

MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE
SCIENTIFIQUE
UNIVERSITE MOULOUD MAMMERI DE TIZIOUZOU
FACULTE DE GENIE DE LA CONSTRUCTION
DEPARTEMENT DE GENIE MECANIQUE



Mémoire de fin d'études

En vue de l'obtention du diplôme Master académique
En construction mécanique

Thème

Détection et localisation des défauts dans les structures en
composites par des méthodes vibratoires avec
comparaison de ces dernières

Présenté par :

Mlle. HAMDI Tin-hinan
Mr. BOUCHALA Ghiles

Soutenu publiquement le 23/09/2017 devant le Jury composé de:

ASMA Farid
BEHTANI Amar
TIACHACHT Samir

Président
Promoteur
Examineur

2016/2017

Sommaire Pages

Remercîment	1
Dédicace	2
Liste des figures	3
Liste des tableaux	5
Introduction générale	8

Chapitre I : Etat de l'art sur le thème

1. Introduction.....	10
2. Le contrôle non destructif	
2.1 Le contrôle visuel.....	10
2.2 Le contrôle par ressuage.....	10
2.3 Le contrôle par radiographie.....	11
2.4 Le contrôle par thermographie et infrarouge.....	11
2.5 Le contrôle par shearographie.....	11
2.6 Le contrôle par ultrason.....	11
2.7 Le contrôle par magnoscopie.....	12
3. Méthodes basées sur des données vibratoires	
3.1 la méthode par changement de fréquence.....	14
3.2 la méthode par changement de déformée propre.....	15
3.3 la méthode en fonction de la réponse fréquentielle (FRF).....	16
3.4 la méthode par modification de l'amortissement.....	16
3.5 la méthode d'énergie de déformation modale.....	18
3.6 la méthode basée sur la flexibilité modale.....	18
4. Conclusion.....	19

Chapitre II : Les mécanismes d'endommagements et la modélisation en éléments finis, des stratifiés.

1. Les mécanismes d'endommagements des stratifiés	
1.1 Généralités sur les composites.....	20

1.1.1	Les stratifiés	22
1.1.2	Les plis composites	22
1.1.3	Les composites sandwichs	23
1.2	Quelques notions sur la fissuration et les modes de ruptures	
a)	Des notions sur la fissuration	24
b)	Modes de rupture.....	24
2.	Modélisation des stratifiés en éléments finis	
2.1	Théorie de Timoshenko.....	25
2.2	Energie de déformation	27
2.3	Energie cinétique.....	30
2.4	Calcul des matrices de masse et de raideur pour la structure saine avec l'élément fini SI 12	
2.4.1	Calcul de la matrice de rigidité.....	30
2.4.2	Matrice de masse élémentaire.....	33
2.4.3	Assemblage des matrices élémentaires	34
3.	Conclusion	35

Chapitre III : Présentation des méthodes de détection

I.	La méthode de variation de la matrice de flexibilité	
I.1	Présentation de la méthode.....	39
I.2	L'organigramme de la méthode.....	40
II.	La méthode de la force modale résiduelle	
II.1	Présentation de la méthode	41
II.2	L'organigramme de la méthode	42
III.	La méthode basée sur les réponses fréquentielles	
III.1	Présentation de la méthode	44
III.2	L'organigramme de la méthode	45
IV.	La méthode basée sur l'énergie de déformation modale	
IV.1	Présentation de la méthode	48
IV.2	L'organigramme de la méthode	50

Chapitre IV : Application numérique des méthodes de détection

1. Cas appui simple :	
a) Cas un seul endommagement	
a)1. 10% de réduction de raideur.....	56
a)2. 20% de réduction de raideur.....	58
a)3. 40% de réduction de raideur.....	59
b) Cas de deux endommagements	
b)1. 20% de réduction de raideur.....	60
b)2. 10% et 40% de réduction de raideur.....	61
c) Cas de trois endommagements	
c)1. 20% de réduction de raideur.....	62
c)2. 10%, 20% et 40% de réduction de raideur.....	63
c)3. 10%, 10% et 20% de réduction de raideur.....	64
2. Cas encasté libre :	
a) Cas un seul endommagement	
a)1. 10% de réduction de raideur.....	67
a)2. 20% de réduction de raideur.....	68
a)3. 40% de réduction de raideur.....	69
b) Cas de deux endommagements	
b)1. 20% de réduction de raideur.....	70
b)2. 10% et 40% de réduction de raideur.....	71
c) Cas de trois endommagements	
c)1. 20% de réduction de raideur.....	72
c)2. 10%, 20% et 40% de réduction de raideur.....	73
c)3. 10%, 10% et 20% de réduction de raideur.....	74
3. Conclusion.....	75
Conclusion générale.....	77
Bibliographies.....	78
Annexes.....	81

Dédicace

On dédie ce modeste travail à :

Nos chers parents.

Nos dédicaces s'adressent également à nos chers frères et sœurs.

Et à tous les membres de nos familles

Aussi, on dédie ce travail à tous nos amis.

A tous les enseignants et toutes les enseignantes Mécanique.

Remerciement

Nous remercions Allah tout puissant qui nous a donné le courage, la volonté et de nous avoir bénie jusqu'à la réalisation de ce travail. On remercie vivement les membres de jury qui nous honore en jugeant notre mémoire de fin d'étude.

Nous tenons aussi à remercier chaleureusement notre encadreur Mr : BEHTANI Amar, mine de savoir et d'expérience, pour son grand soutien au travail.

Nous n'oublierons pas de remercier tous les nos enseignants du département, pour les efforts qu'ils ont fournis durant notre cursus afin de nous amener jusqu'au bout de la formation.

Enfin, grands merci à nos familles respectives et nos amis qui nous ont aidés.

Nous profitons de l'occasion pour remercier tous ceux qui ont collaboré de près ou de loin à la réalisation de ce mémoire.

Liste des figures

Liste des figures	pages
Figure I.1 : les trois phases utilisées lors du contrôle par magnétoscopie.....	12
Figure II.2 : Dispositions possibles des fibres dans un pli : (a) tissu plan (ici non équilibré), (b) mat, (c) unidirectionnel.....	22
Figure II.3 : Exemples de stratifiés à base de plis unidirectionnels.....	22
Figure II.4 : un composite en sandwichs	23
Figure II.5 : Les modes fondamentaux de la mécanique de la rupture	24
Figure II.6 : déformation d'une poutre avec la théorie de Timoshenko	26
Figure II.7 Représentation de la forme et les couches de la poutre composite.....	29
Figure II.8 : l'élément fini SI12.....	30
Figure II.9 : les fonctions de forme de l'élément SI 12.....	33
Figure III.1 : organigramme de la méthode de variation de flexibilité.....	40
Figure III.2 : organigramme de méthode de FRM.....	42
Figure III.3 : organigramme de la méthode FRF.....	45
Figure III.4: Tracé de $[X(w)]$ et $[X_d(w)]$ pour un seul endommagement.....	46
Figure III.5 : Tracé de $[X(w)]$ et $[X_d(w)]$ pour deux endommagements.....	46
Figure III.6 : organigramme de la méthode de l'énergie de déformation.....	50
Figure IV.a : structure saine et endommagée appui simple (FM).....	53
Figure IV.b : structure saine et endommagée encastree libre (FM).....	54
Figure IV.1 : poutre stratifié en appui simple.....	54
Figure IV.2 : cas test1 résultats pour un seul endommagement de 10% de raideur.....	56
Figure IV.3 : cas test 2 résultats pour un seul endommagement de 20% de raideur.....	58
Figure IV.4 : cas test 3 : résultats pour un seul endommagement de 40% de raideur.....	59
Figure IV.5 : cas test 4 : résultats pour deux endommagements 20% de raideur.....	60
Figure IV.6 : cas test 5 résultats pour deux endommagements avec 10% et 40% de raideur...61	
Figure IV.7 : cas test 6 résultats pour trois endommagements pour 20% de raideur.....	62

Liste des figures

Figure IV.8 : cas test 7 résultats pour trois endommagements de 10%, 20% et 40% de raideur	63
Figure IV.9 : cas test 8 résultats pour trois endommagements avec 10%,10% et 20% de raideur.....	64
Figure IV.10 : poutre stratifié encastree libre.....	65
Figure IV.11 : cas test 9 résultats d'un seul endommagement de 10% de raideur.....	67
Figure IV.12 : cas test 10 résultats pour un seul endommagement de 20% de raideur.....	68
Figure IV.13 : cas test 11 résultats pour un seul endommagement de 40% de raideur.....	69
Figure IV.14 : cas test 12 résultats pour deux endommagements 20% de raideur.....	70
Figure IV.15 : cas test 13 résultats pour deux endommagements avec 10% et 40% de raideur.....	71
Figure IV.16 : cas test 14 résultats pour trois endommagements pour 20% de raideur.....	72
Figure IV.17 : cas test 15 résultats pour trois endommagements de 10%, 20% et 40% de raideur.....	73
Figure IV.18 : cas test 16 résultats pour trois endommagements avec 10%,10% et 20% de raideur.....	74

Liste des tableaux

Liste des tableaux	Pages
Tableau I.2 : tableau récapitulatif des méthodes non destructives classique (CND).....	13
Tableau II.1 : Tableau représentant les types du composites, leurs constituants ainsi que le domaine d'application	21
Tableau IV.1 : caractéristique de la poutre en composite	53
Tableau IV.2 : tableau récapitulatif des essais en appui simple.....	55
Tableau IV.3 : tableau récapitulatif des essais en encasté libre.....	66

Introduction Générale

De nos jours, le client est de plus en plus exigeant en matière de qualité et de fiabilité, notamment depuis que le domaine industriel n'a plus de secrets (automobile, aéronautique.....). C'est pour cela que les chercheurs et ingénieurs se sont arrêtés sur les composites, principalement pour leurs rigidité, résistance et légèreté.

Au cours de notre travail, nous avons pu tester quatre méthodes de contrôle non destructif (CND) basées sur des données vibratoires : la méthode de variation de flexibilité (FM), la méthode de la force modale résiduelle (FRM), la méthode basée sur les réponses fréquentielles (FRF) et la méthode des énergies de déformation modales (EDM), pour détecter et localiser les différents défauts dans une structure. Nous avons aussi comparé les différentes méthodes.

Dans le premier chapitre, on a parlé des CND Classiques et l'apport qu'ils ont pu nous fournir, hélas, ces types de méthodes ne sont pas utilisées pour le contrôle en continue. Ce qui nous a amené à nous intéresser aux CND basés sur les méthodes vibratoires car elles permettent un contrôle continu de la structure.

Nous avons partagé le deuxième chapitre en deux parties, dans la première, nous avons évoqué les composites, leurs caractéristiques et différents types puis nous sommes passés aux notions de fissuration et mode de rupture. La deuxième est consacrée à la modélisation en éléments finis vu qu'on en aura besoin dans le quatrième chapitre.

Dans le troisième chapitre, nous avons présenté les différentes méthodes de détection que nous appliquerons par la suite sur une structure stratifiée pour localiser les défauts.

Dans le quatrième chapitre, nous avons réalisé une application numérique sur une structure stratifiée sur trois couches où nous avons varié les conditions aux limites à savoir l'appui simple et l'encastree libre et ce sous différentes conditions.

La problématique à laquelle nous devrions répondre à la fin de ce travail est : est-ce-que les quatre méthodes choisies détectent et localisent les défauts sous différentes conditions ? Et y-a-t-il une méthode plus robuste qu'une autre ?

Chapitre I :

Etat d'art sur le thème

1. Introduction :

Les matériaux composites se développent continuellement, mais cela en respectant la condition de variabilité intrinsèque de leur comportement, qui est lié à la présence de défaut créé lors de la fabrication du matériau ainsi qu'aux endommagements induit.

La ruine d'une structure peut être provoquée par les défauts et les endommagements qui peuvent être accés complexes et divers, s'ils ne sont pas détectés et contrôlés. C'est pour cette raison qu'une structure est testée avant et après usage.

Le contrôle non destructif est le plus souvent utilisé car il laisse la structure intacte, d'ailleurs on le trouve dans beaucoup de domaines de l'industrie, néanmoins les CND classiques ne permettent pas un contrôle continu.

Vu le développement dans les domaines des capteurs, traitement de signal, outils informatiques.... Le contrôle basé sur les vibrations est favorisé car la surveillance se fait en temps réel et aussi à haute précision. Pour cette raison on va plus nous intéresser aux contrôles continus dans notre travail.

2. Le contrôle non destructif :

Le CND est utilisé souvent dans l'aéronautique, l'industrie pétrolière et navale, l'industrie de l'énergie (turbines, chaudière, réacteur nucléaire....), génie civil et bâtiment....etc.

Citant quelques méthodes de contrôle non destructif utilisées dans l'industrie.

2.1 *Contrôle visuel :*

L'examen visuel est le premier procédé de contrôle puisqu'il consiste à examiner une structure à l'œil nu ou avec une loupe. Il permet de mettre en évidence les défauts superficiels et les défauts internes en cas de structure transparente.

Actuellement, tous les résultats d'un contrôle se traduisent numériquement (image numérisée). On a trois phases essentielles dans le cas de contrôle visuel :

- Phase d'excitation : produire un faisceau lumineux.
- Phase de perturbation : placer la pièce dans le champ optique et rechercher son orientation la plus favorable.
- Phase de révélation : placer l'œil dans le champ du faisceau réfléchi.

2.2 *Contrôle par ressuage :*

L'essai de ressuage a pour but de révéler la présence de défauts débouchant à la surface d'une pièce. Ces discontinuités ne peuvent généralement pas être décelées par un simple examen visuel. Le terme ressuage désigne l'extraction d'un fluide d'une discontinuité accumulé lors d'une opération d'imprégnation.

Chapitre 1. Etat d'art sur le thème

La manipulation du contrôle par ressuage s'effectue en cinq étapes :

- Bien essuyer et dégraisser la surface à contrôler.
- Immersion dans le produit pénétrant.
- Rinçage de l'excès du produit puis le séchage.
- Application du révélateur qui a pour fonction d'absorber le pénétrant dans les défauts de surface.
- En cas d'utilisation de produit fluorescents, on a la révélation à l'aide d'une lampe ultraviolet.

La limite de cette méthode de contrôle est qu'elle soit applicable juste pour les fissures débouchant à la surface. [1]

2.3 Contrôle par radiographie :

La pièce est soumise aux rayons X, ces rayons permettent de détecter les défauts placés dans le plan du faisceau ce qui la rend moins sensible pour les défauts de délaminage.

L'avantage de cette technique est de fournir des informations directement exploitables sur l'intérieur des objets ou des matériaux. L'étape d'inversion peut être assez réduite et la résolution spatiale suffisamment bonne. Toutefois, l'interprétation des images demande de l'expertise et la réalisation des clichés nécessite des conditions de sécurité pour l'opérateur et l'environnement. [2]

2.4 Contrôle par thermographie et infrarouge :

La thermographie est un outil important dans le contrôle, sachant que les défauts se traduisent par un échauffement ou un refroidissement anormal de la pièce. La thermographie est la seule à nous permettre d'observer une scène thermique en mettant en évidence, sans contact, des différences de températures à la surface de tous type d'objet.

2.5 Contrôle par shearographie :

La shearographie est une méthode interférométrique utilisant la lumière laser comme source lumineuse. Le gradient du déplacement de la surface provoquée par la mise sous contraintes de la pièce est mesuré puis analysé et présenté sous forme d'une cartographie des déformations de la surface. Cette cartographie est le résultat de la comparaison d'images obtenues par mesure des variations géométriques à la surface des échantillons sous test à différents intervalles de temps.

Les contraintes appliquées peuvent être thermiques, vibratoires ou pneumatiques (dépression). [1]

2.6 Contrôle par ultrason :

Le contrôle par ultrasons est basé sur la transmission, la réflexion et l'absorption d'une onde ultrasonore se propageant dans la pièce à contrôler. Le train d'onde émis se réfléchit dans

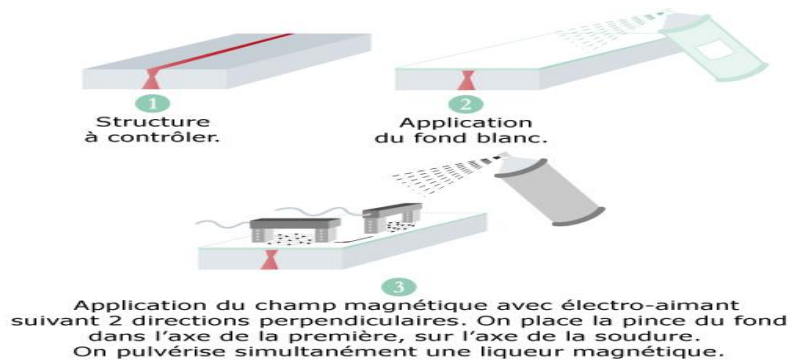
Chapitre 1. Etat d'art sur le thème

le fond de la pièce et sur les défauts puis revient vers le transducteur (qui joue souvent le rôle d'émetteur et de récepteur). L'interprétation des signaux permet de positionner le défaut. Cette méthode présente une résolution spatiale élevée et la possibilité de trouver des défauts en profondeur. [1]

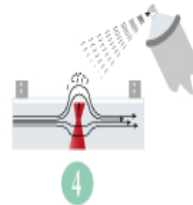
2.7 Contrôle par magnétoscopie :

La magnétoscopie est une technique de contrôle par aimantation qui s'applique par l'action d'un champ magnétique continu ou alternatif sur les matériaux ferromagnétiques comme les aciers (sauf austénitiques), les fontes...

Phase d'excitation :

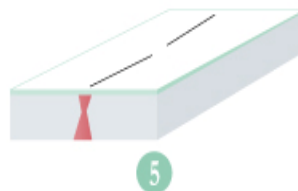


Phase de perturbation :



Le champ magnétique traverse l'assemblage à contrôler, si il y a une discontinuité le champ magnétique est perturbé et passe alors dans l'air. Ce champ de fuite attire les particules ferromagnétique pulvérisées.

Phase de révélation :



Les particules magnétiques forment alors une ligne noire contrastant avec le fond blanc.

Figure I.1 : les trois phases utilisées lors du contrôle par magnétoscopie

Chapitre 1. Etat d'art sur le thème

Les potentialités et limites de quelques méthodes CND :

Type de défauts		Examen visuel	Ressuage	Ultrasons (attén.trans)	Ultrasons (attén.réfl)	Ultrasons (mesure de vitesse)	Radiographie		Thermographie
Vide (bulle d'air, manque d'une couche...)	à la surface	BS	BS	BS	AL	/	SM	SM	
	près de la surface	AL	FS	BS	AL	/	SM	SM	
	en profondeur	FS	FS	BS	BS	SM	SM	AL	
Microporosité	près de la surface	AL	FS	BS	AL	/	SM	SM	
	en profondeur	FS	FS	BS	BS	SM	SM	AL	
Inclusion	près de la surface	AL	FS	SM	AL	/	SM	SM	
	en profondeur	FS	FS	SM	BS	/	SM	AL	
Contamination		/	/	/	/	/	BS	/	
Polymérisation		/	/	AL	AL	SM	/	/	
Délaminage (parallèle à la surface)	près de la surface	AL	BS	BS	AL	/	FS	BS	
	en profondeur	AL	BS	BS	BS	/	FS	SM	
Fissures de matrice (perpendiculaire à la surface)	à la surface	AL	BS	SM	AL	/	BS	SM	
	près de la surface	/	BS	SM	SM	/	BS	SM	
	en profondeur	/	AL	SM	SM	/	BS	/	
Orientation des fibres		AL	/	AL	AL	SM	BS	/	
Rupture des fibres		/	/	AL	AL	/	SM	/	
Décollement fibre/matrice		AL	AL	AL	AL	AL	AL	/	
Variation du taux de fibres		/	/	AL	AL	SM	BS	/	
Variation d'épaisseur		SM	/	SM	SM	BS	BS	/	
Présence d'humidité		/	/	AL	AL	AL	BS	SM	
Impact		AL	/	BS	BS	FS	FS	BS	
Manque d'adhésif		AL	BS	BS	BS	/	AL	BS	
Porosité dans l'adhésif		/	/	BS	BS	/	AL	/	
Variation épaisseur d'adhésif		/	/	AL	SM	/	BS	/	
Film de protection restant		/	/	BS	BS	/	AL	/	
Découlement peau/peau		AL	/	BS	SM	/	SM	BS	

Tableau I.2 : tableau récapitulatif des méthodes non destructives classique CND

Chapitre 1. Etat d'art sur le thème

BS : bonne sensibilité
SM : sensibilité moyenne

FS : faible sensibilité
AL : application limitée

Contrôle continu de l'état de la structure

Les applications de la surveillance vibratoire sont nombreuses, dans les domaines de la mécanique et autres. Des méthodes de détection d'endommagement consistent à chercher un indicateur d'endommagement à partir des données mesurées.

L'évaluation de cet indicateur permet de juger l'état du système. Ces indicateurs peuvent être des paramètres modaux (fréquences propres ou modes, coefficients d'amortissement, déformées modales), ou liés aux paramètres structuraux (matrices de rigidité, de flexibilité, ...) Les paramètres modaux correspondent à la structure propre de la matrice de transition d'état d'un système dynamique linéaire. Des méthodes d'identifications et de détections de changement de la dynamique d'un tel système, utiles pour la surveillance préventive d'endommagements, ont été élaborées. L'identification des paramètres modaux est effectuée au moyen d'une méthode sous-espaces appliquée aux matrices de covariances des signaux de sortie.

Les méthodes de détection de l'endommagement ont contribué au développement de la SHM (Structural Health Monitoring). L'endommagement de la structure peut être défini comme un changement introduit au système, qui affecte ses performances présentes et futures (*Doebling et al.*). Un système de classification de détection de l'endommagement a été donné par *Rytter* qui inclut 4 niveaux :

Niveau 1 : détermination de l'existence de l'endommagement dans la structure ;

Niveau 2 : détermination du type d'endommagement et de sa localisation ;

Niveau 3 : quantification de la sévérité de l'endommagement ;

Niveau 4 : prédiction de la durée de vie en service restante, en se basant sur le suivi de l'endommagement et des conditions de service.

3. Méthodes basées sur des données vibratoires.

3.1 Méthode par changement de fréquence :

Le changement de fréquence est un indicateur d'endommagement étudié par plusieurs auteurs. Il est considéré le plus facile à mesurer de tous les paramètres dynamiques. Le changement dans les fréquences structurales cause des modifications aux fréquences propres de la structure.

L'utilisation du changement de fréquence naturelle seule à une limitation dans quelques applications. On peut citer à titre d'exemple le changement de fréquence qui peut être plus affecté par la température et l'humidité que par l'endommagement dans le cas des ponts (*Ferrar et al.*). [3]

Chapitre 1. Etat d'art sur le thème

Adams et Cawley [4] sont partis du fait que la raideur change indépendamment de la fréquence, le rapport de changement de fréquence en deux modes est en fonction de la localisation de l'endommagement.

En utilisant le critère de Adams-Cawley sur la détection d'endommagement sur les poutres fissurées, Palacz et Krawczuk [5] indiquent que le changement dans les deux premières fréquences avec erreurs de mesure peuvent détecter avec succès la position et la profondeur de la fissure.

Cependant, les fréquences naturelles nous informent sur la nature globale de la structure, mais elles sont insensibles aux endommagements situés dans des zones de faibles contraintes.

Messina et al [6] ont développé un algorithme appelé « Damage Location Assurance Criterion (DLAC) ». L'indicateur DLAC est calculé à partir du vecteur de changement de fréquences expérimental et du vecteur de changement de fréquences théorique dans la région du présumé endommagement. La localisation de l'endommagement est obtenue en comparant les modèles de changement de fréquences.

Plus tard, Messina et al [7] ont généralisés l'approche pour des endommagements multiples (MDLAC), en incorporant les déformées propres aux fréquences.

Le DLAC a pour expression :

$$DLAC = \frac{|\Delta\omega_j^T \delta\omega_j|^2}{(\Delta\omega_j^T \Delta\omega_j)(\delta\omega_j^T \delta\omega_j)}$$

$$\text{Où : } \Delta\omega = \frac{\omega_s - \omega_d}{\omega_s}$$

ω_s : Pulsation propre de la poutre saine.

ω_d : Pulsation propre de la poutre endommagée.

Nicholson et Alnefaie [8] ont introduit un autre paramètre sensible à l'endommagement nommé l'indice du moment modal (Modal Moment Index MMI), qui extrait des paramètres modaux expérimentaux. L'indice a un changement brusque à l'endroit de l'endommagement et peut servir à le quantifier.

3.2 Méthode par changement de déformée propre :

Les déformées propres sont les descriptions spatiales des amplitudes à chacune des fréquences de résonance. Grâce à l'investigation qu'a proposé West [9], on peut faire une corrélation entre les déformées propres d'une structure endommagée sans passer par la méthode des éléments finis, et cela n'est possible qu'en utilisant le coefficient MAC (Modal Assurance Criterion).

L'expression de l'indicateur MAC s'écrit sous cette forme :

$$MAC_{ij} = \frac{\left| \sum_{k=1}^n [\phi_s]_k^i [\phi_d]_k^j \right|^2}{\sum_{k=1}^n \left([\phi_s]_k^i \right)^2 \sum_{k=1}^n \left([\phi_d]_k^j \right)^2}$$

Un autre critère largement utilisé est le COMAC (Coordinate Modal Assurance Criterion), qui fait l'identification des coordonnées où un ensemble de deux vecteurs propres ne se correspondent pas (Lieven et Ewins). [10]

Le COMAC s'exprime :

$$COMAC_{ij} = \frac{\left| \sum_{k=1}^m [\phi_s]_k^i [\phi_d]_k^j \right|^2}{\sum_{k=1}^m \left([\phi_s]_k^i \right)^2 \sum_{k=1}^m \left([\phi_d]_k^j \right)^2}$$

3.3 Fonctions de réponse fréquentielle (FRF) :

Les fonctions des réponses fréquentielles décrivent le domaine fréquentiel du système, et sont très utilisées dans la dynamique des structures et l'identification des systèmes mécaniques pour l'extraction des fréquences de résonance, l'estimation des vecteurs propres, des coefficients d'amortissement et vérifier les matrices de masse, de raideur et d'amortissement.

La FRF relie, directement ou indirectement plusieurs méthodes de détection d'endommagement basées sur l'évaluation des paramètres modaux. Cela induit que l'information contenue dans les données FRF, peut être directement utilisée.

Wang et al [11] ont utilisé directement les données FRF mesurées en développant un algorithme pour localiser et quantifier l'endommagement. Le vecteur d'endommagement, qui indique la position et la magnitude de ce dernier, est calculé à partir des perturbations dans les équations de la FRF.

Mottershead et al [12] ont exploré la possibilité de détection d'endommagement, en utilisant des équations FRF rationnelles, basée sur l'observation qu'un endommagement peut augmenter le comportement non-linéaire d'une structure.

Des techniques ont été développées pour extraire ces distorsions des données FRF, afin de localiser et quantifier l'endommagement (Vanhoenacker et al.) [13]

Mehrisadat Makki Alamdari et al [14], ont développé une technique de détection et de localisation d'un défaut qui se base sur la réponse fréquentielle ainsi que la suppression du bruit.

Chapitre 1. Etat d'art sur le thème

Afin de localiser et quantifier un défaut dans une structure avec différents types d'endommagements, SC Mohan et DK Maiti [15], ont mis au point un algorithme d'optimisation PSO (Particle swarm optimisation) basé sur la FRF.

3.4 Modification de l'Amortissement :

La détection d'endommagement basée seulement sur le changement des paramètres d'amortissement n'a pas été intensément étudiée, comparé aux méthodes basées sur les fréquences naturelles et les vecteurs propres.

Cela peut être dû à l'existence de différents types d'amortissement et à l'incertitude relativement haute dans son estimation.

Salane et Baldwin [16] ont conclu qu'ils ne pouvaient constituer des indicateurs fiables parce qu'ils pouvaient augmenter puis diminuer, en faisant des études sur l'influence des endommagements sur les coefficients d'amortissement. Ces instabilités sont à rapprocher de celles constatées sur la variabilité naturelle des paramètres modaux où l'amortissement a été jugé comme un paramètre instable. Toutefois, d'autres études ont aboutie à l'utilité de se servir de l'amortissement comme d'un indicateur de l'intégrité de la structure.

Bien que l'estimation de la matrice d'amortissement par les FRF (Chen et al.) [17] a été un thème de recherche dans le domaine d'identification des systèmes mécaniques pendant plusieurs années, la détection d'endommagement basée seulement sur le changement de ces paramètres n'a pas été intensément étudié, comparé aux méthodes basées sur les fréquences naturelles et les vecteurs propres. Cela peut être dû à l'existence de différents types d'amortissement et à l'incertitude relativement haute dans son estimation.

Toutefois un accroissement anormal des coefficients d'amortissement, provoque une dissipation d'énergie, peut indiquer un endommagement de la structure comme observé expérimentalement dans la majorité des cas (Morgan et Osterle) [18] et (Napolitano et Kosmatka) [19]. L'endommagement peut aussi résulter d'une diminution d'amortissement ou d'une augmentation précédée d'une diminution (Salane et Baldwin) [16] et (Hearn et Testa)[20].

Williams et Salawu [21] ont revus des études en génie civil, et ont conclu que la détection d'endommagement (localisation et quantification) ne peut être une véritable signification par l'amortissement seul. Par contre, le changement d'amortissement peut détecter l'endommagement là où les méthodes conventionnelles basées sur le changement de fréquences et de déformées propres ne sont pas sensibles.

Modena et al [22] ont démontrés que des microfissures causent des changements négligeables dans les fréquences naturelles, mais une augmentation considérable d'amortissement, ce qui peut être utilisé pour localiser la fissure. Les techniques de détection basées sur la mesure d'amortissement sont capables de nous renseigner seulement sur l'existence de l'endommagement.

3.5 Energie de déformation modale :

Yang et al [23] ont utilisé la propriété de l'invariance d'énergie de déformation modale élémentaire pour localiser l'endommagement. Dans cette méthode, l'énergie de déformation modale est décomposée en deux parties qui définissent deux indicateurs d'endommagement. Le premier est le rapport de changement d'énergie de déformation modale de compression et le second représente le rapport de changement d'énergie modale de torsion. L'énergie de déformation modale a été obtenue par des formes modales incomplètes et des matrices de raideur élémentaire. Plusieurs cas d'endommagement ont été simulés sur une plate-forme pétrolière offshore. D'après les résultats obtenus, les auteurs ont montré l'efficacité et la précision de la méthode dans la détection d'endommagement sur des structures complexes.

Brehm et al [24] ont pu localiser et quantifier l'endommagement, en développant une approche basée sur un modèle purement mathématique enrichi par des informations physiques obtenues par un modèle numérique basée sur l'énergie de déformation modale.

Afin de localiser et de quantifier des endommagements sur des poutres, sous différentes conditions aux limites, Dixit et al [25] ont obtenu des résultats expérimentaux qui démontrent la robustesse de leur approche en présentant une méthode basée sur l'énergie de déformation modale obtenue à partir des fréquences naturelles et des déformées propres correspondantes

3.6 Méthodes basées sur la flexibilité modale :

La présence d'endommagement ou d'une fissure dans une structure provoque une variation locale de leur rigidité, La réduction dans ce dernier réduit les fréquences et affecte les déformées modales, c'est-à-dire augmente la flexibilité (Ulm et al) [26]

Une nouvelle approche basée sur le changement de la matrice de flexibilité modale généralisée, est utilisée pour localiser et quantifier des endommagements. En comparaison avec la matrice de flexibilité modale, la matrice de flexibilité modale généralisée réduit l'effet de troncature des modes d'ordre supérieurs (Li et al.) [27]

Kazemi et al [28] ont utilisé la variation de la flexibilité modale pour détecter des défauts sur des structures plaques minces. L'indicateur d'endommagement est formulé à partir de la matrice de flexibilité modale et des équations différentielles de variation des efforts.

Une méthode appelée flexibilité locale basée sur la flexibilité quasi statique. La matrice de flexibilité modale est combinée avec des forces virtuelles qui causent des contraintes non nulles sur de petites parties de la structure, où de possible changement de raideur sont à chercher, Reynders et al [29] ont démontré que, si la relation contraintes déformations est proportionnelle, le rapport entre certaines combinaisons de déformations avant et après endommagement, fait apparaître un changement de raideur, égale à l'inverse de la raideur locale.

4. Conclusion :

Au cours de ce chapitre, on a pu voir les différentes méthodes de détections d'endommagement qu'elles soient par les CND classiques (ressuage, ultrason, contrôle visuel, radiographie....) ou par des méthodes basées sur les vibrations (changement de paramètres dynamique).

Dans ce chapitre, on a pu mesurer l'importance du contrôle sur l'amélioration de la fiabilité des structures.

Dans la suite de notre travail, on va nous focaliser sur la mise en pratique de quelques méthodes vibratoires.

Chapitre II :

Les mécanismes
d'endommagements et
la modélisation en
éléments finis, des
stratifiés.

Chapitre II. Les mécanismes d'endommagements et la modélisation en éléments finis, des stratifiés.

1. Les mécanismes d'endommagements des stratifiés :

1.1 Généralités sur les composites :

D'une manière générale, un matériau composite est constitué de l'assemblage de deux matériaux de natures différentes, se complétant et permettant d'aboutir à un matériau dont l'ensemble des performances est supérieur à celui des composants pris séparément.

Un matériau composite consiste dans le cas le plus général d'une ou plusieurs phases discontinues réparties dans une phase continue. Dans le cas de plusieurs phases discontinues de natures différentes, le composite est dit hybride. La phase discontinue est habituellement plus dure avec des propriétés mécaniques supérieures à celles de la phase continue. La phase continue est appelée la **matrice**. La phase discontinue est appelée le **renfort ou matériau renforçant**. Une exception importante à la description précédente est le cas de polymères modifiés par des élastomères, pour lesquels une matrice polymère rigide est chargée avec des particules élastomères. Pour ce type de matériau, les caractéristiques statiques du polymère (module d'Young, contrainte à la rupture, etc.) ne sont pratiquement pas modifiées par l'adjonction de particules élastomères, alors que les caractéristiques au choc sont améliorées.

Les propriétés des matériaux composites résultent :

- Des propriétés des matériaux constituants,
- De leur distribution géométrique,
- De leurs interactions

Un matériau composite est constitué d'une matrice et d'un renfort, constitué de fibres.

La matrice est elle-même composée d'une résine (polyester, époxyde, etc.) et de charges dont le but est d'améliorer les caractéristiques de la résine tout en diminuant le coût de production. D'un point de vue mécanique, l'ensemble résine-charges se comporte comme un matériau homogène, et le composite est considéré comme constitué d'une matrice et d'un renfort.

Le renfort apporte au matériau composite des performances mécaniques élevées, alors que la matrice a pour rôle de :

- Lier les fibres entre-elles
- Transférer les charges mécaniques aux fibres
- Protéger les fibres de l'environnement extérieur

Les résines doivent donc être assez déformables et présenter une bonne compatibilité avec les fibres. En outre, elles doivent avoir une masse volumique faible de manière à conserver aux matériaux composites des caractéristiques mécaniques spécifiques élevées.

Le type d'association matrice-renfort dépend des contraintes imposées au concepteur : caractéristiques mécaniques élevées, tenue en température, coût, résistance à la corrosion

Chapitre II. Les mécanismes d'endommagements et la modélisation en éléments finis, des stratifiés.

Type de composite	Constituants	Domaines d'application
<p><i>1. composites à matrice organique</i></p> <p>Papier, carton</p> <p>Panneaux de particules</p> <p>Panneaux de fibres</p> <p>Toiles enduites</p> <p>Matériaux d'étanchéité</p> <p>Pneumatiques</p> <p>Stratifié</p> <p>Plastiques renforcés</p>	<p>Résine/charge/fibres cellulose-siques</p> <p>Résine/copeaux de bois</p> <p>Résine/fibres de bois</p> <p>Résines souples/tissus</p> <p>Elastomères /bitume/textiles</p> <p>Caoutchouc/toile/acier</p> <p>Résine/charges/fibres de verre de carbone, etc.</p> <p>Résines/microsphères</p>	<p>Imprimerie, emballage, etc.</p> <p>Menuiserie</p> <p>Bâtiment</p> <p>Sports, bâtiment</p> <p>Toiture, terrasse, etc.</p> <p>Automobile</p> <p>Domaines multiples</p>
<p><i>2. composites à matrice minérale</i></p> <p>Béton</p> <p>Composite carbone-carbone</p> <p>Composite céramique</p>	<p>Ciment/sable/granulats</p> <p>Carbone/fibres de carbone</p> <p>Céramique/fibres céramiques</p>	<p>Génie civil</p> <p>Aviation, espace, sports, bio-médecine, etc.</p> <p>Pièces thermo-mécaniques</p>
<p><i>3. composites à matrice métallique</i></p>	<p>Aluminium/fibres de bore</p> <p>Aluminium/fibres de carbone</p>	<p>Espace</p>
<p><i>4. sandwiches</i></p> <p>{ Peaux</p> <p>{ Ames</p>	<p>Métaux, stratifiés, etc.</p> <p>Mousses, nids d'abeilles, balsa, plastiques renforcés, etc.</p>	<p>Domaines multiples</p>

Tableau II.1 : Tableau représentant les types du composites, leurs constituants ainsi que le domaine d'application.

Chapitre II. Les mécanismes d'endommagements et la modélisation en éléments finis, des stratifiés.

1.1.1. Les stratifiés :

Dans un stratifié, les fibres sont agencées en couches fines nommées **plis**, qui sont empilées les unes sur les autres ; après la mise en forme, ces couches seront liées entre elles par l'intermédiaire de la matrice. Au sein d'un pli, les renforts peuvent avoir n'importe quel type de disposition.

On peut citer quelques dispositions :

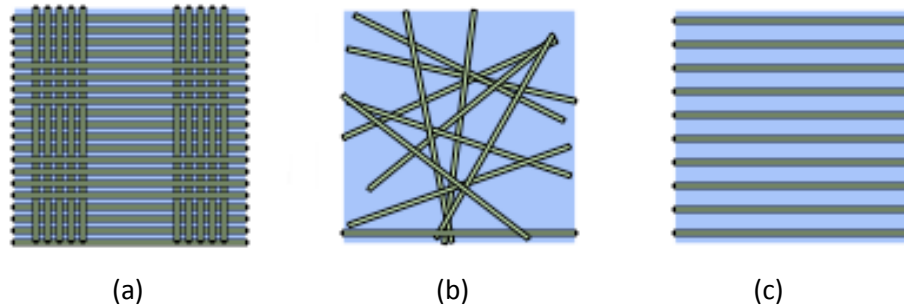


Figure II.2 : Dispositions possibles des fibres dans un pli :
(a) tissu plan (ici non équilibré), (b) mat, (c) unidirectionnel.

En jouant sur l'ordre et l'orientation des plis (*figure II.2*), il est possible d'adapter finement les propriétés mécaniques du stratifié aux sollicitations extérieures (les stratifiés résistent aux sollicitations en membrane), et donc d'atteindre un haut niveau d'optimisation en mettant la matière là où elle est le plus utile. A l'échelle de la structure, les comportements mécaniques ainsi obtenus peuvent être très complexes, et vont du quasi-isotrope à une anisotropie marquée lorsque l'application le nécessite.

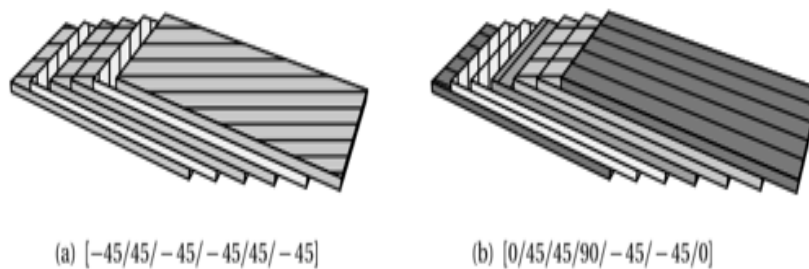


Figure II.3 : Exemples de stratifiés à base de plis unidirectionnels.

1.1.2 Les plis composites :

En composite on trouve les plis unidirectionnels (monocouche) et les plis équilibrés (tissés équilibrés).

- Les plis unidirectionnels :

Ils représentent l'élément de base de la structure composite. Les différents types de monocouches sont caractérisés par la forme du renfort : à fibres longues, à fibres tissées, à fibres courtes.

Chapitre II. Les mécanismes d'endommagements et la modélisation en éléments finis, des stratifiés.

- Les plis équilibrés :

Les tissus se composent de fils chaîne et de trames perpendiculaires entre eux, le mode d'entrecroisement ou armure les caractérise.

1.1.3 Les composites sandwichs :

La technique des structures sandwich est employée pour concevoir des pièces rigides en flexion et en torsion, ces composites résistent aux sollicitations hors plan.

L'intérêt de cette disposition est aussi de mettre la matière là où elle est nécessaire, lorsqu'une telle structure est sollicitée en torsion ou en flexion, les peaux travaillent en membrane, tandis que l'âme travaille en cisaillement (à des niveaux de contrainte bien plus faibles). C'est pour cela qu'on obtient des pièces ultralégères, résistantes et rigides en flexion et en torsion.

Généralement, les deux peaux constituant la structure en sandwichs sont des stratifiées.



Figure II.4 : un composite en sandwichs

➤ Propriétés des matériaux sandwichs :

Avantage :

- Une grande légèreté
- Une grande rigidité de flexion due à l'écartement des semelles (augmentation du moment quadratique de flexion)
- Excellentes caractéristiques d'isolation thermique

Inconvénient :

- Mauvaise isolation acoustique (n'amortissent pas).
- La tenue au feu n'est pas bonne pour certaines catégories d'âmes.
- Les risques de flambement sont plus élevés que pour les structures classiques.

1.2 Quelques notions sur la fissuration et les modes de ruptures :

a) Des notions sur la fissuration :

La mécanique de la rupture caractérise le comportement à la fissuration des structures à l'aide de paramètres quantifiables (taille de la fissure, résistance à la fissuration du matériau...).

La rupture par fissuration est la création d'une surface de discontinuité, lorsqu'il s'agit de la rupture fragile, la rupture se produit par clivage sans prévenir, le plus souvent sans déformation plastique.

Le clivage est le mécanisme de déformation qui met en jeu la rupture de la liaison atomique dans le plan dans lequel doit se produire la déformation. Il s'agit de considérer que les liaisons se comportent l'une après l'autre plutôt que toutes à la fois.

Le mécanisme de rupture par fissuration peut intervenir selon deux types de fissuration :

- **La fissuration brutale** : pour les solides, ou pour les matériaux à très haute résistance, les contraintes de travail sont très élevées, une énergie potentielle considérable est ainsi créée, la présence de petites fissures peut alors conduire à une rupture brutale qui souvent ne s'accompagne pas de déformations plastiques macroscopiques par suite de la très faible ductilité.

- **La fissuration successive** : il s'agit ici, d'une succession de mécanismes (fragile, ductile) qui, sous contraintes répétées, entraîne la fissuration successive, appelée la rupture par fatigue.

b) Modes de rupture :

Les trois modes fondamentaux de rupture correspondant aux déplacements relatifs des lèvres de la fissure.

- **Mode I** : mode d'ouverture où les lèvres s'écartent l'une de l'autre suivant la direction y suite au chargement σ_y .
- **Mode II** : mode de glissement où les lèvres glissent l'une sur l'autre selon la direction x perpendiculaire au front de fissure, qui apparaît lors d'un cisaillement τ_{xy} .
- **Mode III** : mode de déchirement où les lèvres se déplacent l'une par rapport à l'autre selon la direction z parallèle au front de la fissure qui apparaît lors d'un cisaillement T_{yz} .

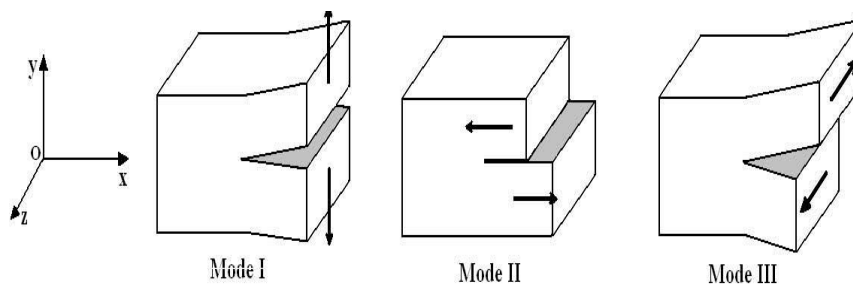


Figure II.5 : Les modes fondamentaux de la mécanique de la rupture

Chapitre II. Les mécanismes d'endommagements et la modélisation en éléments finis, des stratifiés.

Griffith a montré que les contraintes au voisinage de la pointe de la fissure ont la forme :

$$G_{ij} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} f_{ij}^I(\theta) + \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} f_{ij}^{II}(\theta) + \frac{K_{III}}{\sqrt{2\pi r}} f_{ij}^{III}(\theta) + G_{ij}^{(1)}$$

2. Modélisation des stratifiés en éléments finis :

2.1 Théorie de Timoshenko :

Les composites stratifiés et les structures poutres sandwichs ne peuvent pas être analysées par la théorie des poutres isotropes de l'Bernoulli-Euler, en raison de leurs rigidités transversales.

Sachant qu'il existe plusieurs théories avancées pour analyser et modéliser une structure en matériaux composites, nous, on a choisi la plus simple « la théorie de faisceau de Timoshenko 1921 », qui se porte sur la difformité du ciseau du premier ordre (first order shear déformation theory FOSDT)

L'hypothèse de Timoshenko suppose que les sections droites restent planes et indéformables, elles ont donc un mouvement de solide rigide (trois degrés de liberté pour un problème plan) et le tenseur des déplacements s'écrit sur la ligne moyenne :

$$\{u(x)\} = \begin{Bmatrix} \vec{y} \\ \vec{u} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0, y_x(x), 0 \\ u_1, 0, u_3 \end{Bmatrix} \dots\dots\dots (1.1)$$

Selon cette théorie :

- u_1 : est le déplacement longitudinal dans la direction de l'axe x de la poutre
- u_3 : est le déplacement transversal dans la direction de l'axe z,
- $\gamma_x(x)$: est la rotation autour de l'axe y

Où la continuité de u_1 , u_3 et $\gamma_x(x)$ imposée par la continuité des déplacements et non-inter-pénétrabilité de la matière.

La flexion plane suppose la poutre symétrique par rapport au plan (xz) et chargé dans ce plan. Le model de Timoshenko vise à améliorer le model antérieur de Navier-Bernoulli.

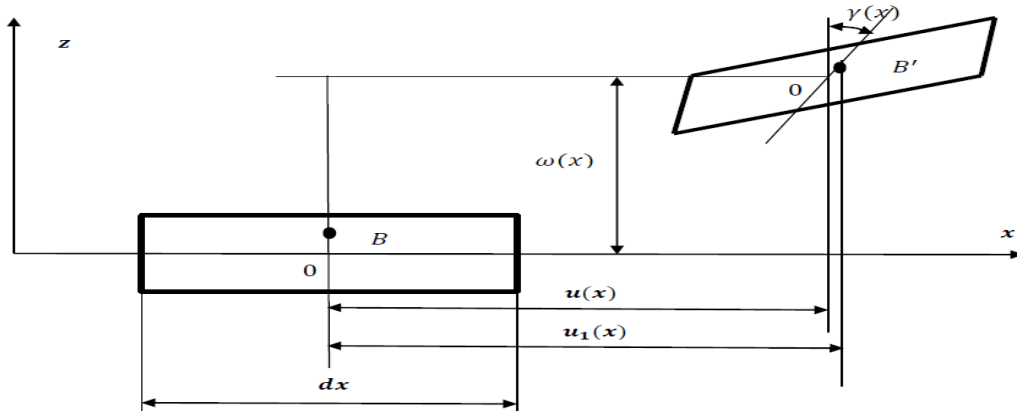


Figure II.6 : la déformation d'une poutre avec la théorie de Timoshenko

Les déplacements sont donnés par :

$$\left. \begin{aligned} U_1(x) &= u(x) + z\gamma(x) \\ U_3(x) &= w(x) \end{aligned} \right\} \quad (\text{II-1})$$

w : est la flèche de l'axe de la poutre.

u : est le déplacement longitudinal à $z=0$

Le tenseur des déformations est dans le cadre d'hypothèse des petites perturbations est défini par :

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_{ij} &= \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \\ \gamma_{ij} &= 2\varepsilon_{ij} = \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \end{aligned} \right\} \quad (\text{II-2})$$

$$\varepsilon_x = \frac{\partial u_1}{\partial x_1} \quad \varepsilon_z = \frac{\partial u_3}{\partial z_3} \quad \varepsilon_y = \frac{\partial u_2}{\partial y_2} = 0 \quad (\text{II-3})$$

$$\gamma_{xz} = \frac{\partial u_1}{\partial z} + \frac{\partial u_3}{\partial x} \quad \gamma_{yz} = \frac{\partial u_2}{\partial z} + \frac{\partial u_3}{\partial y} = 0 \quad \gamma_{xy} = \frac{\partial u_1}{\partial y} + \frac{\partial u_2}{\partial x} = 0 \quad (\text{II-4})$$

On remplace la relation (II.1) dans les équations (II.3) et (II.4), on obtient les équations (II. 5) et (II.7) sous les formes suivantes :

Chapitre II. Les mécanismes d'endommagements et la modélisation en éléments finis, des stratifiés.

$$\varepsilon_x = \frac{\partial u_1}{\partial X_1}$$

$$\varepsilon_x = \frac{\partial}{\partial} [u(x) + z\gamma_x(x)]$$

$$\varepsilon_x = \frac{\partial u(x)}{\partial X} + \frac{\partial z\gamma_x(x)}{\partial X}$$

$$\varepsilon_x = \varepsilon_x + zk_x \tag{II-5}$$

Avec

$$\varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial X} \quad k_x = \frac{\partial \gamma_x}{\partial X} \quad \gamma_{xz} = \frac{\partial u_1}{\partial Z} + \frac{\partial u_3}{\partial X} \tag{II-6}$$

$$\gamma_{xz} = \frac{\partial}{\partial Z} [u(x) + z\gamma_x(x)] + \frac{\partial w(x)}{\partial X}$$

$$\gamma_{xz} = \gamma_x + \frac{\partial w}{\partial X} \equiv 2\varepsilon_{xz} \tag{II-7}$$

E_x , $2E_{xz}$ et k_x sont les déformations et la courbure, respectivement.

2.2 Energie de déformation :

L'énergie potentielle de la poutre Timoshenko est donnée par la relation suivante :

$$U = \frac{1}{2} \int_V (\sigma_x \varepsilon_x + \sigma_{xz} \gamma_{xz}) dv \tag{II-8}$$

On remplace les équations (II.5) et (II.7) en relation (II.8), on aura l'équation de l'énergie sous la forme suivante :

$$U = \frac{1}{2} \int_V [\sigma_x (\varepsilon_x + zk_x) + \sigma_{xy} (2\varepsilon_{xz})] dv$$

$$U = \frac{1}{2} \int_V [\sigma_x \varepsilon_x + \sigma_x zk_x + 2\sigma_{xy} \varepsilon_{xz}] dv$$

$$U = \frac{1}{2} \int_0^1 \left[\frac{N_x ds}{s} \varepsilon_x + \frac{N_x z ds}{s} k_x + 2 \frac{\sigma_{xy}}{s} ds \varepsilon_{xz} \right] dx \tag{II-9}$$

$$U = \frac{1}{2} \int_0^1 [N_x \varepsilon_x + M_x k_x + 2Q_x \varepsilon_{xz}] dx$$

L est la longueur totale de la poutre.

Chapitre II. Les mécanismes d'endommagements et la modélisation en éléments finis, des stratifiés.

La résultante des forces intérieures est donnée par :

$$\begin{aligned}
 N_x &= \int_S \sigma_x dS \\
 M_x &= \int_S \sigma_x z dS \\
 Q_x &= \int_S \sigma_{xz} dS
 \end{aligned} \tag{II-10}$$

Avec : N_x , M_x et Q sont les efforts normaux, moments fléchissant et efforts tranchants. S est la section transversale de la poutre avec $dS = dydz$.

En substituant la loi de Hooke dans (II.10) et en tenant compte des relations (II.5 et II.7), on aura sous forme matricielle la relation qui relie les efforts et les contraintes de la poutre de Timoshenko.

$$\begin{Bmatrix} N_x \\ M_x \\ Q_x \end{Bmatrix} = \begin{pmatrix} Q_{11} & B_{11} & 0 \\ B_{11} & D_{11} & 0 \\ 0 & 0 & 2kQ_{22} \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} \epsilon_x \\ K_x \\ \epsilon_{xz} \end{Bmatrix} \tag{II-11}$$

$$N_x = Q_{11} \epsilon_x + B_{11} K_x$$

$$M_x = B_{11} \epsilon_x + D_{11} K_x \tag{II-12}$$

$$Q_x = 2kQ_{55} \epsilon_{xz}$$

Où K est un facteur de correction de cisaillement, il est introduit pour la correction de la contrainte de cisaillement transversale.

Les coefficients de raideur de la poutre Q_{ij} , B_{ij} , D_{ij} sont calculés en utilisant les rigidités $A_{ij}(k)$ des couches de la poutre :

$$\begin{aligned}
 Q_{11} &= b \sum_{k=1}^k A_{11}^{(K)} [z_k - z_{k-1}] \\
 Q_{55} &= b \sum_{k=1}^k A_{55}^{(K)} [z_k - z_{k-1}] \\
 B_{11} &= b \frac{1}{2} \sum_{k=1}^k A_{11}^{(K)} [z_k^2 - z_{k-1}^2] \\
 D_{11} &= b \frac{1}{3} \sum_{k=1}^k A_{11}^{(K)} [z_k^3 - z_{k-1}^3]
 \end{aligned} \tag{II-13}$$

Où b est la largeur de la poutre et z_{k-1} est l'ordonnée de la $k^{\text{ème}}$ couche de la poutre.

$$A_{11}^{(K)} = E_x^{(K)} \qquad A_{55}^{(K)} = G_{xz}^{(K)} \tag{II-14}$$

Chapitre II. Les mécanismes d'endommagements et la modélisation en éléments finis, des stratifiés.

Où $E_x(k)$ est le module de Young de la $k^{\text{ème}}$ couche dans la direction de l'axe (x) de la poutre et $G_{xz}(k)$ est le module de cisaillement transversale de la $k^{\text{ème}}$ couche de la poutre.

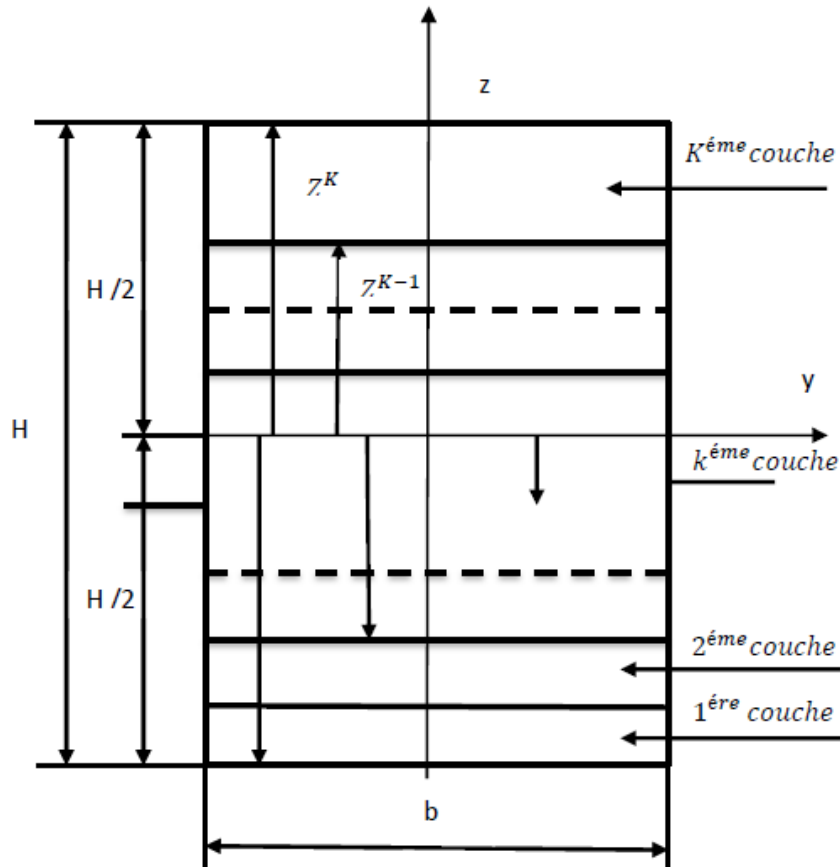


Figure II.7 Représentation de la forme et les couches de la poutre composite.

En intégrant l'équation (II.12) dans les relations (II.9) ainsi en tannant compte des équations (II.5), (II.6) et (II.7) l'énergie de déformation peut être exprimée en fonction des trois fonctions inconnues comme indiqué dans la relation ci-dessous :

$$U = \frac{1}{2} \int_0^1 \left[Q_{11} \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + 2B_{11} \frac{\partial u}{\partial x} \frac{\partial \gamma_x}{\partial x} + D_{11} \left(\frac{\partial \gamma_x}{\partial x} \right)^2 + kQ_{55} \left(\gamma_x + \frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 \right] dx \quad (\text{II-15})$$

Dans le cas de flexion pure d'une poutre composite stratifiée ou sandwich l'équation de l'énergie potentielle se simplifie à la forme ci-dessous :

$$U = \frac{1}{2} \int_0^1 \left[D_{11} \left(\frac{\partial \gamma_x}{\partial x} \right)^2 + kQ_{55} \left(\gamma_x + \frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 \right] dx \quad (\text{II-16})$$

Chapitre II. Les mécanismes d'endommagements et la modélisation en éléments finis, des stratifiés.

2.3 Energie cinétique :

L'énergie cinétique de la poutre est donnée par la relation suivante :

$$\begin{aligned}
 T &= \frac{1}{2} \int_0^1 \int_{-b/2}^{b/2} \int_{-h/2}^{h/2} \rho \left(\dot{u}_1^2 + \dot{u}_3^2 \right) dx dy dz \\
 T &= \frac{1}{2} \int_0^1 \int_{-h/2}^{h/2} \rho \left(\dot{u}^2 + 2z \dot{u} \dot{\gamma}_x \right) dx dz \\
 T &= \frac{1}{2} \int_0^1 \left[\rho_0 \left(\dot{u}^2 + \dot{w}^2 \right) + 2\rho_1 \dot{u} \dot{\gamma}_x + \rho_2 \dot{\gamma}_x^2 \right] dx
 \end{aligned}
 \tag{II-17}$$

ρ_i sont les densités massiques des matériaux de la poutre

Dans le cas d'un stratifié les densités massiques sont exprimées avec les relations suivantes :

$$\begin{aligned}
 \rho_0 &= b \sum_{k=1}^k \rho_k [z_k - z_{k-1}] \\
 \rho_1 &= \frac{1}{2} b \sum_{k=1}^k \rho_k [z_k^2 - z_{k-1}^2] \\
 \rho_2 &= \frac{1}{3} b \sum_{k=1}^k \rho_k [z_k^3 - z_{k-1}^3]
 \end{aligned}
 \tag{II-18}$$

ρ_k est la densité de K^{ème} couche de la poutre.

2.4 Calcul des matrices de masse et de raideur pour la structure saine avec l'élément fini SI 12 :

2.4.1 Calcul de la matrice de rigidité :

Dans cette partie nous considérons une poutre composite stratifiée avec l'ordre de couche symétrique, soumise à la flexion pure, nous avons modélisé la poutre en élément fini SI 12 ou chaque nœud contiennent 3 DDL.

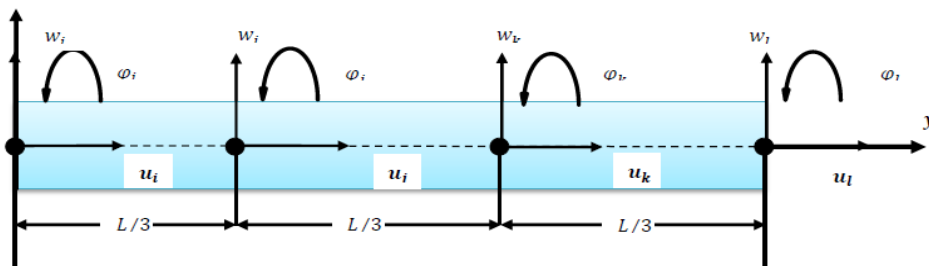


Figure II.8 : l'élément fini SI12

Chapitre II. Les mécanismes d'endommagements et la modélisation en éléments finis, des stratifiés.

L'énergie de déformation est exprimée avec l'équation suivante :

$$U = \frac{1}{2} \int_0^1 [Q_{11} (\varepsilon_x)^2 + D_{11} (K_x)^2 + KQ_{55} (\gamma_{xz})^2] dx$$

γ_{xz} est donné

$$U = \frac{1}{2} \int_0^1 \varepsilon^T D \varepsilon dx \quad (\text{II-19})$$

K_x et ε_x sont donnés par la relation (II.6) et (II.5), respectivement.

Le vecteur des déformations et la matrice D d'élasticité sont définis comme suit :

$$D = \begin{pmatrix} Q_{11} & 0 & 0 \\ 0 & D_{11} & 0 \\ 0 & 0 & KQ_{55} \end{pmatrix} \quad \varepsilon = \begin{pmatrix} \varepsilon_x \\ k_x \\ \gamma_{xz} \end{pmatrix} \quad (\text{II.20})$$

Relation contrainte déformation s'exprime : $\varepsilon = LU$ (II.21)

Où U est le vecteur de déplacement et L c'est l'opérateur de dérivation

$$U = (u, w, y_x)^T \quad L = \begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial x} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{d}{dx} \\ 0 & \frac{d}{dx} & 1 \end{pmatrix} \quad (\text{II.22})$$

Les déplacements nodaux des nœuds i sont définis par : $v_i = \{u_i, w_i, y_x^i\}^T$ (II.23)

Le vecteur global des déplacements nodaux V_e est défini comme suit : $v_e = \{v_i^T, v_j^T, v_k^T\}^T$ (II.24)

L'approximation des déplacements le long de l'élément fini est donnée par la formule :

$$u = N v_e \quad (\text{II.25})$$

Où N est défini comme la matrice des fonctions d'interpolation, elle s'exprime comme suit :

$$N = [N_i I_3, N_j I_3, N_k I_3, N_l I_3] \quad (\text{II.26})$$

I c'est la matrice d'identité d'ordre 3 : $I = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ (II.27)

Chapitre II. Les mécanismes d'endommagements et la modélisation en éléments finis, des stratifiés.

Dans cette étude on a un élément finis SI 12 avec 3 éléments et 4 nœuds et chacun à 3 ddl .donc on a opté pour l'interpolation de Lagrange d'ordre 3 pour faire l'approximation des nœuds. La construction de polynôme de Lagrange s'effectue à 4 coefficients est donnée par la relation suivante :

$$u(x) = \alpha_0 + \alpha_1 x + \alpha_2 x^2 + \alpha_3 x^3 \quad (\text{II.28})$$

Les conditions aux nœuds sont écrites sous la forme matricielle :

$$\begin{pmatrix} u(0) \\ u(\frac{l}{3}) \\ u(\frac{2l}{3}) \\ u(l) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & \frac{l}{3} & (\frac{l}{3})^2 & (\frac{l}{3})^3 \\ 1 & \frac{2l}{3} & (\frac{2l}{3})^2 & (\frac{2l}{3})^3 \\ 1 & l & l^2 & l^3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha_0 \\ \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ u_4 \end{pmatrix} \quad (\text{II.29})$$

Après la résolution on aura la forme matricielle suivante :

$$\begin{pmatrix} N_i \\ N_j \\ N_k \\ N_l \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -\frac{11}{2l} & \frac{9}{l^2} & -\frac{9}{2l^3} \\ 0 & \frac{9}{l} & -\frac{45}{2l^2} & \frac{27}{2l^3} \\ 0 & -\frac{9}{2l} & \frac{18}{l^2} & -\frac{27}{2l^3} \\ 0 & \frac{1}{l} & -\frac{9}{2l^2} & \frac{9}{2l^3} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ x \\ x^2 \\ x^3 \end{pmatrix} . \quad (\text{II.30})$$

Ou bien :

$$\begin{aligned} N_i &= 1 - \frac{11x}{2l} + 9\left(\frac{x}{l}\right)^2 - \frac{9}{2}\left(\frac{x}{l}\right)^3 \\ N_j &= 9\frac{x}{l} - \frac{45}{2}\left(\frac{x}{l}\right)^2 + \frac{27}{2}\left(\frac{x}{l}\right)^3 \\ N_k &= -\frac{9x}{l} - \frac{45}{2}\left(\frac{x}{l}\right)^2 - \frac{27}{2}\left(\frac{x}{l}\right)^3 \\ N_l &= \frac{x}{l} - \frac{9}{2}\left(\frac{x}{l}\right)^2 + \frac{9}{2}\left(\frac{x}{l}\right)^3 \end{aligned} \quad (\text{II.31})$$

Avec N_i, N_j, N_k et N_l sont les fonctions d'interpolation de Lagrange d'ordre 3.

Chapitre II. Les mécanismes d'endommagements et la modélisation en éléments finis, des stratifiés.

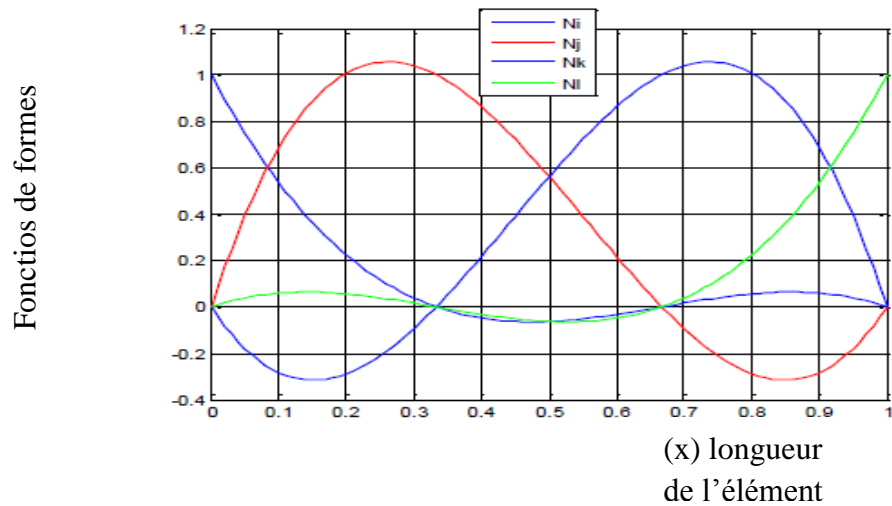


Figure II.9 : les fonctions de forme de l'élément SI 12

On a : $\varepsilon = Bv_e$ (II.32)

Avec $B = LN$ est la matrice de déformations (II.33)

Substituant la relation (II.25) en (II.21), et (II.21) en (II.19) on aura l'expression de déformation en fonction des déplacements nodaux.

$$U_e = \frac{1}{2} \int_0^1 \varepsilon^T D \varepsilon dx + \frac{1}{2} v_e^T K_e v_e \quad (II.34)$$

Donc on extrait l'expression de la matrice de rigidité élémentaire en tenant compte de la relation (II.33) on aura la forme suivante :

$$K_e = \int_0^1 B^T D B dx \quad (II.35)$$

2.4.2 matrice de masse élémentaire :

Dans le cas d'analyse vibratoire dynamique de la poutre, la matrice de masse peut être obtenue à partir de la formule de l'énergie cinétique de la structure, cette énergie dépend de la densité, de la matière et de la vitesse des déplacements u_i . Pour l'hypothèse de la théorie Timochenko dans le cas

Chapitre II. Les mécanismes d'endommagements et la modélisation en éléments finis, des stratifiés.

de flexion de la poutre (dans un plan ou $u_2 = 0$) l'équation de l'énergie cinétique T_e pour l'élément

$$\begin{aligned}
 T_e &= \frac{1}{2} \int_{V_e} \rho \dot{u}_i^2 dV \\
 T_e &= \frac{1}{2} \int_0^L \int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} \int_{z_0}^{z_k} \rho \left(\dot{u}_1^2 + \dot{u}_3^2 \right) dx dy dz \\
 T_e &= \frac{1}{2} \int_0^L \int_{z_0}^{z_k} \rho \left(\dot{u}^2 + 2zu \dot{\gamma}_x^2 \right) dx dz \\
 T_e &= \frac{1}{2} \int_0^L \left[\rho_0 \left(\dot{u}^2 + \dot{w}^2 \right) + 2\rho_1 u \dot{\gamma}_x^2 + \rho_2 \dot{\gamma}_x^2 \right] dx
 \end{aligned} \tag{II.36}$$

fini s'écrit :

Les densités massiques des matériaux de la poutre (stratifiées) sont données par les formules (II.18).

Où $\dot{U} = N \dot{v}_e$ (II.37) Avec N Matrice des fonctions de forme

La matrice de masse généralisée est donnée par la relation suivante :

$$R_0 = \begin{bmatrix} \rho_0 & 0 & \rho_1 \\ 0 & \rho_0 & 0 \\ \rho_1 & 0 & \rho_2 \end{bmatrix} \tag{II.38}$$

La matrice de masse de l'élément fini SI12 est donnée avec l'équation suivante :

$$M_e = \int_0^L N^T R_0 N dx \tag{II.39}$$

2.4.3 Assemblage des matrices élémentaires :

L'assemblage des matrices élémentaires de masse et de raideur de toute la structure nous permet d'obtenir les matrices globales suivant les formules mathématiques :

$$\begin{aligned}
 M_G &= \sum_1^{Nel} M_e \\
 K_G &= \sum_1^{Nel} K_e
 \end{aligned}$$

L'équation générale d'une structure s'écrit :

$$\left[[K_G] - \lambda [M_G] \right] \{\phi\} = 0$$

Chapitre II. Les mécanismes d'endommagements et la modélisation en éléments finis, des stratifiés.

3. Conclusion :

Dans ce chapitre, on a partagé le travail en deux parties, dans la 1^{ère} on a donné un aperçu (quelques généralités) sur les matériaux composites ainsi que le comportement à la rupture. Dans la seconde, on a travaillé sur les différentes étapes de modélisation d'une poutre composite stratifiée à l'aide des éléments finis SI12.

Chapitre III :

Présentation des méthodes de détection

- FRF
- FM
- FRM
- EDM

Nomenclature

K : matrice de raideur d'une structure saine

M : matrice de masse d'une structure saine

λ : les valeurs propres du système d'une structure saine ($\lambda=\omega^2$)

ϕ : vecteurs propres d'une structure saine

K^d : matrice de raideur d'une structure endommagée

M^d : matrice de masse d'une structure endommagée

λ^d : les valeurs propres du système pour une structure endommagée

ϕ^d : vecteurs propres d'une structure endommagée

F^S : matrice de flexibilité des structures saines

F^d : matrice de flexibilité des structures endommagées

Ω : matrice modale ($\Omega=\text{diag}(\omega^2)$)

ΔF : les éléments de la variation de la matrice de flexibilité

$\overline{\delta}_j$: Le maximum des valeurs absolues des éléments de la colonne j de la variation de flexibilité.

$[X_{u(\omega)}]$: les réponses fréquentielles pour une structure saine.

$[X_{d(\omega)}]$: les réponses fréquentielles pour une structure endommagée

$[\Delta K]$: les matrices de variation de raideur

$[\Delta M]$: les matrices de variation de masse

$[K]_j^e$: matrice de raideur élémentaire des structures saines

$[K]_{dj}^e$: matrice de raideur élémentaire des structures endommagées

$\{F\}_{ij}$: vecteur de la force nodale du i^{eme} et j^{eme} élément

MSE_i^s : énergie de déformation modale pour une structure saine

MSE_i^d : énergie de déformation modale pour une structure endommagée

$NMSE_j^{es}$: normalisation des énergies de déformation modale pour la structure saine

$NMSE_j^{ed}$: normalisation des énergies de déformation modale pour la structure endommagée

$MSEBI^e$: l'indice de base d'énergie de déformation modale

Reu_i^{es} : énergie de déformation de la structure saine

Red_i^{ed} : énergie de déformation de la structure endommagée

$[Keu]$: matrice de rigidité élémentaire de la structure saine à la dimension de la matrice globale

RTU_i^s : énergie de déformation totale de la structure saine

RTD_i^d : énergie de déformation totale de la structure endommagée

$Indic_FRF$: indice de base d'énergie de déformation et de réponses fréquentielles

Dans ce chapitre on va présenter quatre (4) méthodes de détection d'endommagement afin de pouvoir les appliquées sur une structure en composite dans le chapitre suivant.

I. La méthode de variation de la matrice de flexibilité :

I.1 Présentation de la méthode :

Afin de détecter les endommagements dans une structure, cette méthode utilise la matrice de raideur dynamique.

L'équation de mouvement d'une structure saine :

$$(K - \lambda_i M) \phi_i = 0 \quad (1.1)$$

L'équation de mouvement de la structure après endommagement :

$$(K^d - \lambda_i^d M^d) \phi_i^d = 0 \quad (1.2)$$

Il faut calculer la matrice de flexibilité d'une structure saine et celle endommagée.

$$\left. \begin{aligned} F^S &= [\phi][\Omega]^{-1}[\phi]^T = \sum_{i=1}^N \frac{1}{\omega_i^2} \phi_i \phi_i^T \\ F^d &= [\phi^d][\Omega^d]^{-1}[\phi^d]^T = \sum_{i=1}^N \frac{1}{\omega_i^{d2}} \phi_i^d \phi_i^{dT} \end{aligned} \right\} i=1 \dots N \text{ avec } N : \text{ nombre de modes mesurés.} \quad (1.3)$$

ω_i et ω_i^d sont les fréquences naturelles des structures saines et endommagées respectivement

Nous pouvons déduire la variation de flexibilité ΔF :

$$\Delta F = F^S - F^d = [\delta_{ij}] \quad (1.4)$$

ΔF : les éléments de la variation de la matrice de flexibilité

$$\overline{\delta_j} = \max |\Delta F_{ij}|_j \quad (1.5)$$

$\overline{\delta_j}$: Le maximum des valeurs absolues des éléments de la colonne j de la variation de flexibilité.

I.2 L'organigramme de la méthode de variation de flexibilité :

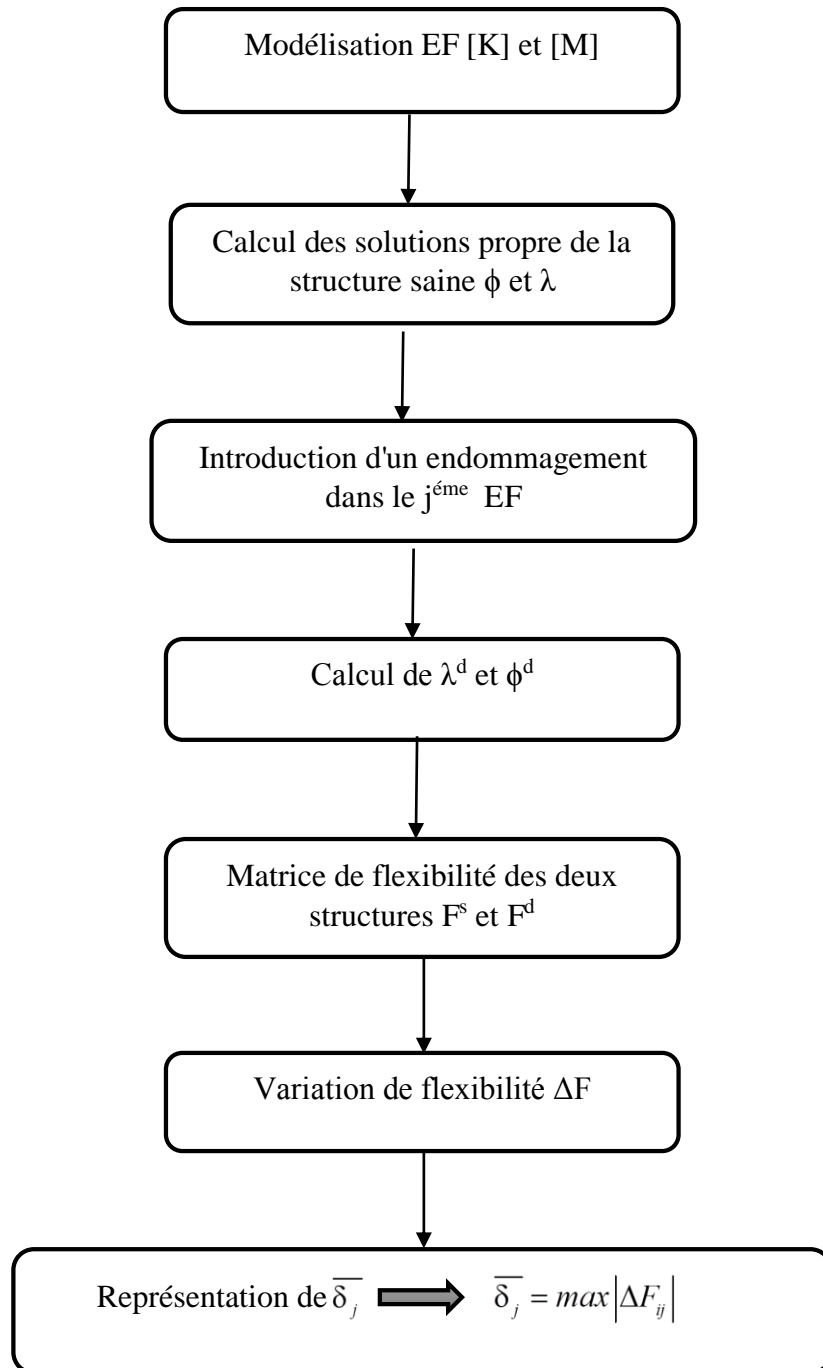


Figure III.3 : organigramme de la méthode de variation de flexibilité

II. La méthode de la force modale résiduelle :

Les forces résiduelles apparaissent quand il y a un déséquilibre des données obtenues avec la méthode des éléments finis des structures saines et endommagées.

II.1 Présentation de la méthode :

Les fréquences et vecteurs propres doivent satisfaire le problème aux valeurs propres (PVP) pour une structure saine quant à la structure endommagée le PVP le caractérise.

Pour la structure saine :

$$\left([K] - \lambda_i [M] \right) \{ \phi \}_i = 0 \quad i=1, \dots, n \text{ (n est le nombre de mode)} \quad (2.1)$$

Pour la structure endommagée :

$$\left([K]_d - \lambda_{di} [M]_d \right) \{ \phi \}_{di} = 0 \quad i=1, \dots, n \text{ (n est le nombre de mode)} \quad (2.2)$$

Sachant que :

$$\left. \begin{aligned} [K]_d &= [K] + [\Delta K] \\ [M]_d &= [M] + [\Delta M] \end{aligned} \right\} \quad (2.3)$$

Le PVP de la structure endommagée devient :

$$\left([K]_d - \lambda_{di} [M]_d \right) \{ \phi \}_{di} = - \left([\Delta K] - \lambda_{di} [\Delta M] \right) \{ \phi \}_{di} \quad (2.4)$$

$$\text{Notant : } \{ R \}_i = - \left([\Delta K] - \lambda_{di} [\Delta M] \right) \{ \phi \}_{di} \quad (2.5)$$

Où $\{ R \}_i$ est le vecteur de la force modale résiduelle du i^{eme} mode.

Pour que la force modale résiduelle soit nulle, il faut que λ_{di} et $\{ \phi \}_{di}$ soient égaux respectivement à λ_i et $\{ \phi \}_i$.

II.2 L'organigramme de la méthode de la force modale résiduelle :

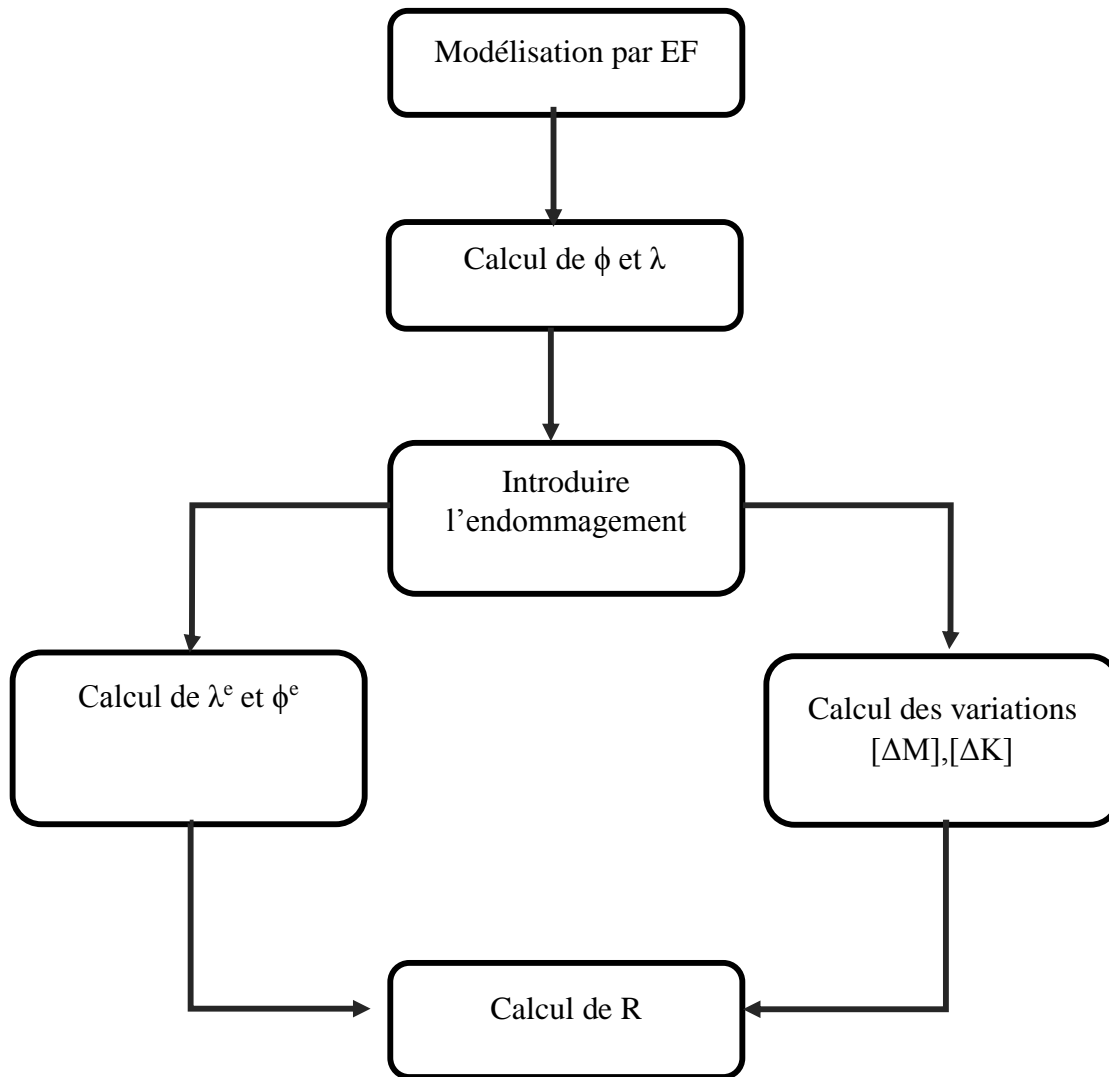


Figure III.4 : organigramme de méthode de FRM

Dans le cas où les caractéristiques dynamiques de la structure changent, il faut disposer un modèle numérique pour prédire l'endommagement (dans la plupart des cas on utilise la méthode des éléments finis).

L'endommagement est représenté par une diminution dans la raideur de l'élément en question, cette diminution est appelé indice d'endommagement par contre la matrice de masse reste inchangée.

$$\Delta[K]_j^e = ([K]_j^e - [K]_{dj}^e) = \alpha_j [K]_j^e \quad (2.6)$$

$$\Delta[M]_j^e = 0 \quad (2.7)$$

$\alpha_j \in [0,1]$: La perte de raideur de l'élément j

$\alpha_j = 1$: Pour les structures complètement endommagée

$\alpha_j = 0$: Pour les structures saines

$$[\Delta K]_j^e = \alpha_j [K]_j^e \quad \text{Pour } j=1, \dots, n \quad (n \text{ est le nombre d'éléments}) \quad (2.8)$$

Le vecteur de la force modale résiduelle peut s'écrire pour le i^{ème} mode :

$$\{R\}_i = [\Delta K] \{\phi\}_{di} = \{\Delta F\}_i = \left[\{F\}_{11}^e \{F\}_{22}^e \dots \{F\}_{nn}^e \right] \begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \vdots \\ \alpha_n \end{bmatrix} = [F]_i \{\alpha\} \quad (2.9)$$

$$\text{Donc : } [F] \{\alpha\} = \{R\} \quad \text{avec} \quad \{F\}_{ij} = [K]_j^e \{\phi\}_{dij} \quad (2.10)$$

$\{F\}_{ij}$: vecteur de la force modale du i^{ème} mode et du j^{ème} élément en coordonnée globale.

Si on prend l'équation (2.5) alors on aura :

$$\{R\}_i = \left([K]_d - \lambda_{di} [M]_d \right) \{\phi\}_{di} \quad (2.11)$$

Alors l'équation d'endommagement peut se réécrire comme suit :

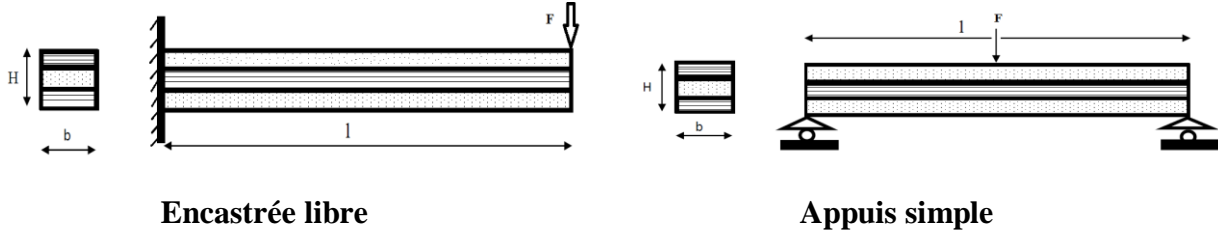
$$\begin{bmatrix} \{F\}_{11} & \{F\}_{12} & \dots & \{F\}_{1n} \\ \{F\}_{21} & \{F\}_{22} & \dots & \{F\}_{2n} \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ \{F\}_{m1} & \{F\}_{m2} & \dots & \{F\}_{mn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \vdots \\ \alpha_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \{R\}_1 \\ \{R\}_2 \\ \vdots \\ \{R\}_m \end{bmatrix} \quad (2.12)$$

Où m et n sont les nombres de modes et d'éléments respectivement

III. La méthode basée sur les réponses fréquentielles :

III.1 Présentation de la méthode :

Représentation des deux cas de la structure :



Cette méthode comporte deux étapes, la première à détecter l'endommagement et la deuxième à localiser et à quantifier les défauts.

Dans notre étude, on s'arrêtera sur la détection d'endommagement. D'une manière générale, on sait qu'un endommagement perturbe l'état de la structure (caractéristiques mécaniques...) et ainsi, les réponses fréquentielles d'une structure saine et celle d'une structure endommagée diffèrent.

Les équations de mouvement d'une structure saine et endommagée. Dans notre étude, on prend le système forcé non amorti :

$$\left. \begin{aligned} [M]\{\ddot{x}(t)\} + [K]\{x(t)\} &= F(t) \\ [M]_d\{\ddot{x}(t)\} + [K]_d\{x(t)\} &= F(t) \end{aligned} \right\} \quad (3.1)$$

On suppose que la force $F(t)$ soit harmonique, alors la force extérieure s'écrit comme suit :

$$f(t) = \{F\} e^{j\omega t} = \{F\} (\cos \omega t + \varphi) \quad (3.2)$$

Et pour le déplacement :

$$x(t) = \{X\} (\cos \omega t + \varphi) = \{X\} e^{j\omega t} \quad (3.3)$$

Si on remplace (3.2) et (3.3) dans les équations (3.1), on aura :

$$\left. \begin{aligned} -\omega^2 [M] + [K] \{X\} e^{j\omega t} &= \{F\} e^{j\omega t} \\ -\omega^2 [M_d] + [K_d] \{X\} e^{j\omega t} &= \{F\} e^{j\omega t} \end{aligned} \right\} \quad (3.4)$$

Après simplification par $e^{j\omega t}$ le résultat obtenu est :

$$\left. \begin{aligned} \{X(\omega)\} &= \{(-\omega^2 [M] + [K])^{-1}\} \{F(\omega)\} \\ \{X_d(\omega)\} &= \{-\omega^2 [M_d] + [K_d]\}^{-1} \{F(\omega)\} \end{aligned} \right\} \quad (3.5)$$

Pour une même force d'excitation, la réponse fréquentielle varie suivant l'état de la structure. De là, nous dégagons l'indicateur de détection d'endommagement en comparant $\{X_d(\omega)\}$ et $\{X(\omega)\}$.

III.2 L'organigramme de la méthode FRF :

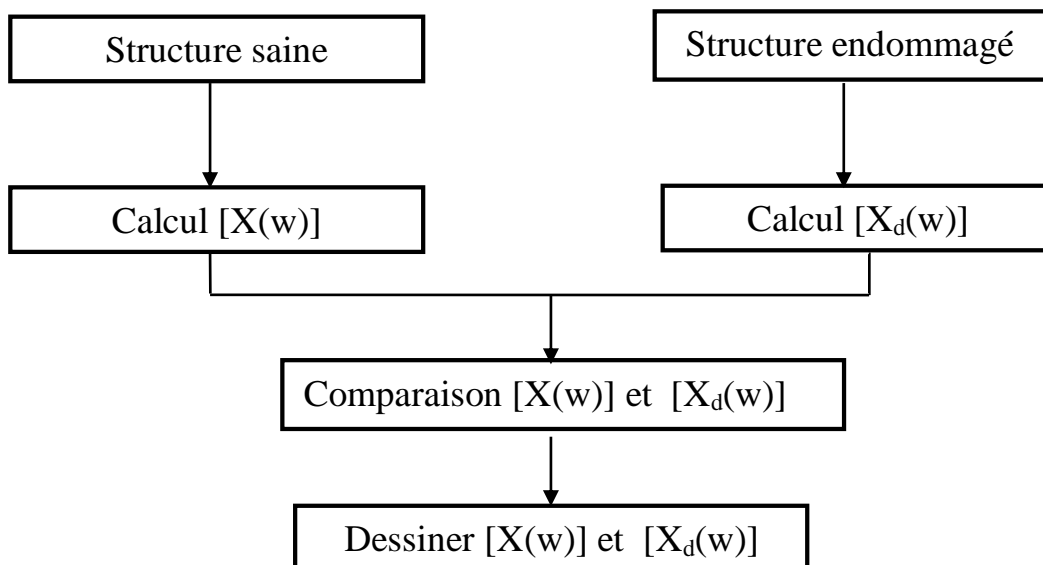


Figure III.5 : organigramme de la méthode FRF

On prend deux cas de graphes des repenses fréquentielles réaliser sous différentes conditions :

1^{er} cas : endommagement de l'élément '5' avec 10% de réduction (1 seul endommagement)

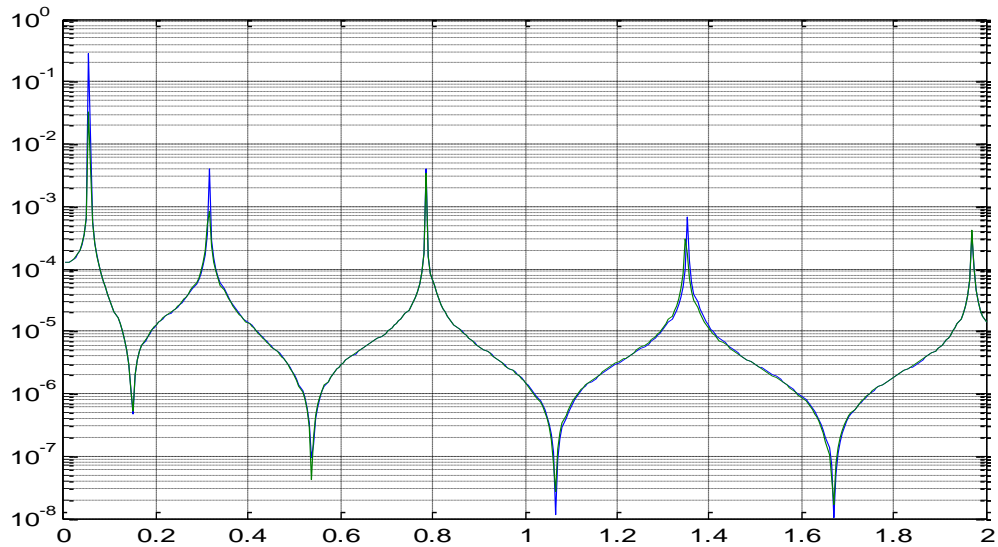


Figure III.6 : Tracé de $[X(w)]$ et $[X_d(w)]$ pour un seul endommagement

2^{eme} cas : endommagement du 5^{eme} élément de 10% et du 17^{eme} élément de 30% (deux endommagements)

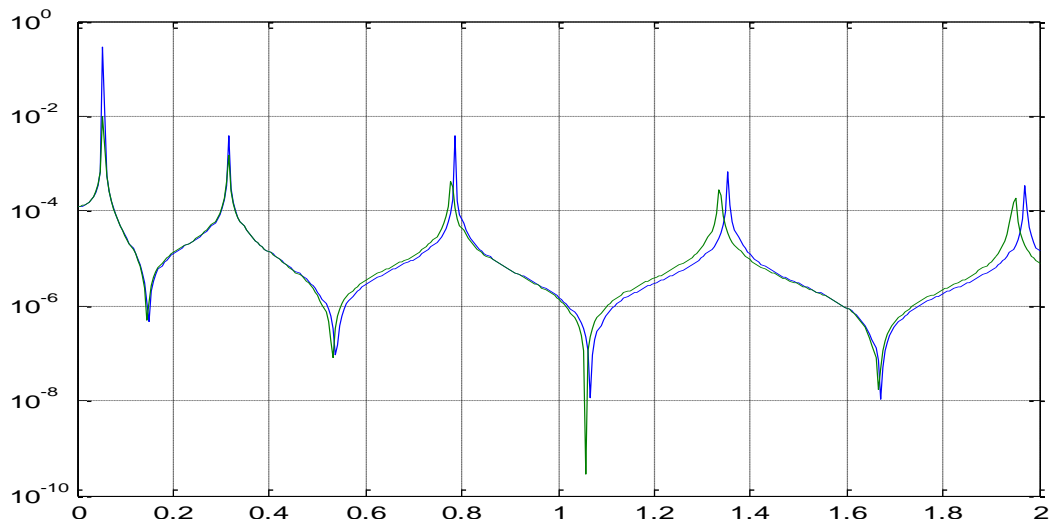


Figure III.7 : Tracé de $[X(w)]$ et $[X_d(w)]$ pour deux endommagements

- On remarque que le graphe de $[X(w)]$ et le graphe de $[X_d(w)]$ sont décalés d'où l'endommagement.
- Le décalage des deux graphes est plus important à chaque fois que le nombre d'élément endommagé et le taux d'endommagement augmentent.

Après avoir détecté l'existence de défauts dans une structure en comparant le graphe de $[X(w)]$ à celui de $[X_d(w)]$, on passe maintenant à la localisation de la position du défaut et donc au calcul de l'indice d'endommagement. Pour cela nous avons opté pour l'utilisation de la méthode d'énergie de déformation modale.

$$\left. \begin{aligned} \text{Re}u_i^{es} &= \frac{1}{2} \{X\}_i^T [Keu(j)] \{X\}_i \\ \text{Re}d_i^{es} &= \frac{1}{2} \{X_d\}_i^T [Keu(j)] \{X_d\}_i \end{aligned} \right\} i=1:n_r \quad \text{et} \quad j=1:n \quad (3.6)$$

Avec : n_r : nombre de réponses fréquentielles

n : nombre d'élément

En additionnant le $\text{Re}u$ et le $\text{Re}d$ de chaque élément, on aura alors :

$$\left. \begin{aligned} RTU_i^s &= \sum_{j=1}^n \text{Re}u_i^{es} \\ RTD_i^s &= \sum_{j=1}^n \text{Re}d_i^{es} \end{aligned} \right\} \quad (3.7)$$

Maintenant on les normalise :

$$\left. \begin{aligned} NRU_i^{es} &= \frac{\text{Re}u_i^{es}}{RTU_i^s} \\ NRD_i^{ed} &= \frac{\text{Re}d_i^{es}}{RTD_i^s} \end{aligned} \right\} \quad (3.8)$$

Après normalisation de NRU_i^{es} et NRD_i^{ed} , on choisit les premières réponses fréquentielles comme paramètres efficaces.

$$\left. \begin{aligned} MNRU^{es} &= \frac{\sum_{i=1}^{n_r} NRU_i^{es}}{n_r} \\ MNRD^{ed} &= \frac{\sum_{i=1}^{n_r} NRD_i^{ed}}{n_r} \end{aligned} \right\} \quad (3.9)$$

Calcul de l'indice de base d'énergie de déformation et FRF :

$$\text{indic}_{FRF} = \frac{MNRD^{ed} - MNRU^{es}}{MNRU^{es}} \quad (3.10)$$

IV. La méthode basée sur l'énergie de déformation modale :

IV.1 Présentation de la méthode :

L'analyse modale nous permet de calculer autrement dit de définir les valeurs et les modes propres d'une structure.

$$([K] - \lambda_i [M]) \{\phi\}_i = 0 \quad i = 1 \dots m \quad \text{avec } m : \text{nombre de mode} \quad (4.1)$$

On a

$$\left. \begin{aligned} \{\phi_i\}^T [M] \{\phi\}_i &= 1 \\ \{\phi_i\}^T [K] \{\phi\}_i &= \lambda_i \end{aligned} \right\} \quad (4.2)$$

L'énergie de déformation modale (MSE) est distribuée comme suit dans chaque élément (vecteurs propres sont équivalents aux déplacements nodaux)

$$\left. \begin{aligned} MSE_i^{es} &= \frac{1}{2} \{\phi^s\}_i^T [K]^e \{\phi^s\}_i \\ MSE_i^{ed} &= \frac{1}{2} \{\phi^d\}_i^T [K]^e \{\phi^d\}_i \end{aligned} \right\} i = 1 \dots m \quad \text{et } e = 1 \dots n \quad (4.3)$$

Sachant que :

n est le nombre d'élément de la structure

m : le nombre de modes

Après le calcul des énergies MSE_i^{es} et MSE_i^{ed} on peut maintenant calculer l'énergie modale de toute la structure.

$$\left. \begin{aligned} MSE_i^s &= \sum_{e=1}^n MSE_i^{es} \\ MSE_i^d &= \sum_{e=1}^n MSE_i^{ed} \end{aligned} \right\} \quad (4.4)$$

Et maintenant passant à la normalisation du MSE_i^{es} et MSE_i^{ed} :

$$\left. \begin{aligned} NMSE_i^{es} &= \frac{MSE_i^{es}}{MSE_i^s} \\ NMSE_i^{ed} &= \frac{MSE_i^{ed}}{MSE_i^d} \end{aligned} \right\} \quad (4.5)$$

On peut choisir les premiers modes(m) comme paramètres efficaces alors on aura :

$$\left. \begin{aligned} MNMSE^{es} &= \frac{\sum_{i=1}^m NMSE_i^{es}}{m} \\ MNMSE^{ed} &= \frac{\sum_{i=1}^m NMSE_i^{ed}}{m} \end{aligned} \right\} \quad (4.6)$$

Pour enfin pouvoir calculer l'indice de base d'énergie de déformation modale MSEBI.

$$MSEBI^e = \frac{MNMSE^{es} - MNMSE^{ed}}{MNMSE^{es}} \quad (4.7)$$

Pour les éléments sains le MSEBI est nul par contre pour les éléments endommagés il est toujours supérieur à zéro.

IV.2 L'organigramme de la méthode d'énergie de déformation modale :

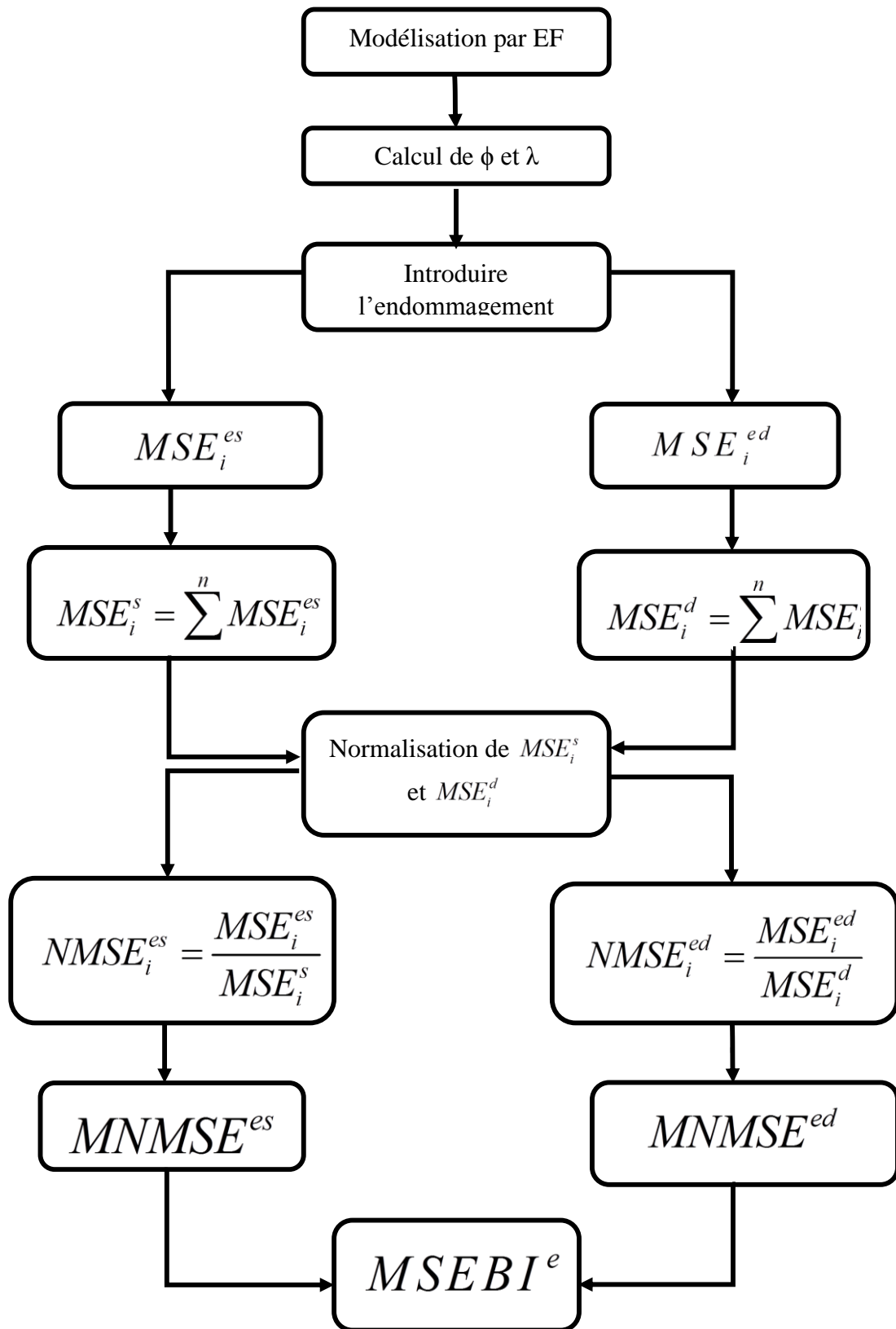


Figure III.8 : organigramme de la méthode de l'énergie de déformation

Chapitre IV :

Application numérique des méthodes de détection

Chapitre IV. Application des méthodes

Les caractéristiques mécaniques de la poutre :

Dans notre travail on a considéré une poutre stratifié avec trois couches : une matrice en époxy, et les fibres en carbone.

On a discrétisé notre poutre en 20 éléments

	Module de young	Module de cisaillement	Longueur (L)	Largeur (B)	Epaisseur (H)	Hauteur des couches(h)	Masse volumique(ρ)
1 ^{er} et 3 ^{ème} couche	$E=7.1*10^{10}$	$G_{12}=0.414*10^{10}$	1m	0.1m	0.1m	$1.02*10^{-2}$	1250 kg.m ³
2 ^{ème} couche	$E=3.9*10^9$	$G_{12}=0.414*10^{10}$	1m	0.1m	0.1m	$1.89*10^{-2}$	1250 kg.m ³

Tableau IV.1 : caractéristique de la poutre en composite

Explication de la méthode flexibilité modale par rapport au graphe de la structure saine des deux type de structure (encasté libre, appuis simple)

➤ **Appuis simple :**

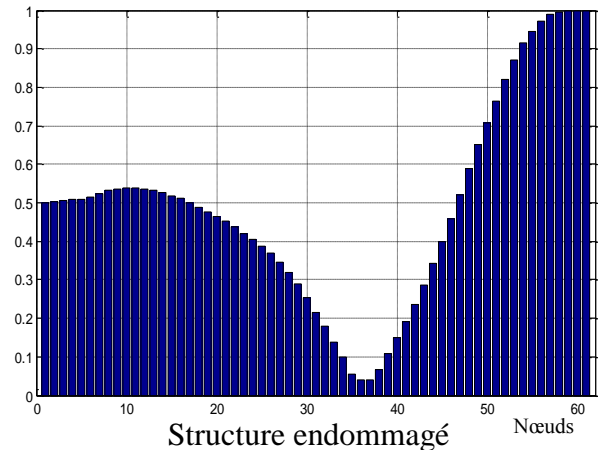
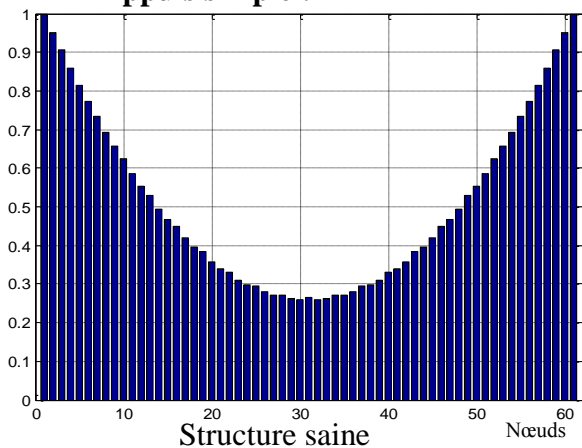


Figure IV.a : structure saine et endommagée appui simple (FM)

➤ Encastré libre :

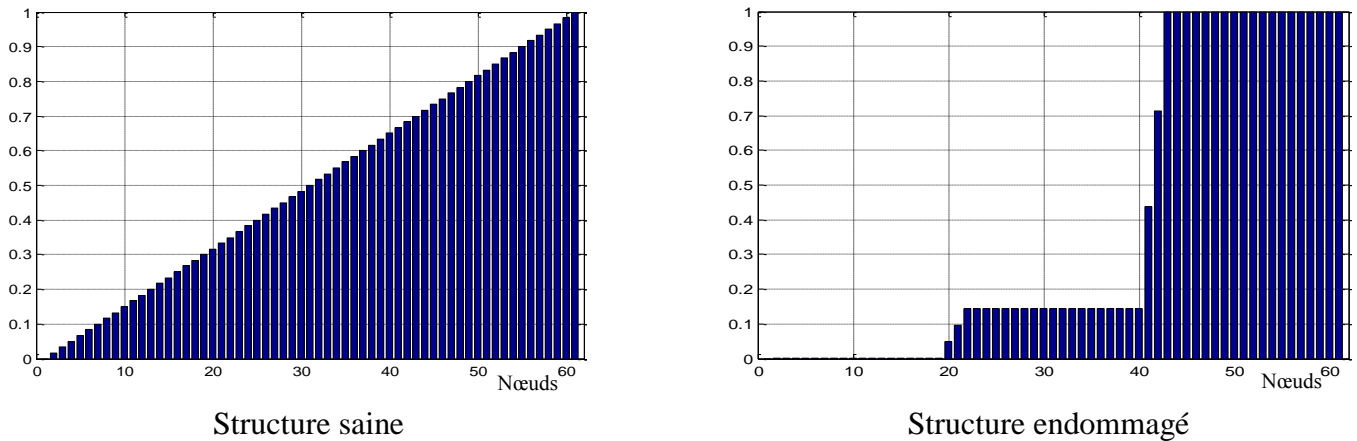


Figure IV.b : structure saine et endommagée encastrée libre (FM)

1. Appuis simple :

On a utilisé le système SI12 donc pour 20 éléments on a 183ddl car chaque élément est discrétisé en 3 éléments et pour chaque nœud on a 3 ddl. Mais en appliquant les conditions aux limites on aura 181 ddl.

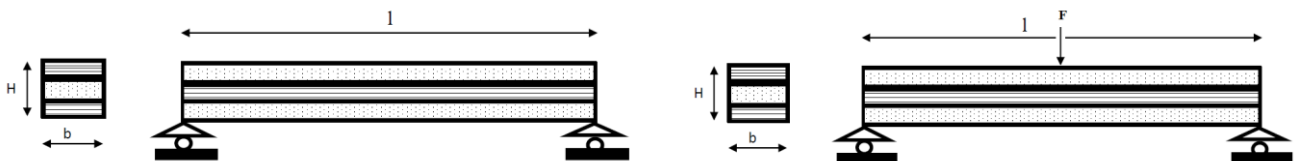


Figure IV.1 : poutre stratifié en appui simple

Chapitre IV. Application des méthodes

Nous avons mis un tableau récapitulatif des différents essais qu'on a pu simuler en appui simple :

Cas test	Méthodes	Nombre d'éléments endommagé	Eléments (% de réduction de raideur)	% d'erreur
1	FM	1	5 (10%)	/
	FRF	1	10(10%)	26.91
	FRM			26.73
	EDM			22.71
2	FM	1	5(20%)	/
	FRF	1	10(20%)	15.86
	FRM			21.60
	EDM			14.36
3	FM	1	5(40%)	/
	FRF	1	10(40%)	15.83
	FRM			12.12
	EDM			9.23
4	FM	2	7(20%),14(20%)	/
	FRF			17.78
	FRM			20.48
	EDM			18.47
5	FM	2	7(10%),14(40%)	/
	FRF			48.02
	FRM			19.08
	EDM			29.81
6	FM	3	5(20%), 10(20%),15(20%)	/
	FRF			30.53
	FRM			22.91
	EDM			24.12
7	FM	3	5(10%), 10(20%),15(40%)	/
	FRF			35.13
	FRM			26.64
	EDM			30.30
8	FM	3	5(10%), 10(10%),15(20%)	/
	FRF			45.94
	FRM			21.35
	EDM			27.08

Tableau IV.2 : tableau récapitulatif des essais en appui simple

Chapitre IV. Application des méthodes

a) Cas d'un seul défaut :

a.1. Réduction de raideur 10%

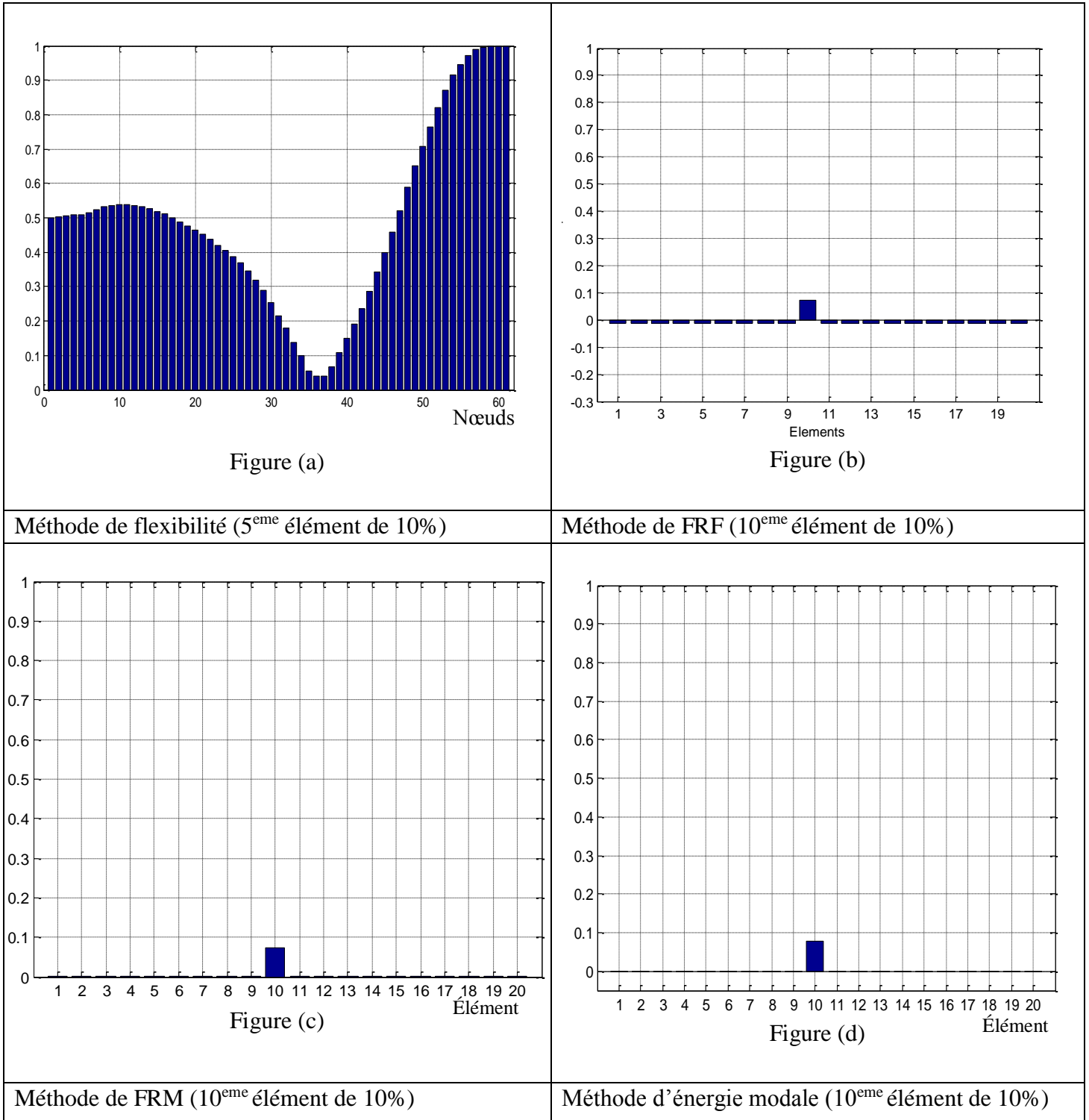


Figure IV.2 : cas test1 résultats pour un seul endommagement de 10% de raideur

Chapitre IV. Application des méthodes

- On constate que dans le cas d'un seul endommagement de réduction de 10%, les quatre méthodes détectent l'endommagement comme présenter dans les figures (a), (b), (c), (d)
- Pour la méthode de variation de flexibilité, on a une variation dans tous les éléments sachant que l'élément est détecté mais difficilement localiser (avec une certaine ambiguïté figure (a), c'est pour cela qu'on a travaillé avec 61 nœuds).
- Dans les trois autres figures, la localisation est facilement repérée, mais aussi ces trois méthodes nous permettent de quantifier contrairement à la méthode de variation de flexibilité.
- Pour déterminer la méthode la plus fiable, on quantifie les éléments endommagés pour calculer le pourcentage d'erreur d'endommagement :

$$\% = \frac{\text{pourcentage de réduction théo} - \text{pourcentage de réduction réel}}{\text{pourcentage de réduction théo}} * 100$$

Méthodes	FRF	FRM	EDM
%	26.91	26.93	22.71

De là on peut conclure que la meilleure méthode est la méthode d'énergie modale (EDM)

Chapitre IV. Application des méthodes

a.2. Réduction de raideur 20% :

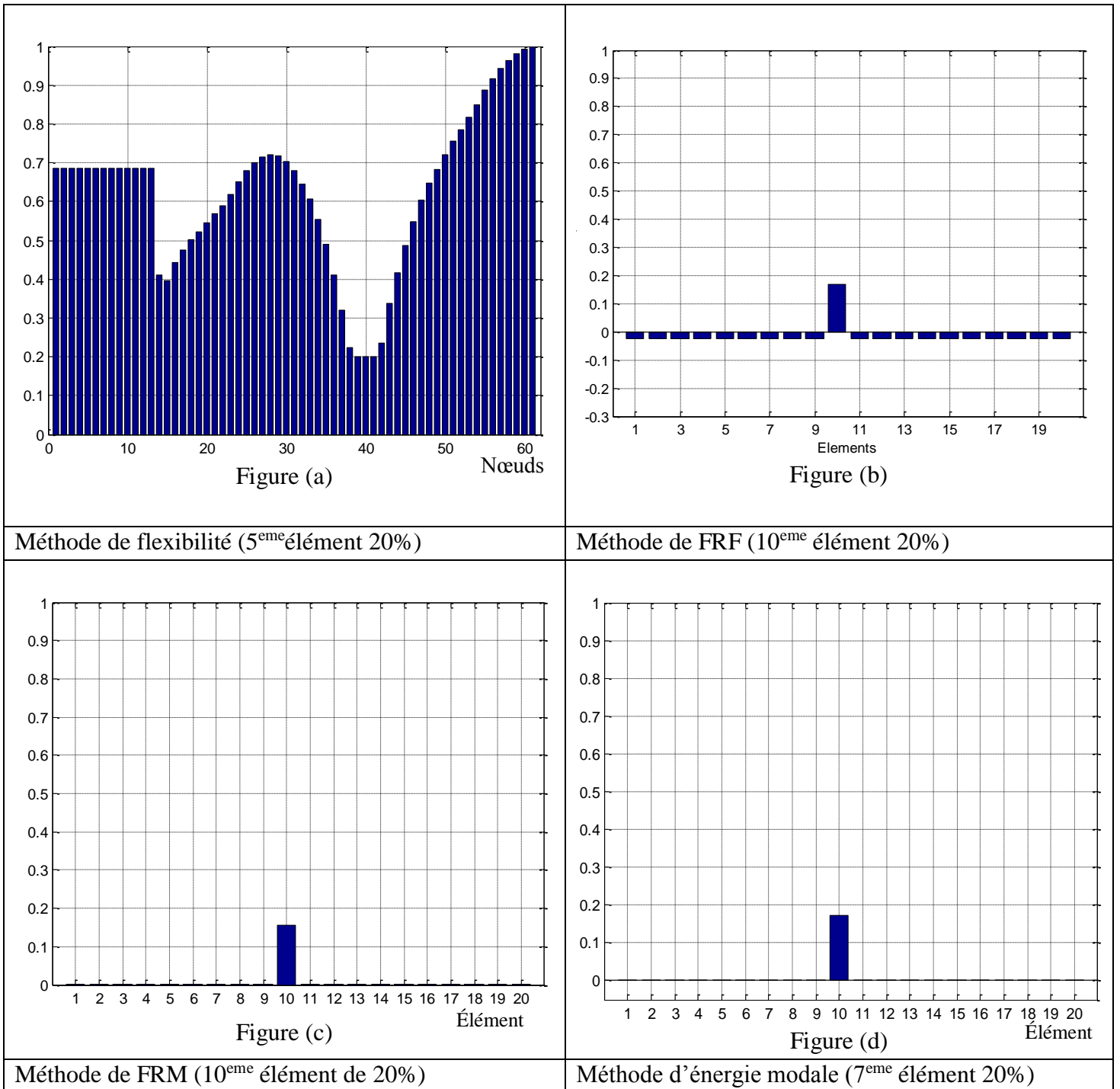


Figure IV.3 : cas test 2 résultats pour un seul endommagement de 20% de raideur

- Dans la figure (a) on remarque que la structure est plus perturbée quand le pourcentage de réduction a augmenté.
- Pour les trois autres figures (a), (b), (c) c'est la même constatation que le 1^{er} cas (détectent, localisent et quantifient)
- Pour déterminer la méthode la plus fiable, on quantifie les éléments endommagés pour calculer le pourcentage d'erreur d'endommagement :

Chapitre IV. Application des méthodes

Méthodes	FRF	FRM	EDM
%	15.86	21.60	14.36

La meilleure méthode est la méthode EM comme citer au-dessus

a.3. Réduction de raideur de 40%

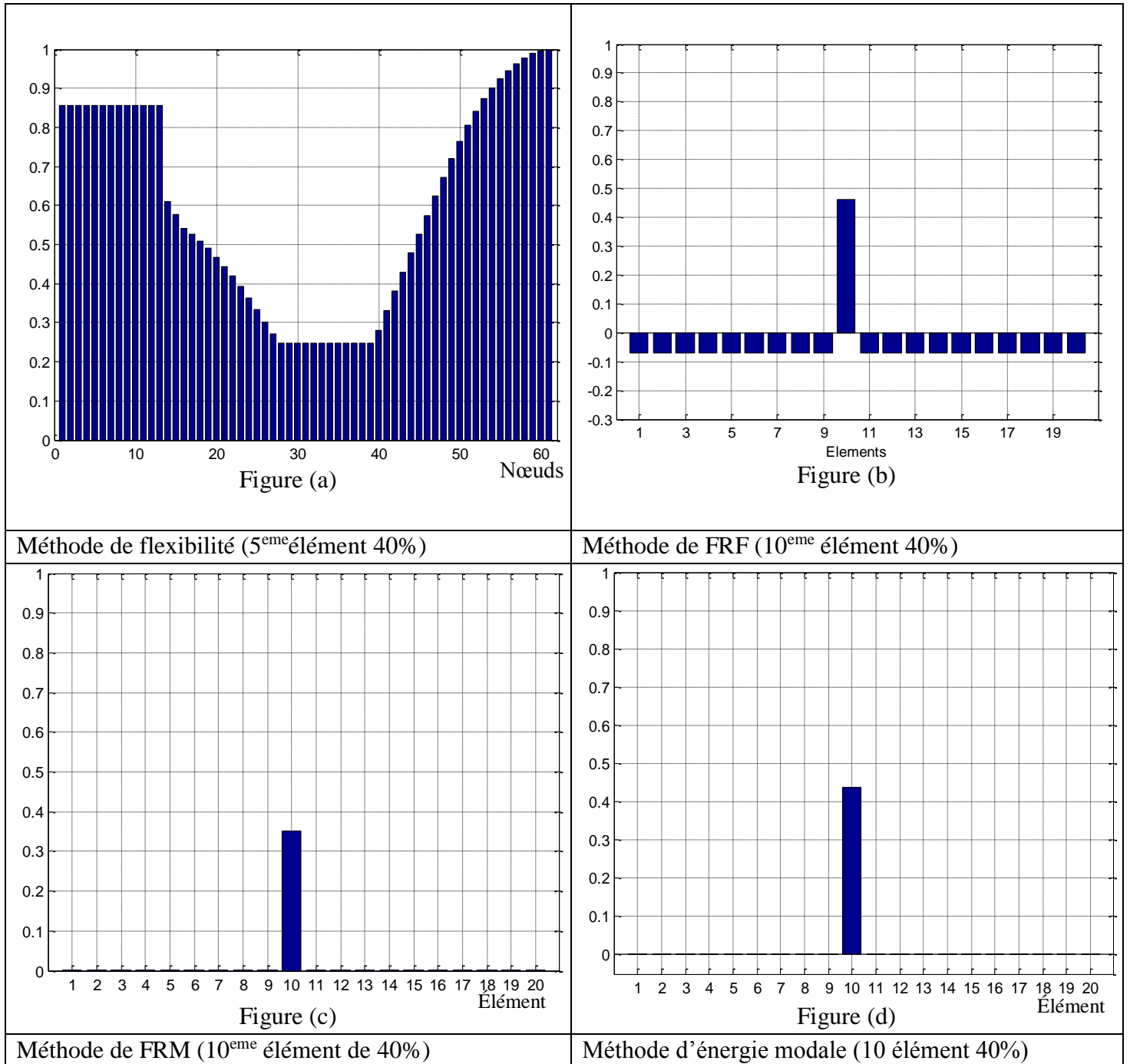


Figure IV.4 : cas test 3 : résultats pour un seul endommagement de 40% de raideur

- Dans la figure (a) on voit déjà mieux l'élément endommagé (la détection est facilement repérer car on voit une chute considérée)

Chapitre IV. Application des méthodes

- Pour déterminer la méthode la plus fiable, on quantifie les éléments endommagés pour calculer le pourcentage d'erreur d'endommagement.

Méthodes	FRF	FRM	EDM
%	15.83	12.12	9.23

b) Cas de deux défauts :

b.1. Réduction de raideur 20%

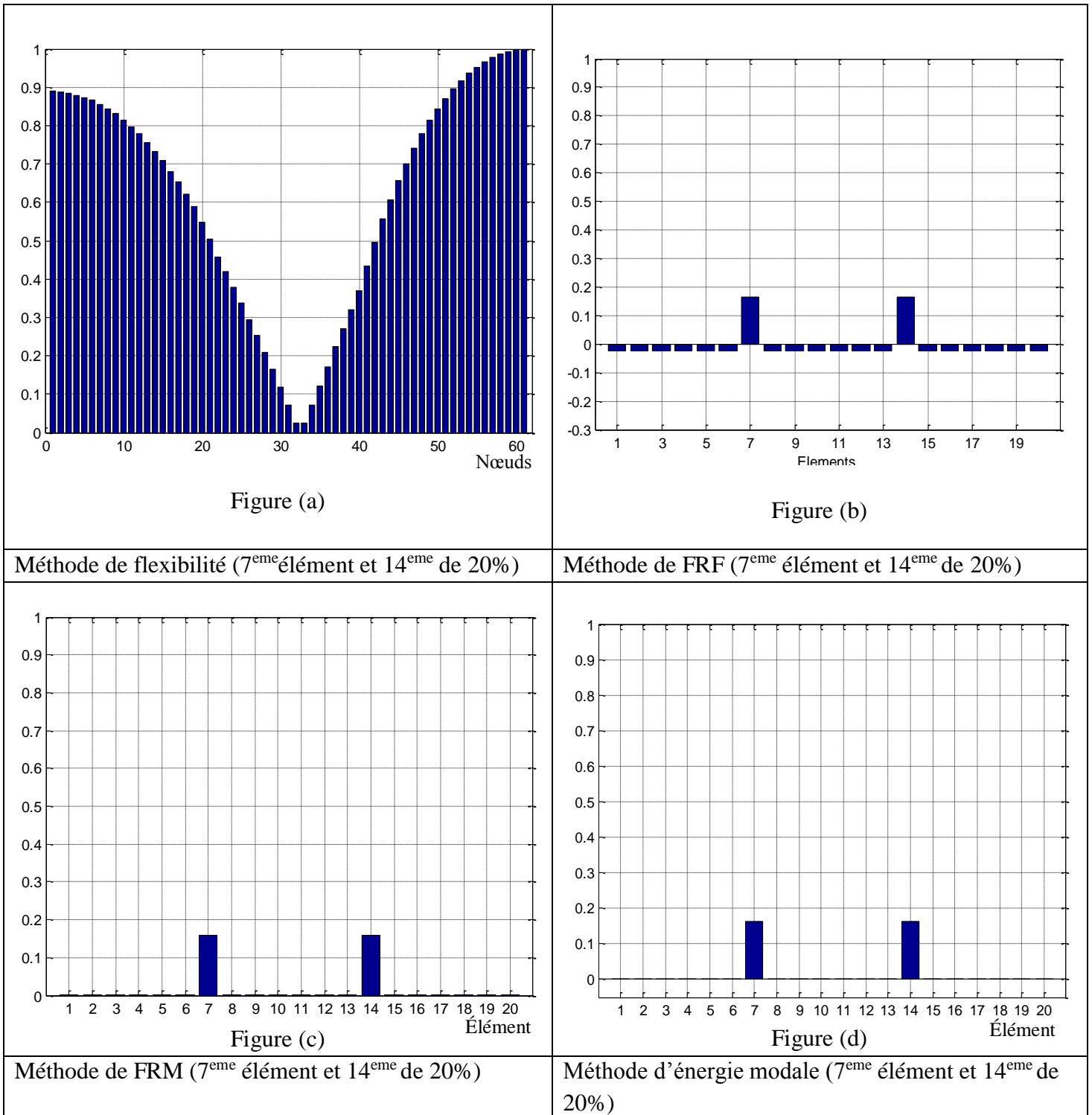


Figure IV.5 : cas test 4 : résultats pour deux endommagements 20% de raideur

Chapitre IV. Application des méthodes

- Dans la figure (a), on remarque qu'il y a un endommagement dans la structure mais on n'arrive pas à la localiser.
- Dans les figures (b), (c), (d) les deux endommagements sont détectés et localisés.
- Calcul de pourcentage d'erreur :

Méthodes	FRF	FRM	EDM
%	17.78	20.48	18.47

Dans ce cas, la méthode la plus fiable est la méthode de FRF.

b.2. Réduction de raideur 10% et 40%

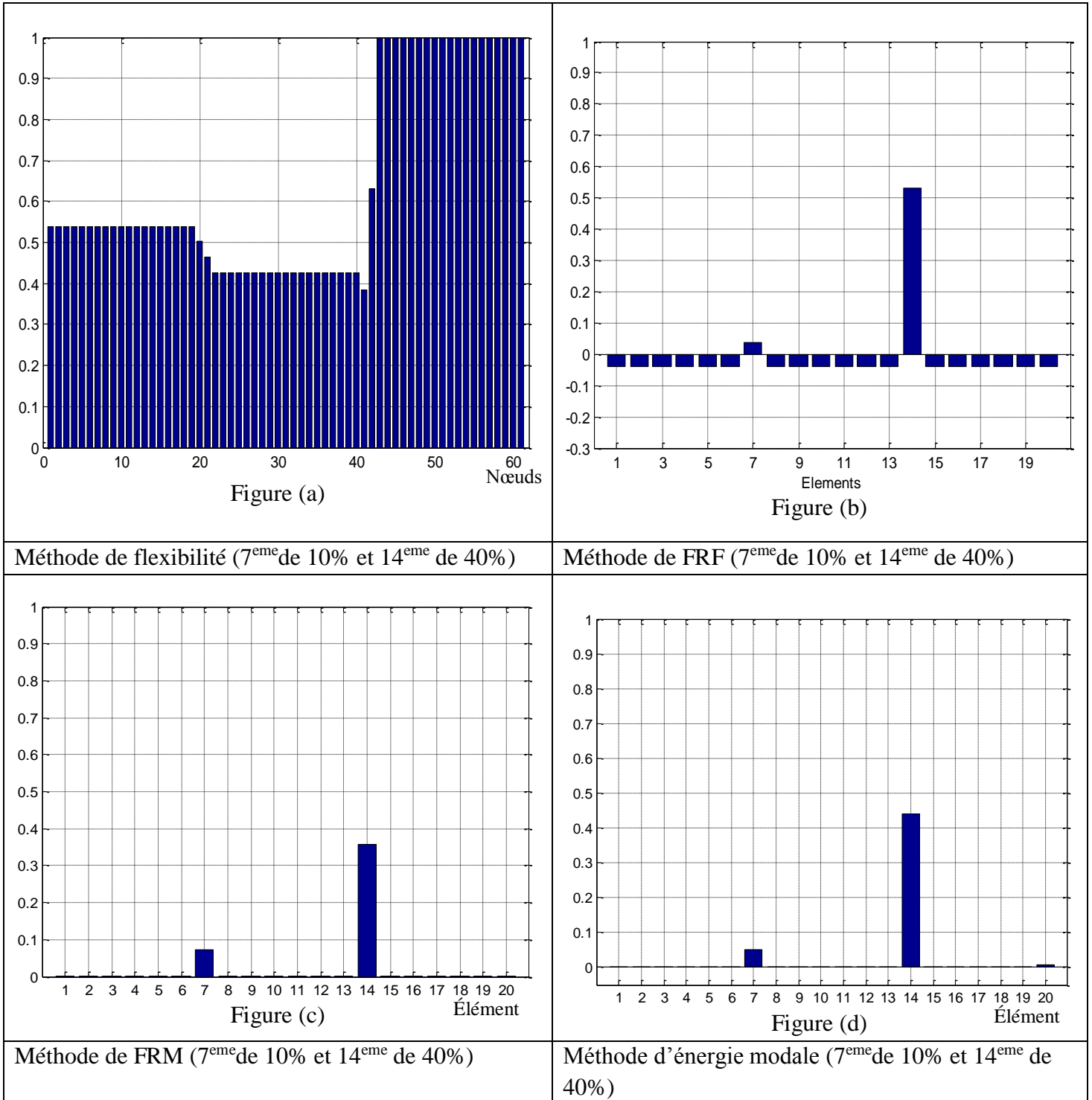


Figure IV.6 : cas test 5 résultats pour deux endommagements avec 10% et 40% de raideur

Chapitre IV. Application des méthodes

- Dans la figure (a), on remarque les deux endommagements, ils sont détectés et localisés
- Pour les trois figures restants (b), (c), (d) ; les deux défauts apparaissent clairement avec leurs pourcentages de réduction respectives.
- Calcul des erreurs de réduction :

Méthodes	FRF	FRM	EDM
%	48.02	19.08	29.81

La méthode de FRM a le pourcentage le plus petit donc c'est la méthode la plus fiable.

c) Cas de trois défauts :

c.1. Réduction de raideur de 20%

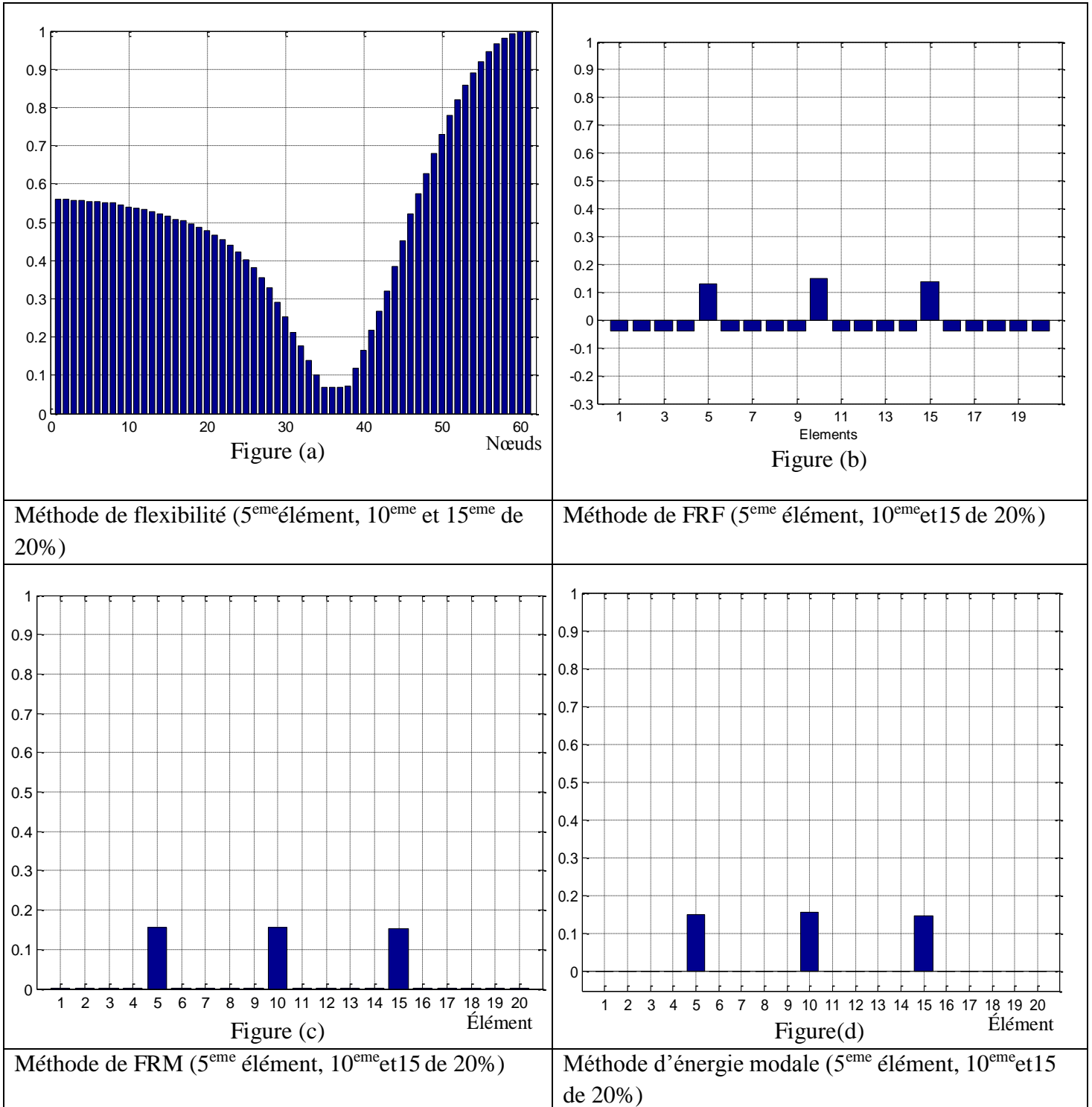


Figure IV.7 : cas test 6 résultats pour trois endommagements pour 20% de raideur

Chapitre IV. Application des méthodes

- Dans la figure (a), on constate la présence des défauts sans pour autant les localisés.
- Les trois endommagements sont détectés et localisés dans les trois figures (b), (c) et (d).
- Calcul d'erreurs :

Méthodes	FRF	FRM	EDM
%	30.53	22.91	24.12

Pour l'endommagement de trois éléments de 20% de réduction de raideur on remarque que la FRM nous donne une sensibilité meilleure que les autres.

c.2. Réduction de raideur de 10%, 20%, 40%

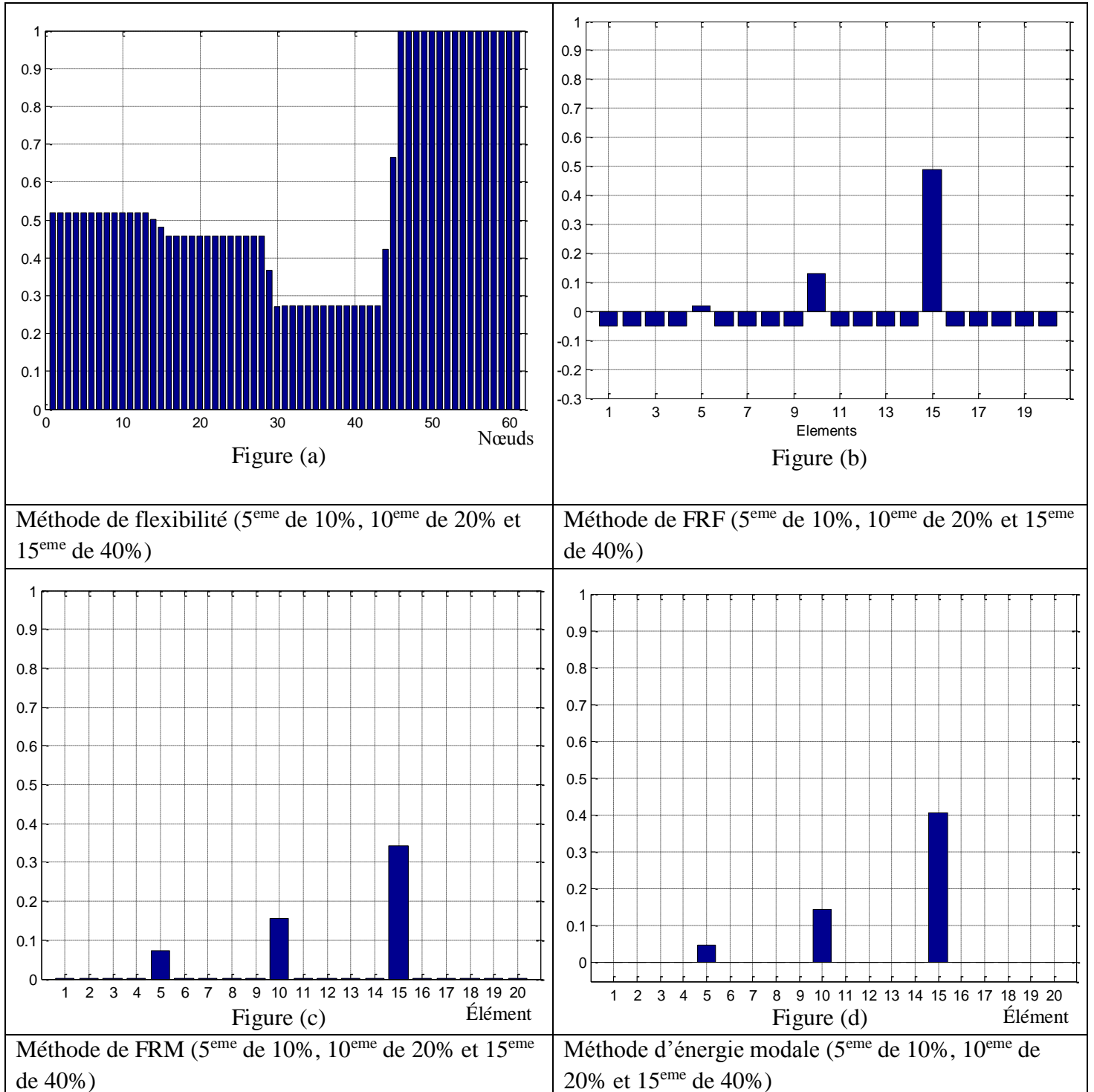


Figure IV.8 : cas test 7 résultats pour trois endommagements de 10%, 20% et 40% de raideur

Chapitre IV. Application des méthodes

- Les quatre figures nous localisent clairement les trois défauts.
- Puisque la méthode de flexibilité ne nous permet pas de quantifier alors on calcule l'erreur pour les trois autres méthodes :

Méthodes	FRF	FRM	EDM
%	35.13	26.64	30.30

Dans ce cas la FRM est la plus sensible.

c.3. Réduction de raideur de 10%, 10%, 20%

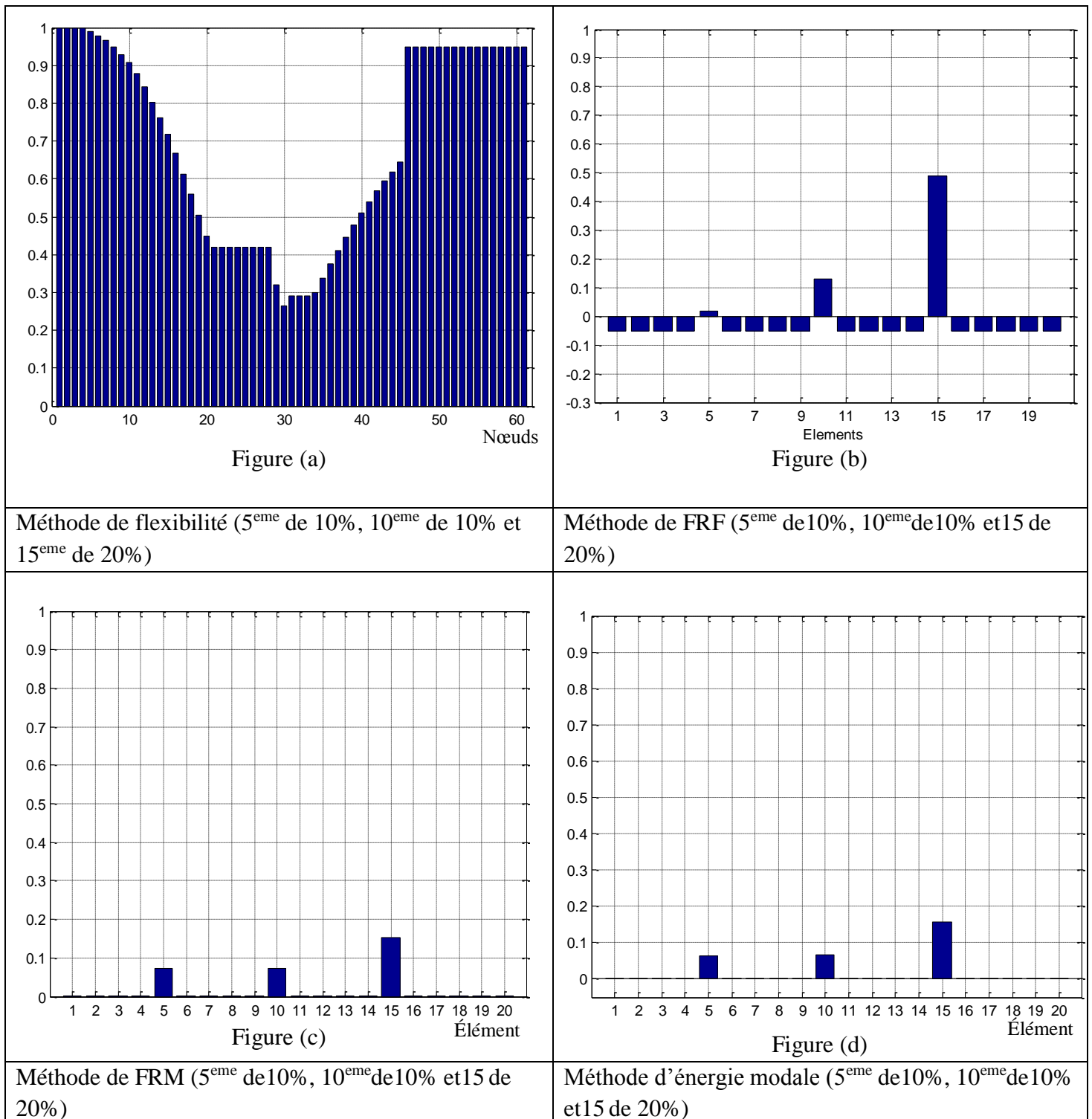


Figure IV.9 : cas test 8 résultats pour trois endommagements avec 10%,10% et 20% de raideur

Chapitre IV. Application des méthodes

- Pour la figure (a), le 1^{er} élément n'est pas localisé contrairement aux 2^{eme} et 3^{eme} éléments.
- La localisation des défauts est parfaite dans les trois autres figures.
- Calcul d'erreur :

Méthodes	FRF	FRM	EDM
%	45.94	21.35	27.08

La méthode d'énergie de déformation modale est plus sensible que les trois autres méthodes

2. Encastré libre :

C'est le même cas que pour l'appui simple sauf que les conditions aux limites changent et donc pour le nombre de ddl il sera égal à 180 ddl.

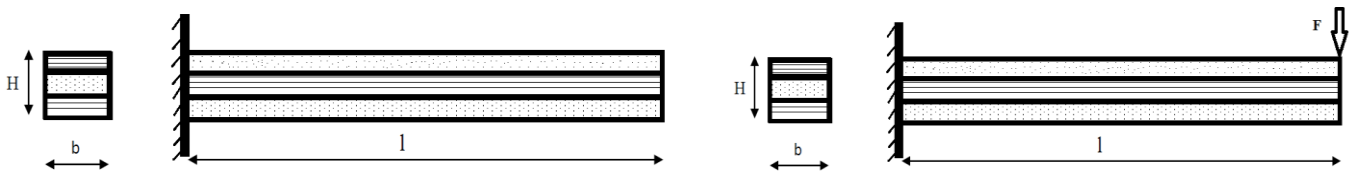


Figure IV.10 : poutre stratifié encastree libre

Chapitre IV. Application des méthodes

Nous avons mis un tableau récapitulatif des différents essais qu'on a pu simuler en encastrement libre :

Cas test	Méthodes	Nombre d'éléments endommagé	Eléments (% de réduction de raideur)	% d'erreur
9	FM	1	10(10%)	/
	FRF			17.51
	FRM			35.30
	EDM			22.71
10	FM	1	10(20%)	/
	FRF			2.37
	FRM			29.14
	EDM			14.36
11	FM	1	10(40%)	/
	FRF			47.25
	FRM			17.06
	EDM			9.23
12	FM	2	7(20%) ,14(20%)	/
	FRF			10.33
	FRM			28.30
	EDM			18.47
13	FM	2	7(10%) ,14(40%)	/
	FRF			39.55
	FRM			19.85
	EDM			10.56
14	FM	3	5(20%) , 10(20%) ,15(20%)	/
	FRF			18.91
	FRM			30.40
	EDM			24.12
15	FM	3	5(10%) , 10(20%) ,15(40%)	/
	FRF			30.71
	FRM			28.22
	EDM			27.08
16	FM	3	5(10%) , 10(10%) ,15(20%)	/
	FRF			23.46
	FRM			34.94
	EDM			30.30

Tableau IV.3 : tableau récapitulatif des essais en encastrement libre

Chapitre IV. Application des méthodes

a) Cas d'un seul défaut :

a.1. Réduction de raideur 10%

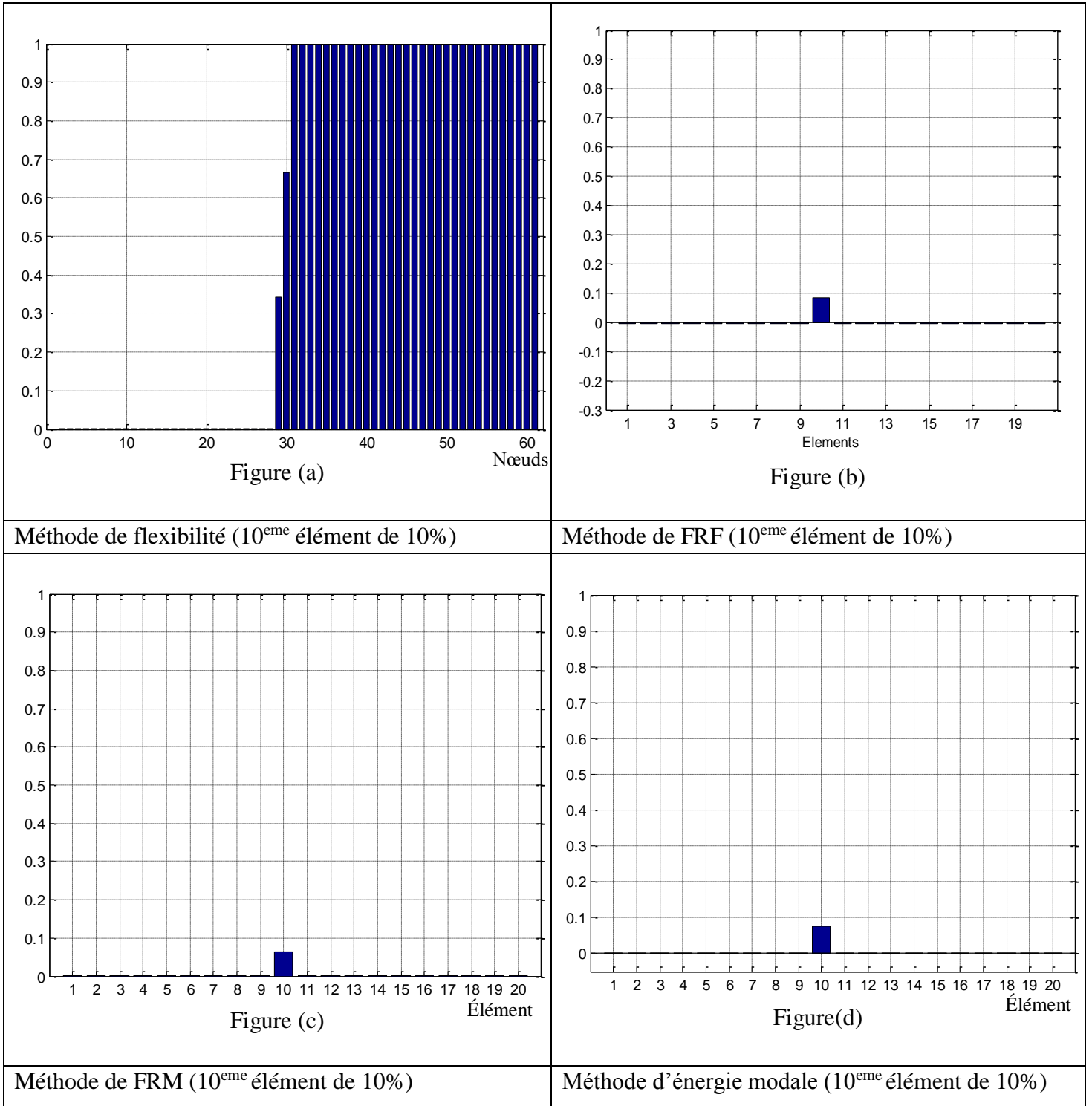


Figure IV.11 : cas test 9 résultats d'un seul endommagement de 10% de raideur

- On remarque que les quatre méthodes détectent et localisent l'endommagement.
- Pour pouvoir vérifier la méthode la plus sensible on calcule le pourcentage d'erreur :

Méthodes	FRF	FRM	EDM
%	17.51	35.30	22.71

Pour un taux de 10% de réduction de raideur, la méthode de FRF est meilleure que les deux autres.

Chapitre IV. Application des méthodes

a.2. Réduction de raideur 20% :

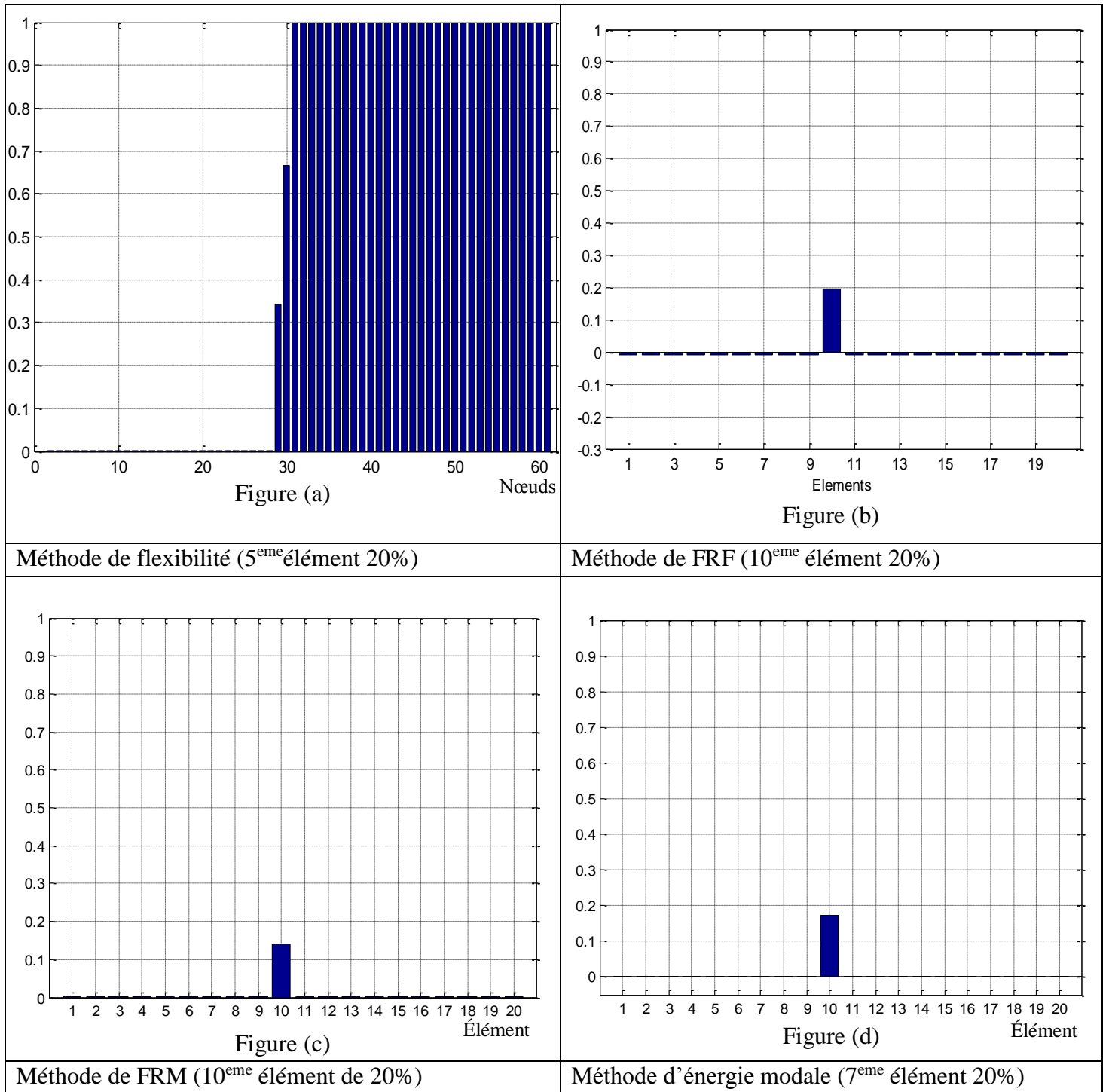


Figure IV.12 : cas test 10 résultats pour un seul endommagement de 20% de raideur

- Pour la détection et la localisation cela reste le même constat que pour le cas précédent.
- Calcul d'erreur :

Méthodes	FRF	FRM	EDM
%	2.37	29.14	14.36

La FRF est la plus sensible, on remarque même que son pourcentage est très petit.

a.3. Réduction de raideur de 40%

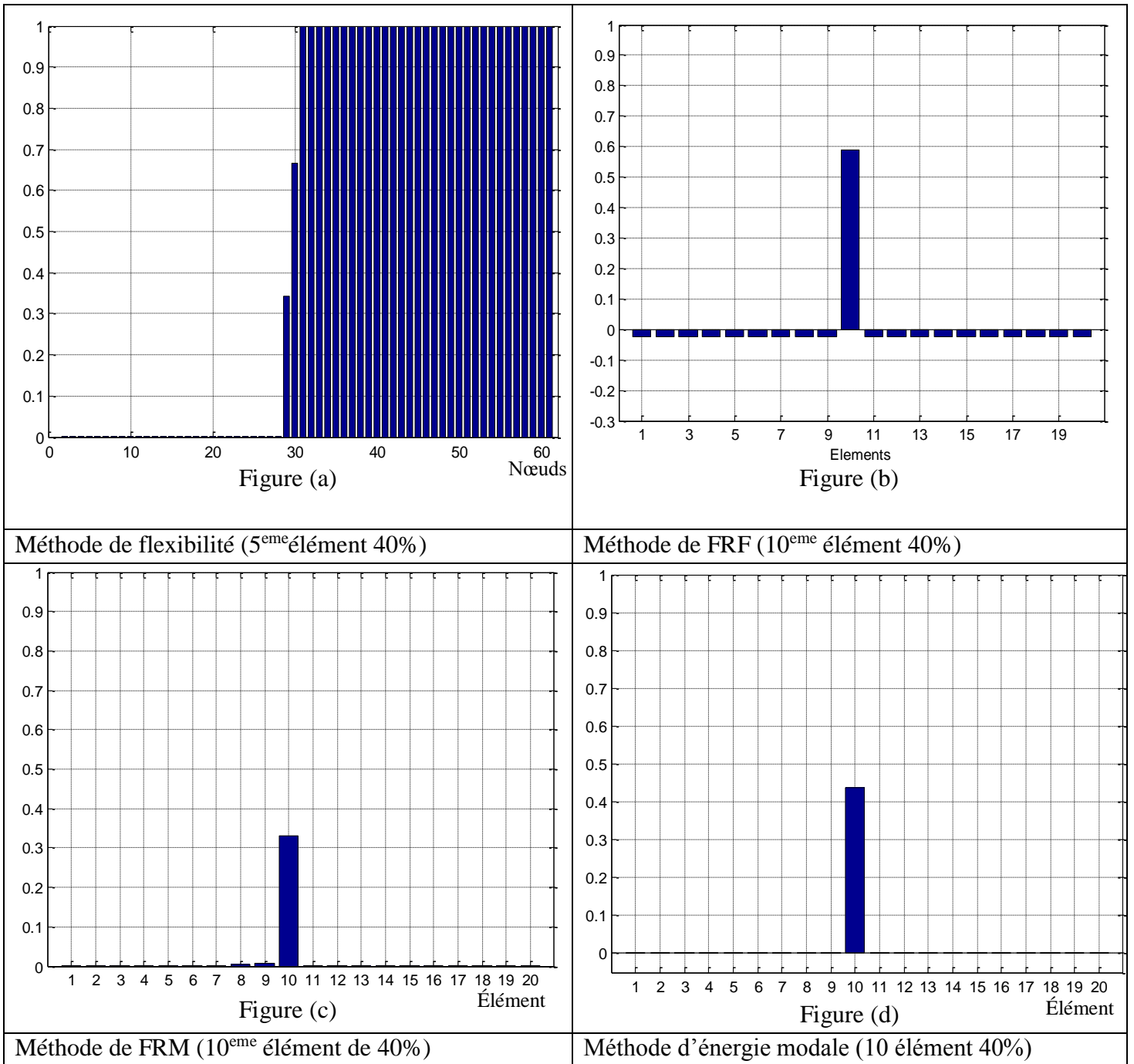


Figure IV.13 : cas test 11 résultats pour un seul endommagement de 40% de raideur

- L'endommagement est localisé avec toutes les méthodes.
- Calcul d'erreur :

Méthodes	FRF	FRM	EDM
%	47.25	17.06	9.23

On remarque que pour 40% de réduction les valeurs obtenues avec la méthode EDM sont plus prêtes de la valeur réelle.

Chapitre IV. Application des méthodes

b) Cas de deux défauts :

b.1. Réduction de raideur 20%

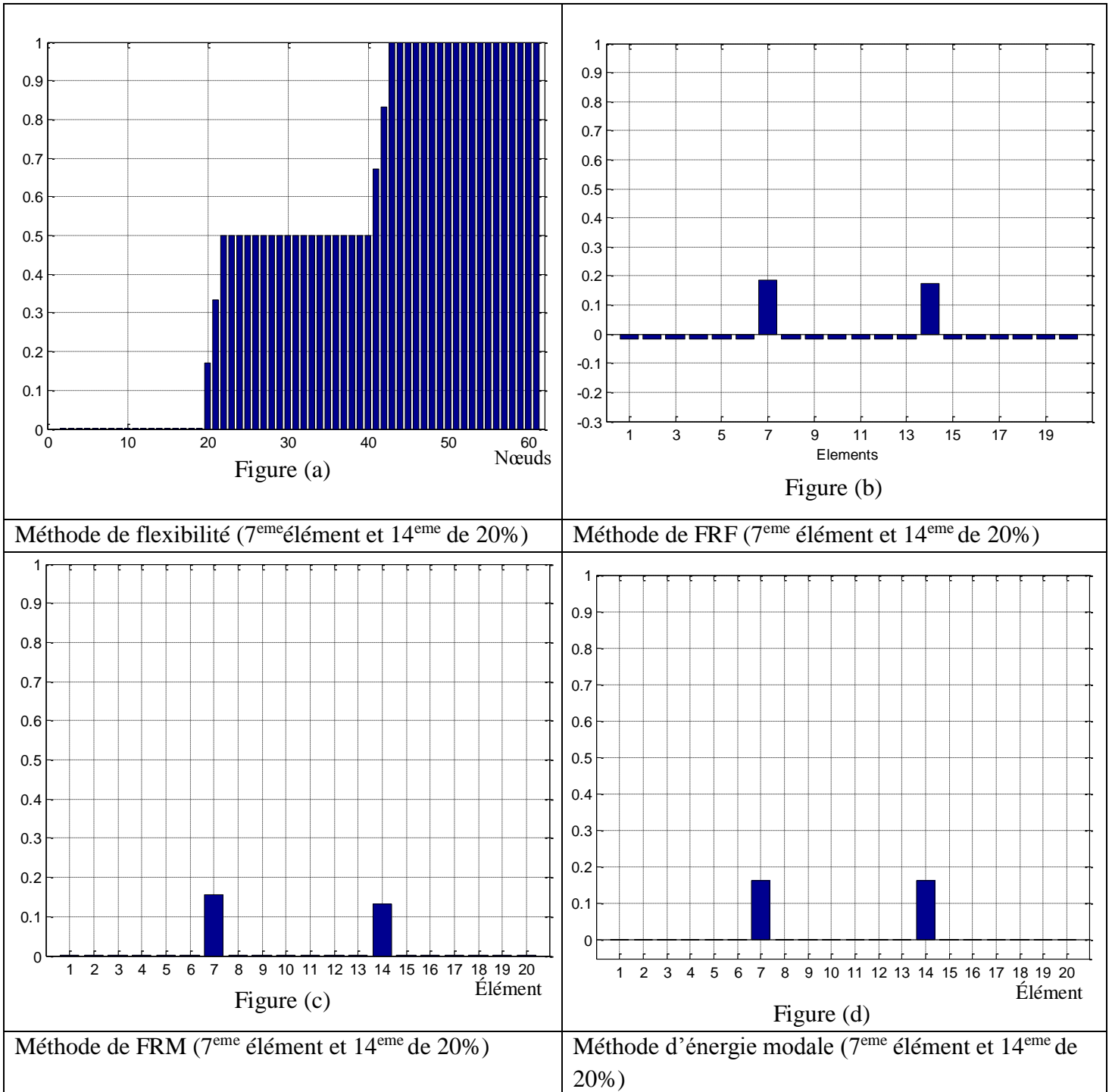


Figure IV.14 : cas test 12 résultats pour deux endommagements 20% de raideur

- Les deux défauts apparaissent dans toutes les figures.
- Calcul d'erreur :

Méthodes	FRF	FRM	EDM
%	10.33	28.30	18.47

La méthode de FRF est la plus proche du réel et donc plus fiable.

Chapitre IV. Application des méthodes

b. 2. Réduction de raideur 10% et 40%

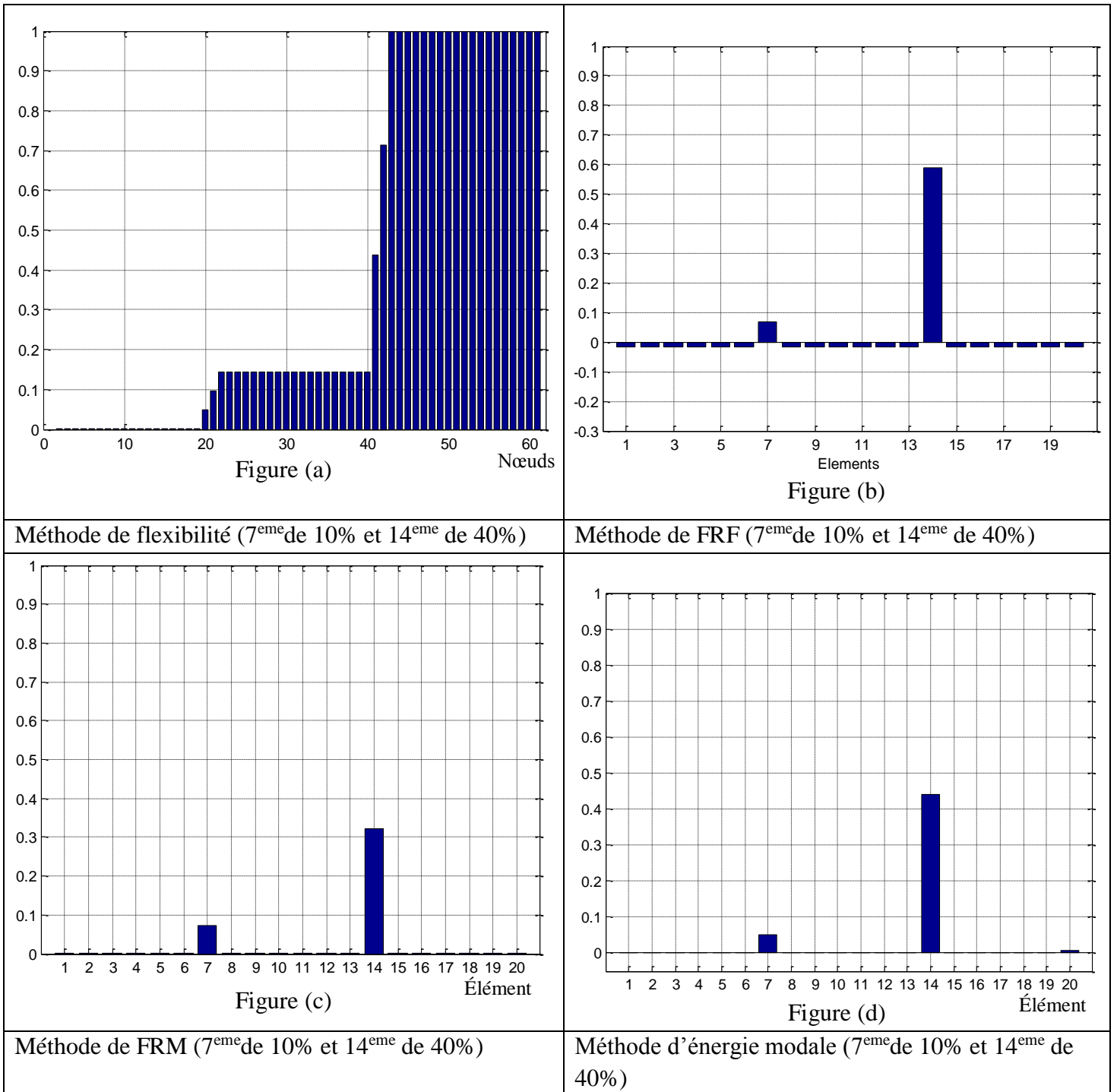


Figure IV.15 : cas test 13 résultats pour deux endommagements avec 10% et 40% de raideur

- Les défauts sont localisés.
- Dans la figure (b) on remarque une hausse importante pour le deuxième élément
- Calcul d'erreur :

Méthodes	FRF	FRM	EDM
%	39.55	19.85	10.56

L'énergie de déformation modale quantifie mieux dans ces conditions.

Chapitre IV. Application des méthodes

c) Cas de trois défauts :

c.1. Réduction de raideur de 20%

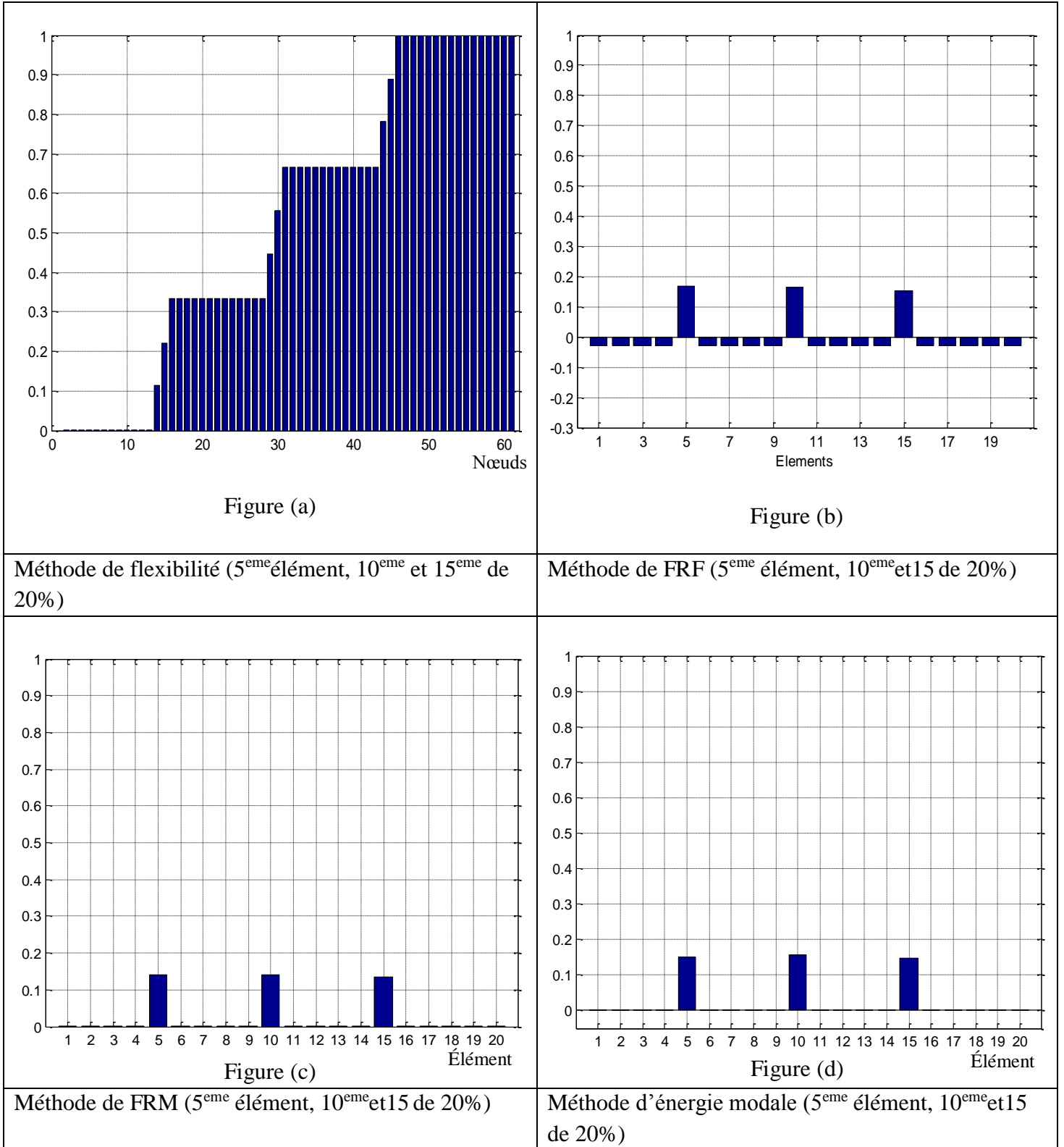


Figure IV.16 : cas test 14 résultats pour trois endommagements pour 20% de raideur

- Pour un pourcentage de 20% de raideur les trois éléments endommagés sont clairement représentés par les quatre méthodes.

Chapitre IV. Application des méthodes

- Calcul d'erreur :

Méthodes	FRF	FRM	EDM
%	18.91	30.40	24.12

Les résultats obtenus par la FRF sont meilleurs donc pour ce cas c'est la méthode la plus sensible.

c.2. Réduction de raideur de 10%, 20%, 40%

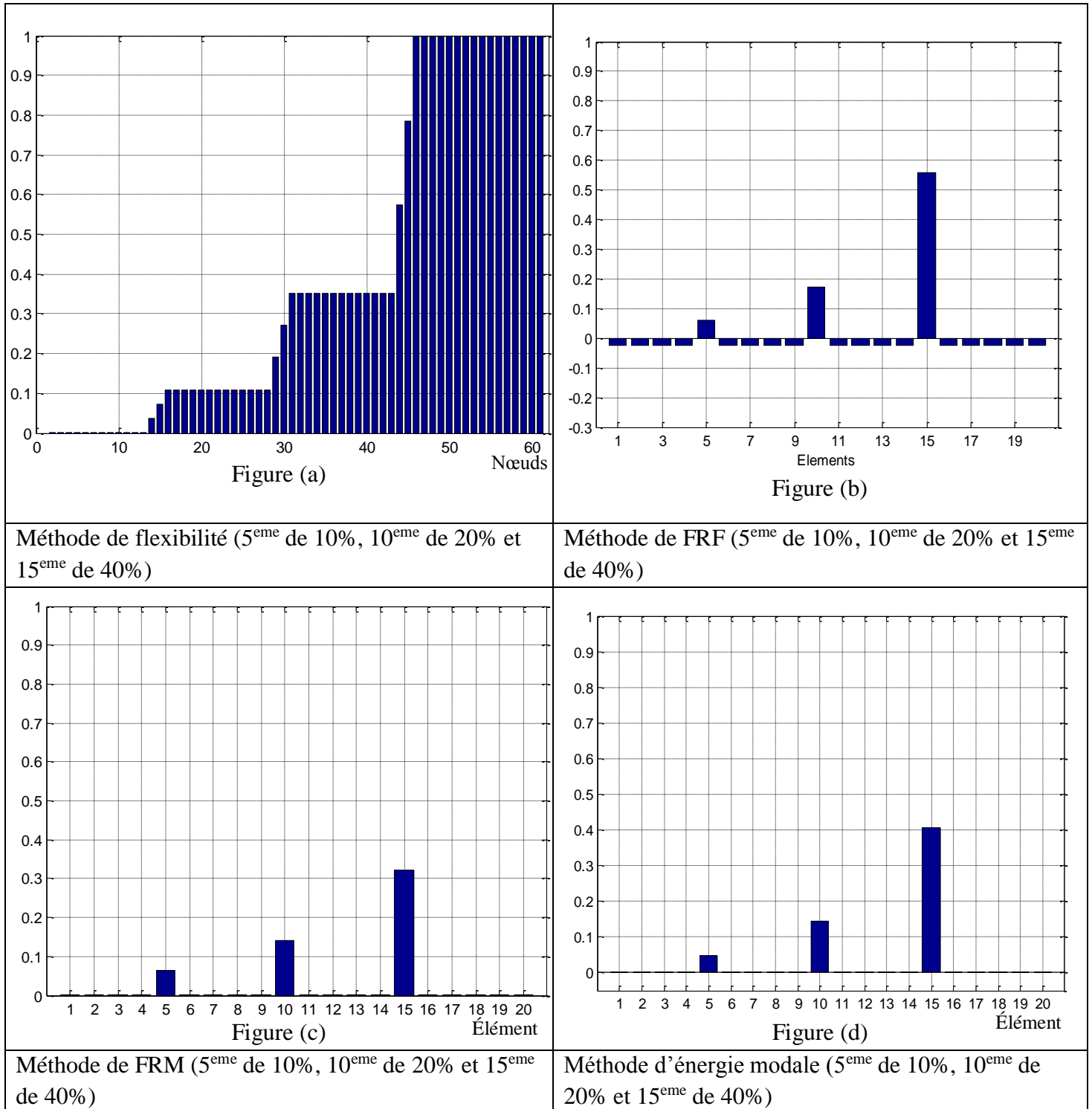


Figure IV.17 : cas test 15 résultats pour trois endommagements de 10%, 20% et 40% de raideur

Chapitre IV. Application des méthodes

- Tous les éléments sont localisés.
- On remarque une hausse très importante dans l'élément 15 dans la figure (b).
- Calcul d'erreur :

Méthodes	FRF	FRM	EDM
%	30.71	28.22	27.08

La meilleure méthode est EDM quoi que les résultats des trois méthodes soient voisins

c.3. Réduction de raideur de 10%, 10%, 20%

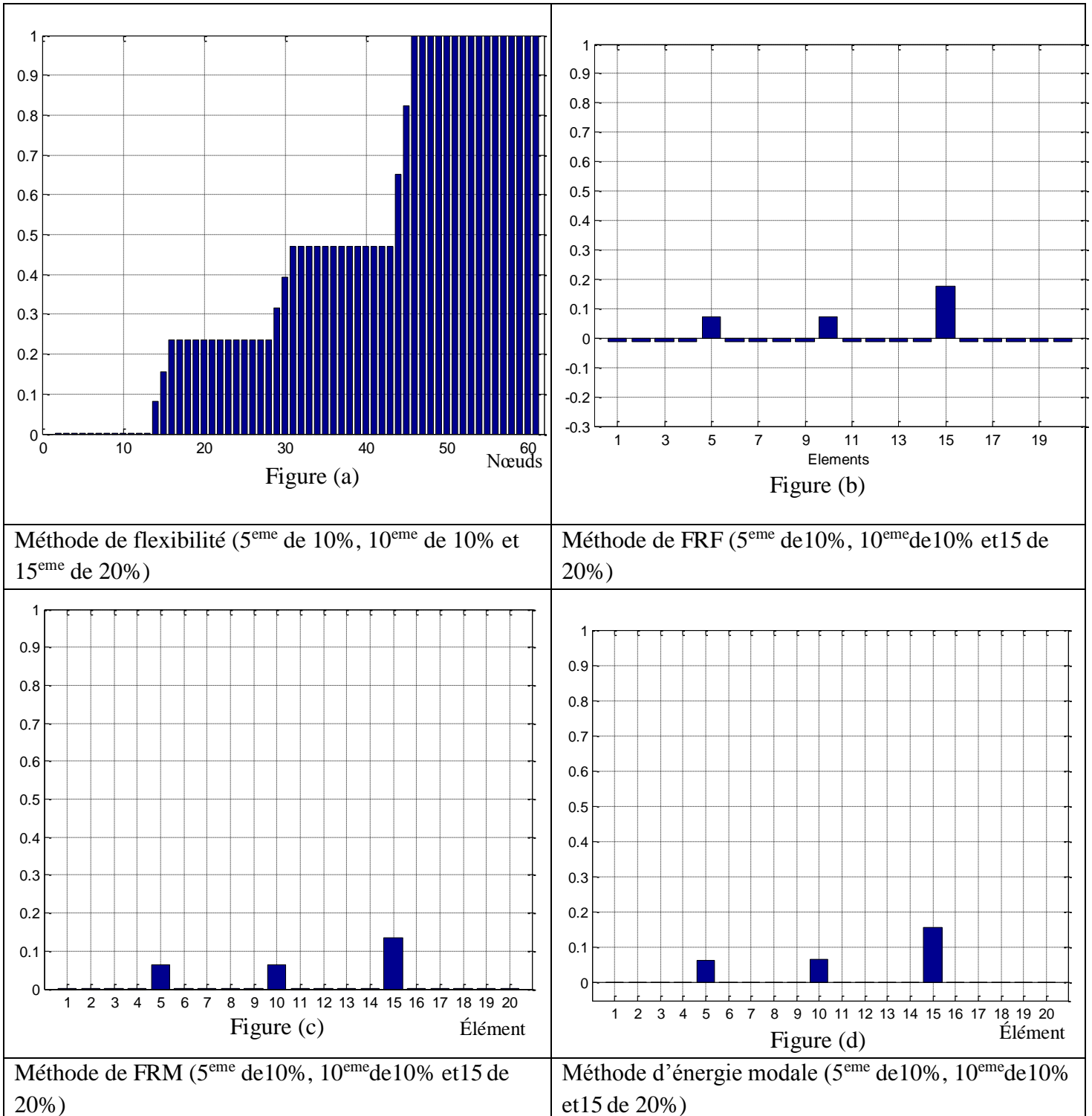


Figure IV.18 : cas test 16 résultats pour trois endommagements avec 10%,10% et 20% de raideur

Chapitre IV. Application des méthodes

- Pour les trois endommagements sont localisés avec les différentes méthodes.
- Calcul d'erreur :

Méthodes	FRF	FRM	EDM
%	23.46	34.94	30.30

Pour les petits pourcentages de raideur on remarque que la méthode FRF nous donne un résultat plus près du réel.

3. Conclusion :

Après avoir exécuté la simulation, on a pu comprendre le principe de fonctionnement de chacune des méthodes en observant les différents résultats obtenus.

A partir de là on a pu tirer les caractéristiques de chaque méthode :

- La méthode de variation de flexibilité détecte les endommagements mais ne les localise pas quand le pourcentage de réduction de raideur est petit (10%). Dès que le pourcentage augmente, on localise mieux l'élément en question, que ce soit pour l'appui simple ou l'encasté libre. Cependant, cette méthode ne permet pas la quantification des éléments endommagés.
- Pour ce qui est des trois autres méthodes, à savoir : la méthode de la force modale résiduelle, la méthode basée sur les réponses fréquentielles, la méthode des énergies de déformation modales, elles permettent de détecter, localiser et quantifier les endommagements dans les deux cas de figure (appui simple et encasté libre)

Toutefois, après analyse des résultats, on a tiré la méthode optimale pour chacun des cas traités :

- La FRM donne les meilleurs résultats pour le cas de plusieurs endommagements en appui simple.
- La FRF est meilleure quand le pourcentage de réduction de raideur est petit (10%) en encasté libre.
- L'EDM est la méthode la plus performante en encasté libre lorsque le pourcentage de réduction de raideur est élevé (20%).
- L'EDM détecte mieux quand le nombre d'élément est petit [appuis simple].

Conclusion Générale

Conclusion générale

Dans le cadre de notre mémoire, nous avons vu les différentes méthodes de contrôle et de détection et nous les avons classés en deux catégories : les contrôles non destructifs (CND) classiques (radiographie, ressuage, infrarouge ...) et le CND basé sur des données vibratoires (changement de fréquence, variation de déformée propre, FRM, variation de flexibilité...

Dans notre étude que nous avons appliqué sur les composites, nous nous sommes concentré sur les méthodes CND basées sur des données vibratoires vu leur particularité à pouvoir suivre en temps réel l'évolution de l'état de la structure.

A la fin de notre mémoire nous avons conclu que toutes ces méthodes détectent l'existence des défauts. Cependant, la localisation est possible pour la FRF, EDM et la FRM sous les deux cas de figures.

Afin de localiser les endommagements par la méthode FM, il faut que le pourcentage de réduction soit élevé.

Comme perspective future :

- L'élaboration de méthodes complémentaires pour la quantification d'endommagement localisé afin de vérifier la méthode la plus fiable.
- Amélioration de la méthode de variation de flexibilité (pour le cas des petits % de réduction de raideur en appui simple).
- S'intéresser au types de défauts (fissures, délaminage...)
- Vérifier l'efficacité de ces méthodes sous d'autres conditions.
- Dans un second temps, nous devrions nous intéressé au paramètre thermique (effet de température).

Bibliographies

- [1] Centre technique des industries mécaniques, 1994, "les contrôles non destructifs généralités"
- [2] G.FRAMEZELLE, F.LEPILLER, "Contrôle non destructif de structures composites pour l'aéronautique"
- [3] Farrar *et al.*, 1994, "Dynamic characterization and damage detection in the I-40 bridge over the Rio Grande," *Los Alamos National Laboratory Report*, LA-12767- MS.
- [4] Cawley, P. and Adams, R. D., 1979, "The location of defects in structures from measurements of natural frequencies," *Journal of Strain Analysis*, **14**(2), 49-57.
- [5] Palacz, M. and Krawczuk, M., 2002, "Vibration parameters for damage detection in structures," *Journal of Sound and Vibration*, **249**(5), 999-1010.
- [6] Messina, A., Jones, A. and Williams, E. J., 1996, "Damage detection and localization using natural frequency changes," *Proceeding of the 14th International ...Modal Analysis Conference*, Orlando, FL, pp. 67-76.
- [7] Messina, A., Contursi, T. and Williams, E. J. and, 1997, "Multiple damage evaluation using natural frequency changes," *Proceeding of the 15th International Modal Analysis Conference*, Orlando, FL, pp. 658-664.
- [8] Nicholson, D. W. and Alnefaie, K. A., 2000, "Modal moment index for damage detection in beam structures," *Acta Mechanica*, **144**(3-4), 155-167.
- [9] West, W. M., 1984, "Illustration of the use of modal assurance criterion to detect structural changes in an orbiter test specimen," *Proceedings of the Air Force Conference on Aircraft Structural Integrity*, pp. 1-6.
- [10] Lieven, N. A. J. and Ewins, D. J., 1988, "Spatial correlation of mode shapes, the coordinate modal assurance criterion (COMAC)," *Proceeding of the 6th International Modal Analysis Conference*, Kissimmee, FL, pp. 690-695.
- [11] Wang, Z., Lin, R. M. and Lim, M. K., 1997, "Structural damage detection using measured FRF data," *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, **147**(1-2), 187-197.
- [12] Mottershead, J. E., Kyprianou, A. and Ouyang, H, 2003, "Estimation of rotational frequency responses," *Mechanical and Corrosion Properties, A – Key Engineering Materials*, **245/246**,157-116.
- [13] Vanhoenacker, K., Schoukens, J., Guillaume, P. and Vanlanduit, S., 2004, "The use of multisine excitations to characterize damage in structures," *Mechanical Systems and Signal Processing*, **18**(1), 43-57.
- [14] Mehrisadat Makki Alamdari et al, 2014, "FRF-based damage localisation method with noise suppression approach"
- [15] S.C. Mohan, D.K. Maiti, D. Maity, 2014, "Structural assessment using FRF employing particle swarm optimisation"

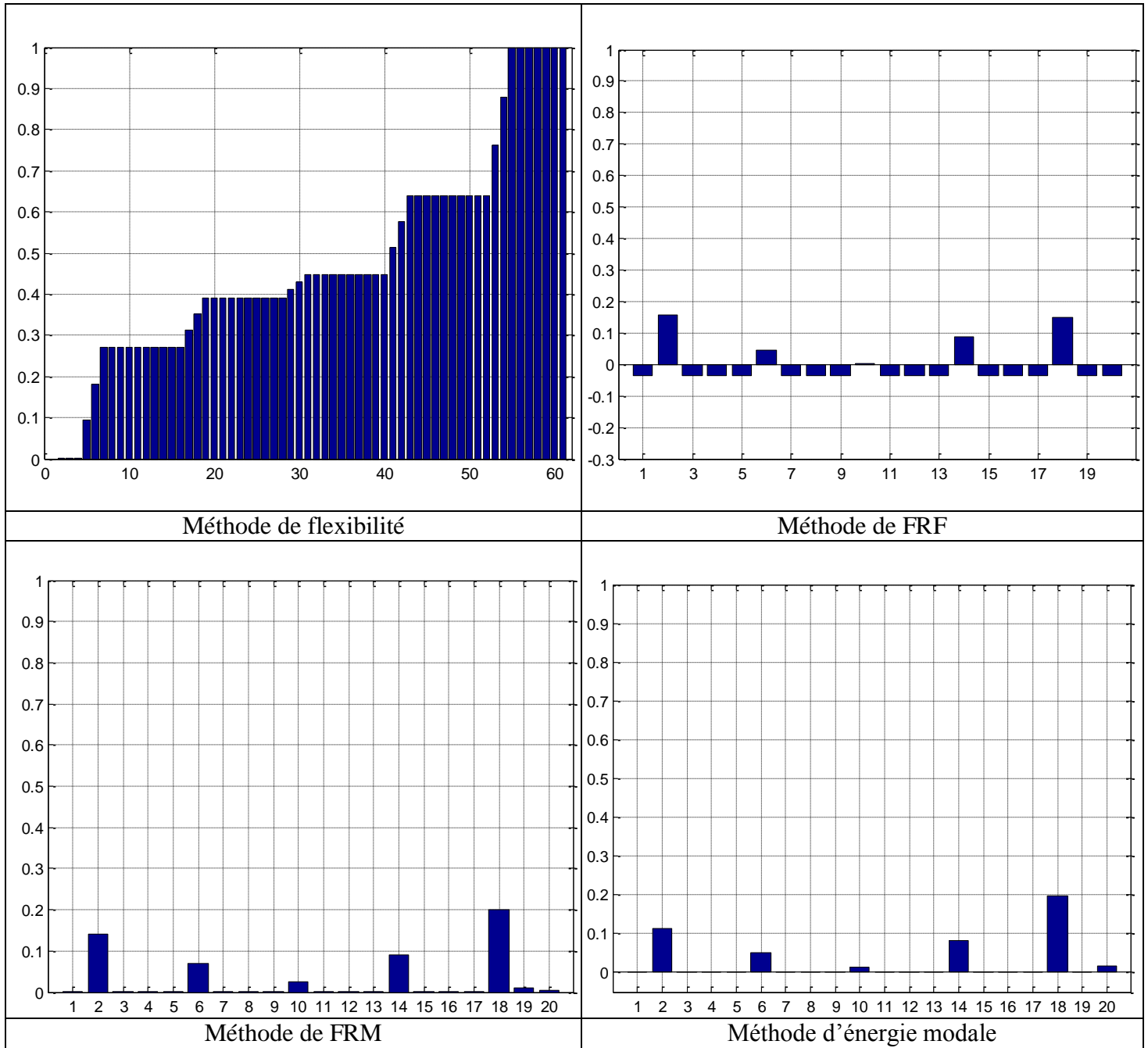
Bibliographies

- [16] Salane, H. J. and Baldwin, J. W., 1990, "Identification of modal properties of bridges," *Journal of Structural Engineering – ASCE*, **116**(6), 2008-2021
- [17] Chen, S. Y., Ju, M. S. and Tsuei, Y. G., 1996, "Estimation of mass, stiffness and damping matrices from frequency response functions," *Journal of vibration and Acoustics*, Transactions of the ASME, **118**, 78-82. 94
- [18] Morgan, B. J. and Osterle, R. G., 1985, "On-site modal analysis – a new powerful inspection technique," *Proceedings of the 2nd International Bridge Conference*, Pittsburg, PA, pp. 108-114
- [19] Napolitano, K. L. and Kosmatka, J. B., 1996, "Damage detection of highly damped structures using direct frequency response measurements and residual forcevectors," *Proceedings of SPIE*, v. 2720, pp. 110-121.
- [20] Hearn, G. and Testa, R. B., 1991, "Modal analysis for damage deletion in structures," *Journal of Structural Engineering – ASCE*, **117**(10), 3042-3063.
- [21] Williams, C. and Salawu, O. S., 1997, "Damping as a damage indication parameter," *Proceeding of the 15th International Modal Analysis Conference*, Orlando, FL, pp. 1531-1536.
- [22] Modena, C., Sonda, D. and Zonta, D., 1999, "Damage localization in reinforced concrete structures by using damping measurements," *Mechanical and Corrosion*
- [23] Yang H.Z., Li H.S. and Wang S.Q., 2003, "Damage location of offshore platforms under ambient excitation", *China Ocean Engineering*, v. 17, pp. 495-504.
- [24] Brehm M., Zabel V. and Bucher C., 2010, "An automatic mode pairing strategy using an enhanced modal assurance criterion based on modal strain energies", *Journal of Sound and Vibration*, 329(2010), 5372-5392
- [25] Dixit A. and Hanagud S., 2011, "Single beam analysis of damaged beams verified using a strain energy based damage measure", *International Journal of Solids and Structures*, 48 (2011), 592-602.
- [26] **Ulm, F. J., J. L. Clément, and P. Argoul.** « *Coefficient de comportement: approche chute de fréquence* » 3em Colloque national de Genie Parasismique. 1993.
- [27] Li J. Wu B. Zeng Q.C. and Lim C.W., 2010, "A generalized flexibility matrix approach for structural damage detection", *Journal of Sound and Vibration*, **329** (2010), 4583-4587.
- [28] Kazemi S., Fooladi A. and Rahai A.R., 2010, "Implementation of the modal flexibility variation to fault identification in thin plates", *Acta Astronautica*, **66** (2010), 414-426.
- [29] Edwin R. and Guido D.R., 2010, "A local flexibility, method for vibration – based damage localization and quantification", *Journal of sound and vibration*, **329** (2010), 2367-2383.
- [30] Jean-Marie Berthelot, 2010, "Mécanique des matériaux et structures composites", *Institut Supérieur des Matériaux et Mécaniques Avancés*, Le Mans, France.
- [31] Analysis of Laminated Structures Course of Lectures Rolands Rikards Riga Technical University 1999
- [32] Alexandre Ern. Aide-mémoire élément finis. Dunod, Paris, 2005.

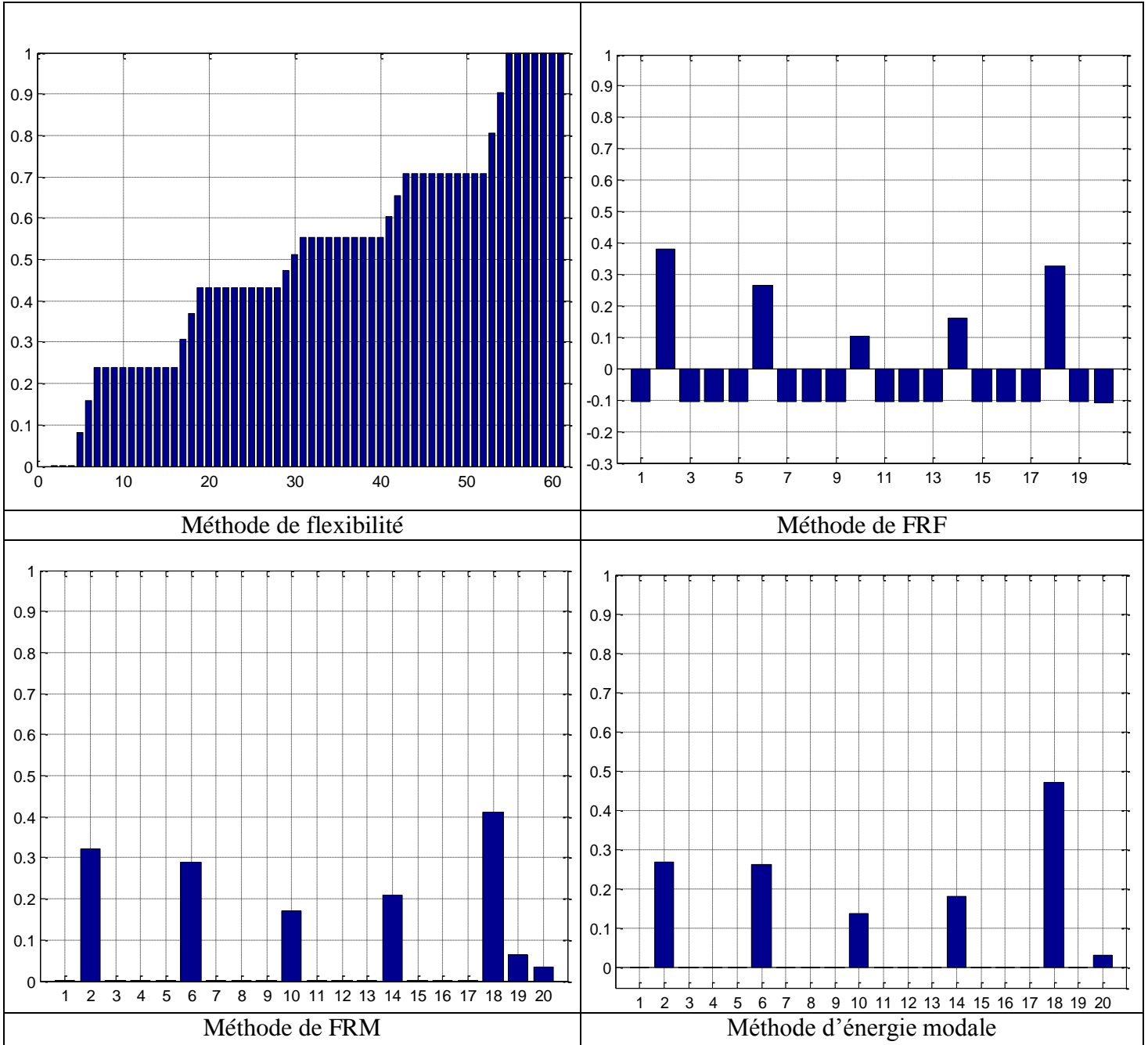
Annexes

ANNEXE A :

- Cas de la structure encastré libre : endommagement des éléments 2 ,6 ,10 ,14 et 18 de 20% ,10% ,5% ,15% et 25% respectivement

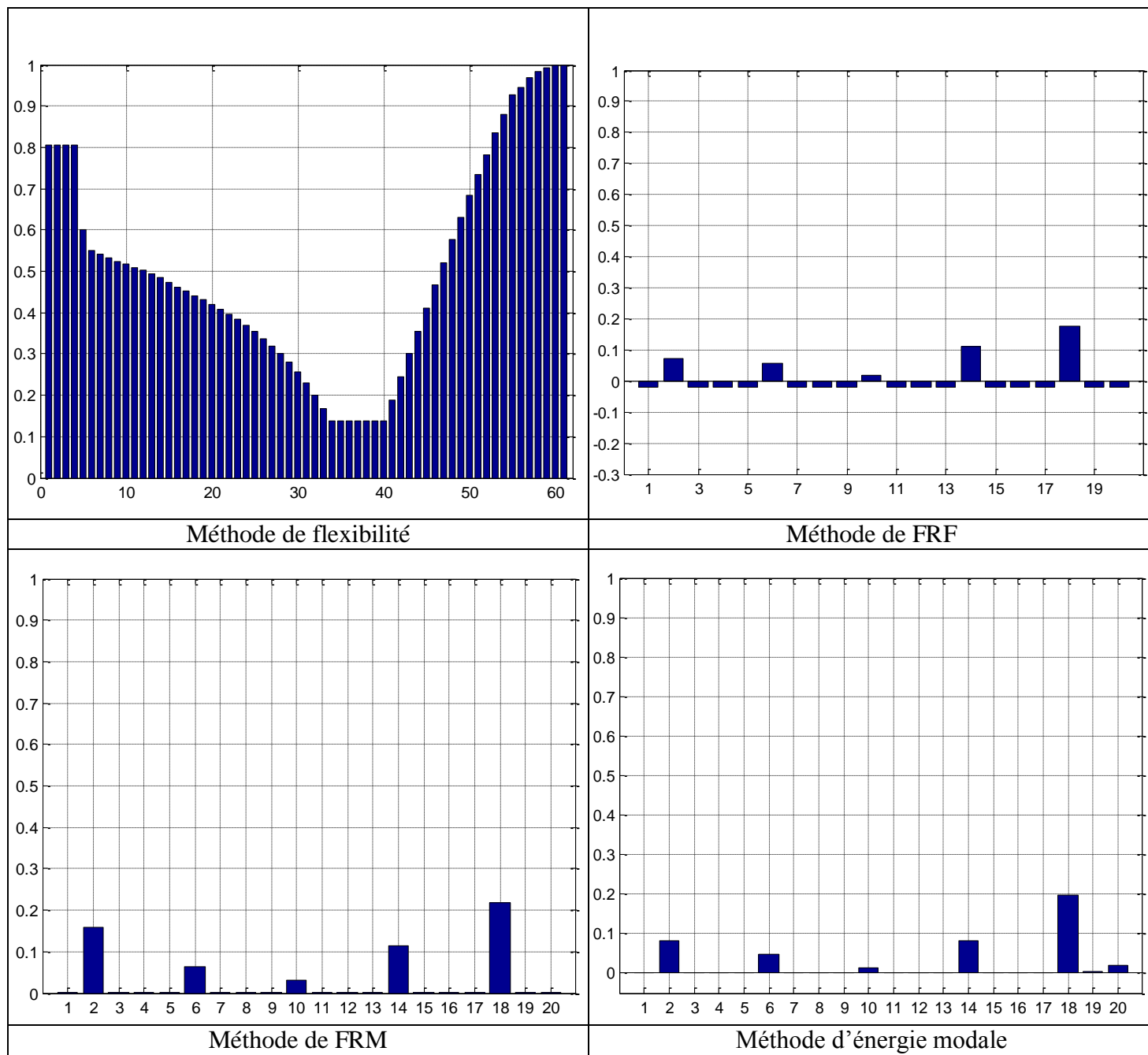


- Cas de la structure encasturé libre : endommagement des éléments 2 ,6 ,10 ,14 et 18 de 40% ,35% ,25% ,30% et 45% respectivement

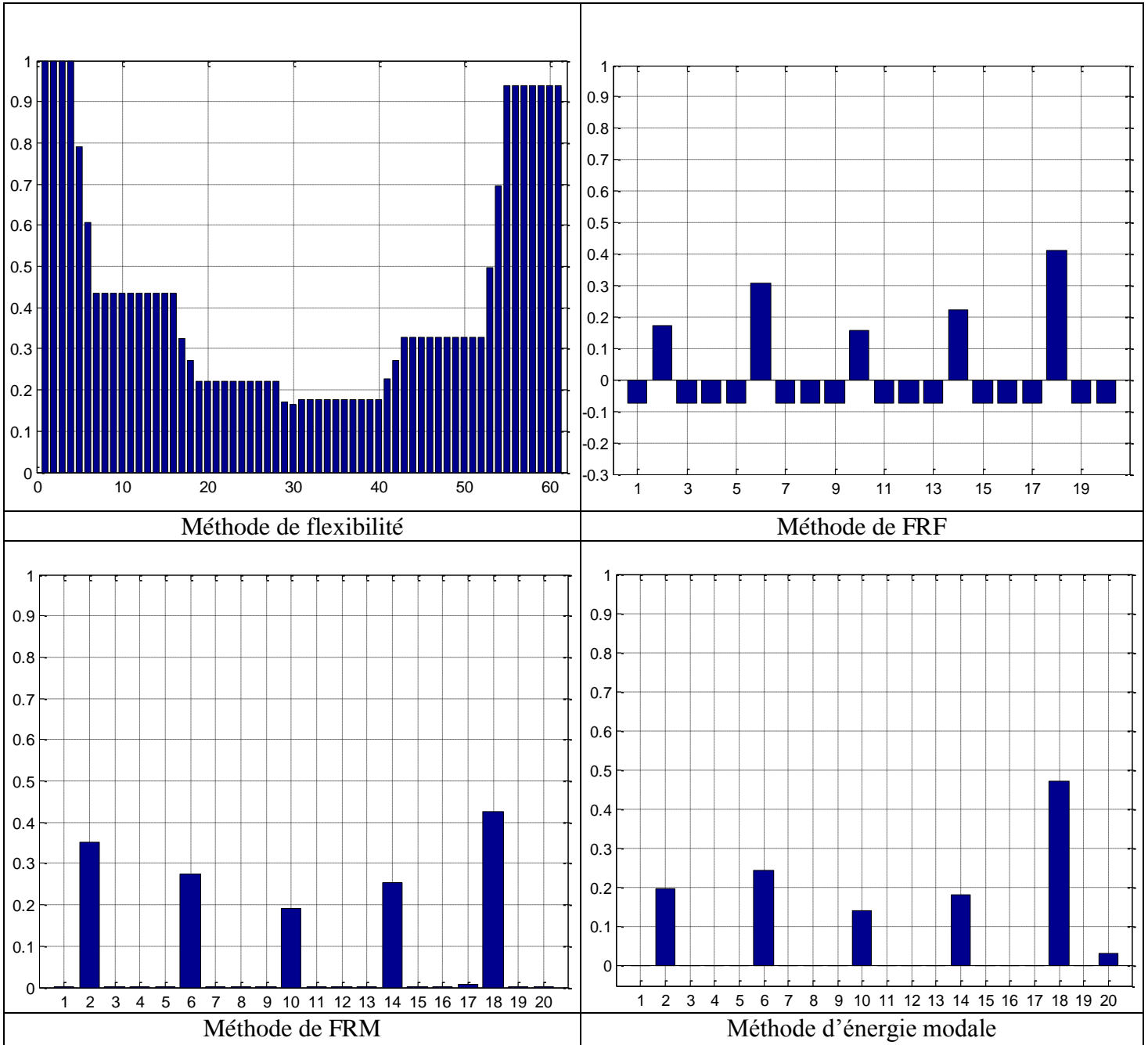


ANNEXE B :

- Cas de la structure appuis simple : endommagement des éléments 2 ,6 ,10 ,14 et 18 de 20% ,10% ,5% ,15% et 25% respectivement



- Cas de la structure appuis simple : endommagement des éléments 2 ,6 ,10 ,14 et 18 de 40% ,35% ,25% ,30% et 45% respectivement



ANNEXE C :

Cas test	Méthodes	Nombre d'éléments endommagé	Eléments (% de réduction de raideur)
Encastré libre			
1	FM	5	2(20) ,6(10) ,10(5) ,14(15) ,18(25)
	FRF		
	FRM		
	EDM		
2	FM	5	2(20) ,6(10) ,10(5) ,14(15) ,18(25)
	FRF		
	FRM		
	EDM		
3	FM	5	2(20) ,6(10) ,10(5) ,14(15) ,18(25)
	FRF		
	FRM		
	EDM		
4	FM	5	2(20) ,6(10) ,10(5) ,14(15) ,18(25)
	FRF		
	FRM		
	EDM		
Appuis simple			
5	FM	5	2(40) ,6(35) ,10(25) ,14(30) ,18(45)
	FRF		
	FRM		
	EDM		
6	FM	5	2(40) ,6(35) ,10(25) ,14(30) ,18(45)
	FRF		
	FRM		
	EDM		
7	FM	5	2(40) ,6(35) ,10(25) ,14(30) ,18(45)
	FRF		
	FRM		
	EDM		
8	FM	5	2(40) ,6(35) ,10(25) ,14(30) ,18(45)
	FRF		
	FRM		
	EDM		