REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE
Ministère de l'enseignement supérieur et de la recherche scientifique
Université Mouloud Mammeri de Tizi Ouzou
Faculté du génie électrique et de l'informatique
Département d'électronique

Mémoire de fin d'études

En vue d'obtention du diplôme Master en électronique

Option: réseau et télécommunication

Thème

DEPHASEURS ELECTRO-OPTIQUE, MAGNETO-OPTIQUE, DEFLECTEUR ACOUSTO-OPTIQUE : APPLICATION A LA MODULATION OPTIQUE DE PHASE ET D'AMPLITUDE

Proposé et dirigé par :
Mr TAZIBT .S

présenté par :
Mr KEBRI MOHAMED
Mr HELLEL EL KADI

Promotion: 2010/2011.

Remerciements

Nous tenons à remercier le bon Dieu, notre créateur pour nous avoir donnés la force pour accomplir ce travail.

Nos chaleureux remerciements à notre promoteur Mr TAZIBT pour sons aide précieuse sans hésitation.

Nos profonds respects aux membres du jury qui vont nous accorder la faveur de juger ce modeste travail.

Nos remerciements s'adressent également à tous les professeurs du département « Faculté de génie électrique et informatique ».

Sans oublier tous ceux qui nous ont aidés de prés ou de loin pour acquérir le savoir.

Dédicaces

Je dédie ce modeste travail,
D'abord à toute ma chère famille, mes adorables parents que dieu les garde, à mes frères et mes sœurs .
A mon binôme El Kadi et toute sa famille.
A mes camarades et tous les étudiants de 2ème année Master.
Ainsi qu'à tous ceux qui m'ont aidé de prés ou de loin pour l'élaboration de ce travail.

Kebri Mohamed

Dédicaces

Je dédie ce modeste travail,
D'abord à toute ma chère famille, mes adorables parents que dieu les garde, à mes frères.   Et ma sœur .
A mes camarades et tous les étudiants de 2^{éme} année Master.
A mon binôme Mohamed et toute sa famille.
Ainsi qu'à tous ceux qui m'ont aidé de prés ou de loin pour l'élaboration de ce travail.

Hellel   El Kadi

Sommaire

CHAPITRE III

CHPITRE IV :

Introduction

Introduction :

Le monde des télécommunications a connu une importante évolution depuis la mise au point du télégraphe (sur câble électrique) en 1837 par Samuel Morse et l'invention du téléphone en 1875 par Alexander Graham Bell. En effet, grâce à la théorie de l'électromagnétisme de James Clerck Maxwell qui prédit l'existence des ondes radio en 1864, Heinrich Hertz a prouvé expérimentalement l'existence de ces ondes en 1887. Par la suite, en 1894 Olivier James a établi une communication sans fil sur une distance de 140 mètres. Guglielmo Marconi a effectué la première transmission transatlantique en 1901. Un grand pas a été effectué durant les deux derniers siècles avec le développement des systèmes de transmission sur câbles et sur ondes hertziennes, mais la qualité et le débit de la transmission sont resté toujours d'une grande importance. L'idée de se servir de la lumière dans la communication remonte aux feux de bois utilisés par les Grecs et les Perses ainsi qu'aux torches enflammées utilisées par les Romains. En 1958, avec l'invention du laser, l'idée d'utiliser l'optique surgit de nouveau. Le laser (ligt amplification by stymulated émission of radiation) pouvait remplir dans le domaine lumineux le même rôle que l'oscillateur radioélectrique dans le cas des ondes hertziennes.

Il n'y a pas si longtemps, lorsque les systèmes numériques les plus rapides transmettaient l'information à quelques Mbits/s, le câble coaxial remplit parfaitement son rôle du support de transmission. Mais avec l'apparition des nouveaux services de communications, un besoin d'un débit de transmission d'informations plus élevé est apparu, et une alternative au câble coaxial était à trouver : perte très élevées , courtes distances de propagation , performances limitées. La fibre optique remplit très bien ce rôle de support de transmission le mieux adapté à la demande en bande passante. Son utilisation est désormais courante dans les réseaux de télécommunication.

Le modulateur optique est l'un des composants qui permet de satisfaire cette transmission. Son rôle revient à modifier les caractéristiques de la lumière en fonction d'un signal de commande. Elle peut être de type analogique ou numérique

Ce mémoire est composé de quatre chapitres. Le premier s'intéresse à l'étude de la modulation directe qui consiste à moduler en amplitude directement le courant injecté dans un diode laser. Cette méthode a beaucoup d'avantages, parmi ceux-ci on peut citer les faibles coûts. Par ailleurs, elle présente quelques faiblesses, l'inconvénient majeur est la faible puissance ainsi qu'un débit maximum qui ne dépasse pas les 10 Gb/s. Pour remédier ces problèmes, On passe à l'étude des modulations externes (électro-optique, magnéto-optique et acousto-optique).

Le deuxième chapitre est consacré à l'étude de la modulation à effet électro-optique qui consiste à modifie indice du milieu sous l'effet d'un champ électrique quasi statique.

Suivie d'un troisième chapitre qui est consacré à l'étude de la modulation acousto-optique qui est basé sur la condition de Bragg et leurs influences sur le milieu. Nous avons vu aussi pour la modulation acousto-optique, comment la propagation d'une onde acoustique est capable de provoquer un déplacement inhomogène des atomes d'un cristal, c'est à dire l'apparition d'un champ de déformation. Nous avons ensuite indiqué comment ce champ de déformation crée une modulation de l'indice de réfraction du milieu.

On termine par un quatrième chapitre qui est consacré à l'étude de la modulation à l'effet magnéto-optique. Cette méthode est basée sur l'utilisation des modes propres à savoir la polarisation circulaire droite et la polarisation circulaire gauche dont les indices de réfraction sont différents.

CHAPITRE I

MODULTION DIRECTE

I. Les lasers [1]

I.1 Les lasers et l'effet laser

Ce sont des sources qui peuvent avoir des spectres optiques très étroits et dont le faisceau est très directif.

LASER est l'acronyme de « Light Amplification by Stimulated Emission of Radiation » ce qui se traduit en français par : amplification de lumière par émission stimulée de radiations. Le phénomène d'émission stimulée a été découvert par Albert Einstein en 1917: un atome excité soumis au rayonnement d'un photon peut émettre un deuxième photon rigoureusement identique au photon incident. Ce processus fut utilisé pour la première fois en 1954 par Townes dans la construction d'un amplificateur micro-ondes (le MASER ancêtre du LASER). Il est bien évident qu'avec ce processus, il semble possible dans certaines conditions d'obtenir l'amplification d'un faisceau lumineux. Nous verrons que le laser est en fait un oscillateur : il est constitué principalement de trois éléments à savoir le milieu amplificateur de lumière, la cavité résonnante (ou optique) assurant la contre-réaction et la pompe. (Figure(1))

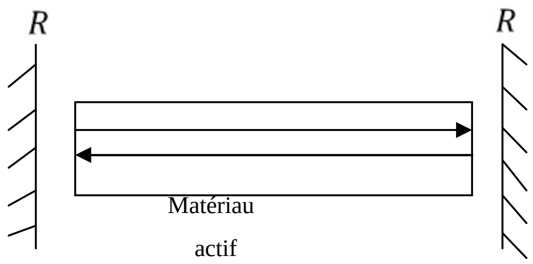


Figure (1) : Schéma de principe d'une cavité laser

L'effet laser est décrit à partir des schémas suivants :

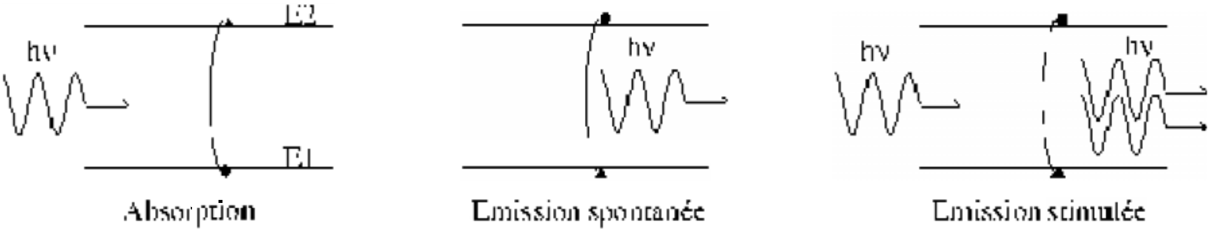


Figure (2) : Schéma des processus de l'interaction lumière-atome

Dans tous les cas, l'énergie du photon est égale à la différence d'énergie entre les 2 niveaux :

$$E_2 - E_1 = h\nu \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(1)$$

Absorption : un photon d'énergie $h\nu$ est absorbé par un atome. Un électron absorbe cette énergie et transite vers le niveau d'énergie E2.

Émission spontanée : un électron du niveau E2 se désexcite spontanément vers le niveau E1. Il émet un photon d'énergie $h\nu$.

Émission stimulée : lors d'une collision inélastique entre un photon, d'énergie $h\nu$, et électron du niveau E2, ce dernier se désexcite en émettant un photon rigoureusement identique au photon incident.

On peut voir sur la Figure(2) que l'amplification de lumière est possible seulement si l'émission est supérieure à l'absorption. Il faut donc avoir plus d'électrons dans le niveau supérieur que dans le niveau inférieur. Ceci s'appelle l'inversion de population. On montre en fait que l'inversion de population n'est pas possible avec un schéma énergétique ne faisant intervenir que 2 niveaux.

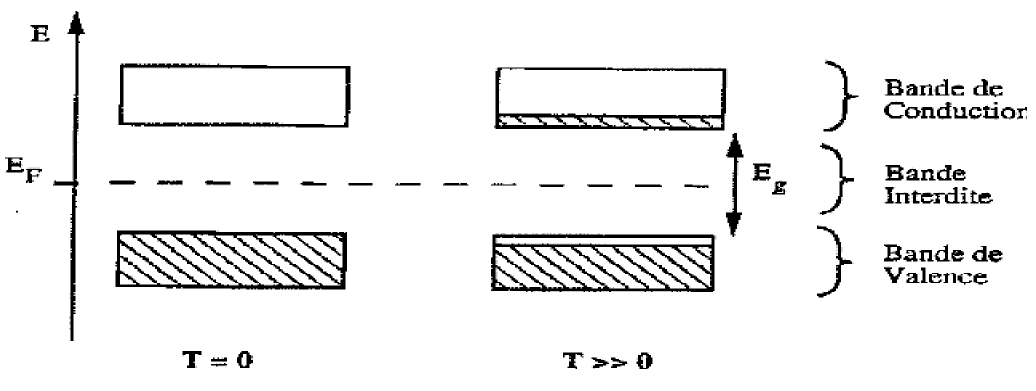
I.2Lasers à semi-conducteurs

I.2.1 Rappel sur les semi-conducteurs.

a) Semi-conducteurs intrinsèques.

Les matériaux semi-conducteurs sont des solides, dont la conductivité augmente avec la température. Cette propriété est due au fait que, à T = 0 K, la bande de valence est pleine et la bande de conduction vide. Il n'y a donc aucun porteur libre. Quand l'agitation thermique augmente, la bande de conduction se peuple et le matériau redevient à nouveau conducteur. La conductivité des matériaux semi-conducteurs est intermédiaire entre celle des métaux et celle des diélectriques (communément nommé isolants).

La différence d'énergie entre le sommet de la bande de valence et le bas de la bande de conduction, notée E_g, est appelée énergie du « gap » (Figure -3-). A titre d'exemple, E_g vaut 1,12 eV pour le silicium (Si) et 1,43 eV pour l'arséniure de gallium (GaAs), à température ambiante. Pour un semi-conducteur intrinsèque (cristal pur), le niveau de Fermi E_F est situé au voisinage du milieu de la bande interdite. La densité d'électrons dans la bande de conduction est, en première approximation, proportionnelle à exp ($-E_F/kT$) (loi de distribution de Fermi Dirac). A température ambiante, kT est de l'ordre de 25 meV. La densité d'électrons est alors très faible, et la **conductivité intrinsèque** est faible pour la plupart des semi-conducteurs.



Figure(3) Peuplement des bandes d'un semi-conducteur intrinsèque.

b) Semi-conducteurs dopés.

Les propriétés électroniques des semi-conducteurs sont considérablement modifiées par le dopage du matériau par des impuretés dont les niveaux d'énergie électronique sont situés dans la bande interdite. Nous nous limiterons au cas des impuretés peu profondes, c'est-à-dire celles pour lesquelles le niveau d'énergie électronique est proche des extrémités de la bande interdite.

On s'intéresse maintenant à un semi-conducteur dopé de type N (par exemple du Si dopé avec une impureté pentavalente). Du faut de l'agitation thermique, l'impureté (pentavalente) s'ionise et fournit un électron à la bande de conduction. Deux conséquences en découlent : le matériau devient conducteur (conductivité extrinsèque), la conduction étant assurée par les électrons mobiles situés dans la bande de conduction. De plus, la répartition d'énergie des électrons est modifiée et le niveau d'énergie de Fermi est supérieur à celui du matériau intrinsèque.

Par ailleurs, on s'intéresse maintenant à un semi-conducteur dopé de type P (par exemple du Si dopé avec une impureté trivalente). L'impureté (trivalente) capture un électron et fournit donc un trou à la bande de valence. Comme précédemment, le matériau devient conducteur. La conduction est pour ce faire assurée par les trous mobiles situés dans la bande de valence. La répartition d'énergie des électrons est modifiée et le niveau d'énergie de Fermi est inférieur à celui du matériau intrinsèque.

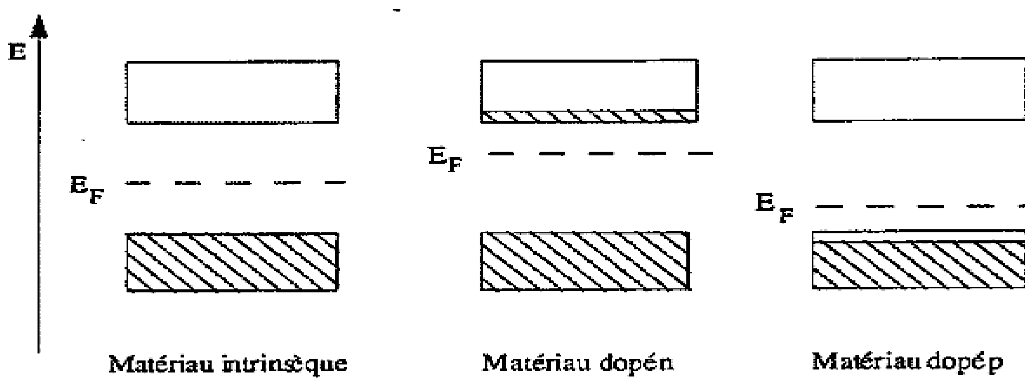
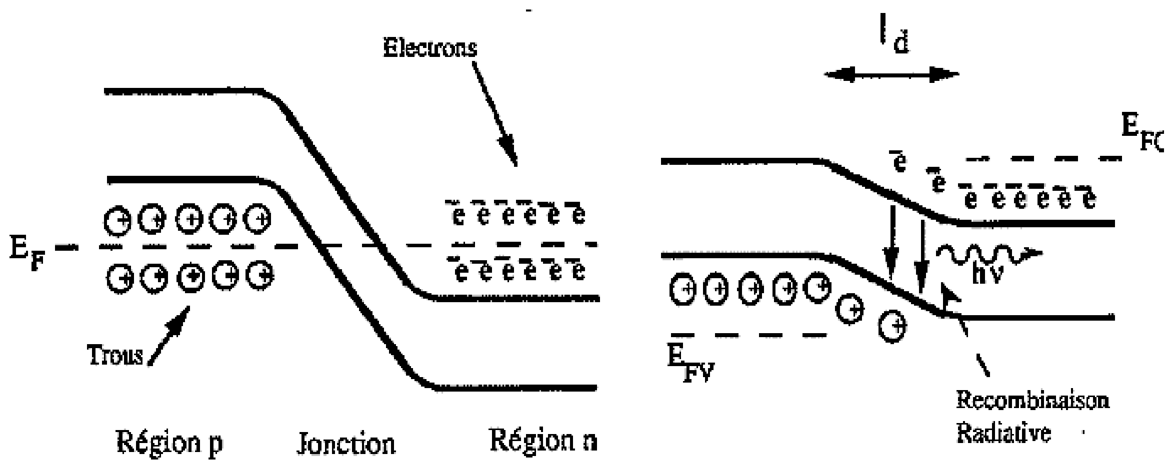


Figure (4) : densité d'électrons dans les bandes et position des niveaux de Fermi

I.2.2 Jonction p-n.

Dans un matériau semi-conducteur, on crée côte à côte une région dopée p et une région dopée n. On réalise alors une jonction p-n. A l'équilibre, les niveaux de Fermi sont égaux (figure (5a)). Lorsque la jonction est polarisée, la jonction n'est plus à l'équilibre. Le semi-conducteur dopé p est caractérisé par un quasi-niveau de Fermi E_{FV} décrivant la répartition en énergie des trous et le semi-conducteur dopé n par un quasi-niveau de Fermi E_{FC} décrivant la répartition des électrons (figure (5b)). A la jonction, les électrons et les trous se recombinent en émettant un photon d'énergie de l'ordre de E_g.



a) Jonction à l'équilibre b) Jonction polarisée

Figure (5) :

On montre que pour que le milieu soit amplificateur, la relation de Bernard et Duraffourg doit être vérifiée, c'est-à-dire :

$$\boldsymbol{E_{FC}} - \boldsymbol{E_{FV}} > hv > \boldsymbol{E_g} \text{ ....(2)}$$

I.2.3Transitions directe et indirecte.

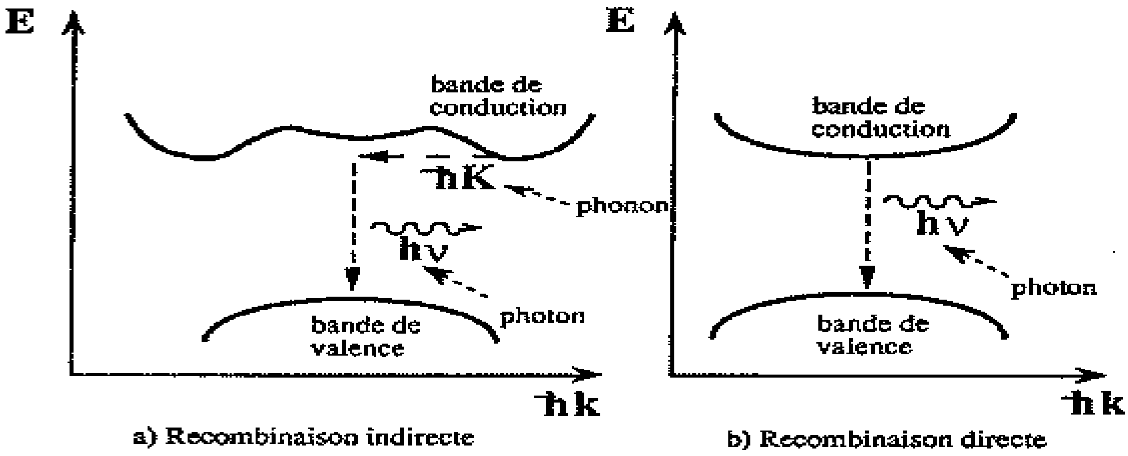
Tous les matériaux ne sont pas aptes à répondre à une excitation électrique par une émission de photons. En ce qui concerne la probabilité d'un électron de se recombiner avec un trou par transition radiative, les semi-conducteurs peuvent être classés en deux catégories :

les matériaux à « saut de bande direct », comme les alliages binaires et ternaires.

les matériaux à « saut de bande indirect », comme Si et Ge.

Dans les semi-conducteurs à saut de bande indirect, le maximum d'énergie de la bande de valence ne correspond pas au minimum d'énergie de la bande de conduction dans le plan impulsion-énergie (figure (6a)). Or, dans le processus d'émission ou d'absorption d'un photon, la quantité de mouvement totale du cristal doit être conservée. Les transitions radiatives par saut d'énergie minimum imposent la participation d'un phonon d'impulsion K pour la conservation de quantité de mouvement et auront donc une probabilité faible. Par contre, dans les semi-conducteurs à saut de bande direct, l'énergie minimum de la bande de conduction coïncide avec le maximum de la bande de valence et la recombinaison s'effectue sans absorption ou émission de phonon (figure (6b)). La probabilité de transition est donc plus forte.

Principalement, les lasers à semi-conducteur sont réalisés à partir des matériaux à saut de bande direct.



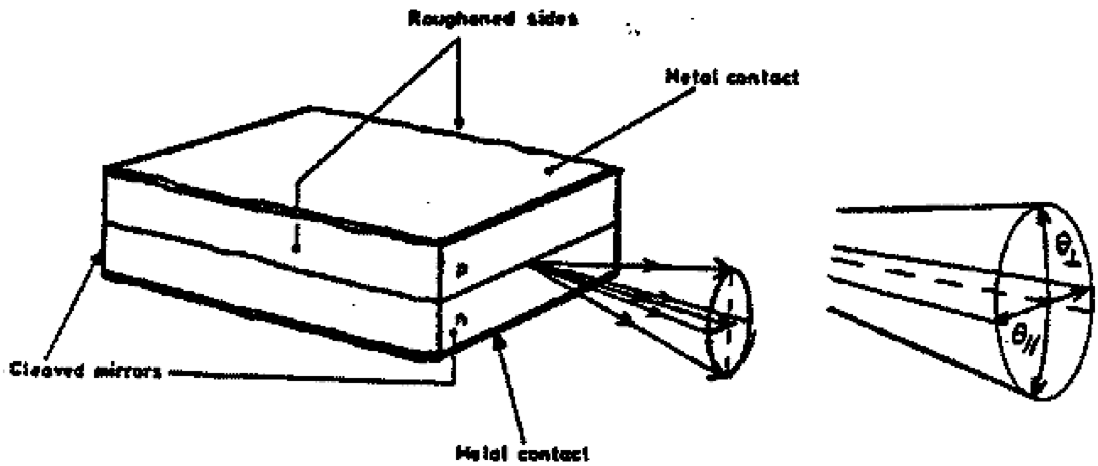
Figure(6) :

I.2.4.LASER

I.2.4.1 Structures des lasers à semi-conducteurs.

a. Homojonction.

On obtient un laser à semi-conducteur en clivant une simple jonction p-n polarisée dans le sens direct, réalisée dans un matériau à saut de bande direct comme GaAs tel que la relation de Bernard et Duraffourg soit satisfaite. Une telle diode laser s'appelle laser à homojonction. Elle se présente sous la forme d'un parallélépipède rectangle. Ses côtés sont rugueux pour supprimer les réflexions sur les faces qui ne forment pas la cavité Fabry-Perot. Le contact électrique se fait par les faces supérieure et inférieure (figure (7)).



Figure(7) :

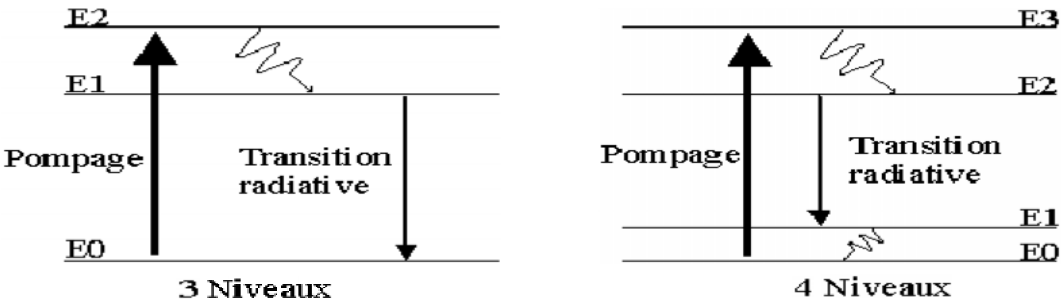
Dans chaque volume élémentaire de la zone active, le nombre de photons créés par seconde est proportionnel au courant injecté. L'effet laser s'établit lorsque le gain est supérieur aux pertes, c'est-à-dire lorsque le nombre d'électrons injectés est supérieur à un certain seuil. Le gain est donc proportionnel au volume de la zone active. Ce volume est égal au produit de la surface de jonction par l'épaisseur de la jonction encore appelée longueur de diffusion L_d des électrons (figure (7)). Dans GaAs, L_d vaut quelques microns à température ambiante.

La valeur du seuil fixe le courant de fonctionnement du laser. A température ambiante (300 K), le seuil pour une diode laser GaAs à homojonction est de l'ordre de 3 A/cm².

I.3.Lasers solides

Les lasers solides utilisent des matrices souvent dopées avec des ions terres-rares. L'intérêt des terres rares est d'avoir des couches électroniques proches du noyau incomplètes alors que d'autres couches plus éloignées du noyau sont complètes. Ces couches profondes sont donc protégées de l'extérieur ce qui explique que les caractéristiques de ces ions soient quasiment les mêmes quelle que soit la matrice utilisée. Les ions actifs les plus souvent utilisés sont le Néodyme et l'Erbium.

Les lasers solides sont de deux types : systèmes à 3 ou 4 niveaux.



Laser 4 niveaux :

Les particules actives sont excitées depuis le niveau fondamental E_0 vers le niveau excité supérieur E_3 (niveau instable) par une source d'énergie extérieure (la pompe). Aussitôt arrivées sur le niveau E_2, ces particules se désexcitent de manière non-radiative vers le niveau E_2 : ce niveau présente une durée de vie assez importante, il est dit « métastable ». Elles transitent ensuite du niveau E_2 (niveau instable) vers le niveau E_1 de manière radiative soit spontanément soit de manière stimulée. Ceci étant, les atomes présents sur le niveau E_1 se désexcitent de manière non-radiative et extrêmement rapide vers le niveau fondamental E_0 (niveau stable).

Laser 3 niveaux :

Les atomes sont excités depuis le niveau fondamental E_0 (niveau stable) vers le niveau E_2 (niveau instable) par une source d'énergie extérieure (la pompe). Les atomes présents sur ce niveau se désexcitent de manière non-radiative et extrêmement rapide vers le niveau E_1. Ce niveau présente une durée de vie assez importante, il est dit « métastable ». Les atomes excités étant piégés sur le niveau métastable, il est possible d'exciter assez d'atomes pour obtenir une inversion de population entre les niveaux E_1 et E_0.

I.3.1. Puissance d’un laser :

Pour que l’effet laser existe, il est nécessaire que la condition d’inversion de population soit atteinte. Plus précisément le taux d’émission stimulée excédera le taux d’absorption seulement si la densité de population au niveau fondamental est inférieure à la densité de population au niveau excité. Dans un semi-conducteur, cette inversion est réalisée par l’injection de porteurs de charges (électrons du côté dopé N et trous du côté dopé P). En plus pour obtenir l’effet laser il faut qu’il y ait suffisamment de photons excitateurs. Pour ce faire, l’énergie lumineuse est confinée dans une cavité résonnante, par exemple, un résonateur du type Fabry-Perot.

Pour répondre à l’extension des systèmes optiques et leurs besoins en sources performantes, le développement des lasers à semi-conducteurs a été très rapide et des progrès considérables ont été faits au niveau de la bande passante et du rendement, notamment grâce au développement des structures à puits quantiques et à cavités modifiées par rétroaction interne distribuée (laser DFB et DBR). Dans le cas des lasers DFB les équations qui régissent l’évolution en fonction du temps du nombre de photons ***P,*** du nombre de porteurs ***N,*** et de la phase de l’onde Ψ sont :

$$\frac{dp}{dt} = A(N - N_0)(1 - \hat{\varepsilon}\, P)P - \frac{P}{\tau_P} + R_{sp} \quad \text{……………………(3)}$$
$$\frac{dN}{dt} = \frac{I}{e}(N - N_0)(1 - \hat{\varepsilon}\, P)P - \frac{N}{\tau_n} \quad \text{…………………………(4)}$$
$$\frac{d\Psi}{dt} = \frac{\alpha}{2}\left[\, A(N - N_0)(1 - \hat{\varepsilon}\, P) - \frac{1}{\tau_P}\ \right] \quad \text{………………………(5)}$$

où les paramètres cités dans ces équations sont :
τ_P : Durée de vie des photons
τ_n : Durée de vie des électrons
N_0: Nombre de porteurs à la transparence
A : Taux de gain différentiel
α: Facteur d’élargissement de raie
R_{sp} : Taux d’émission spontanée
I *:* Courant d’entrée du laser
$\hat{\varepsilon}$: Facteur de compression de gain normalisé

Ces équations ont l’avantage de prendre en compte de manière simple les non-linéarités des lasers à semi-conducteurs et le phénomène de « chirp ». A partir de ces paramètres on peut calculer la puissance optique d’émission du laser P_{iopt} . La puissance optique instantanée P_{IOPT} est alors donnée par la relation :

$$P_{IOPT} = \frac{P.\eta.h.c}{2\tau_P\lambda} \quad \text{………………..(6)}$$

avec :
P : Nombre de photons
η: Rendement quantique différentiel
h : Constante de Planck
τ_P : Durée de vie des photons

Le seuil de l’effet laser est obtenu lorsque le gain maximal compense toutes les pertes que l’onde rencontre au cours de ses allers-retours entre les deux miroirs du résonateur (pertes provoquées par le milieu diffusant, par le phénomène d’absorption et par la transmission du signal vers l’extérieur). Lorsque le courant augmente au-dessus du seuil, l’émission stimulée apparaît. Nous pouvons mesurer ce courant de seuil au niveau du fort coude de la caractéristique puissance-courant du laser présentée sur la (Figure -9-). Le courant de seuil marque la séparation entre un fonctionnement dominé par l'émission spontanée et un fonctionnement dominé par l'émission stimulée

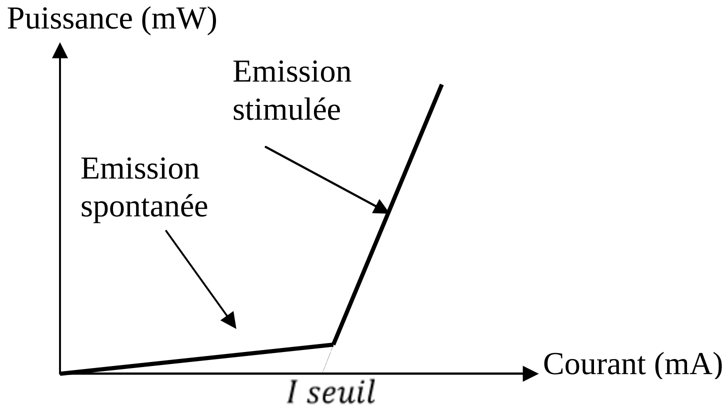
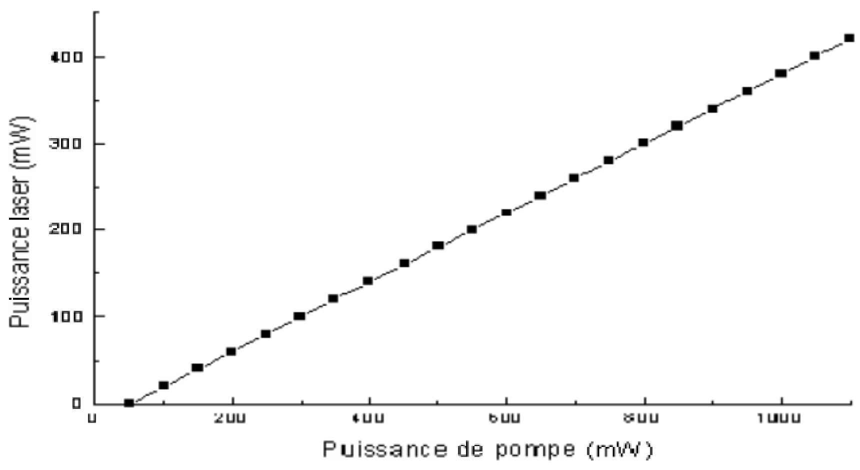


Figure (9) : Caractéristique Puissance-Courant d'un laser

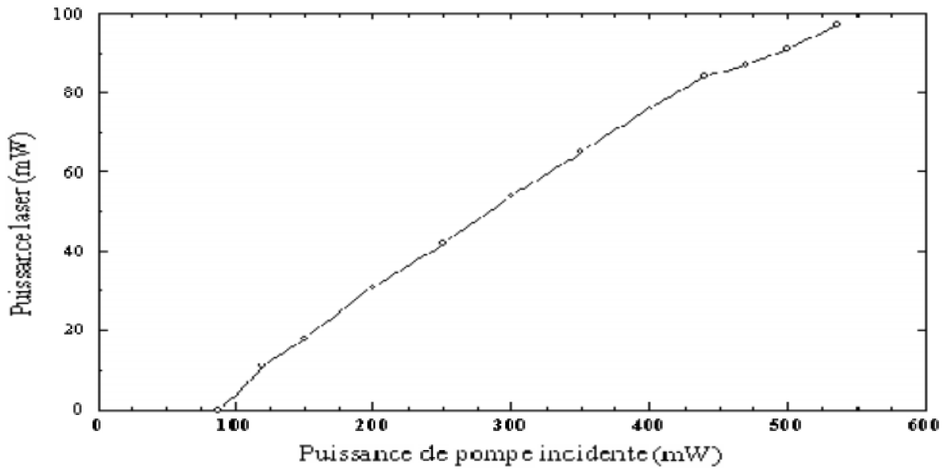
Exemples :

Le YAG : Nd (Grenat d'Ytrium et d'Aluminium dopé avec des ions Néodyme) est un système 4 niveaux. La durée de vie de son niveau métastable est de l'ordre de 200 µs. Les durées de vie des niveaux E_1 et E_3 sont de l'ordre de la dizaine de ns. Il peut être soit excité par des lampes soit par des diodes laser émettant à 0,8 µm (énergie correspondant à E_3-E_0).



Exemple de rendement de laser YAG:Nd pompé optiquement par une diode laser émettant à 0,8 µm

Le verre dopé à l'Erbium est un système 3 niveaux. La durée de vie de son niveau métastable est de l'ordre de 10 ms. La durée de vie du niveau E_2 est de l'ordre d'une centaine de la µs. Il peut être excité par des diodes laser émettant à 0,98 µm (énergie correspondant à E_2-E_0).



Exemple de rendement de laser verre dopé erbium pompé optiquement par une diode laser émettant à 0,98 µm

I.4. Modulation directe [2]:

La méthode consiste à faire varier le courant de la source. Il en résulte une variation proportionnelle de la puissance émise qui suit le signal modulateur à condition d'utiliser la partie linéaire de la caractéristique ***P op =f(I)*** du laser (Figure -10-).

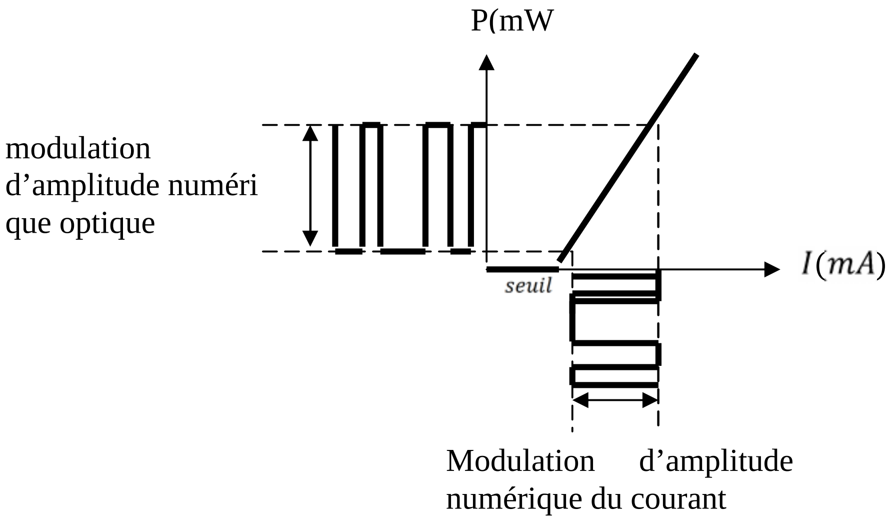


Figure (10) : Modulation directe d'une diode laser

Cette solution de modulation directe requiert assez peu de composants : un laser, un générateur de courant et un circuit de commande ou driver (Figure -11-). Le rôle du circuit de commande est de contrôler la source optique au niveau des puissances émises (en fixant les valeurs du courant d'alimentation). Pour cela, il modifie les niveaux du courant issus du générateur.

Figure (11) : Synoptique de la modulation directe

L'intérêt des communications optiques repose sur la grande capacité potentielle d'informations. Cette capacité ne peut être exploitée que si la modulation de la source peut être faite rapidement. La modulation engendre, pour le haut débit, certaines dégradations sur le signal optique modulé. D'une part le temps de remplissage et de vidage de la cavité résonante du laser, limite le temps de réponse du composant. D'autre part la modulation directe s'accompagne inévitablement d'une modulation de fréquence (chirp) : toute modulation de la densité de porteurs dans la cavité laser cause des fluctuations de l'indice de réfraction et donc de la fréquence de l'onde émise. On peut montrer que si P(t) est la puissance optique émise dépendant du temps, l'écart entre la fréquence instantanée V(t) et sa valeur moyenne<V> est donnée par :

$$V(t) - < V > = \frac{\alpha_H}{4\pi} \left[\frac{d \ln P(t)}{dt} + K_0 P(t) \right| \text{………………(7)}$$

Le premier terme correspondant à la modulation de fréquence dynamique est dominant pour une fréquence de modulation élevée comparé au second, appelé modulation de fréquence adiabatique.

CHAPITRE II

MODULATION ELECTRO-OPTIQUE

II.1 L'effet électro-optique [3]:

L'effet électro-optique est une modification des propriétés réfractives d'un milieu induite par un champ électrique. L'effet dans les cristaux est causé par un déplacement du réseau cristallin, résultant en une modification de la polarisabilité électronique (ou de l'indice de réfraction), ainsi qu'en une modification directe de la polarisabilité électrique sans déplacement du réseau cristallin. L'effet dans les fluides (liquides et gaz) est dû à l'altération des moments électriques existants dans les molécules polaires ou à la création des moments électriques dans les molécules non-polaires, suivi d'une orientation des molécules.
Lorsque l'effet (évolution de l'indice de réfraction) se trouve à être proportionnel au carré de champ électrique, il est connu sous le nom d'effet Kerr (ou effet électro-optique de Kerr). Si l'effet est directement proportionnel au champ électrique, il se nomme effet Pockels (ou effet électro-optique linéaire). L'effet Kerr a été observé dans les gaz, les liquides et les solides, alors que l'effet Pockels ne se produit que dans les cristaux (non centrosymétriques).

II.1.1- Effet Pockels :

C'est l'effet électro-optique linéaire, obtenu lorsqu'on applique un champ externe quasi-statique (w=0). Cet effet est utile pour moduler la lumière. L'indice de réfraction change avec l'application d'un champ électrique. Il a été découvert par Kundt et Röntgen indépendamment en 1883. Il n'existe que pour les cristaux qui n'ont pas de symétrie d'inversion (non centrosymétriques). La théorie générale a été formulée par Pockels en 1893.

II.1.1.A Méthode matricielle :

La polarisation optique est donnée par $\grave{P}_j^w = \chi_{ijk}\hat{E}_j^w \overrightarrow{E_k^0}$ où $P_j^w = Re(\grave{P}_j^w)$. Ce sont les symétries du cristal qui déterminent lesquels des 27 coefficients de la susceptibilité χ_{ijk} $(i, j, l = x, y, z)$ sont permis et qui indiquent comment ils sont associés.
A titre d'exemple, on s'intéresse à l'étude de la classe cristalline $\bar{4}2m$, afin de se familiariser avec l'effet Pockels, cette classe comprend entre autres le KDP(KH2PO4) qui est très utilisé dans les applications. Seuls six des coefficients de la susceptibilité sont non nuls comme il découle des effets de symétrie. Ils sont associés comme suit :

$$\chi_{xyz} = \chi_{yxz} \;\; ; \;\; \chi_{yzx} = \chi_{xzy} \quad \text{et} \quad \chi_{zxy} = \chi_{zyx} \qquad \dots\dots\dots\dots\dots\dots (1)$$

Si on applique un champ continu E_z dans la direction Oz, il ne reste que deux termes :

$$P_x^w = \varepsilon_0 \, \chi_{xyz} \, E_y^0 \, E_z^0 \quad \text{et} \quad P_y^w = \varepsilon_0 \, \chi_{yxz} \, E_x^0 \, E_z^0 \qquad \dots\dots\dots\dots\dots\dots (2)$$

Dans ce cas-ci, χ_{ijk} doit être hermétique en i<=> j et les coefficients sont réels[2]. Or chaque composante de l'induction électrique est donnée par :

$$D_i = \varepsilon_0 \varepsilon_{ij} E_j^w + \varepsilon_0 \chi_{ijk} E_j^0 E_l^0 \qquad \dots\dots\dots\dots\dots..(3)$$

qui permet d'aboutir à la permittivité diélectrique effective :

$$D_i = eff(\varepsilon_{ij})\, E_j = \varepsilon_0 \, n^2 \left[\vec{E} - \hat{s}(\hat{s}.\vec{E})\right]_i \qquad (4)$$

$$\text{avec } eff\ (\bar{\bar{\varepsilon}}) = \varepsilon_0 \begin{vmatrix} \varepsilon_{xx} & \chi_{xyz}E_z^0 & 0 \\ \chi_{xyz}E_z^0 & \varepsilon_{xx} & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_{zz} \end{vmatrix} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(5)$$

Traitons, à titre d'exemple, le cas où la direction de propagation est aussi suivante Oz et cherchons les valeurs propres ainsi que les vecteurs propres par la méthode matricielle.

A.1. Indice propre (valeurs propres) :

Il y a deux solutions pour les indices propres :

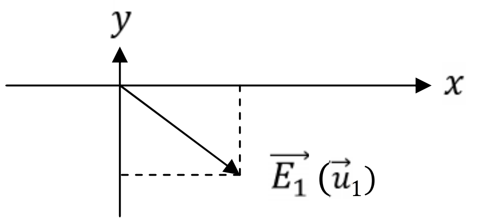
$$n_1^2 = \varepsilon_{xx} + \chi_{xyz}E_z^0 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(6)$$

$$n_2^2 = \varepsilon_{xx} - \chi_{xyz}E_z^0 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (7)$$

A.2.Vecteur propres (directions propres) :

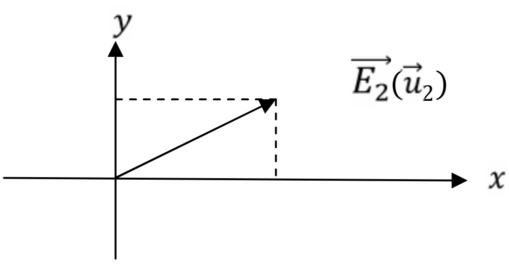
Elles correspondent à deux directions d'orientation du champ électrique $\vec{E}$, pour lesquelles chaque champ observe un indice particulier. En effet, pour la valeur propre n_1 de l'indice de réfraction, on aboutit à $E_y = -E_x$:

$\overrightarrow{E_1} = \begin{bmatrix} E_x \\ E_y \end{bmatrix} = E_0 \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}$: la direction propre fait un angle de $(-45°)$ par rapport à l'axe des « x » et caractérisée par un vecteur unitaire qu'on note volontairement $\vec{u}_1$



Par ailleurs, pour la valeur propre $n = n_2$, on trouve que $E_y = E_x$

$\overrightarrow{E_2} = \begin{bmatrix} E_x \\ E_y \end{bmatrix} = E_0 \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$: la direction propre fait un angle de $(+45°)$ par rapport à l'axe des « x » et caractérisée par un vecteur unitaire qu'on note volontairement $\vec{u}_2$.



On s`intéresse maintenant au cas où le champ électrique incident $\vec{E}$ est orienté selon l`axe des "x" . Il est donc possible de décomposer $\vec{E} = E_x\overrightarrow{U_x} = E_0\overrightarrow{U_x}$ dans la base des vecteurs propres $\vec{u}_1$ et $\vec{u}_2$

$$\vec{E} = E_0 \frac{\sqrt{2}}{2} \begin{vmatrix} e^{j[wt-k_0 n_1 z]} \\ e^{j[wt-k_0 n_2 z]} \end{vmatrix} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(8)$$

A. 3-Différence de phase relative :

On a :

$$\vec{E} = E_0 \frac{\sqrt{2}}{2} e^{j[wt-\frac{1}{2}k_0(n_1+n_2)z]} \ldots\ldots\ldots\ldots(9)$$

où $\quad |\Delta\varphi| = k_0 |n_1 - n_2| z$

avec $z = L$, on aura : $\quad |\Delta\varphi| = \frac{2\pi}{\lambda_0} |n_1 - n_2|\, L$

$$|\Delta\varphi| = \frac{4\pi}{\lambda_0} L\, \chi_{xyz}\, E_z^0 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(10)$$

II.1.1.B Méthode de l’indicatrice [4] :

L’étude de la modulation électro-optique, c'est-à-dire l’effet des champs électriques externes sur l’indice de réfraction est facilitée par l’utilisation de l’indicatrice (ellipsoïde d’indice). En l’absence de champ électrique et dans un milieu anisotrope l’ellipsoïde des indices prend la forme suivante :

$$\frac{x^2}{n_x^2} + \frac{y^2}{n_y^2} + \frac{z^2}{n_z^2} = 1 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(11)$$

avec : $\quad x = n\frac{D_x}{D}$; $y = n\frac{D_y}{D}$ et $z = n\frac{D_z}{D}$, n étant l’indice de réfraction observé par l’onde électromagnétique le long de la direction de propagation, $\vec{D} = (D_x, D_y, D_z)$ est l’induction électrique.

Dans le cas où l’on applique un champ extérieur, l’effet électro-optique se manifeste en changeant les indices de réfractions. L’ellipsoïde des indices est déformé et l’indicatrice est généralement représentée par l’équation suivante :

$$a_{11}x^2 + a_{22}y^2 + a_{33}z^2 + 2a_{23}yz + 2a_{31}zx + 2a_{12}xy = 1$$

qui peut être mise sous la forme ci-après :

$$(x, y, z)\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{12} & a_{22} & a_{23} \\ a_{13} & a_{23} & a_{33} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = 1 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots(12)$$

Cette modification se traduit par une variation des composantes η_I du tenseurs d’imperméabilité et donc de l‘indice du milieu ($\eta_I = \varepsilon_0(\varepsilon^{-1})_I = \frac{1}{n^2}$).

Cette variation est proportionnelle au champ statique appliqué. Dans la mesure où la modification d`indice est petite on peut écrire :

$$\Delta\eta_I = \eta_I(E) - \eta_I(0) \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(13)$$

Prenons comme exemple l'effet électro-optique dans le phosphate de potassium dihydrogène, KH_2PO_4 (ou KDP), qui appartient au groupe de symétrie $\bar{4}2m$. Pour cela, la forme du tenseur électro-optique est donnée par :

$$r_{ij} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ r_{41} & 0 & 0 \\ 0 & r_{41} & 0 \\ 0 & 0 & r_{63} \end{bmatrix} \ldots\ldots\ldots\ldots(14)$$

On note que les seuls éléments non nuls sont $r_{41} = r_{52}\ et\ r_{63}$. Cependant, en l'absence de champ, l'ellipsoïde des indices dans le repère des axes principaux est donnée par :

$$\frac{x^2}{n_0^2} + \frac{y^2}{n_0^2} + \frac{z^2}{n_e^2} = 1 \ldots\ldots\ldots\ldots(15)$$

Lorsqu'on applique un champ E suivant Oz, tel que $E = E_Z\,\vec{u}_Z$, la relation (15) devient :

$$\frac{x^2}{n_0^2} + \frac{y^2}{n_0^2} + \frac{z^2}{n_e^2} + 2r_{63}\mathrm{xy} = 1 \ldots\ldots\ldots(16)$$

Qu'on peut mettre sous la forme :

$$(x, y, z) \begin{bmatrix} \frac{1}{n_0^2} & r_{63}E_Z^0 & 0 \\ r_{63}E_Z^0 & \frac{1}{n_0^2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{n_e^2} \end{bmatrix} (x, y, z) = 1 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(17)$$

On note que l'effet du champ électrique est donc de faire apparaître des termes croisés dans l'ellipsoïde des indices prouvant ainsi que les nouveaux axes principaux ne coïncident plus avec (Ox, Oy, Oz). La forme quadratique (16), peut se mettre toutefois sous forme canonique par une rotation des coordonnées. Les nouveaux axes et indices principaux vont dépendre de l'orientation et de l'amplitude du champ E. Pour mettre (16) sous forme canonique, la méthode la plus simple consiste à diagonaliser la forme bilinéaire symétrique qui lui est associée, c'est-à-dire le tenseur d'imperméabilité. En effet, l'équation cartésienne de l'ellipsoïde des indices est donnée par :

$$(x\ y\ z)\ P^{-1}P \begin{bmatrix} \frac{1}{n_0^2} & r_{63}E_z & 0 \\ r_{63}E_z & \frac{1}{n_0^2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{n_e^2} \end{bmatrix} P^{-1}P \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = 1 \qquad \ldots\ \ldots\ldots(18)$$

tel que $P^{-1}P = \overline{\overline{I}}$ est la matrice identité.

La matrice d'imperméabilité est diagonalisable. Elle prend la forme :

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{n_0^2} + r_{63}E_z & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{n_0^2} - r_{63}E_z & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{n_e^2} \end{bmatrix} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(19)$$

Les vecteurs propres normalisés qui engendrent les nouveaux axes principaux sont :

$$\vec{u}_x = \frac{1}{\sqrt{2}}(\vec{\imath} + \vec{\jmath})\ldots\ldots\ldots\ldots(20)$$

$$\vec{u}_y = \frac{1}{\sqrt{2}}(-\vec{\imath} + \vec{\jmath})\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(21)$$

$$u_z = \vec{k}\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (22)$$

qui correspond à une rotation des (x, y) de $(45°)$ autour de l'axe des z dans le sens des aiguilles d'une montre. Ceci étant, les nouveaux axes principaux sont obtenus par rotation de 45^0 autour de OZ dans ce nouveau repère. L'ellipsoïde des indices prend de nouveau la forme :

$$\left(\frac{1}{n_0^2} + r_{63}E_z\right) x'^2 + \left(\frac{1}{n_0^2} - r_{63}E_z\right) y'^2 + \frac{1}{n_e^2} z'^2 = 1 \qquad \ldots\ldots(23)$$

C'est ainsi que les nouveaux indices principaux peuvent se déduire de la relation précédente :

$$\frac{1}{n_{x'}^2} = \frac{1}{n_O^2} - r_{63}E_z \quad \Rightarrow \quad n_{x'} \approx n_0 + \frac{1}{2}n_0^3 r_{63} E_z\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(24)$$

$$\frac{1}{n_{y'}^2} = \frac{1}{n_O^2} + r_{63}E_z \quad \Rightarrow \quad n_{y'} \approx n_0 - \frac{1}{2}n_0^3 r_{63} E_z\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(25)$$

$$\frac{1}{n_{z'}^2} = \frac{1}{n_e^2} \quad \Rightarrow \quad n_{z'} = n_e\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(26)$$

On peut aussi appliquer l'effet électro-optique au niobate de lithium qui est un milieu biréfringent uniaxe négatif. On prend (Oz) comme axe optique. On note que le cristal de $LiNbO_3$ possède une maille rhomboédrique (ou trigonale). Il appartient donc au groupe de symétrie d'espace 3m. Ceci signifie que l'axe d'ordre 3 (ou l'axe Oz) est un axe de symétrie d'ordre 3. La forme de tenseur électro-optique de niobate de lithium est la suivante :

$$r = \begin{bmatrix} 0 & -r_{22} & r_{13} \\ 0 & r_{22} & r_{13} \\ 0 & 0 & r_{33} \\ 0 & r_{51} & 0 \\ r_{51} & 0 & 0 \\ -r_{22} & 0 & 0 \end{bmatrix}\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(27)$$

Ceci dit, en l'absence de champ électrique, l'ellipsoïde des indices s'écrit :

$$\frac{x^2}{n_0^2} + \frac{y^2}{n_0^2} + \frac{z^2}{n_e^2} = 1\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(28)$$

Et que lorsqu'on applique un champ extérieur E, selon 0z, l'ellipsoïde des indices devient alors :

$$\frac{x^2}{n_0^2} \quad + \quad \frac{y^2}{n_0^2} \quad + \quad \frac{z^2}{n_e^2} + \sum_{i,j} r_{ij3} x_i x_j \;=\; 1 \;\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots..(29)$$

En utilisant toutefois le tenseur électro-optique, on obtient la relation suivante :

$$\left(\frac{1}{n_0^2} + r_{13}E\right)x^2 \; + \left(\frac{1}{n_0^2} + r_{13}E\right)y^2 + \left(\frac{1}{n_0^2} + r_{33}E\right)z^2 \;=\; 1\ldots\ldots\ldots\ldots \;(30)$$

On obtient l'équation d'un ellipsoïde directement sous forme canonique, c'est-à-dire qu'il n'y a aucun terme croisé. On constate donc que les axes principaux restent les mêmes qu'en l'absence de champ électrique appliqué. Les nouveaux indices principaux du milieu s'obtiennent en identifiant à l'expression générale suivante :

$$\frac{x^2}{n_x^2} \quad + \quad \frac{y^2}{n_y^2} \quad + \quad \frac{z^2}{n_z^2} = 1\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(31)$$

d'où :

$$\frac{1}{n_x^2} = \;\frac{1}{n_0^2} + r_{13}E \;\ldots\ldots\ldots\ldots.(32)$$

$$\frac{1}{n_y^2} = \;\frac{1}{n_0^2} + r_{13}E \;\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots..(33)$$

$$\frac{1}{n_z^2} \;=\; \frac{1}{n_0^2} + r_{33}E\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots..(34)$$

Si l'on suppose la modification d'indice petite, en peut faire un développement limité qui conduit à :

$$n_x \;=\; n_0 - \frac{1}{2}n_0^3 r_{13}E\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(35)$$

$$n_y \;=\; n_0 - \frac{1}{2}n_0^3 r_{13}E\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots..(36)$$

$$n_z \;=\; n_e - \frac{1}{2}n_e^3 r_{33}E\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots..(37)$$

Le milieu demeure uniaxe car $n_x \;=\; n_y$.

II.1.2 Effet Kerr [5][6] :

C'est l'effet électro-optique quadratique. Il a été découvert par Kerr en1875. L'effet Kerr est normalement négligeable si l'effet Pockels est présent. Il est surtout visible pour les matériaux qui ont une symétrie d'inversion par rapport à un centre de symétrie car, dans ce cas, l'effet linéaire, ou de Pockels, disparaît. L'effet quadratique pour les solides est habituellement beaucoup plus faible que l'effet linéaire (de plusieurs ordres de grandeur). Cet effet peut être décrit par la susceptibilité χ_{ijlm} .

$$P_i^w \;=\; 3\chi_{ijlm}E_j^w E_l^0 E_m^0\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots..(38)$$

Le champ externe appliqué apparaît deux fois (terme quadratique), avec des polarisations différentes. Le tenseur χ est donc à quatre indices. Suivant la même approche que dans le cas de l'effet Pockels, on obtiendra une indicatrice déformée par suite de l'application du champ externe. Par contre, on peut décrire l'effet à l'aide des élément S_{ij} d'un tenseur $S_{ij,kl}$ en tenant compte des symétries (notation contractée). Les indices i, j de S_{ij} vont de 1 à 6. De même que l'indicatrice de l'effet Pockels s'exprimait à l'aide de termes $r_{ij}E_k$ ici, elle s'exprime à l'aide des termes $S_{ij}E_kE_l$.

$$\chi_{ijkl} = \frac{-\varepsilon_{ii}\varepsilon_{jj}}{3\varepsilon_0}S_{ijkl}\text{............}(39)$$

L'indicatrice pour l'effet Kerr prend la forme suivante :

$$\begin{aligned}1 = \; & x^2\left(\frac{1}{n_x^2} + S_{11}E_x^2 + S_{12}E_y^2 + S_{13}E_z^2 + 2S_{14}E_YE_z + 2S_{15}E_zE_x + 2S_{16}E_xE_y\right) \\ & +y^2\left(\frac{1}{n_y^2} + S_{21}E_x^2 + S_{22}E_y^2 + S_{23}E_z^2 + 2S_{24}E_YE_z + 2S_{25}E_zE_x + 2S_{26}E_xE_y\right) \\ & +z^2\left(\frac{1}{n_z^2} + S_{31}E_x^2 + S_{32}E_y^2 + S_{33}E_z^2 + 2S_{34}E_YE_z + 2S_{35}E_zE_x + 2S_{36}E_xE_y\right) \\ & +2yz\left(S_{41}E_x^2 + S_{42}E_y^2 + S_{43}E_z^2 + 2S_{44}E_YE_z + 2S_{45}E_zE_x + 2S_{46}E_xE_y\right) \\ & +2zx\left(S_{51}E_x^2 + S_{52}E_y^2 + S_{53}E_z^2 + 2S_{54}E_YE_z + 2S_{55}E_zE_x + 2S_{56}E_xE_y\right) \\ & +2xy(S_{61}E_x^2 + S_{42}E_y^2 + S_{63}E_z^2 + 2S_{64}E_YE_z + 2S_{65}E_zE_x + 2S_{66}E_xE_y)\text{....}(40)\end{aligned}$$

II.1.2.A Effet Kerr dans un milieu isotrope : un milieu optique isotrope devient biréfringent s'il est placé dans un champ électrostatique. Cet effet vient de l'alignement des molécules à cause du champ. Le matériau devient uniaxe avec l'axe optique parallèle au champ électrique $\vec{E} = (0,0,E_{z)} = (0,0,E)$, par exemple. Pour un milieu isotrope, la matrice des coefficients de l'indicatrice a la forme d'une matrice 6×6.

[S]=

$$\begin{bmatrix} s_{11} & s_{12} & s_{12} & 0 & 0 & 0 \\ s_{12} & s_{11} & s_{12} & 0 & 0 & 0 \\ s_{12} & s_{12} & s_{11} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2}(s_{11}-s_{12}) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2}(s_{11}-s_{12}) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2}(s_{11}-s_{12}) \end{bmatrix}$$

avec toutefois $S_{23} = S_{12} = S_{13} = S_{21}$ et $S_{33} = S_{22} = S_{11}$.

L'indicatrice se simplifie considérablement :

$$x^2\left(\frac{1}{n^2} + s_{12}E^2\right) + y^2\left(\frac{1}{n^2} + s_{12}E^2\right) + z^2\left(\frac{1}{n^2} + s_{11}E^2\right) = 1 \ldots\ldots\ldots.(41)$$

et peut être mise sous forme :

$$\frac{x^2+y^2}{n_0^2} + \frac{z^2}{n_e^2} = 1 \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{n_0^2} = \frac{1}{n^2} + S_{12}E^2 \quad \text{et} \quad \frac{1}{n_e^2} = \frac{1}{n^2} + S_{11}E^2$$

où n_0 est l'indice de réfraction pour la lumière polarisée perpendiculaire à l'axe E_z et n_e l'indice de réfraction pour la lumière polarisée parallèlement à E_z. En regardant la matrice $[S]$ précédente on constate que :

$$S_{44} = \frac{1}{2}(s_{11} - s_{12}) \ldots\ldots\ldots\ldots(42)$$

$$n_e - n_0 = K\lambda_0 E^2 \ldots\ldots\ldots\ldots.(43)$$

K : constante de Kerr

Où λ_0 est la longueur d'onde dans le vide. Pour un matériau isotrope, on a :

$$s_{44} = -\frac{K\lambda_0}{n^3} \ldots\ldots\ldots\ldots (44)$$

II.2.Les modulateurs électro-optiques (effet Pockels):

II.2.1 Principe de la modulation :

La variation d'indice de réfraction $\Delta n = 1/2 n_{eff}^3 r_{eff} E$ induite par effet électro-optique provoque une différence de phase $\Delta\varphi$ entre les deux composantes de champ électrique associé à l'onde lumineuse se propageant dans le cristal. Cette différence de phase $\Delta\varphi$ est proportionnelle à la longueur de propagation L :

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda_0} L\delta n = \frac{\pi L}{\lambda_0} n_{eff}^3 r_{eff} E = \frac{\pi L}{\lambda_0 d} n_{eff}^3 r_{eff} V \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (45)$$

λ_0 est la longueur d'onde de la lumière dans le vide, V est la tension appliquée entre les électrodes du déphaseur. On voit donc que, de la même manière que les lames à retard, les cristaux électro-optique permettent de modifier ou moduler, à partir d'une commande électrique, l'état de polarisation d'une lumière. L'interférence entre les deux composantes de la lumière est destructive si la différence de phase vaut π : il y a extinction de l'onde sortante. La tension qui correspond à un déphasage de π est appelée tension demi-onde.

$$V_\pi = \frac{\lambda_0 d}{n_{eff}^3 r_{eff} L} \qquad \ldots\ldots.(46)$$

et par suite :

$$\Delta\varphi = \frac{\pi L}{d} \frac{V}{\lambda_0 d} n_{eff}^3 r_{eff} L \qquad \ldots\ldots.(47)$$

II.2.2 Les différents types de configurations :

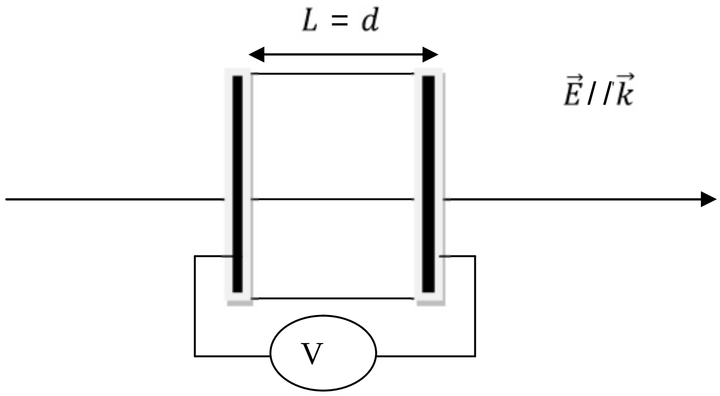
A. Modulation électro-optique longitudinale :

Dans cette configuration, le champ électrique appliqué et la direction de propagation de la lumière sont parallèles. Cette géométrie permet de traiter des faisceaux lumineux de diamètre important (large acceptance angulaire) avec des lames très fines. Elle nécessite néanmoins le dépôt d'électrodes transparentes. De plus, puisque $= d$, le déphasage induit par le champ ne dépend pas de L :

$$\Delta\varphi = \pi \frac{V}{V_\pi} \qquad \ldots..(48)$$

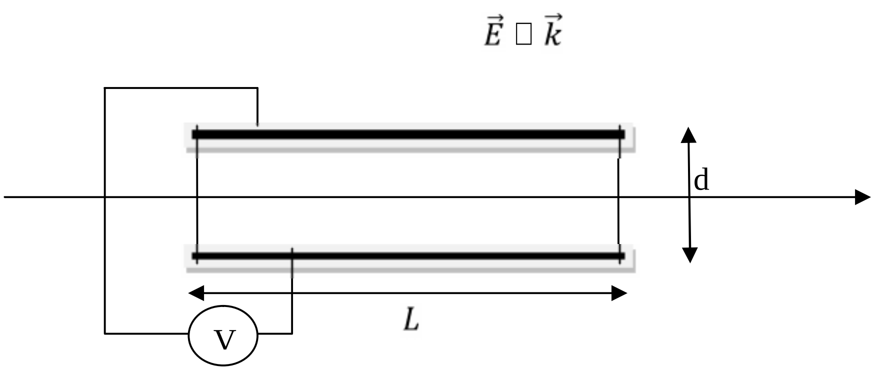
La tension de commande ne pourra donc pas être diminuée en augmentant L :

$$E = \frac{V}{d} = \frac{V}{L} \quad \ldots.(49)$$



$V_\pi = \frac{\lambda_0}{n_{eff}^3 r_{eff}}$ ………………(50)

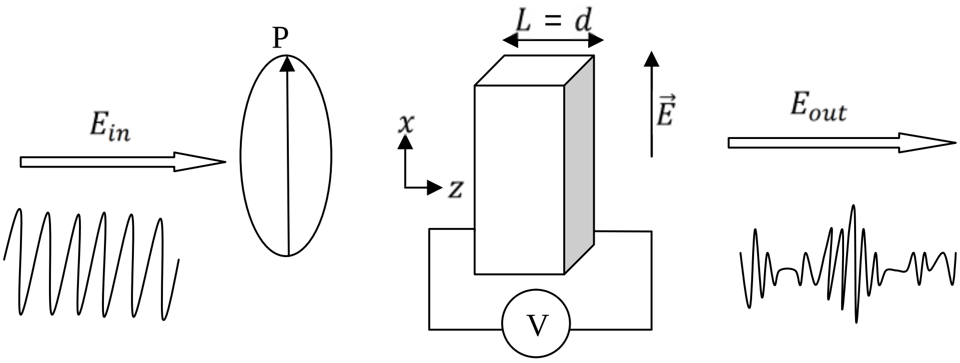
B. Modulation électro-optique transversale :
Cette fois les directions d'application du champ électrique et de propagation de la lumière sont orthogonales. Cette géométrie est intéressante puisqu'on peut bénéficier d'une grande longueur d'interaction entre le champ électrique appliqué et le champ de l'onde lumineuse. Les expressions de la tension demi-onde V_π et du déphasage induit $\Delta\varphi$ sont les mêmes que celles données en (46) et (48).



II.2.3 Les différents types de modulation électro-optiques :

A. Modulation électro-optique de phase :

Considérons un cristal en configuration longitudinale :



Figure(1) : Modulateur électro-optique de phase

Le faisceau lumineux est polarisé suivant l'axe principale x du cristal et est décrit par :

$$E_{in} = A\cos(w_0 t) \text{……(51)}$$

La tension V appliquée suivant l'axe principal z a pour expression :

$$V = V_m sin w_m t$$

L'application de cette tension ne change pas l'état de polarisation de l'onde à la sortie E_{out} mais uniquement sa phase :

$$\Delta\square_x = \frac{\pi V_m}{V_\pi}\sin(w_m t) = \delta\sin(w_m t) \dots\dots (52)$$

où δ est l'indice ou la profondeur de modulation. L'onde à la sortie de cristal peut se réécrire :

$$E_{out} = A\cos(w_0 t + \delta\sin(w_m t)) \quad \text{……(53)}$$

Elle voit sa phase modulée avec un indice de modulation δ. En utilisant des identités des fonctions de Bessel :

$$\cos(\delta\sin(w_m t)) = J_0(\delta) + 2\sum_{p=1}^{\infty} J_{2p}(\delta)\cos(2p\omega_m t) \quad \text{…..(54)}$$

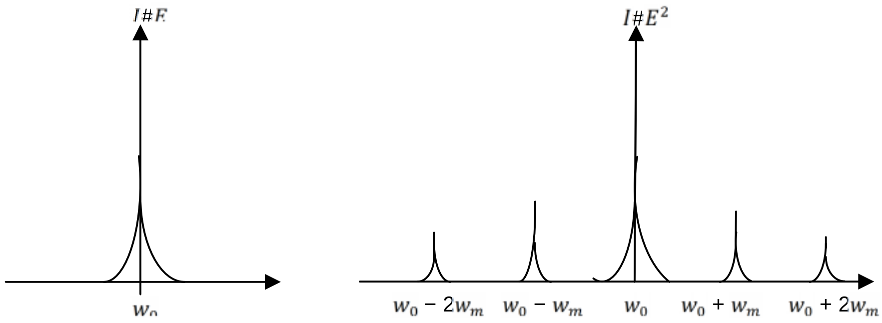
$$\sin(\delta\sin(w_m t)) = 2\sum_{p=0}^{\infty} J_{2p+1}(\delta)\cos((2p+1)\omega_m t) \quad \dots\dots (55)$$

l'équation (53) peut se réécrire :

$$E_{out} = A\sum_{p=-\infty}^{+\infty} J_p(\delta)\cos(\omega_0 t + p\,\omega_m) \qquad \text{…………………(56)}$$

avec $J_{(-p)} = (-1)^p J_p$

La répartition spectrale de l'intensité du faisceau lumineux de sortie est illustrée par la figure suivante :



B. Modulation électro-optique d'amplitude :
Considérons un cristal en configuration longitudinale tels que ses axes principaux soient à 45° relativement aux polariseurs croisés et placés en entrée et en sortie de ce cristal. De plus, une lame quart d'onde $(\lambda/4)$, dont les axes sont à 45° par rapport aux axes du cristal, est placée avant le polariseur de sortie :

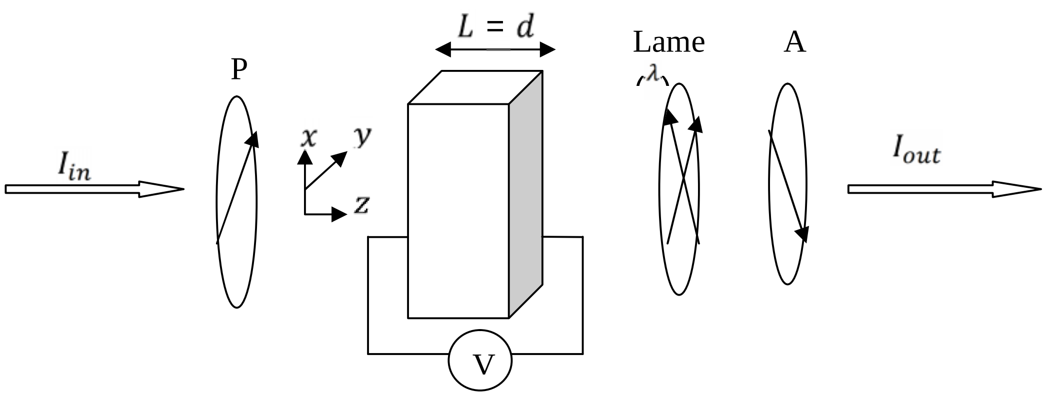
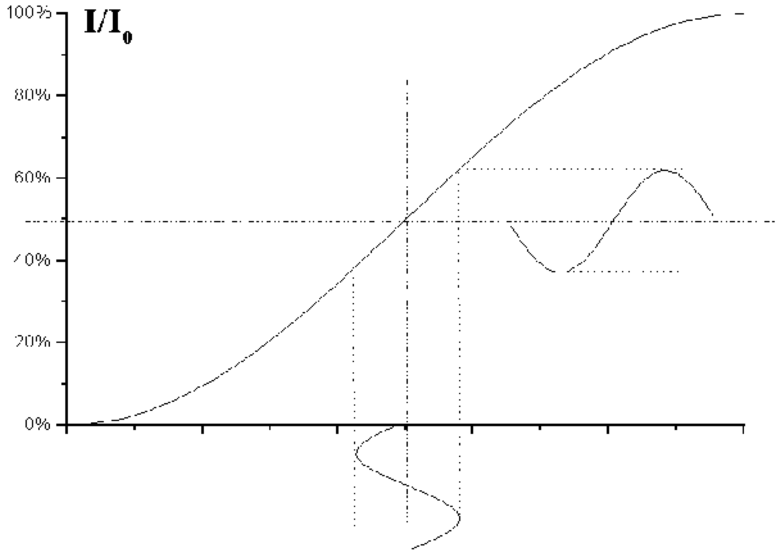


Figure (2) : Modulateur électro-optique d'amplitude

De façon classique, l'intensité à la sortie d'un tel montage peut se mettre sous la forme suivante :

$$I_{out} = I_{in} \sin^2\left(\frac{\Delta\square}{2}\right) \qquad \text{…. (57)}$$

où δ□ est le déphasage introduit par le cristal. Cette fonction peut se représenter comme suit :



Si on suppose que l'axe Oz correspond à l'axe optique (pas de déphasage introduit par le cristal quand il n'y a pas de champ appliqué) et si $V = V_m \sin w_m t + V_{\pi/2}$, le déphasage $\Delta□$ s'écrit :

$$\Delta□ = \pi \frac{V}{V_\pi} = \pi \frac{V_m}{V_\pi} \sin w_m t + \pi \frac{V_{\pi/2}}{V_\pi} = \delta \sin w_m t + \frac{\pi}{2} \quad \text{…………..(58)}$$

L'équation (57) devient alors :

$$I_{out} = \frac{I_{in}}{2}[\sin^2(\frac{\pi}{4} + \frac{\delta}{2} \sin w_m\, t)] = \frac{I_{in}}{2}[1 + \sin(\delta \sin w_m t)] \quad \text{…..(59)}$$

Pour des indices de modulation tels que δ<<1, l'équation (58) devient :

$$I_{out} = \frac{I_{in}}{2}[1 + \delta \sin w_m t)] \quad \text{…(60)}$$

Ce point de transmission correspondant à 50% de transmission voit l'intensité du faisceaux lumineux modulée à la fréquence de la tension électrique appliquée, avec un indice du modulation δ.

II.2.4- Modulation électro-optique, cas de KDP[4] :

II.2.4.1 Introduction :

Un champ électrique est susceptible de changer l'ellipsoïde des indices. Or, la propagation d'une onde dans un cristal anisotrope est reliée à l'ellipsoïde. On peut donc utiliser l'effet électro-optique pour contrôler la propagation de cette onde, et on suppose comme exemple une onde plane qui se propage dans un cristal de KDP dans la direction oz en présence d'un champ électrique statique suivant la même direction. Le retard de phase entre les deux composantes polarisées suivant les axes neutres pour un milieu de longueur L est.

$$\Gamma = \frac{2\pi l}{\lambda}(n_{x'} - n_{y'}) = \frac{2\pi}{\lambda} n_0^3 r_{63} E_z l = \frac{2\pi}{\lambda} n_0^3 r_{63} V \quad \text{…..(61)}$$

où V=$E_z\, l$ est la différence de potentiel appliquée aux bornes du cristal.

II.2.4.2 Modulation d'amplitude et de phase en mode longitudinal :

A. Modulation d'amplitude.

Considérons le dispositif de la figure (3) et supposons une tension appliquée de la forme $\Gamma = \pi \frac{V_0}{V_\pi} \cos \Omega t$. Le vecteur de Jones incident sur le cristal, dans le repère (ox', oy')est.

$$Ji = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix}1\\1\end{pmatrix} \quad \text{…..(62)}$$

Après traversée du cristal, le vecteur de Jones du déphaseur devient:

$$J_s = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} e^{i\Gamma/2} \\ e^{-i\Gamma/2} \end{pmatrix} \quad …….(63)$$

avec : $\Gamma = \pi \frac{V}{V_\pi}$ ….. (64)

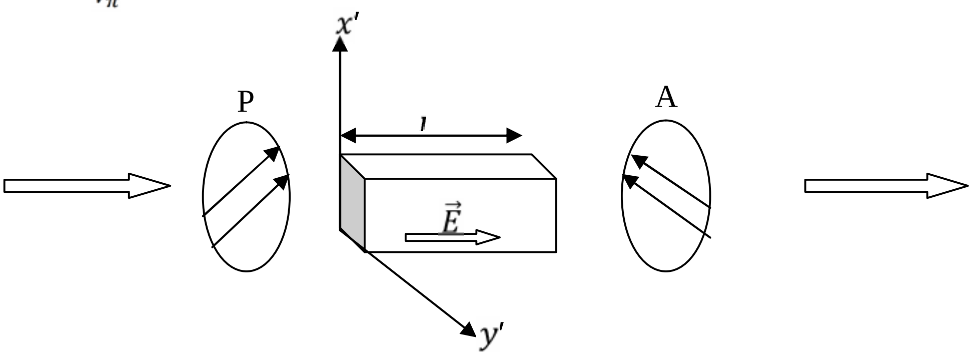


Figure (3): cristal de KDP placé entre un polariseur et un analyseur croisés à 45° des axes neutres sous champ.

$$J_e = P_a(P_a^+ . J_s)$$

où $P_a = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ est le vecteur unitaire définissant l'axe passant de l'analyseur, d'où l'on a :

P_a^+ : le vecteur unitaire adjoint(transposé et conjugué)

$$J_e = P_a(\frac{1}{2}\left(e^{i\Gamma/2} - e^{-i\Gamma/2}\right)) = i\sin(\frac{\Gamma}{2}P_a) \quad ……………. (65)$$

L'intensité de sortie du système est donc :

$$I = J_e^+ . J_e I_0 = I_0 \sin^2(\frac{\pi}{2}\frac{V_0}{V_\pi}\cos \Omega t) \quad …………...(66)$$

J_e^+ : le vecteur de Jones adjoint émergent dans l'ensemble.

où I_0 est l'intensité incidente. L'intensité de sortie est donc modulée en amplitude. Si l'on suppose $V_0 << V_\pi$, alors :

$$\frac{I}{I_0} \approx \frac{\pi^2}{4}(\frac{V_0}{V_\pi})^2 \cos^2 \Omega t = \frac{\pi^2}{8}(\frac{V_0}{V_\pi})^2(1 + \cos 2\Omega t) \quad ……………. (67)$$

On a pour cela deux cas principaux.

Cas -a : Modulation d'amplitude au point de fonctionnement V=0 :

L'intensité de sortie ne suit pas les variations temporelles imposées par la tension (figure(4)) En effet, pour une tension telle que V_0 □ V_π sinusoïdale de pulsation Ω, I est modulée à la fréquence 2Ω. De plus, l'amplitude de la modulation est très petite. Pour contourner ce problème, on choisit comme point de fonctionnement V= $\frac{V_\pi}{2}$.

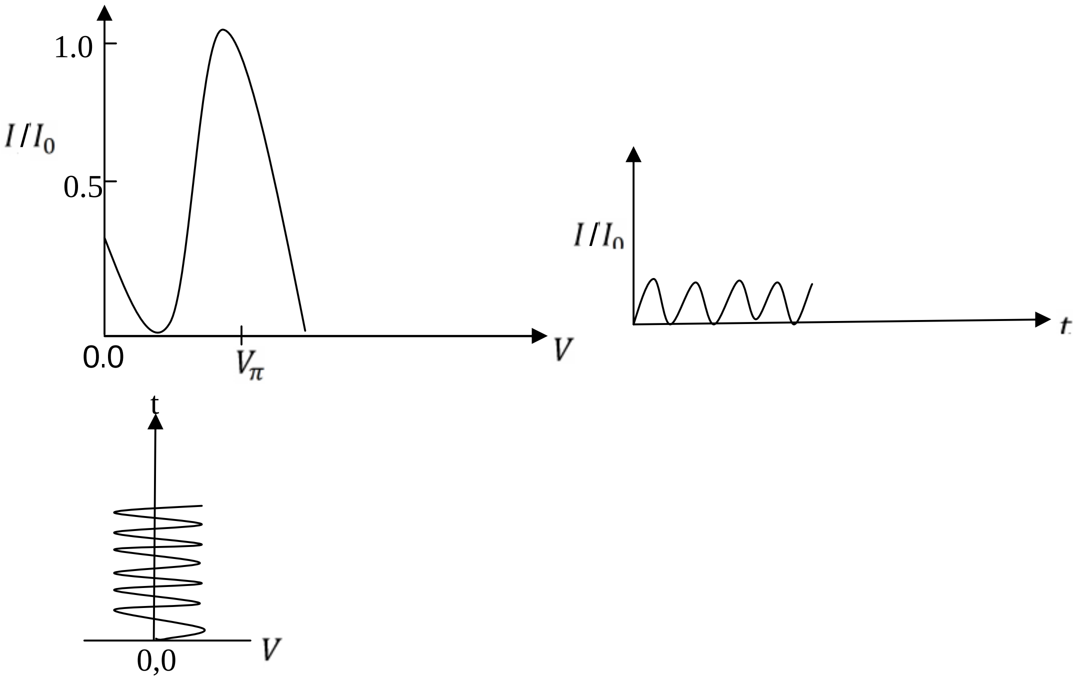


Figure (4): modulation d'amplitude au point de fonctionnement $V = 0$

Cas –b. Modulation d'amplitude au point de fonctionnement V= $\frac{V_\pi}{2}$.

Autour de ce point, la caractéristique $I = f(V)$ est pratiquement linéaire. Pour atteindre ce point, on doit appliquer une tension de $\frac{V_\pi}{2}$ sur laquellle vient s'additionner le signal. Cependant comme la tension demi-onde est relativement élevée, il est plus commode de se positionner au point de fonctionnement désiré en insérant une lame $\frac{\lambda}{4}$, entre le polariseur et l'analyseur, dont les axes neutres sont parallèles à $ox' et\ oy'$. Le dispositif est schématisé sur la figure(5).

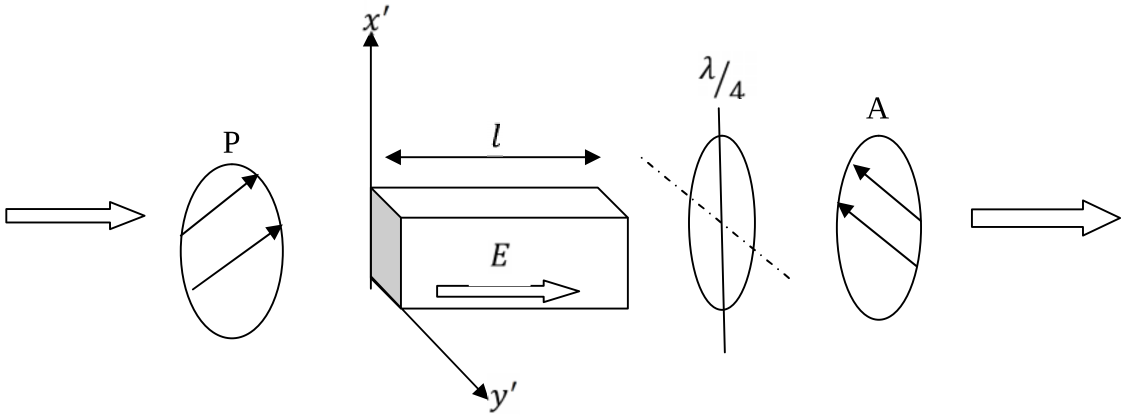


Figure (5): dispositif de modulation d'amplitude au point de fonctionnement V= $\frac{V_\pi}{2}$

Déterminons le vecteur de Jones émergeant de l'ensemble.
Avant le cristal électro-optique

$$Ji = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix}1\\1\end{pmatrix} \quad \ldots (68)$$

avec la matrice de Jones du polariseur donnée par : $\frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix}1 & 0\\0 & 1\end{pmatrix}$….(69)

Après le cristal, on a : $J_1 = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix}e^{i\Gamma/2}\\e^{-i\Gamma/2}\end{pmatrix}$ où $\Gamma = \pi\frac{V_0}{V_\pi}\cos\Omega t$

Or la matrice de Jones du déphaseur est donnée par : $\begin{pmatrix}e^{i\frac{\Gamma}{2}} & 0\\0 & e^{-i\frac{\Gamma}{2}}\end{pmatrix}$ ….(70)

De plus, la matrice de Jones d'une lame $\frac{\lambda}{4}$ est $\begin{pmatrix}e^{i\pi/4} & 0\\0 & e^{-i\pi/4}\end{pmatrix}$ ……(71)

Ainsi, après la lame $\frac{\lambda}{4}$:

$$J_2 = \begin{pmatrix}e^{i\pi/4} & 0\\0 & e^{-i\pi/4}\end{pmatrix}\begin{pmatrix}e^{i\frac{\Gamma}{2}} & 0\\0 & e^{-i\frac{\Gamma}{2}}\end{pmatrix}\frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix}1\\1\end{pmatrix} \quad \ldots\ldots (72)$$

$$J_2 = \begin{pmatrix}e^{i\pi/4} & 0\\0 & e^{-i\pi/4}\end{pmatrix}\begin{pmatrix}e^{i\Gamma/2}\\e^{-i\Gamma/2}\end{pmatrix}\ldots..(73)$$

$$J_2 = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix}e^{i(\Gamma/2+\pi/4)}\\e^{-i(\Gamma/_{2+\pi/4})}\end{pmatrix}\ldots..(74)$$

Par ailleurs, en ajoutant un analyseur ayant la matrice de Jones $\frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix}1 & 0\\0 & -1\end{pmatrix}$, l'équation (74) devient :

$$J_e = \frac{1}{2}\left(e^{i(\Gamma/2+\pi/4)} - e^{-i(\Gamma/2+\pi/4)}\right)P_a = i\sin\left(\frac{\Gamma}{2}+\frac{\pi}{4}\right)P_a \quad \ldots (75)$$

Comme la matrice de Jones du l'analyseur est exprimée par $\frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix}1 & 0\\0 & -1\end{pmatrix}$, le coefficient de transmission de l'ensemble est :

$$T = \frac{1}{2}\left(1+\sin(\pi\frac{V_0}{V_\pi}\cos(\Omega t))\right)\ldots (76)$$

Par ailleurs, si V_0 □ V_π alors :

$$T = \frac{1}{2}\left[\ 1 + \pi\frac{V_0}{V_\pi}\cos(\Omega t)\ \right] \quad (77)$$

Le signal transmis suit alors les variations imposées par la tension de commande comme le montre la figure (6) :

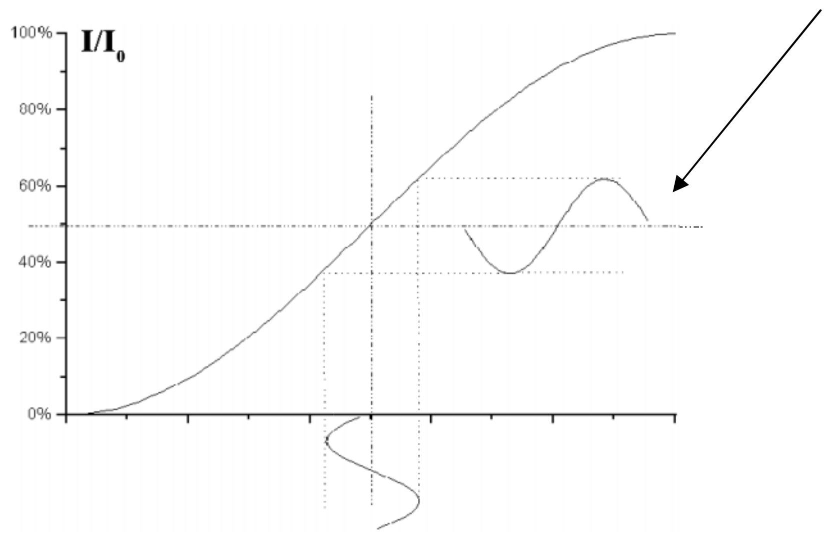
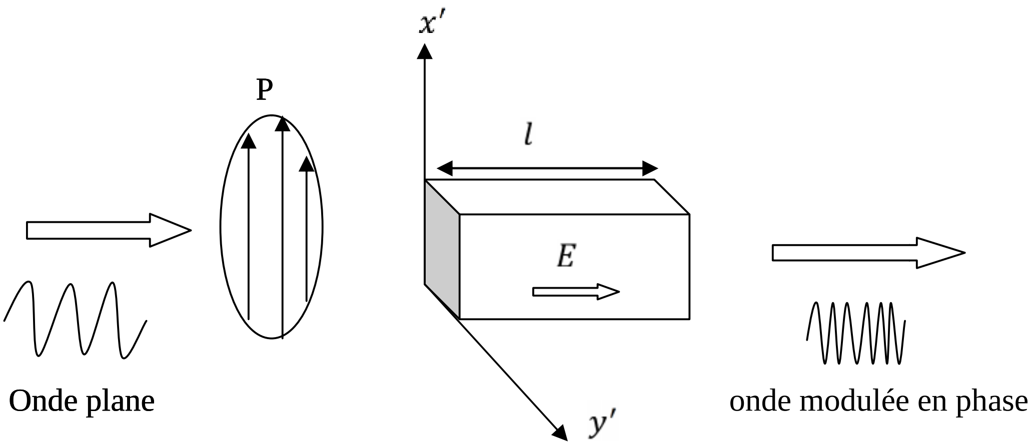


Figure 6 : modulation d'amplitude au point de fonctionnement $V = V_\pi/2$.

B. Modulation de phase :

Un cristal électro-optique (en KDP par exemple) placé entre un polariseur et un analyseur croisé permet de moduler en amplitude. Si l'on considère un vecteur de Jones incident suivant ox' ou oy' on peut moduler la phase de l'onde électromagnétique. Le schéma de principe est illustré par la figure(7). Dans cette configuration, lorsque la tension est appliquée, la polarisation de l'onde parallèle à l'axe (ox') n'est pas modulée en traversant le cristal, il y a simplement un changement de phase :

$$\Delta\varphi_{x'} = -\frac{wl}{c}\Delta n_{x'} = \frac{wn_0^3}{2c}r_{63}E_z l = \frac{wn_0^3 r_{63}V}{2c} \qquad (78)$$



Figure(7) : dispositif pour la modulation de phase

Considérons une tension de la forme $V = \sin w_m t$. Le champ émergeant prend la forme :

$$E_s = A\cos(wt - \frac{w}{c}(n_0 l - \frac{n_0^3 r_{63}}{2} V_0 \sin(w_m t)))\ldots(79)$$

Le champ de sortie est donc modulé en phase. Ceci étant, un développement en série de fourrier donne le spectre d'énergie du champ sortant :

$$E_s = A \sum_{p=-\infty}^{+\infty} J_p(\varphi) \cos(\omega + p\omega_m)t \qquad (80)$$

avec $J(-p) = (-1)^p J_p$ et $\varphi = \frac{w n_0^3 r_{63} V_0}{2c}$ où J_p est la fonction de Bessel de première espèce d'ordre p.

II.2.4.3 : Modulation d'amplitude : Mode transverse.

Dans les paragraphes précédents nous avons considéré des systèmes dans lesquels la lumière se propage dans la direction d'application du champ électrique : c'est le mode longitudinal. Dans le mode longitudinal, l'utilisation d'électrodes transparentes avec un trou est nécessaire. Dans ce cas, le retard de phase Γ est indépendant de l'épaisseur du cristal et dépend seulement de V cela conduit à des tensions demi-onde relativement élevée. Un moyen d'obtenir des tensions demi-onde plus petites consiste à appliquer le champ électrique perpendiculairement à la direction de propagation de la lumière : c'est le mode transverse.

Considérons le dispositif de la (figure -8-) où une onde polarisée à 45° des axes neutres sous champ est incidente sur un cristal de KDP, par exemple, aux bornes duquel on applique une tension selon l'axe oz. Le compensateur de Babinet sert à compenser la biréfringence naturelle en absence de champ électrique appliqué de telle sorte que la transmission soit nulle.

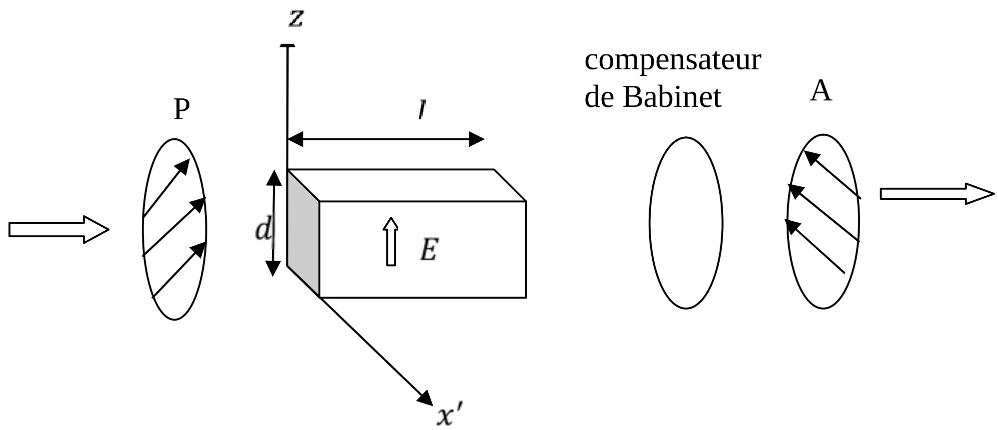


Figure (8) : modulateur électro-optique en mode transverse

Lorsque la tension est appliquée, les indices principaux deviennent :

$$n_{x'} = n_0 - \frac{1}{2} n_0^3 r_{63} E_z \quad \ldots (81)$$

$$n_z = n_e$$

Le retard de phase entre les axes neutres sous champ oz et ox' est :

$$\Gamma = \frac{2\pi}{\lambda}[(n_e - n_0)l + \frac{1}{2} n_0^3 r_{63} V \frac{l}{d} \quad \ldots (82)$$

Où le premier terme est indépendant de la tension et le second est induit par le champ électrique. Le compensateur de Babinet est utilisé pour annuler le premier terme. La tension demi-onde est donnée par :

$$V_\pi = \frac{\lambda}{n_0^3 r_{63}}(\frac{d}{l}) \quad \ldots (83) .$$

II.2.5 Modulateur du type Mach-Zehnder[7],[8],[9],[3] :

II.2.5.1 Principe du modulateur du type Mach-Zehnder :

La modulation optique à haute fréquence (GHz) induite par un modulateur Mach-Zehnder est due à un effet électro-optique (effet Pockels) dans le cristal utilisé (Niobate de lithium par exemple). La lumière est séparée en deux à l'entrée, traverse deux bras puis se recombinent en sortie. En faisant varier le champ électrique appliqué dans les régions constituant les bras du modulateur, on modifie l'indice de matériaux et donc la phase de l'onde optique.

En choisissant la tension appliquée sur chacun des deux bras, on obtient à la sortie, des interférences constructives ou destructives nous permettant ainsi d'obtenir une modulation d'intensité. En effet, l'application d'une tension aux bornes du cristal électro-optique va générer une variation des indices extraordinaire et ordinaire du milieu biréfringent constituant le modulateur.

Les interférences entre les deux bras de l'interféromètre vont alors transformer la variation de phase de l'amplitude associée à la variation de l'indice extraordinaire en une variation d'intensité.

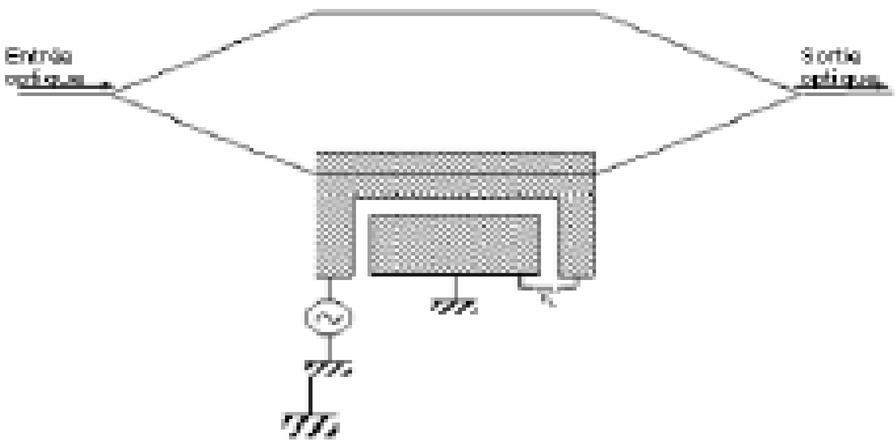


Figure 9 : Structure d'un modulateur du type Mach- Zehnder

Dans un modulateur d'amplitude du type Mach-Zehnder la couche guidante est réalisée avec un matériau cristallin non linéaire. L'onde lumineuse se propage dans les deux bras du modulateur. Lorsque l'on applique une tension électrique au niveau de l'électrode, l'indice de réfraction du bras du modulateur soumis au champ électrique varie. Si la tension appliquée est égale à la tension nécessaire pour modifier la phase de l'onde de π, lorsque les deux ondes se rejoignent au niveau de la partie commune, elle vont interférer de façon destructive : un minimum d'intensité lumineuse est alors obtenue en sortie de modulateur. Cette tension est généralement prise comme référence pour caractériser ce type de modulateur et est appelée V_π.

Ainsi, la lumière est couplée dans deux guides par un embranchement Y. les deux faisceaux se recombinent ensuite dans un deuxième embranchement en Y. L'indice de réfraction du matériau électro-optique, placé sur l'un des 2 bras de l'interféromètre, est modifié par l'application d'une tension, entrainant ainsi un déphasage entre les deux faisceaux. Suivant leur différence de marche (phase relative), les deux faisceaux interférent de manière constructive (toute la puissance optique est disponible en sortie), ou destructive (aucune lumière n'est injectée dans le guide de sortie). Entre ces deux extrêmes, tous les états intermédiaires sont possibles et la modulation de la lumière reproduit celle de la tension appliquée.

II.2.5.2. Modulation de l'intensité ou d'amplitude

La technique utilisée pour moduler l'amplitude d'un faisceau consiste à lui faire traverser un interféromètre du type Mach-Zehnder dans lequel il est possible de commander la différence de phase entre les deux bras. Afin de calculer la valeur de l'intensité en sortie du modulateur de Mach-Zehnder, on note dans un premier temps les amplitudes dans chacun des bras du Mach-Zehnder E_1 et E_2. Ces amplitudes ont pour expression :

$$E(i) = E_0 e^{j\varphi_i} \text{ avec } i = 1{,}2$$

où le déphasage φ_i s'écrit comme suit :

$$\varphi_i = (\varphi_{0i} + \varphi_i \cos(\Omega t + \square_i)) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(84)$$

avec la fréquence de la modulation f_m ayant pour expression $f_m = \frac{\Omega}{2\pi}$

L'absence de modulation de phase parasite évite tout problème de transmission lié au chirp. La modulation indésirable de phase à la recombinaison peut être supprimée en employant la modulation push-pull décrite par la relation $\square_1 = \square_2 + \pi = \square_0$. L'amplitude résultante est $E_{tot} = E(1) + E(2)$:

$$E_{tot} = E_0 \cos(\varphi_{STAT} + \varphi_{RF} \cos(\Omega t + \varphi_0)) e^{j(\frac{\varphi_{01}+\varphi_{02}}{2})} \quad \ldots\ldots\ldots(85)$$

avec : $x = \varphi_{RF}$, $\theta = \Omega t + \varphi_0$, $\varphi_{STAT} = \frac{\varphi_{01}+\varphi_{02}}{2}$ et

$$\cos(\varphi_{STAT} + x\cos\theta) = \cos\varphi_{STAT} \cdot \cos(x\cos\theta) - \sin\varphi_{STAT} \cdot \sin(x\cos\theta)$$

La modulation complète (en tout ou rien) à fréquence f_m, correspond au cas :

$$\varphi_{STAT} = \varphi_{RF} = \frac{\pi}{4}$$

Afin de retrouver les composantes harmoniques, on peut alors réaliser un développement en série de Bessel à partir de l'équation (85) et des expressions :

$$\cos(x \sin\theta) = j_0(x) + 2\sum_{n=1}^{\infty} j_{2n}(x)\cos(2n\theta) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots(86)$$

$$\sin(x \sin\theta) = 2\sum_{n=1}^{\infty} j_{2n-1}(x)\sin((2n-1)\theta) \ldots\ldots\ldots\ldots(87)$$

Deux cas intéressants doivent être étudiés, l'un correspondant à $\varphi_{STAT} = \frac{\pi}{2}$, l'autre au cas $\varphi_{STAT} = 0$. Ces deux cas peuvent être obtenus en jouant sur la tension de polarisation. Ces deux conditions de modulation correspondent aux points de fonctionnement respectivement situés autour de la sortie correspondant à un minimum d'intensité ($I_{out} = 0$, point de fonctionnement 2) et de la sortie correspondant à un maximum d'intensité de l'interféromètre ($I_{out} = I_{in}$, point de fonctionnement 1) en supposant que la transmission optique est sans perte (voir **Figure(10))** dans ces deux ,il y a un dédoublement de fréquences.

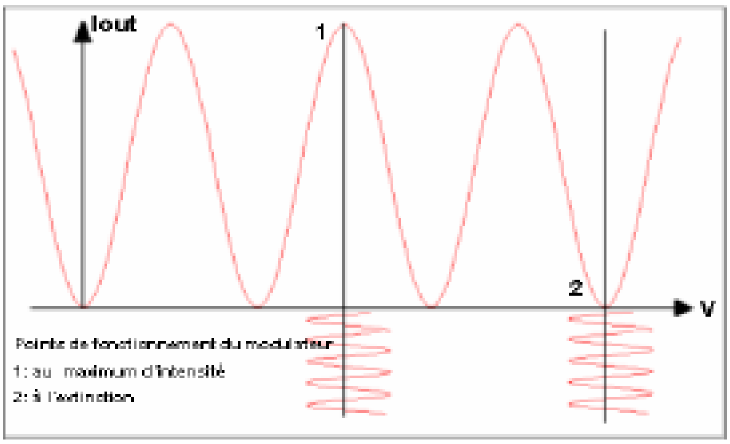


Figure (10) : Points de fonctionnement du modulateur

-1er cas : : $\varphi_{STAT} = \frac{\pi}{2}$ (le point de fonctionnement du modulateur à l'extinction)
Dans le domaine temporel :

$$E_{tot}(t) = E_0[\sum_{n=1}^{\infty} j_{2n-1}(\varphi_{RF})[\exp[2\pi j(2n-1)f_m t] - \exp[-2\pi j(2n-1)f_{mt}t]]\ ]$$

…………………….(88)

Dans le domaine fréquentiel :

$$E_{tot}(f) = E_0[\ \sum_{n=1}^{\infty} j_{2n-1}(\varphi_{RF})[\delta(f + (2n-1)f_m) - \delta(f - (2n-1)f_m)]\ ]\ldots$$

………..(89)

Le spectre est composé d'une somme d'harmoniques impaires de la forme $\{+(2n-1)f_m\}$ et $\{-(2n-1)f_m\}$. On remarque que l'amplitude de ces harmoniques est proportionnelle à $j_{2n-1}(\varphi_{RF})$ (l'intensité est directement proportionnelle à $j_{2n-1}^2(\varphi_{RF})$).

B. Coupe X :

Dans un modulateur en coupe X, l'axe x_1 est vertical et par convention l'axe Z (x_3 l'axe optique) est horizontal et transverse par rapport à la direction de propagation des ondes optiques. La structure du guide comprend des électrodes coplanaires. Afin d'utiliser le coefficient électro-optique r_{33}, la propagation optique doit se faire selon une polarisation horizontale (mode quasi-TE). Le champ électrique appliqué doit être colinéaire au champ électrique de l'onde optique. Cela est réalisé lorsque les micro-guides sont positionnés entre électrodes coplanaires (voir la figure(13)).

Dans ce type de structure, on a :

$$\Delta\square = \frac{\pi}{\lambda} n_e^3 r_{33} \frac{V}{e} \mathrm{L}\Gamma$$

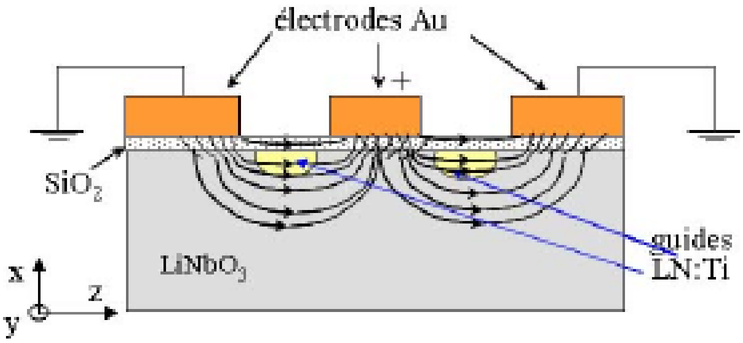
et

$$V_\pi = \frac{\lambda\, e}{\mathrm{n_e^3 r_{33} L\Gamma}}$$

On définit par Γ le facteur de recouvrement qui représente l'efficacité de la superposition du champ électrique issu de l'onde optique et du champ électrique appliqué au dispositif. Celui-ci s'exprime sous la forme d'une intégrale dans le plan transverse sur la section S transverse à la direction de propagation :

$$\Gamma = \frac{\square\, E^2 E_a ds}{\square\, E^2\, ds} \qquad 0 \leq \Gamma \leq 1$$

Une valeur élevée de Γ augmente l'efficacité de l'effet électro-optique et donc réduit la tension V_π du modulateur



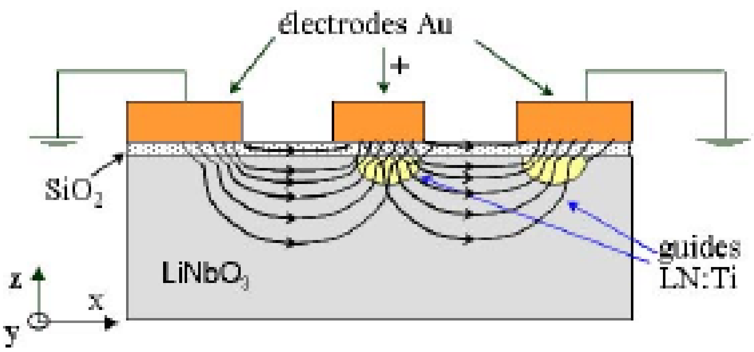
Figure(13) : Structure de modulateur électro-optique _ coupe X _

L'intérêt d'une structure avec une coupe en X réside dans le fait que les électrodes sont bien distinctes du guide d'onde optique, ce qui présente deux avantages :
- moins de pertes de propagation optiques.
- un facteur de recouvrement Γ assez élevé, d'où une meilleure efficacité de la modulation de l'onde lumineuse.

Le principal inconvénient est la distance inter-électrode qui ne peut pas être trop réduite pour conserver une bonne orientation locale horizontale des lignes de champ du champ appliqué $\vec{E}_a$.

C. Coupe Z :

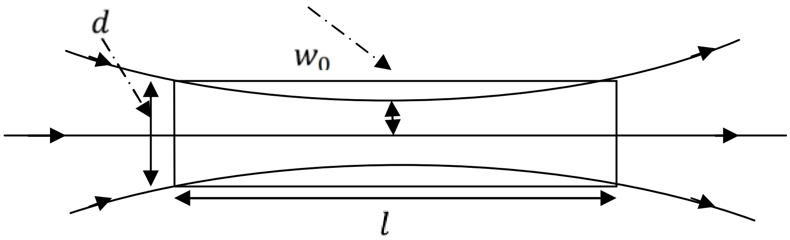
La structure en coupe Z classique présente des électrodes coplanaires comme pour la structure en coupe X. La différence réside dans l'orientation de l'axe optique Z qui est verticale ainsi que la polarisation du mode optique qui est donc quasi-TM pour bénéficier du coefficient r_{33}. Les expressions du déphasage électro-optique et de V_π sont identiques à celles de la coupe X. Dans le cas de cette structure en coupe Z, le facteur de recouvrement G est plus faible qu'en coupe X , ce qui augmente donc la tension V_π à appliquer. Par contre cela peut-être compensé par une plus faible épaisseur inter-électrode. Les guides optiques sont positionnés sous les électrodes, ce qui impose la présence d'une couche tampon optique transparente entre l'électrode et le niobate de lithium pour limiter les pertes optiques.



Figure(14) : Structure modulateur électro-optique _ coupe Z _

II.3 Performance est limitation [4] :
II.3.1 Considérations géométrique :

Pour les modulateurs transverses, la tension demi-onde est proportionnelle à d/l où d et l sont à priori indépendant. En réalité, pour une longueur l donnée, la valeur minimale permise pour d est imposée par la divergence de l'onde optique et correspond au cas où le faisceau passe juste dans le cristal comme indiqué sur la figure (15) :



Figure(15) : Limitation liées à la diffraction

Pour un faisceau gaussien, la demi-largeur suit la loi suivante :

$$w(z) = w_0 \sqrt{1 + \left(\frac{\lambda z}{\pi w_0^2}\right)^2}$$

où λ est la longueur d'onde dans le milieu, w_0 le waist du faisceau et z la distance en partant de waist.
Pour minimiser d, il faut tout d'abord faire en sorte que le waist soit au centre de cristal. Dans ce cas la valeur de d est :

$$d = 2w\left(z = \frac{l}{2}\right) = w_0 \sqrt{1 + \left(\frac{\lambda l}{2\pi w_0^2}\right)^2}$$

La valeur de w_0 qui minimise d est obtenue en annulant la dérivée :

$$\frac{\partial d}{\partial w_0} = 0 \quad \square \; w_0 = \sqrt{\frac{\lambda l}{2\pi}}$$

d'où la valeur minimale de d est donnée par :

$$d_{min} = 2\sqrt{\frac{\lambda l}{\pi}} \quad \text{………………..(90)}$$

En pratique, on prend $d = 2S\sqrt{\frac{\lambda l}{\pi}}$ où S est un facteur de sécurité qui varie de 3 à 6.

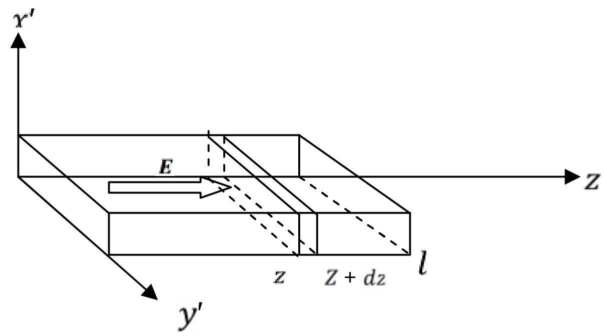
A titre d'exemple, pour un cristal de KDP tel que $l = 2cm$, $S = 3$, $\lambda = 0.6\mu m$, on trouve que $d_{min} = 3.8 \times 10^{-2} cm$ et $V_\pi = 300V$.

II.3.2 Limitations liées au temps de transit :
Le temps de transit de la lumière dans le cristal électro-optique est donné par $\tau = nl/c$. Dans ce qui précède, on a implicitement supposé que la tension appliquée demeure constante pendant le temps de transit. Pour un cristal de langueur $1cm$ et d'indice 1.5, on a $\tau = 0.5\,ns$. Si l'on choisit une fréquence de modulation de 20GHz, V ne demeure pas constante pendant le temps de transit. Ce qui a été démontré précédemment n'est donc plus valable. Pour tenir compte du temps de transit de la lumière, nous allons considérer une configuration longitudinale (figure(16)) dans laquelle on applique une tension de la forme :

$$V = V_0 \cos(w_m t)$$

On se propose de déterminer le champ à la sortie du cristal en tenant compte de ce temps de transit. Le champ émergeant du cristal à l'instant t provient de l'abscisse z à l'instant $t-\frac{n(l-z)}{c}$; la tension à ce même instant est :

$$V = V_0 \cos\left[w_m\left(t-\frac{n(l-z)}{c}\right)\right] \quad \text{…………….(91)}$$



Figure(16) : modulateur longitudinal

Le déphasage élémentaire $d\Phi_{x'}$ subi par la composante polarisée suivant Ox' pour aller de z à $z+dz$ est :

$$d\Phi_{x'} = \frac{w}{c}n_0 dz - \frac{w}{c}\frac{n_0^3 r_{63}}{2}\frac{V_0}{l}\cos\left[w_m\left(t-\frac{(l-z)}{c}n_{x'}\right)\right] dz$$

Le déphasage totale subi entre 0 et l est :

$$\Delta\Phi_{x'} = \frac{w}{c}n_0 l - \frac{w}{c}\frac{n_0^3 r_{63}}{2}V_0\cos\left[w_m\left(t-\frac{l n_{x'}}{2c}\right)\right]\left(\frac{\sin\frac{w_m l n_{x'}}{2c}}{\frac{w_m l n_{x'}}{2c}}\right)$$

De même pour le déphasage subi par la composante polarisée suivant Oy' :

$$\Delta\Phi_{y'} = \frac{w}{c}n_0 l + \frac{w}{c}\frac{n_0^3 r_{63}}{2}V_0\cos\left[w_m\left(t-\frac{l n_{y'}}{2c}\right)\right]\left(\frac{\sin\frac{w_m l n_{y'}}{2c}}{\frac{w_m l n_{y'}}{2c}}\right)$$

La déférence de phase entre les deux composantes est :

$$\Gamma = \frac{w}{c}\frac{n_0^3 r_{63}}{2}V_0\left\{\cos\left[w_m\left(t-\frac{l n_{y'}}{2c}\right)\right]\operatorname{sinc}\left(\frac{w_m l n_{y'}}{2c}\right)+\cos\left[w_m\left(t-\frac{l n_{x'}}{2c}\right)\right] sinc\left(\frac{w_m l n_{x'}}{2c}\right)\right\}$$
………..(92)

où $sinc(x) = sin(x)/x$.

En remarque que $\tau_{y'} = \frac{n_{y'}l}{c} \approx \tau_{x'} \approx \frac{n_{x'}l}{c} \approx \frac{n_0 l}{c} = \tau$, devient :

$$\Gamma = \frac{w}{c}n_0^3 r_{63}\cos\left[w_m t - \frac{1}{2}w_m\tau\right] sinc\left(\frac{w_m\tau}{2}\right) \quad \text{……………(93)}$$

La relation (95) montre que lorsque $w_m\tau/2 \ll 1$ (alors $sinc(\frac{w_m\tau}{2}) \approx 1$), le retard de phase est modulé à la fréquence w_m et ne subit pas d'atténuation. Le facteur $sinc(\frac{w_m\tau}{2})$ donne la diminution de l'amplitude du retard Γ due au temps de transit. Pour une longueur de cristal donnée, le temps de transit ne joue aucun rôle pour des fréquences de modulation telles que $w_m\tau/2 \ll 1$. Si l'on définit la fréquence de modulation maximale celle pour laquelle $sinc(\frac{w_m\tau}{2})$=0.9, alors :

$$(w_m)_{max} \approx \frac{2\pi}{\tau 4} = \frac{\pi c}{2n_0 l}$$

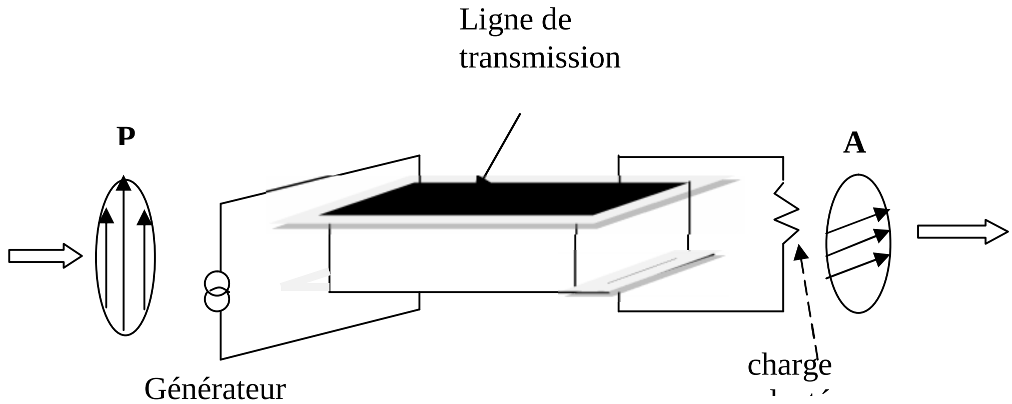
d'où :

$$f_{max} = \frac{c}{4n_0 l} \quad \text{………………..(94)}$$

Pour un cristal de KDP de longueur 1cm et d'indice 1.5, on trouve $f_{max} = 5GHZ$.

II.3.3 Modulation à ondes progressives :

La limitation liée au temps de transit peut être dépassée en ayant un champ électrique qui se propage dans la même direction que l'onde optique : les modulateurs utilisant cette technique sont appelés modulateurs à ondes progressives. Le schéma de principe est donné sur la figure (17) :



Figure(17) : modulateur à ondes progressives. Les deux électrodes jouent le rôle d'un guide d'onde

Dans le cas où le champ électrique se propage, la différence de potentiel entre les deux électrodes prend la forme :

$$V = V_0 \cos(w_m t - k_m z)$$

C'est donc une onde progressive qui se propage dans la même direction que l'onde optique. Par un calcul similaire à celui du paragraphe précédent, on démontre que le déphasage entre les deux directions neutres d'oscillation est :

$$\Gamma = \Gamma_0 \cos\left[w_m t - \frac{1}{2} w_m t\left(1 + \frac{v}{v_m}\right)\right] sinc\left[\frac{w_m t}{2}\left(1 - \frac{v}{v_m}\right)\right] \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(95)$$

où :

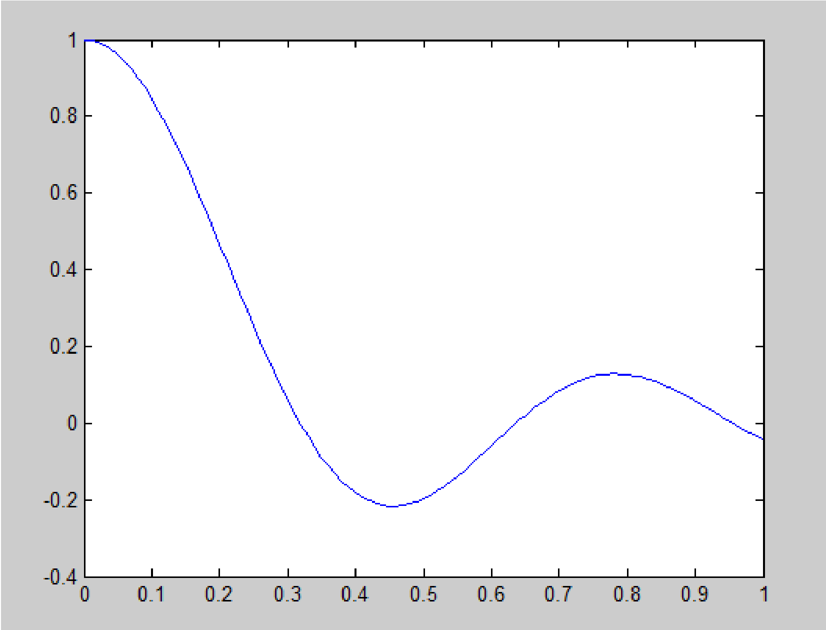
τ : le temps de transit

$\boldsymbol{v_m}$ **:** la vitesse de phase de l'onde électrique

$\boldsymbol{v}$ **:** la vitesse de phase de l'onde optique

On voit que lorsque les deux vitesses de phase sont égales, alors le $sinc$ vaut 1. Le temps de transit n'a alors aucune influence sur la modulation et un déphasage optimal est réalisé quelle que soit la longueur de cristal.

Pour un cristal de KDP de longueur 1cm et d'indice 1.5.



Figure(18) : Présentation de $sinc\ \pi x$

Pour $sinc\ \pi x = 0.9$ on a x=0.08

$$w_m = \frac{2}{\tau}\pi \times 0.08 \qquad \text{avec} \quad \tau = \frac{n_{0l}}{c}$$

$$(w_m)_{max} = \frac{2\pi c}{n_0 l} \times 0.08$$

$$f_{max} = \frac{c \times 0.08}{n_0 l}$$

on trouve :

$$f_{max} = 1.6GHz$$

CHAPITRE III

MODULATION ACOUSTO-OPTIQUE

III.1. Acousto-optique [10]:

La présence d'une onde sonore dans un milieu modifie ses indices de réfraction. Le milieu change ainsi l'effet que peut avoir le milieu sur la lumière qui le traverse, c'est-à-dire que le son peut contrôler la lumière. De nombreux dispositifs utilise cet effet acousto-optique où nous nous intéressons aux modulateurs acousto-optique.

III.1.1 Principe de l'interaction son-lumière : Onde acoustique plane dans un milieu structurellement isotrope :

a-Dans un milieu isotrope (liquide, ou solide amorphe) dans lequel se propage une onde acoustique plane suivant l'axe x. L'onde est longitudinale ; un plan du milieu, situé en x au repos, est déplacé de $u(x,t) = u_0 \cos(\Omega t - Kx)$ par la présence de l'onde acoustique de pulsation Ω (fréquence $F = \frac{\Omega}{2\pi}$) et de vecteur d'onde $\vec{K} = K\hat{u}_x$ $(K > 0)$. La vitesse du son dans le milieu est

$V_s = \frac{\Omega}{K}$, $\Lambda = \frac{2\pi}{K} = \frac{V_s}{F}$

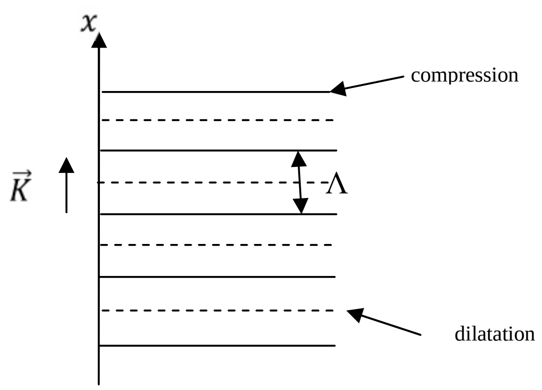


Figure (1.1)

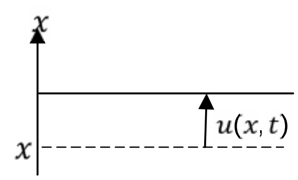


Figure 1.2

b- Une tranche du milieu situé en x, d'épaisseur dx au repos, possède l'épaisseur $u(x+dx,t) - u(x,t) + dx$ lorsque l'onde acoustique est présente. La variation relative d'épaisseur est $s(x,t) = \frac{(\frac{\partial u}{\partial x}dx + dx) - dx}{dx}$ tel que $dx \ll \Lambda$, ce qui donne $s(x,t) = \frac{\partial u}{\partial x}(x,t)$ où $s(x,t)$ est la déformation (strain) du milieu ($s(x,t)$ est sans dimension).

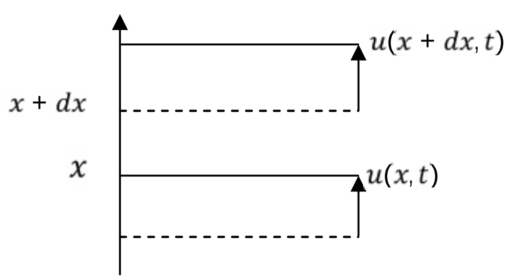
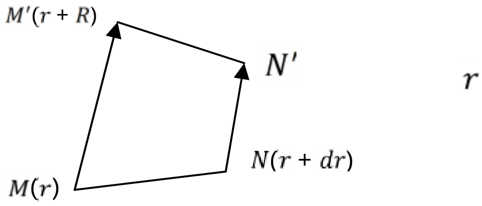


Figure (2)

A l'onde acoustique plane de déplacement $u(x,t) = u_0 \cos(\Omega t - Kx)$ est associée la déformation $s(x,t) = s_0 \cos(\Omega t - Kx)$, où $s_0 = Ku_0$.

III.1.1.1 Tenseur des contraintes et effet élasto-optique [4]:
Une contrainte mécanique, produite par une onde acoustique, génère un réseau d'indice périodique. Une onde optique est donc susceptible de se diffracter sur ce réseau d'indice : c'est l'effet acousto-optique.

III.1.1.1.1 Notion de tenseur des contraintes :
On s'intéresse uniquement aux déformations élastiques, c'est-à-dire telles que le déplacement soit proportionnel à la contrainte. Considérons deux points très voisins M et N liés à un solide déformable (figure(3)).



Figure(3): Déformation sous l'action

Sous l'action d'une contrainte, un déplacement R de composantes $X_i(x_1, x_2, x_3)$ tel i=1 à 3, amène le point M en M'. Par continuité, les points voisins de M sont également déplacés, N passe en N' :

$$\begin{cases} M \,\square\quad M' \\ r \Rightarrow \quad R + R \end{cases}$$

$$N \;\square \qquad N'$$
$$\{ r + dr \;\square\;\; r + dr + \sum_{j} \frac{\partial R}{\partial x_j} dx_j$$

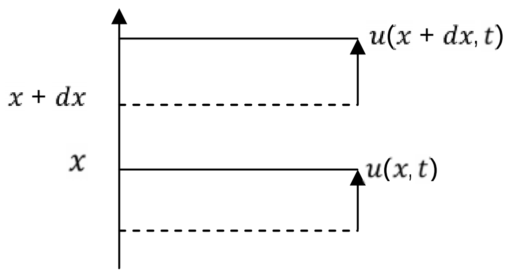


Figure (2)

Les neuf dérivées partielles $\partial X_i / \partial x_j$ sont les éléments du tenseur gradient du déplacement. Pour les déplacements élastiques, on a $|\partial X_i / \partial x_j| \ll 1$. La matrice gradient peut se mettre sous la forme suivante :

$$\frac{\partial X_i}{\partial x_j} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial X_i}{\partial x_j} + \frac{\partial X_j}{\partial x_i}\right) + \frac{1}{2}\left(\frac{\partial X_i}{\partial x_j} - \frac{\partial X_j}{\partial x_i}\right)$$
$$= \quad S_{ij} \quad + \quad \Omega_{ij} \qquad \dots\dots\dots(1)$$

Par définition, S_{ij} et le tenseur symétrique des contraintes. Il exprime la modification relative de longueur dans la direction "i" lorsque l'on applique une pression dans la direction "j". Par ailleurs, Ω_{ij} est un tenseur antisymétrique des contraintes et n'intervient pas dans les variations de longueur, il exprime une relation sans déformation de l'élément de volume entourant le point M. On note que les composantes diagonales du tenseur $\underline{S}$ correspondent aux modes longitudinaux, tandis que les éléments non-diagonaux correspondent, quant à eux, aux modes transverses (donc de cisaillement).

III.1.1.1.2 Effet photo-élastique :

L'effet élasto-optique couple les déformations mécaniques et l'indice de réfraction. En général, on exprime les variations du tenseur d'imperméabilité sous la forme :

$\Delta\eta_{ij} = \Delta\left[\frac{1}{n^2}\right]_{ij} = \sum_{k,l} P_{ijkl}S_{kl}$, où P_{ijkl} est un élément du tenseur (d'ordre 4) élasto-optique. Comme $\underline{\eta}$ et $\underline{S}$ sont symétriques, on peut pour cela remplacer les couples d'indice (ij) et (kl) par deux indices contractés :

$$P_{ijkl} \;\square\; P_{nm} \quad \text{et} \quad S_{kl} \;\square\; S_m$$

dans lesquels les indices n et m varient de 1 à 6. La contraction des indices suit les mêmes règles que dans le cas du tenseur électro-optique. De la même façon, en fonction des propriétés de symétrie de milieu, le tenseur $\underline{P}$ a plus ou moins de composantes non nulles et indépendantes. Cependant, en présence d'une contrainte, l'ellipsoïde des indices se déforme et devient :

$$\sum_i \eta_{ii}(0)x_i^2 + \sum_{ijkl} P_{ijkl}S_{kl}x_ix_j = 1 \quad \text{……………………..(2)}$$

où $\underline{\eta}(0) = \underline{[n^2]^{-1}}(0)$ est le tenseur d'imperméabilité en l'absence de contrainte.

III.1.1.1.2.1 Effet photo-élastique dans un milieu isotrope :

Considérons la propagation d'une onde acoustique longitudinale (suivant Oz) dans un milieu isotrope. La déformation induite est $R(z) = A\,u_z \cos(\Omega t - Kt)$. La seule composante non nulle du tenseur des contraintes est alors :

$$S_{zz} = S_3 = \frac{\partial R_z}{\partial z} = S\sin(\Omega t - Kt) \quad \text{…………………(3)}$$

où Ω est la fréquence acoustique et K le vecteur d'onde acoustique. Par ailleurs, pour un milieu isotrope, on trouve dans la littérature que le tenseur photo-élastique prend la forme suivante :

$\underline{P}$=

$$\begin{bmatrix} P_{11} & P_{12} & P_{12} & 0 & 0 & 0 \\ P_{12} & P_{11} & P_{12} & 0 & 0 & 0 \\ P_{12} & P_{12} & P_{11} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2}(P_{11}-P_{12}) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2}(P_{11}-P_{12}) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2}(P_{11}-P_{12}) \end{bmatrix}$$

L'ellipsoïde des indices en présence de l'onde acoustique devient alors :

$$\frac{x^2+y^2+z^2}{n^2} + \sum_n P_{n3}S_3x_n^2 = 1 \quad \text{……………….(4)}$$

$$\frac{x^2+y^2+z^2}{n^2} + P_{13}S_3x^2 + P_{12}S_3y^2 + P_{11}S_3z^2 = 1 \quad \text{…………..(5)}$$

d'où :

$$x^2\left(\frac{1}{n^2}+P_{12}S\sin(\Omega t-Kt)\right)+y^2\left(\frac{1}{n^2}+P_{12}S\sin(\Omega t-Kt)\right)+\cdots$$
$$\ldots+z^2\left(\frac{1}{n^2}+P_{11}S\sin(\Omega t-Kt)\right)=1\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(6)$$

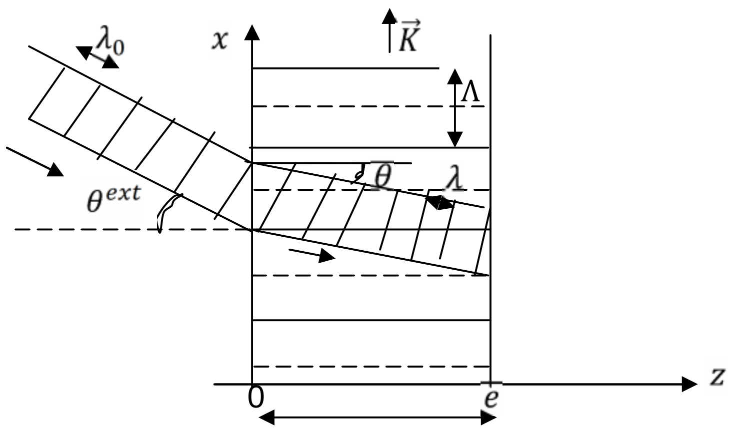
L'ellipsoïde est dans sa forme canonique. Il en résulte que les axes principaux n'ont pas changé (pas de termes croisés). Par contre, les nouveaux indices principaux sont :

$$\begin{cases} n_x = n-\frac{1}{2}n^3P_{12}\sin(\Omega t-Kz) \\ n_y = n-\frac{1}{2}n^3P_{12}\sin(\Omega t-Kz) \\ n_z = n-\frac{1}{2}n^3P_{11}\sin(\Omega t-Kz) \end{cases}\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(7)$$

où l'on a effectué un développement limité au premier ordre en S de la même façon que dans l'étude de l'effet Pockels.
En présence de l'onde acoustique, le milieu isotrope devient uniaxe et périodique dans la direction Oz, de pas $\Lambda = 2\pi/K$. L'onde acoustique crée un réseau d'indice progressif, c'est-à-dire une onde d'indice qui se propage.

III.1.1.2.A Réflexion de Bragg :

a- Un faisceau lumineux (onde électromagnétique) monochromatique (de pulsation ω) dans l'espace libre est envoyé sur le milieu (fig. -4-), de sorte que le plan d'incidence contienne l'axe x. L'angle d'incidence étant θ^{ext}, l'angle de réfraction est θ vérifiant $\sin\theta^{ext} = n\sin\theta$.



Figure(4)

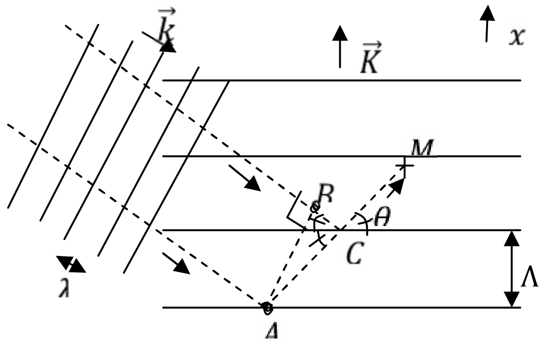
Comme $F \ll \frac{w}{2\pi}$, l'interaction de l'o se avec l'onde acoustique dans le milieu peut être examiné en considérant comme figées les franges acoustiques. En effet, devant le terme de traversée $\frac{e}{c/n}$ de la lumière, l'onde acoustique a progressé d'une distance égale à $\frac{ne}{c}V_s$, négligeable devant Λ :

$$\frac{(\frac{ne}{c}V_s)}{\Lambda} = \frac{ne}{c}F \sim 10^{-3} \quad \text{pour} \begin{cases} e \sim 1cm \\ n \sim 1 \\ F \sim 100\ MHz \end{cases}$$

$(=\frac{e\,F}{\lambda\,\nu}\ \ ou\ \ \nu = \frac{w}{2\pi})$

B- Dans le milieu, l'onde lumineuse rencontre un indice de réfraction $n(x,t)$ stratifié suivant x ; elle est subit des réflexions et réfraction. Comme la période de $n(x,t)$, suivant x, est égale à la longueur d'onde acoustique Λ, on remplace dans une première approche, la modulation d'indice de réfraction $\delta n(x,t)$ par des plans faiblement réfléchissants, séparés l'un de l'autre de Λ. D'un plan à l'autre, les ondes partielles qu'ils réfléchissent contribuent à l'onde lumineuse réfléchie totale en M, en étant déphasées à cause de la différence de marche (fig. -5-) :

$AC - BC = \frac{\Lambda}{\sin\theta} - \frac{\Lambda}{\sin\theta}\cos 2\theta = 2\Lambda\sin\theta$ ……………………….(8)



igure (5)

Il y a interférences constructive à la réflexion lorsque :

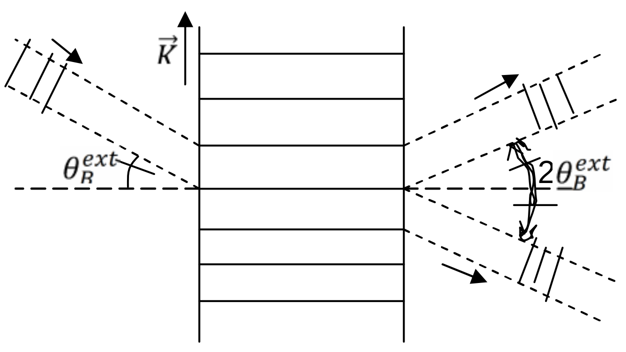
$2\Lambda\sin\theta = m\lambda$, $m = 1,2,3,4, \ldots$ où $\lambda = \frac{\lambda_0}{n}$ est la longueur d'onde lumineuse dans le milieu d'indice de réfraction n. Ainsi, dans la situation décrite, plusieurs inclinaisons θ_m de l'onde incidente donne lieu à une réflexion lumineuse. En fait, on peut montrer que le caractère continu et sinusoïdal de la modulation d'indice $\delta_n(x,t) = -\delta_{n0}\sin(\Omega t - Kx)$ imprimée par l'onde acoustique, impose que seul l'ordre $m = 1$ peut produire une onde réfléchie. L'angle $\theta_{m=1} = \theta_B$ est l'angle de Bragg, donné par

$\sin\theta_B = \frac{\lambda}{2\Lambda}$ ………………..(9)

Ainsi, l'onde lumineuse dans le milieu possède l'inclinaison θ_B par rapport aux plans d'onde de l'onde acoustique, une onde lumineuse réfléchie, appelée réflexion de Bragg (ou diffraction Bragg, ou diffusion de Bragg), est observable.

c- il est à noter que l'angle de Bragg θ_B est un angle à l'intérieur du milieu. L'angle d'incidence θ_B^{ext} correspondant à une réflexion de Bragg est donné par

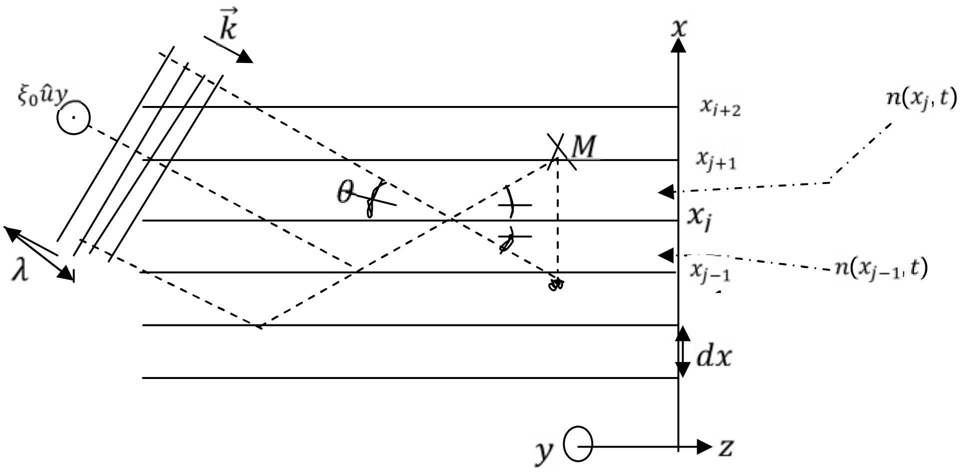
$\sin\theta_B^{ext} = n\sin\theta_B = \frac{\lambda_0}{2\Lambda}$, où λ_0 est la longueur d'onde dans l'espace libre. Le faisceau réfléchi émerge alors sous l'angle θ_B^{ext}, c'est-à-dire avec la déviation $2\theta_B^{ext}$.



igure (6)

III.1.1.2.B Réflexion contenue sur l'onde acoustique :

a- On tient maintenant compte de la variation continue avec x de l'indice de réfraction $n(x,t) = n - \delta n_0 \sin(\Omega t - Kx)$………………(10)
Le milieu est pour ce faire subdivisé en tranches d'épaisseur dx telle que $(dx \ll 1)$, situés aux cotes $x_j = jdx$; la tranche entre x_j et x_{j+1} possède l'indice de réfraction $n(x_j,t)$.

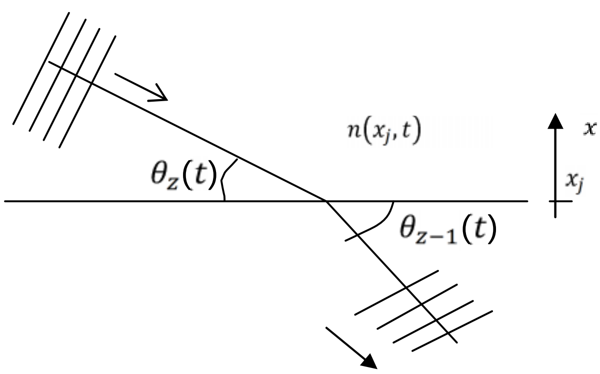


igure (7)

En supposant que l'onde d'inclinaison θ est faiblement réfléchie sur les dioptres (interfaces) situés en $x = x_j$, on peut écrire l'onde (électromagnétique) réfléchie, en un point M du milieu, sous la forme :
$E^{(1)}(z, x_{j+1}, t) = E_0 e^{i(wt - \vec{k}.\vec{r}_M)} \sum_{q=0,1,2...} r(x_{j-q}, t) e^{-2ik[x_j - x_{j-q}]\sin\theta}$ …………(11)
où $r(x_j,t)$ est le coefficient de réflexion d'amplitude sur le dioptre en $x = x_j$, à l'instant t $(k = n\frac{w}{c} = \frac{2\pi}{\lambda})$.
b) Si l'on suppose que l'onde lumineuse incidente est polarisée suivant la direction $\vec{u}_y$, (fig . -7-), alors $r(x_j,t)$ est donnée par

$$r(x_j,t) = \frac{n(x_j,t)\sin\theta_j(t) - n(x_{j-1},t)\sin\theta_{j-1}(t)}{n(x_j,t)\sin\theta_j(t) + n(x_{j-1},t)\sin\theta_{j-1}(t)} \quad \text{…………..(12)}$$

avec $n(x_j,t)\cos\theta_j(t) = n(x_{j-1},t)\cos\theta_{j-1}(t)$ (2ème loi de Snell-Descartes pour la réfraction).



En utilisant $n(x_{j-1},t) = n(x_j - dx\frac{\partial n}{\partial x}(x_j,t)$, la 2ème loi de Snell-Descartes pour la réfraction fournit la relation $\theta_{j-1}\theta_j = -\frac{\cos\theta_j}{n(x_j)}\frac{\partial n}{\partial x}(x_j)$ qui, injectée dans l'expression de $r(x_j,t)$, permet d'aboutir à :

$$r(x_j,t) = \frac{1}{2n\sin^2\theta}\frac{\partial n}{\partial x}(x_j,t)\,dx \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(13)$$

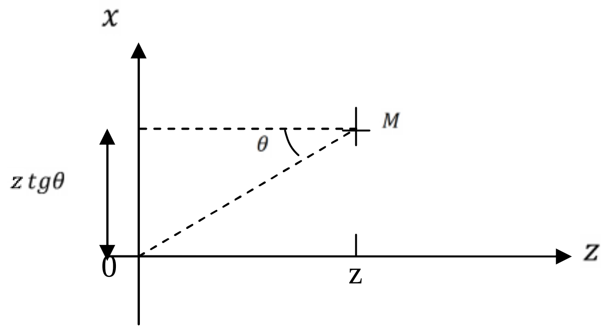
Dans le cas où l'onde lumineuse incidente polarisée p (dans le plan d'incidence), le coefficient de réflexion $r(x_l,t)$ obtenu ne défère de l'expression précédente que par un facteur $\cos 2\theta \approx 1$, car θ_B □ 1. On pourra ainsi utiliser la formule de $r(x_j,t)$ ci-dessous, en polarisation p comme en polarisation s.

c) On a donc, indépendamment de la polarisation du faisceau incident, un faisceau réfléchi de champ électrique complexe :

$$E^{(1)}(z,x_{j+1},t) = E_0 e^{i(wt-\vec{k}.\vec{r}_M)}\ \frac{1}{2n\sin^2\theta}\sum_{q=0,1,2\ldots} dx\frac{\partial n}{\partial x}(x_{j-q},t)e^{-2ik[x_j-x_{j-q}]\sin\theta}\ldots..(14)$$

Soit :

$$E^{(1)}(z,x,t) = \frac{E_0}{2n\sin^2\theta}e^{i(wt-\vec{k}.\vec{r})}e^{-2ikx\sin\theta}\int_{x-ztg\theta}^{x} dx'\frac{\partial n}{\partial x}(x',t)e^{2\,i\,k\,x'\,\sin\theta}\quad \ldots\ldots.(15)$$



En utilisant la relation suivante :

$$\frac{\partial n}{\partial x}(x,t) = K\delta n_0\cos(\Omega t - Kx) = \frac{K\delta_{n0}}{2}\{e^{i(\Omega t-Kx)} + c.c.\}$$

il vient :

$$E^{(1)}(z,x,t) = \frac{E_0}{4\,n\sin^2\theta}\{e^{i(w_+t-\vec{k}_+.\vec{r})}\int_{-ztg\theta}^{0}dx''\ e^{i(2ksin\theta-K)x''}\} + \frac{E_0}{4\,n\sin^2\theta}\{e^{i(w_-t-\vec{k}_-.\vec{r})}\int_{-ztg\theta}^{0}dx''\ e^{i(2ksin\theta-K)x''}\}$$

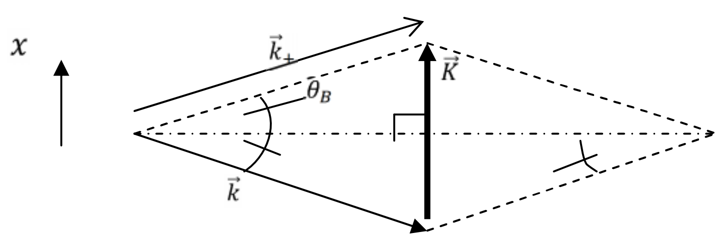
$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(16)$

avec $\begin{cases} w_\pm = w \pm \Omega \\ \vec{k}_\pm = \vec{k} \pm \vec{K} \end{cases}$

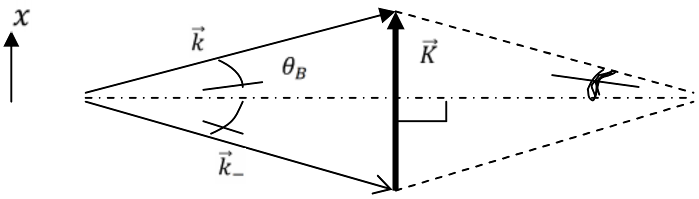
Le premier terme de l'expression de $E^{(1)}(z,x,t)$ a une amplitude maximale lorsque l'angle θ est tel que $2ksin\theta = K$, $sin\theta = \frac{K}{2k} = \frac{\lambda}{2\Lambda}$: il s'agit de l'angle de Bragg B_θ déjà vu (figure 3.b). Pour $\theta \sim \theta_B$, le second terme de $E^{(1)}$ est négligeable. De plus, lorsque $\theta = \theta_B$, il existe donc une onde lumineuse réfléchie, dont la pulsation $w_+ = w + \Omega$ est décalé de la pulsation acoustique Ω par rapport à la pulsation optique incidente w .

En pratique ce décalage est faible : $\frac{\Omega}{w} = \leq 10^{-6}$, et le vecteur d'onde réfléchi $\vec{k}_+$, $|\vec{k}_+| = n\frac{w+\Omega}{c}$, est de même module que le vecteur d'onde incident :

$|\vec{k}_+| \approx |\vec{k}| = k = n\frac{w}{c}$, avec une excellente approximation (on a $k_+e - ke = n\frac{2\pi F}{c}e$ □ 2π).



Le seconde terme de $E^{(1)}(z,x,t)$ montre qu'il existe une autre géométrie pour la réflexion de Bragg : celle pour laquelle $\theta < 0$ et $2ksin\theta = -K$. Le vecteur d'onde incident $\vec{k}$ possède alors une composante $k_x > 0$. La pulsation $w_- = w - \Omega$ de l'onde réfléchie est (très faiblement) diminuée de Ω par rapport à la pulsation de l'onde incidente. (Le vecteur d'onde réfléchi $\vec{k}_- = \vec{k} - \vec{K}$ possède quasiment le même module que le vecteur d'onde incident $\vec{k}$.)



d) On remarque que les figures ci-dessus, traduisant $\vec{k}_\pm = \vec{k} \pm \vec{K}$ tel que $|\vec{k}_\pm| = |\vec{k}|$, peuvent s'exprimer sous la forme :

$\sin\theta_B = \frac{(K/2)}{k} = \frac{K}{2k}$, soit : $\sin\theta_B = \frac{\lambda}{2\Omega}$.

III.1.1.2.C Rendement de la réflexion de Bragg :

a- En considérant la génération de l'onde réfléchie de pulsation $w_+ = w + \Omega$, dans la situation où l'inclinaison θ de l'onde lumineuse incidente est proche de l'angle de Bragg θ_B l'enveloppe de l'onde réfléchie à la sortie $z = e$ du milieu vaut :

$$E_0^{(1)}(z = e) = E_0 \frac{K\delta_{n0}}{4\,n\sin^2\theta_B}\int_{-ztg\theta}^{0} dx''\ e^{i(2ksin\theta - K)x''} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(17)$$

$$E_0^{(1)}(z = e) = E_0 \frac{K\delta_{n0}}{4\,n\sin^2\theta_B} etg\theta_B\, \mathrm{sinc}[(sin\theta - \sin\theta_B)ke\ tg\theta_B] + e^{-i(sin\theta - \sin\theta_B)\mathrm{ke\ tg}\theta_B}$$

$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(18)$

Le rendement de la réflexion de Bragg est défini par

$$\eta = \frac{|E_0^{(1)}(z=e)|^2}{|E_0|^2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(19)$$

C'est le rapport de la puissance réfléchie à la puissance incidente. Il est maximal lorsque $\theta = \theta_B$, valant alors :

$$\eta_0 = \left(\frac{K\delta_{n0}}{4nsin^2\theta_B} e\ tg\,\theta_B\right)^2 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(20)$$

Soit :

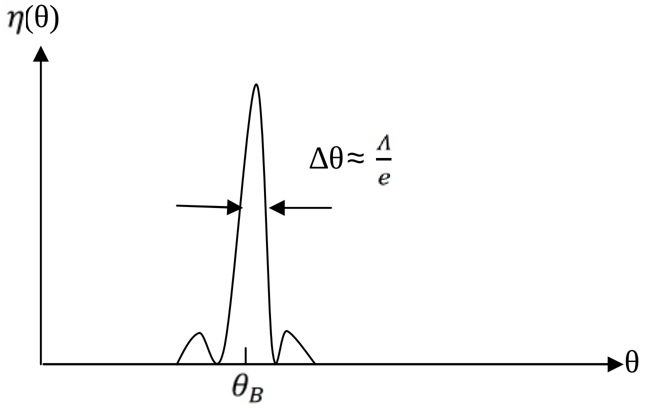
$$\eta_0 = \left(\frac{\pi}{\lambda_0} e\delta n_0\right)^2 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(21)$$

En tenant compte que θ_B □ 1.

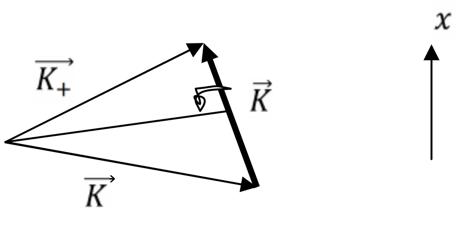
b) Cette expression du rendement de réflexion est valable lorsque l'onde incidente est négligeablement perturbée par la création de la réflexion de Bragg. L'expression de $E^{(1)}(z,x,t)$ (figure 4-a-), c'est-à-dire η_0 reste faible.

Cependant, si la puissance réfléchie est forte, il n`est plus possible de négliger la déplétion(diminution local de son) de l`onde incidente. De plus, l`onde réfléchie ($w_+ = w + \Omega$, $\overrightarrow{k_+} = \vec{k} + \vec{K}$) subit elle-même une réflexion de Bragg, pour contribuer a une onde lumineuse de pulsation $w = w_+ - \Omega$ et de vecteur d`onde, $\overrightarrow{k_+} - \vec{K} = \vec{k}$, onde qui n`est autre que le faisceau incident. Ainsi les faisceaux incident et réfléchi s`échangent-ils continument de la puissance lumineuse au cours de leur propagation dans le milieu. Le rendement de la

réflexion de Bragg prend alors l`expression $\eta_0^{exact} = \sin^2\sqrt{\eta_0}$ où η_0 est le rendement dans la limite de réflexion faible au paragraphe C-a.
C) Dans la limite du rendement faible, les dépendances du rendement en fonction de l`angle d`inclinaison de l`onde incident est donnée par :
$\eta(\theta) = \eta_0(\sin c[(\sin\theta - \sin\theta_B)ke \operatorname{tg}\theta_B])^2 \approx \eta_0(\, sinc\left|(\theta - \theta_B)\frac{K_e}{2}\right])^2$ …………….(22)
On en déduit que la tolérance sur θ, autour de θ_B, pour obtenir une réflexion de Bragg, vaut $\Delta\theta \approx \frac{2\pi}{Ke} = \frac{\Lambda}{e}$



L`onde acoustique qui traverse « e » est composée d`onde plans dont les vecteurs d`onde $\overrightarrow{K_+}$ sont compris dans le secteur d`axe x et d`angle au sommet $\approx \frac{\Lambda}{e}$. C'est pourquoi la réflexion de Bragg peut avoir lieu pour une inclinaison θ de l'onde incidente qui est légèrement différente de θ_B, avec $\Delta\theta \approx \frac{\Lambda}{e}$.



III.1.2 Acousto-optique des milieux anisotropes :

A. Onde acoustique plane dans un milieu anisotrope :

a: En présence d'une onde acoustique dans un milieu, un élément de matière situé en $\vec{r}$ se retrouve à la position instantanée $\vec{r} + \vec{u}(\vec{r}, t)$, où $\vec{u}(\vec{r}, t)$ est le déplacement imposé par l'onde acoustique.
Une onde acoustique plane, de pulsation Ω et de vecteur d'onde $\vec{K} = K\,\hat{x}$, peut être :
soit **longitudinale**, auquel cas $\vec{u}(\vec{r}, t)$ est donné par :

$$u_x(x, t) = u_0\cos(\Omega t - Kx)\ ,\ u_z = u_y = 0, \text{ de vitesse } V_l\ ;$$

soit **transverse** auquel cas $\vec{u}(\vec{r}, t)$ est donné par :

$$u_x = 0,\ u_y(x, t) = u_0\cos(\Omega t - Kx) \text{ et } u_z = 0$$

En toute rigueur, une onde acoustique n'est purement **longitudinale** ou purement **transversale** que si son vecteur d'onde $\vec{K}$ est suivant une direction cristalline particulière du milieu. On supposera cependant que c'est bien le cas.
b: La déformation du milieu due à une onde acoustique est caractérisée par les composantes

$$s_{ij} = \frac{1}{2}\left(\frac{\delta u_i}{\delta x_j} + \frac{\delta u_j}{\delta x_j}\right) \text{ ....(23)}$$

du tenseur de déformation [s]. Par définition, [s] est symétrique car $s_{ij} = s_{ji}$

$$s_{11} = \frac{\delta u_1}{\delta x_1} = \frac{\delta u_x}{\delta x} = s_0 \sin(\Omega t - Kx) \text{..................(24)}$$

A.1 Effet photo- élastique :

a- En présence d'une déformation dans le milieu, les composantes du tenseur d'imperméabilité électrique sont modifiées. Ce phénomène est appelé effet **photo- élastique**. Chaque composante η_{ij} $(\{s_{kl}\})$ du tenseur d'imperméabilité étant développée à l'ordre un en fonction des composantes s_{kl} du tenseur de déformation, on écrit alors :

$$\eta_{ij}([s]) = \eta_{ij} + \sum_{k,l} P_{ijkl}\, s_{kl} \text{.....................(25)}$$

où $\eta_{ij} = \eta_{ij}([s] = 0)$, $P_{ijkl} = \frac{\partial \eta_{ij}}{\partial s_{kl}}([s] = 0)$ et les $P_{ijkl} = P_{Ikl}$ (I signifie la contraction de ij) sont les composantes du tenseur **photo-élastique [P]**.

b- Comme les tenseurs d'imperméabilité électrique et de déformation sont symétrique : $\eta_{ij}([s]) = \eta_{ji}([s])$ et $s_{kl} = s_{lk}$, les composantes $P_{ijkl} = P_{IM}$ (M signifie la contraction de kl) du tenseur **photo-élastique** sont invariantes par permutations de i et j d'une part, et par permutation de k et l d'autre part. Les paires « s » d'indices (i, j) sont alors remplacées par un seul indice I allant de 1 à 6, avec la convention suivante :

(1,1) $\longrightarrow$ 1 , (2,2) $\longrightarrow$2 , (3,3) $\longrightarrow$ 3 , (4 ,4) $\longrightarrow$4 ,(5,5) $\longrightarrow$ 5 ,(6,6) $\longrightarrow$ 6

On note que les indices contractés (I,M) évolue de 1 à 6. Le tenseur de rang 4 $[P_{IM}]$ est donc décrit par la matrice 36 coefficients **photo- élastiques.**

On peut alors écrire la relation entre le tenseur d'imperméabilité électrique et celui des déformations, soit sous une forme $\eta_I(\{s_M\}) = \eta_I + \sum_M P_{IM} s_M$, soit, sous forme matricielle :

$$\begin{pmatrix} \delta\eta_1([s]) \\ \delta\eta_2([s]) \\ \delta\eta_3([s]) \\ \delta\eta_4([s]) \\ \delta\eta_5([s]) \\ \delta\eta_6([s]) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} P_{11} & P_{12} & P_{13} & P_{14} & P_{15} & P_{16} \\ P_{21} & P_{22} & P_{23} & P_{24} & P_{25} & P_{26} \\ P_{31} & P_{23} & P_{33} & P_{34} & P_{35} & P_{36} \\ P_{41} & P_{42} & P_{43} & P_{44} & P_{45} & P_{46} \\ P_{51} & P_{52} & P_{53} & P_{54} & P_{55} & P_{56} \\ P_{61} & P_{62} & P_{63} & P_{64} & P_{65} & P_{66} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} s_1 \\ s_2 \\ s_3 \\ s_4 \\ s_5 \\ s_6 \end{pmatrix} \text{..............(26)}$$

où $\delta\eta_I([s]) = \eta_I([s]) - \eta_I$

Le nombre de coefficients photo-élastiques non nuls et indépendants diminue en fonction des symétries structurales du milieu considéré.

c) Dans un milieu strictement isotrope, la matrice (P_{IK}) possède la forme suivante :

$$\begin{pmatrix} P_{11} & P_{12} & P_{12} & 0 & 0 & 0 \\ P_{12} & P_{11} & P_{12} & 0 & 0 & 0 \\ P_{12} & P_{12} & P_{11} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & P_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & P_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & P_{44} \end{pmatrix} \text{.......................(27)}$$

avec $P_{44} = \frac{1}{2}(P_{11} - P_{12})$, dans un repère cartésien yxz arbitraire. Deux coefficients $P_{11} et P_{12}$ décrivent donc entièrement la photoélasticité d`un milieu homogène de structure isotrope (liquide, ou solide amorphe).

d) Pour une onde longitudinale $\vec{U}(x,t) = \vec{x}\, U_0 \cos(\Omega t - Kx)$, on a vu que la seule composante de déformation est $s_{11} = s_1 = s_0 \sin(\Omega t - Kx)$ avec $s_0 = KU_0$.

On en déduit :
$\delta\eta_I([s])=P_{11}s_1$, $\delta\eta_2([s]) =\delta\eta_3([s]) = P_{12}s_1$ et $\delta\eta_4([s]) = \delta\eta_5([s]) = \delta\eta_6([s]) =0$
d'où l'équation de l'ellipsoïdes des indices en présence de l'onde acoustique :

$$\frac{x^2+y^2+z^2}{n^2} + P_{11}s_1x^2 + P_{12}s_1(y^2+z^2) = 1 \text{……………………..(28)}$$

$$\frac{2}{n_e^2} + \frac{z^2+y^2}{n_0^2} = 1 \text{…………………(29)}$$

avec $\frac{1}{n_e^2} = \frac{1}{n^2} + P_{11}s_0 \sin(\Omega t - Kx)$ et $\frac{1}{n_0^2} = \frac{1}{n^2} + P_{12}s_0 \sin(\Omega t - Kx)$….(30)

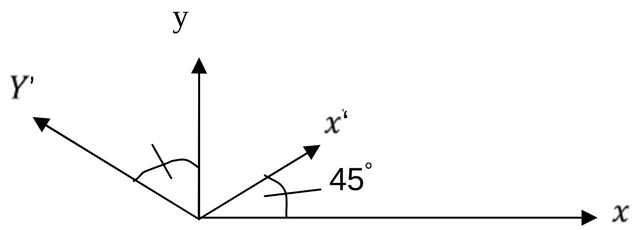
Ainsi, le milieu devient uni-axial d`axes optique x suivant la propagation de l`onde acoustique, avec l`indices de réflexions principale extraordinaire $n_e(x,t) = n - (\delta n_0)_e \sin(\Omega t - Kx)$.
avec $(\delta n_0)_e = \frac{1}{2}P_{11}n^3 s_0$
L`indice de réfraction principal ordinaire vaut :

$$n_0(x,t) = n - (\delta n_0)_0 \sin(\Omega t - Kx) \text{ ………………(31)}$$

avec $(\delta n_0)_0 = \frac{1}{2}P_{12}n^3 s_0$
Pour une onde acoustique transverse $\vec{U}(x,t) = \hat{y}\, U_0 \cos(\Omega t - Kx)$
On a vu que les seules composantes de déformation étaient
$s_{12} = s_{21} = \frac{1}{2}s_6 = s_0 \sin(\Omega t - Kx)$ avec $s_0 = KU_0$
On en déduit que $\delta\eta_6$ ([s])=$P_{44}s_6$
D'où l`équations de l`ellipsoïde des indices en présence de l`onde acoustique :

$$\frac{x^2+y^2+z^2}{n^2} + 2P_{44}s_6xy = 1 \text{ …………………(32)}$$

Les axes principaux de cet ellipsoïde sont a 45° des axes x et y .



En effet, $x = \frac{x' - y'}{\sqrt{2}}$ et $y' = \frac{x' + y'}{\sqrt{2}}$ donnent l`équation de l`ellipsoïde des indices dans x`y`z :

$$\frac{x'^2+y'^2+z^2}{n^2} + P_{44}s_6\frac{x'^2-y'^2}{2} = 1 \text{ ………………(33)}$$

soit :

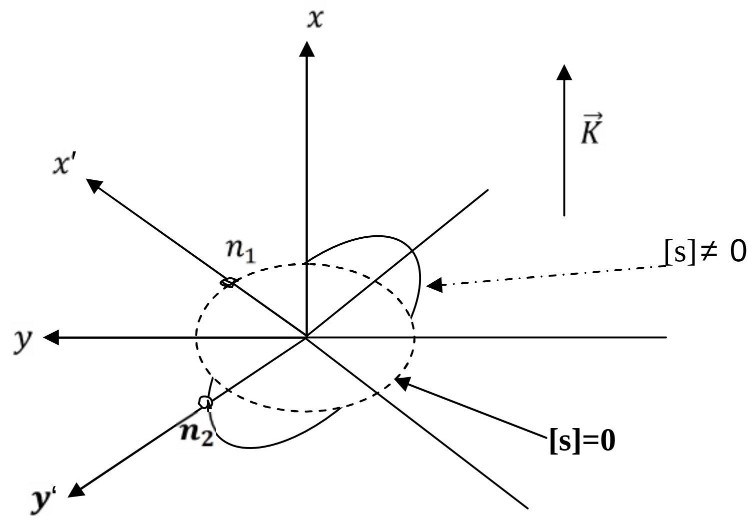
$$\frac{x'^2}{n_1^2} + \frac{y'^2}{n_2^2} + \frac{z^2}{n_3^2} = 1 \text{ ………………..(34)}$$

avec :

$$\frac{1}{n_1^2} = \frac{1}{n^2} + P_{44}s_6 \text{ ……………(35)}$$

$$\frac{1}{n_2^2} = \frac{1}{n^2} - P_{44}s_6 \text{ ….………..(36)}$$

$$\frac{1}{n_3^2} = \frac{1}{n^2} \text{ …………..……….(37)}$$



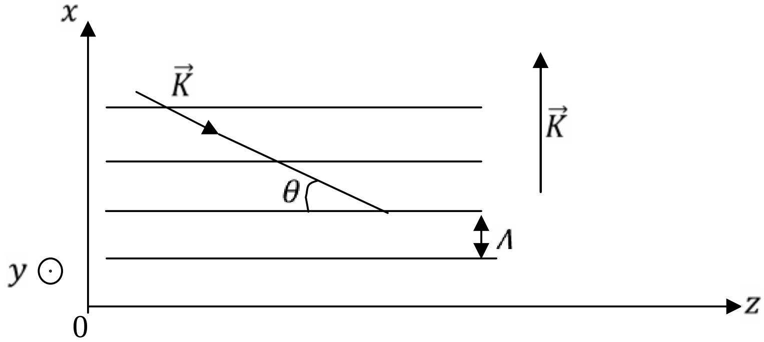
c`est -à-dire :

$$n_1(x,t) = n - P_{44} n^3 s_0 \sin(\Omega t - Kx) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(38)$$
$$n_2(x,t) = n + P_{44} n^3 s_0 \sin(\Omega t - Kx) \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(39)$$
$$n_3(x,t) = n \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(40)$$

Sous l`effet d`une onde acoustique transverse, un milieu de structure isotrope devient donc bi-axial.

A.2. réflexions de Bragg :

a) Si l'on considère la situation où une onde acoustique longitudinale se propage dans un milieu strictement isotrope, on constate qu`elle est extrêmement proche de la description simplifiée des paragraphes **(III.1.1.2.A)** et (**III.1.1.2.B)**. En effet, une onde acoustique se propageant suivant x, une onde lumineuse dans le milieu de vecteur d`onde $\vec{K}$ appartenant au plan zx, est un mode propre de propagation à tout instant et en tout lieu, ordinaire si elle est polarisée suivant y et extraordinaire si elle est polarisée dans le plan zx.



L`unique correction à la démarche simple des paragraphes **(III.1.1.2.A)** et (**III.1.1.2.B)**, est que la modulation d`indice de Réfractions δn_0 dépende de la polarisation « s » (suivant Y) ou

« p » (dans zx) de la lumière. Le rendement des réflexions de Bragg, qui fait intervenir δn_0 (**(III.1.1.2.C**), n`est donc pas le même pour des faisceaux polarisée « s » ou « p » .
b) Au contraire, dans le cas où l`onde acoustique suivant x est transverse ,la situation est plus subtile à analyser, du fait que la lumière polarisée « s » ou « p » n`est pas dans un mode propre de propagation du milieu.
En raisonnant à la limite $\theta \approx 0$, une polarisation incidente « s » (suivant y) se décompose, à poids égaux et en phase, sur une polarisation suivant x` et autre suivant y` Chacune de ces polarisations subit une réflexion de Bragg, avec $(\delta n_0)x' = +P_{44}n^3s_0$. Pour la première et $(\delta n_0)y' = -P_{44}n^3s_0$ pour la seconde. A cause du changement de signe entre $(\delta n_0)x'$et $(\delta n_0)y'$, les deux ondes réfléchies se superposent en opposition de phase (**(III.1.1.2.B.c**) :
La réflexion de Bragg est polarisée linéairement suivant x, c`est – a- dire de polarisation P.

III.2.Modulateur acousto-optique [4]:
On s’intéresse uniquement au modulateur de Bragg, tel que $l \gg \Lambda^2/\lambda$. Le dispositif est schématisé sur la figure (9) l’angle de Bragg l’efficacité de diffraction est :

$$\eta = \sin^2\left(\frac{\pi l}{\sqrt{2}\lambda\cos\theta_B}\sqrt{MI_a}\right) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(41)$$

Pour des puissances acoustiques faibles, on peut écrire :

$$\eta = \frac{\pi^2 l^2}{2\lambda^2\cos^2\theta_B}\sqrt{MI_a} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(42)$$

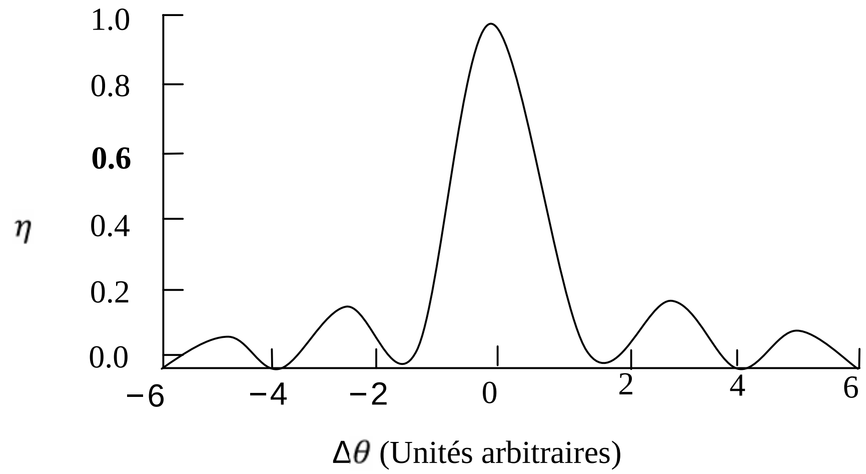


Figure (8) : Évolution de rendement du diffraction en fonction de l’écart à l’angle

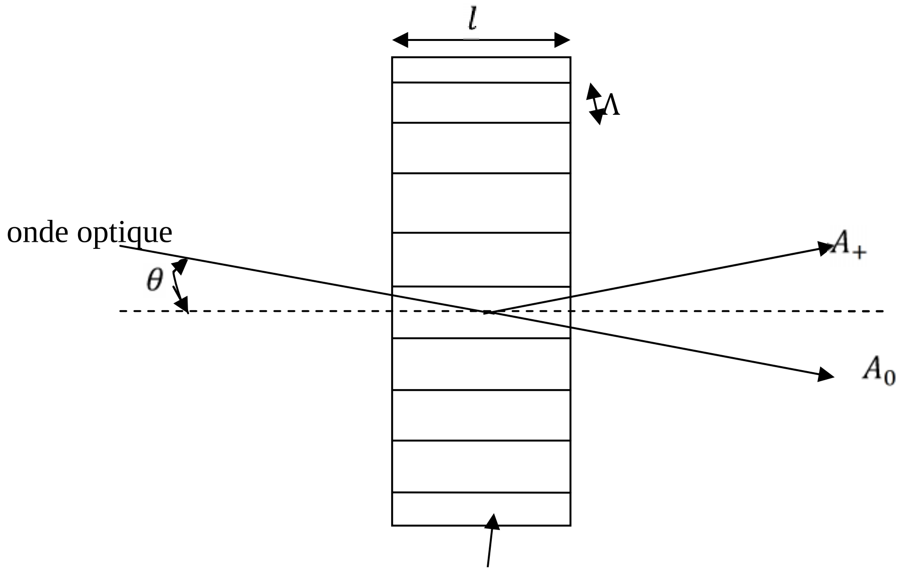


Figure (9) : Modulateur acousto-optique

Le rendement η dépend linéairement de la puissance acousto-optique : si cette dernière est modulée temporellement, il en sera de même du signal diffracté. L'efficacité est optimisée à l'angle de Bragg. La condition de Bragg est :

$$\sin\theta_B = \frac{\lambda}{2\Lambda} = \frac{\lambda_0}{2\Lambda} = \frac{\lambda_0 f}{2nv} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(43)$$

où f est la fréquence acoustique et v la vitesse de propagation de l'onde acoustique .

considérons une onde acoustique caractérisée par une fréquence centrale f_0 et sa largeur Δf . Si les ondes acoustiques et optiques sont parfaitement plane (un seul vecteur d'onde), la relation (43) ne peut être satisfaite que pour une seul fréquence conduisant à une bande passante nulle. En pratique, les ondes optique sont gaussiennes d'où une certaine divergence (dispersion des vecteurs d'onde) et l'onde acoustique est limitée par la largeur de transducteur d'où une dispersion des vecteurs d'onde acoustique.la dispersion angulaire des deux ondes permet de vérifier la relation (43) pour une bande finie de fréquences acoustiques. La dérivé de (43) est :

$$\Delta f = \frac{2nv}{\lambda_0}\cos\theta_B\,\Delta\theta \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (44)$$

où $\Delta\theta$ représente l'écart à l'angle de Bragg pour la fréquence moyenne lorsque la fréquence est décalée de Δf.

Soient :

$\delta\theta = \frac{\lambda_0}{\pi n w_0}$ la divergence de l'onde optique (faisceau gaussien),

$\delta\Phi = \frac{\Lambda}{l}$ la divergence de l'onde acoustique (diffraction par une ouverture de largeur l) .

Où λ_0 est la langueur dans le vide, w_0 le waist, n l'indice de réfraction et Λ la langueur d'onde acoustique.

La situation physique est schématisée sur la figure (10).

Pour chaque vecteur d'onde optique incident k_i il existe un vecteur d'onde acoustique K tel que la condition de Bragg soit réalisée. Autrement dit, pour chaque fréquence acoustique ,il

existe une direction K contenu dans le cône δ□ permettant de réaliser l'accord de Bragg et donc d'optimiser le rendement de diffraction pour cette fréquence figure (11).
Pour un vecteur d'onde incident k_1, les ondes diffractées se trouvent dans un cône d'angle $2\delta\Phi$. A chaque direction correspond une fréquence unique de l'onde acoustique car le module de K est proportionnel à la fréquence. Sur le premier schéma de la figure(11), les grandes fréquences acoustiques conduisent à une onde diffractée avec un angle plus grand que les petites. Pour un autre vecteur d'onde optique incident k_2, l'énergie est diffractée dans un cône identique au précédent mais dans la direction moyenne est décalée . la modulation sur l'onde totale diffractée résulte des battements entre les différentes onde diffractées par l'ensemble des fréquences présentes dans le signal RF.
Or, les battements sont d'autant plus efficaces que le recouvrement des faisceaux est grand. Pour réaliser cette condition, il est nécessaire que les deux ondes aient des divergences sensiblement égales.

$$\delta\Phi \;\square\; \delta\theta = \frac{\lambda_0}{\pi n w_0}$$

L'excursion maximale en fréquence en partant de f_0 sera alors (44) :

$$\Delta f_{max} = \frac{n}{\lambda_0}\cos\theta_B \frac{\lambda_0}{\pi n w_0}$$

$$\Delta f_{max} = \frac{v}{\pi w_0} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots..(45)$$

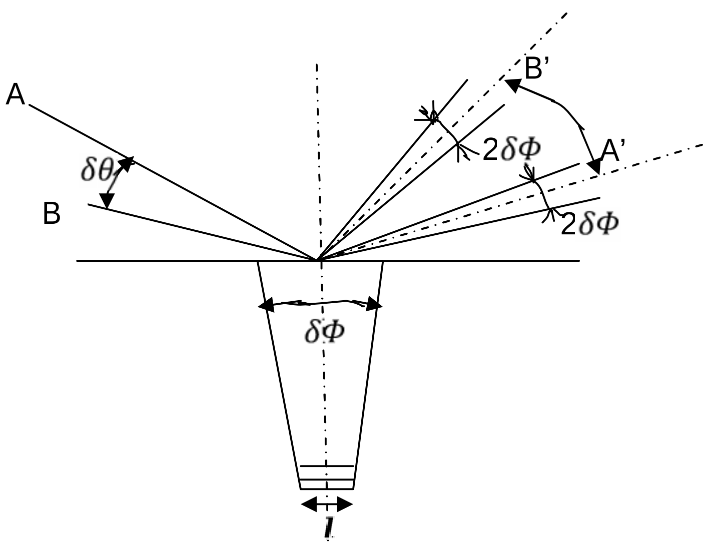


Figure (10) : Divergences des faisceaux optiques et acoustiques

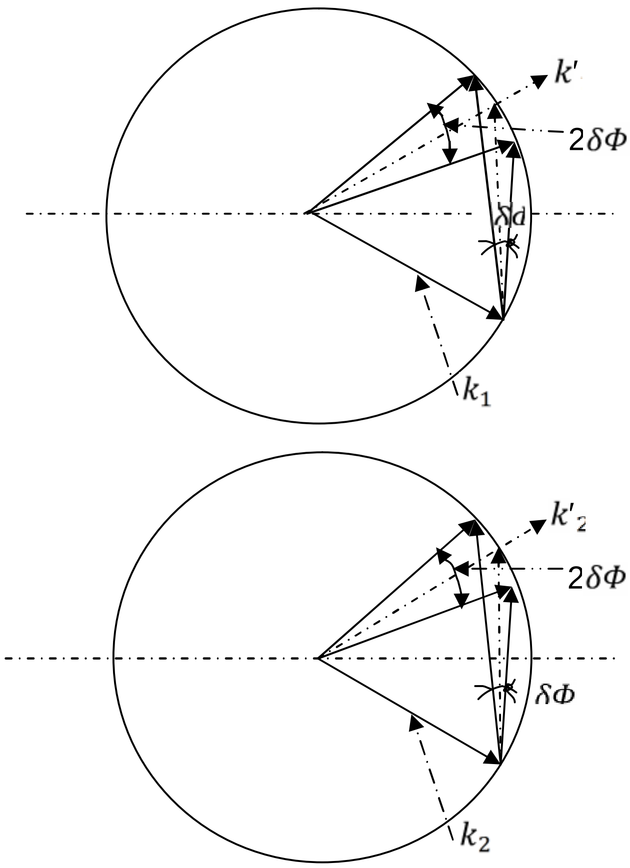


Figure (11) : Diagrammes des vecteurs d'ondes pour deux incidences du faisceau optique

D'après la relation (45), de grandes bandes passantes peuvent être obtenues avec des faisceaux très focalisés car la bande passante est proportionnelle à $1/w_0$. Cependant si $\delta\theta$ devient trop grand, il y aura recouvrement entre les ordres de diffraction $+1$ et 0, dégradant ainsi les performances du modulateur. On a donc la contrainte supplémentaire :

$$\delta\theta < \theta_B$$

Conduisant à :

$$\frac{\Delta f_{max}}{f_0} < \frac{1}{2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(46)$$

La relation (46) donne la bande passante optimale d'un modulateur acousto-optique.

CHAPITRE IV

MODULATION MAGNITO-OPTIQUE

IV.1 EFFET FARADAY :

Depuis Faraday et Maxwell, on sait que la lumière et les champs électromagnétiques sont très liés. En1845, Faraday a constaté qu'un champ magnétique appliqué à du verre provoque la rotation du plan de polarisation d'une onde lumineuse si sa direction de propagation est parallèle au champ $\vec{H}$. Il s'observe lorsque la lumière traverse un milieu isotrope transparent plongé dans un champ magnétique statique externe. Le plan de polarisation tourne d'un angle. Le plan de polarisation de la lumière subit une rotation à cause du champ magnétique, et l'angle de rotation magnéto-optique θ est donné par l'équation suivante :

$$\theta = VHL\cos(\delta) \quad \ldots(16)$$

Où V est la constante de Verdet du milieu, H est le champ magnétique appliqué, L est la longueur du trajet de la lumière à travers le milieu, et δ est l'angle entre la direction du champ magnétique et celle du faisceau lumineux. V sera positif si le sens de la rotation est le même que celui du courant électrique qui produit le champ magnétique. Dans les expressions magnéto-optiques, l'expression configuration de Faraday est utilisée pour décrire un rayonnement incident se propageant parallèlement ($\delta = 0$) au champ magnétique externe.

$$\theta = VHL \qquad \ldots(17)$$

Il se produit une rotation parce que le champ magnétique affecte la vitesse de la composante à polarisation circulaire droite du faisceau lumineux d'une manière différente de celle avec laquelle il affecte la vitesse de la composante à polarisation circulaire gauche. Par conséquent, les indices de réfraction des deux composantes, n_D et n_G, sont différents. La constante de Verdet d'un milieu est donnée par la formule suivante :

$$V = \frac{\pi}{\lambda}(n_D - n_G) \quad \ldots(18)$$

Où λ est la longueur d'onde du faisceau lumineux incident. Les unités typiques de la constante de Verdet sont les degrés par Oersted par centimètre. Une application importante est l'isolateur optique.

L'effet Faraday peut aussi s'observer lorsque de la lumière polarisée linéairement se propage le long de l'axe optique de cristaux uniaxes biréfringents ; l'effet est masqué par la biréfringence dans les autres directions. Dans le cas des matériaux ferromagnétiques, la constante de Verdet est souvent proportionnelle à la susceptibilité. Par conséquent, on utilise la constante de Kundet , qui est égale à la constante de Verdet divisée parla susceptibilité .

Dans le cas des semi-conducteurs, On peut considérer que l'effet Faraday consiste en deux composantes additives. La première ,appelée l'effet Faraday inter bande, est due aux différences entre les probabilités des différentes transitions virtuelles d'électrons de valence des niveaux de Landau de la bande de valence séparés par l'effet Zeeman aux niveaux de même type de la bande de conduction . Cette première composante est importante pour un photon dont l'énergie correspond à l'énergie de la bande interdite et décroit au fur et à mesure que l'énergie elle-même décroit. La deuxième composante, appelée l'effet Faraday des porteurs libres, est due aux transitions virtuelles d'électrons de conduction aux niveaux de Landau séparés l'effet Zeeman de la bande de conduction. Dans l'infrarouge, là où la fréquence de la lumière est élevée comparativement aux fréquences de la résonance cyclotron et des collisions, la constante de Verdet pour la rotation de Faraday des porteurs libres est donnée par les équation suivante :

$$V_{FC} = \left(\frac{e^3}{8\pi^2 c^3 \varepsilon_0}\right)\cdot\left(\frac{N\lambda^2}{[m^*]^2 n}\right) \quad ....(19)$$

Ou' N est la concentration des porteurs libres, λ est la longueur d'onde du faisceau lumineux,m^* est la masse effective,n est l'indice de réfraction, e est la charge de l'électron, c est la vitesse de la lumière dans le vide, et ε_0 est la permittivité du vide .En mesurant la rotation de Faraday dans l'infrarouge et en apportant les corrections nécessaires pour la petite contribution de l'effet Faraday inter bande , On peut calculer la masse effective des porteurs . L'effet Faraday inverse a aussi été observé. Dans ce cas, la lumière à polarisation circulaire, en traversant un milieu non- absorbant induit une aimantation proportionnelle à la constante de Verdet du milieu.

IV.2 Théorie de l'effet Faraday

IV.2.1 Modèle de l'oscillateur avec un terme forcé :

On peut se convaincre qu'il y a interaction lumière – induction magnétique à l'aide du modèle classique de la molécule considérée comme oscillateur. On en tire la permittivité, les courbes $\bar{n}$ et $\bar{K}$,$\Delta\varphi$ en fonction de n_+, n_- et la formule $\theta = VHL$. Le calcul de l'indice ou la susceptibilité ne conduit à des cas simples que pour des configurations particulières du champ magnétique ou' $\vec{B}\, et\, \vec{k}$ sont Co-linière, ce que l'on choisira ici.
On part du modèle de l'oscillateur forcé ou' $\vec{F}$ est la force externe.

$$m\frac{d^2\vec{r}}{dt^2} + C\vec{r} + \frac{m}{\tau}\frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{F} \quad .....(20)$$

On se rappelle que dans ce modèle, $\vec{r}$ est déplacement de l'oscillateur. Lorsqu'il y a induction magnétique, il faut se servir de la force de Lorentz :

$$\vec{F} = q\overrightarrow{E_m} + q\overrightarrow{v_m} \times \vec{B}_a \quad ....(21)$$

$$\text{donc} \quad : m\frac{d^2\vec{r}}{dt^2} + C\vec{r} + \frac{m}{\tau}\frac{d\vec{r}}{dt} = q\overrightarrow{E_m} + q\overrightarrow{v_m} \times \vec{B} \quad ...(22)$$

La solution de l'équation ci-dessus $\vec{r}$. Pour le terme $\vec{v} \times \vec{B}$: On choisit $\vec{B}$ et $\vec{k}$ selon $\overline{oz}$:

$$\vec{v} \times \vec{B} = \begin{array}{c} \begin{matrix} i' & j' & k' \end{matrix} \\ \begin{vmatrix} v_x & v_y & v_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix} \end{array} = \vec{\imath} v_y B_z - \vec{\jmath} v_x B_z \quad .....(22-a)$$

On sépare l'équation en deux équations couplées :

a) Terme en $\vec{\imath}$:

$$\frac{d^2x}{dt^2} + x\frac{C}{m} + \frac{1}{\tau}\frac{dx}{dt} = \frac{q}{m}E_x e^{jwt} + \frac{qB}{m}\frac{dy}{dt}$$

b) Terme en $\vec{\jmath}$:

$$\frac{d^2y}{dt^2} + y\frac{C}{m} + \frac{1}{\tau}\frac{dy}{dt} = \frac{q}{m}E_y e^{jwt} + \frac{qB}{m}\frac{dx}{dt}$$

Donc :

a)

$$\frac{d^2x}{dt^2} + x\frac{C}{m} + \frac{1}{\tau}\frac{dx}{dt} - \frac{qB}{m}\frac{dy}{dt} = \frac{q}{m}E_x e^{jwt} \qquad (22\text{-b})$$

b)

$$\frac{d^2y}{dt^2} + y\frac{C}{m} + \frac{1}{\tau}\frac{dy}{dt} - \frac{qB}{m}\frac{dx}{dt} = \frac{q}{m}E_y e^{jwt} \qquad (22\text{-c})$$

Pour obtenir une onde à polarisation droite, on fait la somme des équations, ce qui nous donne :

$$E_x + jE_y \qquad \text{…. (23)}$$

$$\frac{d^2}{dt^2}(x+jy) + \omega_0^2(x+jy) + \frac{1}{\tau}\frac{d}{dt}(x+jy) + j\frac{Bq}{m}\frac{d}{dt}(x+jy) = \frac{q}{m}(E_x + jE_y)e^{jwt} \text{ …(24)}$$

Posons :

$$\tilde{r}\check{} = (x+jy)e^{jwt}(complexe)$$

$$\frac{d\tilde{r}\check{}}{dt} = j\frac{Bq}{m} = jwt$$

$$\frac{d^2\tilde{r}\check{}}{dt^2} = -w^2\tilde{r}\check{}$$

En simplifiant le terme e^{jwt} :

$$\tilde{r}\check{}= \frac{q/m}{w_0^2 - w^2 - \frac{Bqw}{m} + j\frac{w}{\tau}}\tilde{E} \quad \text{…. (25)}$$

où $\tilde{E} = E_x + jE_y$: onde à polarisation droite .A l'aide de $\tilde{r}\check{}$, On peut calculer la permittivité .Le moment dipolaire est

$$\vec{P} = q\vec{r} = \eta\vec{E} \quad \text{…(26)}$$

Ou' η est la polarisation optique est le moment dipolaire moyen :

$$\vec{P} = Nq < \vec{r} > \text{….(27)}$$

Donc en introduisant le symbole ~pour indiquer les valeurs complexes, on a :

$$\vec{P}(\vec{r}) = N\tilde{\eta}\tilde{E}\mathrm{L}(\overrightarrow{r}) = \varepsilon_0\tilde{\chi}_{er}\vec{E} \text{…..(26)}$$

$$\tilde{P} = Nq\tilde{r}\check{} = N\tilde{\eta}\tilde{E}$$

Et en se servant de la relation classique entre la permittivité et la susceptibilité,

$$\tilde{\varepsilon}_r = 1 + \tilde{\chi}_{er}$$

$$\tilde{\varepsilon}_r = \tilde{N}^2$$

Avec $\tilde{N}$ est le nombre moyen de molécules N.
Où $\tilde{N} = \bar{n} - j\bar{K}$ est l'indice de réfraction complexe, On arrive à :

$$\tilde{\varepsilon}_r = 1 + \frac{N\tilde{\eta}}{\varepsilon_0} \quad \text{... (27)}$$

Le cas de la polarisation circulaire gauche se traite de manière analogue au cas précédent, en faisant toutefois la différence (22-b) et (22-c) qu'on aura multiplié au préalable par le nombre complexe (j). Ceci étant, on trouve deux possibilités deux permittivités diélectrique, notées ε_{r+} et ε_{r-} selon que l'onde a une polarisation droite (+) ou gauche (-).

$$\varepsilon_{r\pm} = 1 + \frac{(\frac{Nq^2}{m\varepsilon_0})}{w_0^2 - w^2\left(1 \pm \frac{\Omega}{w}\right) + j\,\frac{w}{\tau}} \dots\dots (28)$$

où Ω représente la fréquence cyclotron donnée par : $\Omega = \frac{q}{m}B$ (29)

On a donc des courbes de dispersion et d'absorption pour un milieu soumis à un effet magnétique longitudinal (figure -1-).

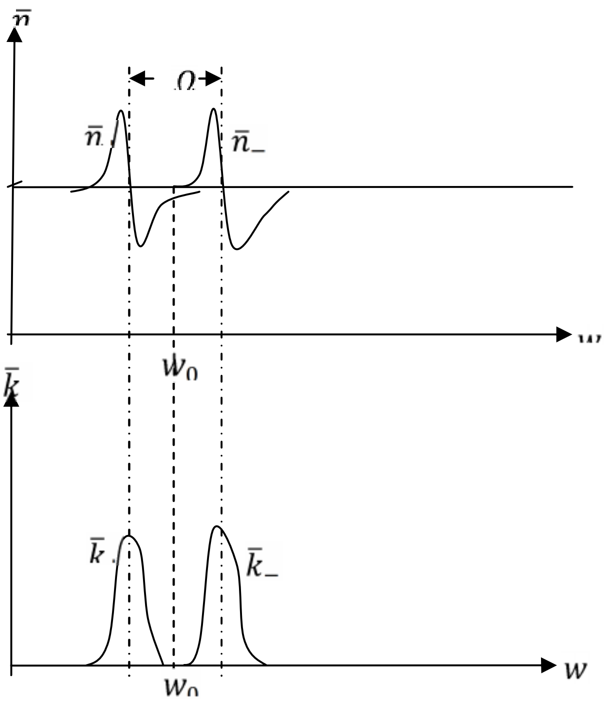


Figure-1- Indice de réfraction et coefficient d'extinction dans le cas de l'effet Faraday

On a deux types de courbes selon la polarisation circulaire de l'onde incidente ; à une fréquence donnée ω_1 on aura deux indices : n_+ et n_-. On peut s'attendre à un déphasage : $|\Delta\varphi| = \frac{2\pi}{\lambda_0}(n_+ - n_-)L$

Puisque une polarisation plane est la superpositions circulaires à la sortie du cristal , la polarisation aura tourné . L'angle de rotation est donné par :

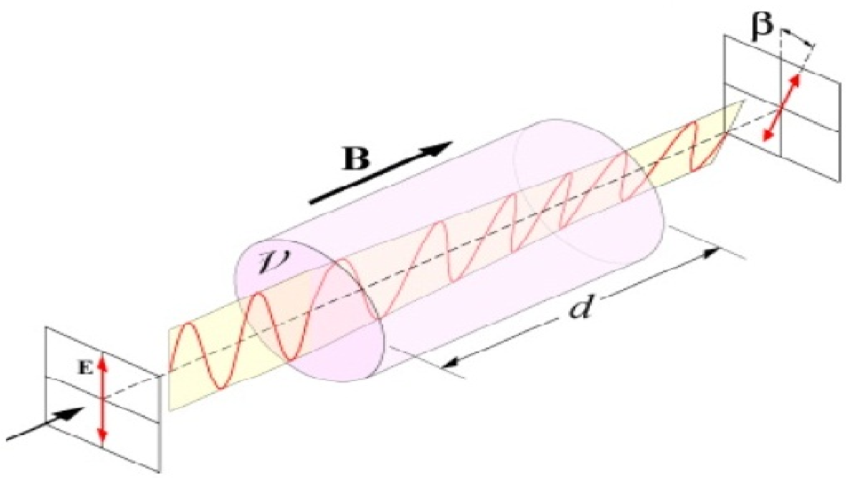
$$\theta = \frac{\pi L}{\lambda_0}\frac{Nq^3}{m^2 n\varepsilon_0}\cdot\frac{Bw}{(w_0^2 - w^2)^2} \dots (29)$$

où $n = \frac{n_+ - n_-}{2}$. On l'exprime par :

$$\theta = VHL$$

V est la constante de Verdet. En comparant les deux équations, on a une expression pour la constante de Verdet.

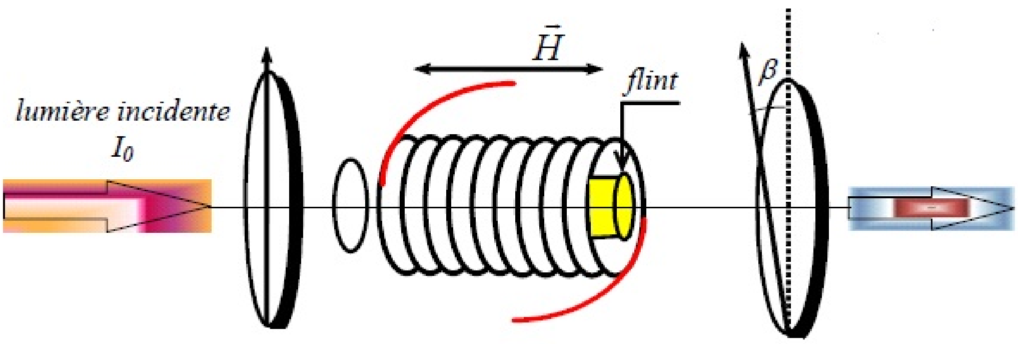
IV.3.Modulateur magnito-optique [11]:



Figure(1): Modulateur magnéto-optique

En absence de champ magnétique l'intensité de la lumière transmise de l'analyseur s'exprime suivant la loi :

$$I = I_0 \cos^2 \beta$$



Figure(2) :

Si on applique un signal sur le solénoïde le champ magnétique crée fait tourner le plan de polarisation de l'onde optique d'un angle θ_F et l'intensité de la lumière sortie devient :

$$I = I_0 \cos^2(\beta \pm \theta_F)$$

Conclusion

Conclusion :

Les principaux résultats concernant les modulateurs optiques, à action directe (injection de porteurs) ou à action externe (champ électrique, champ magnétique ou une onde acoustique) ont été présentés. L'objectif consiste à développer les caractéristiques de chacun de ces modulateurs et de présenter leurs avantages et inconvénients.

Pour cela, le travail étudié tout d'abord la modulation directe qui offre l'avantage d'être simple et peu coûteuse puisqu'elle n'utilise que la source optique (diode laser), contre une source et un modulateur pour ce qui concerne la modulation externe. Elle se contente d'une tension réduite et une puissance faible car la tension appliquée n'est que de 2 à 3 V et la puissance de modulation est minime. Elle comporte cependant des limites liée à la diode laser. C'est ainsi que le temps de réaction, les oscillations, le bruit crée font que la modulation directe provoque pour les hauts débits certaines dégradations sur le signal optique modulé.

Pour pallier à ces inconvénients la modulation externe est indispensable pour maintenir une qualité de transmission correcte (au delà de 5 Gbit/s). Par rapport à la modulation directe, elle présente donc une bande passante bien plus grande.

La modulation externe (électro-optique, acousto-optique et magnéto-optique) présente de nombreux avantages. En effet, elle permet d'envoyer des débits plus élevés. Le bruit, le chirp ne sont pas inexistants dans les modulateurs externes mais leurs influences sont nettement plus faibles que dans les diodes laser.
La modulation électro-optique à effet Pockels et à effet Kerr, présente des avantages et des inconvénients. Pour le premier, on trouve que le signal modulé est proportionnel à l'excitation donc on est besoin d'une faible excitation, comme il contient quelques inconvénients qui sont liées au type de matériau (particulier et très cher). Pour le second il est facile à mettre en ouvre (matériaux disponible), par contre le signal modulé pose le problème d'être proportionnel au carré de camp donc on est besoin d'un convertisseur et une grande excitation.
Nous avons vu aussi pour la modulation acousto-optique, comment la propagation d'une onde acoustique est capable de provoquer un déplacement inhomogène des atomes d'un cristal, c'est à dire l'apparition d'un champ de déformation. Nous avons ensuite indiqué comment ce champ de déformation crée une modulation de l'indice de réfraction du milieu. Elle se contente (modulation acousto-optique) d'être facile à mètre en œuvre mais aussi elle est besoin d'un cache à la sortie du modulateur pour garder le signal outil.

On a terminé avec le 4ème chapitre qui est dédiée à l'étude de modulatrice magnéto-optique dont le principe est le suivant : la lumière polarisée linéairement subit la rotation de polarisation en traversant le milieu magnéto-optique aimanté parallèlement à la direction de propagation. L'avantage de ce modulateur et qu'il est facile à réaliser par rapport à touts les modulateurs précédents car on est besoin seulement à un dispositif transparent cylindrique et une bobine.

BIBLIOGRAPHIE

BIBLIOGRAPHIE :

CHAPITRE I

[1] Thibaut Jacqmin, Modulation directe du courant d'injection de diodes laser pour pièges magnéto-optiques de 87 Rb et 40K, University of Otago Dunedin, thèse de Doctoral, Nouvelle Zélande. **2007**

[2]**Younes ZOUINE,** Contribution par la simulation système à l'étude des contraintes des composants optoélectroniques sur la transmission optique utilisant la technique CDMA ,thèse de Doctoral, Université de Limoges, 2005.

CHAPITRE II

[3] Irène et **Michel Joindot** : **et douze co-auteurs**, Les télécommunications par fibres, DUNOD.

[4] François Sanchiez, Optique non-linéaire (cours et problèmes résolus), ELLIPSES.

[5] Sébastien KILBURGER, Réalisation et caractérisations d'hétéro structures à base de couches minces de LiNbO3 pour des applications en optique intégrée , thèse de Doctoral, UNIVERSITE DE LIMOGES **,2008 .**

[6] J.P. Salvestrini, LES MODULATEURS ELECTRO-OPTIQUES MASSIFS, thèse de Doctoral, UNIVERSITE DE METZ, **2006.**

[7] Yousra Ben M'sallem, Génération d'impulsions optiques brèves à haut débit par mélange à quatre ondes, L'École Nationale Supérieure des Télécommunications de Paris (ENST), **2005/2006.**

[8][**Rosine VALOIS**] thèse pour obtenir le grade de DOCTEUR de l'Université de Limoges.

[9] Rachid RADOUANI, Dérive dans les modulateurs électro-optiques Mach-Zehnder. Analyse physique et résolution, thèse de Doctorale, Unité de recherche commune à l'Université Paul Verlaine – Metz et Supélec, 2006.

CHAPITRE III

[10] [Nelson 1970] : « New symmettry for acousto- optic scattrering » , **D.F. Nelson , M.Lax , Phys . Rev. Lett. 24, p.379-380 (1970)**

CHPITRE IV :

[11] Liubov MAGDENKO, CONCEPTION ET REALISATION DE COMPOSANTS NON-RECIPROQUES PLANAIRES A BASE DE MATERIAUX MAGNETO-OPTIQUES**,** thèse de Doctoral, Ecole Doctorale « Sciences et Technologies de l'Information des Télécommunications et des Systèmes**,** 2010