

République Algérienne Démocratique et Populaire
Ministère de l'Enseignement Supérieure et de la Recherche Scientifique
Université Mouloud Mammeri de Tizi-Ouzou
Faculté De Génie Electrique et d'Informatique
Département d'électronique



Mémoire de fin d'études
En vue de l'obtention du diplôme de MASTER en
Génie Biomédical
Spécialité : Instrumentation Biomédical

Présenter par :

- M^{elle} KEBIBER Melina

Commande d'un Système Cardiovasculaire Multi-variables en utilisant la
Théorie de Contrôle

Soutenu publiquement, le 25/09/2024, devant le jury composé de :

Dr. MOUAS L'Hocine	MCB	UMMTO	Président
Dr. MEDDOUR Cherif	MCB	UMMTO	Examineur
Dr. KESSAL Farida	MCB	UMMTO	Promotrice

Année universitaire : 2023-2024

Remerciement.....	i
Dédicace.....	ii
Liste des figures.....	iii
Liste des tableaux.....	iv
Liste des abréviations.....	v
Références bibliographiques.....	vi
Résumé.....	ix

Introduction générale.....	1
----------------------------	---

Chapitre I : Système Cardiovasculaire

1 Introduction	3
2 Le système cardiovasculaire	3
2.1 La circulation sanguine.....	4
2.1.1 La circulation pulmonaire.....	4
2.1.2 La circulation systémique.....	4
3 Le cœur	4
3.1 Localisation du cœur.....	4
3.2 Anatomie interne du cœur	5
4 Systole et diastole	6
5 Le cycle cardiaque	6
5.1 L'activité électrique cardiaque.....	7
6 Fonctions cardiaques	8
6.1 Le débit sanguin.....	9
6.2 Le volume d'éjection systolique	9
6.3 Précharge et postcharge	10
6.4 Conformité vasculaire.....	10
7 Les équations mathématiques du système cardiovasculaire	10
7.1 Le modèle cardio-vasculaire	10
7.1.1 Le modèle Windkessel à quatre éléments :	11
7.1.2 Le ventricule gauche	11

Table de matière

7.2	Méthodes	12
7.2.1	Données	12
7.2.2	La méthode des aires pour calculer la conformité	12
7.2.3	Modélisation dans l'espace d'état	13
8	Conclusion.....	14

Chapitre II : Observabilité et contrôlabilité du système dynamique

1	Introduction	15
2	L'observabilité	15
2.1	Critère mathématiques d'observabilité à la sortie.....	16
3	La contrôlabilité	17
3.1	Critères mathématiques de contrôlabilité	17
4	Forme de Brunovsky.....	17
5	Stabilisation par retour d'état ou Feedback.....	18
6	Placement des pôles	19
7	La forme générale du placement des pôles d'un système multi-variables	21
8	Passage d'une représentation d'état vers une fonction de transfert	23
8.1	Fonction de transfert	23
9	Conclusion.....	25

Chapitre III : Simulations et Résultats

1	Introduction	26
2	Outils de programmation.....	26
2.1	Matlab	26
2.2	Symbolique Math.....	26
3	L'observabilité du système à la sortie	27
4	La contrôlabilité du système	30
5	Fonction de transfert	37
6	Conclusion.....	43
	Conclusion générale.....	44



Remerciement


*Je tiens à remercier le dieu le tout puissant pour la volonté et le courage
Afin de mener à terme ce travail.*

*Mes remerciements les plus sincères à ma promotrice M^{me} Kessal Farida, pour votre
disponibilité, vos précieux conseils et orientations ainsi que votre modestie et le soutiens
constant. Ont été d'une aide inestimable dans l'élaboration de ce mémoire.*

Merci pour une qualité d'encadrement si sérieuse et si consistant.

*Je tiens également à remercier les membres de jury pour l'honneur qu'ils m'ont fait en
acceptant d'évaluer et juger mon travail.*

*J'adresse mes remerciements à toute personnes qui m'a aidé dans la réalisation de ce
mémoire, ainsi ceux qui m'ont soutenue, de près comme de loin, je salue réellement votre très
haute bienveillance que vous portez à mon égard et qui restera pour toujours une image de
marque pour moi.*





Dédicace

*Je remercie le bon Dieu pour m'avoir donné
La force et la patience pour finir ce modeste travail*

Je dédie ce mémoire spécialement à

*À mes chers parents, « NOUARA et SAID » ma raison de vivre, en témoignage de ma
reconnaissance pour leurs amours, leurs patiences, soutiens et encouragement,
Pour les sacrifices que vous avez consentis pour mon instruction et mon bien être.*

Puisse ce travail vous témoigne mon affection et mon profond amour

Que dieu vous garde afin que votre regard puisse suivre ma destinée.

*À mes chères sœurs NADIA, YAMINA, NORA, KAHINA et mon frère MOHAND qui ont été
toujours présents pour moi, à qui je le sais ma réussite est très importante à leurs yeux,
Que dieux vous garde pour moi.*

*À vous mes princesses et mes princes, mes nièces et neveux, je vous souhaite une vie
pleine de bonheur, de joie et de réussite.*

*Pour finir, à tous ceux que j'aime et qui m'aiment, et qui aurait voulu partager ma joie,
je dédie ce mémoire.*

Melina



Chapitre I

Figure I.1: Représentation du système circulatoire..... 3
 Figure I.2: Localisation et morphologie du cœur..... 5
 Figure I.3: Anatomie du cœur. 5
 Figure I.4: Schématisation des principales étapes du cycle cardiaque. 7
 Figure I.5: L'activité électrique du cœur..... 7
 Figure I.6: Modèle Windkessel à quatre éléments. 11

Chapitre II

Figure II.1: Système de contrôle en boucle fermée. 18
 Figure II.2: Schéma blocs fonctionnel..... 23

Chapitre III

Figure III.1: Réponse d'un patient normotendu..... 32
 Figure III.2: Réponse d'un patient hypertendu. 35
 Figure III.3: La comparaison entre les deux cas. 36
 Figure III.4: Fonction de transfert multiples. 37
 Figure III.5: Diagramme de Bode pour un patient normo tendu..... 38
 Figure III.6: Diagramme de Bode pour un patient hypertendu. 40
 Figure III.7: Comparaison entre les deux cas..... 42

Liste des Tableaux

Tableau III.1: Patients normo tendus. 29

Tableau III.2: Patients hypertendus. **Error! Bookmark not defined.**

Liste des abréviations

A_d	: L'aire au cycle de la diastole.
A_S	: L'aire au cycle de la systole.
AV	: Le nœud auriculo-ventriculaire.
B_r	: Brunovsky.
C_m	: La conformité.
det	: Déterminant.
dim	: Dimension.
ECG	: Electrocardiogramme.
F_C	: Fréquence de battement cardiaques.
I_C	: Index cardiaque.
MIMO	: Multi-Input Multi-Output (entrées et sorties multiples).
OD	: Oreillette droite.
OG	: Oreillette gauche.
P	: Pression.
P_d	: Pression diastolique.
P_m	: Pression moyenne.
P_S	: Pression systolique.
Q_C	: Débit cardiaque.
R_C	: Résistance de flux sanguin.
R_{PT}	: Résistance circulatoire périphérique totale.
S	: Système.
SA	: Le nœud Sino-auriculaire.
SISO	: Single-Input Single-Output (une seule entrée et une seule sortie).
TL	: Transformée de Laplace.
VCS	: Veine cave supérieure.
VD	: Ventricule droit.
V_{ES}	: Volume d'éjection systolique.
VG	: Ventricule gauche.
VOP	: Vitesse de l'onde de pouls.
V_S	: Volume systolique.

Introduction générale

Le système cardiovasculaire remplit plusieurs fonctions essentielles dans l'organisme, d'où fournir de l'oxygène, les nutriments à tous les tissus et organes. Ainsi il joue un rôle important dans le maintien de la pression artérielle, la régulation de la température corporelle et l'équilibre des fluides. Il transporte également les hormones, les substances chimiques à la communication cellulaire et la régulation des processus physiologiques et favorise la circulation des anticorps.

Tandis que, les maladies cardiovasculaires affectent ce système par le rétrécissement ou le blocage de vaisseaux sanguins, qui se traduit par une diminution de l'apport sanguin au muscle cardiaque, qui ensuite se caractérise par des douleurs thoraciques et des crises cardiaques. Et d'après les statistiques prises par les organisations mondiales de santé (OMS), ces maladies présentent la première cause de la mortalité dans le monde.

Ces dernières années beaucoup de chercheurs se sont intéressés à ce système et son contrôle. Bien que sa modélisation mathématiques et l'estimation de ses paramètres sont essentielles pour comprendre les performances de ce système et les fortes interactions entre ses caractéristiques vasculaires qui rendent son étude et sa compréhension approfondie, d'où des méthodes qui permettent de suivre la relation entre les entrées et sorties de ce système physiologique, et le modèle bien connu pour opérer avec des caractéristiques vasculaires est le modèle Windkessel à quatre éléments avec un modèle mathématique précis pour simuler son comportement.

Le modèle Windkessel a été conçu à la fin des années 1899 par le physiologiste allemand Otto Frank. Il a décrit le cœur et le système artériel systémique comme un circuit hydraulique fermé. Dans son analogie, le circuit contenait une pompe à eau reliée à une chambre remplie d'eau à l'exception d'une poche d'air. Lorsqu'elle est pompée, l'eau comprime l'air, ce qui pousse l'eau hors de la chambre. Cette analogie ressemble à la mécanique du cœur.

Les modèles Windkessel sont couramment utilisés pour représenter la charge supportée par le cœur pendant le cycle cardiaque, il met en relation la pression artérielle et le débit sanguin dans l'aorte, et caractérise la compliance artérielle, la résistance périphérique des valvules et l'inertie du flux sanguin. Ainsi pour étudier la circulation sanguine dans le système cardiovasculaire pour simuler le comportement des vaisseaux sanguins et de comprendre les mécanismes impliqués dans le mouvement du sang à travers le corps.

Ce projet de fin d'étude a pour objectif de décrire la dynamique du système cardiovasculaire et d'effectuer une analyse à l'aide des critères de théories de contrôle dont l'observabilité, la contrôlabilité ainsi la stabilité des systèmes dynamiques associés en cherchant des relations entrées-sorties dans l'espace d'état en utilisant des équations d'état.

Ce projet de fin d'étude est basé sur trois chapitres

- Chapitre I : Le premier chapitre introductif, on a décrit et définit l'anatomie du système cardiovasculaire et celle du cœur, passe en revue des idées fondamentales sur leurs physiologies ainsi consiste une synthèse sur des approches mathématiques du muscle cardiaque, de modélisation et du contrôle d'un système multi-entrées et multi-sorties (MIMO).
- Chapitre II : A l'autre extrémité du spectre, le deuxième chapitre débute par introduire en donnant quelques notions liées à la théorie de contrôle moderne des systèmes linéaires dont l'observabilité et la contrôlabilité en analysant leurs propriétés avec leurs théorèmes selon les critères de Kalman par espace d'état, en utilisant la forme générale du système multi-variables.
- Chapitre III : Ce dernier chapitre appuie sur les résultats du deuxième chapitre, présentant les étapes et les résultats de la simulation du modèle cardiovasculaire en utilisant le logiciel Matlab.

*Chapitre I : Système
cardiovasculaire*

1 Introduction

Le système cardiovasculaire est un système vital, un réseau complexe de vaisseaux sanguins, de cœur et d'organes, assurant un flux sanguin régulier et le transport de nutriments essentiels à travers tout le corps. Et sa compréhension est essentielle pour diagnostiquer et traiter une variété de conditions médicales telles que les maladies cardiovasculaires, l'hypertension, etc [1].

La modélisation de ce système vasculaire consiste à représenter mathématiquement les interactions entre ses différents composants. En effet ce système physiologique est largement étudié, ses caractéristiques hémodynamiques telles que la résistance périphérique totale, la complaisance artérielle totale et l'impédance caractéristique de l'aorte proximale, permettent de comprendre le système cardiovasculaire et ses performances ainsi de simuler des phénomènes physiologiques et pathologiques, tout pour développer de nouvelles thérapies pour les maladies cardiovasculaires ainsi de prédire leurs risques, et le modèle bien connu pour fonctionner ces caractéristiques vasculaires est celui de Windkessel [2].

2 Le système cardiovasculaire

L'appareil cardiovasculaire, ou système sanguin, est un système circulatoire en circuit fermé qui assure le transport du sang riche en oxygène et en nutriments à travers tout le corps humain pour en alimenter les organes et les débarrasser de leurs déchets [1].

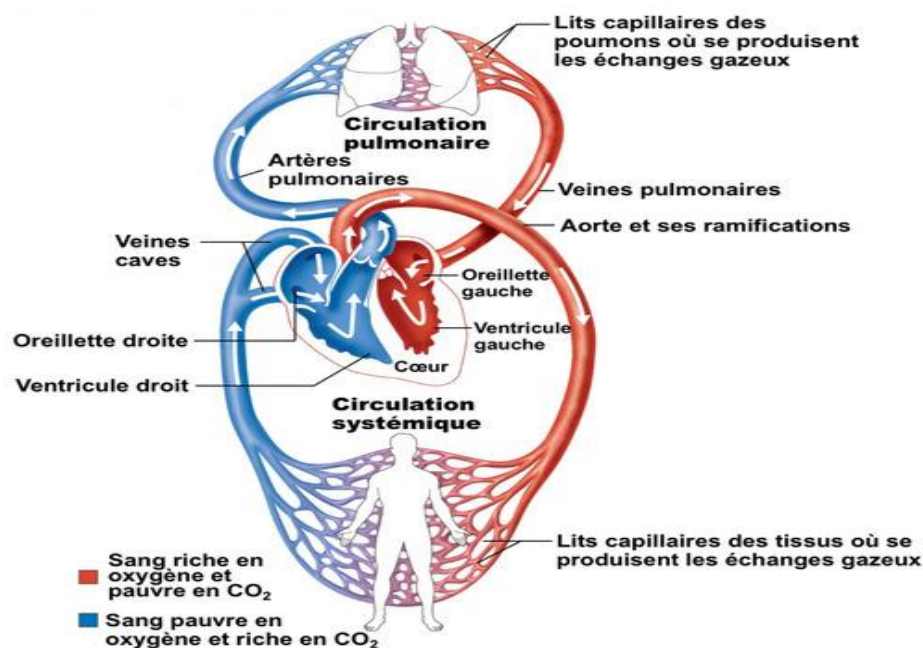


Figure I.1: Représentation du système circulatoire [3].

Il se compose d'une pompe à fonctionnement alternatif (le cœur), de trois grands types de vaisseaux sanguins qui forment un système clos, les artères, les veines et les capillaires.

Une artère transporte le sang du cœur vers les organes à haute pression donc est un vaisseau partant du cœur, les veines à l'inverse le transporte des organes vers le cœur à basse pression donc la veine est un vaisseau arrivant au cœur, et un circuit de petits vaisseaux au niveau desquels s'effectuent les échanges appelé les capillaires [4].

2.1 La circulation sanguine

La circulation est le processus par lequel le sang est transporté, dans les vaisseaux sanguins, de et aux différentes parties du corps par l'action de pompage du cœur. Et cette circulation implique deux voies circulatoires principales qui forment un système de circulation double [5].

2.1.1 La circulation pulmonaire

La circulation pulmonaire est la voie impliquant le transport de sang du cœur aux poumons, où le processus d'oxygénation a lieu. Le sang pompé par le ventricule droit à travers les poumons puis vers l'oreillette gauche, il est ensuite ramené au cœur [5].

2.1.2 La circulation systémique

La circulation systémique, cette voie transporte le sang riche en oxygène du cœur aux différents organes du corps, le sang livre de l'oxygène aux cellules et recueille le dioxyde de carbone à éliminer du corps, ensuite il repart vers le cœur [5].

3 Le cœur

3.1 Localisation du cœur

C'est un organe vital, muscle strié et creux à commande involontaire qui propulse le sang vers les vaisseaux sanguins et les cavités du cœur [6].

Situé dans le centre du thorax entre les deux poumons, occupant le médiastin antérieur, derrière le sternum, reposant sur le diaphragme [6] (Figure I.2).

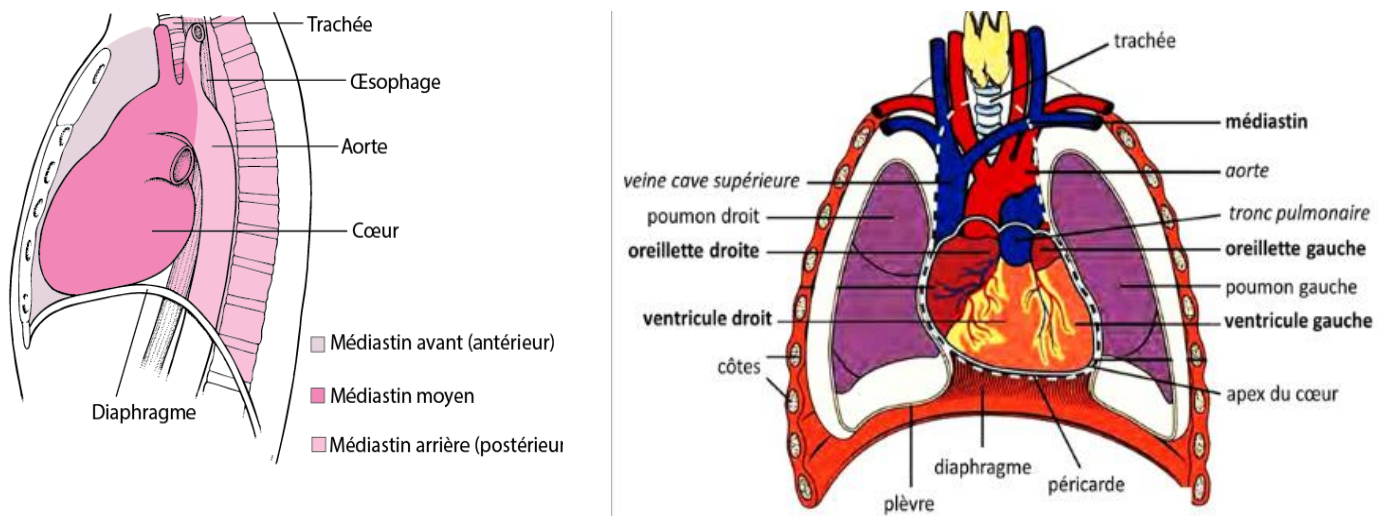


Figure I.2: Localisation et morphologie du cœur [7],[8].

3.2 Anatomie interne du cœur

Le cœur ou myocarde, est un organe musculaire qui connecte les circulations systématique et pulmonaire, il se décompose sous la forme de deux pompes juxtaposées reliées entre elles, séparées par une paroi épaisse appelée le septum ou l'intermédiaire de cloisons internes, divisant le cœur en deux parties gauche et droite. Chacun des deux cœurs est constitué d'une oreillette et d'un ventricule [9].

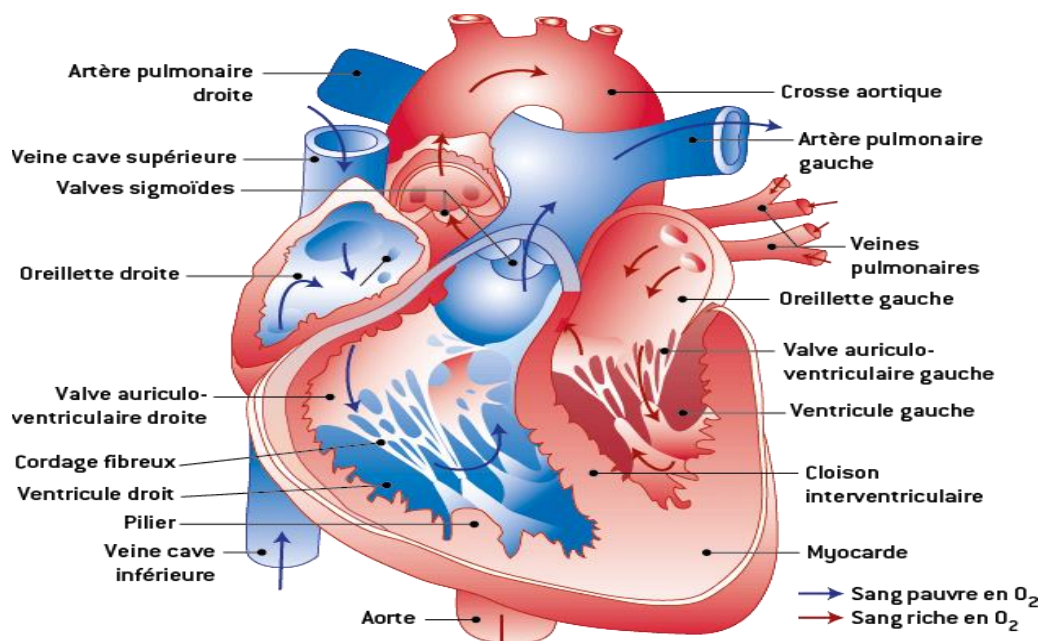


Figure I.3: Anatomie du cœur [10].

Le cœur droit assure la circulation pulmonaire par la récupération du sang veineux, de retour des tissus et organes qu'il a nourris grâce à deux vaisseaux raccordés à l'oreillette appelés, la veine cave inférieure et la veine cave supérieure. Tandis que, le cœur gauche de son tour, propulse le sang dans tout l'organisme grâce à l'aorte, artère, tout pour assurer la circulation systémique.

Le cœur est également doté de quatre valves (tricuspide, pulmonaire, mitrale et aortique) qui assurent la circulation unidirectionnelle du sang et empêchent les reflux.

La paroi cardiaque comprend trois tuniques, qui sont, de l'intérieur vers l'extérieur : l'endocarde, le myocarde, l'épicarde, et enfin le cœur enveloppé et protégé par un sac appelé le péricarde [6].

4 Systole et diastole

La systole et la diastole sont les deux phases distinctes du cycle cardiaque qui permettent au cœur de pomper efficacement le sang dans tout l'organisme.

La systole phase de contraction rapide du ventricule gauche, correspond à la phase de travail du cœur où il propulse le sang pendant 300 *ms*, tandis que la diastole correspond à la dilatation de la cavité VG, est la phase de détente et de remplissage, où il se remplit de sang en vue de la prochaine contraction et prend environ 500 *ms*. Ces deux phases se répètent continuellement pour assurer une circulation sanguine efficace [11].

5 Le cycle cardiaque

La pompe cardiaque est le siège d'une activité électrique et d'activité mécanique. Le cœur se contracte de façon cyclique selon une succession de révolutions cardiaques de systole et diastole (cycle cardiaques moyen dur 800 *ms*), de plus, c'est la séquence d'événements qui se produit à chaque battement de cœur, permettant le pompage du sang dans l'organisme [4].

Le cycle cardiaque est décomposé en 4 temps :

- La contraction iso-volumique
- L'éjection systolique
- La relaxation iso-volumétrique
- Le remplissage ventriculaire

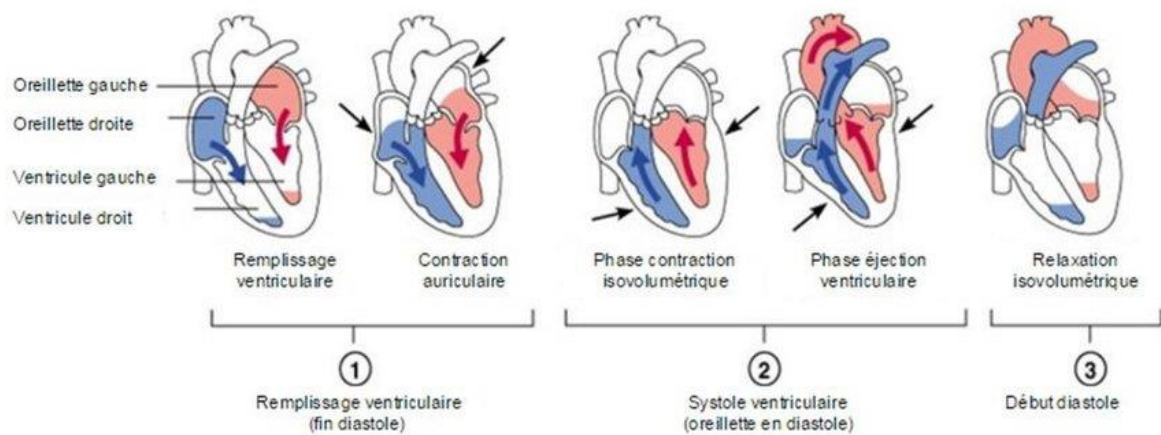


Figure I.4: Schématisation des principales étapes du cycle cardiaque [12].

5.1 L'activité électrique cardiaque

La fréquence cardiaque est régulée par le système nerveux autonome, il n'y a donc pas contrôle volontaire des battements du cœur. Un tissu spécial dans le cœur est chargé de conduire une impulsion électrique stimulant les différentes chambres contracter dans le bon ordre appelé le tissu nodal cardiaque. L'activité électrique du cœur consiste en des signaux électriques qui le font battre à un rythme régulier et à une fréquence normale. Le trajet de ces signaux commence avec une impulsion du nœud sinusal, ou sino-auriculaire (SA), situé dans l'oreillette droite qui sert de stimulateur cardiaque [13].

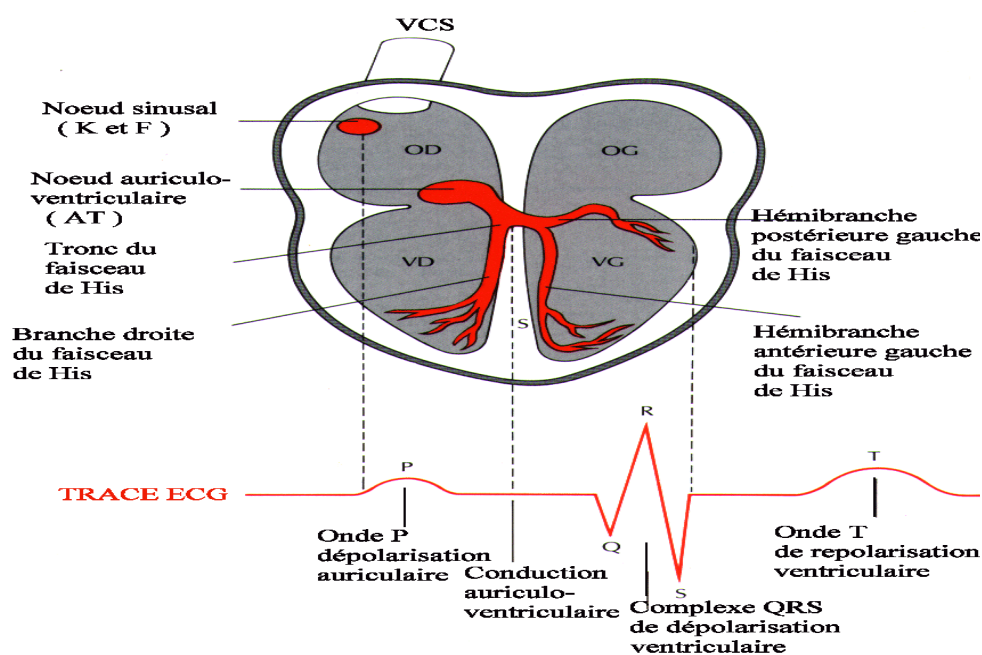


Figure I.5: L'activité électrique du cœur [14].

L'impulsion électrique traverse le cœur de haut en bas, soit des oreillettes aux ventricules, atteint ensuite le nœud AV puis envoyée lentement à travers le faisceau de His, puis se ramifie vers les deux ventricules et se dirige vers le sommet du cœur afin d'atteindre les fibres de Purkinje [13].

La conduction cardiaque est la vitesse à laquelle le cœur conduit les impulsions électriques. Ces impulsions provoquent la contraction du cœur puis son relâchement. Le cycle constant de contraction du muscle cardiaque suivi d'une relaxation provoque le pompage du sang dans tout le corps. La voie de conduction est composée de cinq éléments :

- Le nœud sino-auriculaire (SA),
- Le nœud auriculo-ventriculaire (AV),
- Le paquet du sien,
- Les branches gauche et droite du faisceau de His,
- Les fibres de Purkinje.

A mesure que les potentiels d'action se propagent dans le cœur, ils génèrent un signal électrique. L'enregistrement de cette activité électrique se fait grâce à un examen paraclinique appelé l'électrocardiogramme (ECG), le tracé obtenu par l'enregistrement est la transcription des courants électriques qui parcourent le cœur au cours de chaque contraction cardiaque [13].

6 Fonctions cardiaques

Le cœur a un rôle crucial dit débit sanguin, dont pomper le sang dans tout le corps afin d'apporter l'oxygène et les nutriments aux cellules et organes ainsi d'éliminer les déchets du métabolisme. Ce débit est fourni d'une pression permettant le réglage de la distribution sanguine dans chaque organe en fonction de ses besoins propres sans compromettre l'équilibre général.

Cette pression dépend du débit cardiaque Q_C et la résistance circulatoire périphérique totale R_{PT} .

$$P = Q_C \times R_{PT} \quad (I.1)$$

6.1 Le débit sanguin

Le débit cardiaque est le produit de la fréquence des battements cardiaques F_C par le volume d'éjection systolique V_{ES} , (L/min) [4].

$$Q_C = F_C \times V_{ES} \quad (I.2)$$

6.2 Le volume d'éjection systolique

Le volume d'éjection systolique est la quantité de sang éjectée par un ventricule cardiaque à chaque contraction systolique et qui dépend de l'ensemble des forces qui s'y opposent (postcharge). Cette force de contraction est réglée par un mécanisme intrinsèque (la loi de Starling) et des mécanismes extrinsèques (système nerveux autonome, hormones, etc.) [15].

La loi de Starling stipule que tout étirement des fibres myocardiques entraîne une augmentation de leur contractilité. Ainsi en cas d'augmentation de volume télédiastolique (Pression à l'intérieur d'un ventricule cardiaque à la fin de la diastole, juste avant le début de la contraction), il existe une augmentation du volume d'éjection systolique et donc du débit cardiaque par augmentation de la force de contraction ventriculaire [15].

Le débit cardiaque peut être mesuré de différentes manières dont les plus utilisées sont la mesure par l'échographie cardiaque ou par cathétérisme droit afin d'obtenir des renseignements sur les cavités cardiaques droites et la valvule tricuspide ainsi d'évaluer la quantité de sang pompée par le cœur. Sa norme au repos est de $5L/min$ environ mais varie en fonction des conditions (effort, état d'hydratation, anémie, grossesse.) [15].

Pendant l'effort du fait d'une augmentation des besoins en oxygène, le débit cardiaque augmente grâce à une augmentation de la fréquence cardiaque et du V_{ES} pouvant atteindre une valeur de $30L/min$. Souvent le débit cardiaque est indexé à la surface corporelle : on parle d'index cardiaque I_C (quantité de sang propulsée par chacun des ventricules du cœur par minute et par m^2 de surface corporelle, représentative du débit cardiaque), dont la norme est de $3,5L/min /m^2$ [15].

$$Q_C = 5L/min \quad (I.3)$$

$$I_C = 3.5L/min /m^2 \quad (I.4)$$

6.3 Précharge et postcharge

La précharge et la postcharge sont des facteurs essentiels qui influencent la force de contraction du cœur et le volume de sang expulsé à chaque battement. La précharge correspond au remplissage du cœur, la postcharge correspond à la résistance de l'éjection du sang [16].

Le débit cardiaque varie avec ses 2 composantes : il diminue en cas d'augmentation de la postcharge (ex : hypertension artérielle, rétrécissement aortique, cardiopathie hypertrophique obstructive) et de diminution de la précharge (ex : déshydratation, hypovolémie) et augmente en cas de diminution de la postcharge et d'augmentation de la précharge [16].

6.4 Conformité vasculaire

Le circuit vasculaire n'est pas seulement pourvu de résistances, il est aussi pourvu de capacités. Les vaisseaux sanguins ne sont en effet pas rigides mais compliants, et une augmentation de pression se traduira par une augmentation de leur calibre. Le circuit veineux est à basse pression aussi appelé circuit capacitif, par opposition au circuit artériel à haute pression dit circuit résistif. Ainsi que les artères présentent aussi une certaine compliance [17].

7 Les équations mathématiques du système cardiovasculaire

7.1 Le modèle cardio-vasculaire

Le modèle est par définition, une approximation en termes de représentation d'un système cardiovasculaire. On considère le modèle Windkessel à quatre éléments, proposé par Burathi et Gnudi en 1982. Il consiste en une connexion parallèle d'une résistance et d'un condensateur. La résistance R_p représente la résistance périphérique totale et le condensateur C représente la conformité des récipients. Un autre élément résistif entre la pompe et la chambre à air, R_c , simule la résistance au flux sanguin due à la valve aortique ou pulmonaire. L est un élément inertiel en parallèle avec la résistance caractéristique R_c . Grâce à cette disposition, le modèle peut prendre en compte l'inertie de l'ensemble du système artériel aux basses, moyennes, hautes fréquences, permettant à la résistance caractéristique d'entrer en jeu [18].

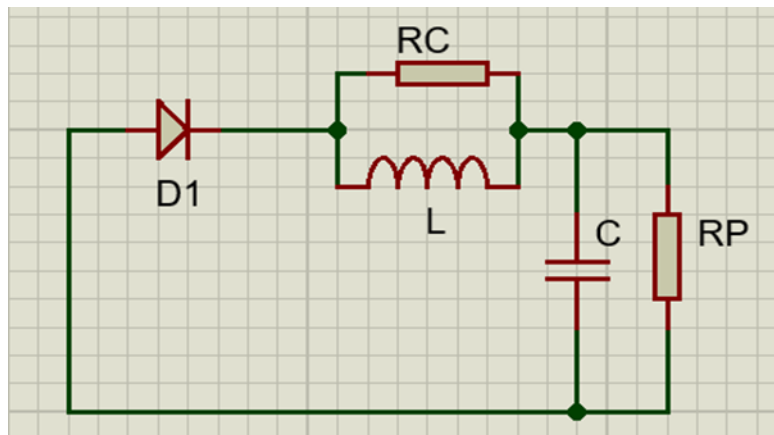


Figure I.6: Modèle Windkessel à quatre éléments [18].

7.1.1 Le modèle Windkessel à quatre éléments :

Le modèle cardiovasculaire de Windkessel à quatre éléments est une représentation mathématique par des équations différentielles linéaires et des matrices, utilisée pour comprendre son fonctionnement. Il est basé sur le concept de réservoirs capacitifs et résistifs, qui permettent de modéliser les propriétés élastiques et la résistance des vaisseaux sanguins, afin d'étudier les interactions entre le cœur, vaisseaux sanguins et les organes. Il fournit des informations sur les variations de pressions et de débit sanguin dans ce système pour diagnostiquer certaines maladies [19].

D'autres auteurs ont modélisé le système cardiovasculaire à partir du modèle Windkessel à deux, trois ou quatre éléments, pour estimer des paramètres, pour simuler la forme d'onde du signal de pression ou pour étudier certaines caractéristiques spécifiques.

7.1.2 Le ventricule gauche

Les ventricules ont pour fonction de pomper le sang vers le corps ou vers les poumons. Leurs parois sont plus épaisses que celles des oreillettes. La contraction des ventricules est fondamentale pour la distribution du sang. Les oreillettes en se contractant jouent un rôle d'appoint pour le remplissage des ventricules [20].

Le ventricule gauche est bien plus massif que le droit, parce qu'il doit exercer une force considérable pour pousser le sang dans tout le corps contre les résistances à l'écoulement,

alors que le ventricule droit n'assure que la circulation pulmonaire dont les résistances sont bien moindres [20].

7.2 Méthodes

7.2.1 Données

En utilisant les données publiques de la base de données clinique MIMIC II (Multiparametres Intelligent Monitoring in Intensive Care), mise à disposition par Physionet. Chaque enregistrement de la base de données clinique MIMIC II contient des informations sur un seul patient, qui a été admis dans une unité de soins intensifs. La base de données comprend également des milliers d'enregistrements continus forme d'onde physiologiques hautes résolution et séries chronologiques numériques minute par minute de mesures physiologiques [21].

Ils ont pris en compte uniquement les enregistrements de la base de données correspondant à la forme d'onde et aux données cliniques. Certains enregistrements ont été rejetés en raison du manque d'information cliniques, en particulier de données sur le volume systolique, nécessaires au calcul de la compliance artérielle à l'aide de la méthode des aires, comme expliqué plus loin [21].

7.2.2 La méthode des aires pour calculer la conformité

La méthode des aires pour estimer la conformité. Elle est basée sur une relation linéaire entre pression et volume, prenant en compte l'aire sous la courbe de pression au-dessus d'un niveau constant. La méthode utilise l'équation suivante

$$C_m = \frac{VS}{K(P_S - P_d)} \quad (I.5)$$

Où :

$$K = (A_S + A_d)/A_d \quad (I.6)$$

Est un indice d'aire, exprimant le rapport de l'aire totale sous la courbe de pression aortique divisée par l'aire diastolique. L'aire A_S va du début du cycle jusqu'au moment de l'encoche décorticque de la courbe de pression aortique. L'annonce va jusqu'à la fin de diastole. VS Représente le volume de course. PS est la pression à l'instant de l'encoche décorticque et Pd signifie la pression diastolique [21].

7.2.3 Modélisation dans l'espace d'état

Comme le fonctionnement du système cardiaque implique de nombreuses variables telles que la pression, la densité sanguine, la conformité, la résistance de la paroi artérielle, entre autres, il serait mieux modélisé par un système multi-variables MIMO [21].

Nous avons conçu un tel modèle en connectant deux systèmes SISO (single-input-single-output) en parallèle.

La matrice d'entrée représente deux variables : la conformité et l'inertie du flux sanguin [21].

En notation matricielle :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax + Bu \\ y(t) = Cx \end{cases} \quad (I.7)$$

Où :

$\dot{x}(t) \in \mathbb{R}^n$: le vecteur d'état

$A \in \mathbb{R}^{n \times n}$: la matrice d'état

$y(t) \in \mathbb{R}^p$: le vecteur de sortie

$B \in \mathbb{R}^{n \times m}$: la matrice d'entrée

$u(t) \in \mathbb{R}^m$: le vecteur d'entrée

$C \in \mathbb{R}^{p \times n}$: la matrice de sortie

Avec :

$\dot{x}(t) = Ax + Bu$: l'équation d'état ou équation de commande

$y = Cx$: l'équation de sortie ou équation d'observation.

Enfin :

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\frac{1}{C} & -\frac{1}{\tau} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{L} & -\frac{\tau}{L} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ \frac{1}{C} & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{L} & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ u_4 \end{bmatrix} \quad (I.8)$$

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ y_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \quad (I.9)$$

Où : $\tau = R_p C$

Et : $u_3 = u_4 = 0$ et : $y_3 = y_4 = 0$ pour obtenir une matrice carrée.

Avec :

u_1 : la conformité

u_2 : l'inertie du flux sanguin

x_1 : la pression

x_2 : la densité sanguine

x_3 : la conformité

x_4 : la résistance de la paroi artérielle

8 Conclusion

Pour conclure, dans ce chapitre on a décrit brièvement le système cardiovasculaire ainsi l'anatomie du cœur afin de comprendre leurs principes de fonctionnement avec leurs approches mathématiques, tout pour expliquer le contexte et de garantir une bonne compréhension, dans le prochain chapitre, la théorie de contrôle moderne sera développée pour qu'elle sera appliquée sur le système cardiovasculaire.

***Chapitre II : Observabilité et
contrôlabilité du système
dynamique***

1 Introduction

La représentation d'état des systèmes est un outil puissant permettant de modéliser le fonctionnement des systèmes, le modèle présenté est conçu dans l'espace des états. Des éléments de mathématiques appliquées tels que les équations d'état, la fonction de transfert ainsi les critères d'ingénierie de contrôle, et la réponse dynamique liées aux systèmes physiologiques seront utilisés pour trouver des indicateurs et des facteurs qui, issus du génie biomédical, contribueront à la compréhension de la fonctionnalité cardiovasculaire.

L'observabilité et la contrôlabilité sont des concepts clés en théorie du contrôle des systèmes dynamiques, et ils s'appliquent également aux modèles linéaires du système cardiovasculaire. L'observabilité est reliée à la possibilité d'observer à travers des mesures, l'état d'un système, la contrôlabilité est quant à elle reliée à la possibilité de forcer le système dans un état particulier en utilisant un signal de contrôle approprié. Ainsi que ces concepts sont utilisés pour avoir la possibilité du passage d'un système en espace d'état vers un système en fonction de transfert, puisque la représentation de fonction de transfert est validée seulement si elle remplit les conditions de l'observabilité et la contrôlabilité des systèmes sous forme d'espace d'état.

2 L'observabilité

Selon la théorie de contrôle, l'observabilité correspond à la manière dont les ingénieurs peuvent déduire les états internes d'un système à partir des connaissances tirées des sorties externes du système. Et donc l'observabilité est la capacité de mesurer les états internes d'un système en examinant ses résultats. Ce dernier est considéré comme « observable » si l'état actuel peut être estimé en utilisant uniquement les informations provenant des sorties, à savoir les données des capteurs pour comprendre le comportement du système et d'obtenir les réponses ainsi améliorer les performances du système [22].

2.1 Critère mathématiques d'observabilité à la sortie

Définition II.1 : Un système est entièrement observable si l'état $x(t_0)$ est déterminé à partir de l'observation de $y(t)$ pendant un intervalle de temps fini $t_0 \leq t \leq t_1$. Par conséquent, un système est entièrement observable si toutes les transitions d'état finissent par affecter tous les éléments du vecteur de sortie [23].

Théorème II.1:

Selon Kalman, un système dynamique et linéaire représenté par l'équation (I.7) suivante ;

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu \\ y = Cx \end{cases} \quad (I.7)$$

est complètement observable à la condition nécessaire et suffisante que la matrice $O(C, A)$ soit de rang n et devrait avoir un déterminant non nul [24].

La matrice d'observabilité à la sortie est donnée par :

$$O(C, A) = \begin{bmatrix} C \\ CA \\ CA^2 \\ \vdots \\ CA^{n-1} \end{bmatrix}_{nm \times n} \quad (II.1)$$

$$\text{rang}(O) = \text{rang} \left(\begin{bmatrix} C \\ CA \\ CA^2 \\ \vdots \\ CA^{n-1} \end{bmatrix}_{nm \times n} \right) = n \quad (II.2)$$

Dire que le système est observable équivaut à dire que la paire (C, A) est observable .

Approche pratique de vérification de l'observabilité :

- Former la matrice d'observabilité $O(C, A)$
- Calculer le rang de $O(C, A)$
- En déduire que le système est observable si $\text{rang}(O(C, A)) = n$. [24]

3 La contrôlabilité

La contrôlabilité d'un système se réfère à la capacité de manipuler l'état du système dynamique par les entrées. Pour le système cardiovasculaire linéaire, cela signifie la possibilité de conduire le système d'un état initial à un état final désiré par des interventions appropriées comme les changements de débits, etc [22].

3.1 Critères mathématiques de contrôlabilité

Définition II.2 : On considère le système linéaire équation (I.7). L'étude de la contrôlabilité d'un système nous permet de savoir si l'on peut atteindre un état $x_1 \in \mathbb{R}^n$ quelconque en temps t donnée en partant d'un état initial x_0 prescrit [24].

Il existe une caractérisation algébrique de la contrôlabilité d'un système linéaire due à Kalman.

Théorème II.2 :

Formellement, le système linéaire est contrôlable si et seulement si la matrice de contrôlabilité $C(A, B)$ de Kalman est de rang n [24].

La matrice de contrôlabilité est donnée :

$$C(A, B) = [A \quad AB \quad A^2B \quad \dots \quad A^{n-1}B] \quad (II.3)$$

$$\text{rang}(C) = \text{rang}([A \quad AB \quad A^2B \quad \dots \quad A^{n-1}B]) = n \quad (II.4)$$

On dit alors que la paire (A, B) est contrôlable.

4 Forme de Brunovsky

Cette notion de Brunovsky est très utile dans le calcul de contrôle. En effet, une fois le système est mis sous cette forme, on obtient un paramétrage explicite de toutes les trajectoires en fonction d'une certaine quantité appelée sortie de Brunovsky, et on peut calculer facilement des contrôles associés au système [25].

La matrice de Brunovsky est donnée :

$$B_r = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (II.5)$$

En calcul de contrôle en boucle ouverte, la mise sous forme de Brunovsky permet de calculer très simplement des contrôles u amenant le système d'un état vers un autre,

5 Stabilisation par retour d'état ou Feedback

D'après la forme de Brunovsky, si le système est naturellement stable il va bien se comporter et suivre la trajectoire de référence, cependant si le système est instable, il faut rajouter à ce contrôle en ouverte un terme de correction de boucle fermée (ou Feedback) pour assurer le suivi de la trajectoire. C'est ce qu'on appelle la stabilisation ; rendre le système insensible à certaines perturbations [26].

L'un des sujets les plus fondamentaux de la théorie du contrôle est celui du feedback, d'où ses objectifs en pratique sont ;

- Améliorer ou assurer les caractéristiques de stabilité du système,
- Réduire la sensibilité du système aux erreurs de modélisation,
- Améliorer la capacité du système à rejeter les perturbations ainsi d'atténuer le bruit.

De la condition de Kalman et du théorème de Brunovsky, on peut en déduire que la contrôlabilité du système implique la stabilisation par retour d'état.

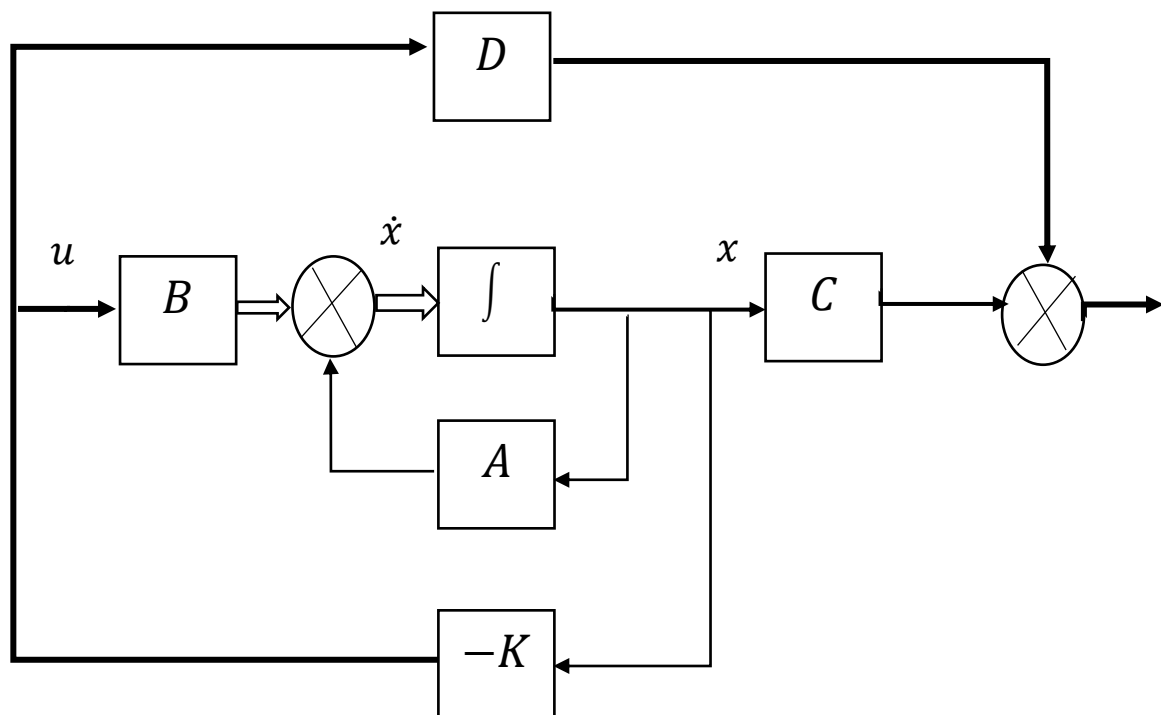


Figure II.1: Système de contrôle en boucle fermée [26].

Le système en boucle fermée résultant n'a aucune entrée. Son objectif est de maintenir la production nulle. En raison des perturbations pouvant être présentes, la sortie s'écartera de zéro. La sortie non nulle sera renvoyée à l'entrée de référence zéro en raison du schéma de rétroaction d'état du système [26].

Contrairement aux systèmes SISO, une configuration de pôles donnée d'un système MIMO peut être obtenue par différentes matrices de gain.

6 Placement des pôles

Le placement des pôles est un cas particulier d'une technique de synthèse de contrôle linéaire connue sous le nom d'affectation de structure propre, où l'objectif d'ingénieur de contrôle est d'attribuer simultanément les valeurs propres et les vecteurs propres d'un système linéaire en ajustant le gain de rétroaction (à l'aide d'une rétroaction de sortie ou d'une rétroaction d'état) [26].

Soit le système décrit contrôlable. La méthode de placement des pôles utilisée est basée sur la transformation du système sous forme de contrôleur général. Supposons que toutes les variables d'état sont mesurables et disponibles pour la rétroaction, ainsi la paire (A, B) est entièrement contrôlable, puis les pôles du système en boucle fermée peuvent être placés à n'importe quel endroit souhaité au moyen d'une rétroaction d'état via une rétroaction d'état appropriée [26].

Les procédures classiques sont basées sur la fonction de transfert du système, tandis que la méthode de localisation des pôles est basée sur le modèle d'état du système [27].

Soit le système dynamique linéaire (S):

$$\frac{d}{dt}x(t) = A \cdot x(t) + B \cdot u(t) \quad \text{avec} \quad \begin{cases} \dim(x(t)) = n \\ \dim(u(t)) = m \end{cases} \quad (II.6)$$

Si la paire (A, B) vérifie la condition de Kalman, le système (S) est commandable avec une commande de la forme (signal de commande) [28] :

$$u(t) = -K \cdot x(t) = [K_1 \quad K_2 \quad \dots \quad K_n] \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} \quad (II.7)$$

alors pour tout polynôme unitaire P de degré n , il existe une matrice K de dimension $m \times n$ telle que les valeurs propres de $A - B.K$ soient les racines de P , on peut choisir librement les valeurs propres en boucle fermée, et en particulier des valeurs propres à partie réelle strictement négative pour que $x(t)$ tende vers 0 [27].

On suppose également que toutes les variables d'état du système peuvent être mesurées et sont disponibles pour un retour d'informations. De cette manière, il est possible de localiser un ensemble de pôles du système en boucle fermée, à des endroits souhaités, par feedback des états afin de répondre à certaines spécifications de réponse dynamique transitoire et de régime permanent [28].

La méthode de localisation des pôles se résume en deux étapes :

- Spécifiez l'emplacement des racines souhaitées de la caractéristique équation du système en boucle fermée.
- Le calcul des gains pour pouvoir localiser ces racines dans les lieux déterminés au point précédent [28].

Pour déterminer les composants de la matrice K , selon la méthode de substitution directe, alors l'équation caractéristique du système en boucle fermée est donnée par [28] :

$$\det[sI - A + BK] = 0 \quad (II.8)$$

Lorsque ce déterminant se développe, il en résulte un polynôme d'ordre n en s contenant les gains de la matrice K . Supposons que les emplacements souhaités des pôles soient donnés par les racines, donc l'équation caractéristique souhaitée est donnée par [28] :

$$a_c = (s + \lambda_1)(s + \lambda_2) \dots (s + \lambda_n) \quad (II.9)$$

7 La forme générale du placement des pôles d'un système multi-variables

Considérons le système MIMO linéaire invariant dans le temps à n dimensions représenté par l'équation (I.7). Le système peut être transformé en forme canonique générale du contrôleur s'il est complètement contrôlable, c'est-à-dire si la condition du théorème II.2 est satisfaite [26].

Afin de construire une transformation de similarité (changement de base), il faut trouver des vecteurs linéairement indépendants dans $C(A, B)$ [26].

Soit k_i le nombre de vecteurs linéairement indépendants de $C(A, B)$, correspondant à b_i .

k_i est l'indice de contrôlabilité ou l'indice de Kronecher.

$k_1 \triangleq$ le nombre de vecteurs linéairement indépendants correspond à b_1

$$b_1, Ab_1, A^2b_1, \dots, A^{k_1-1}b_1$$

Supposons maintenant qu'on a déterminé les indices de contrôlabilité $k_i, i = 1, 2, \dots, m$.

Alors on peut construire la matrice de base de contrôlabilité $\bar{C}(A, B)$ [26].

$$\bar{C}(A, B) = [b_1, Ab_1, A^2b_1, \dots, A^{k_1-1}b_1, b_2, Ab_2, A^2b_2, \dots, A^{k_2-1}b_2, \dots, Ab_m, A^2b_m, \dots, A^{k_m-1}b_m] \quad (II.10)$$

On peut construire une transformation de similarité T_C dont : $x_C = T_C x$

Où :

$$T_C = [p_1 \ p_1 A \ \dots \ p_1 A^{k_1-1} \ p_2 \ p_2 A \ \dots \ p_2 A^{k_2-1} \ \dots \ p_m \ \dots \ p_m A^{k_m-1}]^T \quad (II.11)$$

Et : $p_i = \sigma_i^{th}$ rangée de $\bar{C}(A, B)$,

Avec :

$$i = 1, 2, \dots, m$$

$$\sigma_i = \sum_{j=1}^i k_j$$

8 Passage d'une représentation d'état vers une fonction de transfert

8.1 Fonction de transfert

La fonction de transfert représente un système linéaire invariant via relation entrée-sortie donné par son équation différentielle dans l'espace temporel, obtenue en appliquant une transformée de Laplace aux équations différentielles décrivant la dynamique du système sous hypothèses de conditions initiales nulles. Le schéma blocs fonctionnel mis sous la forme d'un schéma blocs afin de mener des analyses temporelles ou fréquentielle et de concevoir des systèmes de contrôle, ces schéma blocs contient toutes les informations nécessaires pour simuler le système global [29].

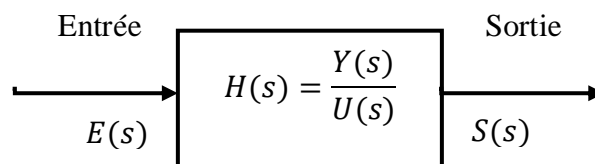


Figure II.2: Schéma blocs fonctionnel [29].

Où :

$E(s)$: l'entrée

$S(s)$: la sortie

$H(s)$: est la fonction de transfert

$$S(s) = H(s)E(s)$$

Définition II.3 : La fonction de transfert (ou transmittance) d'un système linéaire est le rapport entre la transformée de Laplace (*TL*) de sa sortie et celle de son entrée, en considérant des conditions initiales nulles. (On s'intéresse seulement à l'étude de la réponse forcée du système) [29].

Par application de la *TL* au système d'équations (I.7) :

Soit le système linéaire invariant multi-variables :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) = Cx(t) \end{cases} \quad (I.7)$$

On applique la TL au système :

$$\mathcal{L} \begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \\ y = Cx(t) \end{cases} \quad (II.15)$$

On considère que les conditions initiales sont nulles.

On aura :

$$\begin{cases} SX(S) = AX(S) + BU(S) \\ y(S) = CX(S) \end{cases} \quad (II.16)$$

$$(II.17)$$

A partir de l'équation (II.16) :

$$(SI - A)X(S) = BU(S)$$

$$X(S) = (SI - A)^{-1} BU(S) \quad (II.18)$$

Avec : I est la matrice unité de la même taille que la matrice A (I_n matrice identité de dimension n).

On remplace l'équation (II.18) dans (II.17) :

$$Y(S) = C(SI - A)^{-1} BU(S) \quad (II.19)$$

Etant donné la fonction de transfert est :

$$H(S) = \frac{Y(S)}{U(S)} = C(SI - A)^{-1} B + D \quad (II.20)$$

Avec : $D = 0$

9 Conclusion

On clôture ce chapitre dont on avait introduit et décrit la théorie de contrôle d'ingénierie d'un système multi-variables dynamique linéaire, on a exposé leurs propriétés et quelques généralités sur les systèmes comme la représentation d'état qui est une approche moderne d'étude des systèmes, d'où on a abordé les notions d'observabilité et de contrôlabilité introduite par KALMAN. Ainsi on a donné la forme générale de contrôlabilité d'un système multi-variables puis la développée afin de déduire la forme canonique du système cardiovasculaire, cette méthode sera appliquée dans le chapitre prochain.

***Chapitre III : Simulations et
résultats***

1 Introduction

Matlab Simulink a été développée pour simuler divers modèles de flux dans le système cardiovasculaire et étude des effets de différentes conditions pathologiques. Dans ce chapitre nous allons utiliser un fichier sur MATLAB pour faire des applications matricielles, afin d'étudier le système cardiovasculaire grâce à l'utilisation et l'application de la théorie moderne du contrôle et de ses outils tels que la fonction de transfert, l'espace d'état et la dynamique physiologique. De plus, on cherchera à déterminer la situation contextuelle de deux classes de sujets ; patients hypertendus et patients ayant une tension artérielle normale (normo tendu) à l'aide de modèles analogues au système cardiovasculaire pour connaître l'évolution et la réponse du système.

Les graphiques dans l'espace d'état seront de nouveaux indicateurs paramétriques, et les résultats obtenus indiquent que l'utilisation de cette analyse développée dans ce travail contribue à la compréhension de la fonctionnalité cardiovasculaire, par condition que les paramètres soient ajustés pour chaque cas d'un patient.

2 Outils de programmation

2.1 Matlab

MATLAB est un langage de script destiné au calcul numérique et la visualisation des graphes, basé sur la représentation matricielle des données. C'est un outil ouvert et programmable permettant un gain de productivité important. Cette plate-forme est optimisée pour résoudre des problèmes scientifiques et techniques. Grâce à la vaste gamme bibliothèque de boîtes à outils prédéfinies (Toolboxes), et un environnement puissant de modélisation basée sur les schémas-blocs et de simulation de systèmes dynamiques linéaires et non-linéaires (Simulink) [30].

2.2 Symbolique Math

Est un programme informatique utilisé pour effectuer des opérations mathématiques sur des expressions symboliques, en simplifiant l'expression algébrique, dont la résolution d'équations, dérivation, l'intégration, tout en manipulant les symboles mathématiques.

Ces logiciels sont utilisés en mathématique, en physique, en ingénierie afin de traiter des problèmes complexes de manière formelle et exacte [31].

3 L'observabilité du système à la sortie

L'observabilité d'un système désigne la capacité de déterminer l'état interne du système à partir des sorties mesurées. Dans le cas d'un modèle linéaire du système cardiovasculaire, il s'agit de déterminer si l'on peut reconstruire les variables d'état (comme la pression artérielle, les volumes sanguins dans les différentes parties du cœur, etc.) à partir des mesures disponibles (comme la pression artérielle à différents points, le débit sanguin, etc.) en utilisant un système MIMO [21].

Le concept d'observabilité est utile pour résoudre le problème de la récupération de variables d'état non mesurées à partir de variables mesurables dans le temps le plus court possible. Les états internes peuvent être déduits des sorties externes [21].

Les données ont été fournies par le Dr Ricardo L. Armentano et son groupe de l'université de Favaloro (Buenos Aires – Argentine) département de Génie Biomédical, avec des informations cliniques provenant de onze patients normaux et quatorze patients hypertendus à partir desquels des enregistrements ont été réalisés directement [32].

Selon le cas d'un patient ayant une tension artérielle normale (normo tendu)

On a les valeurs suivantes pour le patient 8 :

$$c = 6,40 \quad L = 34 \quad \tau = 0,73$$

La matrice d'observabilité est :

$$O(C, A) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (III.1)$$

$$\det O(C, A) = -1 \quad (III.2)$$

$$\text{rank} O(C, A) = 4 \quad (III.3)$$

D'après le Théorème II.1 ; le déterminant n'est pas nul, le rang de la matrice $O(C, A) = n = 4$ (est l'ordre de la matrice A)

Donc : le système est observable.

Le cas du patient 5 ayant une pression artérielle hypertendu :

Avec les valeurs suivantes :

$$c_h = 2.6800 \quad \tau = 0.7300 \quad L_h = 68$$

La matrice d'observabilité est donc :

$$O(C,A)_h = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (III.4)$$

$$\det O(C,A)_h = -1 \quad (III.5)$$

$$\text{rank} O(C,A)_h = 4 \quad (III.6)$$

Le déterminant de la matrice d'observabilité $O(C,A)_h$ est non nul, ainsi le rang de cette matrice égale à n

Alors le système observable.

Pour vérifier si le système est observable, on calcule la matrice d'observabilité, le déterminant et le rang de la matrice d'observabilité, un pour chaque patient.

Les tableaux 1 et 2 répertorient les données correspondant à deux catégories de patients, présentant une tension artérielle normale et une hypertension. Les colonnes 2 et 3 indiquent respectivement les pressions systoliques (Ps) et diastoliques (Pd), colonne 4 pression moyenne (Pm). La colonne 5 montre la vitesse de l'onde de pouls (VOP). La colonne 6 répertorie la conformité (Cm) calculée pour chaque enregistrement. Les valeurs de la colonne 7 indiquent (L), ce paramètre calculé en soustrayant la pression diastolique de la pression systolique. La colonne 8 représente le déterminant de la matrice d'observabilité qu'on a calculé sur Matlab à l'aide des valeurs précédentes.

Normo-tensions	P_s mmHg	P_d mmHg	P_m mmHg	VOP m/s	C_m e^{-4} cm/mmHg	L mmHg	Det (Obs)
1	93	57	69	10.39	4.03	36	-1
2	127	80	96	12.25	4.15	47	-1
3	104	66	79	9.05	5.03	38	-1
4	120	89	99	10.78	3.43	31	-1
5	91	75	80	10.94	3.14	16	-1
6	97	70	79	11.11	3.57	27	-1
7	118	66	83	9.28	5.36	52	-1
8	85	51	62	7.80	6.40	34	-1
9	96	61	73	8.83	4.08	35	-1
10	117	77	90	9.80	3.62	40	-1
11	119	64	82	10.69	4.00	55	-1

Tableau III.1: Patients normo tendus [32].

Hypertendus	P_s mmHg	P_d mmHg	P_m mmHg	VOP m/s	C_m e^{-4} cm/mmHg	L mmHg	Det (Obs)
1	146	96	113	15.21	2.00	50	-1
2	106	84	91	14.58	2.21	22	-1
3	116	65	82	10.07	3.49	51	-1
4	157	89	112	11.15	3.76	68	-1
5	166	98	121	14.25	2.68	68	-1
6	164	92	116	16.26	2.22	72	-1
7	127	82	97	11.44	3.76	45	-1
8	155	92	113	17.16	2.48	63	-1
9	155	70	98	10.83	3.70	85	-1
10	139	100	113	11.28	4.04	39	-1
11	134	84	101	10.27	4.82	50	-1
12	114	75	88	11.31	3.12	39	-1
13	117	78	91	14.07	2.31	39	-1
14	125	83	97	14.78	1.68	42	-1

Tableau III.2: Patients hypertendus [32].

On remarque que les déterminants obtenus de la matrice d'observabilité pour les patients précédents sont le même résultat, ce qui indique que le modèle utilisé pour décrire le système est le même pour tous les patients. De plus il diffère de zéro donc le système est observable.

4 La contrôlabilité du système

Le système est contrôlable si et seulement si la matrice de contrôlabilité C a un rang complet. Et pour vérifier la contrôlabilité de ce système on calcule d'abord la matrice de contrôlabilité.

Soit la matrice de contrôlabilité :

$$\bar{C}(A, B) = [b_1, Ab_1, A^2b_1, \dots, A^{k_1-1}b_1, b_2, Ab_2, A^2b_2, \dots, A^{k_2-1}b_2, \dots, Ab_m, A^2b_m, \dots, A^{k_m-1}b_m] \quad (II.10)$$

D'après les résultats qu'on a eus sur Matlab selon le patient normo tendu :

La matrice de contrôlabilité est :

$$C(A, B) = \begin{bmatrix} 0 & 0.1563 & 1.0000 & 0 \\ 0.1563 & -0.2140 & 0 & -0.1563 \\ 1.0000 & 0 & 0 & 0.0294 \\ 0 & -0.0294 & 0.0294 & -0.0006 \end{bmatrix} \quad (III.7)$$

$$\det(A, B) = 0.0053 \quad (III.8)$$

$$\text{rank}C(A, B) = 4 \quad (III.9)$$

D'après le Théorème II.2 ; le rang de la matrice de contrôlabilité est égale à n , on déduit que le système (l'équation (I.7)) est observable et contrôlable.

Les valeurs propres de la matrice $C(A, B)$ sont :

$$\text{eig}C(A, B) = \begin{bmatrix} 1.0101 \\ -1.0153 \\ 0.0224 \\ -0.2319 \end{bmatrix} \quad (III.10)$$

Donc le système linéaire invariant n'est pas stable, car les valeurs propres de la matrice $C(A, B)$ ne sont pas toutes à partie réelle strictement négative.

La forme canonique générale des matrices est :

$$\text{inv}\bar{C}(A, B) = \begin{bmatrix} 0.0347 & 0.1875 & 0.9707 & -1.1801 \\ 0.8868 & 0.1184 & -0.0185 & -30.1504 \\ 0.8614 & -0.0185 & 0.0029 & 4.7110 \\ -1.1801 & -6.3747 & 0.9960 & 40.1219 \end{bmatrix} \quad (III.11)$$

$$T_C = \begin{bmatrix} 0.8868 & 0.1184 & -0.0185 & -30.1504 \\ -0.0185 & 0.7246 & 0.8868 & 0.6288 \\ -1.1801 & -6.3747 & 0.9960 & 40.1219 \\ 0.9960 & 7.5524 & -1.1801 & 0.1346 \end{bmatrix} \quad (III.12)$$

$$\text{inv}T_C = \begin{bmatrix} 1.6211 & 0.0001 & 1.2149 & 1.0000 \\ -0.1865 & 0.1562 & -0.1426 & -0.0000 \\ 0.1765 & 1.0000 & 0.1170 & 0.0000 \\ 0.0137 & 0.0000 & 0.0351 & 0.0294 \end{bmatrix} \quad (III.13)$$

$$A_C = \begin{bmatrix} 0.0000 & 1.0000 & 0 & 0 \\ 0.0137 & -0.1765 & 0.0351 & -0.0875 \\ 0.0000 & 0.0000 & -0.0000 & 1.0000 \\ -0.1865 & -1.4649 & -0.1426 & -1.2149 \end{bmatrix} \quad (III.14)$$

$$B_C = \begin{bmatrix} 0.0000 & 0.0000 \\ 1.0000 & -0.0000 \\ -0.0000 & -0.0000 \\ 0.0000 & 1.0000 \end{bmatrix} \quad (III.15)$$

$$C_C = \begin{bmatrix} 1.6211 & 0.0001 & 1.2149 & 1.0000 \\ 0.1765 & 1.0000 & 0.1170 & 0.0000 \end{bmatrix} \quad (III.16)$$

On obtient la figure ci-suit :

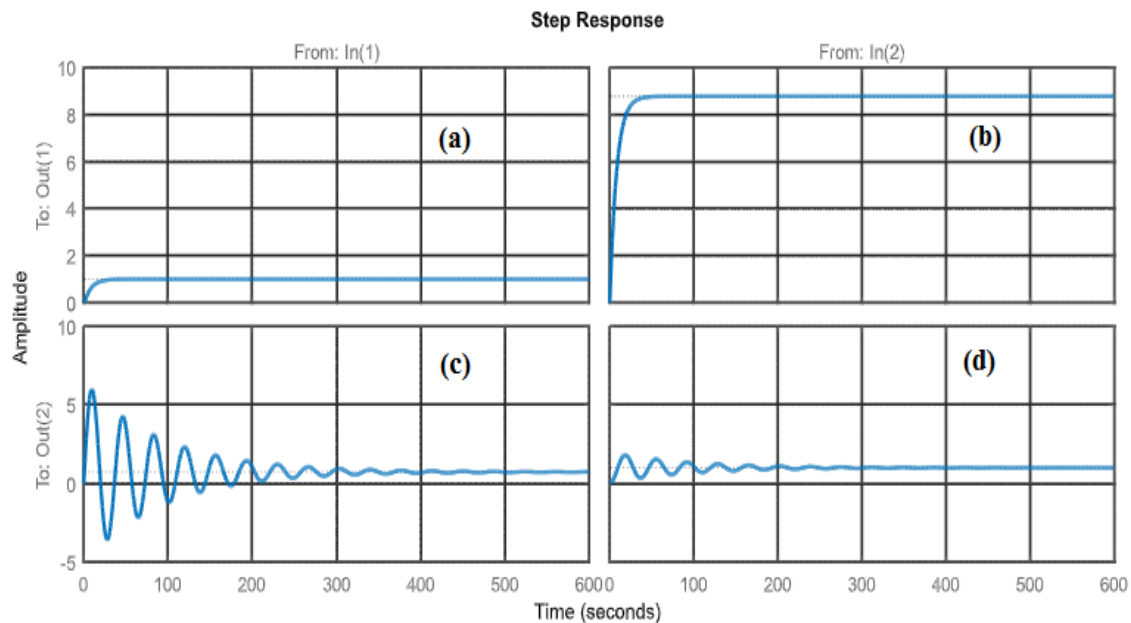


Figure III.1: Réponse d'un patient normotendu.

Interprétations

La figure (III.1) montre quatre graphes qui représentent des réponses indicées du système cardiovasculaire pour un patient normo tendu (l'amplitude en fonction du temps).

Le graphe (a) : représente la conformité dans le temps pour la pression systolique. Ce graphe montre comment la conformité artérielle réagit à une entrée donnée dans le temps (c'est-à-dire la capacité des artères à se dilater en réponse à une augmentation de la pression). On observe que le système atteint un état stable rapidement avec une montée progressive jusqu'à une amplitude d'environ 1, dû à une bonne adaptation des artères à la pression systolique, ce qui est important dans un système cardiovasculaire sain.

Le graphe (b) : représente la variation de conformité durant la pression diastolique. Ce graphe illustre les variations dans la conformité des artères pendant la phase diastolique du cycle cardiaque (lorsque le cœur se relâche et se remplit du sang). Le comportement est similaire à celui du graphe (a), avec une réponse qui atteint rapidement un état stable mais avec une amplitude différente d'environ 9, qui indique que la conformité artérielle est bien régulée même lorsque la pression diastolique varie.

- La compliance représente l'augmentation du flux sanguin ainsi la pression dans le même vaisseau.

Le graphe (c) : représente l'inertie du flux sanguin en réponse aux changements de la pression systolique. On observe une réponse oscillatoire du flux sanguin avec une décroissance progressive des oscillations avant d'atteindre un état stable. Ce qui indique une inertie importante dans le système et signifie que le flux sanguin ne réagit pas immédiatement aux changements de la pression systolique mais finit par se stabiliser.

Le graphe (d) : représente l'inertie du flux sanguin durant la pression diastolique. Ici la réponse est moins oscillatoire dû à une inertie plus faible comparée à celle de la pression systolique, le flux sanguin réagit plus rapidement aux variations de la pression diastolique avec moins d'oscillations. Cela suggère que le système cardiovasculaire gère mieux les variations de pression pendant la diastole.

Remarques

- Tous les graphes atteignent un état stable après un certain temps.
- La différence entre les amplitudes et les comportements des graphes (a), (b), (c), (d), suggère que les deux sorties du système réagissent différemment aux entrées dû à la nature des interactions entre les entrées et les sorties.

Récapitulatif, ces graphes réagissent de manière stable aux entrées et montrent la dynamique du système cardiovasculaire dans un modèle MIMO. La réponse rapide et l'atténuation des oscillations montrent que ce système est bien régulé, capable de s'adapter efficacement aux variations de la pression sanguine (systolique et diastolique), caractéristiques d'un patient normo tendu.

Le cas d'un patient ayant une pression artérielle hypertendu

La matrice de contrôlabilité pour le patient hypertendu :

$$C(A, B)_h = \begin{bmatrix} 0 & 0.3731 & 1.0000 & 0 \\ 0.3731 & -0.5111 & 0 & -0.3731 \\ 1.0000 & 0 & 0 & 0.0147 \\ 0 & -0.0147 & 0.0147 & -0.0002 \end{bmatrix} \quad (III.17)$$

$$\det(A, B)_h = 0.0076 \quad (III. 18)$$

$$\text{rank}C(A, B)_h = 4 \quad (III. 19)$$

De ces résultats on peut déduire que le système est observable au même temps contrôlable.

La forme canonique générale :

$$\text{inv}\bar{C}(A, B)_h = \begin{bmatrix} 0.0146 & 0.0393 & 0.9854 & -0.9936 \\ 0.7360 & 0.0209 & -0.0078 & -50.0500 \\ 0.7254 & -0.0078 & 0.0029 & 18.6754 \\ -0.9936 & -2.6693 & 0.9960 & 67.5680 \end{bmatrix} \quad (III. 20)$$

$$T_{Ch} = \begin{bmatrix} 0.7360 & 0.0209 & -0.0078 & -50.0500 \\ -0.0078 & 0.7074 & 0.7360 & 0.5295 \\ -0.9936 & -2.6693 & 0.9960 & 67.5680 \\ 0.9960 & 2.6630 & -0.9936 & 0.2706 \end{bmatrix} \quad (III. 21)$$

$$\text{inv}T_{Ch} = \begin{bmatrix} 1.6211 & 0.0001 & 1.2149 & 1.0000 \\ -0.1865 & 0.1562 & -0.1426 & -0.0000 \\ 0.1765 & 1.0000 & 0.1170 & 0.0000 \\ 0.0137 & 0.0000 & 0.0351 & 0.0294 \end{bmatrix} \quad (III. 22)$$

$$A_{Ch} = \begin{bmatrix} -0.0074 & 0.8466 & -0.0057 & 0.0078 \\ -0.2371 & -0.1604 & -0.1567 & -0.2425 \\ 0.9464 & -0.5775 & 0.7236 & 1.0040 \\ -1.1307 & -0.4184 & -0.8645 & -1.0230 \end{bmatrix} \quad (III. 23)$$

$$B_{Ch} = \begin{bmatrix} -0.0000 & -0.0000 \\ 1.0000 & -0.0000 \\ -0.0000 & 0.0000 \\ 0.0000 & 1.0000 \end{bmatrix} \quad (III. 24)$$

$$C_{Ch} = \begin{bmatrix} 1.6211 & 0.0001 & 1.2149 & 1.0000 \\ 0.1765 & 1.0000 & 0.1170 & 0.0000 \end{bmatrix} \quad (III. 25)$$

Puis on aura les graphes dans la figure suivante :

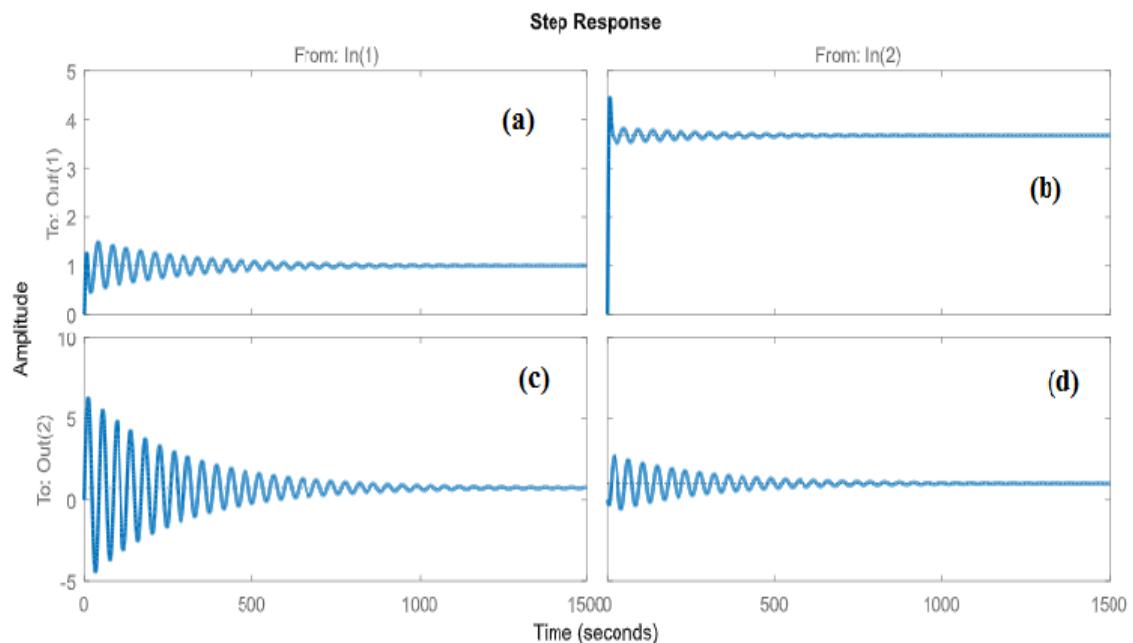


Figure III.2: Réponse d'un patient hypertendu.

Interprétations

La figure (III.2), montre quatre graphes qui représentent des réponses indicées du système cardiovasculaire pour un patient hypertendu (l'amplitude varie en fonction du temps).

Le graphe (a) : représente la conformité durant la pression systolique chez un patient hypertendu. On observe des oscillations amorties avec une amplitude qui diminue lentement avant d'atteindre un état stable, ce qui implique que la conformité des artères semble être plus rigide, nécessite plus de temps pour s'adapter à la pression systolique. Cela indique que les artères sont moins capables de se dilater efficacement en réponse aux changements de pression, qui est cohérent avec l'hypertension.

Le graphe (b) : représente la variation de conformité pendant la diastole. Des oscillations observées mais sont légèrement moins prononcées, la réponse atteint un état stable après un temps plus long par rapport à un patient normo tendu. Donc on interprète que la variation de la conformité affectée, indiquant une rigidité artérielle accrue qui persiste pendant cette phase. Ce qui reflète la difficulté des artères à se relâcher complètement après la contraction du cœur.

Le graphe (c) : représente l'inertie du flux sanguin durant la systole chez un patient hypertendu. On remarque que la réponse oscillatoire du flux sanguin est plus prononcée et prolongée prenant plus de temps pour se stabiliser, ce qui indique que le flux sanguin ne s'ajuste pas immédiatement aux changements de pression et que cette inertie peut entraîner des fluctuations de la pression artérielle ce qui met en danger les organes vitaux.

Le graphe (d) : représente l'inertie du flux sanguin pendant la diastole chez un patient hypertendu. On remarque que les oscillations sont présentes mais sont amorties plus rapidement que dans le graphe (c), cependant le temps nécessaire pour atteindre la stabilité reste plus long que dans le cas normal. Malgré l'inertie est moins marquée en réponse à la diastole reste notablement plus élevée, ce qui reflète une réponse retardée du système cardiovasculaire à la relaxation des artères pendant la diastole.

En récapitulant, les réponses observées dans les graphes indiquent que chez un patient hypertendu, le système cardiovasculaire a une plus grande inertie et rigidité dans sa réponse aux changements de pression sanguine, ce qui est remarquable par des oscillations prolongées et une réponse plus lente à la fois dans la conformité artérielle et le flux sanguin, contribuant à des risques et complications cardiovasculaires à cause d'hypertension.

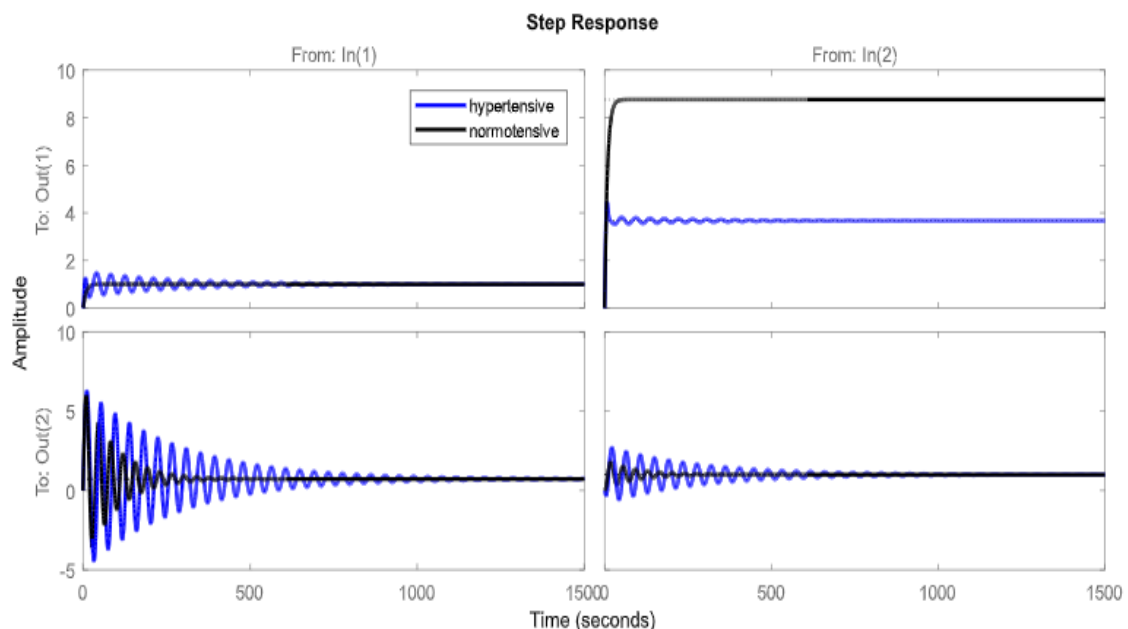


Figure III.3: La comparaison entre les deux cas.

Interprétation

Cette figure (III.3) montre la comparaison entre la réponse du système pour un patient normo tendu et un patient hypertendu. (Les figures (III.1) et (III.2)).

Selon la conformité artérielle, la réponse du patient normo tendu monte et se stabilise rapidement donc une meilleure conformité artérielle, indiquant des artères plus élastiques et réactives. Contrairement pour le patient hypertendu, la réponse montre des oscillations amorties plus prolongées signifiant une conformité réduite, ce qui suggère une rigidité artérielle accrue, caractérisant l'hypertension.

Le flux sanguin du patient normo tendu est plus réactif et mieux régulé, tandis que chez le patient hypertendu, la réponse de l'inertie est plus lente aux changements de pression provoquant des risques.

Selon la stabilité et la rapidité de la réponse, les graphes du patient normo tendu montrent des réponses plus rapides et plus stables avec des oscillations minimales et un retour rapide à l'équilibre. En revanche, les réponses du patient hypertendu sont plus lentes, avec des oscillations prolongées, ce qui indique une faible régulation cardiovasculaire.

5 Fonction de transfert

Les fonctions de transfert pour le modèle Windkessel à quatre éléments avec deux entrées et deux sorties, pour cela la figure qui suit illustre la façon dont les relations entre les entrées et les sorties sont construites [21].

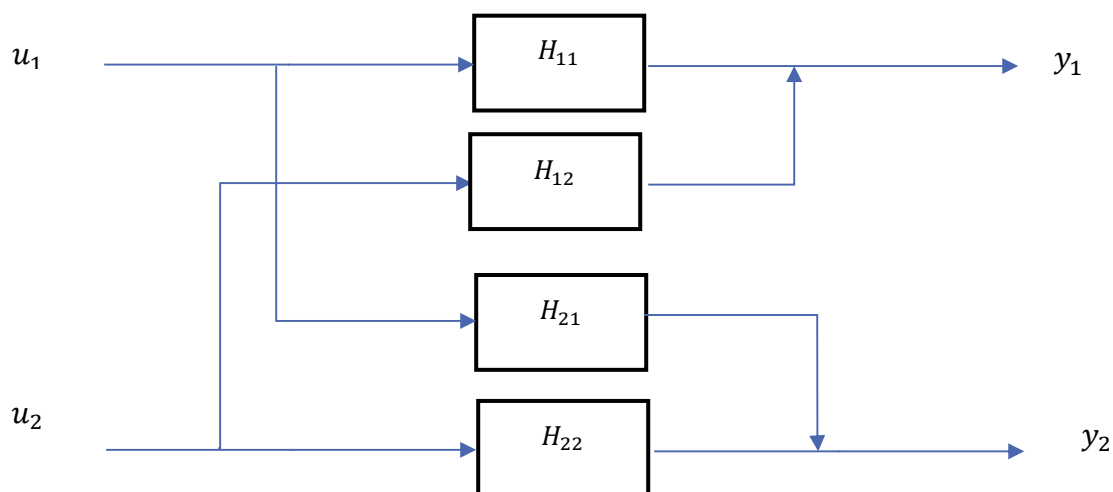


Figure III.4: Fonction de transfert multiples [21].

Les fonctions de transfert du cas d'un patient normo tendu sont :

$$H_{11}(s) = \frac{15.625}{100s^2+137s+16} \quad (III.26)$$

$$H_{12}(s) = \frac{100s+137}{100s^2+137s+16} \quad (III.27)$$

$$H_{21}(s) = \frac{100s+2}{100s^2+2s+3} \quad (III.28)$$

$$H_{22}(s) = \frac{2.94}{100s^2+2s+3} \quad (III.29)$$

Ces figures suivantes montrent la réponse fréquentielle de magnitude (dB) et de phase (en degré) respectivement pour un patient normo tendu :

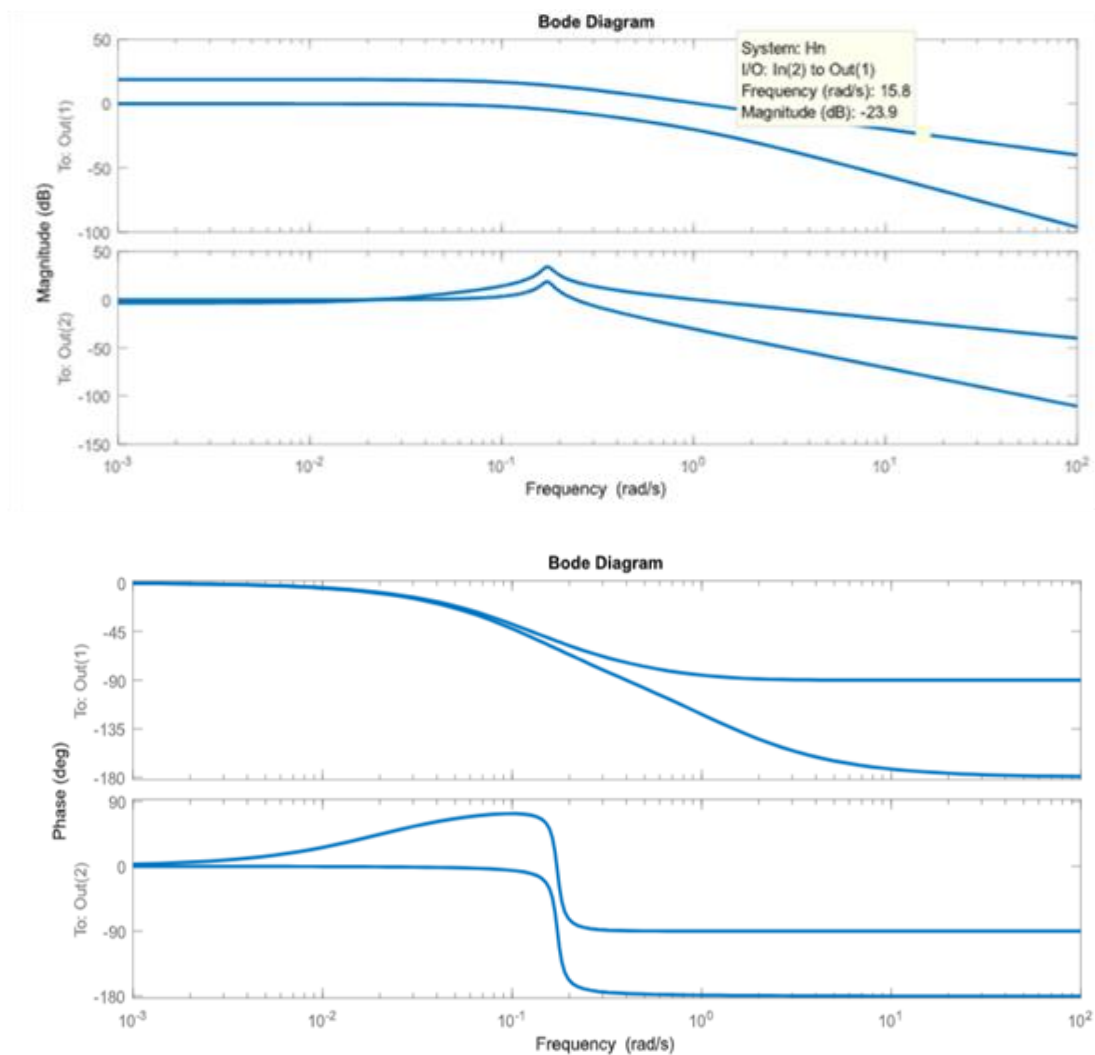


Figure III.5: Diagramme de Bode pour un patient normo tendu.

Interprétation

La figure (III.5) représente un diagramme de Bode illustre la réponse en fréquence d'un système cardiovasculaire d'un patient normo tendu afin de comprendre comment réagit à différentes fréquences d'entrée, en terme de magnitude (gain) (en dB) et de phase en fonction de la fréquence (en radians par seconde).

○ Magnitude (gain)

On observe que à très basse fréquence ($10^{-3} rad/s$), le gain (magnitude) est stable et proche de $0 dB$, indiquant une transmission directe sans amplification ni atténuation significative du signal. A mesure que la fréquence augmente, la magnitude reste relativement constante jusqu'à un certain point où elle commence à diminuer légèrement d'une façon régulière. Le gain maximum est observé près de $15.8 rad/s$ où la courbe présente un pic modéré indique une légère amplification des signaux à cette fréquence spécifique (que le système cardiovasculaire du patient amplifie légèrement les signaux à cette fréquence particulière).

○ Phase

On voit que la phase commence à 0° pour les basses fréquences, indique que le système réagit sans décalage de phase remarquable à ces fréquences. Tandis que la fréquence augmente, un décalage de phase devient apparent, le déphasage atteint un niveau négatif. Le décalage de phase autour de la fréquence de $15.8 rad/s$ correspond au point de résonance où le gain est maximum.

Alors, pour un patient normo tendu, ce diagramme de Bode montre une réponse stable avec un gain modéré et un déphasage contrôlé, signifiant une bonne régulation du système cardiovasculaire qui est capable de maintenir une pression artérielle stable face aux variations de fréquence des stimuli.

Les fonctions de transfert du cas hypertendu :

$$H_{11}(s) = \frac{40}{100s^2 + 137s + 40} \quad (III. 30)$$

$$H_{12}(s) = \frac{100s + 137}{100s^2 + 137s + 40} \quad (III. 31)$$

$$H_{21}(s) = \frac{10^4 s + 107}{10^4 s^2 + 107s + 150} \quad (III.32)$$

$$H_{22}(s) = \frac{150}{10^4 s^2 + 107s + 150} \quad (III.33)$$

La figure suivante représente la réponse fréquentielle de magnitude et de phase pour un patient hypertendu :

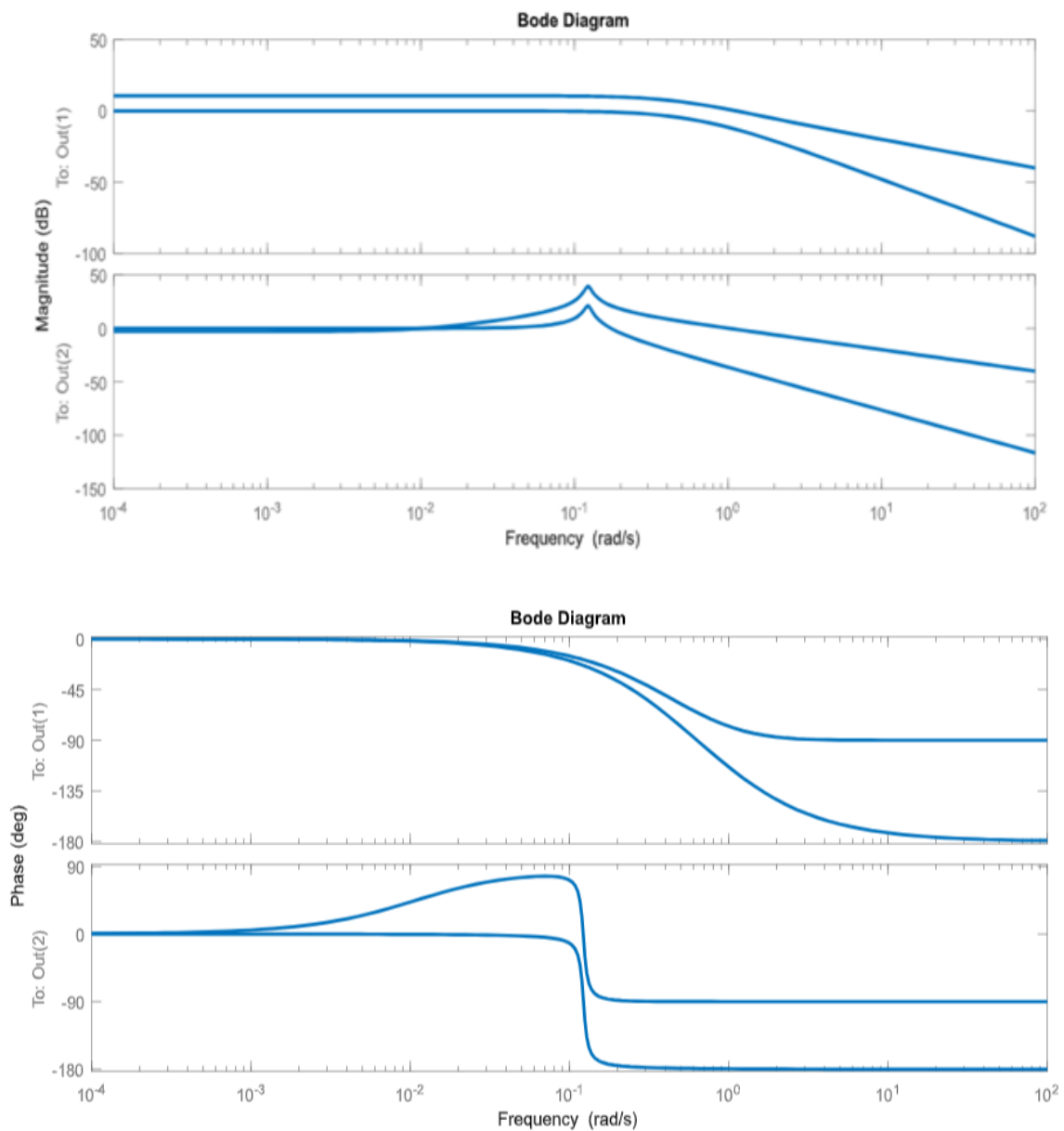


Figure III.6: Diagramme de Bode pour un patient hypertendu.

Interprétation

Ce diagramme de Bode de la figure (III.6), représente la réponse en fréquence du système cardiovasculaire d'un patient hypertendu en terme de magnitude et de phase.

- **Magnitude**

A très basse fréquence 10^{-4} rad/s , le gain est stable proche de 0 dB , c-à-d transmission des signaux sans amplification. Avec l'augmentation de fréquence on remarque une diminution progressive du gain. Le pic du gain observé est plus accentué car le système cardiovasculaire de ce patient est réactif à ces fréquences ainsi amplifie d'avantage le signal.

- **Phase**

Pour les basses fréquences, la phase commence à 0° réaction sans déphasage. Le déphasage devient important à mesure que la fréquence augmente et atteint un décalage de phase au-delà de 15.8 rad/s .

Alors, ce diagramme de Bode pour un patient hypertendu, montre une réponse fréquentielle plus intense avec un pic de gain plus élevé, ainsi une grande variation de phase suggère la sensibilité du système cardiovasculaire aux variations de fréquence et contribue à l'instabilité de la pression artérielle.

La comparaison entre les diagrammes des deux cas :

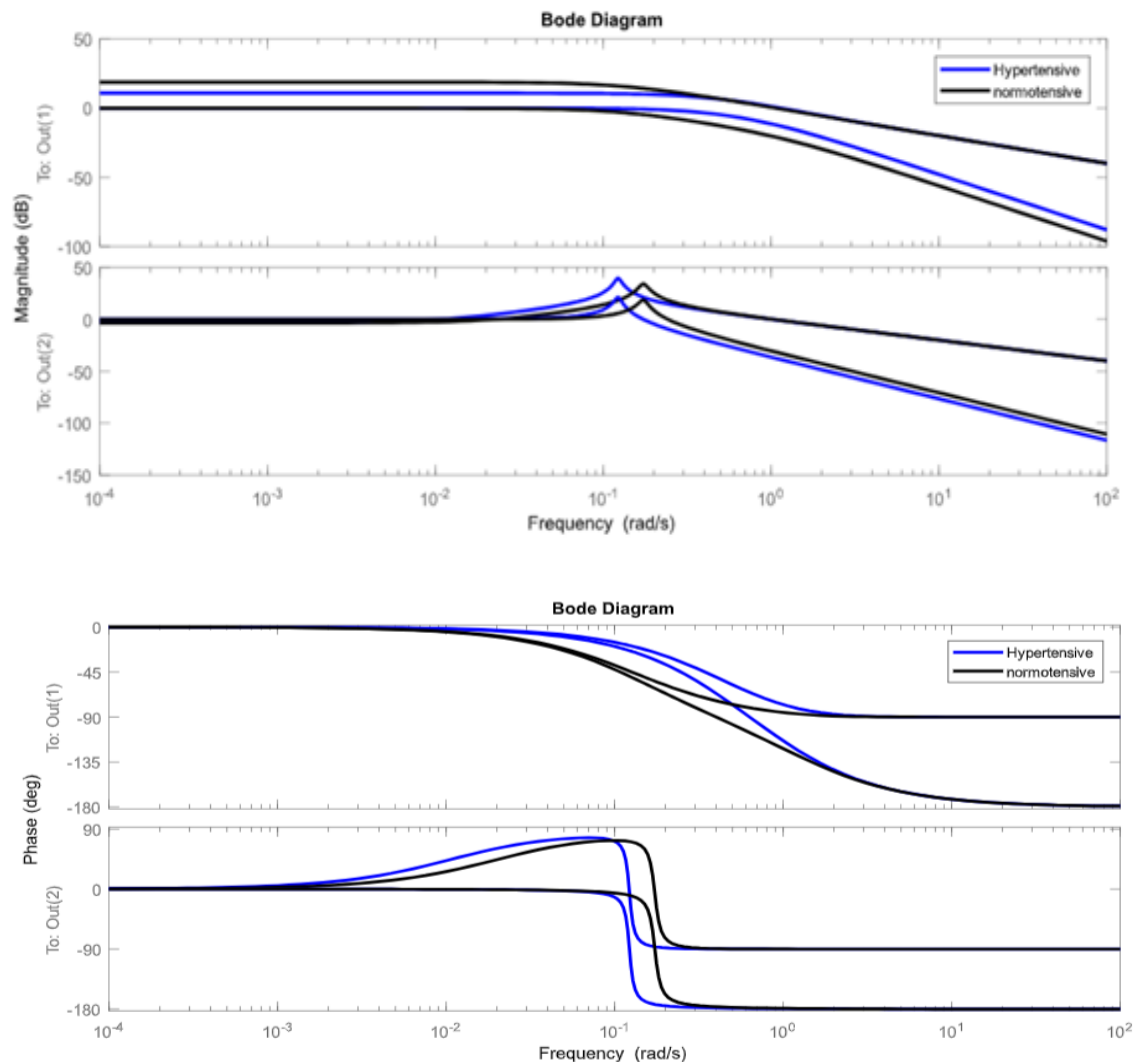


Figure III.7: Comparaison entre les deux cas.

Interprétation

En comparant les deux diagrammes de Bode celui du patient normotendu et d'hypertendu sur la figure (III.7), on observe ces différences :

- **Magnitude**

Le gain reste stable à basse fréquence sans amplification, diminue progressivement avec l'augmentation de fréquence, qui explique une meilleure stabilité. Par contre chez un patient hypertendu une diminution abrupte.

Le pic de gain est modéré moins prononcé signifiant une réponse plus contrôlée du système à une fréquence donnée. Tandis qu'il est plus élevé et accentué chez un hypertendu indiquant une amplification excessive d'avantage des signaux ce qui montre une sensibilité du système cardiovasculaire à certaines fréquences et des fluctuations de la pression artérielle.

- **Phase**

La phase varie d'une manière progressive avec l'augmentation de fréquence, et un déphasage moins marqué pour un patient normo tendu. En revanche chez le patient hypertendu, la phase montre une grande variation et un déphasage important avec l'augmentation de fréquence. Et ce déphasage accru suggère un retard dans la réponse du système cardiovasculaire aux stimuli de haute fréquence qui provoque une régulation moins efficace de la pression artérielle.

En résumé, le système cardiovasculaire d'un patient hypertendu est plus réactif mais moins stable par rapport à celui d'un patient normotendu, ce qui peut se traduire par un contrôle moins efficace de la circulation sanguine et les trouble de la pression artérielle.

6 Conclusion

En conclusion, dans ce chapitre, on a appliqué les théorèmes de la théorie de contrôle dans notre système cardiovasculaire dynamique MIMO, on a étudié son comportement et comment réagit aux variations de variable mais aussi la situation contextuelle chez deux catégories de patients (normotendus et hypertendus), ainsi ses différentes réponses aux fréquences d'entrée.

Conclusion générale

La modélisation du système dynamique et complexe ; le système cardiovasculaire ainsi ses représentations mathématiques, de nos jours sont appliquées largement en physiologie et en médecine pour soutenir les chercheurs en science de la vie ainsi que les cliniciens. En outre, ont amélioré nos compréhensions des mécanismes du cœur voire ses fonctions également une amélioration des approches thérapeutiques qui contribuent à des soins personnalisés et efficaces.

Le système cardiovasculaire humain est très complexe, implique de nombreux mécanismes de contrôle, le modèle de Windkessel est un exemple célèbre d'un tel modèle discret.

La théorie de contrôle moderne permet l'analyse de la dynamique cardiovasculaire en travaillant dans l'espace d'état à partir des équations d'états pour pouvoir les représenter graphiquement afin d'étudier les variations des variables de ce système mais aussi de concevoir les interventions. De plus ces méthodes continuent d'évoluer, d'ailleurs en combinant ses concepts avec la modélisation du système cardiovasculaire, elles offriront des solutions de plus en plus robustes aux défis posés par les maladies cardiovasculaires.

Dans ce travail, on a présenté les théorèmes de la théorie de contrôle ensuite on les a appliqués en vue de comprendre la relation entre la compliance artérielle et l'inertie du flux sanguin avec la pression systolique et diastolique, des variables cliniques qui sont capturées au milieu hospitalier facilement et d'une manière non invasive des patients ayant une pression artérielle normale et hypertendus. Les résultats obtenus étaient de trouver une méthode qui garantisse la stabilité et une moindre dépense énergétique pour passer d'un état à un autre, de même comment le système répond à différentes fréquences d'entrée.

Cette paire de la modélisation cardiovasculaire et la théorie de contrôle vise à révolutionner la manière dont les maladies cardiovasculaires seront diagnostiquées, avec l'avancée des technologies de collecte de données et des capacités de calcul il sera possible de développer des modèles cardiovasculaires qui capturent précisément les caractéristiques individuelles de chaque patient permettront de simuler le comportement du système, de manière ultra-réaliste mais aussi des conditions de vie spécifiques à chaque patient.

Dans l'avenir, la modélisation du système cardiovasculaire soutenue par les outils de la théorie de contrôle sera beaucoup plus utile pour transformer la prise en charge des maladies cardiovasculaires. D'où une vision qui se repose sur l'intégration de technologies émergentes, dont des dispositifs médicaux qui seront équipés de capteurs avancés permettant de surveiller en continu les paramètres cardiovasculaire clés avec des algorithmes de contrôle, non seulement pour détecter des anomalies mais aussi d'intervenir immédiatement, en garantissant la personnalisation des soins et une optimisation continue des interventions cliniques, prenant exemples en ajustant la libération de médicament. Vers une approche de santé préventive.

Références Bibliographiques

- [1] Encyclopédie. (1999). *Appareil Circulatoire* . Larousse Médical.
- [2] T.Kind, T.J.C.Faes, J-W.Lankhaar, A.Vonk-Noordegraaf, and M.I.Verhaegen, "*Estimation of Three-and Four-Element Windkessel Parameters Using Subspace Model Identification*". IEEE Transactions on Biomedical Engineering, vol. 57, No. 7, Pp.1531-1538.July 2010.
- [3] "*Système cardiovasculaire*". (2020, Décembre). Consulté le Avril 17, 2024, sur Quizlet: <https://quizlet.com>.
- [4] Kellali, N. (2021-2022). Cours "*Physiologie Cardio-vasculaire*". Université à Constantine, Algérie: Université Frères Mentouri Constantine.
- [5] KOURI, H. (2023-2024). "*Cœur et Circulation sanguine*". Faculté médecine, Département médecine, Université de Constantine, Algérie.
- [6] P.Amrane. "*Appareil cardio-vasculaire*". Faculté de médecine de Constantine, Algérie. Université de Constantine. (Novembre, 2023).
- [7] "*Jim Chapman Communities*". (s.d.). (Atlanta, Georgia) Consulté le Mars 20, 2024, sur "*La cage thoracique*" : <https://www.jimchapmancommunities.com>.
- [8] R. MAROUF. (2016, Décembre 05). "*Anatomie du Médiastin*". Consulté le Mars 20, 2024.
- [9] *passport santé*. (1998-2024), "*Fonctionnement du cœur*". Consulté le Avril 27, 2024, <https://www.passeportsante.net>.
- [10] *digischool*. (2011-2023). Consulté le Mars 20, 2024, sur "*L'anatomie et la physiologie du cœur*" : <https://www.digischool.fr>.
- [11] M. OUMSIS, A.D. SDIGUI, B. NEYRAN, I.E. MAGNIN (2000, Janvier). "*Modélisation et suivi par modèle d'état harmonique du mouvement ventriculaire gauche du coeur en imagerie par résonance magnétique*". "*Traitement du signal*". Consulté le Mars 2024.
- [12] S. BOITARD. (2016, Septembre). Schématisation des principales étapes du cycle cardiaque. "*Elaboration de différents biomatériaux dans une perspective thérapeutique de l'insuffisance cardiaque*". Consulté le Mars 23, 2024.
- [13] Yn. Yih-Choung "*Mathematical modeling og the cardiovascular system and its control mechanisms*". Mathematical Physiology. Departement of Electrical and Computer Engineering Lafayette College, Easton, Pennsylvania, USA.

Références Bibliographiques

- [14] B. COUSTET. (2012). *"Relation entre l'activité électrique du cœur et lecteur de l'ECG"*. e-semio, le livre de *"Sémiologie Médicale"*. Consulté le Mars 26, 2024.
- [15] M-C. Aumont, H.Douard, L.Fauchier, EFERRARI, *"Sémiologie Cardiologique"*, Collège National des Enseignants de cardiologie et Maladies Vasculaires, 2009.
- [16] David E. Newby et Neil R.Grubb, *"Bases de la cardiologie"*, éditions Elsevier : Cardiologie, campus.cerimes, 2009.
- [17] J. Clairambault, C. Médigue, J. Bestel. *"Le système cardiovasculaire et sa régulation à court terme par le système nerveux autonome"*. Université Paris VIII et INRIA Rocquencourt. (Mai, 1997).
- [18] N. Stergiopulos, B.E. Westerhoft, J-J. Meister, and N. Westerhof. *"The Four-Element Windkessel Model"*. Proceedings of the 18th Annual International Conference of the IEEE-EMBS. Pp 1715-1716, 1996.
- [19] N. Westerhof, B.E. Westerhof, J-W. Lankhaar. (2008, Juillet). *"The arterial Windkessel"*. *"Medical & Biological Engineering & Computing"*. ResearchGate. DOI 10.1007/s11517-008-0359-2. Received November 19, 2007, accepted May 21, 2008.
- [20] T-M. Laleg, E. Crépeau, M. Sorine. *"Identification d'un comportement vasculaire et des caractéristiques de la pression et du débit aortiques"*. HAL open science, Pp.58. inria-00000909. (Juin 22, 2005).
- [21] J. E. Monzon, C. Alvarez Picaza, M.I. Pisarello. *"A multiple-input multi-output system for modeling the cardiac dynamics"*. Université National Corrientes, Argentine. 33rd annual international conference of the IEEE-EMBS. Pp 978-1-4244-4122-8. Boston, Massachusetts USA, (August 30- September 3, 2011).
- [22] C-E. BOUCHEMELLA, *" Contrôle Moyen des EDO"*, "mémoire de fin d'étude". Département de Mathématiques, Université 8Mai 1945 Guelma, Algérie. (Juin 2016).
- [23] Cours Automatique: *"Dynamique et Contrôle des Systèmes-AUT202"*. ENSTA Paris (Fevrier 15, 2023).
- [24] S. Ainouz-Zemouche, *" Représentation d'états commandabilité, Observabilité, Dualité"*, *"Observation et Commande des Systèmes"*. Cours OCS, CFI INSA de Rouen,.
- [25] J. LEGRAND, dérivé par K. BEAUCHARD. *"Introduction à la théorie du contrôle: Etude du pendule inversé"*, *"Magistère de Mathématiques 2me année"*. ENS Rennes (02 Mai-30 Juin 2017).

Références Bibliographiques

- [26] F. ABAHRI, dérivé par PR. K. HARICHE, "*Comparative Study of Block Pole Design and Pole Placement in a Helicopter Case*", "Final Year Project", Département de Power and Control, Electrical and Electronic Engineering". University M'Hamed BOUGARA - Boumerdes, (2016).
- [27] Cours *Automatique: Dynamique et Contrôle des Systèmes-AUT202*. ENSTA Paris (FEVRIER 8, 2023).
- [28] C. Alvarez Picaza, "*Stability Control Applied to the Cardiovascular System. Analysis of its Internal Dynamics*". " *Acta Scientific Medical Science*" ,volume 8. doi:10.31080/ASMS.2024.08.1782. (March 3, 2024).
- [29] R. VINCENT. "*Cours Modélisation des systèmes asservis*", "*Calculer une fonction de transfert*". PCSI - Science Industrielles de l'Ingénieur. (2020-2021).
- [30] Y. ARIBA., & J. CADIEUX. "*Manuel MATLAB, MathWorks*", "*Accelerating the pace of engineering and science*". Institut de recherche à Toulouse, France. Département GEI & Mécanique.
- [31] MathWorks, "Symbolique Math Toolbox, Réaliser des calculs symboliques". France. Consulter le Juin 02,2024.
- [32] C. Alvarez Picaza, "*Determination of State Function Associated with Cardiovascular Dynamics*". "*Acta Scientific Medical Science*", volume 6. (April 4, 2022).

RÉSUMÉ

Ce projet décrit la dynamique interne du système cardiovasculaire en trouvant les relations entrées-sorties d'un modèle cardiaque fonctionnel. Le modèle présenté dans ce travail est conçu dans l'espace d'états. Des éléments mathématiques appliqués tels que les équations d'état, la fonction de transfert et la réponse dynamique liée au système physiologique qui sera utilisé pour trouver des indicateurs et des facteurs qui issus du génie biomédical, ainsi des critères d'observabilité et de contrôlabilité de théorie du contrôle, contribueront à la compréhension de la fonctionnalité cardiovasculaire.

La réponse d'échelon unitaire du modèle de système à entrées multiples et sorties multiples (MIMO) illustre l'effet d'amortissement de la paroi artérielle sur la pulsativité du cœur. Nos résultats montrent que les patients hypertendus présentent une plus faible inertie du flux sanguin.

Mots-clés : Système cardiovasculaire linéaire, MIMO système, les commandes de théorie de contrôle.

ABSTRACT

This project describes the internal dynamics of the cardiovascular system by finding the input-output relationships of a cardiac function model. The model presented in this work is designed in the state space. Applied mathematical elements such as equations of state, the transfer function and the dynamic response linked to physiological system which come from biomedical engineering, as well as criteria for observability and controllability of control theory, will contribute to the understanding of cardiovascular functionality.

The unit step response of the multiple input multiple output (MIMO) model system illustrates the damping effect of the arterial wall on the pulsativity of the heart. Our results show that hypertensive patients have lower blood flow inertia.

Keywords : Linear cardiovascular system, MIMO system, commands control theory.

ملخص

يصف هذا المشروع الديناميكيات الداخلية للنظام القلبي الوعائي من خلال إيجاد العلاقات بين المدخلات والمخرجات لنموذج قلبي وظيفي. تم تصميم النموذج المقدم في هذا العمل في فضاء الحالات. سيتم استخدام عناصر رياضية مطبقة مثل معادلات الحالة، دالة التحويل والاستجابة الديناميكية المرتبطة بالنظام الفسيولوجي، لإيجاد مؤشرات وعوامل ناتجة عن الهندسة الطبية الحيوية. بالإضافة إلى ذلك، ستسهم معايير الملاحظة والسيطرة من نظرية التحكم في فهم وظيفة النظام القلبي الوعائي. إن استجابة الدالة الخطوية للنظام متعدد المدخلات والمخرجات (MIMO) توضح تأثير التخميد لجدار الشريان على نبضات القلب. تظهر نتائجنا أن المرضى الذين يعانون من ارتفاع ضغط الدم يعانون من قصور في القصور الذاتي لتدفق الدم. **الكلمات المفتاحية:** النظام القلبي الوعائي الخطي، نظام MIMO، أوامر نظرية التحكم.