

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE.  
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique.

UNIVERSITE MOULOUD MAMMARI, TIZI-OUZOU  
Faculté du Génie de la Construction  
Département de Génie Mécanique



**Mémoire de fin d'études en vue de  
l'obtention du diplôme de MASTER  
en Génie Mécanique**

Thème

**Etude d'un variateur de vitesse  
transmission à lien flexible**

Encadré par:  
*M<sup>r</sup>* DJELIL

Présenté par:  
MELLAS Massinissa

**Promotion 2013**

## *Remerciements*

Avant tout, je remercie Allah le tout puissant de m'avoir donné la force, le courage et surtout la volonté nécessaire pour la réalisation de ce modeste travail.

Je voudrais aussi remercier mon promoteur, pour sa responsabilité au cours de ce mémoire et pour ses conseils qui m'ont aidé petit à petit à comprendre le problème. Ses orientations et ses remarques m'ont également permis à mieux contrôler mes travaux et à surmonter les difficultés.

Je ne peux oublier de remercier tous ceux qui ont de près ou de loin contribué à la réalisation de ce modeste travail, ainsi qu'à ma formation.

# Table des matières

<b>Introduction</b>	<b>6</b>
<b>1 Différentes types de variateurs</b>	<b>7</b>
1.1 Introduction . . . . .	7
1.2 Principe et fonctionnement d'un variateur . . . . .	7
1.3 Types de variateurs . . . . .	8
1.3.1 Variateur à transmission à frictions . . . . .	8
1.3.2 Variateurs de vitesse à éléments déformables . . . . .	12
1.3.3 Variateurs par poulies et courroies plates . . . . .	13
1.3.4 Variateurs à tambours coniques . . . . .	13
1.3.5 Variateurs par courroies trapézoïdale: . . . . .	13
1.4 Exemple de variateurs par courroies trapézoïdale: . . . . .	14
1.4.1 Mobymatic: . . . . .	14
1.4.2 Hobby . . . . .	16
1.4.3 Variateur C.J.R: (fig.1.12) . . . . .	18
1.4.4 Variateur colombes-texrope: (fig.1.13) . . . . .	18
<b>2 Présentation du variateur à étudier</b>	<b>20</b>
2.1 Introduction . . . . .	20
2.2 1. Principe de fonctionnement: . . . . .	21
2.3 Réglage de la vitesse: . . . . .	22
<b>3 Dimensionnement du variateur des vitesses</b>	<b>24</b>
3.1 Données de la transmission . . . . .	24
3.1.1 Calcul du diamètre de l'arbre . . . . .	24
3.2 Calcul cinématique . . . . .	25
3.2.1 Calcul des rapports de transmission $u$ . . . . .	25

3.2.2	Calcul des diamètres primitifs des poulies . . . . .	26
3.2.3	Calcul de la marge de réglage de la poulie . . . . .	27
3.2.4	Diduction de l'entraxe . . . . .	28
3.3	Choix et dimensionnement de la courroie . . . . .	29
3.3.1	Calcul de la longueur de la courroie et choix d'une longueur normalisée . . . . .	29
3.3.2	Correction et vérification de l'entraxe . . . . .	31
3.3.3	Calcul des tensions dans les brins de la courroie . . . . .	32
3.3.4	Calcul de l'angle d'enroulement sur la poulie (1) . . . . .	32
3.3.5	Calcul des contraintes dans les brins de la courroie . . . . .	34
3.3.6	Vérification de la courroie à la résistance . . . . .	36
3.3.7	Calcul du glissement de la courroie . . . . .	37
3.3.8	Calcul du rendement de la transmission : . . . . .	38
3.3.9	Calcul du coefficient de traction . . . . .	38
3.3.10	Calcul du facteur de passage . . . . .	39
3.3.11	Calcul de la longévité de la courroie . . . . .	39
3.4	Calcul des diamètres de tête des poulies . . . . .	39
3.5	Choix et calcul du ressort . . . . .	40
3.5.1	Procédure de calcul . . . . .	40
3.5.2	Détermination de l'effort minimal du ressort . . . . .	40
3.5.3	Sollicitation du ressort . . . . .	41
3.5.4	La flèche (déformation) nécessaire pour provoquer l'effort $F_R$ . . . . .	41
3.5.5	Calcul du diamètre du fil . . . . .	41
3.5.6	Calcul de la flèche du ressort sous l'action de $F_{Rmin}$ . . . . .	42
3.5.7	Vérification du ressort aux charges cycliques . . . . .	43
3.5.8	Détermination des caractéristiques finales du ressort . . . . .	46
3.6	Calcul d'arbre . . . . .	48
3.6.1	Généralités . . . . .	48
3.6.2	Choix de l'accouplement des arbres . . . . .	48
3.6.3	Arbre d'entrée du variateur . . . . .	48
3.6.4	Calcul du moment fléchissant résultant . . . . .	49
3.6.5	Calculs de vérifications . . . . .	53
3.6.6	Vérification de la condition dans le plan horizontal . . . . .	55
3.6.7	Vérification de la condition dans le plan vertical . . . . .	57

3.6.8	Vérification de l'arbre aux charges cycliques . . . . .	60
3.7	Arbre de sortie du variateur . . . . .	62
3.7.1	Calcul du moment fléchissant résultant . . . . .	63
3.7.2	Calculs de vérifications . . . . .	66
3.7.3	Vérification de la condition dans le plan horizontal . . . . .	68
3.7.4	Vérification de la condition dans le plan vertical . . . . .	70
3.7.5	Vérification de l'arbre aux charges cycliques . . . . .	73
3.8	Calcul des clavettes . . . . .	74
3.8.1	Calcul des actions de contact entre moyeu et la clavette . . . . .	75
3.8.2	Calcul de la longueur L . . . . .	76
3.8.3	Calcul des actions de contact entre moyeu et la clavette . . . . .	76
3.9	Calcul des roulements . . . . .	77
<b>4</b>	<b>Dimensionnement du système de commande</b>	<b>82</b>
4.1	Dimensionnement de la vis . . . . .	82
4.1.1	Calcul du diamètre de la vis . . . . .	82
4.1.2	Calcul du couple de serrage et de desserrage . . . . .	84
4.1.3	Calcul de l'effort manuel nécessaire pour produire le couple $C_S$ . . .	84
4.1.4	Vérification de l'irréversibilité des sens de mouvement de la vis . . .	85
4.2	Vérification de la vis aux différentes sollicitations . . . . .	85
4.2.1	Vérification des filets de l'écrou au cisaillement . . . . .	85
4.2.2	Vérification de la vis au flambement . . . . .	86
4.3	Calcul de la contrainte critique d'Euler . . . . .	86
4.4	Calcul de la longueur de la vis . . . . .	87
4.5	Calcul de la section de la vis . . . . .	87
4.6	Calcul de la contrainte de compression simple . . . . .	87
4.7	La variation de la vitesse . . . . .	87
4.7.1	Calculant le nombre de tour de la manivelle nécessaire pour effectuer la course de $10,39 \text{ mm}$ . . . . .	88
4.7.2	Calcul de la variation de la vitesse en fonction de la course (x) . . .	88
	<b>Conclusion Générale</b>	<b>90</b>
	<b>Bibliographie</b>	<b>91</b>
	<b>Annexe</b>	<b>93</b>

## Table des figures

1.1	<i>Variateur par friction à axes quelconque (roue conique)</i> . . . . .	8
1.2	<i>Variateur par friction à une roue conique de conicité variable</i> . . . . .	9
1.3	<i>Variateur par friction à un plateau et une roue conique</i> . . . . .	9
1.4	<i>Galet cylindrique entre deux plateaux</i> . . . . .	10
1.5	<i>Galet biconique entre deux plateaux (variateur F.U)</i> . . . . .	10
1.6	<i>Galet cylindrique entre deux cônes</i> . . . . .	11
1.7	<i>Galet sphérique entre deux tores (variateur Risoud)</i> . . . . .	11
1.8	<i>Galet sphérique entre deux tores (variateur Sadivar)</i> . . . . .	11
1.9	<i>Variateurs à tambours coniques</i> . . . . .	13
1.10	<i>Variateur de vitesse Mobyatic</i> . . . . .	15
1.11	<i>Variateur de vitesse Hobby</i> . . . . .	17
1.12	<i>Variateur de vitesse C.J.R</i> . . . . .	18
1.13	<i>Variateur de vitesse colombes-texrope</i> . . . . .	19
2.1	<i>Schéma cinématique du variateur à étudié</i> . . . . .	21
2.2	<i>Chaîne cinématique</i> . . . . .	22
2.3	<i>Dispositif des commandes des vitesses détail(4)</i> . . . . .	22
2.4	<i>Chaîne cinématique de réglage</i> . . . . .	23
3.1	<i>Entraxe</i> . . . . .	28
3.2	<i>Courroie W20</i> . . . . .	31
3.3	<i>Ressort de compression cylindrique</i> . . . . .	47
3.4	<i>Arbre 1 dans le plan horizontal</i> . . . . .	50
3.5	<i>Arbre 1 dans le plan vertical</i> . . . . .	51
3.6	<i>Loge de la clavette</i> . . . . .	60
3.7	<i>Arbre 2 dans le plan horizontal</i> . . . . .	63
3.8	<i>Arbre 2 dans le plan vertical</i> . . . . .	64
3.9	<i>Loge de la clavette 2</i> . . . . .	73
3.10	<i>Clavette</i> . . . . .	75
3.11	<i>Roulement à une rangée de billes, à contact radial</i> . . . . .	78
3.12	<i>Les roulement sur l'arbre 1</i> . . . . .	78
3.13	<i>Les roulement sur l'arbre 2</i> . . . . .	80
4.1	<i>Filetage métrique ISO à filet triangulaire</i> . . . . .	83

---

4.2	<i>Bouton Alsace</i> . . . . .	85
4.3	<i>La courbe de la variation de vitesse en fonction de la course</i> . .	89

# Introduction Générale

La mécanique c'est un domaine qui à beaucoup répondu aux besoins de l'être humain en facilitant sa vie, par la réalisation des mécanismes qui l'aide à exécuter des tâches.

Notre travail consiste à étudier un variateur de vitesse qui permet d'obtenir d'une façon continue, toutes les vitesses dans une plage de réglage donnée.

Pour se faire, nous avons d'abord commencé par donner une solution graphique au besoin exprimé.

Après avoir retenu la solution aux différentes liaisons, nous avons dimensionné les différents organes de la transmission, d'assemblage et de guidage, ainsi que les arbres tournants.

Ce mémoire est scindé en quatre chapitres, qui se présentent comme suit : Le premier chapitre est consacré essentiellement, aux différents types de variateurs de vitesses. On trouve en particulier les principaux variateurs de vitesses mécaniques. Dans le second chapitre nous allons présentés le variateur à étudier qui est un variateur de vitesse à lien déformable.

Le troisième chapitre, comporte le dimensionnement des déférentes éléments qui composent notre mécanisme notamment l'arbre d'entrée et celui de sortie, les flasques des poulies, le ressort, la courroie. . . etc.

Le quatrième chapitre sera consacré pour dimensionner le mécanisme de réglage des vitesses qui est un système de vis écrou. Nous terminons notre travail par une conclusion générale.

# Chapitre 1

## Différentes types de variateurs

### 1.1 Introduction

La perfection et la rentabilité d'une machine sont tributaires de la nature de la transmission de mouvement.

Ainsi donc, la mise au point de celle-ci nécessite au préalable une conception d'un système devant l'accompagner de manière à lui offrir une variation importante de vitesse lorsque celle-ci doit prendre des valeurs différentes allant d'une fraction de tour par minute jusqu'à des dizaines de milliers de tours par minute.

Face à cette état de fait, les constructeurs ont répondu par une panoplie de système classifiés en deux catégories ; boîte de vitesses et variateur de vitesses.

Ce dernier offrant la possibilité de changer de vitesses, de les centrer avec grande précision et de manière progressive sans rompre le mouvement ; ce voit acquérir une extension considérable de son champ d'application.

### 1.2 Principe et fonctionnement d'un variateur

Il est constitué d'un ensemble d'éléments, leurs caractéristiques, assurent d'une part la transmission du mouvement d'un moteur vers un récepteur et d'autres part la variation de la vitesse d'une valeur minimale à une valeur maximale.

Ceux-ci en mettant en avant sa spécificité principale, à savoir la non-interruption de l'entraînement.

Il existe trois catégories de variateur de vitesse [1 – 2]:

1. Variateur de vitesses mécaniques.
2. Variateur de vitesses électriques.
3. Variateur de vitesses hydrauliques.

## 1.3 Types de variateurs

### 1.3.1 Variateur à transmission à frictions

Le problème de l'expansion en diamètre des roues cylindriques n'est pas résolu (sauf si on assimile les roues à gorges pour courroies trapézoïdales aux roues cylindriques).

Au lieu de faire varier le diamètre de roues cylindrique par expansion, on procède à son remplacement par une roue conique en assurant un contact en un point variable de sa génératrice (Fig.1.1). Le cône pourra prendre une ouverture jusqu'à  $180^\circ$  et devenir un plan (Fig.1.2).

Le galet acquiert ainsi une vitesse de rotation variable selon sa position, mais il se trouve qu'un glissement non négligeable est à signaler car il est porté sur une certaine longueur de génératrice et que les différents points de celle-ci ont des vitesses différentes. On évitera ceux-ci en donnant au mécanisme la disposition. Ainsi, le glissement sera minime dans la position moyenne et un glissement limité de chaque côté de celle-ci. Mais le déplacement en translation de l'un des deux arbres pour provoquer la variation bute sur le problème de frottement [1 – 2].

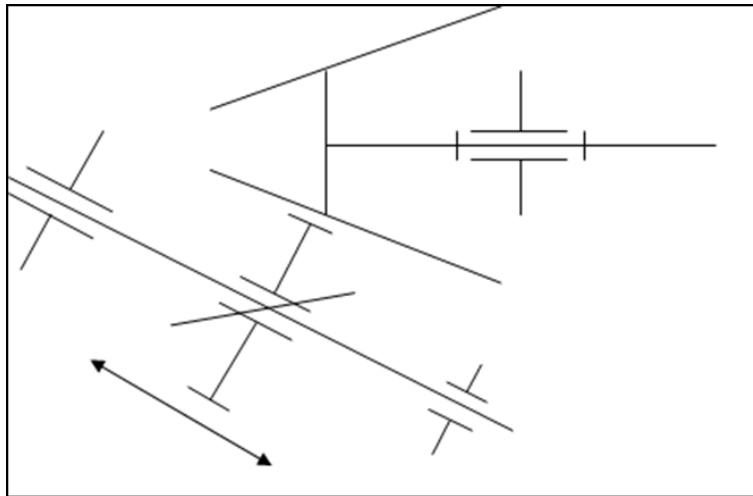


FIG. 1.1 – *Variateur par friction à axes quelconque (roue conique)*

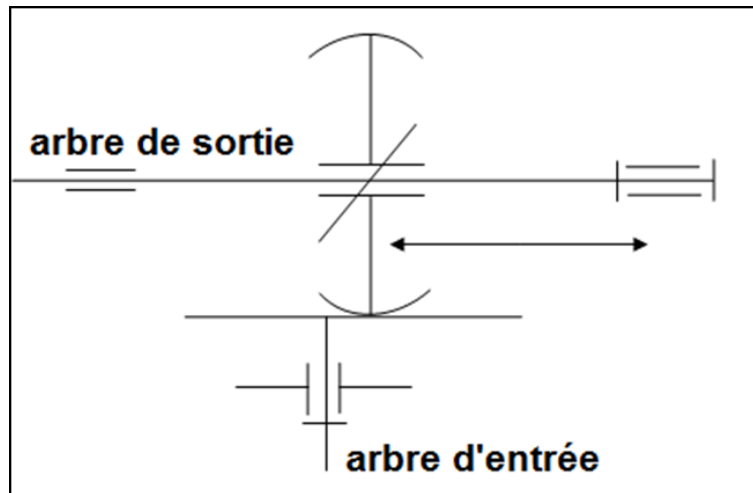


FIG. 1.2 – Variateur par friction à une roue conique de conicité variable

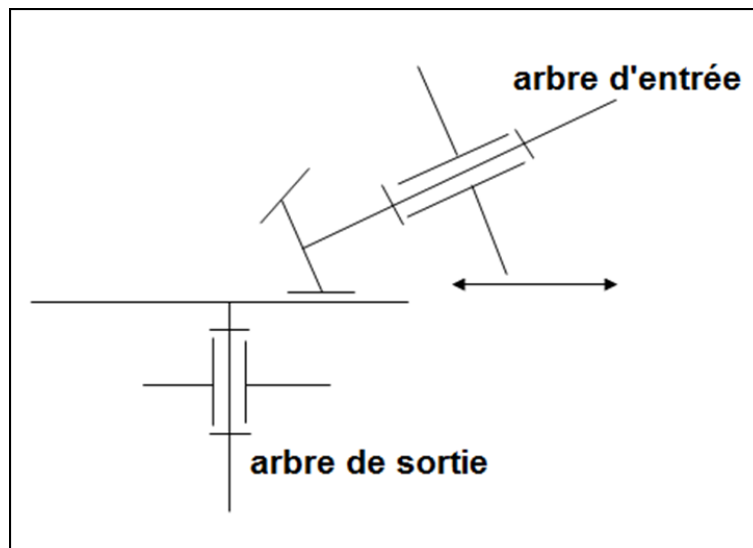


FIG. 1.3 – Variateur par friction à un plateau et une roue conique

Aussi, on retrouve de nombreux variateurs industriels comportant deux plateaux fixes, un moteur, l'autre récepteur. Entre ces deux plateaux se trouve un galet fou sur son axe, entraîné par le premier plateau et entraînant le seconde. De l'orientation du galet ou de sa position dépend le rapport des vitesses.

Plusieurs montages plateau-galet sont à relever :

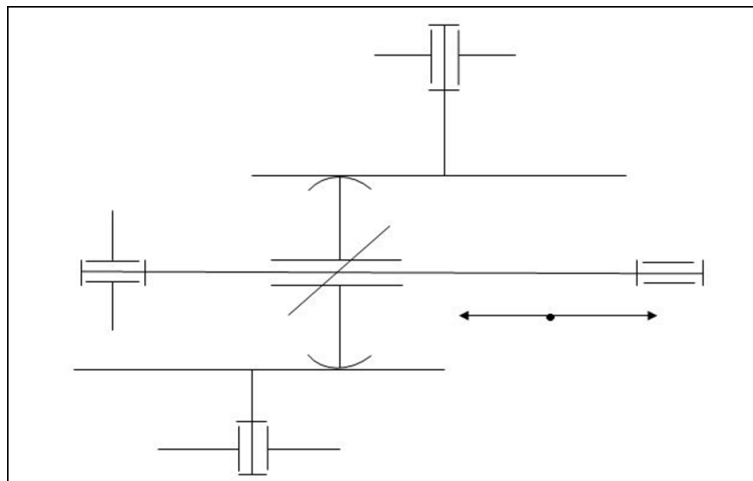


FIG. 1.4 – *Galet cylindrique entre deux plateaux*

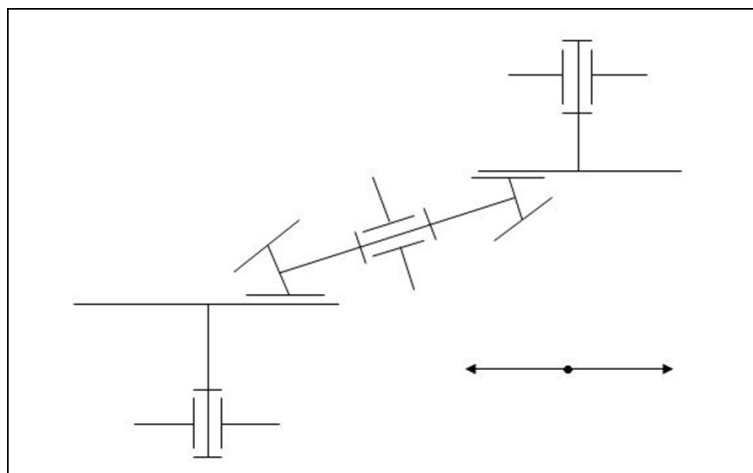


FIG. 1.5 – *Galet biconique entre deux plateaux (variateur F.U )*

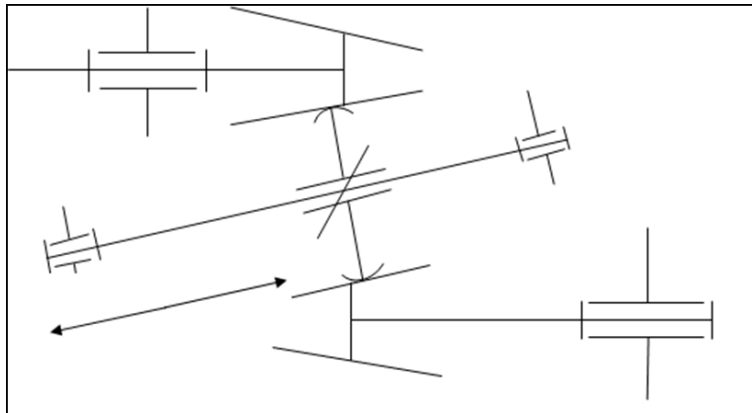


FIG. 1.6 – *Galet cylindrique entre deux cônes*

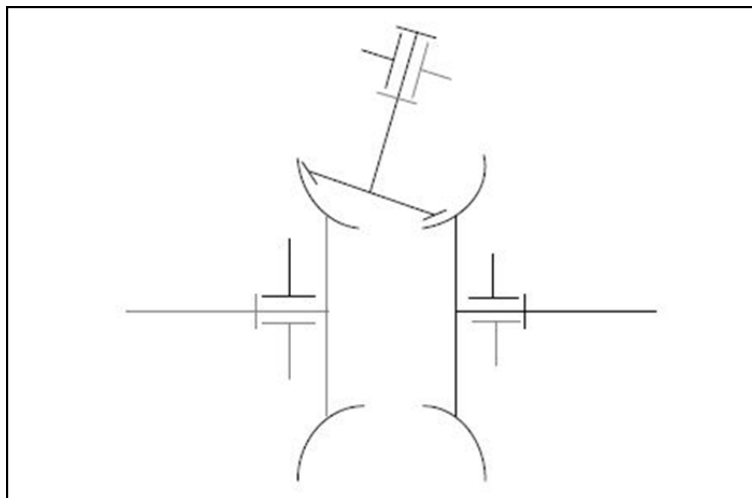


FIG. 1.7 – *Galet sphérique entre deux tores (variateur Risoud)*

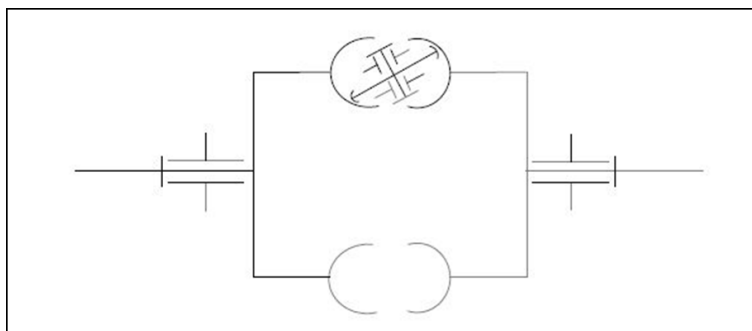


FIG. 1.8 – *Galet sphérique entre deux tores (variateur Sadivar)*

### 1.3.2 Variateurs de vitesse à éléments déformables

#### Domaine d'utilisation :

Ce type de variateur est très utilisé dans le domaine des transports.

C'est celui que l'on retrouve sur les mobylettes et les scooters mais aussi en automobile.

Il est aussi utilisé dans le domaine industriel, pour donner des grandes plages d'utilisation aux machines sans régime de discontinuité. On retrouve cette application sur la perceuse à colonne [2].

#### Principe de fonctionnement de base

Le principe de fonctionnement du variateur à éléments déformables repose sur la variation continue (possible) du rayon d'enroulement de l'élément déformable.

Le rayon d'enroulement variable et inextensibilité longitudinale de l'élément déformable nous impose deux montages types:

- une poulie à diamètre "variable" (poulie à différent diamètre) est associée à une poulie traditionnelle (l'entraxe est variable)

**Exemple 1.** *comme sur un cyclomoteur).*

- Les deux poulies sont variables et l'entraxe est constant (poulie étagées)

**Exemple 2.** *automobiles et machine industrielles.*

#### Types d'éléments déformables qui sont utilisés avec les variateurs de ce type

Deux types d'éléments déformables sont utilisés:

##### Les courroies plates :

- \* Très silencieuses ;
- \* grands rapports de réduction ;
- \* utilisées aux grandes vitesses (80 à 100 m/s) sous de faibles couples.
- \* absorbent bien les vibrations inertielles, ce qui autorise de grands entraxes et de grandes longueurs ;
- \* très bon rendement ( comparable aux engrenages) ;

##### Les courroies trapézoïdales :

Elles diffèrent des courroies plates essentiellement par:

- \* leur largeur accrue;
- \* l'angle déterminant leur section trapézoïdale:  $26^\circ < \alpha < 30^\circ$  ;
- \* leur souplesse résultant de la présence indispensable de crans sur la partie intérieure;
- \* leur capacité à évacuer les charges d'électricité statiques;

### 1.3.3 Variateurs par poulies et courroies plates

### 1.3.4 Variateurs à tambours coniques

Par analogie à la (fig.1.9), les deux poulies coniques sont entraînées par une courroie plate et permettent la transmission de l'arbre moteur à l'arbre récepteur.

La longueur de la courroie est sensiblement la même dans toutes les positions. Le problème à résoudre reste alors la conduite de la courroie sur les cônes qui nécessite des guides altérant les bords de la courroie si ceux-ci ne sont pas eux même munis d'un galet [2].

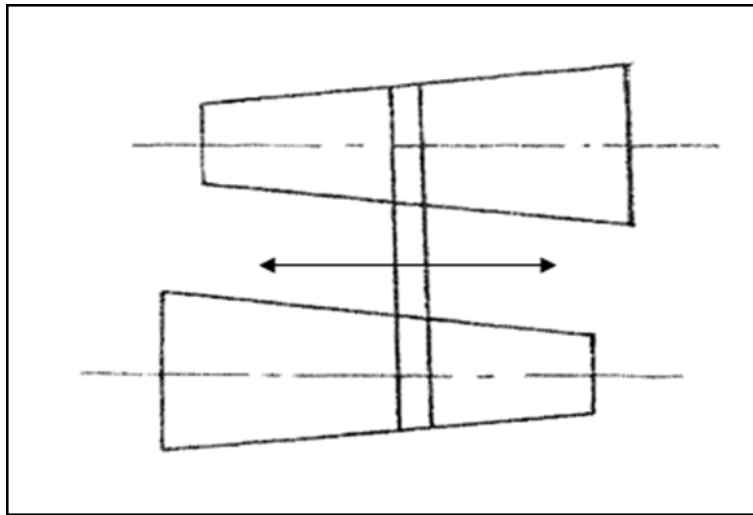


FIG. 1.9 – *Variateurs à tambours coniques*

### 1.3.5 Variateurs par courroies trapézoïdale :

Les variateurs utilisant des poulies à gorges de diamètres variables par écartement des flasques constituent la deuxième grande classe de variateurs industriels.

Le principe de fonctionnement des variateurs par courroies trapézoïdale est celui des poulies à diamètre ajustable, cependant l'ouverture est opérationnelle pendant la transmission [2].

On peut employer :

1. Deux poulies de diamètre variable, la première est commandée par contre la deuxième est ajustée par l'action de la courroie.
2. Deux poulies de diamètres variables commandées simultanément et en sens inverse (Texrope-Colombes) (fig.1.14 )
3. Deux poulies et un anneau remplaçant la courroie. (variateur H.N).

## 1.4 Exemple de variateurs par courroies trapézoïdale:

### 1.4.1 Mobymatic :

L'arbre (1) est l'arbre moteur (fig.1.10 ), il entraîne le plateau (4) et le flasque (2) par quatre tenons.

Au repos (position A), la courroie trapézoïdale écarte les flasques et s'enroule le plus faible diamètre possible. Il en résulte qu'au départ, le rapport des vitesses ( $\frac{N_s}{N_e}$ ) est faible, d'étant petit et d'étant fixe.

Au fur et à mesure que la vitesse augmente, les billes sont projetées vers l'extérieur, elles s'appuient sur (P) et sur (4), rapprochant les flasques (position B) et augmente d. La tension du moteur est maintenue par basculement.

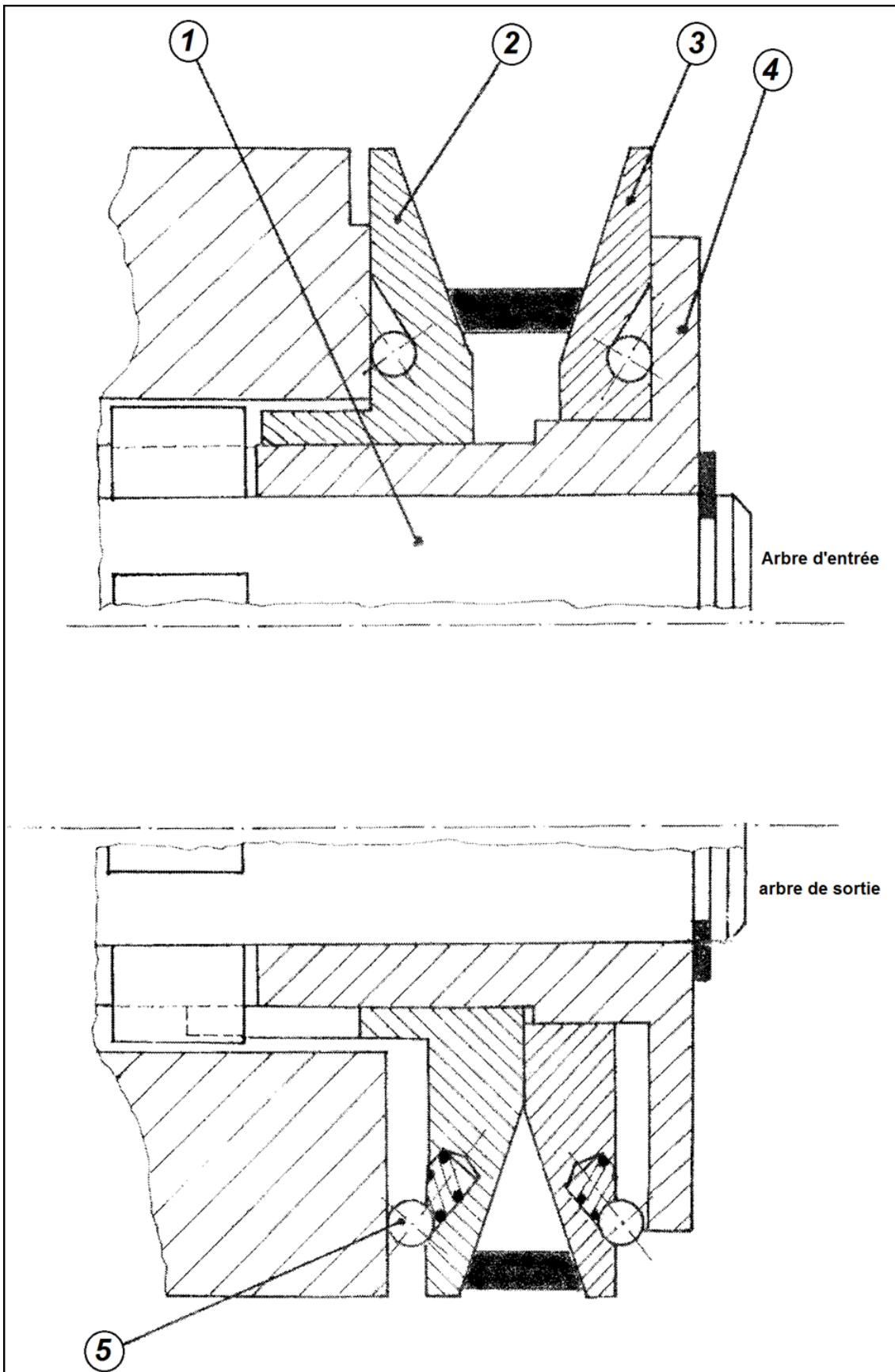


FIG. 1.10 – Variateur de vitesse Mobymatic

### 1.4.2 Hobby

La variation du diamètre de la poulie motrice (fig.1.11) est commandée par un régulateur à boules (3) qui, lorsque la vitesse augmente, rapproche (1) et (2).

La variation en sens inverse du diamètre de la poulie conduite est commandée par la longueur constante de la courroie.

Un ressort de rappel agissant en sens inverse du régulateur rapproche les flasques (5) (6) à faible vitesse.

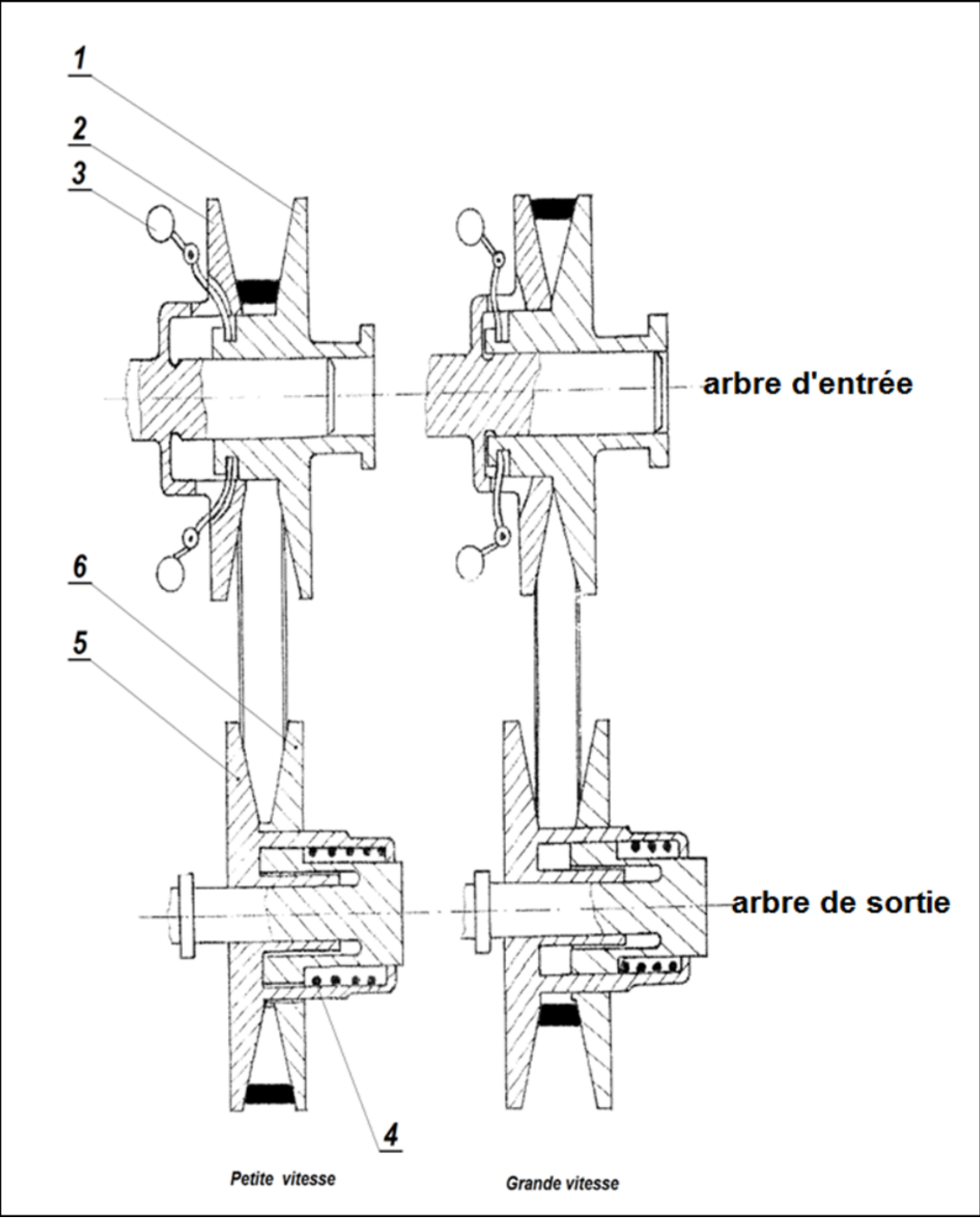


FIG. 1.11 – Variateur de vitesse Hobby

### 1.4.3 Variateur C.J.R. : (fig.1.12)

Le variateur C.J.R est un système à deux poulies qui s'intercale entre un arbre moteur (A) et un arbre mené (B) pour varier le rapport des vitesses.

Les deux poulies (M) et (N) qui le constituent forme un bloc monté coulissant, en porte à faux, sur un axe (3) tournant dans un boîtier sur roulement à billes.

Le bloc poulie est constitué par deux flasques extrêmes (4) et (6) de position relative et fixe, entre lesquels peut coulisser librement le flasque intermédiaire (5).

Si on bascule le boîtier dans le sens (1), par exemple, la courroie C1 se tend. Elle cherche donc à s'enrouler sur un plus petit diamètre de sa poulie de renvoi en écartant le flasque mobile. Ce mouvement est positif puisque la seconde courroie C2 devenue plus détendue, peut s'enrouler sur un diamètre plus grand. La manœuvre doit se faire pendant la marche.

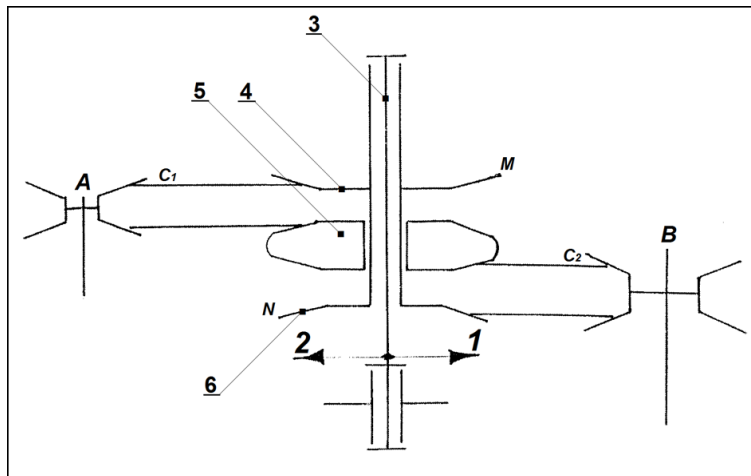


FIG. 1.12 – Variateur de vitesse C.J.R

### 1.4.4 Variateur colombes-texrope : (fig.1.13)

Ce type de variateur est constitué de deux poulies de diamètres variables commandées simultanément et en sens inverse. L'ouverture est réglable exclusivement en marche.

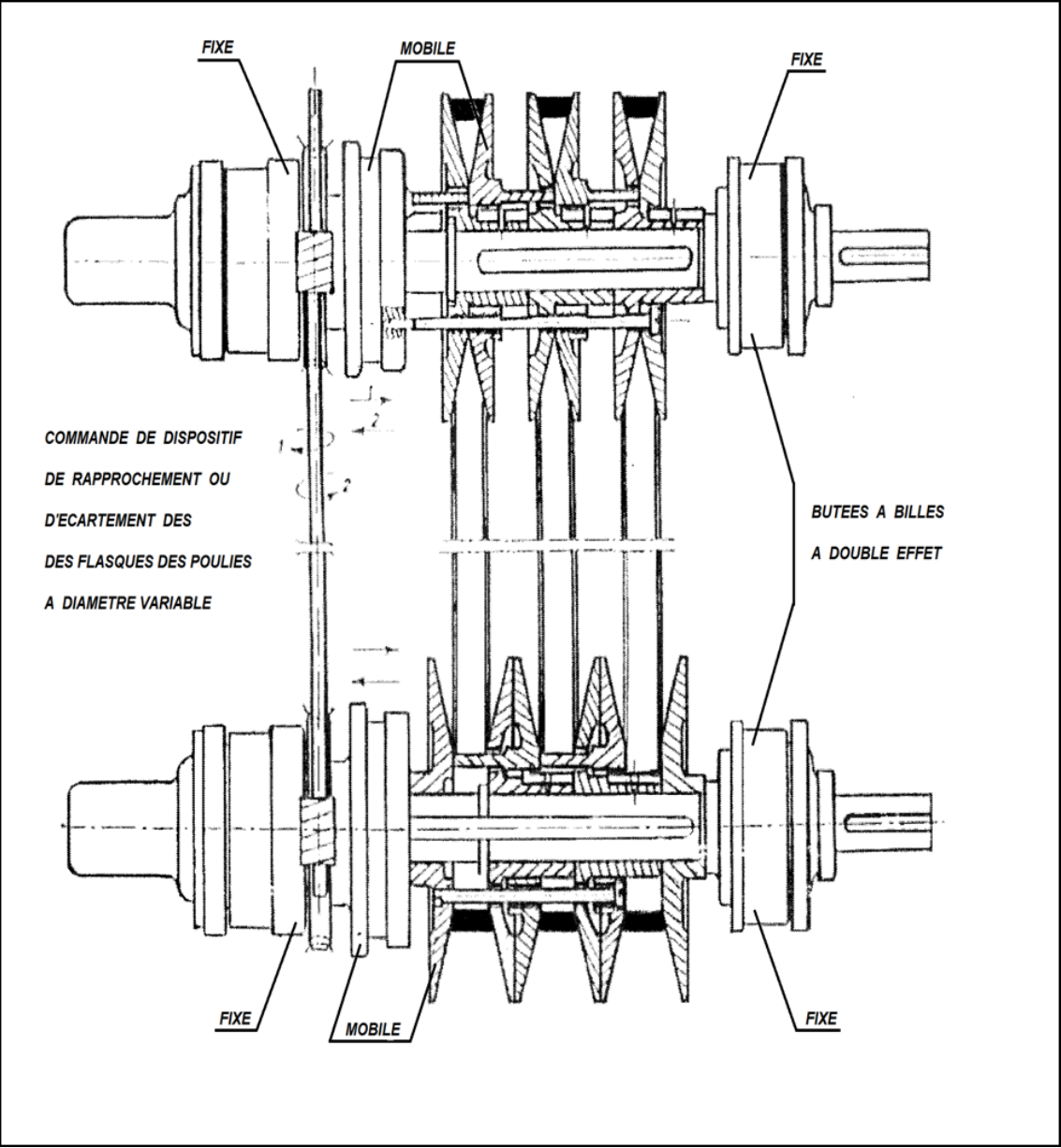


FIG. 1.13 – Variateur de vitesse colombes-texrope

# Chapitre 2

## Présentation du variateur à étudier

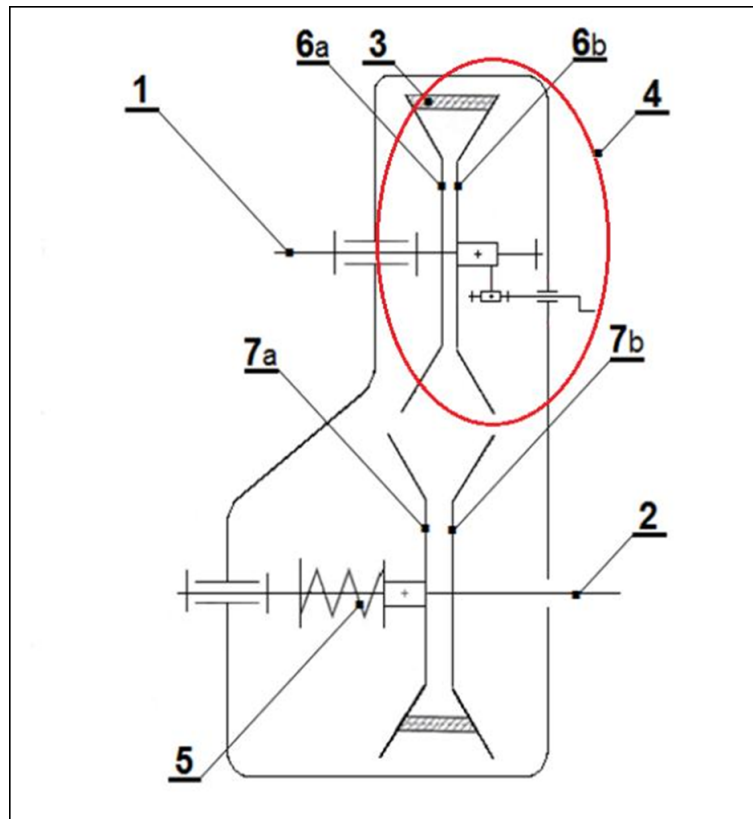
### 2.1 Introduction

Ainsi donc, toute construction est subordonnée à la connaissance d'un ensemble d'informations devant être prises en compte en vue d'aboutir à une meilleure étude, riche et complète, obéissant aux différentes théories de résistance et technique de construction.

Cela étant, dans notre cas cet ensemble sera caractérisé par la vitesse de sortie max. de 2500 tr/min et une vitesse min. de 500 tr/min , ce là nous a, conduit à réfléchir sur un modèle de variateur susceptible de réaliser une plage de variation de la vitesses aussi importante.

Une brève comparaison entre les différents types de variateurs, nous a mené au choix de variateur à flasques mobiles.

Ce choix est justifié d'abord par sa capacité de variation de vitesse (plage de réglage importante) et par sa rigidité puis par sa construction simple et non encombrante faisant appel à des techniques et organes classiques (poules et courroies) dont l'étude cinématique ou dynamique repose sur procédé déjà utilisés.

FIG. 2.1 – *Schéma cinématique du variateur à étudié*

1	Arbre d'entrée
2	Arbre de sortie
3	Courroie trapézoïdale (W)
4	Dispositif de commande
5	Ressort de compression
6a	Flasque fixe de la poulie motrice
6b	Flasque mobile de la poulie motrice
7a	Flasque mobile de la poulie réceptrice
7b	Flasque fixe de la poulie réceptrice

## 2.2 1. Principe de fonctionnement :

l'arbre d'entrée (1) relié au moteur électrique de fréquence de rotation  $N_1$ . sur l'arbre d'entrée sont montés les flasques (6), dont le (6a) rigidement et le (6b) libre en translation guidé par le système de réglage (4).

la courroie (3) transmet le mouvement de l'arbre (1) à l'arbre de sortie (2) sur le quel

sont montés les flasques (7) dont (7b) est monté rigidement sur (2) et (7b) monté soup-  
lement à l'aide du ressort(5)

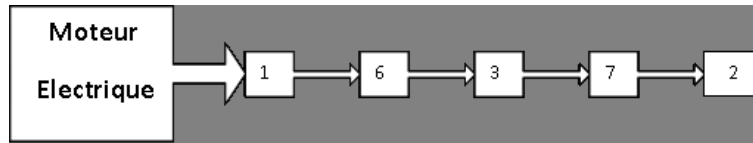


FIG. 2.2 – *Chaîne cinématique*

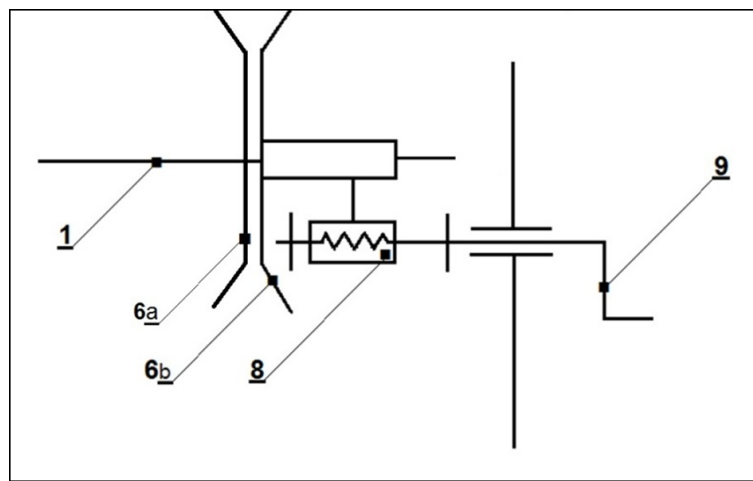


FIG. 2.3 – *Dispositif des commandes des vitesses détail(4)*

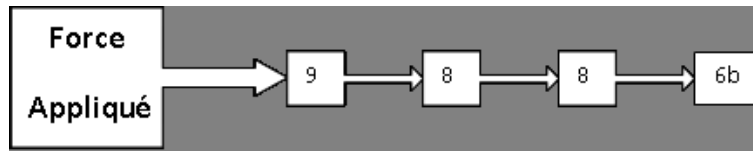
1	Arbre d'entrée
6a	Flasque fixe de la poulie motrice
6b	Flasque mobile de la poulie motrice
8	Système vis écrou
9	Manivelle

### 2.3 Réglage de la vitesse :

Le réglage peut être obtenu par la manipulation de la manivelle (9) de système de commande (4), créant ainsi une translation de flasque (6b). Opérant ainsi une variation du diamètre de la poulie (6).

La variation du diamètre de la poulie (7) est obtenue, soit par effet du ressort de rappel (5)

sur le flasque mobile, soit par l'application d'un effort de pression engendré par la courroie. Cette variation est réalisée d'une manière systématique et synchronisée.

FIG. 2.4 – *Chaîne cinématique de réglage*

# Chapitre 3

## Dimensionnement du variateur des vitesses

### 3.1 Données de la transmission

Les calculs qu'on va effectuer dans le dimensionnement basé essentiellement sur les données suivantes :

Acier utiliser XC48 ou C48( $R_e = 375MPa$ ).

Un moteur électrique de puissance 1Kw et une vitesse d'entrée de 1500  $tr/min$ .

Vitesse de sortie minimale:  $N_{smax}=500 tr/min$

Vitesse de sortie maximale:  $N_{smax}=2500 tr/min$

Coefficient de sécurité:  $s = 2,5$

#### 3.1.1 Calcul du diamètre de l'arbre

On a [3]:

$$P = C_m w \Rightarrow C_m = \frac{P}{w} \quad (3.1)$$

Et

$$M_t = C_m \quad (3.2)$$

La condition de résistance :

$$\tau_{max} \leq R_{pg} \Rightarrow \tau_{max} = \frac{M_t}{I_0} * \frac{d}{2} \leq R_{pg} \quad (3.3)$$

Et

$$I_0 = \pi \frac{d^4}{32} \quad (3.4)$$

Alors :

$$\frac{16M_t}{d^3} \leq R_{pg} \quad (3.5)$$

D'où

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{16M_t}{\pi R_{pg}}} \quad (3.6)$$

AN :

$$R_{eg} = 0,7R_e = 0,7 * 375 = 262,5 \Rightarrow R_{pg} = \frac{262,5}{2,5} \quad \boxed{R_{pg}=105 \text{ MPa}}$$

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{16 \cdot \frac{6 \cdot 10^7}{1500 \cdot 2 \cdot \pi}}{\pi \cdot 105}} \quad \boxed{d \geq 6,76 \text{ mm}}$$

## 3.2 Calcul cinématique

### 3.2.1 Calcul des rapports de transmission $u$

Cas de la vitesse minimal [4]:

$$u_1 = \frac{N_e}{N_{smin}} \quad (3.7)$$

AN :

$$u_1 = \frac{1500}{500} = 3 \quad \boxed{u_1 = \frac{1500}{500} = 3}$$

Cas de la vitesse maximal [4]:

$$u_2 = \frac{N_e}{N_{smax}} \quad (3.8)$$

AN :

$$u_2 = \frac{1500}{2500} = 0.6 \quad \boxed{u_2 = 0.6}$$

### 3.2.2 Calcul des diamètres primitifs des poulies

On prend le diamètre de la petite poulie,  $d_{1min}=60mm$  Nous avons [2 – 5]:

$$u_1 = \frac{d_{2max}}{d_{1min}} \Rightarrow d_{2max} = u_1 * d_{1min} \quad (3.9)$$

AN :

$$d_{2max} = 3 * 60 = 180mm$$

$$\boxed{d_{2max} = 180mm}$$

On a :

$$u_2 = \frac{d_{2min}}{d_{2max}} \Rightarrow d_{2min} = u_2 * d_{1max} \quad (3.10)$$

Comme :

$$d_{1min} + d_{2max} = d_{2min} + d_{1max} \quad (3.11)$$

$$\Leftrightarrow 60 + 80 = d_{2min} + d_{1max} \Rightarrow d_{1max} = \frac{d_{1min} + d_{2max}}{1 + u_2} \quad (3.12)$$

AN :

$$d_{1max} = \frac{240}{0.6} = 150mm$$

$$\boxed{d_{1max} = 150mm}$$

AN :

$$d_{2max} = \frac{240}{0.6} = 150mm$$

$$\boxed{d_{2max} = 180mm}$$

Comme on a aussi:

$$d_{1min} + d_{2max} = d_{1max} + d_{2min} \quad (3.13)$$

D'ou :

$$d_{2min} = (d_{1min} + d_{2max}) - d_{1max} \quad (3.14)$$

AN :

$$d_{2min} = (60 + 180) - 150 = 90mm$$

$$d_{2min} = 90mm$$

### 3.2.3 Calcul de la marge de réglage de la poulie

$$R_1 = \frac{d_{1max}}{d_{1min}} \quad (3.15)$$

AN :

$$R_1 = \frac{150}{60} = 2.5$$

$$R_1 = 2.5$$

$$R_2 = \frac{d_{2max}}{d_{2min}} \quad (3.16)$$

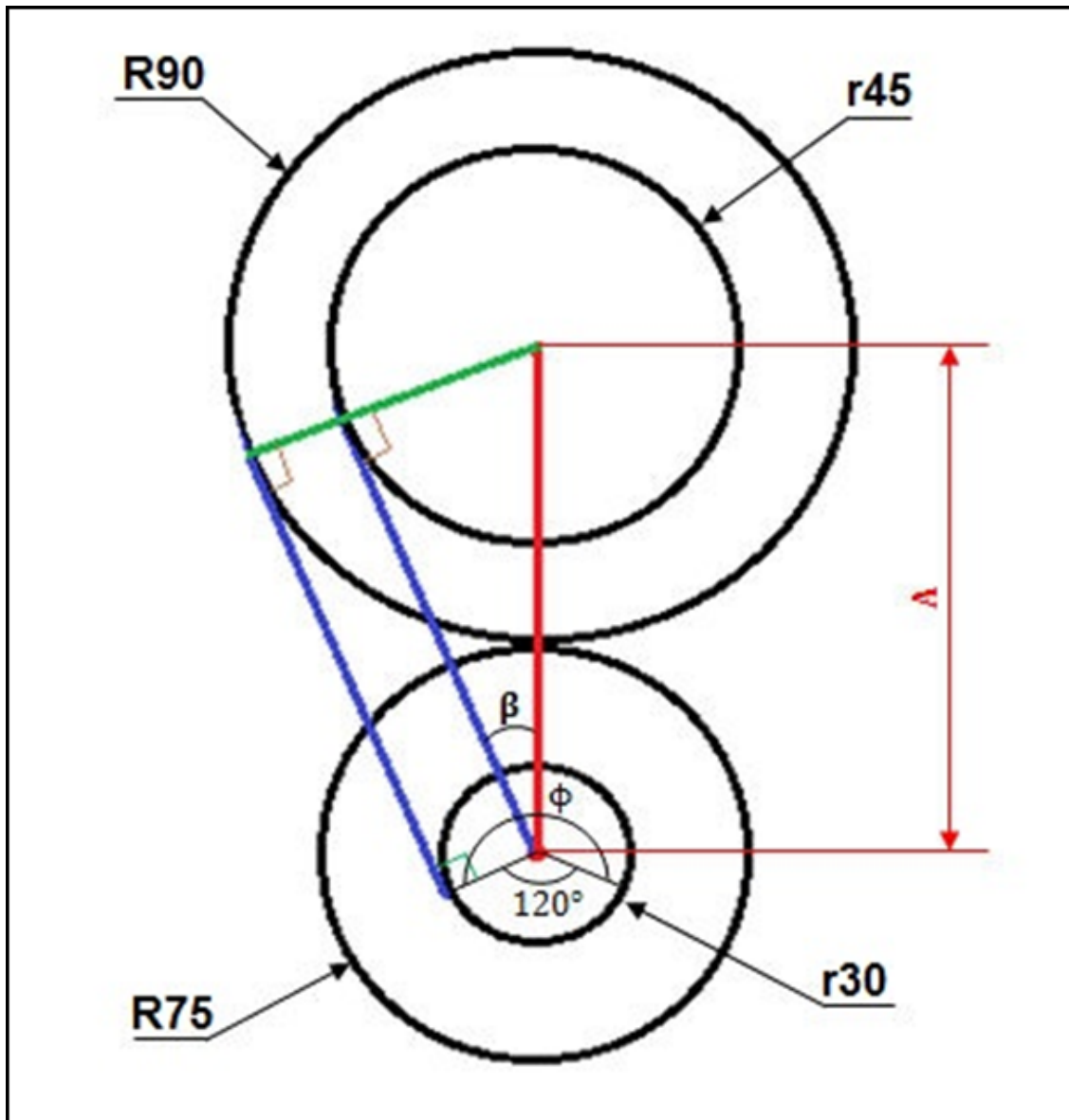
AN :

$$R_2 = \frac{180}{90} = 2$$

$$R_2 = 2$$

$$R_{total} = R_1 * R_2 = 5$$

## 3.2.4 Déduction de l'entraxe

FIG. 3.1 – *Entraxe*

Détermination de l'angle  $\beta$  :

l'angle d'enroulement sur la petite poulie  $\alpha \geq 120^\circ$ .

Dans les transmissions par courroie, il est recommandé de prendre la droite qui relie les centres des deux poulies c'est la médiane de l'angle  $\phi$

Donc :

$$\beta = \frac{\phi}{2} - 90^\circ = \frac{240^\circ}{2} - 90^\circ = 30^\circ$$

$$\boxed{\beta = 30^\circ}$$

$$\text{Et } \sin\beta = \frac{45}{A} \Rightarrow A = \frac{45}{\sin\beta}$$

AN :

$$A = \frac{45}{0,5} = 90$$

$$\boxed{A = 90 \text{ mm}}$$

Pour avoir un angle d'enroulement  $\alpha=120^\circ$  l'entraxe doit être 120 mm.

Et comme on a  $D_1=150 \text{ mm}$  et  $D_2=180 \text{ mm}$  donc le nouveau entraxe doit être calculé par la formule suivante :

$$A = \frac{D_1}{2} + \frac{D_2}{2} + \Delta \quad (3.17)$$

Avec :

$\Delta$  : L'espacement entre les deux poulies à fin d'éviter l'interférence entre les deux poulies.

AN :

$$A = \frac{150}{2} + \frac{180}{2} + \Delta$$

$$\boxed{A = 165 + \Delta \text{ mm}}$$

Puisque  $\frac{D_1}{2} + \frac{D_2}{2} > 90$  donc on peut avoir un angle d'enroulement supérieur à  $120^\circ$ .

Et pour minimiser le volume, poids et les couts de production on prend  $\Delta=5 \text{ mm}$ .

$$\text{D'où : } A = 165 + 5$$

$$\boxed{A=170 \text{ mm}}$$

### 3.3 Choix et dimensionnement de la courroie

La procédure du choix de la courroie repose sur le type pouvant assurer la transmission, ainsi que son profil ayant une section bien déterminée, de telle sorte qu'elle puisse résister aux différentes contraintes engendrées par la transmission.

Nous savons que la section d'une courroie donnés est liée au diamètre minimal de la plus petite des poulies; plus la section de la courroie est faible, plus on peut aller à des diamètres de poulies plus petits [2].

#### 3.3.1 Calcul de la longueur de la courroie et choix d'une longueur normalisée

Elle est donnée par la relation suivante [4 – 6]:

$$L_p = 2A + \frac{\pi}{2}(d_2 + d_1) + \frac{(d_2 - d_1)^2}{4A} \quad (3.18)$$

Comme le montre la relation précédente, cette longueur doit être calculée pour le cas où la différence des diamètres ( $d_2 - d_1$ ) en valeur absolue est maximale :

$$|d_{2max} - d_{1min}| = |180 - 60| = 120mm \quad (3.19)$$

$$|d_{2min} - d_{1max}| = |90 - 150| = 60mm \quad (3.20)$$

AN

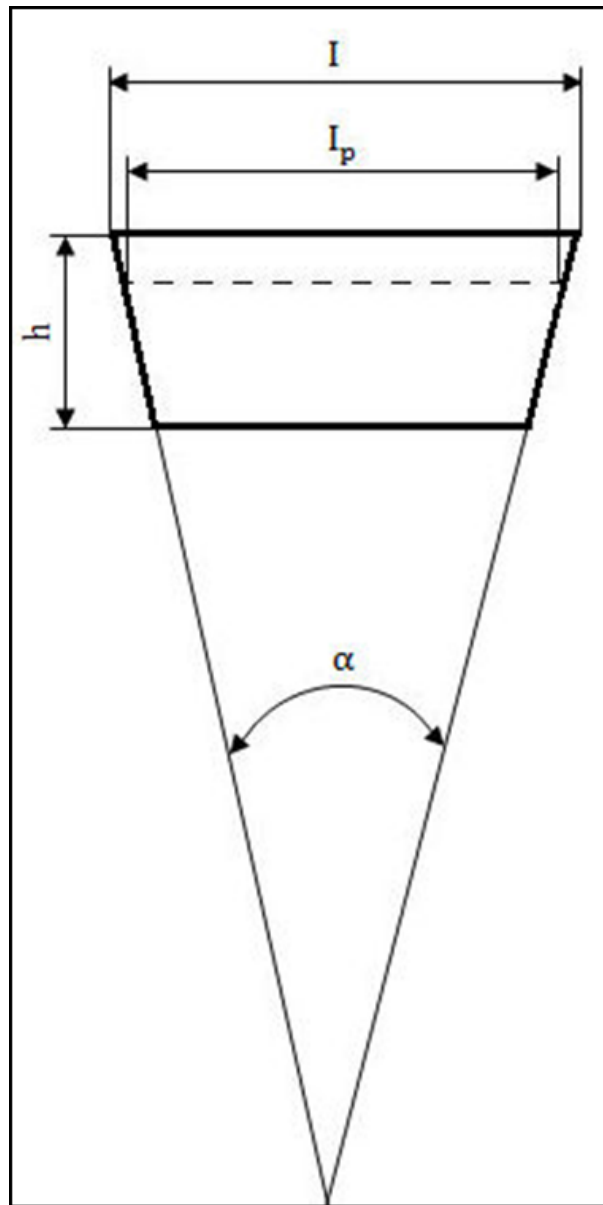
$$L_p = 2 * 170 + \frac{\pi}{2}(180 + 60) + \frac{(180-60)^2}{(4*170)} = 737,976 \text{ mm}$$

$$\boxed{L_p = 738,976mm}$$

Notre dispositif étant à flasque mobile, le type de courroie utilisé s'est imposé de lui-même, en l'occurrence, la courroie trapézoïdale.

Comme  $L_p=737,976$  mm alors on prend le profil  $W20$  après la normalisation de  $L_p$  qui est égale à  $L_{pN}=800$  mm dont les caractéristiques sont [1]:

$$\begin{aligned} I_p &= 20 \text{ mm} \\ I &= 20,7 \text{ mm} \\ h &= 6.3 \text{ mm} \\ D_{(pmin)} &= 35,5 \text{ mm} \\ \alpha &= 26^\circ \end{aligned}$$

FIG. 3.2 – *Courroie W20*

### 3.3.2 Correction et vérification de l'entraxe

On a:

$$L_p = 2A + \frac{\pi}{2}(d_2 + d_1) + \frac{(d_2 - d_1)^2}{4A} \quad (3.21)$$

AN:

$$800 = 2A + \frac{\pi}{2}(240) + \frac{14400}{4A} \Rightarrow A^2 - 211,6A + 180 = 0(*)$$

La résolution de l'équation (\*):

$$\sqrt{\Delta} = 209.488 \Rightarrow A_1 = 1.056mm \text{ et } A_2 = 210.544 \text{ mm}$$

$A_1$ : N'a pas de signification.

$$\boxed{A_2 = 210.544mm}$$

Pour les courroies trapézoïdales l'entraxe recommandé est compris :

$$2(d_2 + d_1) \geq A_2 \geq 0,55(d_2 + d_1) + h \quad (3.22)$$

Etant  $h$  l'épaisseur de la courroie.

AN:

$$2(240) \geq 210,544 \geq 0,55(240) + 6,3$$

$$\boxed{480 \geq 210,544 \geq 138,3}$$

D'où la condition est vérifiée.

### 3.3.3 Calcul des tensions dans les brins de la courroie

Une courroie en mouvement donne lieu à une tension de départ ( $T_0$ ), à une tension produite par l'effort périphérique transmis (F) et encore à une tension due à l'action des forces centrifuges qui apparaissent dans tous les éléments de la courroie en mouvement [9].

### 3.3.4 Calcul de l'angle d'enroulement sur la poulie (1)

Elle est donnée par la relation suivante [6]:

$$\alpha_1 = 180 - \frac{(d_{2max} - d_{1min})}{A_2} * 57,32 \quad (3.23)$$

Les constructeurs préconisent pour les courroies trapézoïdales un angle d'enroulement supérieur à  $120^\circ$ .

1<sup>er</sup> cas:

$$d_{2max} = 180 \text{ mm} \quad d_{1min} = 60 \text{ mm}$$

AN:

$$\alpha_1 = 180 - \frac{(180-60)}{210,544} * 57,32$$

$$\boxed{\alpha_1 = 147,33^\circ = 2,57rad}$$

2<sup>eme</sup> cas :

$$d_{1max} = 150mm \quad d_{2min} = 90 \text{ mm}$$

AN :

$$\alpha_2 = 180 - (150 - 90) / 210,544 * 57,32$$

$$\alpha_2 = 163,66^\circ = 3,42rad$$

**-Tension dans le brin mené :**

Elle est donnée par la relation suivante [4]:

$$t = \frac{P}{V(e^{f'1} - 1)} + mV^2 \quad (3.24)$$

$m$ : La masse de la courroie qui est égale à 0,0612 kg.

$P$ : Puissance transmise au variateur.

$V$ : Vitesse périphérique de la courroie.

$$V = \frac{\pi * N * d_{1max}}{30 * 2} \quad (3.25)$$

AN:

$$V = \frac{3,14 * 150}{30 * 2}$$

$$V = 11,775m/s$$

$f'$  : Coefficient de frottement réduit donné par :

$$f' = \frac{f}{\sin \frac{\alpha}{2}} [14] \quad (3.26)$$

On prend  $f=0,2$  coefficient de frottement entre la poulie et la courroie (poulie en alpac et la courroie en tissu et caoutchouc).

AN:

$$f' = \frac{0,2}{\sin \frac{26}{2}}$$

$$f' = 0,89$$

$$\Rightarrow t = \frac{1000}{11,775} * \frac{1}{(e^{(0,89 * 2,57)} - 1)} + 0,0612 * (11,775)^2$$

$$t = 18N$$

**-Tension due à la force centrifuge**

Elle est donnée par la relation suivante :

$$T_c = mV^2 \quad (3.27)$$

AN:

$$T_c = 0,0612 * (11,775)^2$$

$$T_c = 8,48N$$

### -Tension dans le brin menant

Elle donnée par la relation suivante :

$$T = \frac{P}{V} \frac{e^{(f'\alpha_1)}}{(e^{(f'\alpha_2)} - 1)} + mV^2 \quad (3.28)$$

AN:

$$T = \frac{1000}{11,775} \frac{e^{(0,89*2,57)}}{(e^{(0,89*2,57)} - 1)} + 0,0612(11,775)^2$$

$$T = 103N$$

### -Tension de pose :

Elle donnée par la relation suivante :

$$T_0 = \frac{T + t}{2} \quad (3.29)$$

AN:

$$T_0 = \frac{103+18}{2}$$

$$T_0 = 60,5N$$

### 3.3.5 Calcul des contraintes dans les brins de la courroie

Une courroie en mouvement est l'objet des différentes contraintes que nous représentons sur la figure (fig.)[8]

**-Contrainte due à la tension de pose :**

$$\sigma_0 = \frac{T_0}{S} \quad (3.30)$$

$S$  : section droite de la courroie.  $s=121,275 \text{ mm}^2$

AN:

$$\sigma_0 = \frac{60,5}{121,275}$$

$$\boxed{\sigma_0 = 0,5 N/mm^2}$$

-Contrainte utile :

$$K = \frac{F}{S} = \frac{T - t}{S} \quad (3.31)$$

F : Effort tangentiel agissant sur la courroie.

AN:

$$K = \frac{103-18}{121,275}$$

$$\boxed{K=0,7 N/mm^2}$$

-Contrainte dans le brin mené :

$$\sigma_2 = \frac{T_2}{S} = \frac{t - T_c}{S} \quad (3.32)$$

AN:

$$\sigma_2 = \frac{18-8,48}{121,275}$$

$$\boxed{\sigma_2=0,0785 N/mm^2}$$

-Contrainte dans le brin menant :

$$\sigma_1 = \frac{T_1}{S} = \frac{T - T_c}{S} \quad (3.33)$$

AN:

$$\sigma_1 = \frac{103-8,48}{121,275}$$

$$\boxed{\sigma_1=0,78 N/mm^2}$$

-Contrainte due à la force centrifuge :

$$\sigma_c = \frac{T_c}{S} \quad (3.34)$$

AN:

$$\sigma_c = \frac{8,48}{121,275}$$

$$\boxed{\sigma_c=0,07 N/mm^2}$$

**-Contrainte de flexion ou d'incurvation :**

$$\sigma_i = E_f \frac{h}{d_{1min}} \quad (3.35)$$

$E_f$ : Module de flexion du matériau de la courroie.

$$E_f = 40 \text{ N/mm}^2$$

AN:

$$\sigma_i = 40 * \frac{6,3}{60}$$

$$\boxed{\sigma_i = 4,2 \text{ N/mm}^2}$$

### 3.3.6 Vérification de la courroie à la résistance

La condition de résistance est donnée par la relation suivante :

$$s(\sigma_1 + \sigma_2) + \sigma_i \leq \sigma_e \quad (3.36)$$

Avec :

$s$ : coefficient de sécurité [2,5]

$\sigma_e$ : Limite élastique du matériau de la courroie.  $\sigma_e = 0,5\sigma_R$

Où  $\sigma_R = 44 \text{ N/mm}^2$ , résistance à la rupture par traction du matériau de la courroie

D'où:  $\sigma_e = 22 \text{ N/mm}^2$

AN:

$$2,5(0,78 + 0,785) + 4,2 = 8,1125$$

$$\boxed{8,1125 < 22}$$

La condition de résistance est vérifiée.

**-Vérification à la fatigue :**

La condition de résistance est donnée par la relation suivante :

$$\sigma_1 + \sigma_i + \sigma_c \leq \sigma_D \quad (3.37)$$

Avec :

$\sigma_D$ : Limite d'endurance de matériau de la courroie.

$\sigma_D = 0,25$  à  $0,5\sigma_R$ , pour les matériaux non ferreux.

On prend :

$$\sigma_D = 0,45\sigma_R \Rightarrow \sigma_D = 19,8 \text{ N/mm}^2 \quad (3.38)$$

AN:

$$0,78+4,2+0,07=5,05 \text{ N/mm}^2$$

$$\boxed{5,05 < 19,8}$$

La condition est vérifiée.

### 3.3.7 Calcul du glissement de la courroie

Toute courroie possède une certaine élasticité. Pendant le fonctionnement, sa longueur varie d'une façon réversible selon la tension à laquelle elle est soumise. Ceci implique que la longueur d'un élément de la courroie varie selon sa position, soit il se trouve sur le brin mené ou sur le brin menant. La valeur du glissement relatif est donnée par la relation suivante [7]:

$$g = \frac{\Delta L_T}{L} - \frac{\Delta L_t}{L} \quad (3.39)$$

L: Longueur de la courroie.

$\frac{\Delta L_T}{L}$ : Déformation dans le brin menant.

$\frac{\Delta L_t}{L}$ : Déformation dans le brin mené.

La loi de Hook nous permet d'écrire :

$$\frac{\Delta L_T}{L} = \frac{T}{E_{eq} * S} \quad Et \quad \frac{\Delta L_t}{L} = \frac{t}{E_{eq} * S} \quad (3.40)$$

On remplaçant cette relation dans la relation précédente, on aura :

$$g = \frac{T - t}{E_{eq} * S} \quad (3.41)$$

Avec  $E_{eq} = \frac{E_c * E_p}{E_c + E_p}$ ; module d'élasticité longitudinale équivalant aux matériaux de la courroie et de la poulie.

Dans le but de réduire le poids des poulies nous avons choisi comme matériau des flasques des poulies l'**As13** dont le module d'élasticité longitudinale

$$E_p = 7 * 10^4 \text{ N/mm}^2$$

Le matériau de la courroie étant le tissu caoutchouc dont le module d'élasticité  $E_c$  varie

de 80 à  $120\text{N/mm}^2$ .  $E_c=120\text{ N/mm}^2$

$$\text{D'où : } E_{eq} = \frac{120 \cdot 7 \cdot 10^4}{120 + 7 \cdot 10^4}$$

$$E_{eq} = 119,794$$

$$\text{Donc on aura : } g = \frac{103-18}{119,794 \cdot 121,275}$$

$$g = 0,0058$$

### 3.3.8 Calcul du rendement de la transmission :

Elle est donnée par la relation suivante [7]:

$$\eta = (1 - g)100^\circ/\circ \quad (3.42)$$

A.N:

$$\eta = (1 - 0,0058)100$$

$$\eta = 99^\circ/\circ$$

### 3.3.9 Calcul du coefficient de traction

La capacité de traction de la courroie ne dépend pas de sa résistance à la rupture, mais aussi de des forces d'adhérences des flancs de celle-ci aux faces des flasques et du glissement relatif.

La capacité de traction est exprimée comme suit :

$$\phi = \frac{T - t}{T + t} = \frac{F}{2T_0} \quad (3.43)$$

AN:

$$\phi = \frac{103-18}{103+18}$$

$$\phi = 0,7$$

Pour un meilleur fonctionnement de la courroie, les constructeurs recommandent Un coefficient de d traction compris entre  $0,7 \leq \phi \leq 0,9$

Avec :  $\phi=0,7$  le bon fonctionnement est assuré.

### 3.3.10 Calcul du facteur de passage

Il est donné par la relation suivante [8]

$$\mu = \frac{V_1}{L} \quad (3.44)$$

Avec :

$V_1$  : Vitesse tangentielle de la courroie.

$L$  : Longueur de la courroie.

AN :

$$\mu = \frac{11,775}{0,8} \quad \boxed{\mu = 14,72S^{-1}}$$

### 3.3.11 Calcul de la longévité de la courroie

L'équation de la longévité de la courroie est exprimée par la relation suivante [15]:

$$H = \frac{N_0}{3600 * \mu * x} * \left(\frac{\sigma_D}{\sigma_{max}}\right)^m \quad (3.45)$$

$N_0 = 10^7$  Cycle ; nombre de base pour le matériau de la courroie.

$x = 2$  ; Nombre de poulies utiliser pour la transmission.

$\sigma_{max} = 5,05 \text{ N/mm}^2$ .

$m = 8$  ; Pour les courroies trapézoïdales  $\sigma_D = 19,8 \text{ N/mm}^2$ .

AN :

$$H = \frac{10^7}{3600 * 14,72 * 2} * \left(\frac{19,8}{5,05}\right)^8 \quad \boxed{H = 5269050,993 \text{ Heures}}$$

## 3.4 Calcul des diamètres de tête des poulies

Le diamètre de tête de poulie est donné comme suit [9]:

$$D_1 = D_2 = d_{2max} \frac{2 * h}{3} + 2e \quad (3.46)$$

Avec :

$e = 8$  : Jeu transversal entre la courroie et le diamètre

AN :

$$D_1 = D_2 = 180 + \frac{2 * 6,3}{3} + 2 * 8 \quad \boxed{D_1 = D_2 = 200,2 \text{ mm}}$$

### 3.5 Choix et calcul du ressort

Le ressort que nous avons intercalé est cylindrique, de compression à spires, d'extrémités rapprochées.

Il doit assurer deux fonctions :

Celle de la poussée axiale, permettant le maintien en équilibre des flasques à la position préréglée, ainsi que celle de rappel.

#### 3.5.1 Procédure de calcul

Pour la première fonction qui est la poussée axiale: Pour permettre le maintien en équilibre des flasques à la position préréglée, le calcul se fera selon l'effort engendré par les tensions dans les brins de la courroie.

Pour la deuxième fonction qui est le rappel : Vérification à la résistance du ressort, lorsqu'il est complètement comprimé [3].

#### 3.5.2 Détermination de l'effort minimal du ressort

Les tensions dans les brins de la courroie provoquent un effort radial  $F_V$  sur les deux flasques de chaque poulie égale à :

$$F_V = (T + t)\cos\beta = (T + t)\sin\frac{\alpha}{2} \quad (3.47)$$

Projection des forces sur Ox :

$$F_{Rmin} + F_{fr}\sin\frac{\sigma}{2} = F_N\cos\frac{\alpha}{2} \quad (3.48)$$

Projection des forces sur Oy :

$$\frac{F_V}{2} = F_N\sin\alpha/2 + F_{fr}\cos\alpha/2 \quad (3.49)$$

On a :

$$F_{fr} = F_N * f \quad (3.50)$$

$f=0,2$ : Coefficient de frottement entre la poulie et la courroie.

$$\Rightarrow \frac{F_V}{2} = F_N\sin\frac{\alpha}{2} + F_Nf\cos\frac{\alpha}{2} \Rightarrow \frac{F_V}{2} = F_N(\sin\frac{\alpha}{2} + f\cos\frac{\alpha}{2}) \quad (3.51)$$

De l'équation Ox et Oy :

$$F_{Rmin} = \frac{F_V}{2} \left( \frac{\cos\alpha/2 - f\sin\frac{\alpha}{2}}{\sin\frac{\alpha}{2} + f\cos\alpha/2} \right) \quad (3.52)$$

On remplaçant (3.40) dans (3.45) on aura :

$$F_{Rmin} = \frac{(T + t) \sin \frac{\alpha}{2}}{2} * \left( \frac{\cos \frac{\alpha}{2} - f \sin \frac{\alpha}{2}}{\sin \frac{\alpha}{2} + f \cos \frac{\alpha}{2}} \right) \quad (3.53)$$

Cette relation exprime la charge axiale fournie par le ressort, qui est nécessaire au maintien du flasque mobile sa position.

AN :

$$F_{Rmin} = \frac{(103+18) \sin \frac{26}{2}}{2} * \left( \frac{\cos \frac{26}{2} - 0.2 \sin \frac{26}{2}}{\sin \frac{26}{2} + 0.2 \cos \frac{26}{2}} \right)$$

$$F_{Rmin} = 30,123 \text{ N}$$

### 3.5.3 Sollicitation du ressort

L'expression de la contrainte de torsion est :

$$T_{max} = K \frac{8F_R D_m}{\pi d^3} \leq [\tau] \Rightarrow d \geq \sqrt[3]{K \frac{8F_R D_m}{\pi [\tau]}} \quad (3.54)$$

$K$  : Facteur de WAHL il est donné par la relation empirique suivante :

$$K = \frac{4C-1}{4C-4} + \frac{0,615}{C}$$

ou:  $C = \frac{D_m}{d}$

$D_m$ : Diamètre moyen du ressort.

$d$ : Diamètre du fil.

### 3.5.4 La flèche (déformation) nécessaire pour provoquer l'effort $F_R$

$$f = \frac{8F_{Rmin} D_m^3 n}{G d^4} \quad (3.55)$$

Avec :

$G = 8,07 * 10^4 \text{ N/mm}^2$  : Module d'élasticité transversale.

$n$  : Nombre de spires utile de ressort.

### 3.5.5 Calcul du diamètre du fil

-Matériau du ressort :

Le ressort est en acier 42 NC10, de limite élastique:  $\sigma_e = 930 \text{ N/mm}^2$ .

-Calcul de la contrainte admissible de torsion  $[\tau]$  :

On a :

$$[\tau]=0,57 \sigma_e$$

AN :

$$\tau = 0,57 * 930$$

$$[\tau]=530,1 \text{ N/mm}^2$$

**Remarque 3.1.** La gamme d'enroulement est définie par l'indice **C** du ressort à fabriquer. Pour les ressorts à fil rond  $C = \frac{D_m}{d}$ . Plus l'indice **C** est petit, plus l'enroulement du fil est délicat.

Les constructeurs préconisent un rapport compris dans l'intervalle suivant :

$$4 < \frac{D_m}{d} < 12$$

On prend :

$$\frac{D_m}{d} = C=7$$

- Calcul de **K** :  $K = \frac{4*7-1}{4*7-4} + \frac{0,615}{7}$

$$K = 1,213$$

Donc on aura :

$$d \geq \sqrt[2]{K \frac{8F_{Rmin}C}{\pi[\tau]}}$$

AN :

$$d \geq \sqrt[2]{1,213 \frac{8*30,123*7}{\pi*530,1}}$$

$$d \geq 1,1mm$$

Onprend :

$$d=5 \text{ mm} \quad d'ou \quad D_m = 35mm$$

### 3.5.6 Calcul de la flèche du ressort sous l'action de $F_{Rmin}$

On a :

$$f = \frac{8F_{Rmin}D_m^3 n}{Gd^4} \quad (3.56)$$

Le nombre de spires utile du ressort doit être compris entre 5 et 15, afin de limiter le flambage du ressort.

Dans notre cas on prend  $n=9$  spires pour minimiser l'effort supplémentaire engendré par le déplacement des flasques.

$$AN : f = \frac{8 \cdot 30,123 \cdot 40^3 \cdot 9}{8,07 \cdot 10^4 \cdot 5^4} \quad \boxed{f=2,75 \text{ mm}}$$

**-Calcul de la raideur du ressort :**

Elle est donnée par la relation suivant :

$$K_0 = \frac{F_{Rmin}}{f} \quad (3.57)$$

$$AN : K_0 = \frac{30,123}{2,75} \quad \boxed{K_0 = 10,95 \text{ N/mm}}$$

**-Calcul de l'effort total, après course :**

Il est donné par la relation suivant :

$$F_{Rmax} = K_0 C_F + F_{Rmin} \quad (3.58)$$

Avec :  $C_F$ : Course du flasque

**-Détermination de la course du flasque :**

La course du flasque est donnée par la relation suivante :

$$C_F = 2C_c \tan \frac{\alpha}{2} = r_{max} - r_{min} \tan \frac{\alpha}{2} \quad (3.59)$$

$C_F$ : La course du flasque.

$$AN : C_F = (90 - 45) \tan \frac{26}{2} \quad \boxed{C_F=10,39 \text{ mm}}$$

$$F_{Rmax} = 10,95 * 10,39 + 30,123 \quad \boxed{F_{Rmax}=143,89 \text{ N}}$$

**-Vérification du ressort à l'effort maximal :**

$$\tau_{max} = K \frac{8F_{Rmax}D_m}{d^3} \leq [\tau] \quad (3.60)$$

$$AN : \tau_{max} = 1,17 \frac{8 \cdot 143,89 \cdot 40}{\pi 5^3} \quad \boxed{\tau_{max}=137,25 \text{ N/mm}^2}$$

137,25;530,1 Donc le ressort résiste à la torsion.

### 3.5.7 Vérification du ressort aux charges cycliques

Les contraintes de cisaillement seront exprimées en une contrainte moyenne  $\tau_m$  et une contrainte d'amplitude  $\tau_a$  exprimée comme suit :

$$\tau_m = K_S \frac{8F_m D_m}{d^3} \quad (3.61)$$

$$\tau_a = K \frac{8F_A D_m}{d^3} \quad (3.62)$$

Avec :

$K_S$ : Facteur de correction tenant compte de la torsion et du cisaillement direct uniforme :

$$K_S = \frac{1 + 0,5}{C} \quad (3.63)$$

$$AN : \\ K_S = \frac{1+0,5}{8}$$

$$K_S = 1,06$$

**L'effort moyen :**

$$F_m = \frac{F_{Rmax} + F_{Rmin}}{2} \quad (3.64)$$

$$AN : \\ F_m = (143,89 + 30,123)/2$$

$$F_m = 87 \text{ N}$$

**L'effort d'amplitude :**

$$F_a = \frac{F_{Rmax} - F_{Rmin}}{2} \quad (3.65)$$

$$AN : \\ F_a = \frac{143,89 - 30,123}{2}$$

$$F_a = 56,88 \text{ N}$$

Donc on aura :

$$\tau_m = 1,06 \frac{8 \cdot 87 \cdot 40}{\pi \cdot 5^3}$$

$$\tau_m = 75,18 \text{ N/mm}^2$$

$$\tau_a = 1,17 \frac{8 \cdot 56,88 \cdot 40}{\pi \cdot 5^3}$$

$$\tau_a = 54,25 \text{ N/mm}^2$$

### -Calcul de la limite d'endurance :

Elle donnée par la relation :

$$\tau_D = K_c * K_d * \tau'_D \quad (3.66)$$

Avec :

$\tau'_D = 310 \text{ N/mm}^2$  : Limite d'endurance d'une éprouvette standard pour les ressorts en acier non grenailles.

$K_d$  : Facteur tenant compte de la température de service.

$$k_d \begin{cases} \frac{344}{273+T} & \text{pour } T > 71^\circ \\ 1 & \text{pour } T < 71^\circ \end{cases}$$

On considèrera que le ressort travaille à température ambiante.

D'où :

$$K_d = 1$$

$K_d = 1$  : Facteur de fiabilité.

On aura donc :

$$\tau_D = \tau'_D \quad \tau_D = 310 \text{ N/mm}^2$$

La condition d résistance est donnée pour la relation suivant :

$$\min \begin{cases} S = \frac{\tau_d}{\tau_a} \\ S = \frac{[\tau]}{\tau_a + \tau_m} \end{cases} \quad (3.67)$$

AN :

$$S = \frac{310}{54,25}$$

$$S = 5,71$$

AN :

$$S = \frac{530,1}{54,25 + 75,18}$$

$$S = 4,09$$

Le min. des deux résultats est supérieur à l'unité,  $S = 4,09$  donc le ressort possède une

vie infinie.

### 3.5.8 Détermination des caractéristiques finales du ressort

[10] Les bouts du ressort équarris meulés, pour permettre un bon guidage axial et une bonne assise du ressort.

- La longueur écrasée sera donc :

$$L_e = dn_t = d(n + 2) \quad (3.68)$$

$n$  : nombre de spires utiles du ressort.

AN :

$$L_e = 5 * 11$$

$$L_e = 55 \text{ mm}$$

-La longueur libre du ressort :

$$L_0 = L_e + f + C_R \quad (3.69)$$

AN :

$$L_0 = 55 + 2,75 + 10,39$$

$$L_0 = 68,14 \text{ mm}$$

Et pour avoir un petit jeu entre les spires on prend une longueur de  $L_0 = 70 \text{ mm}$ .

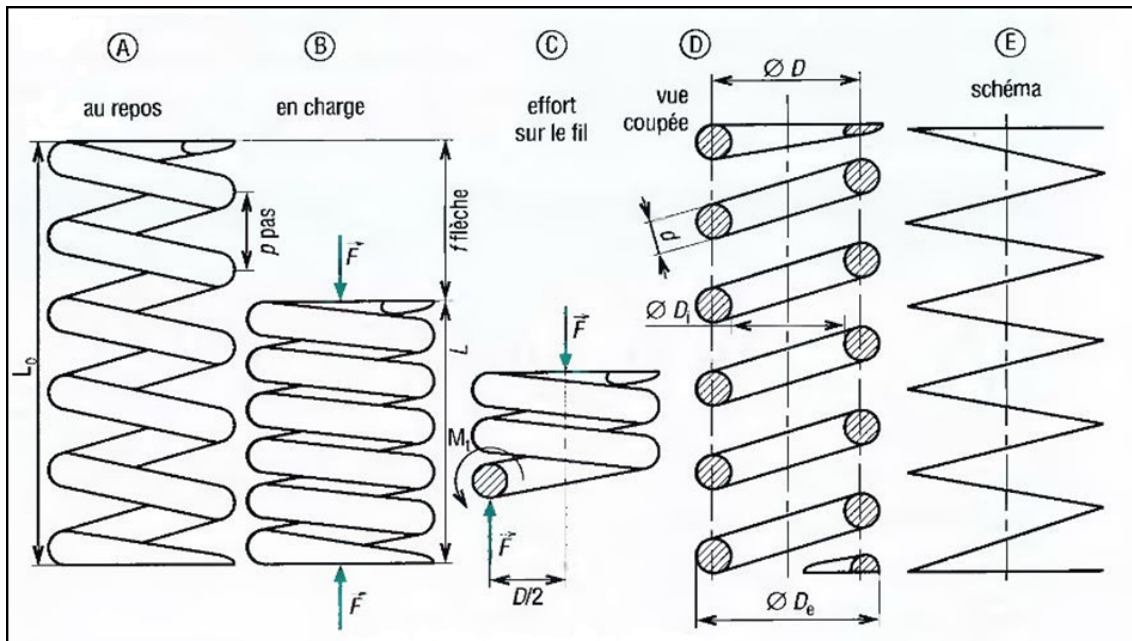


FIG. 3.3 – Ressort de compression cylindrique

## 3.6 Calcul d'arbre

### 3.6.1 Généralités

-**Arbre moteur** : Ils constituent l'organe essentiel des machines motrices dont le mouvement principal est un mouvement de rotation.

-**Arbres de transmission** : Ce sont les organes intermédiaires recevant l'énergie mécanique d'un moteur, ils la transmettent à une machine réceptrice.

-**Arbres récepteurs** : ils constituent les organes principaux des machines réceptrices, ils reçoivent l'énergie mécanique soit directement du moteur, soit par l'intermédiaire des arbres de transmission et transmettent cette énergie aux organes récepteurs.

### 3.6.2 Choix de l'accouplement des arbres

Les accouplements sont largement utilisés et on les retrouve sur la plupart des machines existantes.

Pour les arbres animés d'un mouvement de rotation, on utilise les accouplements permanents pour obtenir une liaison sans prévoir leur débrayage.

On distingue deux types d'accouplements :

-**Accouplement rigides**, qui solidarisent deux arbres correctement alignés l'un par rapport à l'autre.

- **Accouplement semi-rigides ou élastiques**, qui réalisent la liaison des arbres avec un alignement moins rigoureux en permettant un certain battement latéral.

Dans notre cas, nous avons opté pour le deuxième type d'accouplements puisque l'arbre récepteur est muni à son extrémité d'une poulie motrice qui provoque un certain battement de l'arbre.

### 3.6.3 Arbre d'entrée du variateur

En tenant compte des dimensions des éléments à monter sur l'arbre, sa longueur totale est  $L=314 \text{ mm}$ .

Calcul des réactions :

-Calcul de la résultante des tensions [4]:

$$Q = \sqrt{T^2 + t^2 + 2Tt\cos\gamma} \quad (3.70)$$

Avec :  $\gamma = \alpha_1 - \pi = 147,33 - 180 = 32,67^\circ$

AN :

$$Q = \sqrt{103^2 + 18^2 + 2 * 103 * 18 * t\cos 32,67^\circ}$$

$$Q = 118,55 \text{ N}$$

-Calcul de l'angle :

$$\theta = \arctan\left(\phi \tan \frac{\gamma}{2}\right) \quad (3.71)$$

Avec :

$\phi = 0,88$ , coefficient de fraction de la courroie.

AN :

$$\theta = \arctan(0,88 \tan 16,335^\circ)$$

$$\theta = 14,64^\circ$$

La composante horizontale de la résultante des tensions sera :

$$Q_h = Q \sin \theta \quad (3.72)$$

AN :

$$Q_h = 118,5 \sin 14,64^\circ$$

$$Q_h = 29,96 \text{ N}$$

La composante verticale de la résultante des tensions sera :

$$Q_v = Q \cos \theta \quad (3.73)$$

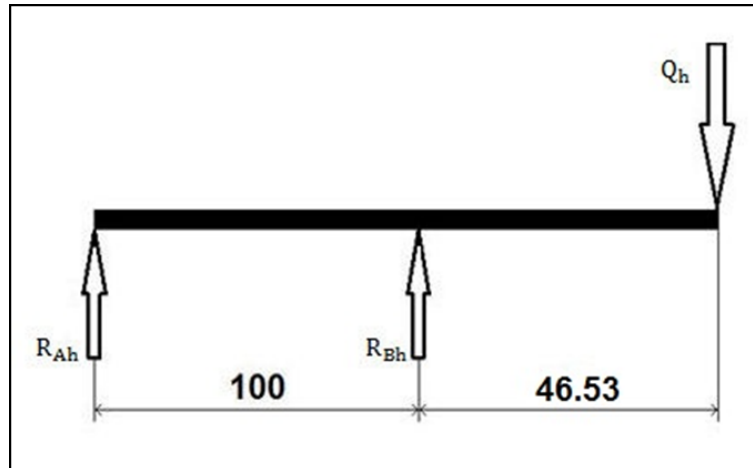
AN :

$$Q_v = 118,55 \cos 14,64^\circ$$

$$Q_v = 114,7 \text{ N}$$

### 3.6.4 Calcul du moment fléchissant résultant

-Plan horizontale :

FIG. 3.4 – *Arbre 1 dans le plan horizontal***Calcul des réactions :**

A l'équilibre on a :

$$\sum \overrightarrow{F_{ext}} = \overrightarrow{0} \quad (3.74)$$

$$\sum \overrightarrow{M_{F_{ext}}} = \overrightarrow{0} \quad (3.75)$$

Avec la projection de l'équation vectoriel sur les axe  $xx'$  et  $yy'$  on obtient l'équation scalaire :

$$\sum F_{xx'} = 0 \quad (3.76)$$

$$\sum F_{yy'} = 0 \Rightarrow R_{Ah} + R_{Bh} - Q_h = 0 \quad (3.77)$$

L'équation de moment :

$$\sum M_{F_{ext}} = R_{Ah} * 0 + R_{Bh} * 100 - Q_h * 146.53 = 0 \quad (3.78)$$

AN :

$$R_{Bh} = \frac{26,96 * 146,53}{100}$$

$$R_{Bh} = 39,5 \text{ N}$$

AN :

$$R_{Ah} = 29,96 - 39,5$$

$$R_{Ah} = -9,5 \text{ N}$$

**Moment fléchissant  $M_{fh}$  :**

$$0 \leq x \leq 46,53 :$$

$$M_{fh} = -Q_h x = \begin{cases} x = 0 & \rightarrow M_{fh} = 0 \\ x = 46,53\text{mm} & \rightarrow M_{fh} = -1394,04\text{N.mm} \end{cases}$$

$46,53 \leq x \leq 146,53$  :

$$M_{fh} = -Q_h x + R_{Bh}(x - 46.53) = \begin{cases} x = 46,53\text{mm} & \rightarrow M_{fh} = -1394,04\text{N.mm} \\ x = 146,53\text{mm} & \rightarrow M_{fh} = -440,03\text{N.mm} \end{cases}$$

-Plan vertical :

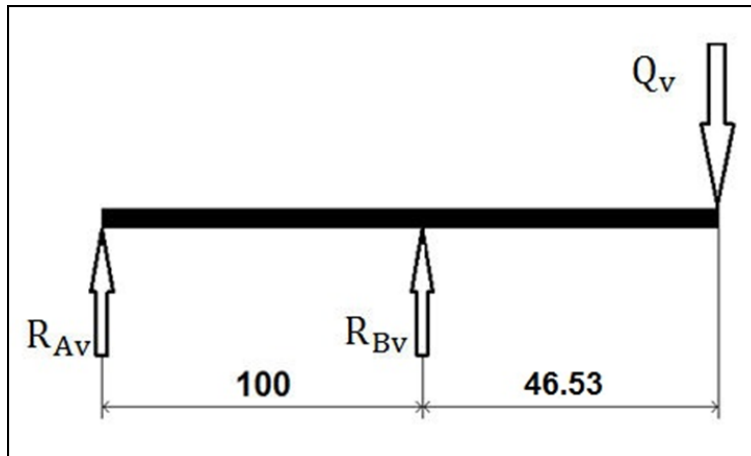


FIG. 3.5 – *Arbre 1 dans le plan vertical*

Calcul des réactions :

A l'équilibre on a :

$$\sum \vec{F}_{ext} = \vec{0} \quad (3.79)$$

$$\sum \vec{M}_{F_{ext}} = \vec{0} \quad (3.80)$$

Avec la projection de l'équation vectoriel sur les axe  $xx'$  et  $zz'$  on obtient l'équation scalaire :

$$\sum F_{xx'} = 0 \quad (3.81)$$

$$\sum F_{zz'} = 0 \Rightarrow R_{AV} + R_{BV} - Q_V = 0 \quad (3.82)$$

L'équation de moment :

$$\sum M_{Fext} = R_{AV} * 0 + R_{BV} * 100 - Q_V * 146,53 = 0 \quad (3.83)$$

AN :

$$R_{BV} = \frac{114,7 * 146,53}{100}$$

$$\boxed{R_{BV} = 168,07 \text{ N}}$$

AN :

$$R_{AV} = 114,7 - 168,07$$

$$\boxed{R_{AV} = -53,37 \text{ N}}$$

**Moment fléchissant  $M_{fV}$  :**

$0 \leq x \leq 46,53$  :

$$M_{fV} = -Q_V x = \begin{cases} x = 0 & \rightarrow M_{fV} = 0 \\ x = 46,53 \text{ mm} & \rightarrow M_{fV} = -5336,9 \text{ N.mm} \end{cases}$$

$46,53 \leq x \leq 146,43$  :

$$M_{fV} = -Q_V x + R_{BV}(x - 46,53) = \begin{cases} x = 46,53 \text{ mm} & \rightarrow M_{fV} = -5336,9 \text{ N.mm} \\ x = 146,53 \text{ mm} & \rightarrow M_{fV} = 0,009 \text{ N.mm} \end{cases}$$

Les deux moments fléchissant maxi dans les deux plans H et V sont :

$$\begin{cases} M_{fh} = 1394,03 \text{ N.mm} \\ M_{fV} = 5336,9 \text{ N.mm} \end{cases}$$

D'où le moment fléchissant résultant est :

$$M_{fmax} = \sqrt{M_{fhmax}^2 + M_{fVmax}^2}$$

$$\boxed{M_{fmax} = 5515,96 \text{ N.mm}}$$

**Calcul du moment de torsion :**

On a :

$$P = C_m * w \Rightarrow C_m = \frac{P}{w} \quad (3.84)$$

Comme :

$$C_m = M_t \quad (3.85)$$

alors

$$M_t = \frac{P}{w} \quad (3.86)$$

AN :

$$M_t = \frac{60 \cdot 1000}{2 \cdot \pi \cdot 1500}$$

$$M_t = 6369,42 \text{ N.mm}$$

-Calcul du moment idéal :

$$M_i = \sqrt{M_{fmax}^2 + M_t^2} \quad (3.87)$$

AN :

$$M_i = \sqrt{(5515,96)^2 + (6369,42)^2}$$

$$M_i = 8425,87 \text{ N.mm}$$

-La condition de résistance de l'arbre :

Elle est donnée par la relation suivant :

$$\tau \leq [\sigma] \Rightarrow \frac{M_i}{0.1d^3} \leq [\sigma] \Rightarrow d \geq \sqrt[3]{\frac{M_i}{0.1[\sigma]}} \quad (3.88)$$

-Calcul de contrainte admissible :  $[\sigma]$

On a :

$$[\sigma] = \frac{\sigma_e}{s} \quad (3.89)$$

AN :

$$\sigma = \frac{375}{2,5}$$

$$[\sigma] = 150 \text{ N/mm}^2$$

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{8425,87}{0.1 \cdot 150}}$$

$$d = 8,25 \text{ mm}$$

Normalisation de diamètre :

$$d_N = 10 \text{ mm}$$

### 3.6.5 Calculs de vérifications

-Vérification aux charges statiques :

La condition de résistance est :

$$\sigma_r \leq [\sigma] \Rightarrow \sqrt{\tau^2 + \sigma^2} \leq [\sigma] \quad (3.90)$$

Calcul de  $\sigma$  :

$$\sigma = \sigma_f + \sigma_t \quad (3.91)$$

Dans notre cas  $\sigma_t$  tant vers 0 alors :

$$\sigma = \sigma_f$$

Calcul de la contrainte de flexion  $\sigma_f$  :

$$\sigma_f = \frac{M_{fmax}}{0,1 * d^3} \quad (3.92)$$

AN :

$$\sigma_f = \frac{5515,96}{0,1 * 10^3}$$

$$\boxed{\sigma_f = 55,16 \text{ N/mm}^2}$$

Calcul de la contrainte de cisaillement  $\tau$  :

$$\tau = \frac{M_t}{0,2 * d^3} \quad (3.93)$$

AN :

$$\tau = \frac{6369,42}{0,2 * 10^3}$$

$$\boxed{\tau = 31,84 \text{ N/mm}^2}$$

Et

$$\sigma_r = 63,68$$

$$\boxed{\sigma_r = 63,68 \text{ N/mm}^2}$$

D'où :

$\sigma_r < [\sigma]$  La condition est vérifiée.

### -Vérification de rigidité à la torsion

La Condition de résistance :

$$\varphi_0 \leq [\varphi] \quad (3.94)$$

Calcul de  $\varphi_0$  :

$$\varphi_0 = \frac{M_t}{GI_0} = \frac{32M_t}{G * \pi * d^4} \quad (3.95)$$

AN :

$$\varphi_0 = \frac{32 * 6369,42}{8 * 10^4 * \pi * 10^4}$$

$$\boxed{\varphi_0 = 8,11 * 10^{-5} \text{ rad/mm}}$$

On a  $[\varphi] = 0,436 * 10^{-5}$  à  $2,18 * 10^{-5} \text{ rad/mm}$

D'où :  $\varphi_0 > [\varphi]$  la condition n'est pas vérifiée.

### -Recalculant le diamètre :

$$\frac{32M_t}{G * \pi * d^4} \leq [\varphi] \Rightarrow d \geq \frac{32M_t}{G * \pi * [\varphi]} \quad (3.96)$$

AN :

$$d \geq \frac{32 * 6369,42}{8 * 10^4 * \pi * 0,436 * 10^{-5}}$$

$$\boxed{d = 20,77 \text{ mm}}$$

La normalisation du diamètre  $d_N = 25$

### -Vérification de rigidité à la flexion :

Condition de résistance :

$$f_{max} = y_{max} \leq [f] \quad (3.97)$$

Calcul de la flèche maxi admissible :

$$\begin{aligned} [f] &= 0.0002 L \\ AN : \\ f &= 0.0002 * 146,53 \end{aligned}$$

$$\boxed{[f] = 0,029 \text{ mm}}$$

### 3.6.6 Vérification de la condition dans le plan horizontal

Equation de la flèche :

$$EI_z \ddot{y} = -M_{fh} \quad (3.98)$$

$$0 \leq x \leq 46,53:$$

$$EI_z \ddot{y} = -Q_h x \quad (3.99)$$

$$46,53 \leq x \leq 146,53:$$

$$EI_z \ddot{y} = -Q_h x + R_{Bh}(x - 46,53) \quad (3.100)$$

Intégrons une fois :

$$0 \leq x \leq 46,53:$$

$$EI_z \dot{y} = -Q_h \frac{x^2}{2} + C_1 \quad (3.101)$$

$$46,53 \leq x \leq 146,53:$$

$$EI_z \dot{y} = -Q_h \frac{x^2}{2} + R_{Bh} \frac{(x - 46,53)^2}{2} + C_2 \quad (3.102)$$

Pour  $x=46,53$ :  $C_1 = C_2$

Alors :

$$0 \leq x \leq 46,53:$$

$$EI_z \dot{y} = -Q_h \frac{x^2}{2} + C_1 \quad (3.103)$$

$$46,53 \leq x \leq 146,53:$$

$$EI_z \dot{y} = -Q_h \frac{x^2}{2} + R_{Bh} \frac{(x - 46,53)^2}{2} + C_1 \quad (3.104)$$

Intégrons 2ème :

$0 \leq x \leq 46,53$ :

$$EI_z y = -Q_h \frac{x^3}{6} + C_1 x + C_3 \quad (3.105)$$

$46,53 \leq x \leq 146,53$ :

$$EI_z y = -Q_h \frac{x^3}{6} + R_{Bh} \frac{(x - 46,53)^3}{6} + C_1 x + C_3 \quad (3.106)$$

Condition aux limites :

$$\text{Pour } x = 46,53 : y = 0 \Rightarrow -Q_h \frac{(46,53)^3}{6} + 46,53 C_1 + C_3 = 0 \quad (3.107)$$

$$\text{Pour } x = 146,53 : y = 0 \Rightarrow -Q_h \frac{(146,53)^3}{6} + R_{Bh} \frac{(146,53 - 46,53)^3}{6} + 146,53 C_1 + C_3 = 0 \quad (3.108)$$

Alors :

$$\begin{cases} C_3 = Q_h \frac{(46,53)^3}{6} - 46,53 C_1 \\ -Q_h \frac{(146,53)^3}{6} + R_{Bh} \frac{(146,53 - 46,53)^3}{6} + 146,53 C_1 + (-Q_h \frac{(46,53)^3}{6} - 46,53 C_1) = 0 \end{cases} \quad (3.109)$$

AN :

$$507568,71 Q_h - 166666,66 R_{Bh} + 100 C_1 = 0 \Rightarrow C_1 = \frac{166666,66 R_{Bh} - 507568,71 Q_h}{100}$$

$$C_1 = -86234,25$$

$$C_3 = -16789,89 Q_h + 4012479,65$$

$$C_3 = 3509454,54$$

**L'abscisse de la flèche maxi :**

$$y_{hmax} \Rightarrow \dot{y} = 0 \Rightarrow Q_h \frac{x^2}{2} - R_{Bh} \frac{(x - 46,53)^2}{2} + C_1 = 0 \quad (3.110)$$

AN:

$$-4,77 X^2 + 1837,93 X - 128993,8 = 0$$

La résolution de l'équation :

$$\Delta = 916784,98$$

$$\sqrt{\Delta} = 957,49 > 0 \text{ L'équation à deux solutions}$$

Les deux solutions sont :

$x_1=92.28$  mm acceptée  
 $x_2=293,02$  mm refusée  
 Donc l'abscisse de la flèche horizontale maxi est :  $x_1=92,28$  mm car  $0 \leq x \leq 146,53$   
 Puisque  $x_1=92.28$  mm on prend l'équation suivante :

$$EI_z y = -Q_h \frac{x^3}{6} + R_{Bh} \frac{(x - 46,53)^3}{6} + C_1 x + C_3 \Rightarrow y = \frac{-524383,74}{EI} \quad (3.111)$$

$$E = 21 * 10^4 N/mm^2 \quad (3.112)$$

$$I = \frac{\pi * d^4}{64} = 19174,76 mm^4 \quad (3.113)$$

AN :

$$y_{hmax} = \frac{-52,43}{10303,12}$$

$$y_{hmax} = 0,0014 \text{ mm}$$

$f_{hmax}[f]$  La condition est vérifiée dans le plan horizontal.

### 3.6.7 Vérification de la condition dans le plan vertical

Equation de la flèche :

$$EI_z \ddot{y} = -M_{fv} \quad (3.114)$$

$0 \leq x \leq 46,53$ :

$$EI_z \ddot{y} = -Q_V x \quad (3.115)$$

$46,53 \leq x \leq 146,53$ :

$$EI_z \ddot{y} = -Q_V x + R_{BV}(x - 46,53) \quad (3.116)$$

Intégrons une fois :

$0 \leq x \leq 46,53$ :

$$EI_z \dot{y} = -Q_V \frac{x^2}{2} + C_1 \quad (3.117)$$

$46,53 \leq x \leq 146,53$ :

$$EI_z \dot{y} = -Q_V \frac{x^2}{2} + R_{BV} \frac{(x - 46,53)^2}{2} + C_2 \quad (3.118)$$

Pour  $x=46,53$ :  $C_1 = C_2$

Alors :  $0 \leq x \leq 46,53$ :

$$EI_z \dot{y} = -Q_V \frac{x^2}{2} + C_1 \quad (3.119)$$

$46,53 \leq x \leq 146,53$ :

$$EI_z y' = -Q_V \frac{x^2}{2} + R_{BV} \frac{(x - 46,53)^2}{2} + C_1 \quad (3.120)$$

Intégrons 2ème :  $0 \leq x \leq 46,53$ :

$$EI_z y = -Q_V \frac{x^3}{6} + C_1 x + C_3 \quad (3.121)$$

$46,53 \leq x \leq 146,53$ :

$$EI_z y = -Q_V \frac{x^3}{6} + R_{BV} \frac{(x - 46,53)^3}{6} + C_1 x + C_4 \quad (3.122)$$

Pour  $x=46,53$ :  $C_3 = C_4$

Alors :  $0 \leq x \leq 46,53$ :

$$EI_z y = -Q_V \frac{x^3}{6} + C_1 x + C_3 \quad (3.123)$$

$46,53 \leq x \leq 146,53$ :

$$EI_z y = -Q_V \frac{x^3}{6} + R_{BV} \frac{(x - 46,53)^3}{6} + C_1 x + C_3 \quad (3.124)$$

Condition aux limites :

Pour  $x=46,53$ :

$$y = 0 \Rightarrow -Q_V \frac{(46,53)^3}{6} + 46,53 C_1 + C_3 = 0 \quad (3.125)$$

Pour  $x=146,53$ :

$$y = 0 \Rightarrow -Q_V \frac{(146,53)^3}{6} + R_{BV} \frac{(146,53 - 46,53)^3}{6} + 146,53 C_1 + C_3 = 0 \quad (3.126)$$

Alors :

$$\begin{cases} C_3 = Q_V \frac{(46,53)^3}{6} - 46,53 C_1 \\ -Q_V \frac{(146,53)^3}{6} + R_{BV} \frac{(146,53 - 46,53)^3}{6} + 146,53 C_1 + (Q_V \frac{(46,53)^3}{6} - 46,53 C_1) = 0 \end{cases} \quad (3.127)$$

AN :

$$- 524358,6 Q_V + 166666,66 R_{BV} + 100 C_1 + 16789,89 Q_V = 0$$

$$\Rightarrow C_1 = \frac{524358,6 Q_V - 166666,66 R_{BV} - 16789,89 Q_V}{100}$$

$$C_1 = 302064,65$$

$$C_3 = 16789,89 Q_V - 14055068,16$$

$$C_3 = -12129267,78$$

**-L'abscisse de la flèche maxi :**

$$y_{Vmax} \Rightarrow \dot{y} = 0 \Rightarrow -Q_V \frac{x^2}{2} + R_{BV} \frac{(x - 46,53)^2}{2} + C_1 = 0 \quad (3.128)$$

AN:

$$-26,68 X^2 + 7820,29 X + 484003,78 = 0$$

La résolution de l'équation :

$$\Delta = 9504052,28$$

$$\sqrt{\Delta} = 3082,86 \text{ L'équation à deux solutions}$$

Les deux solutions sont :

$$x_1 = 88,78 \text{ mm acceptée}$$

$$x_2 = 204,33 \text{ mm refusée}$$

Donc l'abscisse de la flèche vertical maxi est :  $x_1 = 88,78 \text{ mm}$  car  $0 \leq x \leq 146,53$ . Puisque  $x_1 = 88,78 \text{ mm}$  on prend l'équation suivante :

$$EI_z y = -Q_V \frac{x^3}{6} + R_{BV} \frac{(x - 46,53)^3}{6} + C_1 x + C_3 \Rightarrow y = \frac{3686685,99}{EI} \quad (3.129)$$

$$E = 21 * 10^4 \text{ N/mm}^2 \quad (3.130)$$

$$I = \frac{\pi * d^4}{64} = 19174,76 \text{ mm}^4 \quad (3.131)$$

AN :

$$y_{Vmax} = \frac{342,36}{10303,125}$$

$$y_{Vmax} = 0,0009 \text{ mm}$$

$f_{Vmax} > [f]$  La condition n'est pas vérifiée dans le plan vertical.

**-Calcul de la flèche maxi résultante :**

$$f_{max} = \sqrt{y_h^2 + y_v^2} \quad (3.132)$$

AN :

$$f_{max} = \sqrt{0,00000196 + 0,00000081}$$

$$f_{max} = 0,0016 \text{ mm}$$

$f_{max} [f]$  alors la condition est vérifiée.

### 3.6.8 Vérification de l'arbre aux charges cycliques

-**La vérification aux niveaux du logement de la clavette:** Nous avons pour un arbre de 25 mm de diamètre une clavette avec les paramètres suivants :

$$a = 8 \text{ mm}$$

$$b = 7 \text{ mm}$$

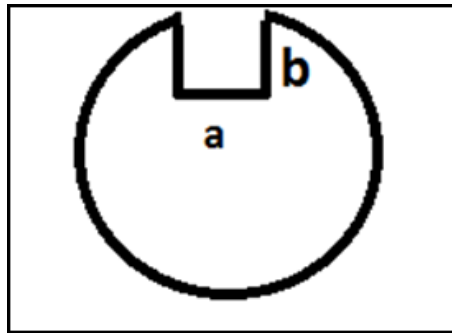


FIG. 3.6 – *Loge de la clavette*

Paramètres du matériau :

$$\begin{aligned}\sigma_R &= 650 \text{ N/mm}^2 \\ \tau_R &= 0.6\sigma_R = 390 \text{ N/mm}^2 \\ \sigma_D &= 0.45\sigma_R = 292,5 \text{ N/mm}^2 \\ \tau_D &= 0.27\sigma_R = 175,5 \text{ N/mm}^2 \\ E &= 210000 \text{ MPa} \\ [n] &= 2,5\end{aligned}$$

**condition de résistance**

$$n \geq [n] \quad (3.133)$$

Avec

$$n = \frac{n_\sigma n_\tau}{n_\sigma^2 + n_\tau^2} \quad (3.134)$$

$$K_\sigma = 1,68; K_\tau = 1,58$$

$$\xi_\sigma = 0,90; \xi_\tau = 0,8$$

$$\beta_s = 0,93; \beta_{ts} = 1 \text{ (Aucun traitement de surface)}$$

$$\lambda_\sigma = \frac{K_\sigma}{\xi_\sigma * \beta_s * \beta_{ts}} = \frac{1,68}{0,90 * 0,93 * 1}$$

$$\lambda_\sigma = 2$$

$$\lambda_\tau = \frac{K_\tau}{\xi_\sigma * \beta_s * \beta_{ts}} = \frac{1,58}{0,80 * 0,93 * 1} \quad \boxed{\lambda_\tau = 2,12}$$

**Paramètres du cycle :**

**Sollicitation en flexion (cycle symétrique)**

$$\sigma_a = \frac{M_{fmax}}{0,1 \cdot d^3 - \frac{a \cdot b \cdot (d-b)^2}{2 \cdot d}} \quad (3.135)$$

AN :

$$\sigma_a = \frac{5515,96}{0,1 \cdot 25^3 - \frac{8 \cdot 7 \cdot (25-7)^2}{2 \cdot 25}} \quad \boxed{\sigma_a = 4,6 \text{ MPa}}$$

$\sigma_M = 0$

$$\boxed{\sigma_m = 0 \text{ MPa}}$$

**Sollicitation en torsion (cycle répété)**

$$\tau_a = \tau_M = \frac{M_t}{2 \cdot 0,2 \cdot d^3 - \frac{a \cdot b \cdot d - b^2}{2 \cdot d}} \quad (3.136)$$

AN :

$$\tau_a = \tau_M = \frac{6369,42}{2 \cdot 0,2 \cdot 25^3 - \frac{8 \cdot 7 \cdot 25 - 7^2}{2 \cdot 25}} \quad \boxed{\tau_a = \tau_M = 1,08 \text{ MPa}}$$

**Coefficient de sécurité**

$$n_\sigma = \frac{\sigma_D * \sigma_R}{\lambda_\sigma * \sigma_R * \sigma_a + \sigma_D * \sigma_M} \quad \boxed{n_\sigma = 31,79}$$

$$n_\tau = \frac{\tau_D * \tau_R}{\lambda_\tau * \tau_R * \tau_a + \tau_D * \tau_M} \quad \boxed{n_\tau = 31,79}$$

AN :

$$n = \frac{31,79 * 63,23}{\sqrt{31,79^2 + 63,23^2}} \quad \boxed{n = 28,4}$$

$28,4 > [2,5] \Rightarrow n \geq [n]$  Condition vérifiée

L'arbre est résistant aux charges cycliques avec un diamètre normalisé de 25 mm.

### 3.7 Arbre de sortie du variateur

En tenant compte des dimensions des éléments à monter sur l'arbre, sa longueur est estimée à  $L=289,33 \text{ mm}$  [4].

**Calcul des réactions :**

**-Calcul de la résultante des tensions :**

$$Q = \sqrt{T^2 + t^2 + 2Tt\cos\gamma} \quad (3.137)$$

Avec :  $\gamma = \alpha_2 - \pi = 166,66 - 180 = 16,34^\circ$

AN :

$$Q = \sqrt{103^2 + 18^2 + 2 * 103 * 18 * t\cos 16,34^\circ}$$

$$Q=120,38 \text{ N}$$

**-Calcul de l'angle :**

$$\theta = \arctan\left(\phi \tan \frac{\gamma}{2}\right) \quad (3.138)$$

Avec :

$\phi=0,88$ , coefficient de fraction de la courroie.

AN :

$$\theta = \arctan(0,88 \tan 8,17^\circ)$$

$$\theta=7,2^\circ$$

La composante horizontale de la résultante des tensions sera :

$$Q_h = Q \sin \theta \quad (3.139)$$

AN :

$$Q_h = 120; 38 \sin 7,2^\circ$$

$$Q_h=15,08 \text{ N}$$

La composante verticale de la résultante des tensions sera :

$$Q_v = Q \cos \theta \quad (3.140)$$

AN :

$$Q_v = 120,38 \cos 7,2^\circ$$

$$Q_v=119,43 \text{ N}$$

### 3.7.1 Calcul du moment fléchissant résultant

-Plan horizontale :

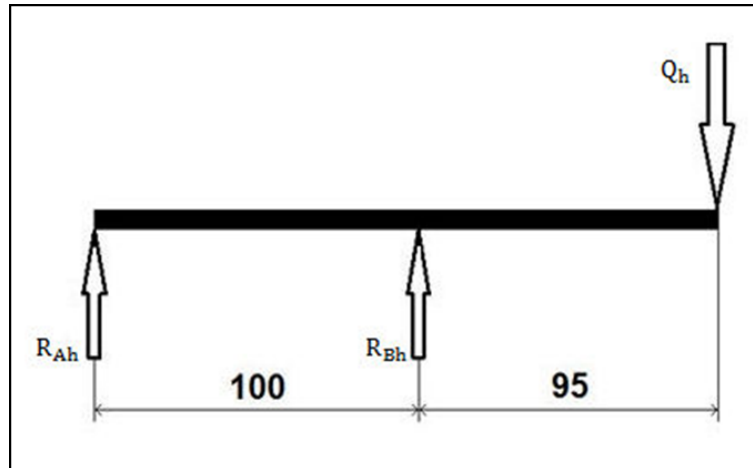


FIG. 3.7 – *Arbre 2 dans le plan horizontal*

**Calcul des réactions :**

A l'équilibre on a :

$$\sum \overrightarrow{F_{ext}} = \overrightarrow{0} \quad (3.141)$$

$$\sum \overrightarrow{M_{F_{ext}}} = \overrightarrow{0} \quad (3.142)$$

Avec la projection de l'équation vectoriel sur les axe  $xx'$  et  $yy'$  on obtient l'équation scalaire :

$$\sum F_{xx'} = 0 \quad (3.143)$$

$$\sum F_{yy'} = 0 \Rightarrow R_{Ah} + R_{Bh} - Q_h = 0 \quad (3.144)$$

L'équation du moment :

$$\sum M_{F_{ext}} = R_{Ah} * 0 + R_{Bh} * 100 - Q_h * 195 = 0 \quad (3.145)$$

AN :

$$R_{Bh} = \frac{15,08 * 195}{100}$$

$$R_{Bh} = 29,4 \text{ N}$$

AN :

$$R_{Ah} = 15,08 - 24,4$$

$$R_{Ah} = -14,32 \text{ N}$$

Moment fléchissant  $M_{fh}$  :

$0 \leq x \leq 95$  :

$$M_{fh} = -Q_h x = \begin{cases} x = 0 & \rightarrow M_{fh} = 0 \\ x = 95\text{mm} & \rightarrow M_{fh} = -1432,6\text{N.mm} \end{cases}$$

$95 \leq x \leq 195$  :

$$M_{fh} = -Q_h x + R_{Bh}(x - 95) = \begin{cases} x = 95\text{mm} & \rightarrow M_{fh} = -1432,6\text{N.mm} \\ x = 195\text{mm} & \rightarrow M_{fh} = -2940\text{N.mm} \end{cases}$$

-Plan vertical :

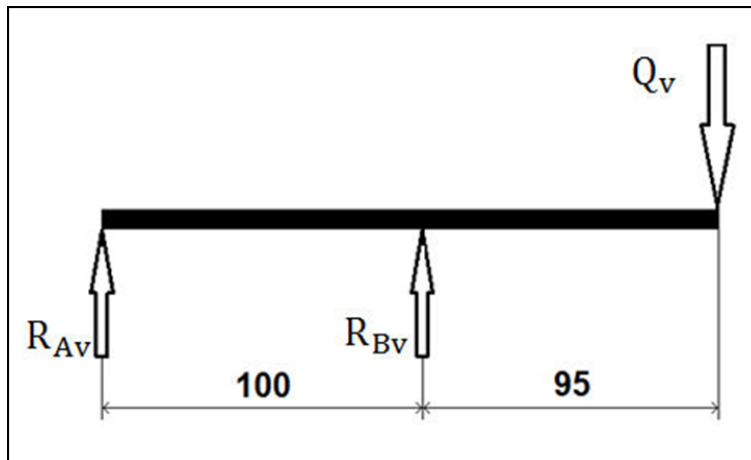


FIG. 3.8 – *Arbre 2 dans le plan vertical*

Calcul des réactions :

A l'équilibre on à :

$$\sum \vec{F}_{ext} = \vec{0} \quad (3.146)$$

$$\sum \vec{M}_{F_{ext}} = \vec{0} \quad (3.147)$$

Avec la projection de l'équation vectoriel sur les axe  $xx'$  et  $zz'$  on obtient l'équation scalaire :

$$\sum F_{xx'} = 0 \quad (3.148)$$

$$\sum F_{zz'} = 0 \Rightarrow R_{AV} + R_{BV} - Q_V = 0 \quad (3.149)$$

L'équation de moment :

$$\sum M_{F_{ext}} = R_{AV} * 0 + R_{BV} * 100 - Q_V * 195 = 0 \quad (3.150)$$

AN :

$$R_{BV} = \frac{119,43 * 195}{100}$$

$$R_{BV} = 232,88 \text{ N}$$

AN :

$$R_{AV} = 119,43 - 232,88$$

$$R_{AV} = -113,45 \text{ N}$$

**Moment fléchissant  $M_{fV}$  :**

$0 \leq x \leq 95$  :

$$M_{fV} = -Q_V x = \begin{cases} x = 0 & \rightarrow M_{fV} = 0 \\ x = 95 \text{ mm} & \rightarrow M_{fV} = -11345,85 \text{ N.mm} \end{cases}$$

$95 \leq x \leq 195$  :

$$M_{fV} = -Q_V x + R_{BV}(x - 95) = \begin{cases} x = 95 \text{ mm} & \rightarrow M_{fV} = -11345,85 \text{ N.mm} \\ x = 195 \text{ mm} & \rightarrow M_{fV} = -0,85 \text{ N.mm} \end{cases}$$

Les deux moments fléchissant maxi dans les deux plans H et V sont :

$$\begin{cases} M_{fh} = 2940 \text{ N.mm} \\ M_{fV} = 11345,85 \text{ N.mm} \end{cases}$$

D'où le moment fléchissant résultant est :  $M_{fmax} = \sqrt{M_{fhmax}^2 + M_{fVmax}^2}$

**Calcul du moment de torsion :**

On a :

$$P = C_m * w \Rightarrow C_m = \frac{P}{w} \quad (3.151)$$

Comme :

$$C_m = M_t \quad (3.152)$$

alors

$$M_t = \frac{P}{w} \quad (3.153)$$

AN :

$$M_t = \frac{60 \cdot 1000}{2 \cdot \pi \cdot 500}$$

$$M_t = 19108,23 \text{ N.mm}$$

-Calcul du moment idéal :

$$M_i = \sqrt{M_{fmax}^2 + M_t^2} \quad (3.154)$$

AN :

$$M_i = \sqrt{(11720,57)^2 + (19108,23)^2}$$

$$M_i = 22416,42 \text{ N.mm}$$

-La condition de résistance de l'arbre :

Elle est donnée par la relation suivant :

$$\tau \leq [\sigma] \Rightarrow \frac{M_i}{0.1d^3} \leq [\sigma] \Rightarrow d \geq \sqrt[3]{\frac{M_i}{0.1[\sigma]}} \quad (3.155)$$

-Calcul de contrainte admissible :  $[\sigma]$

On a :

$$[\sigma] = \frac{\sigma_e}{s} \quad (3.156)$$

AN :

$$\sigma = \frac{375}{2,5}$$

$$[\sigma] = 150 \text{ N/mm}^2$$

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{22416,42}{0.1 \cdot 150}}$$

$$d = 11,43 \text{ mm}$$

Normalisation de diamètre :

$$d_N = 12 \text{ mm}$$

### 3.7.2 Calculs de vérifications

-Vérification aux charges statiques :

La condition de résistance est :

$$\sigma_r \leq [\sigma] \Rightarrow \sqrt{\tau^2 + \sigma^2} \leq [\sigma] \quad (3.157)$$

Calcul de  $\sigma$  :

$$\sigma = \sigma_f + \sigma_t \quad (3.158)$$

Dans notre cas  $\sigma_t$  tant vers 0 alors :

$$\sigma = \sigma_f$$

Calcul de la contrainte de flexion  $\sigma_f$  :

$$\sigma_f = \frac{M_{fmax}}{0,1 * d^3} \quad (3.159)$$

AN :

$$\sigma_f = \frac{11720,57}{0,1 * 10^3} \quad \boxed{\sigma_f = 67,82 \text{ N/mm}^2}$$

Calcul de la contrainte de cisaillement  $\tau$  :

$$\tau = \frac{M_t}{0,2 * d^3} \quad (3.160)$$

AN :

$$\tau = \frac{19108,23}{0,2 * 10^3} \quad \boxed{\tau = 55,29 \text{ N/mm}^2}$$

Et

$$\sigma_r = 87,08 \quad \boxed{\sigma_r = 87,08 \text{ N/mm}^2}$$

D'où :

$\sigma_r < [\sigma]$  La condition est vérifiée.

### -Vérification de rigidité à la torsion

La Condition de résistance :

$$\varphi_0 \leq [\varphi] \quad (3.161)$$

Calcul de  $\varphi_0$  :

$$\varphi_0 = \frac{M_t}{GI_0} = \frac{32M_t}{G * \pi * d^4} \quad (3.162)$$

AN :

$$\varphi_0 = \frac{32 * 19108,23}{8 * 10^4 * \pi * 12^4} \quad \boxed{\varphi_0 = 11,7 * 10^{-5} \text{ rad/mm}}$$

On a  $[\varphi] = 0,436 * 10^{-5}$  à  $2,18 * 10^{-5} \text{ rad/mm}$

D'où :  $\varphi_0 > [\varphi]$  la condition n'est pas vérifiée.

### -Recalculant le diamètre :

$$\frac{32M_t}{G * \pi * d^4} \leq [\varphi] \Rightarrow d \geq \frac{32M_t}{G * \pi * [\varphi]} \quad (3.163)$$

AN :

$$d \geq \frac{32 * 19108,23}{8 * 10^4 * \pi * 0,872 * 10^{-5}} \quad \boxed{d = 22,98 \text{ mm}}$$

La normalisation du diamètre  $d_N = 25$

### -Vérification de rigidité à la flexion :

Condition de résistance :

$$f_{max} = y_{max} \leq [f] \quad (3.164)$$

Calcul de la flèche maxi admissible :

$$[f] = 0.0002 L$$

AN :

$$f = 0.0002 * 195$$

$$\boxed{[f] = 0,039 \text{ mm}}$$

### 3.7.3 Vérification de la condition dans le plan horizontal

Equation de la flèche :

$$EI_z \ddot{y} = -M_{fh} \quad (3.165)$$

$0 \leq x \leq 95$ :

$$EI_z \ddot{y} = -Q_h x \quad (3.166)$$

$95 \leq x \leq 195$ :

$$EI_z \ddot{y} = -Q_h x + R_{Bh}(x - 95) \quad (3.167)$$

Intégrons une fois :

$0 \leq x \leq 95$ :

$$EI_z \dot{y} = -Q_h \frac{x^2}{2} + C_1 \quad (3.168)$$

$95 \leq x \leq 195$ :

$$EI_z \dot{y} = -Q_h \frac{x^2}{2} + R_{Bh} \frac{(x - 95)^2}{2} + C_2 \quad (3.169)$$

Pour  $x=95$  :  $C_1 = C_2$

Alors :

$0 \leq x \leq 95$ :

$$EI_z \dot{y} = -Q_h \frac{x^2}{2} + C_1 \quad (3.170)$$

$95 \leq x \leq 195$ :

$$EI_z \dot{y} = -Q_h \frac{x^2}{2} + R_{Bh} \frac{(x - 95)^2}{2} + C_1 \quad (3.171)$$

Intégrons 2ème :

$0 \leq x \leq 95$ :

$$EI_z y = -Q_h \frac{x^3}{6} + C_1 x + C_3 \quad (3.172)$$

$95 \leq x \leq 195$ :

$$EI_z y = -Q_h \frac{x^3}{6} + R_{Bh} \frac{(x - 95)^3}{6} + C_1 x + C_3 \quad (3.173)$$

Condition aux limites :

$$\text{Pour } x = 95 : y = 0 \Rightarrow -Q_h \frac{(95)^3}{6} + 95C_1 + C_3 = 0 \quad (3.174)$$

$$\text{Pour } x = 195 : y = 0 \Rightarrow -Q_h \frac{(195)^3}{6} + R_{Bh} \frac{(195 - 95)^3}{6} + 195C_1 + C_3 = 0 \quad (3.175)$$

Alors :

$$\begin{cases} C_3 = Q_h \frac{(95)^3}{6} - 95C_1 \\ -Q_h \frac{(195)^3}{6} + R_{Bh} \frac{(195-95)^3}{6} + 195C_1 + (-Q_h \frac{(95)^3}{6} - 95C_1) = 0 \end{cases} \quad (3.176)$$

AN :

$$1092916,66Q_h - 166666,66R_{Bh} + 100C_1 = 0 \Rightarrow C_1 = \frac{166666,66R_{Bh} - 1092916,66Q_h}{100} \quad \boxed{C_1 = -115811,83}$$

$$C_3 = -142895,83Q_h + 11002123,95 \quad \boxed{C_3 = 8847254,83}$$

**L'abscisse de la flèche maxi :**

$$y_{hmax} \Rightarrow \dot{y} = 0 \Rightarrow Q_h \frac{x^2}{2} - R_{Bh} \frac{(x - 95)^2}{2} + C_1 = 0 \quad (3.177)$$

AN:

$$-7,25 X^2 + 2793 X - 248479,33 = 0$$

La résolution de l'équation :

$$\Delta = 594948,43$$

$$\sqrt{\Delta} = 771,33 \neq 0 \text{ L'équation à deux solutions}$$

Les deux solutions sont :

$x_1=139,42$  mm acceptée  
 $x_2=245,81$  mm refusée  
 Donc l'abscisse de la flèche horizontale maxi est :  $x_1=139,42$  mm car  $0 \leq x \leq 195$   
 Puisque  $x_1=139,42$  mm on prend l'équation suivante :

$$EI_z y = -Q_h \frac{x^3}{6} + R_{Bh} \frac{(x - 95)^3}{6} + C_1 x + C_3 \Rightarrow y = \frac{-917472,87}{EI} \quad (3.178)$$

$$E = 21 * 10^4 N/mm^2 \quad (3.179)$$

$$I = \frac{\pi * d^4}{64} = 19174,76 mm^4 \quad (3.180)$$

AN :

$$y_{hmax} = \frac{91,74}{402465,82}$$

$$y_{hmax} = 0,00022 \text{ mm}$$

$f_{hmax}[f]$  La condition est vérifiée dans le plan horizontal.

### 3.7.4 Vérification de la condition dans le plan vertical

Equation de la flèche :

$$EI_z \ddot{y} = -M_{fv} \quad (3.181)$$

$0 \leq x \leq 95$ :

$$EI_z \ddot{y} = -Q_V x \quad (3.182)$$

$95 \leq x \leq 195$ :

$$EI_z \ddot{y} = -Q_V x + R_{BV}(x - 95) \quad (3.183)$$

Intégrons une fois :

$0 \leq x \leq 95$ :

$$EI_z \dot{y} = -Q_V \frac{x^2}{2} + C_1 \quad (3.184)$$

$95 \leq x \leq 195$ :

$$EI_z \dot{y} = -Q_V \frac{x^2}{2} + R_{BV} \frac{(x - 95)^2}{2} + C_2 \quad (3.185)$$

Pour  $x=95$  :  $C_1 = C_2$

Alors :  $0 \leq x \leq 95$ :

$$EI_z \dot{y} = -Q_V \frac{x^2}{2} + C_1 \quad (3.186)$$

$95 \leq x \leq 195$ :

$$EI_z \dot{y} = -Q_V \frac{x^2}{2} + R_{BV} \frac{(x-95)^2}{2} + C_1 \quad (3.187)$$

Intégrons 2<sup>eme</sup> fois :  $0 \leq x \leq 95$ :

$$EI_z y = -Q_V \frac{x^3}{6} + C_1 x + C_3 \quad (3.188)$$

$95 \leq x \leq 195$ :

$$EI_z y = -Q_V \frac{x^3}{6} + R_{BV} \frac{(x-95)^3}{6} + C_1 x + C_4 \quad (3.189)$$

Pour  $x=95$  :  $C_3 = C_4$

Alors :  $0 \leq x \leq 95$ :

$$EI_z y = -Q_V \frac{x^3}{6} + C_1 x + C_3 \quad (3.190)$$

$95 \leq x \leq 195$ :

$$EI_z y = -Q_V \frac{x^3}{6} + R_{BV} \frac{(x-95)^3}{6} + C_1 x + C_3 \quad (3.191)$$

Condition aux limites :

Pour  $x=95$  :

$$y = 0 \Rightarrow -Q_V \frac{(95)^3}{6} + 95C_1 + C_3 = 0 \quad (3.192)$$

Pour  $x=195$  :

$$y = 0 \Rightarrow -Q_V \frac{(195)^3}{6} + R_{BV} \frac{(195-95)^3}{6} + 195C_1 + C_3 = 0 \quad (3.193)$$

Alors :

$$\begin{cases} C_3 = Q_V \frac{(46,53)^3}{6} - 95C_1 \\ -Q_V \frac{(195)^3}{6} + R_{BV} \frac{(195-95)^3}{6} + 146,53C_1 + (Q_V \frac{(95)^3}{6} - 46,53C_1) = 0 \end{cases} \quad (3.194)$$

AN :

$$-1092916,66Q_V + 166666,66R_{BV} + 100C_1$$

$$\Rightarrow C_1 = \frac{1092916,66Q_V - 166666,66R_{BV}}{100}$$

$$C_1 = 917027,75$$

$$C_3 = 142895,83Q_V - 91027,75$$

$$C_3 = 16149021,22$$

**-L'abscisse de la flèche maxi :**

$$y_{Vmax} \Rightarrow \dot{y} = 0 \Rightarrow -Q_V \frac{x^2}{2} + R_{BV} \frac{(x-95)^2}{2} + C_1 = 0 \quad (3.195)$$

AN:

$$56,92 X^2 - 22123,6 X + 1967888,75 = 0$$

La résolution de l'équation :

$$\Delta = 42976808,56$$

$$\sqrt{\Delta} = 6555,67 \text{ L'équation à deux solutions}$$

Les deux solutions sont :

$$x_1 = 137,23 \text{ mm acceptée}$$

$$x_2 = 252,8 \text{ mm refusée}$$

Donc l'abscisse de la flèche vertical maxi est :  $x_1 = 137,23$  mm car  $0 \leq x \leq 195$ . Puisque  $x_1 = 137,23$  mm on prend l'équation suivante :

$$EI_z y = -Q_V \frac{x^3}{6} + R_{BV} \frac{(x-95)^3}{6} + C_1 x + C_3 \Rightarrow y = \frac{93474846,43}{EI} \quad (3.196)$$

$$E = 21 * 10^4 \text{ N/mm}^2 \quad (3.197)$$

$$I = \frac{\pi * d^4}{64} = 19174,76 \text{ mm}^4 \quad (3.198)$$

AN :

$$y_{Vmax} = \frac{9347,48}{402465,82}$$

$$y_{Vmax} = 0,023 \text{ mm}$$

$f_{Vmax} > [f]$  La condition n'est pas vérifiée dans le plan vertical.

**-Calcul de la flèche maxi résultante :**

$$f_{max} = \sqrt{y_h^2 + y_v^2} \quad (3.199)$$

AN :

$$f_{max} = \sqrt{0,0000000484 + 0,0000529}$$

$$f_{max} = 0,023 \text{ mm}$$

$f_{max} < [f]$  alors la condition est vérifiée.

### 3.7.5 Vérification de l'arbre aux charges cycliques

-La vérification aux niveaux du logement de la clavette: Nous avons pour un arbre de 25 mm de diamètre une clavette avec les paramètres suivants :

$$a = 8 \text{ mm}$$

$$b = 7 \text{ mm}$$

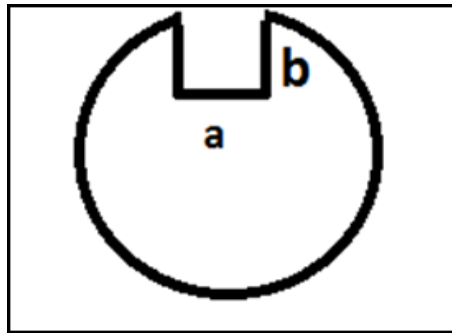


FIG. 3.9 – *Loge de la clavette 2*

Paramètres du matériau :

$$\begin{aligned}\sigma_R &= 650 \text{ N/mm}^2 \\ \tau_R &= 0.6\sigma_R = 390 \text{ N/mm}^2 \\ \sigma_D &= 0.45\sigma_R = 292,5 \text{ N/mm}^2 \\ \tau_D &= 0.27\sigma_R = 175,5 \text{ N/mm}^2 \\ E &= 210000 \text{ MPa} \\ [n] &= 2,5\end{aligned}$$

**condition de résistance**

$$n \geq [n] \quad (3.200)$$

Avec

$$n = \frac{n_\sigma n_\tau}{n_\sigma^2 + n_\tau^2} \quad (3.201)$$

$$K_\sigma = 1,68; K_\tau = 1,58$$

$$\xi_\sigma = 0,90; \xi_\tau = 0,8$$

$$\beta_s = 0,93; \beta_{ts} = 1 \text{ (Aucun traitement de surface)}$$

$$\lambda_\sigma = \frac{K_\sigma}{\xi_\sigma \beta_s \beta_{ts}} = \frac{1,68}{0,90 \cdot 0,93 \cdot 1}$$

$$\lambda_\sigma = 2$$

$$\lambda_\tau = \frac{K_\tau}{\xi_\sigma * \beta_s * \beta_{ts}} = \frac{1,58}{0,80 * 0,93 * 1} \quad \boxed{\lambda_\tau = 2,12}$$

Paramètres du cycle :

Sollicitation en flexion (cycle symétrique)

$$\sigma_a = \frac{M_{fmax}}{0,1 \cdot d^3 - \frac{a * b * (d-b)^2}{2 * d}} \quad (3.202)$$

AN :

$$\sigma_a = \frac{11720,57}{0,1 * 25^3 - \frac{8 * 7 * (25-7)^2}{2 * 25}} \quad \boxed{\sigma_a = 9,77 \text{ MPa}}$$

$\sigma_M = 0$

$$\boxed{\sigma_m = 0 \text{ MPa}}$$

Sollicitation en torsion (cycle répété)

$$\tau_a = \tau_M = \frac{M_t}{2 * 0,2 * d^3 - \frac{a * b * d - b^2}{2 * d}} \quad (3.203)$$

AN :

$$\tau_a = \tau_M = \frac{19108,23}{2 * 0,2 * 25^3 - \frac{8 * 7 * 25 - 7^2}{2 * 25}} \quad \boxed{\tau_a = \tau_M = 3,24 \text{ MPa}}$$

Coefficient de sécurité

$$n_\sigma = \frac{\sigma_D * \sigma_R}{\lambda_\sigma * \sigma_R * \sigma_a + \sigma_D * \sigma_M} \quad \boxed{n_\sigma = 14,97}$$

$$n_\tau = \frac{\tau_D * \tau_R}{\lambda_\tau * \tau_R * \tau_a + \tau_D * \tau_M} \quad \boxed{n_\tau = 21,07}$$

AN :

$$n = \frac{14,97 * 21,07}{\sqrt{14,97^2 + 21,07^2}} \quad \boxed{n = 28,4}$$

$12,4 > [2,5] \Rightarrow n \geq [n]$  Condition vérifiée

L'arbre est résistant aux charges cycliques avec un diamètre normalisé de 25 mm.

### 3.8 Calcul des clavettes

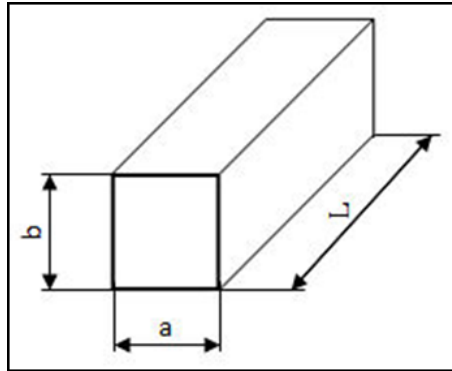
Pour l'arbre d'entrée [11]

On a :

$$D = 25 \text{ mm}$$

$$a = 8$$

$$b=7$$

FIG. 3.10 – *Clavette*

-Calcul de la longueur  $L$

$$P = c \cdot \omega \quad (3.204)$$

$$c = \frac{P}{\omega} \quad (3.205)$$

$$P = 1 \text{ kw}$$

$$N = 1500 \text{ tr/min}$$

$$\omega = 157.08 \text{ rad/s}$$

$$c = \frac{1000}{157.08} = 6,36 \text{ N.m}$$

### 3.8.1 Calcul des actions de contact entre moyeu et la clavette

$$T = C/R \quad (3.206)$$

$$R = 12,5 \text{ mm}$$

$$T = 508,8 \text{ N}$$

-Calcul de résistance au cisaillement

$$\tau = \frac{T}{S} \leq R_{Pg} \quad (3.207)$$

$$S = a * L \quad (3.208)$$

$$R_e = 375 \text{ MPa} \quad (3.209)$$

AN :

$$R_{pg} = \frac{R_{eg}}{n} = \frac{0,5 \cdot 375}{2,5} = 75 \text{ MPa}$$

$$s = 2,5$$

$$\frac{T}{S} = \frac{508,08}{8 \cdot L} \leq 75$$

$$L \geq 0.848 \text{ mm}$$

$$P_{adm} = 75 \text{ MPa} \quad (3.210)$$

$$\frac{T}{\frac{b}{2 \cdot L}} \leq [P_{adm}] \quad (3.211)$$

AN :

$$L = \frac{508,8}{3,5 \cdot 75} = 1.94 \text{ mm}$$

$$L = 1.94 \text{ mm}$$

On prend  $L = 10 \text{ mm}$

**-vérification de Lj 2.5 D :**  $\frac{L}{D} = \frac{10}{25} = 0.4$  La longueur choisie est bonne. Pour l'arbre de sortie On a

$$D = 25 \text{ mm}$$

$$a = 8$$

$$b = 7$$

### 3.8.2 Calcul de la longueur L

$$P = c \cdot \omega \quad (3.212)$$

$$c = \frac{P}{\omega} \quad (3.213)$$

$$P = 1 \text{ kw}$$

$$N = 500 \text{ tr/min}$$

$$\omega = 52,33 \text{ rad/s}$$

AN :

$$c = 1000 / 52,33 = 19,1 \text{ N.m}$$

$$c = 19,1 \text{ N.m}$$

### 3.8.3 Calcul des actions de contact entre moyeu et la clavette

$$T = \frac{C}{R} \quad (3.214)$$

$$R = 12,5 \text{ mm}$$

$$T = 1528 \text{ N}$$

-Calcul de résistance au cisaillement

$$\tau = \frac{T}{S} \leq R_{Pg} \quad (3.215)$$

$$S = a * L \quad (3.216)$$

$$R_e = 375 \text{ MPa} \quad (3.217)$$

AN :

$$R_{Pg} = \frac{R_{eg}}{n} = \frac{0,5 \cdot 375}{2,5} = 75 \text{ MPa}$$

$$s = 2,5$$

$$\frac{T}{S} = \frac{1528}{8 * L} \leq 75$$

$$L \geq 2,54 \text{ mm}$$

-condition de résistance au matage : cas d'un montage fixe

$$P_{adm} = 75 \text{ MPa} \quad (3.218)$$

$$\frac{T}{\frac{b}{2 * L}} \leq [P_{adm}] \quad (3.219)$$

AN :

$$L = \frac{1528}{3,5 * 75} = 5,82 \text{ mm}$$

$$L = 5,82 \text{ mm}$$

On prend  $L = 10 \text{ mm}$

-vérification de  $L < 2.5 D$  :  $\frac{L}{D} = \frac{10}{25} = 0.4$  La longueur choisie est bonne.

### 3.9 Calcul des roulements

Pour les paliers, on a opté pour des roulements à billes à contact radial, parce que les efforts axiaux sont faibles [7].

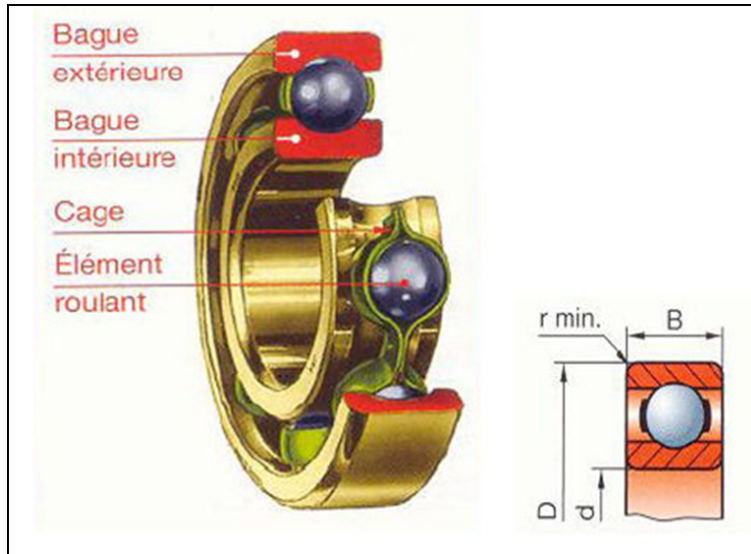


FIG. 3.11 – *Roulement à une rangée de billes, à contact radial*

**Arbre 1 :**

Diamètre de l'arbre 1 :  $d_1=25 \text{ mm}$ .

$$H = \left(\frac{C}{P}\right)^n \frac{10^6}{6N} (\text{heures}) \quad (3.220)$$

Vitesse de rotation de l'arbre 1 :

$N_1=1500 \text{ tr/min}$ .

Les charges sont pas les même sur les deux roulements, donc :

**Roulement A :**

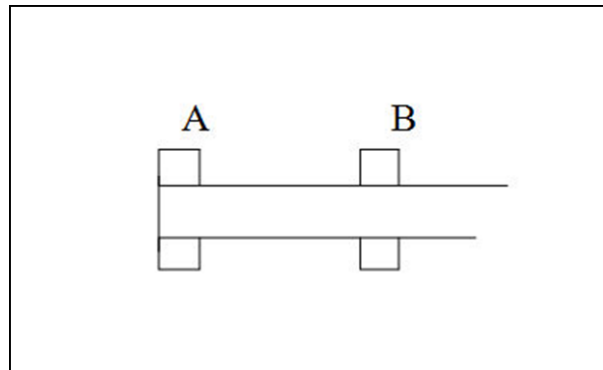


FIG. 3.12 – *Les roulement sur l'arbre 1*

$$R_{AV} = 53,37N \quad (3.221)$$

$$R_{AH} = 9,5N \quad (3.222)$$

$$P = \sqrt{R_{AV}^2 + R_{AH}^2} = 54,2N \quad (3.223)$$

D'après le tableau des normes des roulements le diamètre de la bague extérieure  $D = 47$  mm, la largeur  $B=12$  mm et  $C=11200$  N.

AN :

$$L_{10h1} = \frac{11200^3}{54,2} \frac{10^6}{6 \times 1500} = 98 * 10^7 \text{heures}$$

$$L_{10h1} = 98 * 10^7 \text{heures}$$

**Roulement B :**

$$R_{BV} = 168,07N \quad (3.224)$$

$$R_{BH} = 39,5N \quad (3.225)$$

$$P = \sqrt{R_{VA}^2 + R_{HA}^2} = 172,64N \quad (3.226)$$

D'après le tableau des normes des roulements le diamètre de la bague extérieure  $D=47$  mm, la largeur  $B=12$  mm et  $C=11200$  N.

AN :

$$L_{10h2} = \frac{11200}{172,64^3} \frac{10^6}{6 \times 1500} = 3,03 * 10^7 \text{heures}$$

$$L_{10h2} = 3,03 * 10^7 \text{heures}$$

**Calcul de la durée de vie de l'ensemble :**

$$L_{E10} = \left( \left( \frac{1}{L_{10h1}} \right)^{1.5} + \left( \frac{1}{L_{10h2}} \right)^{1.5} \right)^{-1/1.5} \quad (3.227)$$

AN :

$$L_{E10} = \left( \left( \frac{1}{98 * 10^7} \right)^{1.5} + \left( \frac{1}{3,03 * 10^7} \right)^{1.5} \right)^{-1/1.5} = 3,0210^7 \text{heures}$$

$$L_{E10} = 3,0210^7 \text{heures}$$

**Arbre 2 :**

l'arbre 2 tourne avec une vitesse maximale de 2500 tr/min et une vitesse minimale de 500 tr/min alors il faut calculer la durée de vie des roulements dans les deux cas.

1<sup>er</sup> Cas :

Vitesse de rotation de l'arbre  $N_1=2500$  tr/min. Diamètre de l'arbre 2:  $d_2=25$  mm.

$$H = \left( \frac{C}{P} \right)^n \frac{10^6}{6N} (\text{heures}) \quad (3.228)$$

Les charges sont pas les même sur les deux roulements, donc

**Roulement A :**

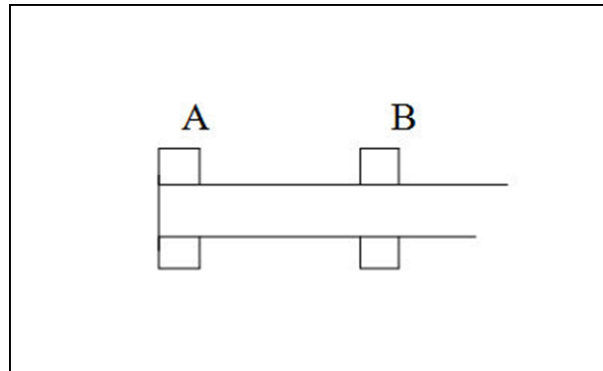


FIG. 3.13 – Les roulement sur l'arbre 2

$$R_{AV} = 113,45 \text{ N}$$

$$R_{AH} = 14,32 \text{ N}$$

$$P = R_{AV}^2 + R_{AH}^2 = 114,35 \text{ N}$$

D'après le tableau des normes des roulements le diamètre de la bague extérieure  $D=47 \text{ mm}$ , la largeur  $B=12 \text{ mm}$  et  $C=11200 \text{ N} \cdot \text{AN}$  :

$$L_{10h1} = \left(\frac{11200}{114,35}\right)^3 \frac{10^6}{6 \times 2500} = 6,26 \times 10^7 \text{ heures.}$$

$$L_{10h1} = 6,26 \times 10^7 \text{ heures.}$$

**Palier B :**

$$R_{BV} = 232,88 \text{ N}$$

$$R_{BH} = 29,4 \text{ N}$$

$P = \sqrt{R_{VA}^2 + R_{HA}^2} = 234,72 \text{ N}$  D'après le tableau des normes des roulements le diamètre de la bague extérieure  $D=47 \text{ mm}$ , la largeur  $B=12 \text{ mm}$  et  $C=11200 \text{ N}$ .

AN :

$$L_{10h2} = \frac{11200^3}{234,72^3} \frac{10^6}{6 \times 2500} = 7,24 \times 10^6 \text{ heures}$$

$$L_{10h2} = 7,24 \times 10^6 \text{ heures.}$$

**Calcul de la durée de vie de l'ensemble**

$$L_{E10} = \left( \left(\frac{1}{L_{10h1}}\right)^{1.5} + \left(\frac{1}{L_{10h2}}\right)^{1.5} \right)^{-1/1.5} \quad (3.229)$$

AN :

$$L_{E10} = \left( \left(\frac{1}{6,26 \times 10^7}\right)^{1.5} + \left(\frac{1}{7,24 \times 10^6}\right)^{1.5} \right)^{-1/1.5} = 6,02 \times 10^6 \text{ heures}$$

$$L_{E10} = 6,02 \times 10^6 \text{ heures.}$$

2<sup>eme</sup> Cas :

Vitesse de rotation de l'arbre  $N_2=500 \text{ tr/min}$ . Diamètre de l'arbre 2 :  $d_2=25 \text{ mm}$ .

$$H = \left(\frac{C}{P}\right)^n \frac{10^6}{6N} \text{ (heures)} \quad (3.230)$$

Les charges sont pas les même sur les deux roulements, donc : **Roulement A :**

$$R_{AV} = 113,45 \text{ N}$$

$$R_{AH} = 14,32 \text{ N}$$

$$P = \sqrt{R_{AV}^2 + R_{AH}^2} = 114,35 \text{ N}$$

D'après le tableau des normes des roulements le diamètre de la bague extérieure  $D=47 \text{ mm}$ , la largeur  $B=12 \text{ mm}$  et  $C=11200 \text{ N}$ .

AN :

$$L_{10h1} = \left(\frac{11200}{114,35}\right)^3 \frac{10^6}{6 \times 500} = 31,32 * 10^7 \text{ heures.}$$

$$L_{10h1} = 6,02 * 10^6 \text{ heures.}$$

**Palier B :**

$$R_{BV} = 232,88 \text{ N}$$

$$R_{BH} = 29,4 \text{ N}$$

$$P = \sqrt{R_{VA}^2 + R_{HA}^2} = 234,72 \text{ N}$$

D'après le tableau des normes des roulements le diamètre de la bague extérieure  $D=47 \text{ mm}$ , la largeur  $B=12 \text{ mm}$  et  $C=11200 \text{ N}$ .

AN :

$$L_{10h2} = \frac{11200^3}{234,72} \frac{10^6}{6 \times 500} = 3,62 * 10^7 \text{ heures.}$$

$$L_{10h2} = 3,62 * 10^7 \text{ heures.}$$

**-Calcul de la durée de vie de l'ensemble**

$$L_{E10} = \left( \left( \frac{1}{L_{10h1}} \right)^{1.5} + \left( \frac{1}{L_{10h2}} \right)^{1.5} \right)^{-1/1.5} \quad (3.231)$$

AN :

$$L_{E10} = 2,96 * 10^7 \text{ heures.}$$

Après les vérifications qu'on a effectuées on voit que les roulements qu'on a choisis sont bon.

# Chapitre 4

## Dimensionnement du système de commande

### 4.1 Dimensionnement de la vis

#### 4.1.1 Calcul du diamètre de la vis

Pour la vis de transmission, on utilise un filetage métrique avec un pas de 0,5 mm.

Et on a choisit ce pas car il nous permet d'obtenir des intervalles de variation de vitesse très réduits.

Pour notre système de réglage on a choisit deux matériaux différents, la vis en acier et l'écrou en fonte.

Le critère de résistance à l'usure qui nous définit la pression moyenne est donné comme suit [6]:

$$P = \frac{F}{\pi * d_2 * h * H * \frac{Z}{pas}} \leq [P] \quad (4.1)$$

$$d_2 \geq \sqrt{\frac{pas * F}{\pi * h * H * Z * [P]}}$$

Avec :

$F = F_{Rmax}$

$d_2$  : Diamètre à flan de filet.

Pas : Pas du filet.

$H$  : Hauteur du filetage.

$Z$  : Nombre de filets.

$[P]$  : Pression admissible sur les filets.

Pour le filet métrique, nous avons  $h=0,640327*$ pas et  $H =0,866*$ pas

$[P]=4 N/mm^2$  Pour vis en acier et écrou en fonte.

AN :

$$d_2 \geq \frac{1,5 \cdot 143,89}{\pi \cdot 0,3201635 \cdot 0,433 \cdot 58,78 \cdot 4}$$

$$d_2 \geq 2,1 \text{ mm}$$

-Calcul de (d) :

On a :

$$d_2 = d - 0,6495 \text{ pas} \Rightarrow d = d_2 + 0,6495 \text{ pas}$$

AN :

$$d = 2,1 + 0,6495 \cdot 0,5$$

$$d = 2,42 \text{ mm}$$

D'où on prend  $d = 10 \text{ mm}$

La vis qu'on peut utiliser c'est une vis à profil métrique avec les caractéristiques suivantes :

$$d = 8 \text{ mm}$$

$$d_2 = 9,67525 \text{ mm}$$

$$d_3 = 9,3866 \text{ mm}$$

$$\text{pas} = 0,5 \text{ mm}$$

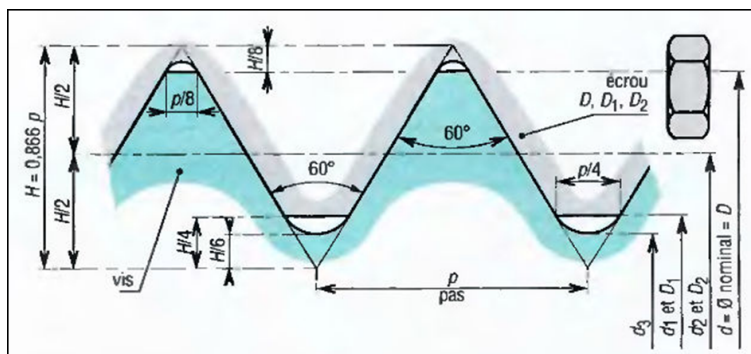


FIG. 4.1 – Filetage métrique ISO à filet triangulaire

Arbre 1 :

### 4.1.2 Calcul du couple de serrage et de desserrage

-Couple de serrage :

L'effort axial  $F$  qui s'exerce sur la vis est obtenu en exerçant un couple de serrage  $C_s$ , qui est exprimé comme suit [15]:

$$C_S = F * \frac{d_2}{2} \left( \frac{\pi * \mu * d_2 * \frac{\sin\beta}{\beta} + pas}{\pi * d_2 + \mu * \frac{\sin\beta}{\beta} * pas} \right) \quad (4.2)$$

Où :

$\mu$ : Coefficient de frottement entre la vis et l'écrou.

$\mu=0,18$  (acier/fonte)

$\gamma$ : Angle au sommet des filets et  $\beta = \frac{\gamma}{2} = \frac{60^\circ}{2} = 30^\circ = 0,52$  rad

AN :

$$C_S = 143,89 * \frac{9,67525}{2} \left( \frac{\pi * 0,18 * 9,67525 * \frac{\sin 0,52}{0,52} + 0,5}{\pi * 9,67525 + 0,18 * \frac{\sin 0,52}{0,52} * 0,5} \right)$$

$$C_S = 130,03 \text{ N.mm}$$

### 4.1.3 Calcul de l'effort manuel nécessaire pour produire le couple

$C_S$

$$F_m = \frac{C_S}{r} \quad (4.3)$$

$F_m$ : L'effort manuel que doit fournir l'opérateur.

$r$ : Rayon de la manivelle.

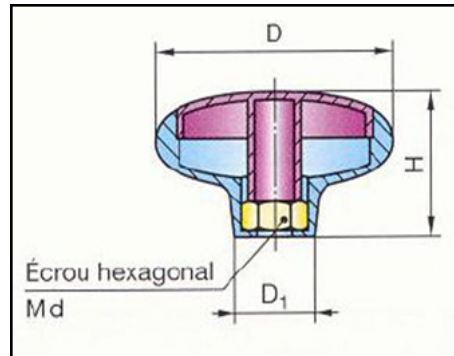
Pour l'entraînement de la vis de réglage nous avons choisis un bouton Alsace avec les caractéristiques suivantes :

$$D = 34 \text{ mm}$$

$$D_1 = 21 \text{ mm}$$

$$H = 34 \text{ mm}$$

$r$ : Rayon de bouton Alsace.

FIG. 4.2 – *Bouton Alsace*

$$AN : F_m = \frac{130,03}{17}$$

$$F_m = 7,64 \text{ N}$$

Effort très facile à produire par l'opérateur.

#### 4.1.4 Vérification de l'irréversibilité des sens de mouvement de la vis

Le couple de desserrage est donné par la relation suivante [15]:

$$C_S = F * \frac{d_2}{2} \left( \frac{\pi * \mu * d_2 * \frac{\sin \beta}{\beta} - pas}{\pi * d_2 + \mu * \frac{\sin \beta}{\beta} * pas} \right) \quad (4.4)$$

La condition d'auto-blocage est :

$$\pi * \mu * d_2 * \frac{\sin \beta}{\beta} - pas > 0 \quad (4.5)$$

$$AN : \pi * 0,18 * 9,67525 * \frac{\sin 0,52}{0,52} + 0,5 = 4,69 \text{ mm}$$

$$4,69 > 0$$

Donc la vis est autobloquante.

## 4.2 Vérification de la vis aux différentes sollicitations

### 4.2.1 Vérification des filets de l'écrou au cisaillement

Sous l'effet de la charge F, les filets sont soumis à une contrainte de cisaillement. Elle est exprimée par :

$$\tau_{cis} = \frac{F}{S} = \frac{F}{\pi * d * H} \quad (4.6)$$

La condition de résistance est donnée comme suit :

$$\tau_{cis} \leq [\tau]_{cis} \quad (4.7)$$

$[\tau]_{cis}$  : Contrainte de cisaillement admissible.

$$[\tau]_{cis} = 0,5 \frac{\sigma_e}{S} \Rightarrow [\tau]_{cis} = 45 \text{ N/mm}^2$$

$\sigma_e = 230 \text{ N/mm}^2$  Pour la fonte à graffite lamellaire.

AN :

$$\tau_{cis} = \frac{143,89}{\pi * 10 * 193}$$

$$\tau_{cis} = 0,24 \text{ N/mm}^2$$

$\tau_{cis} \leq [\tau]_{cis} \Rightarrow$  Les filets résistent au cisaillement.

### 4.2.2 Vérification de la vis au flambement

La condition est :

$$\sigma_{cs} \leq \sigma_{cE} \quad (4.8)$$

$\sigma_{cs}$  : Contrainte de compression simple

$\sigma_{cE}$  : Contrainte critique d'Euler

## 4.3 Calcul de la contrainte critique d'Euler

Elle est exprimée comme suit :

$$\sigma_{cE} = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2} \quad (4.9)$$

$\lambda$  : élancement de barre.

$$\text{Et } \lambda = \frac{L}{r}$$

$r$  : rayon de giration de la section droite de la vis.

$$r = \frac{I_{yy'}}{S}$$

## 4.4 Calcul de la longueur de la vis

La longueur de la vis, c'est celle de la partie filetée qui doit assurer le déplacement du flasque mobile plus une longueur après le filetage.

$$L = L_f + L_{Nf} \quad (4.10)$$

$L_{fi}$  : longueur filetée

$L_{Nfi}$  : longueur non filetée

AN :

$$L = 29,39 + 94,61$$

$$\boxed{L=124 \text{ mm}}$$

## 4.5 Calcul de la section de la vis

$$S = \pi * r^2 = \pi * 10^2 = 314 \text{ mm}^2$$

$$I_{yy'} = \frac{\pi * d^4}{64} = 490,625 \text{ mm}^4$$

$$\Rightarrow r = \frac{490,625}{314}$$

$$\boxed{r=1,25 \text{ mm}}$$

$$\Rightarrow \lambda = \frac{124}{1,25}$$

$$\boxed{\lambda=99,2}$$

$$\text{Calcul de } \sigma_{cc} : \sigma_{cc} = \frac{\pi^2 * 210000}{(99,2)^2}$$

$$\boxed{\sigma_{cc}=210,4 \text{ N/mm}^2}$$

## 4.6 Calcul de la contrainte de compression simple

$$\sigma = 143,89/314$$

$$\boxed{\sigma=0,45 \text{ N/mm}^2}$$

$\sigma < \sigma_{cc}$  donc la vis résiste largement au flambage.

## 4.7 La variation de la vitesse

Comme nous avons vu dans les calculs précédents la course de 10,39 mm varie la vitesse de 500 à 2500  $tr/min$ .

### 4.7.1 Calculant le nombre de tour de la manivelle nécessaire pour effectuer la course de 10,39 mm

Pour effectuer un déplacement d'un pas de la vis il faut tourner la manivelle d'un tour

$$N = \frac{C_R}{pas} \quad (4.11)$$

AN :

$$N = \frac{10,39}{0,5} \quad \boxed{N=20,78 \text{ tr}}$$

Donc pour avancer de 1 mm (2pas) il nous faut 2 tours de la manivelle.

### 4.7.2 Calcul de la variation d la vitesse en fonction de la course (x)

On a:

$$R_e = r_0 + \frac{x}{\tan 13^\circ} \quad (4.12)$$

Et

$$R_s = R_0 - \frac{x}{\tan 13^\circ} \quad (4.13)$$

$R_e$ : La variation du rayon de la poulie d'entrée en fonction de  $x$

$R_s$ : La variation du rayon de la poulie de sortie en fonction de  $x$

Le rapport des vitesses est :

$$i = \frac{N_s}{N_e} \quad (4.14)$$

On a Aussi :

$$i = \frac{R_e}{R_s} \quad (4.15)$$

On remplace (4.12) et (4.13) dans (4.15) on obtient :

$$i = \frac{r_0 + \frac{x}{\tan 13^\circ}}{R_0 - \frac{x}{\tan 13^\circ}} \quad (4.16)$$

Remplaçant (4.16) dans (4.14) pour avoir  $N_s$ :

$$\frac{r_0 + \frac{x}{\tan 13^\circ}}{R_0 - \frac{x}{\tan 13^\circ}} = i = \frac{N_s}{N_e} \Rightarrow N_s = \frac{r_0 + \frac{x}{\tan 13^\circ}}{R_0 - \frac{x}{\tan 13^\circ}} N_e \quad (4.17)$$

L'équation (4.17) n'est pas linéaire, donc la proportion de la vitesse de sortie avec le nombre de tours de la manivelle n'est pas linéaire pour cela nous avons tracé une courbe de vitesse

de sortie en fonction de la course ( $x$ ) comme illustre la figure suivante :

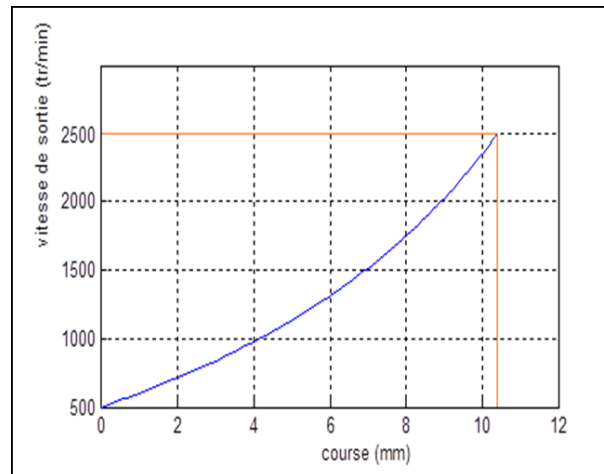


FIG. 4.3 – *La courbe de la variation de vitesse en fonction de la course*

La courbe de la figure(4.2) nous permet de déduire le nombre de tours correspond a chaque vitesse.

# Conclusion Générale

A travers cette étude nous avons reconquis et familiariser avec nombreuse méthodes de conception mécanique en fusant face aux contraintes qu'on peut rencontrer dans une étude d'un produit, depuis la phase de recherche d'informations et de solutions, jusqu'à la réalisation de produit et la réalisation d'une maquette numérique, à l'aide d'un logiciel d'aide à la conception.

Les différentes étapes de calcul, particulièrement celles liées au dimensionnement, vérifient et de mesurent l'utilité ainsi que l'objectif assigné aux différents calculs confortant et mettant ainsi en évidence les différentes théories de la RDM.

Dans ce travail nous avons a arrivé aux résultats suivants:

- La conception d'un variateur de vitesse a lien déformables en choisissant sa forme et les matériaux pour leur fabrication.
- Le dimensionnement des différents éléments de variateur de vitesse tel que : les flasques des poulies et les arbres... etc.
- la réalisation d'une maquette numérique, à l'aide d'un logiciel d'aide à la conception Solide Works.

En perspective, nous souhaitons que cette étude fasse l'objet d'un suivi en terme de réalisation et de servir comme support de travail pour les mécaniciens constructeurs.

# Bibliographie

- [1] Catalogue générale de SKF 2006.
- [2] Catalogue générale de Vari-phi site officielle [www.ptp-industry.com](http://www.ptp-industry.com).
- [3] Guide du calcul en mécanique ..... D. Spenlé R. Gourhant ..... HACHETTE LIVRE 1993, 1998
- [4] Cours de construction mécanique (S5, S6, M1).
- [5] Eléments de machines. .... Gilbert Drouin. .... Edition de l'école polytechnique de Montréal.
- [6] Guide des sciences et technologie industrielles. .... Jean Louis Fanchon. .... AFNOR tour europe. Cedex 7, 92049 paris la défense
- [7] Eléments de machines. .... M. Szwarcman. .... techniques et documentation Lavoisier 1983.
- [8] Encyclopédie : technique d'ingénieur.
- [9] Eléments de machines. .... L. Erlikh ..... Mir 1971.
- [10] Aide mémoire de l'élève dessinateur et de dessinateur industriel ..... M. Norbert. .... Casteilla, paris 1987.
- [11] Guide du dessinateur industriel. .... A. Chevalier ..... 2004.
- [12] Dessin, conception et normalisation : construction mécanique éléments de technologie. .... G. Lenormand. .... Foucher, paris juin 1987.
- [13] Calcul et conception en construction mécanique. .... G. Lenormand. .... Edition

foucher Thom 3 paris juin 1987.

[14]Aide mémoire conception mécanique..... Christian Eloy.....Dunod, Paris.

[15]Calcul et conception en construction mécanique..... G.Lenormand..... Edition  
foucher Thom 3 paris juin 1987.

# Annexe

## Annexe 1

### Dimension des profils des courroies:

Désignation de la section	W 16	W 20	W 31,5	W 40	W 50	W 63	W 80	W 100
Largeur primitive minimale : $I_p$	16	20	31,5	40	50	63	80	100
Largeur primitive minimale : $I$	16,5	20,7	32,6	41,5	51,9	63,3	83	103,7
Hauteur de coté : $h$	5	6,3	10	12,8	16	20	25,5	32
Diamètre primitif Minimal	28	35,5	56	71	90	112	140	180

## Annexe 2

Coefficient de concentration de contraintes  $K_\sigma$  et  $K_\tau$

### 1 Arbre étagé :

$\frac{D}{d}$	$\frac{\rho}{d}$	$K_\sigma$ (flexion)		$K_\tau$ (torsion)	
		$\sigma_R[50$ $Kgf/mm^2$	$\sigma_R[120$	$\tau_R[50$ $Kgf/mm^2$	$\tau_R[120$ $Kgf/mm^2$
$1 \leq \frac{D}{d} \leq 1,2$	0,02	2,2	3,0	1,6	1,8
	0,05	1,6	1,9	1,4	1,5
	0,10	1,5	1,6	1,2	1,3
	0,15	1,3	1,4	1,1	1,2
	0,20	1,2	1,2	1,1	1,2
$1,2 \leq \frac{D}{d} \leq 2$	0,02	2,4	3,5	1,8	2,1
	0,05	2,0	2,2	1,5	1,7
	0,10	1,6	1,7	1,3	1,4
	0,15	1,4	1,5	1,2	1,2
	0,20	1,3	1,4	1,1	1,2

## Annexe 3

Arbre avec rainure de clavette :

$\sigma_R$ en $Kgf/mm^2$	$K_\sigma$ (flexion)	$K_\tau \tau$ (torsion)
50	1,50	1,40
70	1,75	1,65
100	2	1,90

## Annexe 4

Coefficient d'échelle :

Sollicitation et Matériau	Diamètre d en (mm)							
	15	20	30	40	50	70	100	200
$\varepsilon_\sigma$ pour l'acier au carbone	0,93	0,92	0,88	0,85	0,81	0,76	0,70	0,61
$\varepsilon_\sigma$ pour l'acier allié (flexion)	0,85	0,83	0,77	0,73	0,70	0,65	0,59	0,52

## Annexe 5

Coefficient de qualité de surfaces  $\beta_s$ 

Etat de surface	$\sigma_R$ en $Kgf/mm^2$		
	40	80	120
Polissage	1,00	1,00	1,00
Rectification	0,95	0,90	0,80
Tournage grossier	0,85	0,80	0,65

## Annexe 6

Coefficient du traitement superficiel des surfaces  $\beta_{ts}$ 

Traitement superficiel	$\sigma_R$ en $kgf/mm^2$	$\beta_{ts}$ pour les arbre		
		Sans concentration de contraintes $K_\sigma = 1$	Avec petites concentration de contraintes $1 \leq K_\sigma \leq 1,5$	Avec petites concentration de contraintes $1,5 \leq K_\sigma \leq 2$
Trempe superficielle	20 à 80	1,5 à 1,7	1,6 à 1,7	2,4 à 2,8
	80 à 110	1,3 à 1,5	-	-
Nitruration	90 à 120	1,1 à 1,25	1,5 à 1,7	1,7 à 2,1
	40 à 60	1,8 à 2,00	3	-
Carburation	50 à 80	1,4 à 1,5	2	-
	100 à 120	1,2 à 1,3	2	-
Traitement	60 à 150	1,1 à 1,3	1,4 à 1,6	1,6 à 2,1

## Annexe 7

Longueurs normalisées des courroies

Désignation de la section	W16	W20	W31,5	W40	W50	W63	W80	W100
Longueur primitive nominale	450	710	900	1120	1400	1800	2240	2800
	500	800	1000	1250	1600	2000	2500	3150
	560	900	1120	1400	1800	2240	2800	3550
	630	1000	1250	1600	2000	2500	3150	4000
	710	1120	1400	1800	2240	2800	3550	4500
	800	1250	1600	2000	2500	3150	4000	5000
	900	1400	1800	2240	2800	3550	4500	5600
	100	1600	2000	2500	3150	4000	5000	6300

