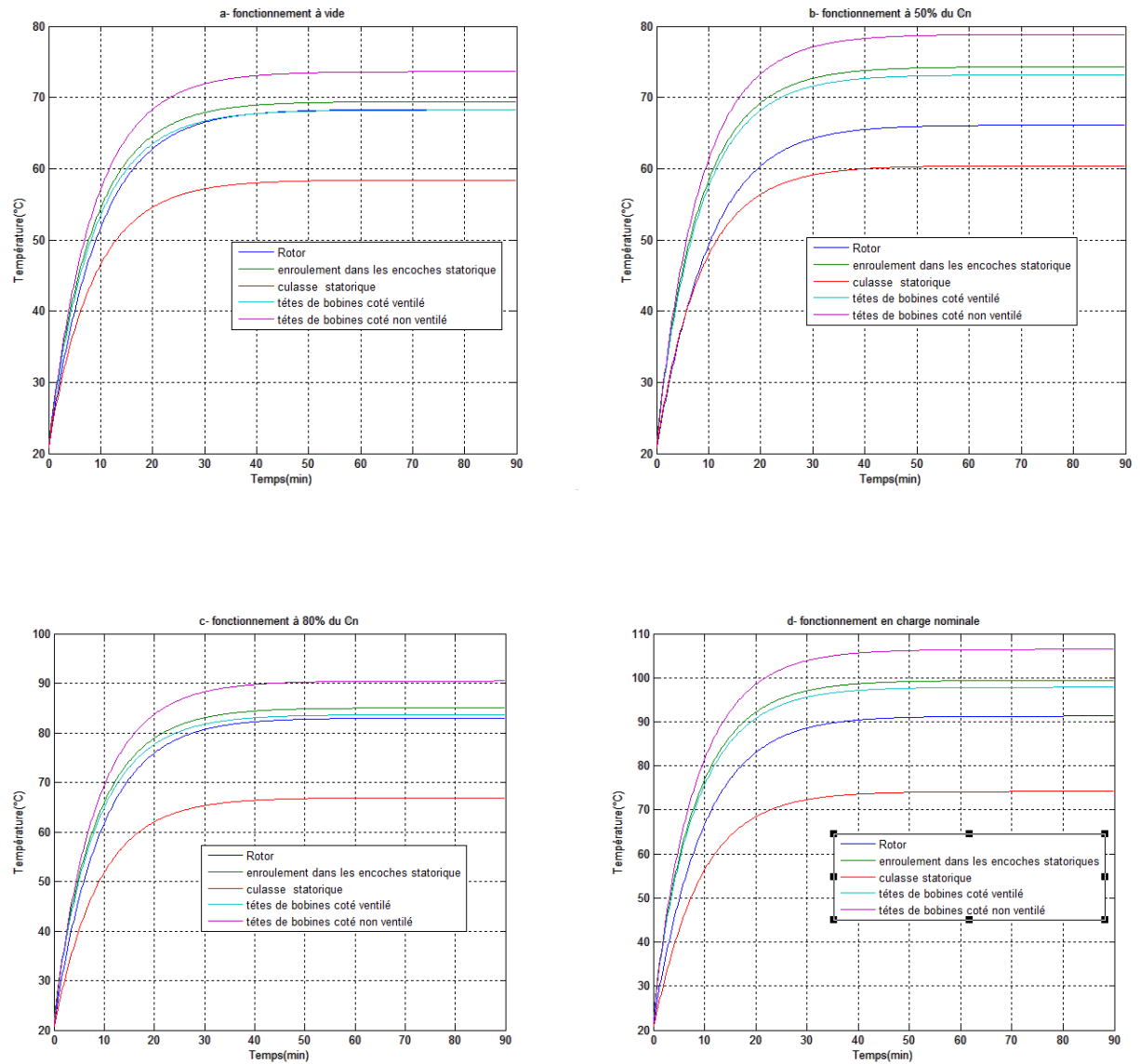


Fig.III.4 Températures simulées dans les différentes parties de la machine en régime transitoire.

En analysant les résultats des différents essais obtenus par le modèle nodale en régime permanent (tableau III.2) et transitoire (fig.III.4) on remarque que les enroulements statorique (têtes de bobine et l'encoche) est les parties les plus chaud dans le moteur asynchrone. Cela peut être expliqué par le fait que les pertes Joules statorique occupent la majorité des pertes globales de la machine asynchrone. Et après vient la température rotorique qui due a la présence d'une source de chaleur (pertes Joule rotorique).

Et en fin la température de la culasse statorique qui due à la présence des pertes fer statorique.

III.3 La modélisation thermique par la méthode des éléments finis :

La modélisation thermique des machines électriques a connu un développement remarquable ces dernières décennies grâce à l'utilisation de la méthode des éléments finis [45]. Cette méthode permet de tenir compte de la géométrie de la machine et permet une approche systématique des problèmes thermiques. De plus un couplage entre les grandeurs électriques et thermique peut être réalisé [46].

Dans ce qui suit, nous présenterons la méthode des éléments finis ainsi que son application à la modélisation d'un moteur asynchrone à cage en utilisant le logiciel FEMM.

III.3.1 Présentation du logiciel FEMM :

Le logiciel FEMM (Finite Element Method Magnetics) comporte une série de programmes permettant de résoudre les problèmes d'électromagnétisme et thermique dans des domaines plans et axisymétrique bidimensionnels. Ce logiciel développé par David Meeker, est disponible gratuitement sur internet [47].

FEMM se compose de trois programmes essentiels qui sont :

- 1. Femm.exe** est poste pré-processeur contenant une interface graphique qui permet de fixer la géométrie de l'objet étudié, les propriétés matérielles ainsi que les conditions aux limites. Après l'analyse, la solution est affichée sous forme de contour, densité du flux, etc. Il permet également d'évaluer un certain nombre d'intégrales et de tracer diverses quantités d'intérêt le long du contour défini par l'utilisateur.
- 2. Triangle.exe** : c'est un programme qui décompose les régions étudiées en un nombre fini d'éléments sous forme triangulaires, ce qui constitue une étape très importante de l'analyse par la méthode des éléments finis.
- 3. Fkern.exe** : est l'espace dans lequel se résolvent les équations aux dérivées partielles pour obtenir les valeurs de champ magnétique et thermique dans le domaine étudié.

III.3.2 Structure étudiée et hypothèses de travail :

La structure complète du moteur étudié en 2D est réalisée à l'aide d'un logiciel FEMM, sous une vue radiale, elle est représentée sur la figure [III.4] :

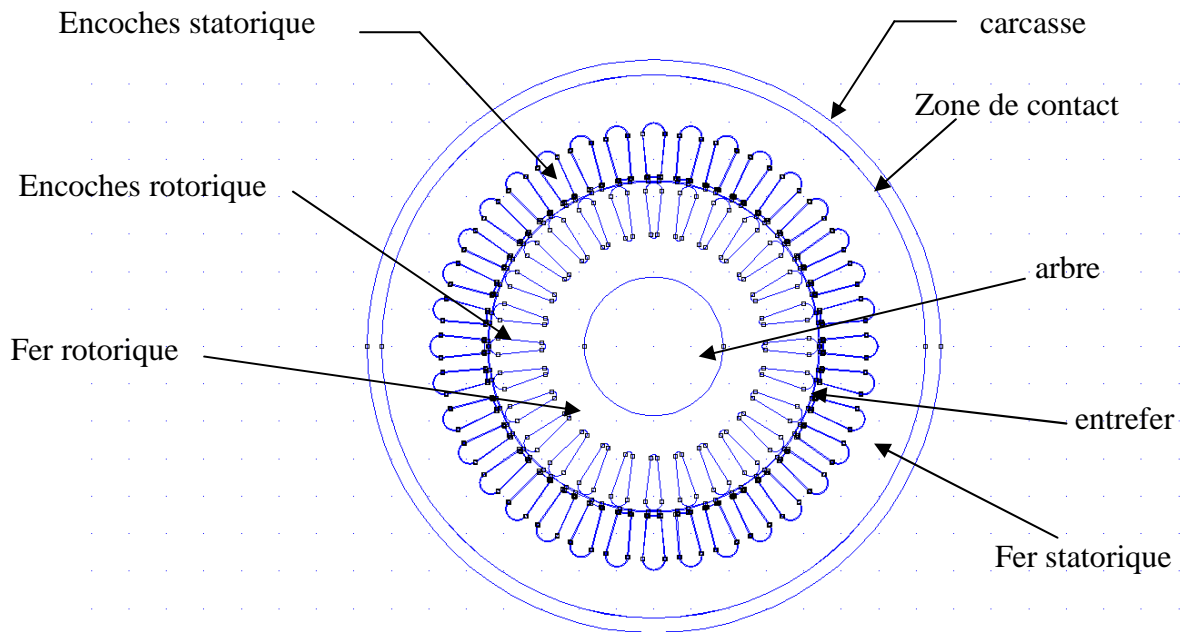


Fig.III.5 Structure de la machine étudiée.

Hypothèses :

- ❖ Nous ne considérons que le cas isotrope et linéaire, toutes les propriétés thermo physique des matériaux utilisés étant isotropes et indépendant de la température.
- ❖ Le transfert de chaleur dans l'entrefer est supposé purement conductif. Cela est dû à l'absence de circulation axiale de l'air d'une part et la faible épaisseur de l'entrefer d'autre part.
- ❖ Les pertes fer rotorique sont négligées car le circuit magnétique est feuillé, et la fréquence des courants dans le rotor est très faible.

III.3.3 Evaluation des paramètres thermophysique :

Le calcul de la température dans la structure étudiée nécessite la connaissance au préalable des paramètres thermophysique (conductivités thermiques et toutes les pertes générées).

III.3.3.1 Conductivité thermique :

Nous avons regroupé en [annexe A] les valeurs des conductivités thermiques des principaux matériaux utilisés en construction électrique. Pour les matériaux purs, les valeurs des conductivités thermiques peuvent être obtenues facilement.

Cependant, pour les matériaux composés, il est très déficèle de déterminer les valeurs des conductivités thermiques. Nous pensons bien sûr aux enroulements (constitué d'un faisceau

de conducteur isolé) et aux zones de contact solide-solide (interface fer statorique - carcasse) pour ces deux cas, une estimation de la conductivité thermique est possible en fonction de certains paramètres.

Les valeurs des conductivités dans les différentes parties de la machine sont présentées dans le tableau (III.2).

Régions	Conductivité thermique [w/m°C]
Arbre (acier)	45
Fer statotique et rotorique	50
Encoche rotorique et carcasse (Aluminium)	204
Enroulement statorique	0.75
Entrefer (air)	0.03
Contact fer statorique-carcasse (0.4 mm)	0.056

Tableau III.3 Conductivité thermique du modèle présenté.

III.3.3.2 Les densités des pertes générées :

Pour la détermination des densités des pertes nous avons calculé les volumes et les pertes dans les différentes parties de la machine [annexe C].

III.3.4 Le maillage :

Le maillage de la structure étudiée est effectué automatiquement à l'aide du logiciel FEMM est représenté sur la figure III.6

Les résultats obtenus du maillage sont les suivants

141771 nœuds et 283098 éléments

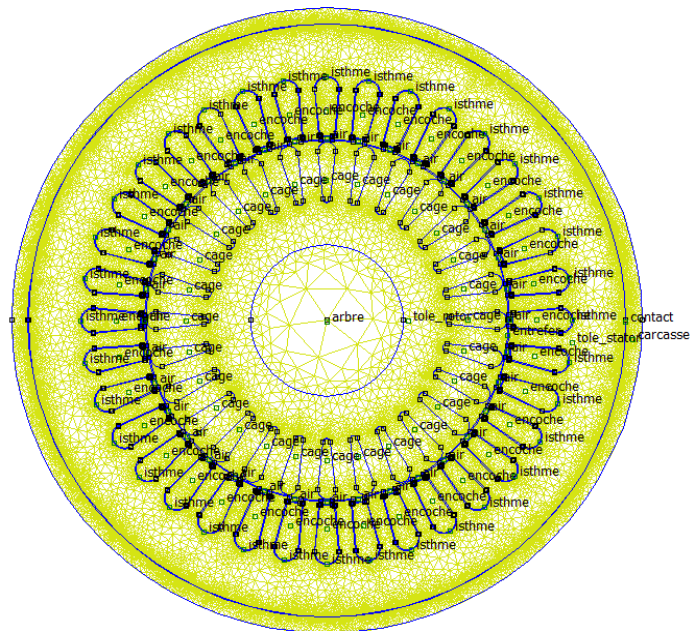


Fig.III.6 La structure maillée du modèle de la machine étudiée.

III.3.5 Les conditions aux limites :

Dans le but d'obtenir une distribution de température, nous avons besoin d'introduire la condition aux limites de type Dirichlet sur le contour extérieur de la machine, cette température imposée est celle déterminée expérimentalement.

Pour la charge nominale ($I_n=5.2$ A), $T= 62.3^\circ\text{C}$.

III.3.6 Répartition de la température dans l'essai en charge nominale sous FEMM :

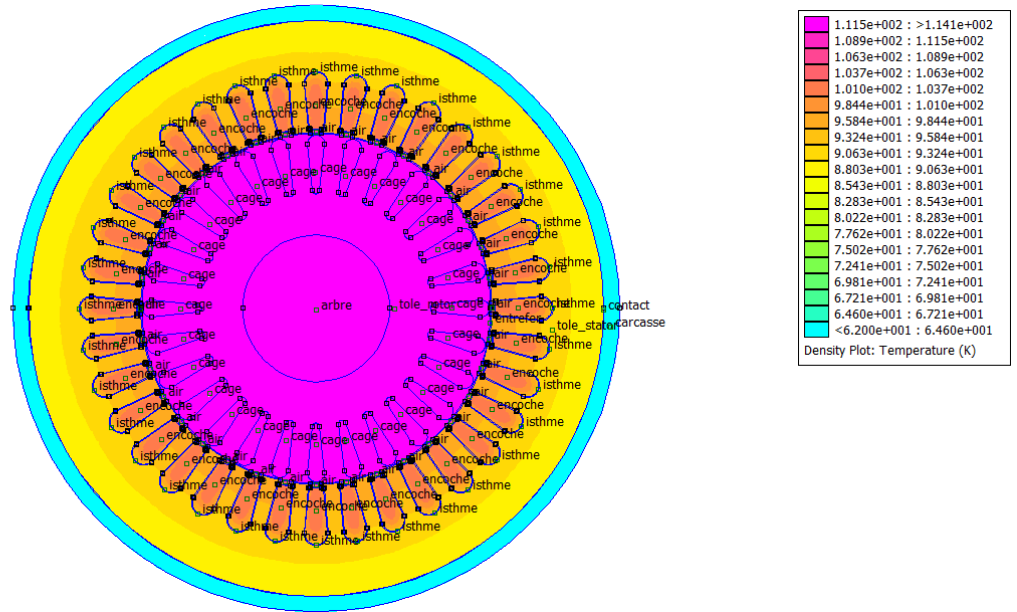


Fig.III.7 Répartition de la température de l'essai en charge nominale sous FEMM.

III.3.7 Température en fonction de distance au centre en °C (en charge nominale):

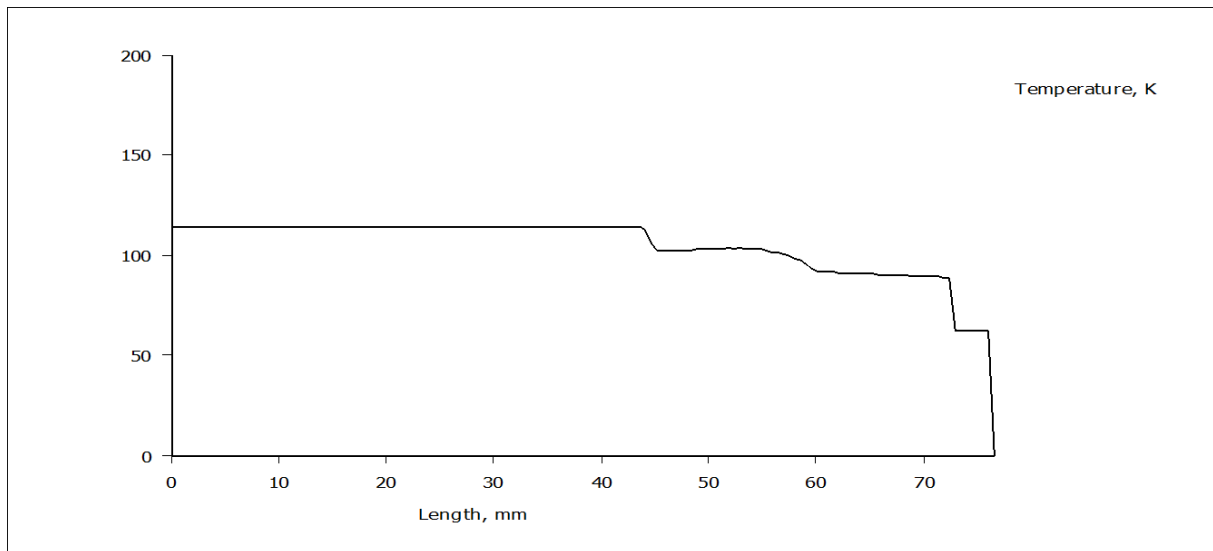


Fig .III.8 Température en fonction de la distance au centre du moteur en charge nominale.

III.3.8 Répartition de la température dans l'essai à 80% du couple nominale sous FEMM :

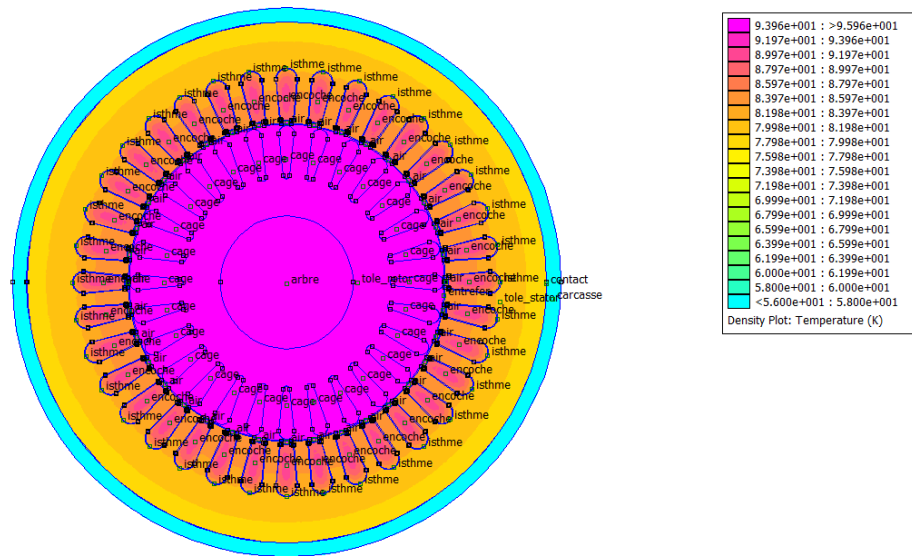


Fig.III.9 Répartition de la température de l'essai à 80% du couple nominale sous FEMM.

III.3.9 Température en fonction de distance au centre en °C (à 80% du C_N):

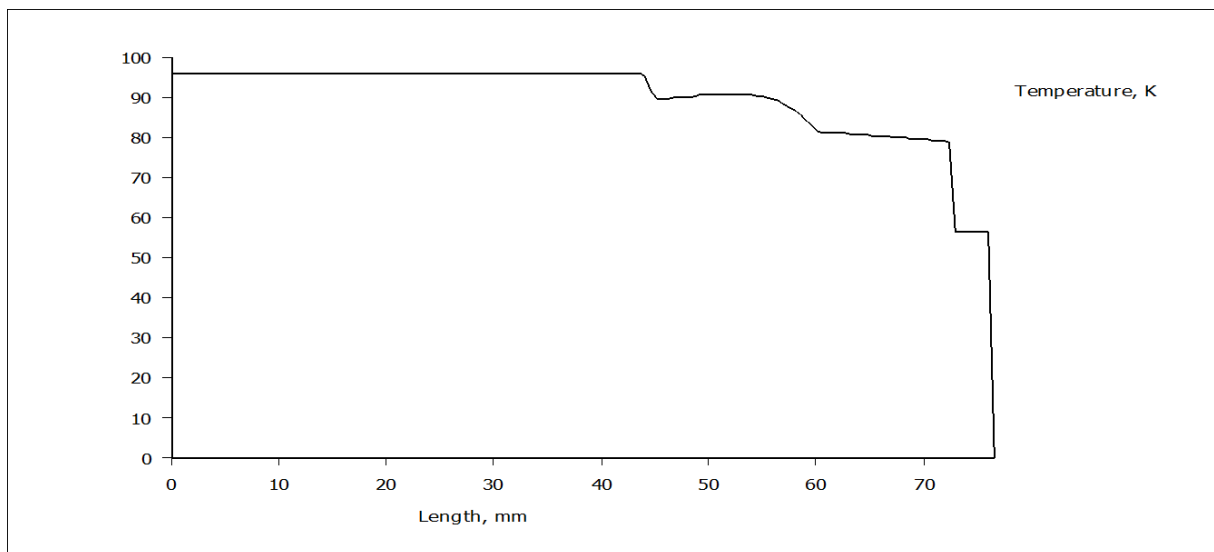


Fig.III.10 Température en fonction de la distance au centre du moteur à 80% du couple nominale.

III.3.10 Répartition de la température dans l'essai à 50% du couple nominale sous FEMM :

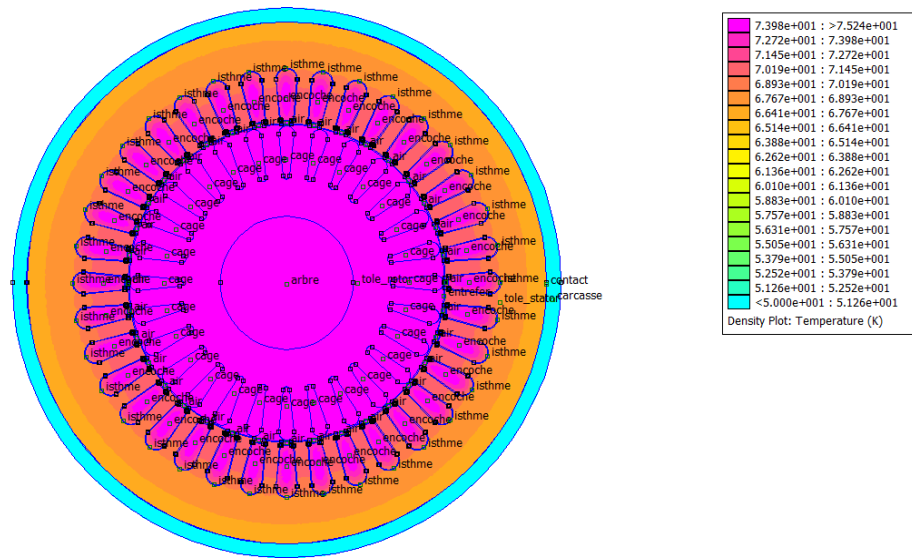


Fig.III.11 Répartition de la température de l'essai à 50% du couple nominale sous FEMM.

III.3.11 Température en fonction de distance au centre en °C (à 50% du C_n):

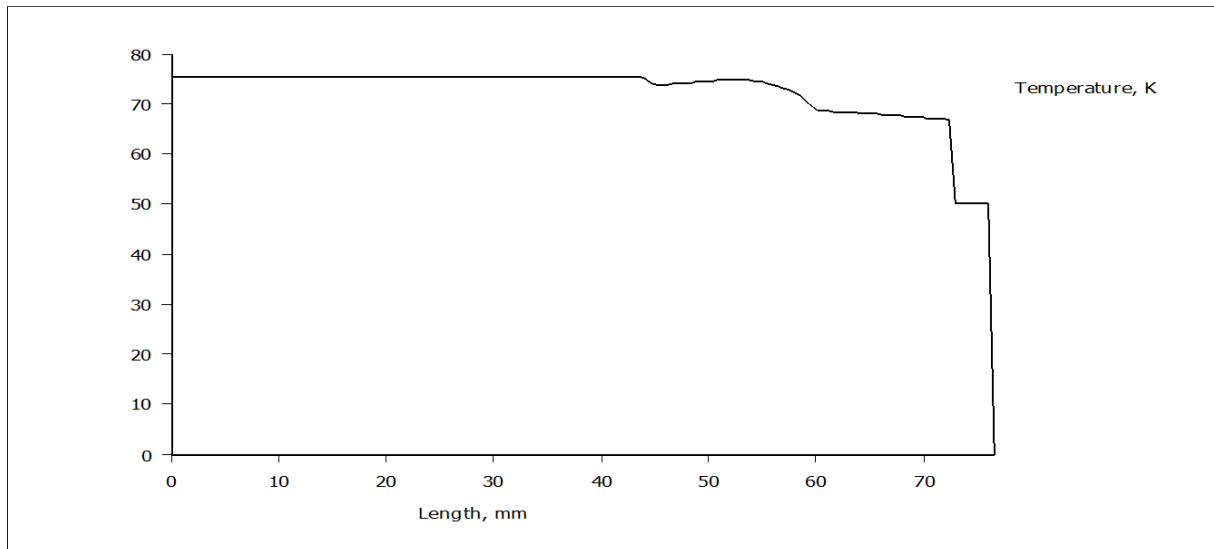


Fig.III.12 Température en fonction de la distance au centre du moteur à 50% du C_n .

III.3.12 Répartition de la température dans l'essai à vide sous FEMM :

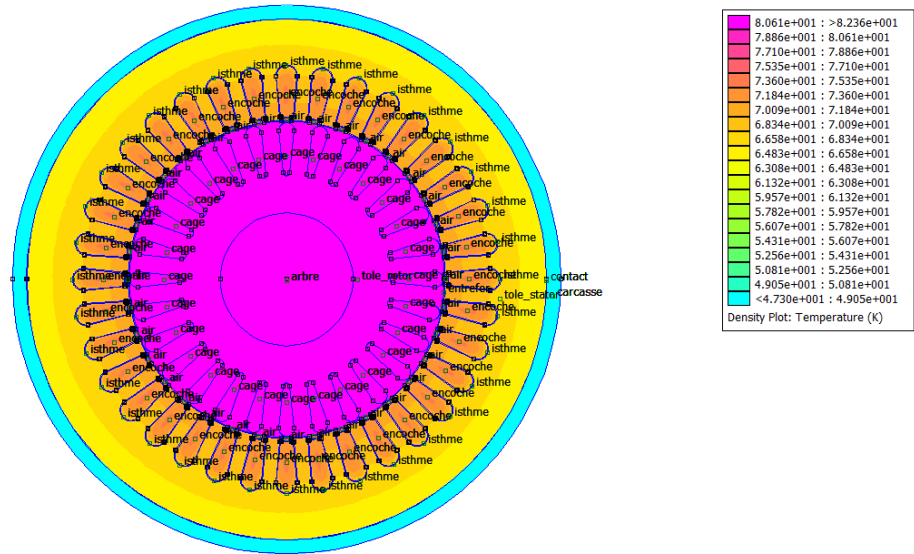


Fig.III.13 Répartition de la température de l'essai à vide sous FEMM.

III.3.13 Température en fonction de distance au centre en °C (à vide):

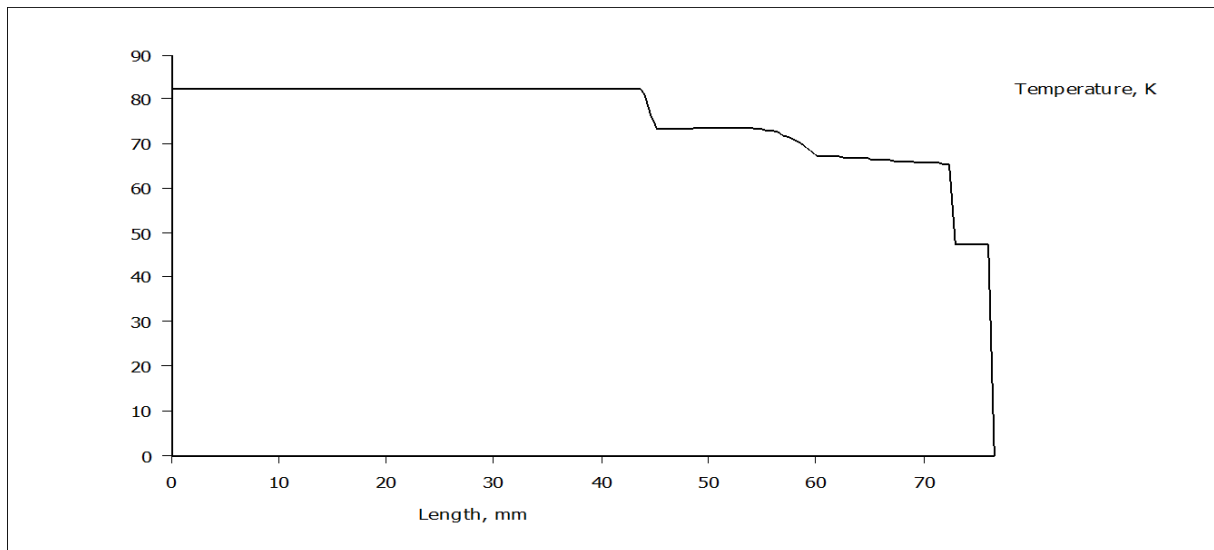


Fig.III.14 Température en fonction de la distance au centre du moteur à vide.

En analysant les résultats obtenus par FEMM on remarque que :

- Ces différentes figures montrent que les températures dans la partie rotorique (la cage et le fer) sont pratiquement identiques a cause de la bonne conductivité thermique de l'aluminium de la cage d'une part et a la compacité de la structure rotorique ou de bons contacts thermiques existent entre l'arbre, la cage et les tôles, alors on peut considérer le rotor une partie homogène.
- Au niveau de stator la température des enroulements plus élevés. Une différence de 10°C existe entre le fer et l'encoche, ceci dû à la présence des isolants qui possèdent une faible conductivité thermique.
- La différence des températures entre le stator et le rotor dû a une faible conductivité thermique dans l'entrefer.
- La différence des températures entre le fer statorique et la carcasse dû a une faible conductivité thermique dans la zone de contact (fer statorique-carcasse).
- En effet la température de la machine décroît au fur et à mesure que l'on s'éloigne du rotor et que l'on se dirige vers l'extérieur car le stator est l'élément le plus proche de la carcasse elle-même en contact avec le milieu ambiant qui assure l'évacuation d'une grande partie de chaleur produit dans le moteur.

III.4 Conclusion :

Nous avons présenté dans ce chapitre deux exemples de modélisation thermique de moteur asynchrone. La première partie a consisté à la modélisation thermique par la méthode nodale, les paramètres de ce modèle thermique, sont pour la plupart, identifiés expérimentalement par les mesures de température en régime permanent. Dans la deuxième partie, une modélisation thermique numérique basée sur la méthode des éléments finis.

Dans la suite, on se propose de vérifier la qualité des résultats des deux modèles (nodale et éléments fini) en les comparants avec les résultats expérimentaux.

Chapitre IV

Résultats et validation expérimentale

IV.1 Introduction :

Nous avons présenté dans le chapitre précédent, des modèles permettant les calculs thermiques du moteur asynchrone. Dans le présent chapitre, nous cherchons à valider ces modèles par des essais expérimentaux.

La température est l'une des grandeurs physiques les plus fréquemment mesurées. Comme toute grandeur physique, la température n'est jamais mesurée directement mais elle est toujours traduite sous forme de variations d'une grandeur ou d'un phénomène quelconque qu'elle provoque. Du nombre important de propriétés de la matière et des phénomènes physiques et physico-chimiques sensibles à la température résulte une grande diversité de méthodes de mesure. Nous allons distinguer ici les différentes méthodes de mesure selon la façon de transmettre l'information de la température et de ses variations entre l'élément sensible (le corps chaud) et le capteur. Il existe deux catégories de mesure de température [52] qui seront détaillées dans la section suivante :

- Méthode de mesure avec contact.
- Méthode de mesure sans contact.

IV.2 Mesure de température par la méthode traditionnelle (avec contact) :

La méthode de mesure avec contact consiste à transmettre l'information de la température grâce à un lien matériel, électrique, entre l'élément sensible et le capteur actif. Les capteurs de température qui mettent en œuvre cette méthode de mesure sont couramment appelés « thermocouples » et les « thermistances ».

IV.2.1 Les thermocouples :

Les thermocouples sont constitués de deux conducteurs de matériaux différents (fig.IV.1), connectés à une de leur extrémité : la jonction de mesure. L'autre extrémité de chacun de ces conducteurs est reliée à un système de mesure : c'est la jonction de référence. Lorsque les deux jonctions sont à des températures différentes, une différence de potentiel de quelques millivolts apparaît entre les conducteurs. La température de la jonction de mesure est donc mesurable connaissant la température de la jonction de référence et les deux matériaux utilisés. Les appareils de mesure font désormais la conversion entre la tension mesurée et la température liée sur la base d'abaques connus pour les thermocouples.

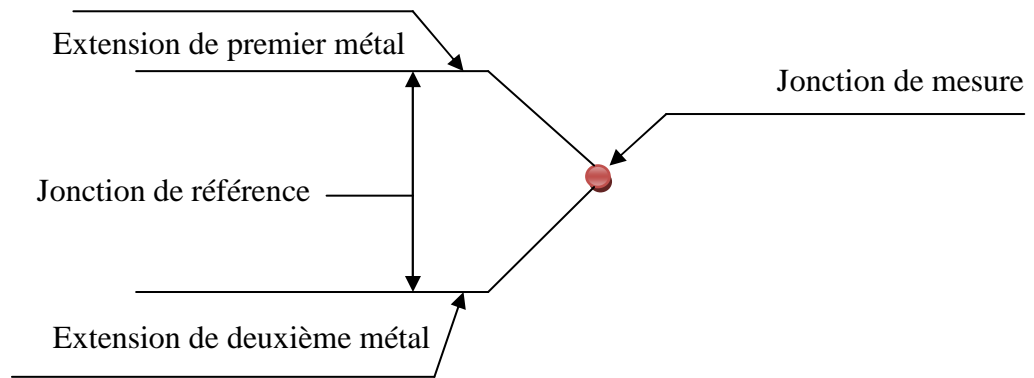


Fig. IV.1 Principe d'une réalisation d'un thermocouple.

IV.2.1.1 Avantage et inconvénient de thermocouple :

a - Avantages :

- Robustesse
- Une grande souplesse d'utilisation et non encombrante
- Gamme de température très large
- Une vitesse de réponse élevée

b- inconvénients

- Température de référence doit être connue
- Défauts d'isolement au-delà de 1 800 K ou isolement difficile
- La non-linéarité
- La nécessité d'une correction automatique ou manuelle due à la température de la soudure froide
- Faible amplitude du signal

IV.2.1.2 Etalonnage des thermocouples :

Pour pouvoir étalonner les thermocouples, nous avons introduit ces derniers à l'intérieur d'un four (étuve) dont la température interne varie graduellement.

Un thermomètre de précision indique la température qui règne à l'intérieur de ce four. On a constaté que les thermocouples indiquent les mêmes températures que celle indiquée par le thermomètre du four.

IV.2.2 L'enregistreur de température :

L'ECOPOINTER a six voies de mesure, il enregistre toute variable physique préalablement en signale électrique comme la température, la pression, le débit, la puissance la vitesse. Les voies d'entrée sont indépendantes, six mesures peuvent être enregistrées en même temps, comme on peut effectuer six autres mesures en utilisant des interrupteurs. en plus de ça il nous donne directement les valeurs de la température.

IV.2.3 Présentation de la machine asynchrone a étudié :

Le moteur utilisé pour effectuer les différents essais est un moteur asynchrone triphasé à cage comportant les caractéristiques suivantes :

- Type 890-100-1064-0041.
- Marque ENEL (électro-industrie) N°22-128-02.
- Puissance 2,2 KW.
- Fonctionne sous une tension nominale de 380V.
- Absorbe un courant nominal de valeur 5,2A en triangle.
- Une vitesse de rotation de 1410 trs/min.
- Son coefficient de puissance, $\cos\phi=0,83$.
- De classe d'isolation F (155°C).

IV.2.4 Description du banc d'essai :

Pour réaliser les différents essais pour la mesure de température dans la machine asynchrone à cage, nous avons utilisé le matériel suivant :

- Une génératrice à courant continu (excitatrice) pour les essais en charge. Elle possède les caractéristiques suivantes :
Type DL2062, puissance nominale 2,4 KW, tension nominale 220V, courant nominal 10,9A, vitesse nominale 1420 trs/min, courant d'excitation égale à 1,6 A et elle est de classe d'isolation F.
- une source d'alimentation triphasée fixe (380 V/20A), variable en alternatif et une source en continu
- différents appareils de mesure (Ampèremètres, voltmètres, chronomètre, thermomètre, wattmètres, transformateur d'intensité, rhéostat de champ)
- capteurs de température de type thermocouple K

- un enregistreur de température (CA 625 ECOPOINTER)
- des fils électriques de câblage.

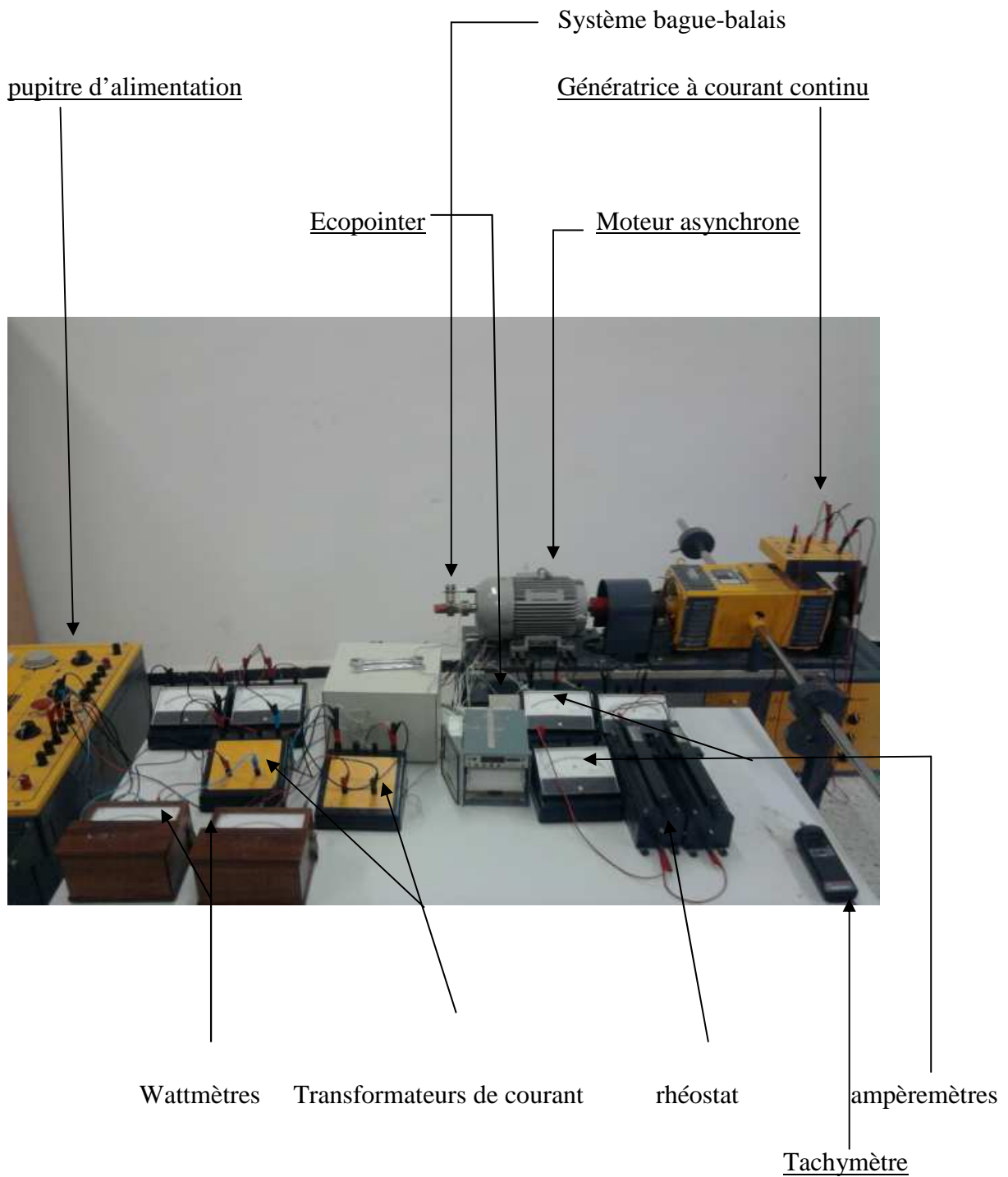


Fig. IV.2 Photographie de banc d'essai.

IV.2.5 L'emplacement des capteurs dans la machine asynchrone :

Le moteur faisant l'objet de la présente étude est équipé de 7 thermocouples logés en différents endroits du stator et du rotor. Leur numérotation ainsi que leur emplacement dans le moteur, Fig. VI.3, sont précisés ci-dessous :

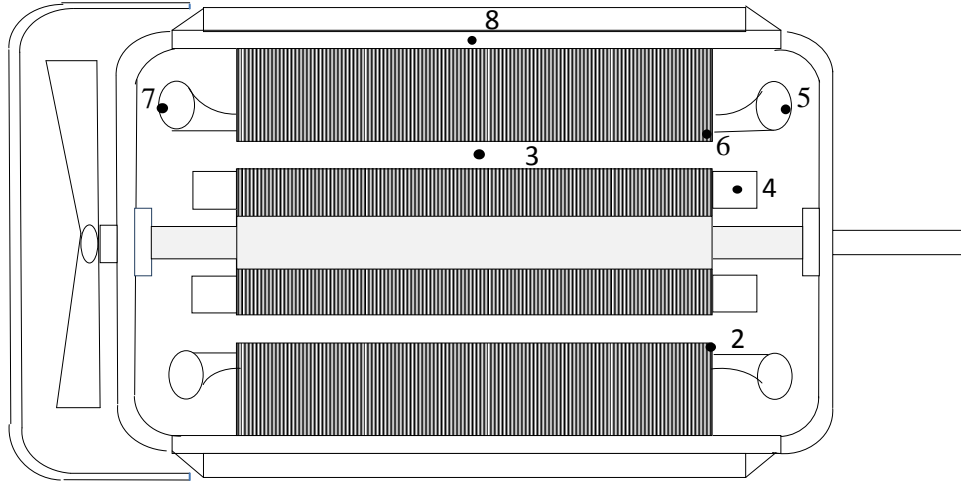


Fig. IV.3 Position des capteurs (thermocouples) dans la machine

Th2 : la dent statorique Th3 : l'entrefer Th4: anneaux de court circuit sur le rotor

Th5 : têtes de bobines coté non ventilé

Th6 : l'encoche statorique

Th7 : têtes de bobine coté ventilé

Th8 : carcasse

On a place le thermocouple th4 sur le rotor grâce au système balais/bagues qu'on a fixé sur l'arbre du moteur.

VI.2.6 Les différents essais expérimentaux effectués sur le moteur :

- Essai à vide avec une alimentation sinusoïdale.
- Essai en charge nominale avec une alimentation sinusoïdale.
- Essai à 50% du couple nominale.
- Essai à 80% du couple nominale.

VI.2.7 Présentation des résultats des différents essais effectués :

IV.2.7.1 Essai à vide avec une alimentation sinusoïdale :

Cet essai consiste à alimenter le moteur sous sa tension nominale sans être couplé à la charge c'est-à-dire que le couple utile est approximativement égal à zéro et une vitesse de rotation proche de la vitesse de synchronisme. Son schéma du montage est représenté sur la figure suivante :

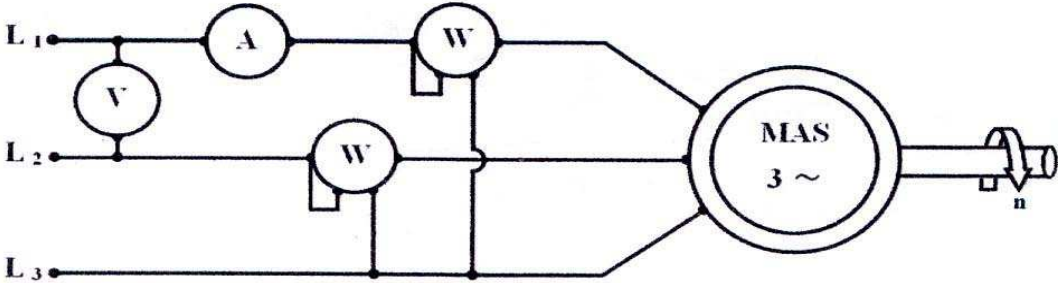


Fig. IV.4 Schéma du montage de l'essai à vide.

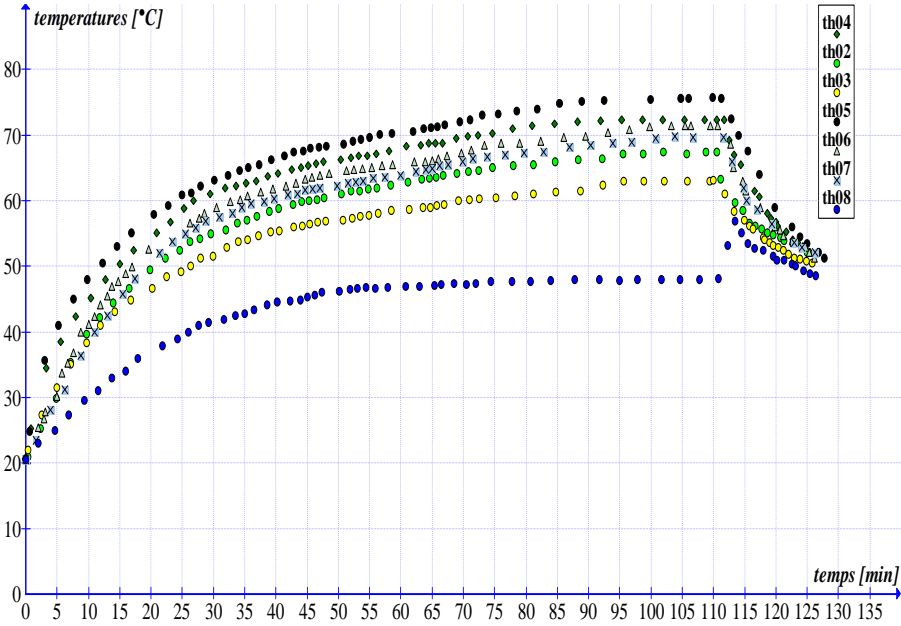


Fig. IV.5 courbe d'échauffement et refroidissement lors de l'essai à vide.

$T_{ai} = 21^{\circ}\text{C}$

$T_{af} = 22^{\circ}\text{C}$

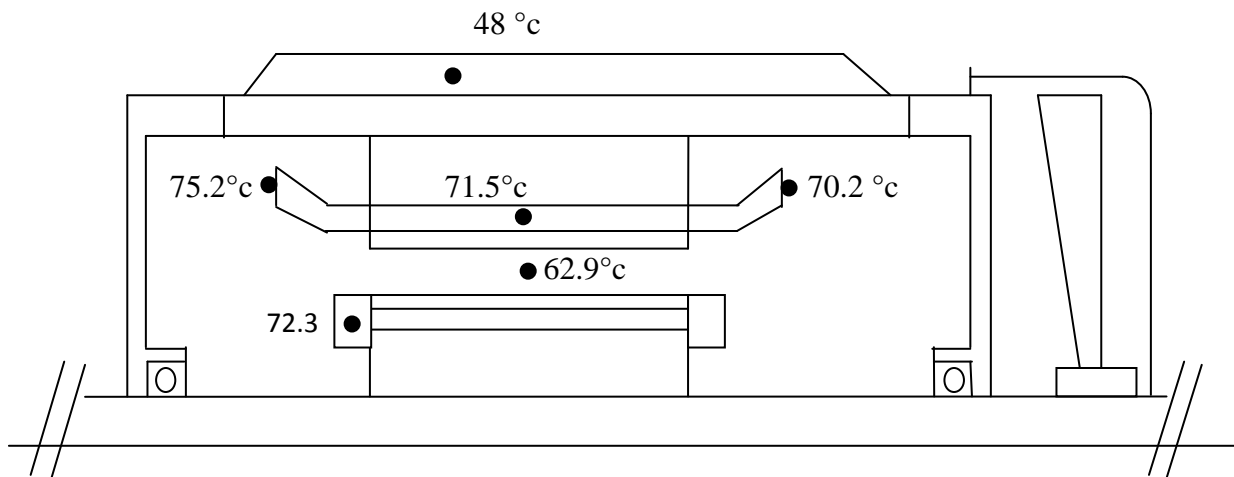


Fig. IV.6 Emplacement des thermocouples et indications des températures dans l'essai à vide en régime établi

La température ambiante au début de l'essai est de 21°C et à la fin atteint 22°C .

Lors de cet essai, nous avons constaté que l'écart de température entre la zone la plus chaude (têtes de bobines non ventilé) et l'air ambiant est de 53.2°C en régime établi, et elle est de 27.2°C entre le point le plus chaud (têtes de bobines) et le moins chaud (carcasse). L'équilibre thermique est atteint au bout de 80 minutes.

Les courbes d'échauffement forment trois catégories distinctes :

La première est celle formée par les thermocouples th4, th5, th6 et th7 placés respectivement sur le rotor, tête de bobine non ventilé, l'encoche et tête de bobine ventilé. Ces thermocouples sont les plus chauds.

La deuxième est représentée par les thermocouples th2 (sur la dent statorique) et th3 (dans l'entrefer), elles enregistrent une température intermédiaire.

La troisième est celle formée par les thermocouples th8. Ce thermocouple est le moins chaud.

A l'arrêt du moteur on remarque une chute directe de toutes les courbes sauf la carcasse car au bout de 105 minutes de fonctionnement du moteur le TH8 atteint 48°C , mais juste à l'arrêt on remarque une augmentation d'environ 5.2°C , et après juste 8.5 minutes, la courbe de la carcasse commence à chuter progressivement jusqu'à atteindre la valeur de la température ambiante..

Courant de ligne(I)	Tension entre phase(U)	La puissance absorbée(W)	ΔT
4 A	410V	480 W	53.2°C

Tableau. IV.1 Différentes mesures de l'essai à vide.

IV.2.7.2-Essai à 50% de C_n :

Dans cet essai nous avons appliqué la moitié du couple nominal à l'arbre du moteur. Le schéma de montage est représenté par la figure suivante :

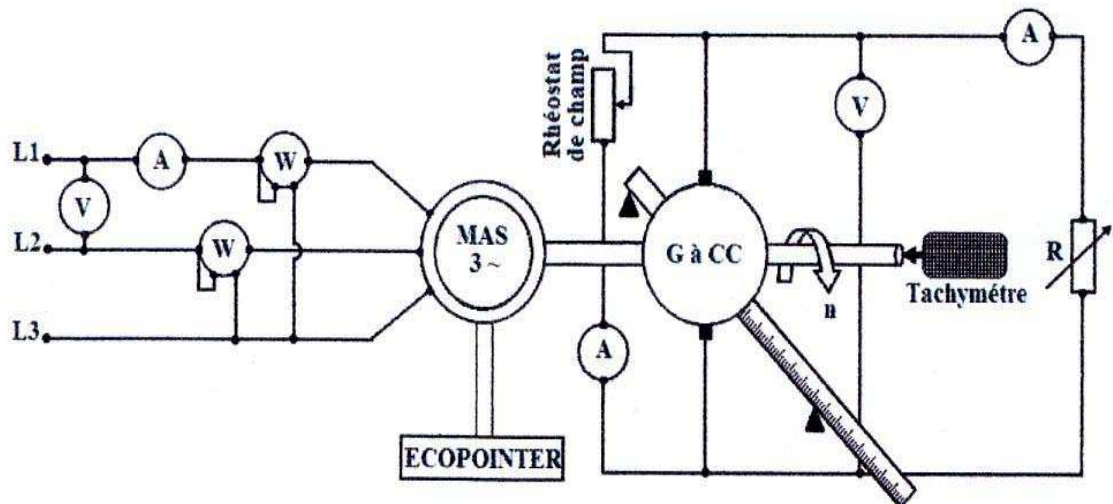


Fig. IV.7 Schéma de montage en charge

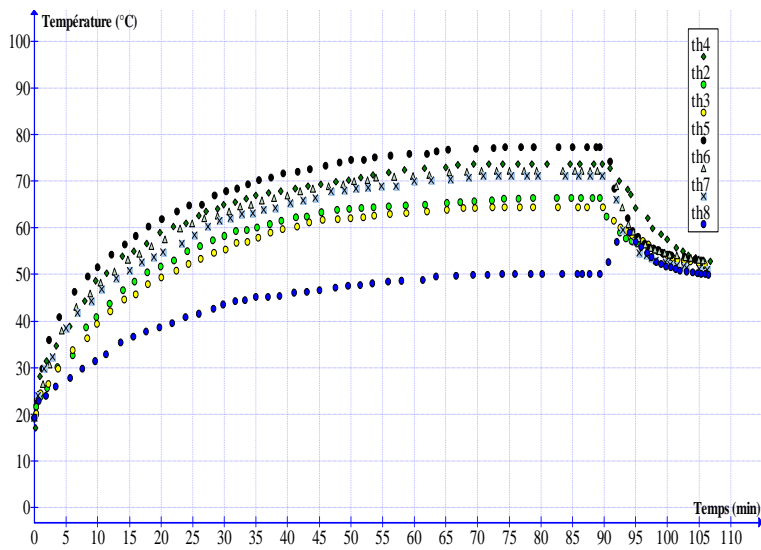


Fig . IV.8 courbe d'échauffement et refroidissement à 50% de la charge nominale.

$T_{ai} = 21^{\circ}\text{C}$

$T_{af} = 22^{\circ}\text{C}$

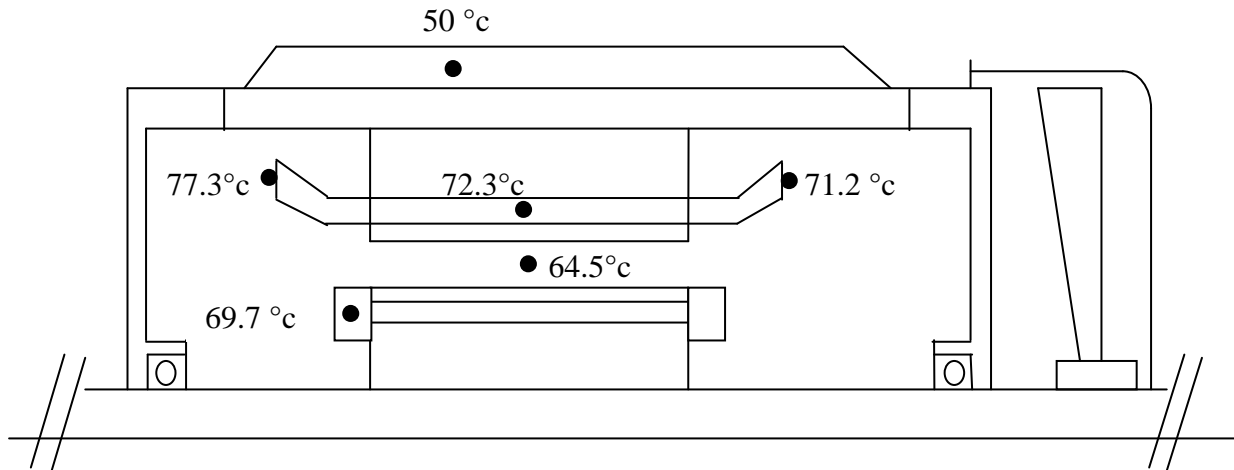


Fig.IV.9 Emplacement des thermocouples et indications des températures dans l'essai à 50% de la charge nominale.

Au début de l'essai, la température ambiante est de 22°C, et elle est de 23°C à la fin.

Lors de cet essai nous constatons que l'écart de température en régime établi entre la zone la plus chaude (tête de bobine) et l'air ambiant est de 55.3 °C.

La différence de température entre le point le plus chaud (tête de bobine) et le moins chaud (la carcasse) est de 28 °C. L'équilibre thermique est atteint au bout de 80 minutes.

Les courbes de refroidissement sont proches les unes des autres et atteignent un même point d'abord, ensuite résulte une seule courbe pour atteindre la température ambiante.

Le tableau suivant représente les indications prises par les appareils de mesure a la fin de l'essai.

Courant de ligne(I)	Tension entre phase(U)	La puissance absorbée(W)	ΔT
4.65 A	410 V	1440 W	55.3°C

Tableau. IV.2 Différentes mesures de l'essai à 50% de la charge nominale.

IV.2.7.3-Essai à 80% de C_n :

Dans cet essai nous avons appliqué 80% du couple nominal à l'arbre du moteur.

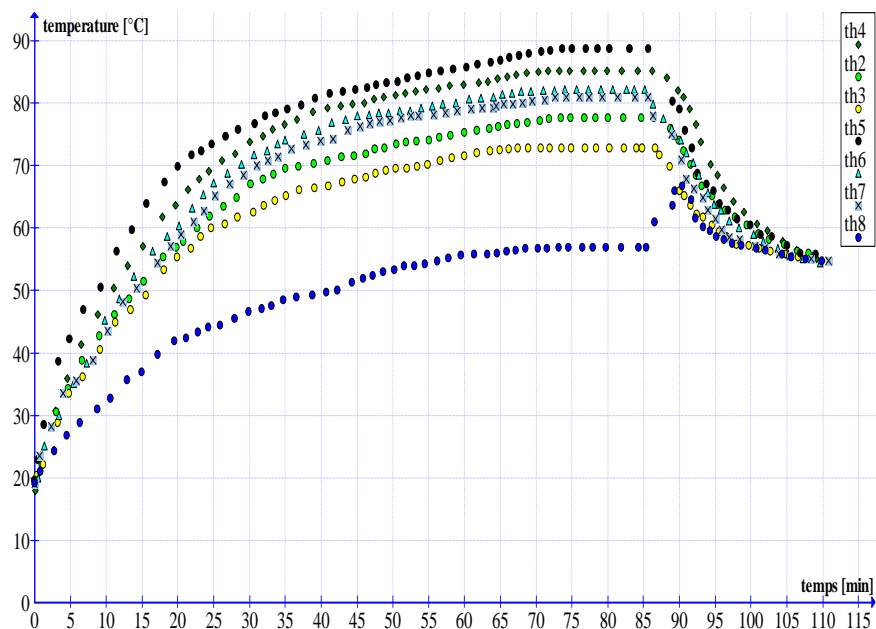


Fig. IV.10 courbe d'échauffement et refroidissement à 80% de la charge nominale.

$T_{ai} = 21^{\circ}\text{C}$

$T_{af} = 22^{\circ}\text{C}$

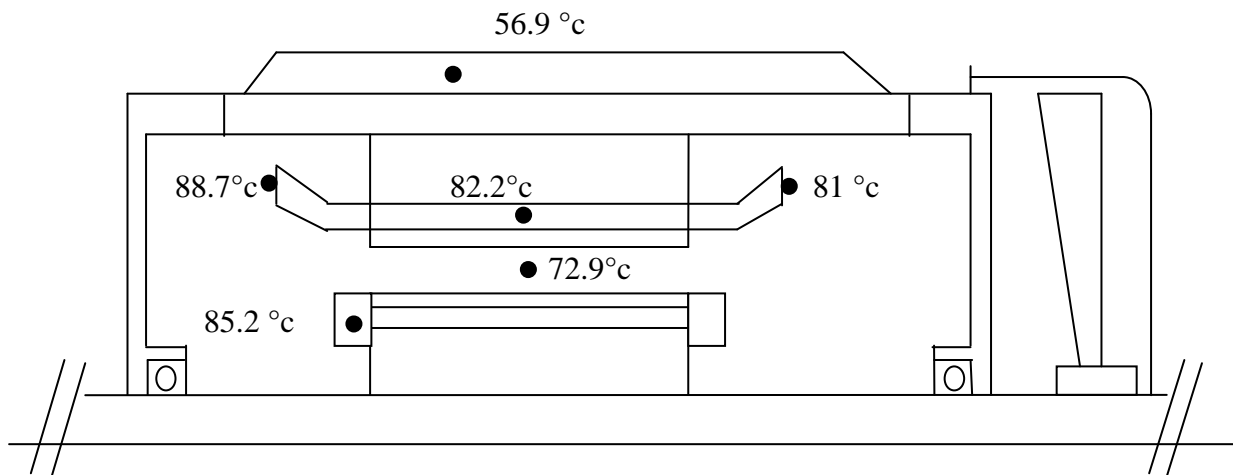


Fig. IV.11 Emplacement des thermocouples et indications des températures dans l'essai à 80% de la charge nominale.

Au début de l'essai, la température ambiante est de 21°C , et elle est de 22°C à la fin.

Lors de cet essai nous constatons que l'écart de température en régime établi entre la zone la plus chaude (tête de bobine) et l'air ambiant est de 66.7°C .

La différence de température entre le point le plus chaud (tête de bobine) et le moins chaud (la carcasse) est de 31.8°C . L'équilibre thermique est atteint au bout de 87 minutes.

Les courbes de refroidissement sont proches les unes des autres et atteignent un même point d'abord, ensuite résulte une seule courbe pour atteindre la température ambiante.

Courant de ligne(I)	Tension entre phase(U)	La puissance absorbée(W)	ΔT
5.1 A	410 V	2064 W	66.7°C

Tableau. IV.3 Différentes mesures de l'essai à 80% de la charge nominale.

IV.2.7.4-Essai en charge nominale avec une alimentation sinusoïdale :

Dans cet essai le moteur fonctionne en régime nominale, l'essai permet l'étude d'échauffement pendant ce régime, ainsi l'observation de l'évolution de sa température.

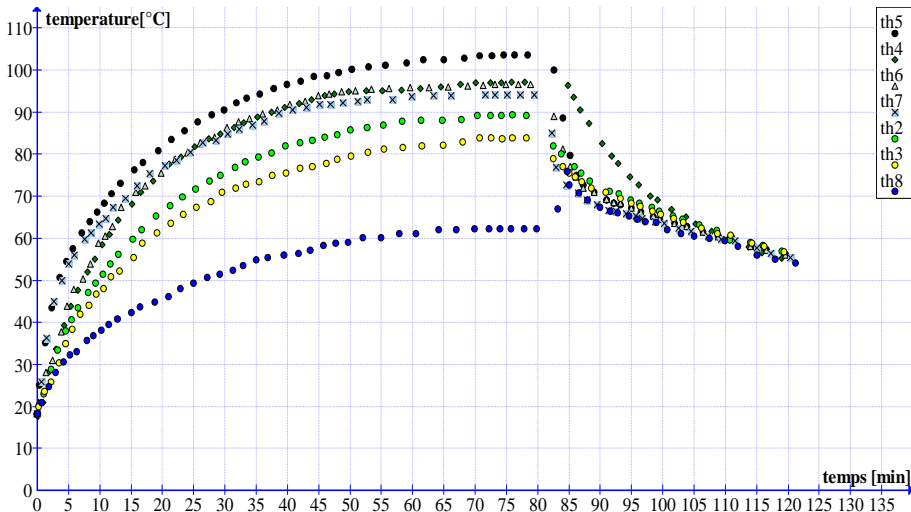


Fig. IV.12 courbe d'échauffement et refroidissement lors de l'essai en charge nominale.

$T_{ai} = 21^{\circ}\text{C}$

$T_{af} = 22^{\circ}\text{C}$

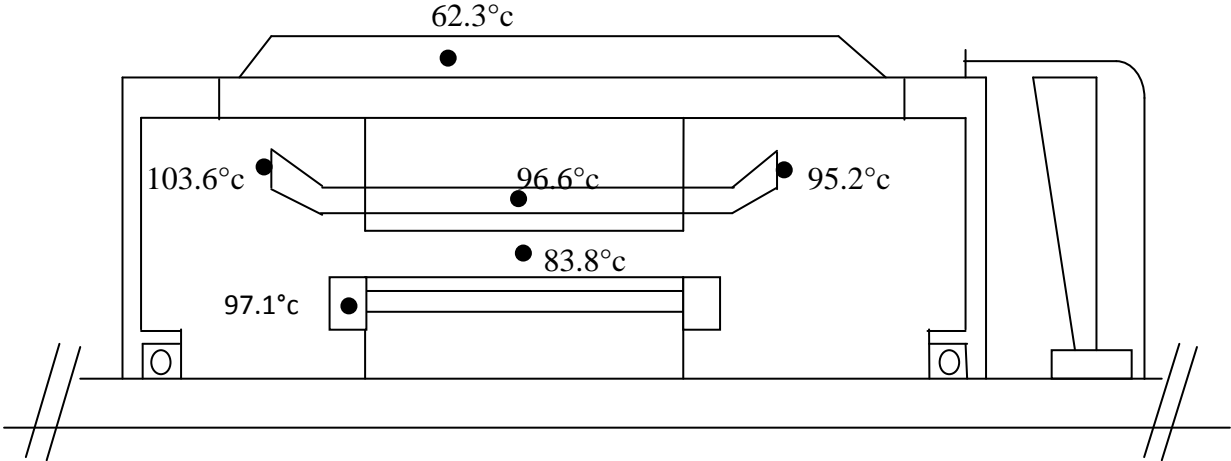


Fig. IV.13 Emplacement des thermocouples et indications des températures lors de l'essai en charge nominale en régime établi.

Au début de l'essai, la température ambiante est 20°C , et elle est de 21°C à la fin de l'essai.

La différence de température en régime établi entre le th5 le plus chaud (tête de bobine non ventilé) et l'air ambiant est de 82.6°C. De même la différence de température entre le point le plus chaud (tête de bobine non ventilé) et le moins chaud (sur la carcasse) est de 41.3°C. L'équilibre thermique est atteint après 73 minutes de fonctionnement.

Les courbes d'échauffement des thermocouples th4, th5, th6 et th7 placées respectivement dans le rotor, tête de bobine non ventilé, l'encoche et tête de bobine ventilé sont très proches les unes des autres, et ces thermocouples sont les plus chauds. De même les courbes d'échauffement des th2 (sur la dent statorique) et th3 sur l'entrefer sont proche l'une de l'autre, et ces thermocouples sont à une température intermédiaire.

Les courbes de refroidissement sont proches les unes des autres est atteignent un même point d'abord, ensuite résulte une seule courbe pour atteindre la température ambiante.

On remarque aussi qu'à l'arrêt du moteur, la température de la carcasse augmente pendant un certain temps puis diminue.

Courant de ligne(I)	Tension entre phase(U)	La puissance absorbée(W)	ΔT
5.65 A	413 V	2640 W	83.6°C

Tableau. IV.4 Différentes mesures de l'essai en charge nominale.

IV.2.8-Interprétation des résultats :

Pour interpréter les différents résultats obtenus, on doit toujours faire la liaison entre la chaleur traduite sous forme d'élévation de température, les pertes présentant la source de cette chaleur et le système de refroidissement.

- Les courbes d'échauffement obtenues montrent que la quantité d'énergie thermique dissipée depuis une surface donnée de la machine augmente avec la surélévation de la température. Cela veut dire que le phénomène d'échauffement augmente rapidement au début de l'essai. Après un certain temps, il commence à ralentir progressivement par la suite il se stabilise, le régime permanent est alors atteint.

- ✚ Au niveau du stator le thermocouple Th5 placé sur la tête de bobine coté non ventilé enregistre la température la plus élevée durant tous les essais, par rapport aux autres thermocouples. Cela peut être expliqué par le fait que les pertes supplémentaires dues aux fuites d'extrémités sont importantes en ce point et que les pertes joules occupent la majorité des pertes globales de la machine asynchrone. Le thermocouple Th6 placé dans l'encoche vient en deuxième position, et cela s'explique par le fait que les enroulements sont logés dans les encoches, et le passage de courant va engendrer des pertes joules. Puis en troisième position vient la tête de bobine cotée ventilé (Th7) et cela peut s'expliquer par l'intervention du système de refroidissement.
- ✚ Le thermocouple Th8 placé sur la carcasse enregistre la plus basse température, cela peut s'expliquer par l'absence d'une source de chaleur à ce niveau et que les sources de chaleur se trouvent à l'intérieur de la machine (enroulement et circuit magnétique). A l'arrêt du moteur, la température au niveau de la carcasse augmente un certain temps, puis diminue. Cela peut être expliqué par le fait que la différence de température est assez importante entre les parties internes les plus chaudes et les parties externes les moins chaudes, et provoque ainsi un transfert de chaleur vers le milieu ambiant.
- ✚ La température ambiante et le régime de fonctionnement du moteur influent sur l'élévation de la température à l'intérieur de celui-ci, les conditions de l'essai (la tension d'alimentation pour une charge donnée, la qualité des appareils de mesure ainsi que la qualité des contacts des capteurs en un point considéré) représentent d'autres facteurs qui peuvent conduire à l'élévation de la température dans le moteur.

IV.3- Mesure de température par la méthode sans contact :

La méthode de mesure sans contact consiste à transmettre l'information de la température et de ses variations sans aucun contact matériel entre l'élément sensible et le capteur. Les capteurs de température qui mettent en œuvre cette méthode de mesure est appelé pyromètre infrarouge (caméra thermique).



Fig. IV.14 Caméra thermique

IV.3.1- Principe de fonctionnement du pyromètre infrarouge :

Tout corps émet un rayonnement électromagnétique (de la lumière) dû à sa température. La caméra infrarouge est basée sur l'analyse du rayonnement émis par un corps pour déterminer sa température. La longueur d'onde (ou couleur) du rayonnement émis par le corps est directement liée à sa température. C'est donc le corps lui-même qui joue le rôle d'élément sensible et ce sont les variations de son rayonnement qui traduisent les variations de la température. La longueur d'onde est de l'ordre de plusieurs micromètres pour les températures autour de 20-30°C, et de l'ordre de centaines de nanomètres pour les températures élevées. Ainsi, en analysant la lumière émise par un objet il est possible de déterminer sa température.

IV.3.2- Avantages et inconvénients du pyromètre infrarouge :

a- Avantage :

- Possibilités d'effectuer des mesures de pièces sous tension (composants électriques/électroniques) ou ne pouvant pas être touchés.
- Temps de réponse pouvant être très faible, de l'ordre de quelques ms, contrairement aux thermocouples.
- Distance de mesure importante.
- Durée de vie importante.
- Les capteurs modernes offrent, désormais, des possibilités de communication informatique avec l'intégration des normes usuelles des réseaux informatiques.

b- Inconvénients :

- Les pyromètres optiques ne fournissent qu'une mesure surfacique de la température.
- Les pyromètres optiques n'indiquent jamais, ou presque la température thermodynamique du milieu. Un écart de plusieurs dizaines de degrés est courant si les corrections d'émissivité et d'absorption n'ont pas été effectuées. Normalement les pyromètres sont préalablement étalonnés par le fabricant et une liste des émissivités des différentes matières est fournie.

IV.3.3- Présentation des résultats de l'essai en charge nominale effectué :

La caméra thermique ne fournisse qu'une mesure surfacique de la température. Nous suggérons donc qu'elle est mal adaptée dans des cas où nous voulons mesurer la température à l'intérieur d'une machine électrique. Pour ce faire nous avons percé un trou au niveau du flasque de moteur asynchrone (fig. IV.15) afin de mesurer la température au rotor et les têtes de bobines.



Fig. IV.15 moteur asynchrone avec un trou sur la flasque

✚ Essai en charge nominale :

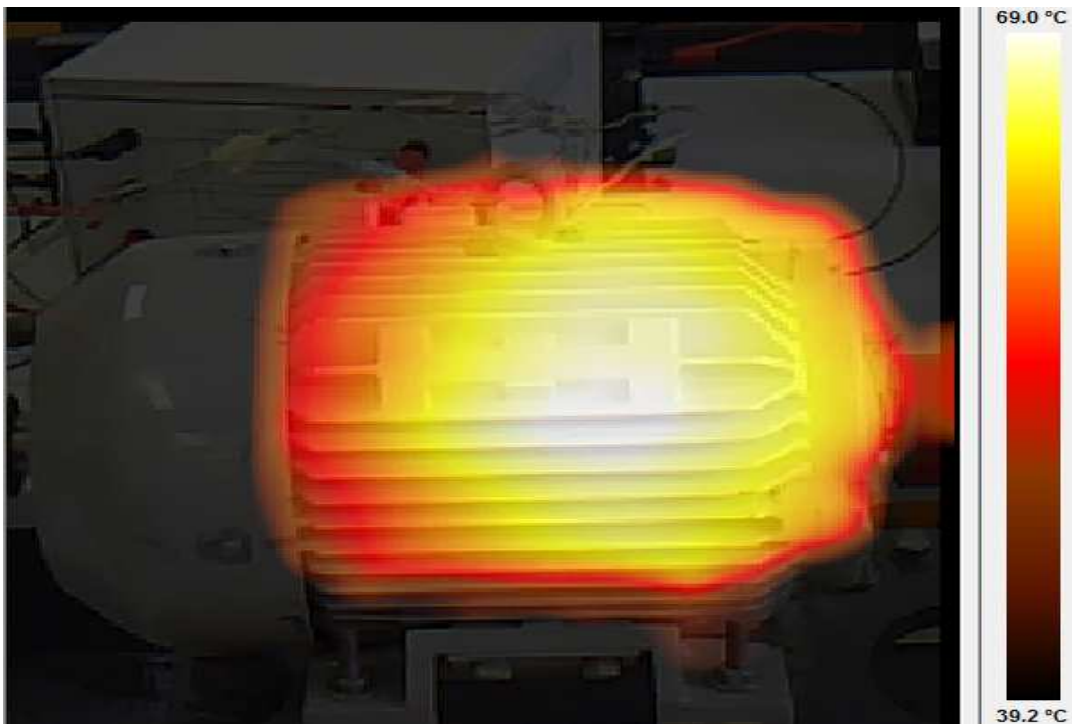


Fig. IV.16 la répartition de la température sur la carcasse en charge nominale

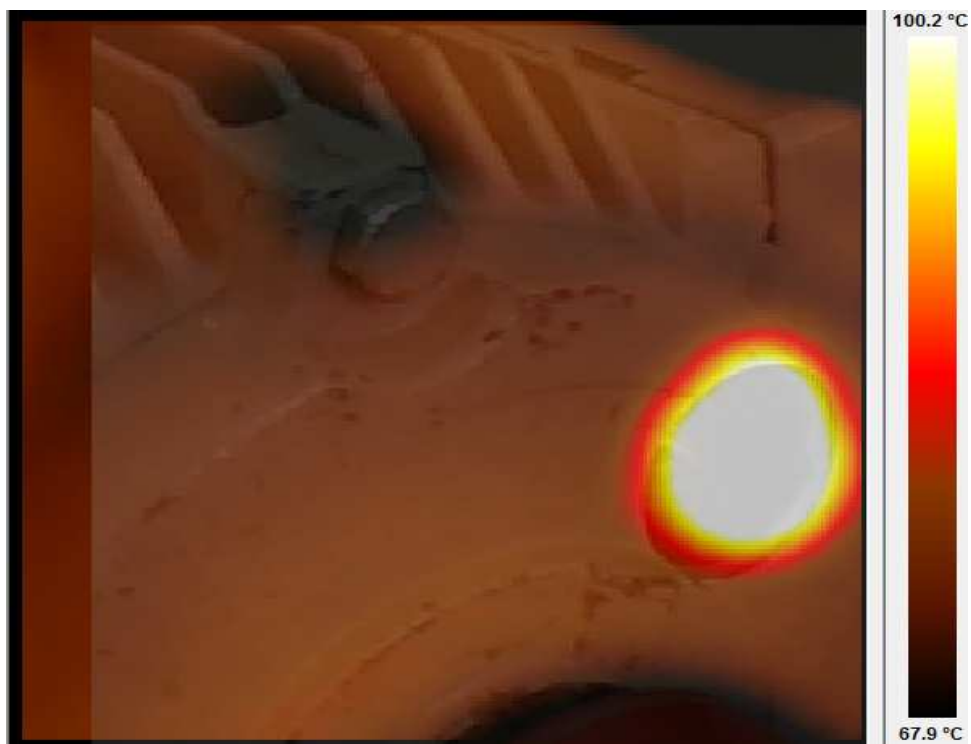


Fig. IV.17 la répartition de la température sur les têtes de bobines en charge nominale

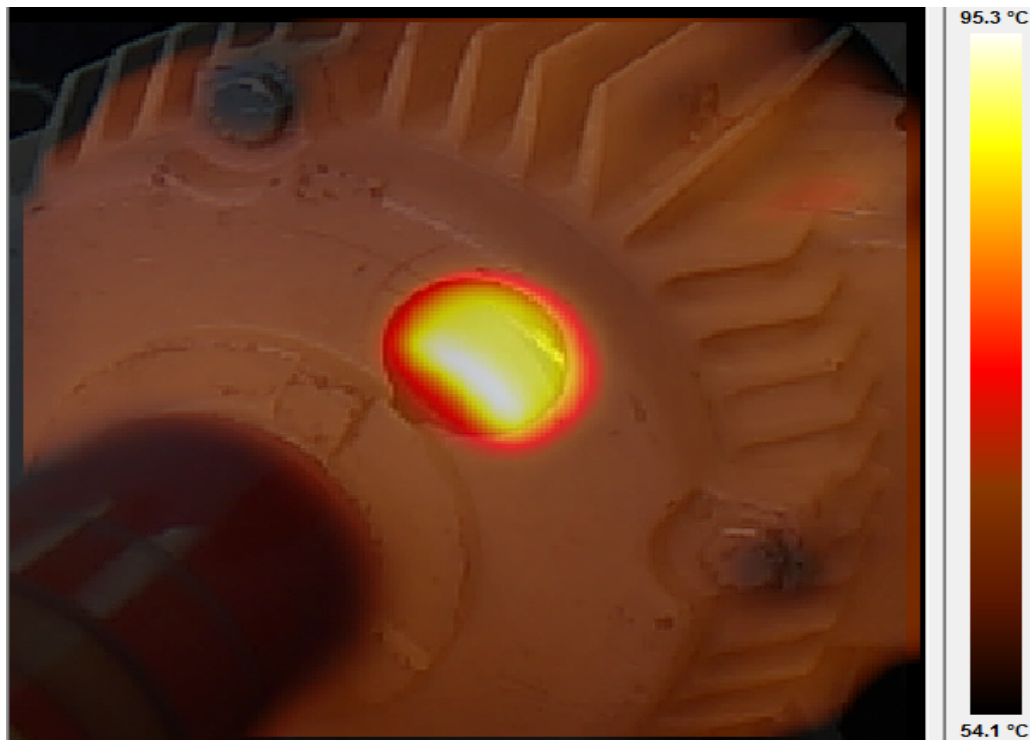


Fig. IV.18 la température sur le rotor en charge nominale.

En analysant les résultats de différents essais obtenus on peut remarquer que la camera infrarouge mesure tous les rayonnements émis et les restituent sous forme de thermogramme. Ces images thermiques sont composées par des niveaux de couleur, qui sont en corrélations avec les niveaux de température mesurées (échelle des températures).

IV.4 Comparaison des températures mesurées et simulées par les deux modèles :

Nous présentons sur les tableaux suivants les résultats de la simulation obtenus par les deux modèles thermique (nodale et Femm) et les résultats des mesures effectuées (par thermocouples et caméra infrarouge) sur la machine étudiée. Les tableaux IV.5, IV.6, IV.7 et IV.8 montrent les températures calculées et mesurées de la machine en régime permanent lors des essais en charge, à 80% du couple nominale, à 50% du couple nominale et à vide.

	Température [°C]			
Composante	Modèle nodale	Modèle FEMM	Mesuré (thermocouple)	Mesuré (caméra)
Rotor	91	111.5	97.1	95.3
Entrefer	-----	107	83.6	-----
Encoche statorique	99.78	100	96.6	-----
Tête de bobine coté non ventilé	106.83	-----	103.6	99.4
Tête de bobine coté ventilé	98.3	----	95.2	----
Dent statorique	-----	95.84	89.2	----
Culasse statorique	73.51	91.58	-----	-----
Carcasse	-----	62.12	62.3	63.2

Tableaux IV.5 Comparaison des températures mesurées et simulées par les deux modèles présentés pour le régime de fonctionnement nominale.

	Température [°C]			
Composante	Modèle nodale	Modèle FEMM	Mesuré (thermocouple)	Mesuré (caméra)
Rotor	82.97	93.6	85.2	82
Entrefer	-----	91.86	82.2	-----
Encoche statorique	85.03	88.28	82.2	-----
Tête de bobine coté non ventilé	90.45	----	88.7	82.5
Tête de bobine coté ventilé	83.66	----	81	----
Dent statorique	-----	83.97	89.2	----
Culasse statorique	66.88	81.26	-----	-----
Carcasse	-----	56.10	56.9	58

Tableaux IV.6 Comparaison des températures mesurées et simulées par les deux modèles présentés à 80% du C_n .

Composante	Température [°C]			
	Modèle nodale	Modèle FEMM	Mesuré (thermocouple)	Mesuré (caméra)
Rotor	66.34	74	69.7	70.5
Entrefer	-----	73.6	64.5	-----
Encoche statorique	74.05	73	72.3	-----
Tête de bobine coté non ventilé	79.61	-----	77.3	75.8
Tête de bobine coté ventilé	73.94	----	71.2	----
Dent statorique	-----	70	66.4	----
Culasse statorique	61.13	68.61	-----	-----
Carcasse	-----	50	50.2	50

Tableaux IV.7 Comparaison des températures mesurées et simulées par les deux modèles à 50% du C_n .

Composante	Température [°C]			
	Modèle nodale	Modèle FEMM	Mesuré (thermocouple)	Mesuré (caméra)
Rotor	68.32	80.61	72.3	70.6
Entrefer	-----	72.48	62.9	-----
Encoche statorique	69.43	72.13	71.5	-----
Tête de bobine coté non ventilé	73.62	-----	75.2	73.3
Tête de bobine coté ventilé	68.21	----	70.2	----
Dent statorique	-----	70.09	67.3	----

Culasse statorique	58.41	66.69	-----	-----
Carcasse	-----	47.38	47.3	49.4

Tableaux IV.8 Comparaison des températures mesurées et simulées par les deux modèles à vide.

Les figures IV.19, IV.20, IV.21 et IV.22 montrent les températures simulées (par le modèle) et mesurées (par thermocouple) de différentes parties de la machine en régime transitoire lors de fonctionnement en charge nominale, à 80% du couple nominale, à 50% de couple nominale et à vide respectivement.

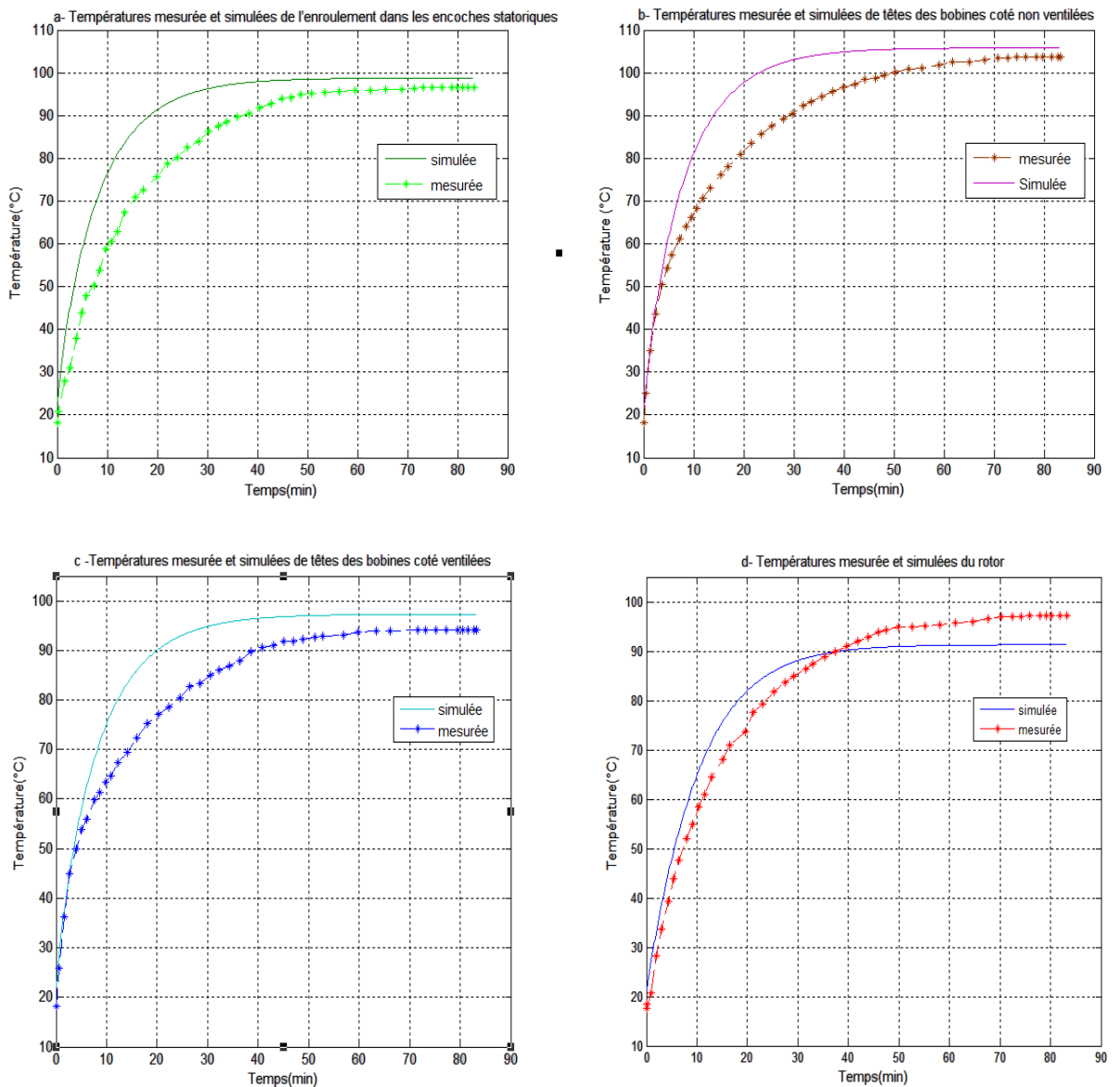


Fig. IV.19 Températures mesurée (par thermocouples) et simulées (par modèle nodale) dans les différentes parties de la machine en charge nominale

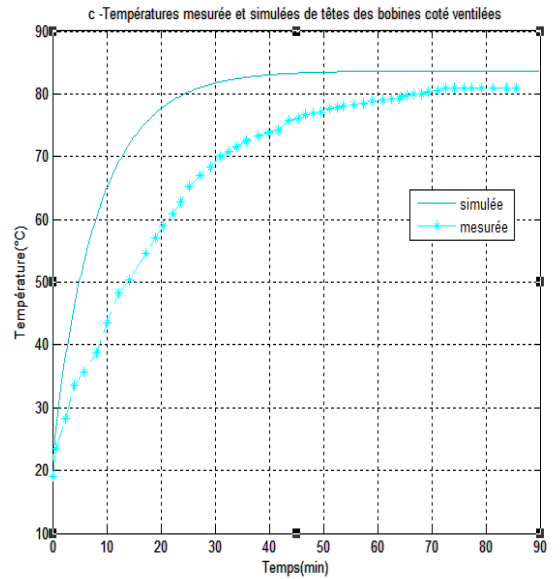
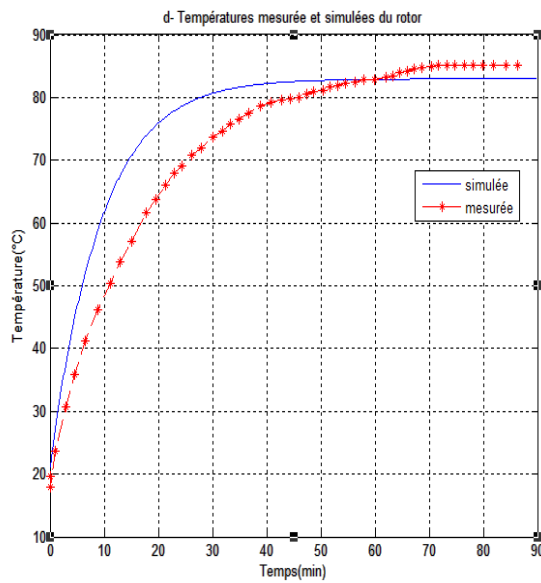
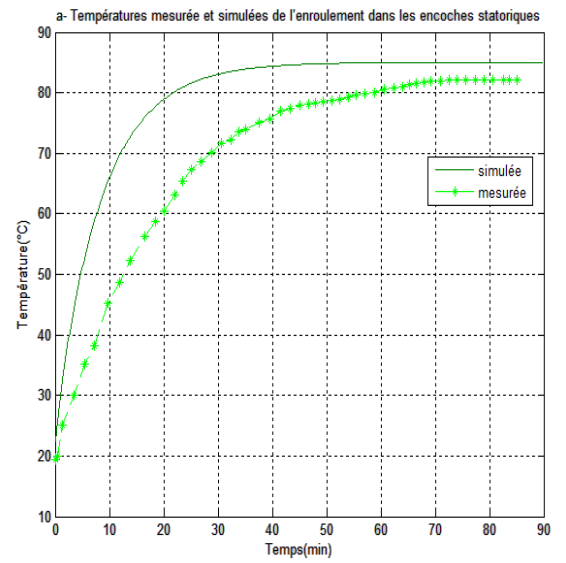
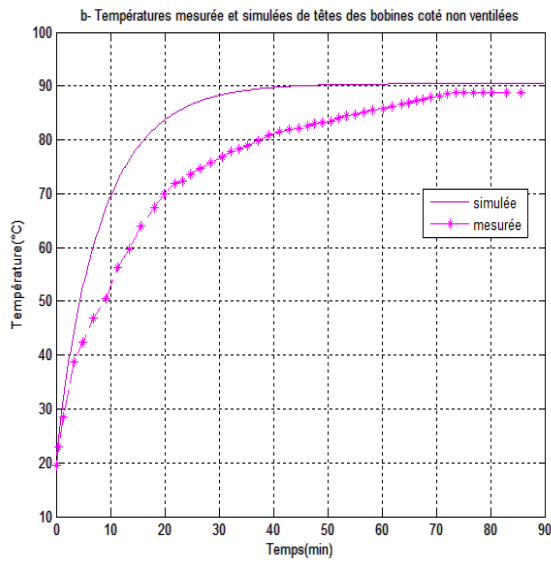


Fig. IV.20 Températures mesurée (par thermocouples) et simulées dans les différentes parties de la machine à 80% du couple nominale.

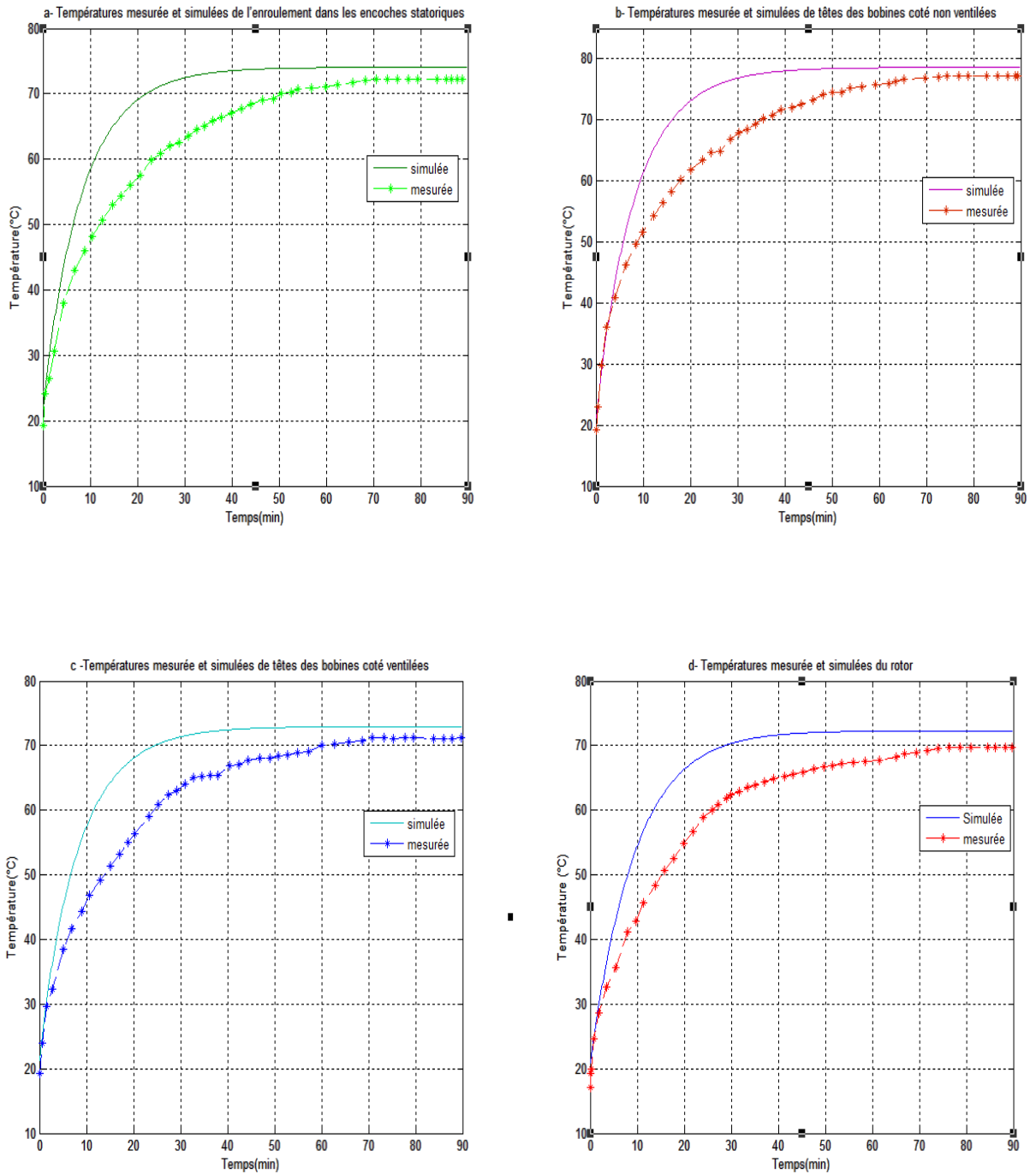


Fig. IV.21 Températures mesurée (par thermocouples) et simulées dans les différentes parties de la machine à 50% du couple nominale.

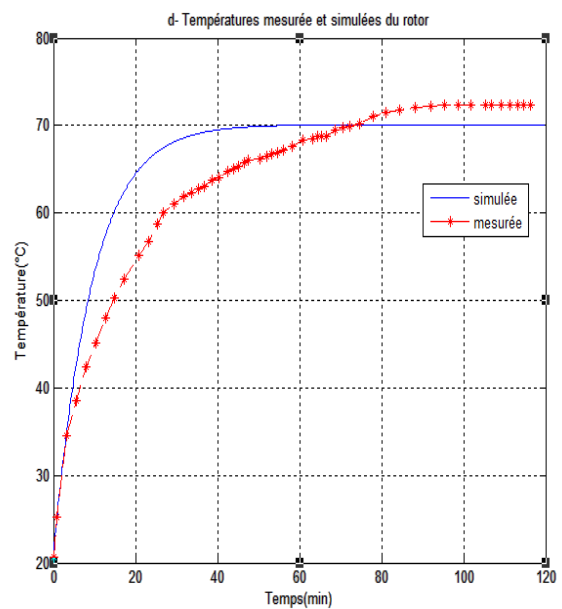
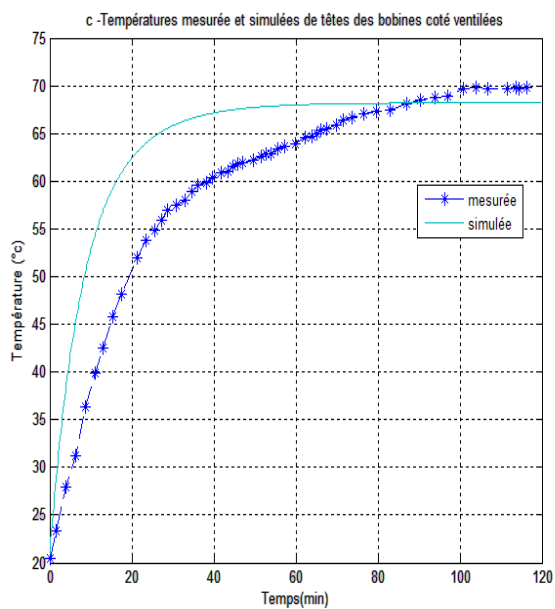
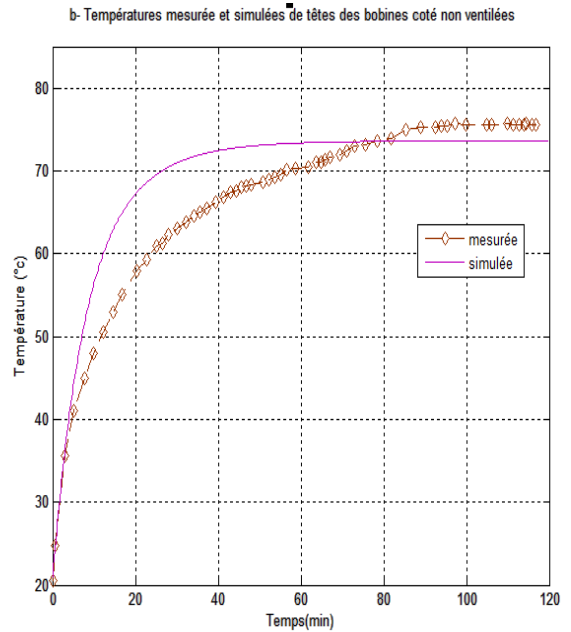
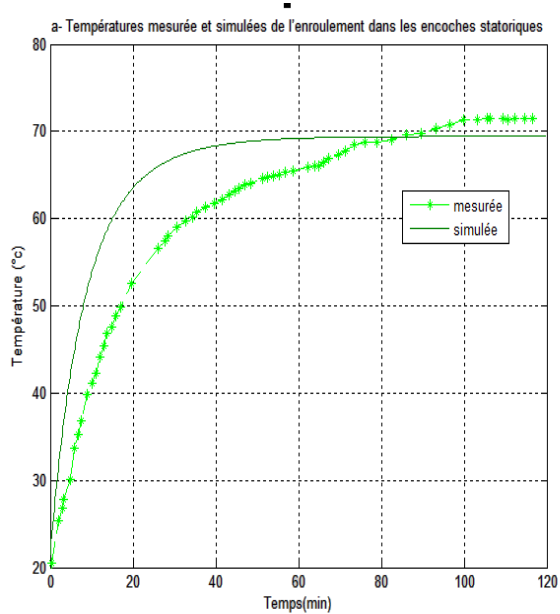


Fig. IV.22 Températures mesurée (par thermocouples) et simulées dans les différentes parties de la machine à vide.

IV.5 Analyse des résultats obtenus par les deux modèles présentés :

Le modèle nodale :

Les résultats de mesures expérimentales présentées, dans ce chapitre, montrent que le modèle nodale proposée permet de calculer la température dans les différentes parties de la machine avec une précision raisonnable lors d'essai à vide, à 50% du C_n , à 80% du C_n et en charge nominale. Les différences de l'ordre de 4 ° C à vide, 4°C à 50% du C_n , 3°C à 80% du C_n et environ 6 ° C à charge nominale. Les erreurs qui existent entre les températures mesurées et simulées peuvent être, sans doute, expliquer par le fait que le modèle thermique développée calcule la moyenne des températures à l'intérieur du stator et du rotor, tandis que les thermocouples installés ne mesurent que la température à l'extérieur des enroulements du stator et du rotor. L'erreur probable peut aussi être due à des erreurs émanant du calcul des conductances et capacités thermiques qui dépendent de propriétés des matériaux de la machine. En dernier, les pertes de puissance de la machine utilisée dans la simulation étaient supposée constantes tout au long du fonctionnement de la machine. Ce n'est pas toujours correct car les pertes dans le cuivre variés en fonction de la résistance qui dépend de la température. Ces erreurs sont cependant dans des limites acceptables pour des raisons pratiques.

Le modèle numérique (FEMM) :

En analysant les résultats obtenus par FEMM on peut remarquer que le modèle numérique donne une distribution précise de la température dans le cas de la machine étudiée. Ceci permet de connaître les points les plus chauds de cette machine (encoche, rotor) ainsi que les températures des dents, de la culasse et de l'entrefer.

Les différences de température entre le modèle effectué par FEMM et celles mesurées expérimentalement sont dû à des erreurs qui peuvent être expliqués de plusieurs façons

- ❖ Les caractéristiques des matériaux ont été prise dans les valeurs réelles des conductivités peuvent varier légèrement.
- ❖ Même si les cotés du moteur ne sont pas ventilés, il ya des échanges à travers les flasques.
- ❖ Les pertes utilisées dans le modèle sont estimées par des essais pratiques.

Nous pouvons constater à partir des résultats précédents l'intérêt de chaque modèle. D'une part le modèle numérique (FEMM) donne une distribution détaillée plus précise de la

température. Ceci permet de connaître les points les plus chauds de cette machine. Ceci ne peut pas être obtenu avec le modèle nodale. Cependant les températures aux extrémités de la machine ne peuvent être obtenues car la modélisation 2D, ne prend pas en compte la distribution axiale de la température. D'autre part le modèle nodale ne donne que la température moyenne de chaque bloc et ainsi les températures des points les plus chauds ne peuvent être obtenues. Par contre ce modèle nous renseigne sur les températures des têtes de bobines car les échanges thermique par l'axe de la machine étudiée sont pris en considération.

Nous constatons également que le modèle numérique 2D utilisé a tendance à surestimer la température au rotorique. Nous pensons que cela dû à la présence dans le rotor de deux rainures de centrage qui forment une sorte de canaux axiaux de ventilation. L'effet de ces canaux n'est pas pris en compte dans le modèle numérique. Par contre, ces canaux sont modélisés dans le modèle nodale car les paramètres de ce dernier sont obtenus par identification expérimentale.

IV.6 Conclusion :

Ce chapitre est consacré à la comparaison des résultats des modèles thermiques avec ceux des essais expérimentaux. Dans un premier temps, le banc d'essai et l'instrumentation sont détaillés Cette dernière est principalement composée de thermocouples qui sont des capteurs de température. Sept thermocouples ont ainsi été insérés dans le moteur asynchrone, dans les parties fixes et tournantes. Ensuite on a utilisé la caméra thermique comme une deuxième méthode pour la mesure de température. Les relevés expérimentaux nous ont permis d'avoir une carte thermique de la machine étudiée, pour les points considérés. La confrontation de ces relevés avec les résultats obtenus par les deux modèles thermiques nous à permis de valider ces deux dernières, la simulation des comportements thermique se présente alors comme un outil incontournable qui sont associés à l'expérimentales.

Conclusion générale

L'objectif assigné à la présente étude concerne la modélisation thermique d'un moteur asynchrone à cage d'une puissance 2.2 kw.

Nous avons commencé par développer une analyse de différentes pertes d'énergie, ainsi que les modes de transfert de chaleur dans les machines électriques. Ensuite on a présenté les différentes méthodes d'étude de comportement thermique de ces machines.

Nous avons par la suite développé deux modèles de calculs thermiques du moteur asynchrone. Le premier modèle basé sur la méthode nodale. L'identification des paramètres du modèle proposé est effectuée à partir des essais expérimentaux. Le deuxième modèle est basé sur la méthode des éléments finis. Malgré des hypothèses de travail assez restrictives (modèle 2D, phénomène purement conductifs, géométrie simplifiée), le modèle numérique est assez satisfaisant pour caractériser l'échauffement des parties actives de la machine comparativement au relevés expérimentales.

Puis, plusieurs essais expérimentaux ont été réalisés sur un moteur asynchrone autoventilé fermé de faible puissance. Ces essais ont été réalisés sous plusieurs modes de fonctionnement (en charge nominale, à 80% de couple nominale, à 50 % du couple nominale, à vide). Les résultats de ces essais expérimentaux ont pu fournir de nombreuses tendances d'évolution du comportement thermique du moteur. On a ainsi pu mettre en évidence, par exemple, qu'un espace frontal est plus frais que l'autre ou encore que les développantes sont soumises à de forts gradients de température. Les résultats des modèles thermiques sont comparés aux essais expérimentaux. Bien que certaines grandeurs semblent manquer aux modèles (des résistances de contact ou des descriptions fines des roulements et des cuivres statoriques), celui-ci suit la majorité des tendances observées expérimentalement et les niveaux de température sont globalement acceptables.

Références bibliographiques

- [1] D. Roye, "Modélisation thermique des machines électriques tournantes. Application à la machine à induction", Thèse de Doctorat Sciences, INP Grenoble (France), Novembre 1983.
- [2] GUY GRELLET, "Pertes dans les machines tournantes". Technique de l'ingénieur, traité de génie électrique, vol D3450.
- [3] R.Redjem, "calcul et conception assistés par ordinateur des machines électriques", mémoire de magister ,2006.
- [4] V.Claudiu, "Modélisation du transfert de chaleur au sein des machines électriques tournantes. Dimensionnement et optimisation de leur système de refroidissement", *Thèse de Doctorat*, Université de Paris VI, Décembre 2002.
- [5] A. BOUKHLIFA, "les éléments d'optimisation du pilotage d'une machine asynchrone en vue d'un contrôle vectoriel", thèse de doctorat de l'école nationale polytechnique, 2007.
- [6] S. Lopez, " Définition de nouvelles structure de circuits magnétiques de machines AC utilisant des tôles a gains orientés", thèse de doctorat de l'université d'Artois, 2011.
- [7] M. Malick, "Réduction des pertes a vide des transformateurs de distribution par utilisation de rubans amorphes", thèse de doctorat de l'école normale supérieure de Cachan ,2012.
- [8] THEODORE WILDI, " Electrotechnique", édition de Boeck université, 3^{ème} Edition, 2000.
- [9] R. Dubouil, "Etude par simulation des transferts thermiques dans un groupe motopulseur hybride électrique automobile", thèse de doctorat de l'école doctorale SPIGA de Nantes, 2012.
- [10] O. I. Okoro, "Dynamic and thermal modeling of induction machine with non-linear effect", these, Kassel university, 2002
- [11] N. Phi-hung, " Impacts des modèles de pertes sur l'optimisation sur cycle d'un ensemble convertisseur – machine synchrone. Applications aux véhicules hybrides " thèse de doctorat de l'école normale supérieure de Cachan, 2011.

- [12] G. Jinlin, " Modélisation et Conception Optimale d'un Moteur Linéaire à Induction Pour Système de Traction Ferroviaire ", thèse de doctorat de l'école centrale de Lille, 2011.
- [13] M.Kudelski, "analyse et conception de moteurs synchrone chemisés à commutation électronique", thèse de doctorat de l'école polytechnique fédérale de Lausanne, 1998.
- [14] M.Valentin Costan, "convertisseurs parallèles entrelacés : étude des pertes fer dans les transformateurs inter-cellules", thèse de doctorat de l'école doctorale : génie électrique, électronique, télécommunication, 2007.
- [15] Alex Van den Bossche, Vencislav Cekov Valchev, Inductors and Transformers for Power Electronics, book Taylor & Francis.
- [16] A. Fasquelle, "Contribution à la modélisation multi-physique électro-vibro-acoustique et aérothermique de machines de traction", thèse de doctorat à l'école centrale de Lille, Spécialité : Génie Electrique, 2007.
- [17] J. Lutun, " Modélisation thermique des alternateurs automobiles", Thèse de doctorat de Grenoble INP, 2012.
- [18] S. Mezani, "Modélisation électromagnétique et thermique des moteurs a induction, en tenant compte des harmoniques d'espace", thèse de doctorat de l'institut nationale polytechnique de Lorraine, 2004.
- [19] Y.F.Chen., « Modalisation thermique des moteurs asynchrones en vue de la réalisation d'un outil CAO ». thèse de doctorat de l'université de Rouen, 30 Novembre 1994.
- [20] J. L. Koch et al, Rapid Prototyping by Laser Cladding, Proceedings of International Conference on Applications of Lasers and Electro-Optics, Orlando, FL, pp. 556-565, , October (1993).
- [21] A. Kar, et al, Modeling in Laser Materials Processing: Melting, Alloying, Cladding, Laser Processing: Surface Treatment and Film Deposition, J. Mazumder - Editor, Kluwer Academic Publishers, Netherlands, pp. 129-155, (1996).
- [22] M.Bougatoya, "étude et développement d'un capteur thermomécanique appliqués au circuits VLSI", thèse de doctorat de l'université de Québec ,2010.

- [23] M.Perrottet, « transmission électromagnétique rotative d'énergie et d'information sans contact ». thèse de doctorat de l'école nationale polytechnique, 2000.
- [24] M.KOANDA ,N.NAOUAR, "conductivité thermique dans les matériaux composites", stage L3 magistère mention mécanique ,2008.
- [25] M.Babacar Samba, "étude de champ thermique dans une plaque : application à la mesure de la conductivité thermiques des matériaux'' projet de fin d'étude, 2005.
- [26] P. Depecker and Cinard, " Lois fondamentales en génie climatique", In Genie energetique , number B 9055. Techniques de l'Ingénieur, 1996.
- [27] B.CHERON., « Transfert thermique ». ellipses/édition marketing S.A. (PARIS), 1999.
- [28] B.EYGLUNENT., « Manuel thermique ». 2^e édition revue augmentée, PARIS, Hermès science publications, 1997.
- [29] A.hidjazi, '' Modélisation électrothermique, commande et dimensionnement d'un système de stockage d'énergie par supercondensateurs avec prise en compte de son vieillissement : application à la récupération de l'énergie de freinage d'un trolleybus '' thèse de doctorat de l'école doctorale de Lyon, 2010.
- [30] R.Glises, ''Machine électriques tournantes simulation du comportement thermique''.technique de l'ingénieur, D3760.
- [31] M.Hamid Belghazi, ''modélisation analytique du transfert instationnaire de la chaleur dans un matériau bicouche en contact imparfait et soumis a une source de chaleur en mouvement'' thèse de doctorat de l'université de Limoges, 2008.
- [32] Y. Bertin, "Refroidissement des machines électriques tournantes," Techniques de l'ingénieur, mai 1999.
- [33] B.Mimi, ''étude des machines électriques par CAO'', thèse de doctorat de l' université mentouri costantine,2009.
- [34] E. Foulon, surveillance thermique de la machine asynchrone, Thèse de Doctorat de l'université de Nantes soutenu Le 25 juillet 2005 au Centre de Recherche et de Transfert de Technologie (CRTT), Saint Nazaire.

- [35] L. Sang-Bin, T.G. Habetler, R.G. Harley, D.J. Gritter, A stator and rotor resistance estimation technique for conductor temperature monitoring, Industry Applications Conference, 2000, Conference Record of the 2000 IEEE, volume 1, 2000, pages 381 –387, voll.
- [36] P. Bastiani, « Stratégies de commande minimisant les pertes d'un ensemble convertisseur machine alternative Application a la traction électrique », thèse de l'institute national de science appliquées de Lyon, 2005.
- [37] H.Mellah, ‘ ‘ Estimation des Grandeurs Intrinsèques d’une Machine asynchrone’ ’, mémoire de magister, université FERHAT ABBAS – SETIF UFAS (ALGERIE), 2009.
- [38] D. Gerling, G.Dajaku, Novel lumped-parameter thermal model for electrical systems, Institute for Electrical Drives, University of Federal Defense Munich, EPE 2005.
- [39] E. Chauveau, "Contribution au calcul électromagnétique et thermique des machines électriques – Application à l'étude de l'influence des harmoniques sur l'échauffement des moteurs asynchrones", thèse de doctorat à l'université de Nantes, Spécialité : Electronique et Génie Electrique, 2001.
- [40] J.Azzouzi, ‘ ‘ Contribution à la modélisation et à l’optimisation des machines synchrones à aimants permanents à flux axial. Application au cas de l’aérogénérateur’ ’, mémoire de doctorat de l’université de Havre, 2007.
- [41] G.J.Moreno, ‘ ‘A thermal model for small induction motor based on experimental heating curves’ ’, ingenieria electrica y electronic avenida de espana.
- [42] D. Gerling, G.Dajaku, Novel lumped-parameter thermal model for electrical systems, Institute for Electrical Drives, University of Federal Defense Munich, EPE 2005.
- [43] Y.BERTIN., « Analyse des transferts de chaleur dans un moteur électrique asynchrone. Développement d’un environnement CAO et modélisations thermoaréauliques ». Thèse de l’université de Poitiers (1987).
- [44] SAULNIER J.B., ALEXANDRE A., « La modélisation thermique par la méthode nodale: Ses principes, ses succès et ses limites ». Rev. Gén. Therm.Fr, 280, 363-372 (1985).

[45] F. P. Incropera, D. P. de Witt, *Fundamentals of heat and mass transfer*, John Wiley & ppSons Inc., New York (USA), 2nd. edition, 1985, 802 p.

[46] J.LI Guang, "Contribution à la conception des machines électriques à rotor passif pour des applications critiques : Modélisation électromagnétiques et thermiques sur cycle de fonctionnement, étude du fonctionnement en mode dégradé" , thèse de doctorat de l'école normal supérieur de cachan, 2011.

[47] A. Lefevre, " Contribution à la modélisation électrique, électromagnétique et thermique des transformateurs. Application à l'étude de l'échauffement sur charges non linéaires ", thèse de doctorat à l'université de Nantes, Spécialité : Electronique et génie électrique Ecole polytechnique, 2006.

ANNEXE A

**PROPRIÉTÉS PHYSIQUES DES PRINCIPAUX
MATÉRIAUX UTILISÉS EN CONSTRUCTION
ÉLECTRIQUE**

A.1. propriétés physiques des matériaux solides intervenant dans la construction des machines électriques.

➤ **Résistivité électrique :**

Cuivre :	$1.724 \cdot 10^{-8} \Omega.m$
Aluminium :	$2.655 \cdot 10^{-8} \Omega.m$
Fer :	$9.71 \cdot 10^{-8} \Omega.m$

➤ **Coefficient de température :**

Cuivre :	$3.93 \cdot 10^{-3} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$
Aluminium :	$4046 \cdot 10^{-3} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$
Fer :	5.2 à 6.2 $\text{ }^\circ\text{C}^{-1}$

Propriétés physiques corps	Masse volumique (kg/m ³)	Chaleur massique (J/kg.°C)	Conductivité thermique(W/m.°C)
Acier	7750-7865	460-486	40-75
Cuivre	8954	383	386
Aluminium	2707	896	204
Tôles	7750-7865	460-486	-
Direction radiale	-	-	45-55
Direction axiale	-	-	1.97
fonte	7272	420	52
Vernis isolant	1200	1250	0.15-0.86

Tableau A.1 : propriétés physiques des principaux corps à 20°C.

Température (°C)	Masse volumique (kg/m ³)	Chaleur massique (J/kg.°C)	Conductivité thermique (W/m.°C)	Viscosité dynamique (kg/m.s)	Viscosité cinématique (m ² /s)	Diffusivité thermique (m ² /s)
0	1.2	1004	0.0242	$171 \cdot 10^{-7}$	$13 \cdot 10^{-6}$	$19 \cdot 10^{-6}$
20	1.16	1006	0.0258	$184 \cdot 10^{-7}$	$15.8 \cdot 10^{-6}$	$22 \cdot 10^{-6}$
100	0.9	1011.5	0.0318	$218 \cdot 10^{-7}$	$29 \cdot 10^{-6}$	$34 \cdot 10^{-6}$
200	0.72	1026	0.0387	$260 \cdot 10^{-7}$	$34 \cdot 10^{-6}$	$51 \cdot 10^{-6}$

Tableau A.2 : propriétés physiques de l'air sec en fonction de la température.

ANNEXE B

CARACTÉRISTIQUES ET DIMENSIONS GÉOMÉTRIQUE DE LA MACHINE ÉTUDIÉE

B.1. Caractéristiques nominales de la machine :

Toutes les données nous ont été communiquées par le constructeur ELECTRO-INDUSTRIES (ex ENEL - MEL – Azazga).

Caractéristiques	Valeurs	unités
Puissance utile	2.2	kw
Nombre de phases	3	-
Fréquence d'alimentation	50	Hz
Vitesse de rotation	1500	Tr/min
Glissement	4.6	%
Tension d'alimentation	380	V
Connexion des enroulements	Triangle (Δ)	-
Courant absorbé	5.2	A
Facteur de puissance	0.83	-
Rendement	78	%
Résistance d'une phase au stator à 20°C	7.63	Ω
Hauteur d'axe	100	mm
Couple nominal	15	N.m
Couple démarrage/couple nominal	2.3	-
Couple max/couple nominal	2.6	-
Courant démarrage/courant nominal	5.9	-

Tableau B.1. Caractéristiques nominales de la machine étudiée

B.2. Dimensions géométriques de la machine :

Composante	Valeur	Unité
Diamètre extérieur	153	mm
Diamètre intérieur	145	mm
Longueur axiale	192	mm
Epaisseur	4	mm
Nombre d'ailette	40	-
Hauteur de l'ailette	20	mm
Distance entre deux ailettes	10	mm

Tableau B.2. Dimensions de la carcasse

Composante	Valeur	Unité
Diamètre extérieur	145	mm
Diamètre intérieur	88.5	mm
Diamètre intérieur de la culasse	119.53	mm
Longueur axiale	110	mm
Nombre d'encoches	36	-
Section de l'encoche	96.4	mm ²
Epaisseur du caniveau d'encoche	0.225	mm
Nombre de brins actifs par encoche	64	-
Diamètre de conducteur nu	0.71	mm
Diamètre du conducteur isolé	0.753	mm
Section du cuivre dans l'encoche	25.34	mm ²
Epaisseur de l'entrefer	0.25	mm
Classe d'isolation	F	-

Tableau B.3. Dimensions du stator.

Composante	Valeur	Unité
Diamètre extérieur	88	mm
Diamètre extérieur de la culasse	57.75	mm
Diamètre de l'arbre	37	mm
Longueur axiale	110	mm
Nombre d'encoches	28	-
Section de l'encoche	45.33	mm ²
Biais d'encoche	1	-
Diamètre extérieur de l'anneau de court circuit	86.5	mm
Diamètre intérieur de l'anneau de court circuit	48	mm
Nombre d'ailettes à l'extrémité de l'anneau de court circuit	7	-

Tableau B.4. Dimensions du rotor.

Caractéristique des enroulements :

- 6 bobines triple/moteur
- 2 bobines en série par phase
- Nombre de section totale = 18 sections
- Nombre de section par phase = 6 section
- Nombre de bobine totales = 6 bobinnes
- Nombre de bobine par phase = 2 bobines
- 64 conducteurs par encoches

ANNEXE C

**CALCUL DES PERTES, DENSITÉ DES PERTES ET LES
PARAMÈTRES DU MODÈLE NODALE**

I. Calcul des pertes dans les différentes parties de la machine étudiée :

I.1 Calcul des pertes joules statoriques :

a- En charge nominale:

$$P_{JS} = 3 \cdot R_{s(105)} \cdot I_s^2$$

$$R_{s(105^\circ)} = R_{s(26^\circ C)} \cdot \frac{105+235}{26+235} = 8.67 \cdot 1.30 = 11.27 \ \Omega$$

$$P_{JS} = 3 \cdot 11.27 \cdot (3)^2 = 304.317 \text{ W}$$

b- A vide :

$$P_{JS0} = 3 \cdot R_{s(75^\circ)} \cdot I_0^2$$

$$R_{s(75^\circ)} = R_{s(26^\circ)} \cdot \frac{75+235}{26+235} = 8.67 \cdot 1.18 = 10.23 \ \Omega$$

$$P_{JS0} = 3 \cdot 10.23 \cdot (2.3)^2 = 162.36 \text{ W}$$

➤ Séparations des pertes dans le bobinage statorique :

Les pertes joules statorique se divisent entre têtes de bobines et enroulement dans l'encoche.

Nous donnons dans ce qui suit la procédure de séparation de ces pertes.

Nous considérons le schéma de la fig. ou nous supposons que les têtes de bobines ont une forme toroïdale. Nous supposons également que l'ouverture moyenne d'une tête de bobine correspond à un pas polaire ($\frac{\pi}{2}$ mec).

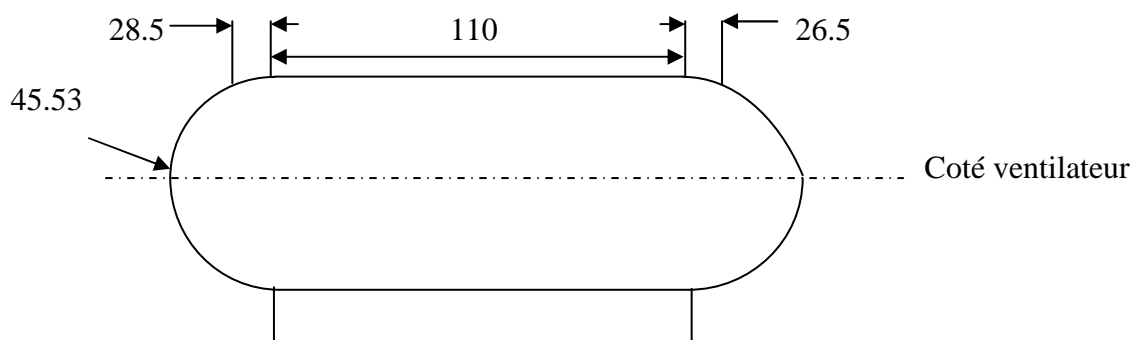


Fig.c.1 Dimension des têtes de bobines

La longueur moyenne d'une tête de bobine se calcule donc comme suit :

- **Côté non ventilé :**

$$l_{\text{tbnv}} = 45 \cdot 553 \cdot \pi - 2 \cdot (45 \cdot 553 - 26 \cdot 5) = 109 \text{ mm}$$

- **Côté ventilateur :**

$$l_{\text{tb}} = 45 \cdot 553 \cdot \pi - 2 \cdot (45 \cdot 553 - 26 \cdot 5) = 105 \text{ mm}$$

La longueur totale d'un faisceau de conducteurs est donc :

$$l_{\text{tot}} = l_{\text{tbnv}} + l_{\text{tbv}} + 2 \cdot 110 = 434 \text{ mm}$$

On calcule les pertes comme suit :

1. Dans l'encoche statorique :

$$P_{\text{enc}} = P_{\text{JS}} \cdot \frac{2 \cdot 110}{434} = 0.507 \cdot P_{\text{JS}}$$

2. Dans les têtes de bobines cotées non ventilé :

$$P_{\text{tbnv}} = P_{\text{JS}} \cdot \frac{109}{434} = 0.251 \cdot P_{\text{JS}}$$

3. Dans les têtes de bobines côté ventilateur :

$$P_{\text{tbv}} = P_{\text{JS}} \cdot \frac{105}{434} = 0.242 \cdot P_{\text{JS}}$$

P_{JS} : Perte joule statorique.

-Les valeurs des pertes sont :

- A vide :

$$P_{\text{enc}} = 0.507 \cdot 162.36 = 82.31 \text{ w}$$

$$P_{\text{tbnv}} = 0.251 \cdot 162.36 = 40.75 \text{ w}$$

$$P_{\text{tbv}} = 0.242 \cdot 162.36 = 39.29 \text{ w}$$

- En charge:

$$P_{\text{enc}} = 0.507 \cdot 304.317 = 154.28 \text{ w}$$

$$P_{\text{tbnv}} = 0.251 \cdot 304.317 = 76.38 \text{ w}$$

$$P_{\text{tbv}} = 0.242 \cdot 304.317 = 73.64 \text{ w}$$

c- à 50% du couple nominale :

$$P_{\text{JS}} = 3 \cdot R_{\text{s}(80^\circ\text{c})} \cdot I_{\text{s}}^2$$

$$R_{S(80^{\circ}\text{C})} = R_{S(26^{\circ}\text{C})} \cdot \frac{80+235}{26+235} = 9.25 \Omega$$

$$P_{JS} = 3 \cdot R_{S(80^{\circ}\text{C})} \cdot I_s^2 = 3 \cdot 9.25 \cdot (2.68)^2 = 199.31 \text{ w}$$

$$P_{\text{enc}} = 0.507 \cdot 199.31 = 101.05 \text{ w}$$

$$P_{\text{tbnv}} = 0.251 \cdot 199.31 = 50.02 \text{ w}$$

$$P_{\text{tbv}} = 0.242 \cdot 199.31 = 48.23 \text{ w}$$

d- à 80% du couple nominale :

$$P_{JS} = 3 \cdot R_{S(90^{\circ}\text{C})} \cdot I_s^2$$

$$R_{S(90^{\circ}\text{C})} = R_{S(26^{\circ}\text{C})} \cdot \frac{90+235}{26+235} = 9.55 \Omega$$

$$P_{JS} = 3 \cdot R_{S(90^{\circ}\text{C})} \cdot I_s^2 = 3 \cdot 9.55 \cdot (2.94)^2 = 247.64 \text{ w}$$

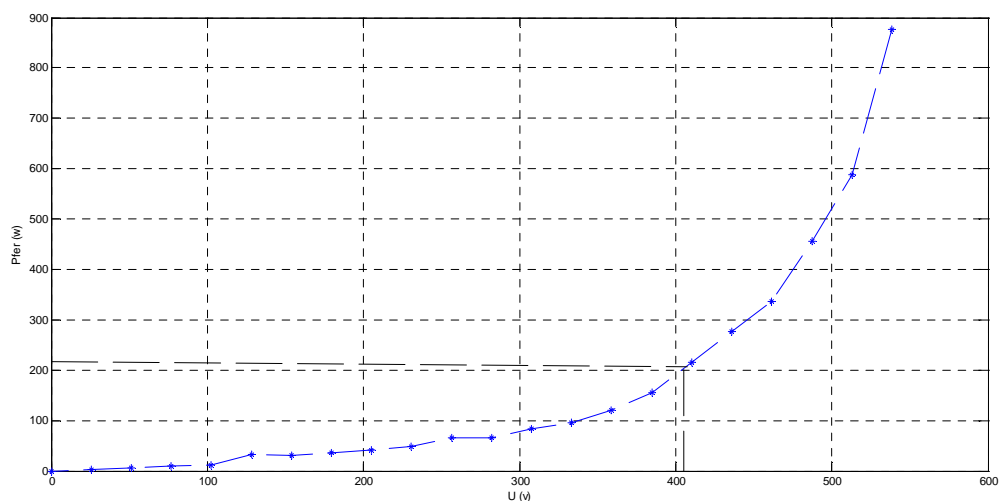
$$P_{\text{enc}} = 0.507 \cdot 247.64 = 125.55 \text{ w}$$

$$P_{\text{tbnv}} = 0.251 \cdot 247.64 = 62.16 \text{ w}$$

$$P_{\text{tbv}} = 0.242 \cdot 247.64 = 59.93 \text{ w}$$

I.2 Calcul les pertes fer statoriques :

$$P_{\text{fer}} = 210 \text{ w}$$



I.3 Les pertes joules rotoriques :

a- En charge nominale :

$$P_{jr} = g \cdot P_{tr}$$

Avec P_{tr} : est la puissance transmise au rotor.

$$P_{tr} = P_a - (P_{js} + P_{fer}) = 2640 - (304.317 + 210) = 2125.68 \text{ w}$$

$$g = \frac{N_s - N}{N_s} = \frac{1500 - 1435}{1500} = 0.043$$

$$P_{jr} = 91.4 \text{ w}$$

b- A 50% du couple nominale:

$$P_{jr} = g \cdot P_{tr}$$

Avec P_{tr} : est la puissance transmise au rotor.

$$P_{tr} = P_a - (P_{js} + P_{fer}) = 1440 - (199.31 + 210) = 1030.69 \text{ w}$$

$$g = \frac{N_s - N}{N_s} = \frac{1500 - 1471}{1500} = 0.019$$

$$P_{jr} = 19.58 \text{ w}$$

c- A 80% du couple nominale:

$$P_{jr} = g \cdot P_{tr}$$

Avec P_{tr} : est la puissance transmise au rotor.

$$P_{tr} = P_a - (P_{js} + P_{fer}) = 2136 - (247.64 + 210) = 1678.36 \text{ w}$$

$$g = \frac{N_s - N}{N_s} = \frac{1500 - 1451}{1500} = 0.033$$

$$P_{jr} = 55.38 \text{ w}$$

d- A vide:

$$P_{jr} = 0 \text{ w}$$

II. Calcul du volume des différents éléments de la machine :

a. Le volume du cuivre au niveau des encoches :

$$V_{enc} = 3 \cdot l_{enc} \cdot S_{fil}$$

Avec : $l_{enc} = 84.48 \text{ m}$

$$S_{fil} = 3.96 \cdot 10^{-7}$$

$$V_{enc} = 3 \cdot 3.96 \cdot 10^{-7} \cdot 84.48 = 1.0036224 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3$$

b. Le volume du cuivre au niveau des têtes des bobines :

$$V_{tb} = l_{tb} \cdot S_{fil}$$

$$V_{tb} = 50.90 \cdot 3.96 \cdot 10^{-7} = 2.02 \cdot 10^{-5} \text{ m}^3$$

c. Le volume de tôles statorique :

Le volume des tôles statoriques = le volume de cylindre creux du stator – le volume totale des encoches statoriques.

Pour le calcul de volume des encoches statoriques nous avons partagé l'encoche statorique en 3 surfaces multipliés par la longueur du moteur.

$$V_1 = \pi \cdot \left(\frac{D}{2}\right)^2 \cdot L \cdot \frac{1}{2}$$

$$V_2 = \frac{a+b}{2} \cdot h \cdot L = 6442,96 \text{ mm}^3$$

$$V_3 = a \cdot c \cdot L = 277,2 \text{ mm}^3$$

$$V_{encs} = V_1 + V_2 + V_3 = 8358,46 \text{ mm}^3$$

$$V_{36encs} = 300904,56 \text{ mm}^3$$

- Calcul du volume de cylindre creux :

$$V_{cyl\ cre} = L \cdot (D_{ext}^2 - D_{int}^2) / 4$$

$$V_{cyl\ cre} = 1139193,963 \text{ mm}^3$$

Donc le volume des tôles statoriques sera :

$$V_{ts} = 838289,403 \text{ mm}^3 = 8.38 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3$$

d. Le volume l'aluminium dans la cage rotorique :

$$V_{alu} = 2 \cdot V_{ann} \cdot V_{bar}$$

$$V_{bar} = S_{bar} \cdot L_{bar}$$

$$S_{bar} = S \text{ de l'encoche rotorique}$$

$$S_{bar} = 45,3267 \text{ mm}^2$$

$$S_{Tbar} = 28 \cdot S_{bar} = 1269,1476 \text{ mm}^2$$

$$L_{bar} = \frac{110}{\cos 10^\circ (\text{biais})} = 111,7 \text{ mm}$$

$$V_{bar} = S_{Tbar} \cdot L_{bar} = 141763,7869 \text{ mm}^3$$

- Calcul de volume de l'anneau de court circuit :

$$V_{\text{ann}} = \pi \cdot L \cdot (D_{\text{ext}}^2 - D_{\text{int}}^2) / 4 = \pi \cdot 13 \cdot (86.5^2 - 48^2) / 4$$

$$V_{\text{ann}} = 52844.04 \text{ mm}^3$$

- **Calcul de volume de l'aluminium:**

$$V_{\text{alu}} = 2 \cdot V_{\text{ann}} + V_{\text{bar}} = 247451.8694 \text{ mm}^3 = 2.47 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3$$

III. Calcul des densités de pertes dans les différentes parties du moteur étudié :

III.1 En charge nominale:

✓ **Calcul de la densité de pertes au niveau des encoches :**

$$D_{\text{enc}} = \frac{P_{\text{jsenc}}}{V_{\text{cui}}}$$

$$V_{\text{cui}} = 3 \cdot S_{\text{fil}} \cdot L_{\text{fil}}$$

$$D_{\text{enc}} = \frac{154.28}{1.0036224 \cdot 10^{-4}}$$

$$D_{\text{enc}} = 1537231.532 \text{ w/m}^3$$

✓ **Calcul des densités des pertes dans les tôles statoriques :**

$$D_{\text{TS}} = \frac{P_{\text{fer}}}{V_{\text{ts}}} = \frac{210}{8.38 \cdot 10^{-4}} = 250596.6587 \text{ w/m}^3$$

✓ **Calcul des densités des pertes dans les encoches rotoriques :**

$$D_{\text{enr}} = \frac{P_{\text{jr}}}{V_{\text{all}}} = \frac{91.4}{2.47 \cdot 10^{-4}} = 370040.4858 \text{ w/m}^3$$

III.2 à vide :

✓ **Calcul de la densité de pertes au niveau des encoches :**

$$D_{\text{enc}} = \frac{P_{\text{jsenc}}}{V_{\text{cui}}}$$

$$V_{\text{cui}} = 3 \cdot S_{\text{fil}} \cdot L_{\text{fil}}$$

$$D_{\text{enc}} = \frac{82.31}{1.0036224 \cdot 10^{-4}}$$

$$D_{\text{enc}} = 820129.1641 \text{ w/m}^3$$

✓ **Calcul des densités des pertes dans les tôles statoriques :**

$$D_{TS} = \frac{P_{fer}}{V_{ts}} = \frac{210}{8.38 \cdot 10^{-4}} = 250596.6587 \text{ w/m}^3$$

✓ **Calcul des densités des pertes dans les encoches rotoriques :**

$$D_{enr} = 0$$

III.3 A 50% du couple nominale :

✓ **Calcul de la densité de pertes au niveau des encoches :**

$$D_{enc} = \frac{P_{jsenc}}{V_{cui}}$$

$$V_{cui} = 3 \cdot S_{fil} \cdot L_{fil}$$

$$D_{enc} = \frac{101.4}{1.0036224 \cdot 10^{-4}}$$

$$D_{enc} = 1010340.144 \text{ w/m}^3$$

✓ **Calcul des densités des pertes dans les tôles statoriques :**

$$D_{TS} = \frac{P_{fer}}{V_{ts}} = \frac{210}{8.38 \cdot 10^{-4}} = 250596.6587 \text{ w/m}^3$$

✓ **Calcul des densités des pertes dans les encoches rotoriques :**

$$D_{enr} = \frac{P_{jr}}{V_{all}} = \frac{19.58}{2.47 \cdot 10^{-4}} = 79271.25506 \text{ w/m}^3$$

III.4 A 80% du couple nominale :

✓ **Calcul de la densité de pertes au niveau des encoches :**

$$D_{enc} = \frac{P_{jsenc}}{V_{cui}}$$

$$V_{cui} = 3 \cdot S_{fil} \cdot L_{fil}$$

$$D_{enc} = \frac{125.55}{1.0036224 \cdot 10^{-4}}$$

$$D_{\text{enc}} = 1250968.492 \text{ w/m}^3$$

✓ **Calcul des densités des pertes dans les tôles statoriques :**

$$D_{\text{TS}} = \frac{P_{\text{fer}}}{V_{\text{ts}}} = \frac{210}{8.38 \cdot 10^{-4}} = 250596.6587 \text{ w/m}^3$$

✓ **Calcul des densités des pertes dans les encoches rotoriques :**

$$D_{\text{enr}} = \frac{P_{\text{jr}}}{V_{\text{all}}} = \frac{55.38}{2.47 \cdot 10^{-4}} = 224210.5263 \text{ w/m}^3$$

IV. **Calcul des capacités thermiques de différents éléments de la machine étudiée :**

$$C_i = \rho_i \cdot V_i \cdot c_i$$

❖ La capacité thermique du rotor :

$$C_1 = \rho_1 \cdot V_1 \cdot c_1$$

$$C_1 = 2707 \cdot 2.47 \cdot 10^{-4} \cdot 896 = 600 \text{ J/}^\circ\text{c}$$

❖ La capacité thermique du cuivre au niveau des encoches :

$$C_2 = \rho_2 \cdot V_2 \cdot c_2$$

$$C_2 = 8954 \cdot 1.0036224 \cdot 10^{-4} \cdot 386 = 346.87 \text{ J/}^\circ\text{c}$$

❖ La capacité thermique des tôles statoriques :

$$C_3 = \rho_3 \cdot V_3 \cdot c_3$$

$$C_3 = 460 \cdot 8.38 \cdot 10^{-4} \cdot 7800 = 3006.744 \text{ J/}^\circ\text{c}$$

❖ La capacité thermique de têtes de bobines :

$$C_4 = C_5 = \rho_4 \cdot V_4 \cdot c_4$$

$$C_4 = C_5 = 8954 \cdot 2.02 \cdot 10^{-5} \cdot 386 = 69.81 \text{ J/}^\circ\text{c}$$

V. **Calcul des conductances thermique du modèle nodale :**

Pour déterminer les conductances thermiques du modèle nodale développé de la figure (III.3) on applique l'équation (III.6) à ce modèle, et on obtient les résultants suivant :

$$\left\{ \begin{array}{l} P_1 = G_1 \theta_1 + G_{13} (\theta_1 - \theta_3) \\ P_2 = G_{23} (\theta_2 - \theta_3) + G_{24} (\theta_2 - \theta_4) + G_{25} (\theta_2 - \theta_5) \\ P_3 = G_{13} (\theta_3 - \theta_1) + G_{23} (\theta_3 - \theta_2) + G_3 \theta_3 \\ P_4 = G_{24} (\theta_4 - \theta_2) + G_4 \theta_4 \\ P_5 = G_{25} (\theta_5 - \theta_2) + G_5 \theta_5 \end{array} \right. \quad (\text{III.7})$$

On remarque que le nombre d'équation est de cinq, alors que le nombre de conductances inconnues est de huit. Trois équations supplémentaires sont nécessaires pour que le système (III.7) soit inversible.

Supposant que le transfert de chaleur dans l'entrefer est purement conductif. A partir des dimensions géométriques de la machine et des caractéristiques thermophysiques de l'air, G_{13} est calculé comme suit :

$$G_{13} = \frac{\lambda_{\text{moy}} \cdot S_{\text{moy}}}{e} = 1.83 \text{ w/}^\circ\text{C} \quad (\text{III.8})$$

Avec: $\lambda_{\text{moy}} = 0.03 \text{ w/m}^\circ\text{C}$

$S_{\text{moy}} = 0.0305 \text{ m}^2$, surface moyenne de l'entrefer.

$e = 0.25 \text{ mm}$, largeur de l'entrefer.

Donc pour déterminer les autres conductances on a G_1 pour n'importe quel essai d'échauffement. Et à partir de la première équation de système on obtient :

$$G_1 = \frac{P_1 - G_{13} (\theta_1 - \theta_3)}{\theta_1} = \frac{91.4 - 1.83 (75.1 - 71)}{75.1} = 1.12 \text{ w/}^\circ\text{C} \quad (\text{III.9})$$

Les six conductances restantes sont identifiées par deux essais d'échauffement (à vide et en charge). On exploitants les résultats des températures trouvées par les essais

Expérimentaux en régime permanent et les pertes calculé en charge et à vide.

✓ **Les températures en charge :**

$$\theta_1=75.1 \text{ °C} \quad \theta_2= 76.6 \text{ °C} \quad \theta_3= 51 \text{ °C}$$

$$\theta_4= 75.2 \text{ °C} \quad \theta_5= 83.6\text{°C}$$

✓ **Les températures à vide :**

$$\theta_2= 51.5\text{°C} \quad \theta_4=50.2 \text{ °C} \quad \theta_5= 55.2 \text{ °C}$$

A partir des équations (III.7) on déduit le modèle matricielle (III.10) suivant :

$$\begin{pmatrix} \theta_2 - \theta_3 & \theta_2 - \theta_4 & \theta_2 - \theta_5 & 0 & 0 & 0 \\ \theta_3 - \theta_2 & 0 & 0 & \theta_3 & 0 & 0 \\ 0 & \theta_4 - \theta_2 & 0 & 0 & \theta_4 & 0 \\ 0 & 0 & \theta_5 - \theta_2 & 0 & 0 & \theta_5 \\ 0 & \theta_4 - \theta_2 & 0 & 0 & \theta_4 & 0 \\ 0 & 0 & \theta_5 - \theta_2 & 0 & 0 & \theta_5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} G_{23} \\ G_{24} \\ G_{25} \\ G_3 \\ G_4 \\ G_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} P_2 \\ P_3 - G_{13} (\theta_3 - \theta_1) \\ P_4 \\ P_5 \\ P_{4\text{vide}} \\ P_{5\text{vide}} \end{pmatrix} \quad (\text{III.10})$$

Après avoir résolu le système matricielle (III.10) nous avons obtenu :

$$G_1 = 2.12 \text{ w/°C} ; G_3 = 5.41 \text{ w/°C} ; G_4 = 1.35 \text{ w/°C} ; G_5 = 0.00776 \text{ w/°C}$$

$$G_{13} = 1.83 \text{ w/°C} ; G_{23} = 20.07 \text{ w/°C} ; G_{24} = 25.44 \text{ w/°C} ; G_{25} = 9.91 \text{ w/°C}$$