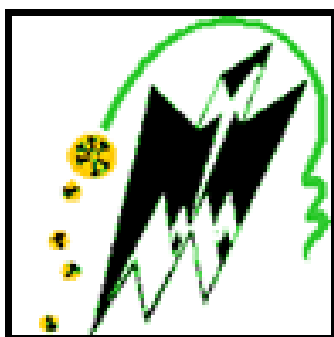


REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche
Scientifique

Université Mouloud Mammeri de Tizi-Ouzou
Faculté de Génie de la construction
Département de Génie Mécanique



MEMOIRE DE FIN D'ETUDES

EN VUE DE L'OBTENTION DU DIPLOME

Master académique

Option : Construction mécanique

THÈME

**Analyse numérique et expérimentale des champs
de contraintes dans le contact conforme
et le contact non conforme**

Présenté par :
Younes FELLAG

Promoteur:
Mr A.Bilek
Co-promoteur:
Mr M.BELDI

Remerciements

Je remercie tout d'abord le bon dieu de m'avoir montré le chemin de la science et m'avoir donné le courage, la force et la volonté pour l'élaboration de ce travail.

J'adresse mes remerciements les plus vifs pour mon promoteur Mr A. Bilek pour avoir accepté de m'encadrer, proposé et superviser mon travail.

Je remercie mon Co-promoteur Mr M. Beldi pour le soutien qu'il m'a accordé et pour ses précieux conseils et orientations au long de ce projet.

Je remercie vivement le président et les membres du jury qui m'ont fait l'honneur d'examiner et de juger mon travail.

Je remercie les responsables de la bibliothèque du département génie mécanique pour leurs disponibilités.

Je me dois de remercier bien comme il le faut tous les enseignants qui ont contribué à ma formation et à l'enrichissement de mon enseignement.

Dédicaces

*Je dédie ce modeste mémoire
à mes chers parents, mon frère et mes sœurs*

A la mémoire de mes grands-parents

Mes oncles et mes tantes et à toute ma famille

*A tout mes amis et mes camarades de
promotion*

*A tous ceux qui me connaissent
et m'apprécient, je leurs dédie ce modeste
travail.*

SOMMAIRE

Introduction générale	1
-----------------------------	---

CHAPITRE I : Généralités sur les contacts mécaniques

I.1 Introduction.....	3
I.2 Définition globale du contact mécanique	3
I.3 Le contact de Hertz	5
I.4 Les contacts non-hertziens	6
I.4.1 Les méthodes numériques pour la mécanique des contacts	6
I.4.1.1 La méthode d'inversion de matrice	6
I.4.1.2 La méthode vibrationnelle	8
I.4.1.3 La méthode des éléments finis	9
I.4.2 Les méthodes expérimentales pour la mécanique des contacts	10
I.4.2.1 Mesure de l'aire de contact réelle	10
I.4.2.2 L'analyse expérimentale des contraintes	14
I.4.3 Le contact rugueux.....	15
I.4.4 Le contact lubrifié	15
I.4.5 Le contact avec frottement.....	16
I.4.6 Le contact élastoplastique	16
I.5 Fatigue de roulement	17
I.6 Conclusion.	19

CHAPITRE II: Le contact des surfaces sphériques

II.1 Introduction	20
II.2 Historique	20
II.3 Quelques travaux réalisés en contact sphérique	22
II.3.1 Sphère sous pression.....	22
II.3.2 Application d'un effort normal.....	24
II.3.2.1 Contact entre une sphère élastique et un demi-espace élastique	24
II.3.2.2 Contact entre deux sphères	25

II.4 La répartition de la pression du contact sphérique élastique	26
II.4.1 L'équation de distribution de pression	26
II.4.2 L'exposant de distribution de pression n	27
II.5 Conclusion	30

CHAPITRE III: La photoélasticimétrie

III.1 Introduction	31
III.2 La polarisation de la lumière.....	31
III.3 Phénomène de biréfringence	32
III.4 Montage et alignement du polariscope.....	34
III.4.1 Alignement des filtres	34
III.4.1.1 Polariscopes plan (pour l'étude des isoclines)	35
III.4.1.2 Le Polariscopes circulaire (pour l'étude des isochromes).....	35
III.4.1.3 Vérification de la convention de signe	35
III.5 Principe de fonctionnement des polariscopes	36
III.5.1 Le polariscopes plan	36
III.5.2 Isochromes en lumière blanche	38
III.6 La photoélasticimétrie 3D	39
III.6.1 La méthode de figeage découpage	40
III.6.2 Méthodes utilisant la lumière diffusée comme polariseur	41
III.6.3 Méthode du découpage optique.....	43
III.6.3.1 Principe	43
III.6.3.2 Analyse des champs de granularité dans un milieu	
Photoélastique	45
III.6.3.2.1 Analyse statistique des champs de granularité.....	45
III.6.3.2.2 Analyse numérique des champs de granularité.....	46
III.6.3.2.3 Séparation des paramètres isochrome et isocline dans un	
feuillet mince.....	45
III.6.3.3 Exploitation des franges photoélastiques	48
III.7 Conclusion.....	48

Chapitre IV : Analyse de champs de contraintes dans le contact Conforme et le contact non conforme

IV.1 Introduction.....	50
IV.2 La Préparation du modèle expérimentale	50

IV.2.1 L'usinage.....	50
IV.2.2 Visualisation des contraintes résiduelles	51
IV.2.3 Elimination les contraintes résiduelles.....	51
IV.2.4 Visualisation sur le polariscope après l'élimination des contraintes	
Résiduelles	53
IV.2.5 Le Polissage	53
IV.2.6 Visualisation sur le polariscope après le polissage	53
IV.3 Détermination de la constante de frange.....	54
IV.3.1 Essai de flexion 4 points	54
IV.4 Analyse numérique et expérimentale des contraintes sur un modèle en contact	
Conforme.....	58
IV.4.1 Visualisation du réseau isochromes	58
IV.4.2 Analyse des Contraintes de cisaillement maximale τ_{max}	60
IV.4.3 Visualisation du réseau isoclines	63
IV.5 Analyse numérique et expérimentale des contraintes sur un modèle en contact	
non Conforme.....	65
IV.5.1 Visualisation du réseau isochromes	65
IV.5.2 Analyse des Contraintes de cisaillement maximale τ_{max}	66
IV.5.3 Visualisation du réseau isoclines	68
IV.5.4 Un autre cas d'un modèle de contact non conforme.....	70
IV.6 Conclusion	75
Conclusion générale	76
Bibliographie.....	77
Annexe	80

PRINCIPALES NOTATIONS

Indice	Unité	Signification
\vec{U}	mm	Vecteur déplacement
\vec{T}	mm	Vecteur contrainte
δ	μm	Retard relatif entre deux vibrations d'une onde
P	MPa	Pression de contact.
P_0	MPa	Pression de contact maximale
Q	N	force transversale
A	mm	rayon de projection du profil de contour de la zone de contact
A	mm	Superficie totale de la région de contact
E	%	Déformation
F	N	Force concentrée normale
R	mm	Rayon de la sphère
E	MPa	Module d'élasticité longitudinal (module de Young)
ν		Coefficient de poisson
R	mm	Distance verticale projetée entre le point sur la surface sphérique et l'axe de symétrie
θ	rad	Angle de contact
θ_m	rad	Angle de contact maximum
P_{oh}	MPa	Pression de contact maximale dans le modèle hertzien
a_h	mm	Rayon du profil de contour de la zone de contact dans le modèle hertzien
E_1, E_2	MPa	Module d'élasticité des deux matériaux isotropes

μ_1, μ_2		Rapports de Poisson des deux matériaux isotropes
$p_h(r)$	MPa	Répartition de la pression dans le modèle hertzien
R_1	Mm	Rayon du solide sphérique interne
R_2	Mm	Rayon de la cavité sphérique
M_1, M_2	Mm	Points sur deux surfaces
ω'	Mm	Déplacement vertical d'un point sur des surfaces
ω_1	Mm	Déplacements du point M_1 le long de l'axe z
ω_2	Mm	Déplacements du point M_2 le long de l'axe z
τ_{\max}	MPa	Contrainte de cisaillement maximale
σ_1, σ_2 et σ_3	MPa	Contraintes normales principales
N	(ordre)	Ordre de frange
F	N/mm.ordre	Constante de frange
Λ	Mm	Longueur d'onde

LISTE DES FIGURES

- Figure I.1 :** Contacts non-conformes (a - engrenage et roulement) et conformes (b - paliers)
- Figure I.2 :** Roulements (a) et engrenages (b)
- Figure I.3 :** Contact de Hertz
- Figure I.4 :** Discrétisation des surfaces de contact et distribution du chargement
- Figure I.5 :** Solution numérique du contact entre une surface plane rugueuse et un cylindre lisse
- Figure I.6 :** Isovaleurs de la contrainte en sous-couche
- Figure I.7 :** isovaleurs des contraintes de von Mises obtenues par la méthode des éléments finis
- Figure I.8 :** Interférogramme optique du contact entre un disque plat et une lentille en verre
- Figure I.9 :** Analyse ultrasonore d'un contact entre une sphère en caoutchouc (diamètre 1,3 mm) et un massif en acier
- Figure I.10 :** Champ de pression dans un contact indenté (sol. élastique sphère/plan)
- Figure. I.11 :** a) Ecaillage en surface initié en sous-couche et b) micro-écaillage de surface
- Figure II.1 :** Analyse de la géométrie et de la force de la surface axisymétrique 3D produite par le Contact d'une Sphère et d'une douille sphérique
- Figure II.2:** Sphère déformable pressée par un plan rigide
- Figure II.3:** Sphère sous chargement normal et tangentiel
- Figure II.4:** (a) modèle sphérique avant le contact, (b) pendant la déformation élastique, (c) pendant la déformation plastique
- Figure II.5 :** Contact entre une sphère et un demi-espace élastique
- Figure II.6 :** a) Contact sphère-sphère b) Conditions du Contact sphère-plan
- Figure II.7 :** Modèle de simulation du contact entre une sphère et une cavité sphérique sous la force normale F
- Figure II.8:** Tracé de maillage et de contour de la distribution de la pression de contact dans le modèle FE calculer par Abaqus
- Figure II.9 :** Courbes de distribution de la pression de contact dans différentes situations
- Figure II.10 :** Relation entre l'exposant n et CRP
- Figure II.11 :** Relations géométriques dans le contact conforme d'une sphère et d'une cavité sphérique
- Figure III.1 :** Représentation des composantes du champ électrique d'une onde de polarisation elliptique
- Figure III.2 :** Effet d'une plaque mince biréfringente sur une lumière polarisée
- Figure III.3 :** Schéma montrant le bâti et la position des filtres

Figure III.4 : Convention de signe pour les contraintes

Figure III.5 : Polariscopes plan

Figure III.6 : Teintes sensibles ou isochromes en fonction d'une valeur ($\sigma_1 - \sigma_2$) croissante (biréfringence croissante)

Figure III.7 : Isoclines (noire) et isochromes (en couleur) dans un modèle de crochet chargé par un poids vertical. Polariscopes plan, champ obscur

Figure III.8 : Polarisation de la lumière diffusée

Figure III.9 : Schéma de la méthode de Weller

Figure III.10 : Découpage optique à l'aide de deux plans laser

Figure III.11 : Exemple d'un appui linéique

Figure III.12 : Intensités lumineuses diffusées (a) avec le faisceau 1 seul, (b) avec le faisceau 2 seul et (c) avec les deux faisceaux simultanément

Figure VI.1 : Les étapes de fabrication de la demi-rondelle support

Figure VI.2 : Visualisation des contraintes résiduelles sur deux pièces dans le polariscopes

Figure VI.3 : Les deux pièces à l'intérieur de l'étuve

Figure VI.4 : Traitement thermique pour figer les contraintes

Figure VI.5 : visualisation sur le polariscopes des deux pièces après l'élimination des contraintes résiduelles

Figure VI.6 : le polissage de la demi-rondelle sur une Polisseuse

Figure VI.7 : Visualisation du demi-disque sur le polariscopes après le polissage.

Figure IV.8 : Dispositif de chargement en flexion

Figure IV.9 : Epreuve de l'essai de flexion

Figure IV.10 : Les franges isochromes obtenues en flexion quatre points

Figure IV.12 : relevé de l'ordre de frange au bord de l'épreuve

Figure IV.11 : Diagramme du moment fléchissant

Figure IV.13 : Modèle Observé sur le polariscopes avant l'application de la force F sur le modèle

Figure IV.14 : Réseau d'isochromes observés sur le polariscopes pendant l'application de la force $F=336\text{N}$ sur le modèle

Figure IV.15 : les franges isochromes en champ clair de même modèle obtenues à l'aide de programme CASTEM

Figure IV.16 : Les franges isochromes de la zone de contact observés sur le polariscopes

Figure IV.17 : Les franges isochromes de la zone de contact obtenues à l'aide de programme CASTEM

Figure IV.18 : Evolution de (τ_{\max}) relevée expérimentalement le long de la droite [AB]

Figure IV.19: Evolution de (τ_{\max}) relevée expérimentalement le long de la droite [AB]

Figure IV.20: Superposition de la courbe numérique et expérimentale

Figure IV.21: Les franges isoclines relevées expérimentalement

Figure IV.22: Les franges isoclines relevées numériquement

Figure IV.23: Modèle observé sur le polariscope avant l'application de la force F sur le modèle

Figure IV.24 : Réseau d'isochromes observé sur le polariscope après application de la force $F=336\text{N}$ sur le modèle

Figure IV.25 : Les franges isochromes en champ obscur obtenues à l'aide du programme CASTEM.

Figure IV.26 : Les franges isochromes de la zone de contact observés sur le polariscope

Figure IV.27: Les franges isochromes de la zone de contact obtenues à l'aide De programme CASTEM

Figure IV.28: Evolution de (τ_{\max}) relevée expérimentalement le long de la droite [AB]

Figure IV.29: Evolution de (τ_{\max}) relevée expérimentalement le long de la droite [AB]

Figure IV.30: Superposition de la courbe numérique et de la courbe expérimentale

Figure IV.31: Les franges isoclines relevées expérimentalement

Figure IV.32: Les franges isoclines relevées numériquement

Figure IV.33 : observation de modèle sur le polariscope avant l'application de la force F sur le modèle

Figure IV.34 : Réseau isochromes observé sur le polariscope pendant l'application de la force $F=336\text{N}$ sur le modèle

Figure IV.35 : les franges isochromes en champ Clair de même modèle, obtenues à l'aide de programme CASTEM

Figure IV.36: Les franges isochromes de la zone de contact observés sur le polariscope.

Figure IV.37: Les franges de la zone de contact obtenues à l'aide de programme CASTEM

Figure IV 38: Evolution de (τ_{\max}) relevée expérimentalement le long de la droite [AB]

Figure IV. 39: Evolution de (τ_{\max}) relevée expérimentalement le long de la droite [AB]

Figure IV.40: Superposition de la courbe numérique et expérimentale

Figure IV.41: Superposition des isoclines obtenues numériquement avec leurs correspondantes obtenues expérimentalement

LISTE DES TABLEAUX

Tableaux II.1 : Propriétés des matériaux

Tableaux VI.1 : Traitement thermique pour figer les contraintes

Tableaux VI.2 : valeur de $\tau_{\max} = (\sigma_1 - \sigma_2)/2$ [MPa] relevée suivant le segment [AB]

Tableaux VI.3 : valeur de $\tau_{\max} = (\sigma_1 - \sigma_2)/2$ [MPa] relevée suivant le segment [AB]

Tableaux VI.4 : valeur de $\tau_{\max} = (\sigma_1 - \sigma_2)/2$ [MPa] relevée suivant le segment [AB]

INTRODUCTION GENERALE

La mécanique des contacts traite des calculs impliquant des corps élastiques, visco-élastiques ou plastiques lors de contacts statiques ou dynamiques. La mécanique des contacts est l'un des fondements de l'ingénierie mécanique et est indispensable pour la conception de projets sûrs et énergiquement efficaces. Elle peut être appliquée dans différents domaines tel que le contact roue-rail, les embrayages, les pneumatiques, les freins, les paliers et roulements, les moteurs à combustion, les liaisons mécaniques, les joints, les machines de production, le soudage par ultrasons, les contacts électriques et bien d'autres.

On peut distinguer deux types de contact en mécanique ; les contacts conformes et les contacts non conformes. Les contacts conformes se réfèrent à des géométries de roulement qui ont un degré élevé de conformité c'est-à-dire qu'une surface s'adapte relativement bien dans l'autre. Les contacts non conformes se réfèrent lorsque deux solides sont mis en contact, ils se touchent initialement en un point unique ou le long d'une ligne. Sous l'action d'une force, ils se déforment, à l'endroit du premier contact, de manière à se toucher selon une surface finie, mais petite comparée aux dimensions des corps en présence.

La théorie du contact propose de prévoir l'allure de la surface de contact et l'évolution de ses dimensions en fonction de la charge appliquée, l'amplitude et la distribution des forces de surface, normales et éventuellement tangentielles, qui sont transmises au travers de l'interface et la répartition des contraintes dans les deux solides au voisinage du contact. Il est donc très important pour les concepteurs de machines de connaître les contraintes et les déformations au voisinage et dans la zone de contact afin d'évaluer l'usure et les dégradations.

Plusieurs méthodes numériques et expérimentales ont été développées pour déterminer les contraintes au voisinage de la zone de contact. L'une des méthodes expérimentales utilisée est la photoélasticimétrie, C'est une méthode optique se basant sur la biréfringence acquise par les matériaux soumis à des contraintes. Elle permet d'obtenir un champ complet des contraintes appliquées au modèle étudié en exploitant les réseaux des franges isochromes et isoclines. Les isoclines et les isochromes obtenues permettent de déterminer respectivement les trajectoires des directions principales appelées isostatiques et les valeurs des contraintes de cisaillement maximales.

Le but de ce travail est de déterminer les champs de contraintes développés dans Trois modèles différents en contact conforme (1modèle) et en contact non conforme (2modèles). Ce travail est basé sur deux méthodes : numérique (logicielle Castem) et expérimentale (la photoélasticimétrie). Une comparaison des résultats expérimentaux et numériques nous permettra de tirer des conclusions sur les contacts.

Le travail effectué dans le cadre de ce mémoire est organisé en quatre chapitres :

- Le premier chapitre présente une recherche globale sur les différents contacts en mécanique.
- Le deuxième chapitre présente une étude fondamentale sur le contact des surfaces sphériques.
- Le troisième chapitre explique le principe de la photoélasticimétrie et les différentes configurations du polariscope et l'utilisation du phénomène de biréfringence.
- Dans le quatrième chapitre on déterminerons les champs des contraintes par les deux Méthodes (expérimentale et numérique) dans le cas du contact conforme et non conforme en présence d'un effort normal, puis la comparaison des résultats.

CHAPITRE I: Généralités sur les contacts mécaniques

I.1 Introduction

Dans les transmissions de couple ou de puissance plusieurs pièces mécaniques peuvent entrer en contact. Des contraintes sont alors développées dans ces éléments en contact. Différentes structures analysées ont montré que leurs ruptures sont dues à ces contraintes.

Il est donc très important pour les concepteurs de machines de connaître les contraintes et les déformations au voisinage et dans les zones de contact pour un bon dimensionnement des différents éléments. Les contraintes sont généralement concentrées au voisinage des zones de contact et diminuent rapidement en s'éloignant de ces zones.

Plusieurs cas intéressants ont été étudiés: contact cylindre sur cylindre, contact cylindre sur plan, contact plan sur plan et contact sphère sur plan. Hertz a proposé des solutions analytiques permettant de déterminer la pression de contact et plus important encore les valeurs des contraintes principales et de la contrainte de cisaillement maximale à l'intérieur des modèles.

I.2 Définition globale du contact mécanique

Le contact mécanique est l'un des facteurs provoquant l'usure des engrenages, souvent considéré comme l'un des problèmes les plus difficiles dans les transmissions de charges en raison de la nature particulière des phénomènes physiques localisés à l'interface. Afin d'évaluer l'usure ou plus précisément les dégradations telles que, l'amorçage et la propagation de fissure, il est important de connaître les contraintes générées par les couples transmis dans les dents de l'engrenage.

La principale méthode pour transmettre une charge entre deux corps déformables est un contact direct entre eux. Même lorsqu'une charge sur la frontière des corps est appliquée en utilisant des fluides, des forces magnétiques ou gravitationnelles, la force nécessaire pour maintenir l'équilibre apparaîtra aussi à l'interface du contact. Le point critique de ce contact direct est la concentration de contraintes qui en résulte. Il n'est donc pas étonnant que dans le cadre de la discipline de la Mécanique des Solides, le chapitre de Mécanique des Contacts ait occupé une place centrale au cours des dernières années et continue à la tenir aujourd'hui.

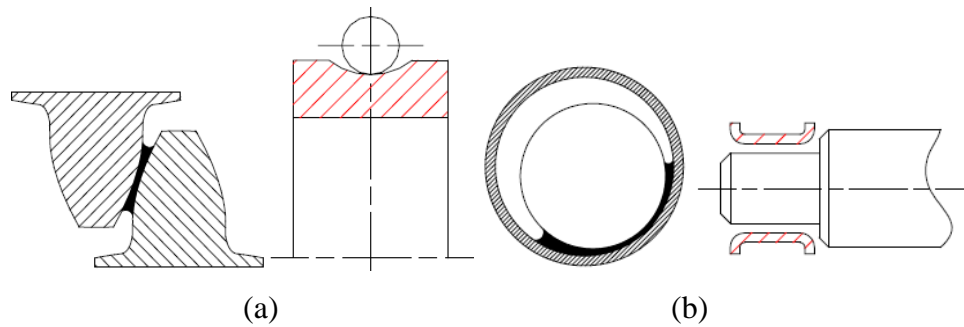


Figure I.1 : Contacts non-conformes (a - engrenage et roulement) et conformes (b - paliers)

Suivant les rayons de courbure des corps en contact, on peut définir des contacts comme conformes ou non-conformes. Dans le cas du contact non-conforme (figure I.1) les dimensions de la zone de contact sont petites devant les rayons de courbure, ainsi le comportement des corps en contact peut être assimilé à celui des massifs semi-infinis. La résolution du problème consiste à trouver l'aire réelle et la distribution des pressions de contact.

Tout a commencé avec le célèbre papier d'Heinrich Hertz [1] qui a apporté la solution du contact élastique entre deux massifs ellipsoïdaux avec des surfaces lisses et sans frottement. Ceci constitue, encore aujourd'hui, la base de la conception industrielle des applications qui impliquent des contacts secs, non-conformes et élastiques tels qu'ils peuvent exister dans les engrenages et les roulements, entre autres.

Depuis 1882 le sujet a été considérablement développé. On peut distinguer deux directions d'étude majeures :

- du point de vue mathématique : des travaux ont été faits sur l'extension de l'analyse de Hertz à d'autres géométries, sur les lois de comportement, et sur le développement des théorèmes d'existence et d'unicité de la solution.
- du point de vue ingénierie : des travaux ont été faits sur des cas spécifiques, dans le but de comprendre et de maîtriser les phénomènes qui se produisent dans les systèmes réels.

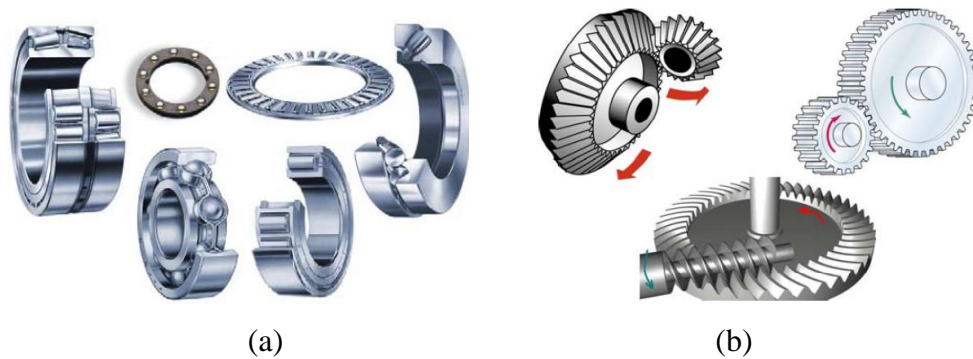


Figure I.2 : Roulements (a) et engrenages (b)

I.3 Le contact de Hertz

Le contact de Hertz se réfère aux contraintes localisées qui se développent lorsque deux surfaces courbes viennent en contact et se déforment légèrement sous l'action des forces appliquées. Le degré de déformation dépend de l'élasticité du matériau en contact, autrement dit de son module élastique. La théorie du contact de Hertz fournit la contrainte dans la zone de contact en fonction de la force normale appliquée, des rayons de courbure des deux corps et de leur module d'élasticité.

Dans les engrenages et les roulements en mouvement, ces forces de contact sont cycliques. À la longue, elles entraînent une fatigue du matériau et l'apparition de fissures sous la surface de contact. La théorie de Hertz pour les contacts mécaniques constitue le fondement des équations pour le calcul du chargement admissible pour les roulements, les engrenages et autres pièces dont deux surfaces sont en contact.

L'hypothèse des relations de Hertz est la suivante: «Si deux corps à surfaces courbes sont pressés l'un contre l'autre, il y a contact sur une surface de pression elliptique».

- Les solutions ont été établies par Hertz sous les conditions suivantes:
- les surfaces sont continues et non conformes : $a \ll R$
- les déformations sont petites
- chaque solide peut être considéré comme un milieu semi-infini, c'est -à-dire : $a \ll R_{1,2}$
- pas de frottement [1].

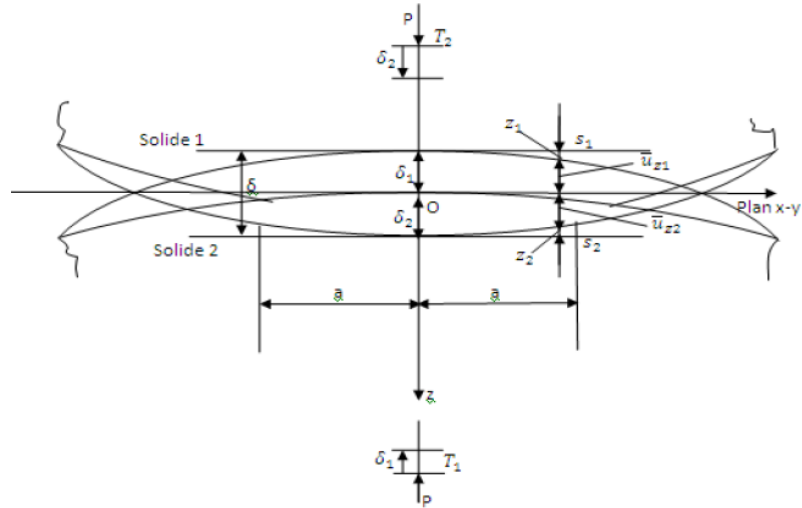


Figure I.3 : Contact de Hertz [1]

$$\overline{u_{z_1}} + \overline{u_{z_2}} = \delta - Ax^2 - By^2 \quad (\text{I. 1})$$

$$\overline{u_{z_1}} + \overline{u_{z_2}} < \delta - Ax^2 - By^2 \quad (\text{I. 2})$$

Si la surface de contact est un cercle de rayon a alors :

$$A = B = 1/2(1/R_1 + 1/R_2)$$

I.4 Les contacts non-hertziens

Beaucoup de problèmes de contact n'entrent pas dans la catégorie précédente (contact hertzien) c'est-à-dire un contact normal pur et sans frottement entre deux massifs élastiques semi infinis dont les surfaces en contact sont assimilées à des paraboloides. La résolution de ce type de contact requiert généralement l'utilisation de méthodes numériques. Ce sont les problèmes avec frottement, une géométrie complexe, une non-linéarité des propriétés mécaniques (plasticité), ou lorsque un lubrifiant est présent.

I.4.1 Les méthodes numériques pour la mécanique des contacts

I.4.1.1 La méthode d'inversion de matrice

Pour des problèmes de contact où les surfaces se déforment sous un chargement comme si les corps étaient des demi-espaces élastiques, une méthode de discrétisation de la surface de contact peut être utilisée. Le principe de base implique de diviser la surface par un certain nombre d'éléments discrets. On suppose alors une certaine forme de distribution de pression qui agit sur chaque élément [2].

La figure I.4 montre trois configurations équivalentes pour décrire cette distribution de pression sur chaque élément pour un problème bidimensionnel (contact linéaire) : un chargement ponctuel à chaque nœud, une distribution de pression rectangulaire uniforme sur chaque élément ou un chevauchement des distributions de pression avec une forme triangulaire entre 3 nœuds.

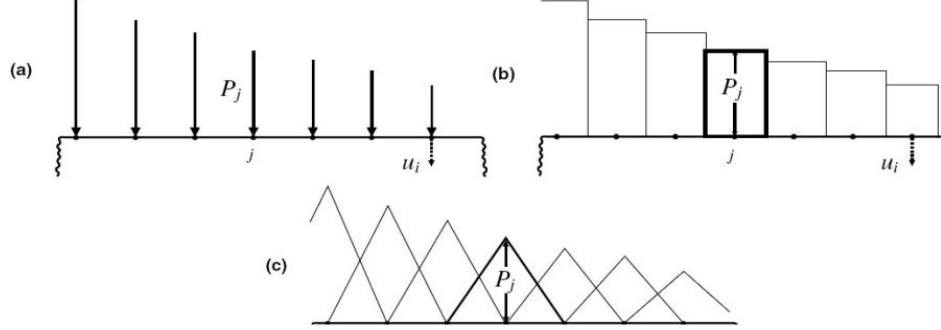


Figure I.4 : Discretisation des surfaces de contact et distribution du chargement [2]

Le déplacement normal au nœud i dû au chargement au nœud j est alors exprimé par une relation d'élasticité appropriée et spécifique au chargement et à l'unité choisie. Par exemple, pour des éléments de pression uniforme (figure I.4b) le déplacement normal à l'élément i dû à une pression appliquée au nœud j est donné par :

$$(u_z)_{i,j} = -\frac{(1 - \nu^2) \cdot p_j}{\pi \cdot E_{eq}} \{(x + \Delta) \cdot \ln[(x + \Delta)/\Delta]^2 - (x - \Delta) \cdot \ln[(x - \Delta)/\Delta]^2\} + const \quad (I.3)$$

Le déplacement (u_z) du point i dû à l'addition des chargements de tous les points j est alors exprimé par une équation matricielle sous la forme :

$$(u_z)_i = \sum_{j=1}^n K_{ij} \cdot p_i \quad (I.4)$$

Généralement la zone de contact n'est pas connue et un procédé itératif est employé. Une hypothétique région de contact doit être choisie au début et un ensemble de déplacements u est déterminé à partir de l'interpénétration des deux corps. Un procédé numérique d'inversion de matrice donne alors les pressions correspondantes p . Si l'ensemble des pressions contient quelques valeurs négatives celles-ci sont enlevées de l'aire de contact présumée pour l'itération suivante. La solution est trouvée lorsque les pressions sont positives dans la zone de contact et nulles ailleurs. La charge initiale est alors trouvée par la sommation des pressions élémentaires:

$$W = A \cdot \sum_{j=1}^n p_i \quad (I.5)$$

où : A est une constante choisie selon la distribution de pression.

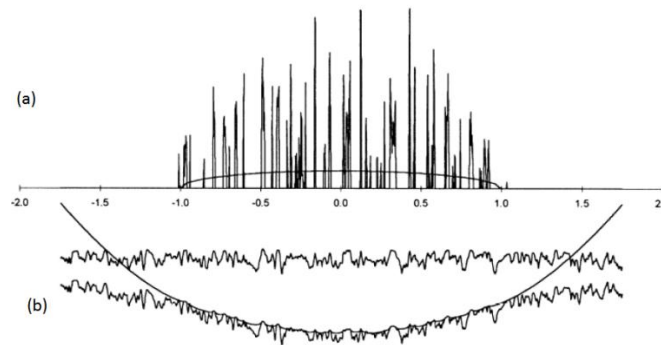


Figure I.5 : Solution numérique du contact entre une surface plane rugueuse et un cylindre lisse

Cette méthode a été employée intensivement pour la résolution du contact entre surfaces rugueuses. On peut ainsi connaître l'aire réelle de contact pour des surfaces réelles. La figure I.5 montre les résultats d'un tel modèle pour un contact entre un cylindre lisse et un autre rugueux. La distribution de pression est comparée à la solution de Hertz (figure I.5a) et les surfaces originales sont également comparées aux surfaces déformées (figure I.5b).

Une fois que la distribution de pression sur la surface de contact est connue, il est possible de déterminer le champ des contraintes dans le massif. La contrainte en tout point du massif est obtenue par sommation des contributions de chaque élément de l'aire de contact où la pression est non nulle.

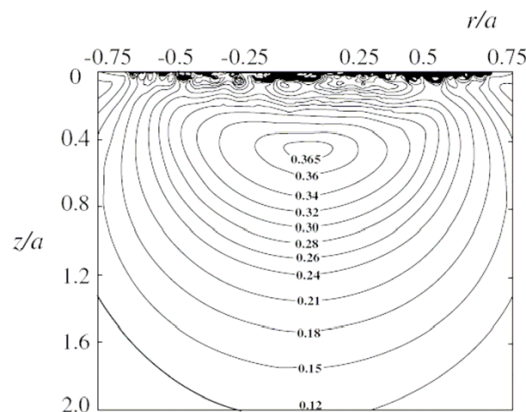


Figure I.6 : Isovaleurs de la contrainte en sous-couche

I.4.1.2 La méthode variationnelle

Dans ce cas, les pressions normales et tangentielles vont produire des déplacements en surface. Il est aussi possible d'employer l'équation (I.6) dans les cas où le frottement est présent à l'interface de contact. Ceci complique la méthode de résolution puisque les régions de glissement et d'adhérence doivent être également identifiées. Le temps nécessaire pour la résolution du

système si on utilise la méthode d'inversion de matrice est alors très long. Une approche alternative, plus utile dans ce cas, est la méthode variationnelle.

Le principe variationnelle affirme que le champ de contrainte réel dans un solide, chargé sur sa frontière, est obtenu quand l'énergie potentielle complémentaire est minimale. L'énergie potentielle complémentaire V^* peut être exprimée en terme d'énergie de déformation liée aux forces et déplacements imposés sur la surface :

$$V^* = \frac{1}{2} \cdot \int_S p \cdot (u_{z1} - u_{z2}) \cdot dS + \int_S p (h_i - \delta) \cdot dS \quad (I.6)$$

Où δ est le rapprochement solide des deux surfaces et h_i est leur séparation initiale. S est la surface où la pression p est différente de zéro, causant des déplacements normaux u_z . Ceci peut être écrit sous une forme discrétisée :

$$V^* = \frac{1}{2} \cdot \sum_{i=1}^n p_i \cdot \left(\sum_{j=1}^n C_{ij} \cdot p_j \right) + A \cdot \sum_{j=1}^n p_i \cdot (h_i - \delta) \quad (I.7)$$

où A est une constante qui dépend de l'élément de pression utilisé. La solution est trouvée en déterminant les valeurs de p_i qui réduisent au minimum V^* , avec $p_i > 0$.

I.4.1.3 La méthode des éléments finis :

Lorsque les problèmes de contact intègrent un comportement non-linéaire du matériau tel que la plasticité ou si l'hypothèse des demi-espaces n'est plus valide (les dimensions du corps ne sont pas grandes comparées à la zone de contact), alors il peut être nécessaire d'utiliser la méthode des éléments finis.

Les corps en contact sont divisés en éléments planaires bidimensionnels, axisymétriques ou tridimensionnels. Entre les nœuds extérieurs qui sont susceptibles d'entrer en contact pendant le chargement est défini un ensemble d'éléments de contact. Un coefficient de frottement peut être défini pour le contact. Les propriétés des matériaux, les états de frontière et les chargements nodaux sont également indiqués.

Les programmes modernes ont des interfaces graphiques pour aider à la génération des maillages. Une interface de prétraitement est généralement utilisée pour générer un fichier d'entrées. Les résultats sont également analysés par post-traitement. Les performances de ces interfaces utilisateur facilitent la compréhension des phénomènes physiques mis en jeu.

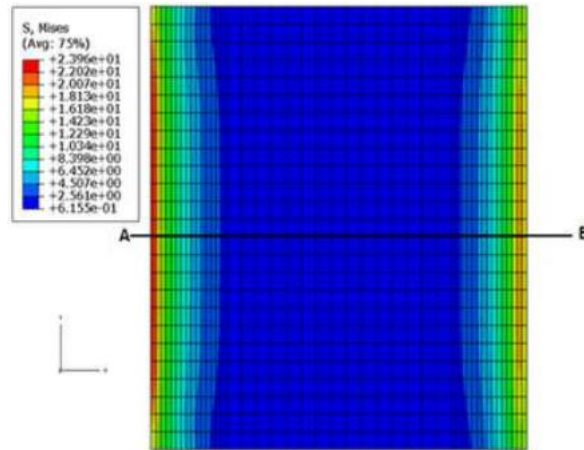


Figure I.7 : isovaleurs des contraintes de von Mises obtenues par la méthode des éléments finis [3]

Les problèmes de contact impliquent des charges distribuées sur de petites surfaces de contact. Ceci a comme conséquence des gradients de contraintes importants dans les éléments au voisinage du contact. Le maillage dans cette région doit alors être assez raffiné. Ainsi, même le simple contact de Hertz a besoin d'être analysé avec un maillage suffisamment fin pour avoir des résultats précis (figure I.7). Les non-linéarités associées au contact, tel que la raideur de contact, le comportement adhésion-glissement ou la plasticité font que la solution est généralement liée au trajet de chargement.

I.4.2 Les méthodes expérimentales pour la mécanique des contacts

La connaissance de l'aire réelle de contact, de la distribution des pressions et des contraintes en sous-couche associées est importante dans de nombreuses applications. Il existe plusieurs techniques expérimentales pour déterminer ces grandeurs.

I.4.2.1 Mesure de l'aire de contact réelle

Là où les surfaces des corps sont rugueuses, le contact se fait seulement au voisinage du sommet des aspérités. L'aire réelle de contact peut être sensiblement inférieure à l'aire potentielle de contact donnée par la théorie de Hertz. Les techniques pour déterminer l'aire réelle de contact peuvent être classées par catégorie : électriques, optiques, acoustiques et films actifs.

Méthodes électriques :

La mesure de la résistance électrique entre les surfaces de contact peut fournir des informations sur l'aire réelle de contact. Ceci doit être réalisé par mesure du courant parce que la résistance du contact est petite (10^{-3} à 10^{-6} ohms) comparée à celle des fils. Si la région du

contact entre deux corps se compose des n points de contact discrets de rayon a_i , alors la résistance totale du contact est :

$$R = \rho \div \sum_{i=1}^n a \quad (I.8)$$

Où ρ est la résistivité du matériau utilisé (ohm/m). La résistance R dépend du rayon des points de contact. Il est donc impossible de déterminer la superficie réelle de contact directement, en utilisant cette méthode sans que certaines hypothèses soient faites sur la taille ou nombre des différents spots de contact. L'équation précédente s'utilise seulement si les points de contact sont assez distants. La présence des films extérieurs d'oxyde peut avoir un effet significatif sur la, résistance de contact et pour ces raisons la méthode électrique de résistance est limitée aux mesures qualitatives.

Une méthode semblable est la mesure du flux de chaleur à travers l'interface .Cette méthode a l'avantage d'être moins sensible aux écrans physico-chimiques présents sur les surfaces en contact. Cependant, le transfert de chaleur ne se limite pas aux échanges par conduction aux contacts directs entre solides, mais inclut également des échanges par convection voire rayonnement dans les zones où il n'y a pas contact.

Méthodes optiques :

Si l'un des deux corps en contact est transparent, alors on peut observer directement la zone de contact. Il y a un certain nombre de méthodes pour lesquelles cette propriété a été utilisée, notamment par transmission directe de la lumière incidente, par réflexion, ou par observation des interférences optiques.

Un métal mou peut être serré contre une surface en verre et le nombre et la taille des régions de contact mesurés directement. D'autre part, si les deux corps sont transparents, la transmission du faisceau lumineux peut être affectée par l'interface.

Le faisceau traversera sans déviation les régions en contact mais il sera dispersé aux intervalles d'air. Ainsi les régions en contact apparaissent sous formes de tâches lumineuses sur un fond gris.

Alternativement, la surface d'un échantillon peut être chargée contre un prisme et un faisceau de lumière parallèle est dirigé vers l'interface selon une incidence rasante . Aux régions de non contact le faisceau est intérieurement reflété, alors qu'aux points de contact la réflexion est bloquée. Les points de contact sont alors observés par le biais la lumière réfléchie.

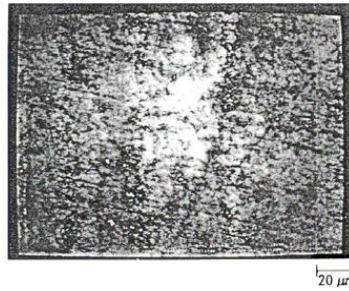


Figure I.8 : Interférogramme optique du contact entre un disque plat et une lentille en verre [4]

dont l'un est reflété de la surface supérieure et l'autre par la surface inférieure. Les deux surfaces, qui doivent être transparentes, sont revêtues de films métalliques minces de sorte qu'elles soient partiellement réfléchissantes. Un faisceau de lumière est dirigé par l'échantillon transparent. L'interférence se produit entre la partie du faisceau qui se reflète sur la première surface et celle qui se reflète à la seconde. L'interférence se produit quand l'espace entre les deux spécimens est égal à un nombre entier de longueur d'onde. La figure I.8 montre un interférogramme optique du contact entre un disque plat et une lentille en verre [4].

Réflexion ultrasonore :

Les ondes ultrasonores incidentes à l'interface entre deux massifs sont transmises au niveau des zones de contact et sont réfléchies aux intervalles d'air. Ce phénomène peut être employé pour étudier l'aire réelle de contact à l'interface. Un capteur ultrasonore est monté sur l'un des corps et il est excité pour émettre une impulsion longitudinale de large bande passante (en général 5 à 20 mégahertz). L'impulsion réfléchie est reçue par le même capteur, amplifiée puis stockée sur ordinateur. L'amplitude de l'impulsion réfléchie peut être divisée par celle de l'impulsion incidente pour donner un coefficient de réflexion $|R|$ à condition que la longueur d'onde du signal soit grande comparée à la taille du contact.

Ce coefficient dépend de la rigidité de l'interface, K :

$$|R| = \{1 + (2 \cdot K / w \cdot z)^2\}^{-1/2} \quad (I.9)$$

où ω est la fréquence de l'onde et z est l'impédance acoustique du matériau (le produit entre la vitesse de l'onde et la densité du matériau). la rigidité de l'interface est définie comme la pression de contact nécessaire pour produire une approche unitaire des surfaces et dépend du nombre et de la taille de différentes zones de contact. la rigidité varie de zéro à l'infini si le rapport entre l'aire réelle et nominale de contact varie de zéro à 100%.

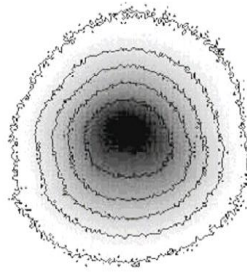


Figure I.9 : Analyse ultrasonore d'un contact entre une sphère en caoutchouc (diamètre 1,3 mm) et un massif en acier

Cette méthode peut également être employée pour déterminer la taille d'un contact. Un capteur à ultrasons est balayé par un faisceau à travers l'interface. L'onde est transmise là où il y a contact, et est réfléchi aux régions de séparation. La résolution de cette technique est relativement grossière et elle n'est utilisée actuellement que dans les applications où la région de contact est relativement importante.

La figure I.9 montre le résultat d'un balayage par ultrasons de l'interface entre une sphère rugueuse en caoutchouc et un massif lisse en acier. La résolution de la méthode est telle que les différentes régions du contact ne sont pas facilement identifiables; on observe plutôt les régions de conformité (pourcentage élevé de contact). Les niveaux d'ombrage indiquent le coefficient de réflexion (la proportion d'une onde incidente réfléchi à l'interface). Les régions avec une pression plus élevée auront pour conséquence une plus grande conformité sur la rugosité et ainsi une réflexion réduite.

Les films minces (revêtements) : Un revêtement mince et mou, généralement en métal (par exemple : cuivre, argent ou or), est appliqué sur l'une des surfaces par un procédé chimique ou physique et les corps sont alors mis en contact puis chargés. La couche mince dans les zones de contact est déformée. On peut observer la taille de la région de contact par le changement d'aspect du film déposé. Alternativement, un revêtement mince de peinture fluorescente ou radioactive peut être appliquée sur l'une des surfaces. Elles sont alors chargées l'une contre l'autre. Le transfert de matière peut être déterminé quantitativement par fluorescence ou par l'utilisation d'un compteur de radioactivité.

I.4.2.2 L'analyse expérimentale des contraintes

Photoélasticité :

La photoélasticimétrie est l'une des méthodes photomécanique les plus anciennes ; elle repose essentiellement sur les études menées sur la propagation de la lumière dans les milieux transparents et sur le phénomène de biréfringence que l'on tentera d'expliquer dans ce chapitre. Elle fut très utilisée au vingtième siècle pour visualiser les répartitions des contraintes dans des modèles afin de concevoir et d'optimiser les géométries des structures mécaniques. Cependant depuis l'apparition et le développement des codes de calcul et des modélisations numériques, cette méthode est moins utilisée pour la conception mais elle s'utilise comme méthode de référence pour la validation des modèles car il y a toujours nécessité de confronter l'expérimentation et la modélisation.

Cela est favorisé par le développement de moyens d'analyse 3D et de procédures automatiques de dépouillement de franges développées à l'aide des techniques de traitement et d'analyse d'images [5].

Capteurs pour la pression de contact :

Pour les contacts très grands, des capteurs de pression constitués de films minces et disponibles dans le commerce, peuvent être utilisés. Le capteur se compose d'une matrice d'éléments conducteurs dont la résistance varie avec la charge appliquée. Les éléments sont montés sur une feuille mince, flexible, qui est placée entre les corps en contact. Typiquement, les plus petits capteurs, de l'ordre d'un mm^2 , sont sensibles aux pressions jusqu'à 150 MPa. Ils sont par exemple utilisés dans l'industrie automobile pour étudier les interactions humaines avec le véhicule.

Des films matriciels imprégnés peuvent également être employés en tant que dispositifs sensibles à la pression. Le film est placé entre les corps en contact, qui sont ensuite chargés. A un niveau de pression désiré le film libère une matrice. Après déchargement, le film est alors enlevé et examiné; l'intensité de la couleur est proportionnelle à la pression appliquée.

Micro transducteurs résistifs :

Des petits éléments de manganèse ou de titane sont déposés sur une surface. Quand un micro-transducteur est placé à l'intérieur d'un contact, sa résistance augmente avec la pression. Ces capteurs sont déposés par pulvérisation haute fréquence après avoir préalablement placé un masque sur la surface (pour les surfaces en métal une mince couche isolante en silicium est d'abord déposée). Ils ont été employés pour mesurer les pressions dans les contacts lubrifiés

roulants ou glissants. Les capteurs sont toutefois généralement sensibles aux élévations de température, ce qui doit être pris en compte pour l'analyse des résultats.

I.4.3 Le contact rugueux

Dans un contact entre solides rugueux, l'interface constitue la partie la plus déformable. Son comportement mécanique détermine les contraintes s'établissant dans les deux solides, ainsi que la dynamique de frottement. Deux nouvelles méthodes expérimentales, fondées respectivement sur une observation optique directe et sur l'utilisation d'un microcapteur de force MEMS (microsystème électromécanique), permettent de sonder la mécanique locale de ces interfaces.

Le dispositif MEMS, qui est un analogue très rudimentaire de l'extrémité du doigt humain, nous a permis de proposer un rôle possible des empreintes digitales dans la transduction de l'information tactile [6].

I.4.4 Le contact lubrifié

Généralement les contacts lubrifiés par des fluides sont subdivisés en contacts surfaciques pour lesquels la pression dans le film est relativement faible et les contacts hertziens dans lesquels la pression est suffisamment élevée pour déformer élastiquement les surfaces.

Les paliers et les butées hydrostatiques et hydrodynamiques et les garnitures mécaniques appelées aussi joints d'étanchéité à face radiale relèvent typiquement des contacts surfaciques. Dans ces contacts, la pression dans le film fluide est relativement faible, sa valeur est de l'ordre de 1 à 20 mégapascals (200 bar) mais la charge (force normale) supportée par le contact peut être très élevée ainsi les butées hydrodynamiques des grandes centrales hydroélectriques peuvent supporter plus de 10 méga newtons (10^7 N).

Les contacts hertziens concernent les roulements à billes et à rouleaux, les engrenages, les systèmes came-poussoir. Dans ce type de contact, la charge n'est pas nécessairement très élevée, mais compte tenu des faibles dimensions de la surface de contact, la pression dans le film peut atteindre et même dépasser 3 giga pascals (30 000 bar). Ainsi les surfaces de contact sont largement déformées et le comportement du lubrifiant (huile ou graisse) n'est plus newtonien.

La distinction entre contacts surfaciques et contacts hertziens n'est que formelle. Ainsi les déformations élastiques dans les paliers de bielles de moteurs thermiques doivent impérativement être prises en compte pour prévoir le comportement de ces paliers. De même

l'étanchéité des joints à lèvres en élastomère dépend de la déformation élastique des surfaces qui est du même ordre de grandeur que l'épaisseur du film [7].

I.4.5 Le contact avec frottement

Le frottement est la résistance au glissement d'un corps solide sur l'autre. Le niveau du frottement est souvent exprimé en terme de coefficient de frottement, $\mu = F/W$, rapport entre l'effort tangentiel, F , et la charge normale, W .

Dans le cas de deux massifs en contact s'il y a du frottement à l'interface de contact, des conditions additionnelles sont parfois nécessaires selon le modèle utilisé. Le modèle de frottement le plus simple est celui du frottement de Coulomb, selon lequel, n'importe quel point de l'aire de contact ne peut être que dans deux états, adhésion, lorsque la contrainte de cisaillement τ est inférieure à $\mu \times p$, et glissement, lorsque la contrainte de cisaillement τ est égale à $\mu \times p$. Dans ce dernier cas il existe un mouvement relatif entre les 2 surfaces en contact et la contrainte de cisaillement s'exerce dans la direction opposée à la direction instantanée du glissement.

I.4.6 Le contact élastoplastique

Pour le cas des contacts non-conformes la pression de contact est très élevée, typiquement 50 à 100 fois plus que dans les contacts surface – surface (conformes). Une charge normale excessive, ou encore la présence de frottement ou de défauts de surface (rugosités, stries, rayures, indents, etc.), voir figure I.10, produit une augmentation locale ou globale de la pression de contact qui peut conduire dans des cas particuliers à un dépassement de la limite d'élasticité des matériaux provoquant des déformations plastiques irréversibles.

Ces déformations en sous-couche, qui induisent une déformation permanente de la surface, génèrent également des contraintes résiduelles élevées qu'il est important de prendre en compte pour déterminer les sollicitations réellement subies pendant le chargement. Enfin l'écrouissage associé à cette plasticité correspond à une modification locale des caractéristiques du matériau.

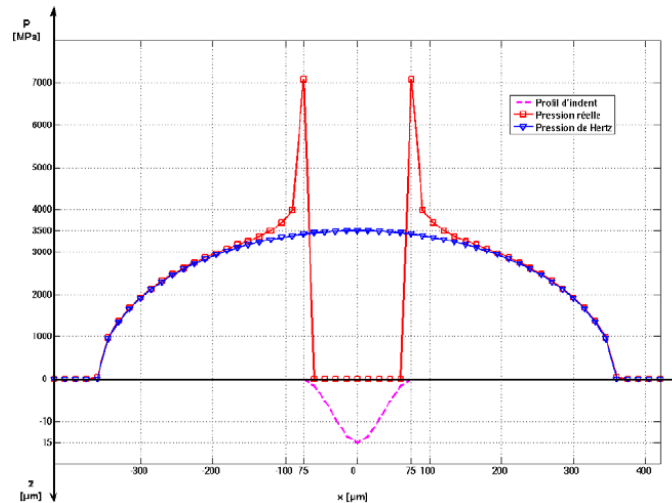


Figure I.10 : Champ de pression dans un contact indenté
(sol. élastique sphère/plan) [22]

I.5 Fatigue de roulement

Le passage répété des corps roulants sur les pistes de roulement peut provoquer l'endommagement par fatigue de roulement (ou de contact). Deux types d'avaries dues à la fatigue de contact sont aujourd'hui bien identifiés.

La fatigue du contact de roulement (RCF - Rolling Contact Fatigue) diffère de la fatigue usuelle et ces différences ont rigoureusement été listées dans la littérature :

- L'état de contrainte en contact non-conforme soumis à la RCF est complexe et multi-axial et gouverné par la théorie de Hertz.
- Contrairement à la fatigue usuelle, la RCF est une fatigue multi-axiale.
- Le trajet de chargement en un point sous la surface n'est jamais proportionnel, les différentes composantes du tenseur des contraintes vont évoluer indépendamment les unes des autres, et ce d'autant plus si des contraintes résiduelles ou des inhomogénéités sous la surface sont initialement présentes.
- Le niveau de contraintes hydrostatiques atteint en cas de contact non-conforme est considérable.
- Les principaux axes de sollicitation changent constamment durant un cycle de chargement, ce qui influe directement sur la direction des plans où la contrainte de cisaillement est maximale. Par conséquent il est souvent difficile d'identifier les plans les plus sensibles à la fatigue.

- Les phénomènes liés à la RCF interviennent dans des volumes très localisés dans les éléments testés. Les zones de contact dans un roulement sont généralement de l'ordre du dixième de millimètre.
- La RCF induit généralement un écaillage de fatigue qui modifie la réponse élastique lors du chargement. Aussi des déformations plastiques localisées et une évolution des contraintes résiduelles vont influencer les mécanismes de fatigue. Il est alors nécessaire de mettre en place des moyens d'évaluation tridimensionnelle de l'état de contrainte ou de l'évolution microstructurale afin de quantifier précisément l'endommagement de fatigue.

La fatigue de roulement englobe un certain nombre de termes que l'on peut retrouver dans la littérature. Thalian a distingué la fatigue de roulement à deux échelles et selon trois processus.

A l'échelle macroscopique, l'écaillage est le résultat lié à la fatigue du contact Hertzien, défini par l'apparition en surface d'un cratère induit par la coalescence de fissures initiées dans la zone des contraintes Hertziennes (voir Figure I.11.a). La profondeur de ces cratères est généralement assimilable à la profondeur du maximum des contraintes de cisaillement.

A l'échelle microscopique, une usure de la surface peut entraîner, à l'échelle des aspérités de surface, l'abrasion des surfaces en contact, des micro-fissures ou des micro-écailles.

Ces phénomènes sont davantage le résultat d'efforts en surface pilotés par la présence d'aspérités, comme on peut le distinguer en Figure I.11.b [8]

La fatigue de roulement est alors classée selon trois origines : l'écaillage initié en surface par l'accroissement de micro-écailles, l'écaillage initié sous la surface par la coalescence de fissures dans la profondeur de Hertz, et le micro-écaillage de surface .

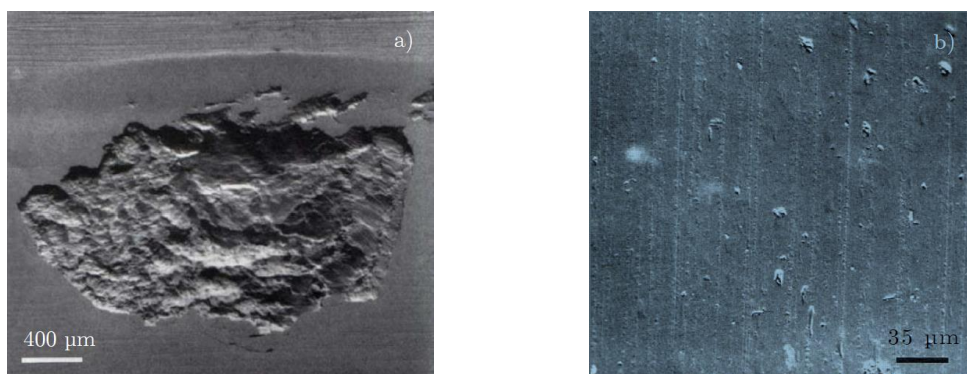


Figure. I.11 : a) Ecaillage en surface initié en sous-couche et b) micro-écaillage de Surface [8]

I.6 Conclusion

L'approche élasto-plastique nécessite la prise en compte de l'évolution de la surface, et donc de la pression de contact avec l'apparition des déformations plastiques, mais aussi de l'apparition des contraintes résiduelles d'écrouissage liées au chargement cyclique. La formulation est écrite de manière incrémentale, pour respecter le caractère irréversible des déformations plastiques qui dépendent du trajet de chargement. Les méthodes utilisées pour résoudre le problème sont de type coefficients d'influence, dont l'expression peut être déterminée analytiquement (hypothèse des massifs semi-infinis).

L'application de la théorie de Hertz offre la possibilité de calculer facilement les dimensions de la surface du contact, la pression maximale au point du contact et le déplacement engendré par l'effort appliqué ainsi que l'état de contraintes développées au voisinage de la zone de contact.

La fatigue de roulement initiée en surface par la rugosité des surfaces de contact est elle aussi maîtrisée. En effet, la super finition des surfaces de contact, couplée avec une épaisseur de film d'huile suffisante permet de limiter très fortement sur les contraintes en peau des massifs, et donc l'initiation de l'endommagement dans ces zones.

CHAPITRE II : Le contact des surfaces sphériques

II.1 Introduction

Plusieurs types de contacts peuvent être rencontrés dans les transmissions mécaniques et les assemblages. Les contacts sphériques élastiques, en particulier les contacts sphériques conformes, sont largement utilisés dans les applications pratiques, telles que les trains d'atterrissage, les ponts, les joints et les roulements sphériques d'aéronef. L'analyse de l'usure, la conception et la fiabilité de service de ces structures reposent principalement sur la répartition de la pression de contact de la surface de contact, mais des méthodes universelles exactes n'ont pas encore été rapportées.

Hertz a présenté une solution de forme fermée de contact normal entre deux surfaces sphériques non conformes. Cependant, le modèle hertzien classique se limite aux surfaces sans frottement et au solide demi-espace élastique avec de petites déformations de nombreux chercheurs ont tenté de comprendre le comportement au-delà de ces restrictions. Cependant, ils se sont concentrés uniquement sur le contact sphérique non conforme. la différence essentielle entre un contact conforme et non conforme est que la taille de la zone de contact en contact conforme ne peut être négligée par rapport au rayon de courbure des corps, de sorte que les corps de contact ne peuvent pas être supposés être un demi-espace élastique et le non-conforme les méthodes seraient inapplicables.

II.2 Historique

En mécanique des contacts la différence entre un contact conforme et non conforme est dans la taille de la zone de contact. dans les problèmes de contact conforme, la plupart des chercheurs se sont concentrés sur la conformité bidimensionnelle contact entre une broche et un alésage cylindrique avec un petit jeu. Morimoto et Iizuka [23] ont enquêté sur un problème de contact conforme entre un corps élastique et des cylindres rigides, qui impliquait des non-linéarités du matériau. Persson a étudié la distribution des contraintes de forme fermée des corps élastiques cylindriques en contact. Kovalenko [24] a obtenu une autre solution analytique de corps cylindriques conformes avec la même méthode. Ciavarell [25] a étendu les résultats de Persson à une plus grande portée. Sundaram [26,27] a présenté la formulation pour le problème de contact conforme à friction d'une broche en retrait d'une infinie plaque.

Pour les problèmes de contact conforme des surfaces sphériques, la littérature indique que si le rapport diamétral de la douille à la sphère est inférieur à 1,072, le traitement Hertz sera

invalide. Steuermann [28] a trouvé la distribution de pression pour les profils qui peuvent être représentés par un polynôme axisymétrique d'ordre pair de forme $A_n x^{2n}$ et $A_n r^{2n}$. Les résultats de Steuermann ont amélioré Hertz en incluant des termes d'ordre supérieur dans la description du profil, mais ce modèle est toujours limité à l'hypothèse d'un demi-espace élastique, et son erreur augmente rapidement avec l'augmentation de l'angle de l'arc de contact ou la diminution du jeu entre la sphère et cavité sphérique. Liu [29] a tenté de réviser le modèle de Steuermann pour aborder la distribution de la pression de contact dans une articulation sphérique avec jeu, mais son modèle n'explique que la relation force-déplacement normale dans une petite plage de jeu et de déformation, et l'erreur est encore plus grande que le modèle Hertz en cas de dépassement de cette portée. Avec des méthodes numériques adaptées aux surfaces sphériques, Goodman et Keer [30] ont analysé la contrainte de contact pour une sphère élastique sans frottement entaillant une cavité élastique.

Les méthodes analytiques pour le contact conforme sont rares à l'heure actuelle, diverses méthodes numériques ont été développées et appliquées dans les calculs de contact car les méthodes de calcul de contact ne sont pas limitées à un demi-espace élastique. Les méthodes par éléments finis sont l'approche numérique la plus développée en contact d'analyse et sont généralement nécessaires lors de la proposition de nouvelles théories de contact. Wu [31] a développé un FE modèle (un modèle de contact sphérique élastique plastique sous combinaison normale et tangentielle chargement en cours) pour étudier le glissement initial des contacts sphériques élastiques plastiques sous une combinaison normale et chargement tangentiel. Vinnik [32] a analysé les propriétés du contact conforme entre le centre de la roue et bandage avec des modèles FE bidimensionnels (2D) et tridimensionnels (3D). D'autres méthodes numériques, telles que comme la méthode des éléments de frontière et la technique du gradient conjugué, ont été présentées pour le contact de la 3D corps élastiques.

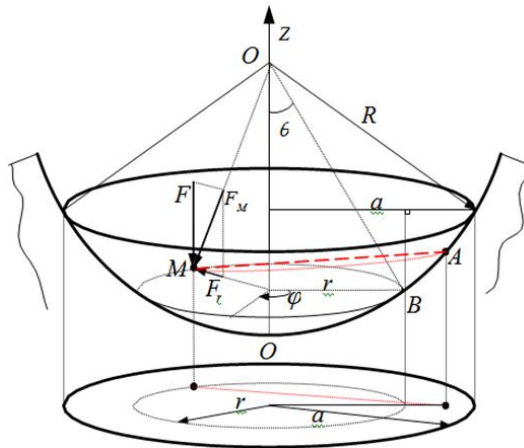


Figure II.1 : Analyse de la géométrie et de la force de la surface axisymétrique 3D produite par le Contact d'une Sphère et d'une douille sphérique

II.3 Quelques travaux réalisés en contact sphérique

II.3.1 sphère sous pression

L'analyse des contraintes dans les structures mécaniques est d'une importance capitale dans la conception des composants de machines. Plusieurs travaux ont été réalisés à ce sujet.

L. Kogut [9] a présenté un modèle élastique plastique par éléments finis pour un contact sans frottement d'une sphère déformable, pressée sous chargement normal contre un plan rigide. Le contact élastique plastique d'une sphère sur un plan est d'une importance fondamentale dans la mécanique des contacts.

Le modèle donne les expressions de l'aire du contact ainsi que celle des pressions de contact. Kogut a déterminé, en utilisant le critère de Von Mises, la valeur critique de la déformation w_c de la sphère qui marque la transition de l'état élastique vers l'état élasto-plastique.

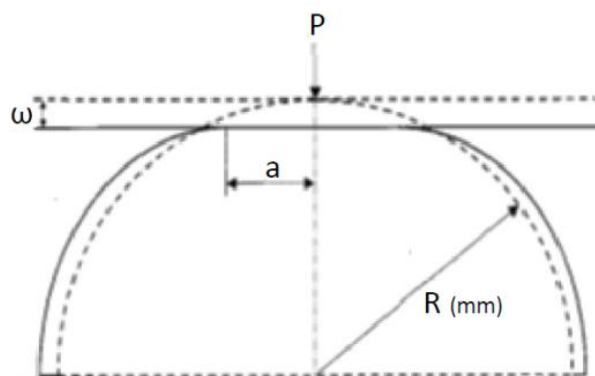


Figure II.2: Sphère déformable pressée par un plan rigide

L'évolution du contact élastique plastique dans cette étude peut être divisée en trois étapes distinctes :

- La première pour $1 \leq w/w_c \leq 6$ où la région plastique se développe au-dessous de la surface de la sphère, et la région du contact entière est élastique.
- La deuxième pour $6 \leq w/w_c \leq 68$ où la région du contact est élastique plastique.
- La troisième étape pour $w/w_c > 68$ correspond à une région de contact complètement plastique.

Kogut [10] dans une autre étude, a présenté une analyse par éléments finis d'une sphère élastique parfaitement plastique sollicitée par un plan rigide, la charge maximale tangentielle que peut supporter le contact sphérique au commencement de glissement a été calculée, cette analyse a été combinée avec une solution analytique en utilisant une approche basée sur l'utilisation de lois de comportement appropriées à tout mode de déformation, que ce soit élastique ou plastique.

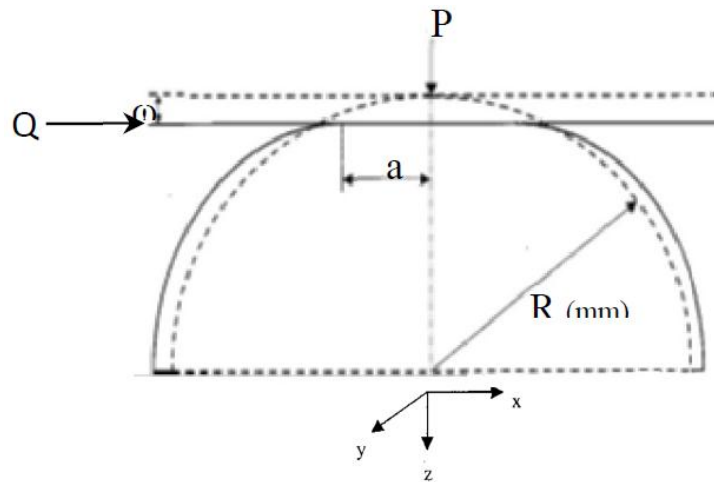


Figure II.3: Sphère sous chargement normal et tangentiel

Dans cette étude, deux modes de rupture différents ont été identifiés en fonction de la nature de la charge normale initiale. Lorsque celle-ci est inférieure à la charge critique de Hertz, la rupture se produit sur l'aire du contact. Si la charge est supérieure à celle critique une défaillance se produit au-dessous de la zone de contact.

Robert L. Jackson [11] a présenté une étude par éléments finis d'une sphère élastique parfaitement plastique en contact sans frottement avec un plan rigide (figure II.4)

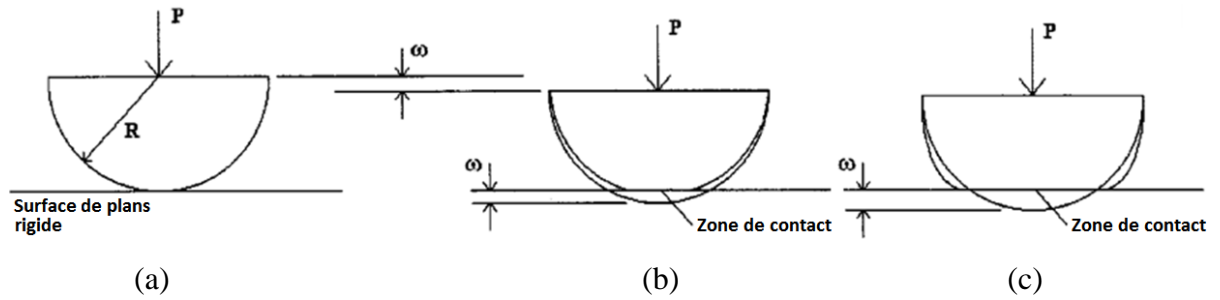


Figure II.4: (a) modèle sphérique avant le contact, (b) pendant la déformation élastique, (c) pendant la déformation plastique

La pression moyenne d'un contact complètement plastique, varie avec la géométrie déformée du contact, qui à son tour dépend des propriétés du matériau.

Ce travail révèle de grandes différences entre les modèles analytiques approchés et d'autres solutions numériques. Plus important encore, la zone du contact et la contrainte sont particulièrement en fonction de la géométrie déformée dans tous les régimes, et dépendent des propriétés du matériau.

II.3.2 Application d'un effort normal

II.3.2.1 Contact entre une sphère élastique et un demi-espace élastique

Une sphère élastique de rayon R est enfoncée d'une profondeur d dans un demi espace élastique, ceci crée une zone de contact de rayon $a = \sqrt{R \cdot d}$

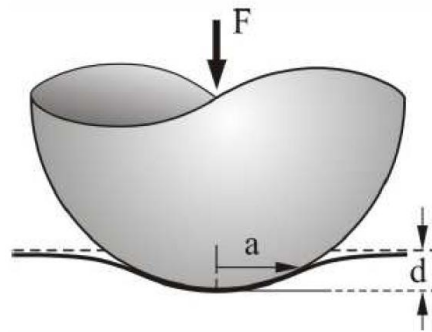


Figure II.5 : Contact entre une sphère et un demi-espace élastique

$$F = \frac{4}{3} E^* R^{1/2} \cdot d^{3/2} \quad (\text{II. 1})$$

Où :

$$\frac{1}{E^*} = \frac{1 - \nu_1^2}{E_1} + \frac{1 - \nu_2^2}{E_2} \quad (\text{II. 2})$$

Avec : E_1 et E_2 ainsi ν_1 et ν_2 sont respectivement, les modules d'élasticité et coefficients de Poisson des deux corps. E^* est le module élastique effectif.

II.3.2.2 Contact entre deux sphères

Si deux sphères de rayons R_1 et R_2 sont en contact, on peut obtenir un rayon équivalent R par le calcul suivant : $\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$

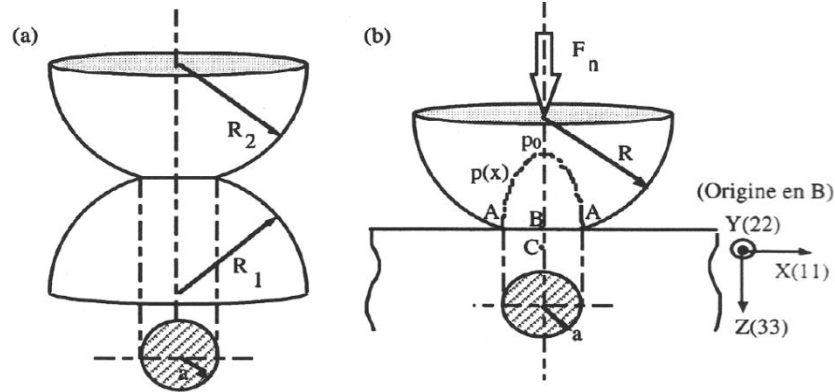


Figure II.6 : a) Contact sphère-sphère b) Conditions du Contact sphère-plan [12]

La distribution de la pression sur la zone de contact est donnée par :

$$p = p_0 \left(1 - \frac{r^2}{a^2}\right)^{1/2} \quad (\text{II. 3})$$

Avec :

$$p_0 = \frac{3F_n}{2\pi a^2} = \frac{3}{2} p_m \quad (\text{II. 4})$$

et :

$$a = \left[\frac{3F_n R}{4E^*} \right]^{1/2}$$

p_0 : est la pression maximale appliquée au centre de la surface

p_m : est la pression moyenne

a : est le rayon de contact

$$r^2 = x^2 + y^2$$

L'enfoncement δ_0 des surfaces est égal à :

$$\delta_0 = \frac{a^2}{R} = \left[\frac{9F_n^2}{16RE^{*2}} \right]^{1/2} \quad (\text{II. 5})$$

La contrainte maximale de cisaillement se situe à : $z = 0.49a$

II.4 La répartition de la pression du contact sphérique élastique

II.4.1 L'équation de distribution de pression

Le contact entre une sphère et une cavité sphérique sous effort normal est un problème mécanique axisymétrique. Le profil limite de la zone de contact est un cercle. En contact non conforme, le rayon de la zone de contact est très petit par rapport aux rayons des corps, de sorte que la zone de contact peut être considérée comme un plan 2D. En contact conforme, la surface de contact ne peut pas être simplifiée en tant que plan mais est plutôt considérée comme une surface courbe axisymétrique 3D avec son centre au point de contact initiale (figure II.7). Dans cette situation, l'expression de la pression axisymétrique peut être supposée comme [13]:

$$p(r) = p_0 (1 - r^2/a^2)^n \quad (\text{II.6})$$

Où P_0 : est la pression de contact maximale; a : est le rayon projectif du profil limite de la zone de contact; r : est la distance verticale projetée entre le point sur la surface et l'axe de symétrie, c'est-à-dire la distance projective; et n : est l'exposant de distribution de pression de pression. La distribution de pression du contact sphérique élastique est déterminée par P_0 , a et n .

Dans le cadre d'une petite déformation, la surface déformée peut être approximativement considérée comme une surface sphérique. R : désigne le rayon de cette surface, et θ : désigne l'angle entre la ligne $O^* B$: et l'axe de symétrie. Donc,

$$r = R_* \sin \theta, \quad a = R_* \sin \theta_m$$

Où θ_m est l'angle de contact maximum et $0 < \theta_m \leq \pi / 2$. Ensuite, la distribution de pression peut également être exprimée Comme :

$$p(\theta) = p_0 (1 - (\sin \theta / \sin \theta_m)^2)^n \quad (\text{II.7})$$

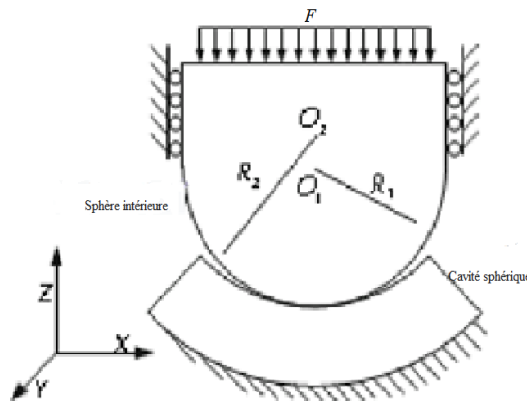


Figure II.7 : Modèle de simulation du contact entre une sphère et une cavité sphérique sous la force normale F

La surface totale de la région de contact A est :

$$A = \int_0^{\theta_m} 2\pi r R_* d\theta = \int_0^{\theta_m} 2\pi r R_*^2 \sin \theta = \left(1 - \sqrt{\frac{a^2}{R_*^2}}\right) \quad (\text{II. 8})$$

Dans Eq. (II.6), le modèle hertzien suppose $n= 1/2$. Ainsi, la distribution de pression $p_h(r)$ dans le modèle hertzien est :

$$p_h(r) = p_{0h} \left(1 - \frac{r^2}{a_h^2}\right)^{1/2} \quad (\text{II. 9})$$

Où p_{0h} est la pression de contact maximale et a_h est le rayon du profil aux limites de la zone de contact dans le modèle hertzien qui sont exprimés comme :

$$p_{0h} = \frac{3F}{2\pi a_h^2} \quad (\text{II. 10})$$

$$a_h = \left[\frac{3\pi F(k_1 + k_2)R_1 R_2}{4(R_1 - R_2)} \right]^{\frac{1}{3}} \quad (\text{II. 11})$$

$$k_1 = \frac{1 - E_2\mu_1^2}{\pi E_1}, \quad k_2 = \frac{1 - \mu_2^2}{\pi E_2} \quad (\text{II. 12})$$

Où E_1 et E_2 sont le module d'élasticité, μ_1 et μ_2 et sont les rapports de Poisson des deux matériaux isotropes des corps de contact.

II.4.2 L'exposant de distribution de pression n :

La loi de distribution de pression pour les surfaces de contact est obtenue par des modèles [14,15] de calcul numérique FE sur le logiciel Abaqus utilisant des matériaux et des structures représentatifs. Le modèle de contact entre une sphère et une cavité sphérique sous une force normale F est représenté sur la (figure II.7). Le solide interne est divisé en deux parties un hémisphéroïde et un cylindre à l'extrémité supérieure de l'hémisphéroïde. La contrainte fixe a été appliquée sur la surface extérieure de la cavité. La contrainte de rotation a été appliquée sur la surface latérale du cylindre pour empêcher la rotation dans la direction x et y directions.

Les simulations convertissent la charge concentrée F dans l'utilisation des éléments hexaédriques à 8 nœuds de mode incompatible en une charge uniformément répartie. Pour augmenter la précision du calcul, un maillage fin est utilisé dans les modèles FE, il y a environ 250 à 350 milliers d'éléments. Le maillage et le tracé de contour de la distribution de la pression de contact dans le modèle FE sont représentés sur la figure II.8, ce qui indique également que la densité de grille de la surface de contact est suffisante pour obtenir une précision de calcul élevée.

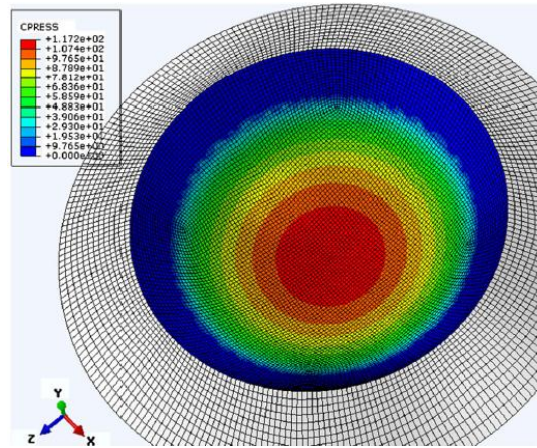


Figure II.8: Tracé de maillage et de contour de la distribution de la pression de contact dans le modèle FE calculer par Abacus

Matériaux	Module de Young E (GPa)	Coefficient de Poisson μ
Acier	207	0.3
Bronze au beryllium	130	0.35

Tableau. II.1: Propriétés des matériaux

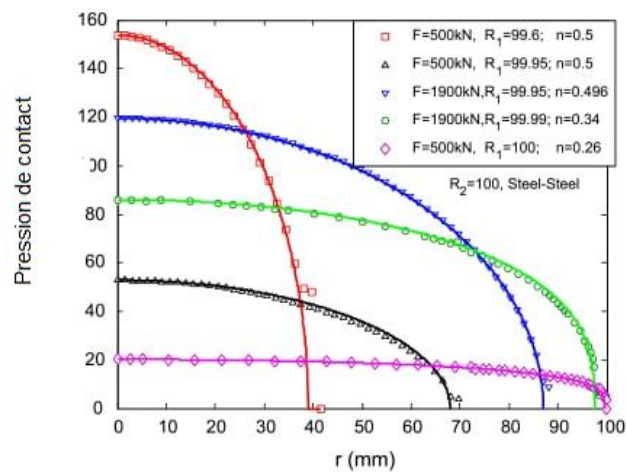


Figure II.9 : Courbes de distribution de la pression de contact dans différentes situations

Le rapport entre le rayon projectif du profil limite de la zone de contact a et le rayon de la cavité sphérique externe R_2 est défini comme la proportion de rayon de contact (CRP) a / R_2 où $0 < a / R_2 < 1$. La figure II.9 montre les courbes de distribution de pression de contact pour

différentes situations. Ces courbes démontrent que l'exposant de distribution de pression n peut changer sous un contact conforme sphérique et que la différence de rayon ΔR et la charge F peuvent influencer ce changement.

L'influence de ΔR , F , ou d'autres facteurs peuvent tous être synthétisés à l'influence de la CRP, ce qui signifie que la CRP détermine la variation de n . Les résultats FE établissent la relation entre n et CRP, comme le montre la figure II.5 ; ce graphe indique que n diminue lorsque la CRP augmente, ce qui est indépendant de la structure et des matériaux. Dans la plage de $0 < a/R_2 < 0.6$, n est presque une valeur constante de 0,5; dans la plage de $0.6 < a/R_2 < 1$, n diminue progressivement jusqu'à la valeur minimale n_m avec l'augmentation de la CRP. Cette relation peut être exprimée par l'exponentielle fonction dans Eq. (II.13)

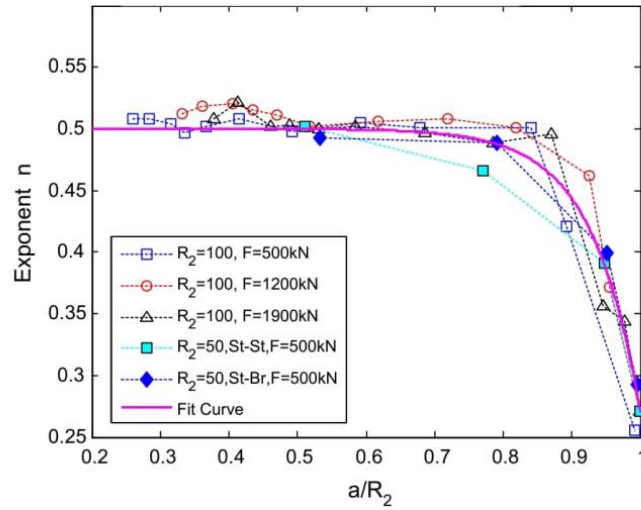


Figure II.10 : Relation entre l'exposant n et CRP

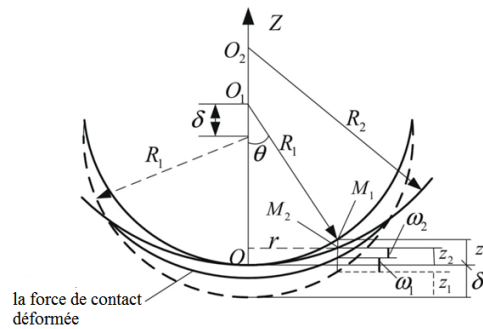


Figure II.11 : Relations géométriques dans le contact conforme d'une sphère et d'une cavité sphérique

$$n = \frac{1}{2} - \left(\frac{1}{2} - n_m \right) \exp \left[-K_n \left(1 - \frac{a}{R_2} \right) \right] \quad (\text{II. 13})$$

Où k_n est le coefficient qui détermine le taux de changement. Utilisation des données d'un grand nombre de simulations FE et en appliquant la méthode d'analyse de régression non linéaire, on constate que pour la plupart des structures et des matériaux.

$$n_m = 0,26 \text{ et } K_n = 15,08$$

L'ajustement donne de bons résultats; l'erreur quadratique moyenne de cet ajustement est de $8,4 \times 10^{-4}$. La pression l'exposant de distribution n pour le contact sphérique est :

$$n = 0.5 - 0.24 \exp [-15.08 (1 - a/R_2)] \quad (\text{II. 14})$$

De l'Eq (II.14), on sait que n régressera en exposant de distribution de pression de contact Hertz $n = 1/2$ lorsque $CRP \ a/R_2$ est petite.

II.5 Conclusion

Le contact sphérique élastique, en particulier le contact conforme, est un problème largement rencontré dans la conception mécanique et l'analyse de l'usure, mais il n'existe pas de méthodes universelles pertinentes appropriées.

Le contact normal entre les surfaces sphériques sans frottement a été établi en utilisant les méthodes analytique et numérique à la fois. La solution ne se limite pas au demi-espace élastique et permet de calculer avec précision les petites déformations dans les problèmes de contact conformes et non conformes entre les sphères élastiques sans frottement et cavités sphériques.

CHAPITRE III: La photoélasticimétrie

III.1 Introduction

La photoélasticimétrie est l'une des méthodes photomécanique les plus anciennes; elle repose essentiellement sur les études menées sur la propagation de la lumière dans les milieux transparents et sur le phénomène de biréfringence que l'on tentera d'expliquer dans ce chapitre. Elle fut très utilisée au vingtième siècle pour visualiser les répartitions des contraintes dans des modèles afin de concevoir et d'optimiser les géométries des structures mécaniques.

Cependant depuis l'apparition et le développement des codes de calcul et des modélisations numériques, cette méthode est moins utilisée pour la conception mais elle s'utilise comme méthode de référence pour la validation des modèles. Cela est favorisé par le développement de moyens d'analyse 3D et de procédures automatiques de dépouillement de franges développées à l'aide des techniques de traitement et d'analyse d'images.

III.2 La polarisation de la lumière

Selon la théorie électromagnétique, la lumière est une onde composée d'un champ électrique E et d'un champ magnétique H . Ces deux champs sont perpendiculaires à la direction de propagation de la lumière.

L'état de polarisation de la lumière est donné par la direction du vecteur champ électrique ou magnétique. Par exemple, si le champ électrique E garde une direction constante durant la propagation alors l'onde lumineuse est polarisée rectiligne. Si l'orientation évolue, l'onde possède une polarisation elliptique ou circulaire (figure III.1).

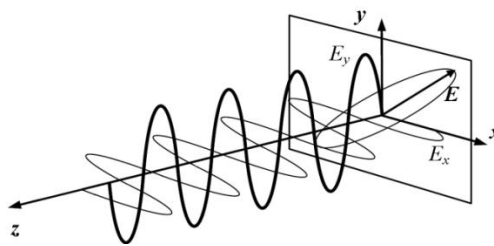


Figure III.1 : Représentation des composantes du champ électrique d'une onde de polarisation elliptique [16]

Une onde monochromatique se propageant suivant la direction z , définie par son vecteur d'onde k , sa fréquence angulaire ω et son amplitude A , s'écrit alors :

$$E = A \cos(\omega t - k \cdot z) \quad (\text{III. 1})$$

Dans le plan (x, y) cette expression devient :

$$\begin{cases} E_x = A_x \cos(\omega t - K.z + \phi_x) \\ E_y = A_y \cos(\omega t - K.z + \phi_y) \end{cases} \quad (\text{III. 2})$$

Le déphasage $\phi = \phi_y - \phi_x$ Permet de décrire deux cas particulier :

si $\phi = n\pi$ (n entier) la polarisation est rectiligne

(III. 3)

si $\phi = \pm \frac{\pi}{2} + n\pi$ et $A_x = A_y$ la polarisation est circulaire

La polarisation de la lumière peut être mise en évidence à l'aide d'un polariseur. La polarisation peut aussi être effectuée par réflexion et par diffusion. Nous verrons par la suite l'utilisation du phénomène de diffusion comme polariseur.

III.3 Phénomène de biréfringence

Le phénomène de biréfringence est une propriété physique de certains matériaux transparents qui ne sont pas isotropes optiquement comme les cristaux de quartz. Il est défini comme le fait de transmettre deux rayons distincts, polarisés dans deux plans perpendiculaires, qui se propagent dans le cristal à des vitesses différentes v_1 et v_2 . Certaines matières présentent ce phénomène lorsqu'elles sont soumises à des contraintes. Le rayon lumineux qui arrive sur le modèle transparent se trouve décomposé en deux rayons distincts autonomes. Chacun de ces rayons se déplace à une vitesse propre à sa direction de propagation.

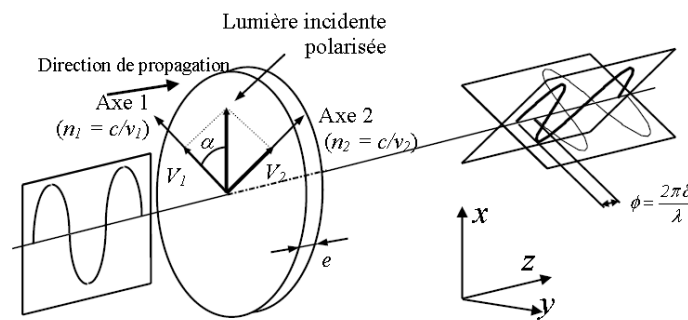


Figure III.2 : Effet d'une plaque mince biréfringente sur une lumière polarisée

La différence de chemin optique δ entre les deux rayons ou biréfringence est donnée, si e représente l'épaisseur de la plaque, par :

$$\delta = (n_2 - n_1)e \quad (\text{III.4})$$

Le déphasage entre les deux composantes (défini au paragraphe précédant), ou encore la

biréfringence angulaire, est défini par :

$$\emptyset = 2\pi\delta/\lambda \quad (\text{III. 5})$$

Si \emptyset est quelconque la lumière en sortie sera elliptique.

On peut examiner le cas particulier d'une lame quart d'onde :

une lame quart d'onde est une lame biréfringente telle que la différence de chemin optique est de $\lambda/4$. Le déphasage introduit par cette lame est donc $\pi/4$ d'après (III.3). Si une lumière polarisée arrive avec un angle de polarisation de 45° par rapport à l'un des axes de la lame ($A_x = A_y$) : la lumière en sortie est circulaire. L'ensemble polariseur suivi d'une lame quart d'onde conduit donc à polariser circulairement une onde lumineuse.

Un milieu est dit isotrope optiquement lorsqu'il possède les mêmes propriétés optiques quelque soit la direction d'observation. Lorsqu'un faisceau lumineux le traverse, il se propage avec la même vitesse dans toutes les directions. Dans un milieu cristallin, ou anisotrope, la vitesse de propagation varie suivant les directions propres du milieu. La vitesse de propagation dans une direction donnée est inversement proportionnelle à l'indice de réfraction correspondant à cette direction.

Un milieu transparent, isotrope au repos, a la propriété de devenir plus ou moins biréfringent lorsqu'il est soumis à des contraintes. Le milieu est caractérisé par un indice de réfraction n_0 valable dans toutes les directions au repos, et un ellipsoïde des indices lorsqu'il est soumis à des contraintes. Ce phénomène a été découvert par Brewster en 1816. L'ellipsoïde des indices est tel que ses directions principales coïncident avec les directions principales des contraintes dans le modèle. Les lois liant les indices principaux aux contraintes principales ont été déterminées par Maxwell au siècle dernier :

$$\begin{aligned} n_1 &= n_0 + C_1\sigma_1 + C_2(\sigma_2 + \sigma_3) \\ &= n_0 + C_1\sigma_2 \\ &\quad + C_2(\sigma_3 + \sigma_1) \\ n_3 &= n_0 + C_1\sigma_3 + C_2(\sigma_1 + \sigma_2) \end{aligned} \quad (\text{III. 6})$$

Où C_1 et C_2 sont appelées les constantes photoélastiques absolues du matériau.

Neumann, indépendamment de Maxwell, a déterminé les lois liant les indices principaux aux déformations principales.

Plus particulièrement, pour les problèmes des contraintes planes, nous avons :

$$n_1 = n_0 + C_1\sigma_1 + C_2\sigma_2 \quad (\text{III.7})$$

$$n_2 = n_0 + C_1\sigma_2 + C_2\sigma_1$$

La soustraction membre à membre de ces deux relations donne :

$$n_2 - n_1 = (C_1 - C_2)(\sigma_2 - \sigma_1) = C(\sigma_2 - \sigma_1) \quad (\text{III.8})$$

C est une constante optico-mécanique relative du milieu et elle est aussi appelée la constante photoélastique du matériau ; elle a la dimension de l'inverse d'une contrainte et s'exprime en Brewster (B_w) qui vaut :

$$1 \text{ Bw} = 10^{-12} \text{ m}^2/\text{N} = 10^{-12} \text{ Pa}^{-1} \quad (\text{III.9})$$

On voit bien que selon la relation (III.8), la biréfringence d'un modèle en état de contraintes planes est proportionnelle à la différence des contraintes principales ($\sigma_2 - \sigma_1$).

III.4 Montage et alignement du polariscope

Le Montage et l'alignement du polariscope est sur la figure III.3

- Deux filtres polaroids gradués, le polariseur et l'analyseur (filtres foncés)
- Deux lames quart-d'onde (filtres clairs)
- Un bâti avec système d'entraînement en rotation des filtres
- Une source de lumière blanche
- Un modèle de polyuréthane avec trou central
- Poids

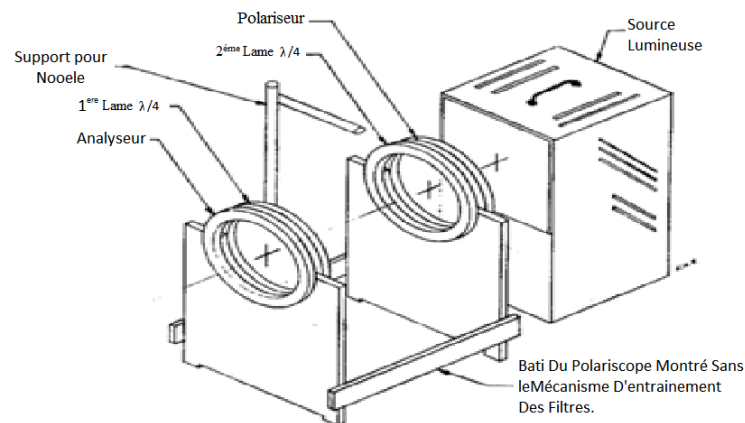


Figure III.3 : Schéma montrant le bâti et la position des filtres [17]

III.4.1 Alignement des filtres

Pour obtenir des mesures précises, il est essentiel d'aligner optiquement le polariseur et l'analyseur de manière à ce que leurs axes respectifs de polarisation soient vertical et horizontal.

Par la suite, les axes des lames quartes d'onde pourront être trouvés facilement à l'aide du polariscope plan que l'on vient d'aligner.

III.4.1.1 Polariscope plan (pour l'étude des isoclines)

Les deux polaroid sont mises en place. La rotation du polaroïd avant (analyseur) doit être inhibée. Le polariseur arrière (polariseur) tourne jusqu'à l'extinction complète. Le modèle doit être en position «y» avec un poids léger (250 g) fixé dessus on observe le modèle à travers l'analyseur, on y voit une isocline verticale. Les pôles tournent simultanément jusqu'à que l'isocline parfaitement symétrique par rapport un axe vertical passant par le centre du modèle. Les polaroids ont maintenant leurs axes alignés suivant la verticale et l'horizontale. la position de l'analyseur doit également être vérifiée à 0°.

III.4.1.2 Le Polariscope circulaire (pour l'étude des isochromes)

Deux lames quart d'onde doit ajouter au polariscope plan pour obtenir un polariscope circulaire.

Après avoir retiré le modèle, les polaroids qui sont déjà alignés suivant la verticale et l'horizontale doit se verrouiller. La 1^{ère} lame quart d'onde se place en position, puis la tourner jusqu'à extinction (on a ainsi les axes principaux de cette lame). Ensuite, par rapport à cette position, la lame quart d'onde doit tourner de 45° dans le sens anti-horaire. on marque cette orientation sur la lame quart d'onde. La 2^{ème} lame quart d'onde se place en position, puis la tourner jusqu'à extinction on marque cette orientation. Le polariscope circulaire est aligné.

III.4.1.3 Vérification de la convention de signe

Afin que les polariscopes possèdent tous le même principe d'utilisation quant à la lecture des isochromes, il est nécessaire de se fixer une convention de signe pour cette lecture et d'ensuite ajuster les lames quartes d'onde en fonction de cette convention. Suspendre un petit poids pour exécuter plus facilement la procédure de vérification qui suit.

Lorsqu'une isocline passe par un point du modèle, les directions principales des contraintes en ce point sont alignées avec les axes du polariseur (P) et de l'analyseur (A) de la façon suivante: En tournant l'analyseur dans le sens horaire (tous les autres filtres sont bloqués),

1. Si une frange inférieure arrive vers le point, alors $\sigma_a > \sigma_b$ algébriquement.

$$\sigma_a = \sigma_1 \quad ; \quad \sigma_b = \sigma_2$$

2. Si une frange supérieure arrive vers le point, alors $\sigma_b > \sigma_a$ algébriquement.

$$\sigma_a = \sigma_2 \quad ; \quad \sigma_b = \sigma_1$$

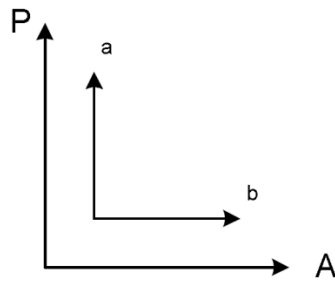


Figure III.4 : Convention de signe pour les contraintes [17]

Pour vérifier la convention de signe, on observe le modèle chargé en traction pure à un point où la direction des contraintes principales est alignée avec les axes des polaroids (il y passe une isocline). À ce point, la valeur relative des contraintes est également connue, par exemple $\sigma_a > \sigma_b$. On tourne ensuite l'analyseur dans le sens horaire. Si la convention de signe n'est pas observée, il faut alors pivoter les deux lames quart d'onde de 90° .

-Avantage de la convention de signe :

Lorsqu'un polariseur est réglé selon la convention de signe, la méthode d'interpolation de Tardy permet de déterminer l'orientation de σ_1 (ou de σ_2) en observant quel type de frange, inférieure ou supérieure, arrive au point.

La convention de signe précédente est inversée si on tourne l'analyseur dans le sens anti- horaire :

- Une frange inférieure (polariscope circulaire) se présente par son côté bleu ($N=1$), vert ($N=2$) ou noir ($N=0$).
- Une frange supérieure se présente (matériau photoélastique) par son côté rouge.

III .5 Principe de fonctionnement des polariscopes

III .5.1 Le polariscope plan

Dans un polariscope plan (le modèle est placé entre deux polaroïds croisés (dont les axes de polarisation sont orthogonaux). Ces polaroïds sont appelés "polariseur" et "analyseur" respectivement.

Avant d'insérer le modèle, ou lorsque celui ci n'est pas chargé, aucune lumière ne traverse l'analyseur. Lorsque le modèle est chargé, l'onde lumineuse plan polarisée issue du polariseur se décompose suivant les directions principales, 1 et 2, en passant à travers le modèle. À la sortie du modèle, ces deux composantes sont déphasées temporellement en proportion de $(\sigma_1 - \sigma_2)$ comme on peut le voir à la figure III.5. Lorsque ces deux ondes traversent l'analyseur, seules

leurs composantes selon l'axe de l'analyseur sont transmises et elles sont toujours d'amplitudes égales. Elles vibrent maintenant dans un même plan et peuvent interférer entre-elles causant des phénomènes d'extinction que peut voir l'observateur.

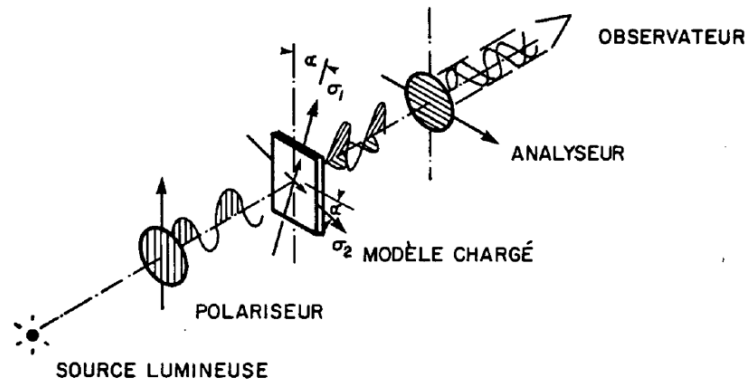


Figure III.5 : Polariscope plan

$$I = A^2 \sin^2(2a) \times \sin^2 \left[\frac{\pi C d}{\lambda} (\sigma_1 - \sigma_2) \right] \quad (\text{III.10})$$

I : intensité

A, C : constantes

λ : longueur d'onde

d : épaisseur du modèle

a : angle entre les axes des polaroids et les directions principales de contrainte

Selon l'équation précédente, deux conditions peuvent causer l'extinction du faisceau lumineux traversant le modèle en un point donné:

(i) lorsque l'orientation des contraintes principales est la même que celle des axes des polaroids croisés ($\alpha = 0^\circ$ ou 90°), l'onde plane issue du polariseur ne voit qu'un seul indice de réfraction, demeure plane à la sortie du modèle et ne peut traverser l'analyseur: il y a donc extinction totale. Une frange noire appelée ISOCLINE passera par tous les points du modèle ayant cette même orientation de contraintes principales.

(ii) lorsque le déphasage entre les deux composantes issues de l'analyseur est tel qu'elles en vibrent opposition et s'annulent :

$$\frac{C d}{\lambda} (\sigma_1 - \sigma_2) = N \text{ entier} \quad (\text{III.11})$$

Tous les points du modèle ayant la même différence de contraintes principales ($\sigma_1 - \sigma_2$) produiront le même effet. La ligne d'extinction ainsi obtenue est appelée ISOCHROME et sera noire si la source lumineuse est monochromatique ou bien colorée si la lumière est blanche.

Une isochrome est donc le lieu des points de même différence de contraintes principales et elle est obtenue lorsque :

$$(\sigma_1 - \sigma_2) = \frac{Cd}{\lambda} N = f \frac{N}{d} \quad (\text{III. 12})$$

N = ordre de la frange 0, 1, 2, 3..... (nombre entier)

f = coefficient de frange du matériau pour une longueur d'onde donnée de la source lumineuse (MPa- m/frange)

d = épaisseur du modèle (m)

III .5.2 Isochromes en lumière blanche

L'appellation "ISOCHROME" vient du fait, qu'en lumière blanche, chaque couleur (λ) s'éteint à une valeur différente de $(\sigma_1 - \sigma_2)$ et l'on observe alors des franges de couleur complémentaire dans le modèle.

Pour $(\sigma_1 - \sigma_2) = 0$, toutes les couleurs sont éteintes et l'isochrome est noire ($N=0$). Quand on augmente la valeur de $(\sigma_1 - \sigma_2)$, les couleurs froides (bleu, vert) commencent à faiblir tandis que les couleurs chaudes (jaune, rouge) croissent. On passera progressivement par les jaunes, les bruns, les rouges. Puis, subitement les bleus et les violets reprennent le dessus. Cette séparation très nette est la 1^{ère} teinte sensible et correspond à la frange 1 ($N=1$). Si on continue à augmenter la valeur de $(\sigma_1 - \sigma_2)$, un phénomène analogue mais non identique recommence. Un second passage du rouge au vert marquera la 2^{ième} teinte sensible ($N=2$). Le phénomène se poursuivra, mais au-delà de 5 franges il devient très difficile de repérer les teintes sensibles puisque que la couleur résultante est un blanc uniforme.

Par convention en lumière blanche, on choisira le passage du rouge au bleu (ou vert) comme le centre de l'isochrome. Il est relativement facile de distinguer le numéro des premières isochromes en se basant sur les changements de couleur suivants :

- a. Pour la lumière blanche, la longueur d'onde équivalente est d'environ 0,565 μm .
- b. La lumière blanche est composée d'un mélange de toutes les longueurs d'onde comprises entre 0,4 et 0,7 μm .

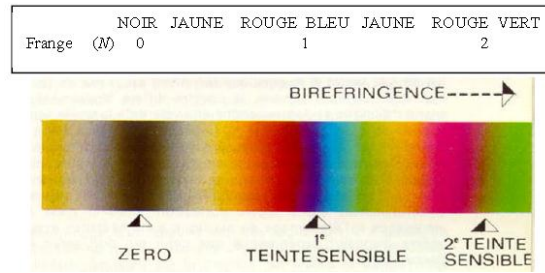


Figure III.6 : Teintes sensibles ou isochromes en fonction d'une valeur ($\sigma_1 - \sigma_2$) croissante (biréfringence croissante)

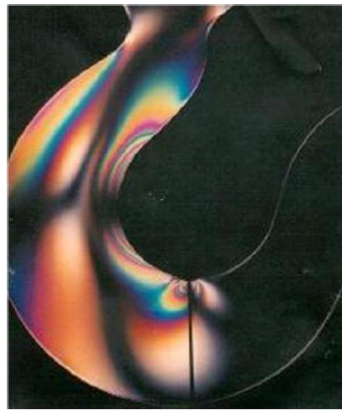


Figure III.7 : Isoclines (noire) et isochromes (en couleur) dans un modèle de crochet chargé par un poids vertical.
Polariscope plan, champ obscur

III.6 La photoélasticimétrie 3D

Comme on vient de voir dans les paragraphes précédents en photoélasticimétrie 2D, on place une éprouvette sous chargement dans un polariscope et on observe ainsi des franges qui mettent en évidence la différence des contraintes principales et la direction des contraintes principales. Mais ceci suppose l'hypothèse forte que la différence des contraintes principales ne varie pas suivant l'épaisseur du modèle.

Cependant, lors de l'étude de pièces épaisses ou à géométries complexes ou encore dans le cas d'une répartition tridimensionnelle des charges; l'état des contraintes ne pourra plus être considéré plan, il varie en amplitude et en direction. De ce fait on ne pourra plus parler de différence de contraintes principales ($\sigma_1 - \sigma_2$), mais de différence des contraintes principales secondaires ($\sigma' - \sigma''$) car l'analyse de feuillet ne se fera pas nécessairement dans les axes principaux des contraintes. Quoique la biréfringence soit toujours présente dans les modèles 3D, la détermination des paramètres ne pourra plus se faire de la même manière que dans l'hypothèse

2D pour cela, différentes approches ont alors été développées à fin d'étudier les champs de contraintes et de déformation dans les volumes et on tentera d'illustrer les principales méthodes expérimentales dédiées à ce sujet.

III.6.1 La méthode de figeage découpage

Le figeage des contraintes est un phénomène mis en évidence pour la première fois par Oppel 1936; c'est une propriété physique de certains polymères qui consiste en un comportement diphasique des chaînes moléculaires, lorsqu'elles sont chauffées à une température critique où le matériau adopte un comportement viscoélastique (température de transition vitreuse). Si le modèle est chargé dans cet état puis refroidi lentement jusqu'à la température ambiante, il conserve presque totalement la biréfringence acquise dans l'état viscoélastique. Ces polymères sont composés de deux types de chaînes reliant les molécules entre elles : les chaînes principales et les chaînes secondaires. A température ambiante les deux types de chaînes résistent aux charges appliquées au modèle. Lorsque la température du polymère augmente jusqu'à la température critique (environ 130°C pour un époxy), les chaînes secondaires cèdent et les chaînes principales supportent alors seul le chargement.

En diminuant lentement la température du polymère jusqu'à la température ambiante, les chaînes secondaires se reforment entre les chaînes principales déformées. En supprimant la charge, les chaînes principales se détendent légèrement, mais une très grande partie de la déformation est conservée. Les déformations élastiques des chaînes principales sont alors figées dans le volume du modèle de manière permanente grâce aux chaînes secondaires reformées.

Une fois le modèle refroidi, il est découpé en tranches d'épaisseur appropriée telle que la variation des directions de la contrainte principale à travers l'épaisseur de chaque tranche puisse être considérée comme négligeable. Chaque tranche est alors examinée dans un polariscope circulaire ou rectiligne. Les différences des contraintes principales dans chaque direction peuvent être déterminées en coupant les modèles en tranches dans les trois directions orthogonales.

Cependant, cette méthode présente plusieurs inconvénients : les matériaux généralement utilisés pour cette méthode ont un coefficient de Poisson avoisinant 0.5 dans la phase hautement élastique, ce qui peut poser des problèmes de similitude du fait de l'écart important avec les matériaux des prototypes ; les contraintes résiduelles dues au découpage mécanique peuvent perturber la mesure ou altérer l'état des contraintes figées ; il est nécessaire de disposer de plusieurs modèles pour l'étude des contraintes dans les trois directions orthogonales pour un seul cas ou état de charge.

Malgré ces inconvénients cette méthode est encore très utilisée dans l'industrie et cela en raison de sa fiabilité. Pour ce qui concerne notre étude nous avons choisi la méthode de découpage optique utilisant le phénomène de la diffusion de la lumière au sein des matériaux transparents, pour ces avantages notamment pour son caractère non destructif et la possibilité d'étude de différents états de charge sur un même modèle.

III.6.2 Méthodes utilisant la lumière diffusée comme polariseur

Lorsqu'un faisceau lumineux de polarisation quelconque passe à travers un milieu transparent, une partie de l'énergie est diffusée par chaque point le long de son chemin optique et suivant une direction perpendiculaire à la direction de propagation de la lumière. Si ce faisceau se propage le long de la direction \vec{V} , est observé suivant la direction \vec{U} normale à \vec{V} , l'intensité lumineuse diffusée est polarisée rectilignement suivant la direction $\vec{U} \wedge \vec{V}$ (figure III.8). L'idée de l'utilisation de la lumière diffusée dans la photoélasticimétrie pour résoudre les problèmes tridimensionnels de manière non-destructive revient à Weller en 1939 .

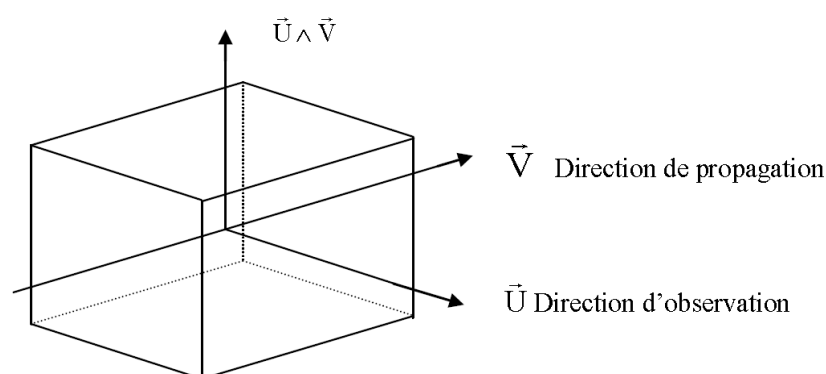


Figure III.8 : Polarisation de la lumière diffusée

La technique proposée par Weller consiste à éclairer une section plane du modèle photoélastique par un faisceau lumineux plan polarisé rectiligne, et à observer dans diverses directions normales au faisceau incident. Cette méthode, utilisant la diffusion comme analyseur, suppose que l'action du pouvoir rotatoire est négligeable c'est-à-dire que les directions principales ne changent pas d'orientation le long du faisceau lumineux incident.

Pour éviter les problèmes de réfraction, le modèle est placé dans une cuve à liquide d'indice.

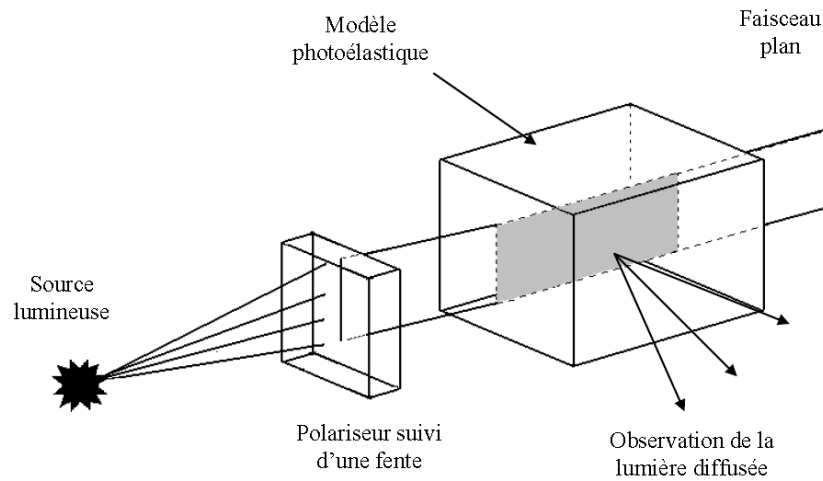


Figure III.9 : Schéma de la méthode de Weller

Les franges observées sur l'ensemble du champ n'ont pas partout le même contraste. Ce contraste est maximum quand les directions de polarisation incidentes et d'observation sont à $\pi/4$ des directions principales secondaires. Par contre, les franges disparaissent lorsque la polarisation incidente est parallèle aux axes à l'entrée du modèle. Elles disparaissent également dans les zones où l'observation est effectuée suivant l'un des axes principaux secondaires. Dans le cas d'une lumière incidente circulaire, l'intensité du rayonnement diffusé est uniforme. La disparition des franges permet de déterminer l'orientation des axes principaux secondaires. La mesure de l'interfrange d , dans le réseau de franges, fournit la différence des contraintes principales secondaires (direction principale dans un plan perpendiculaire à une direction donnée, par exemple la direction du faisceau lumineux d'entrée) à l'aide de l'équation suivante:

$$\sigma' - \sigma'' = \lambda / C d \quad (\text{III. 13})$$

Où (σ', σ'') sont les contraintes principales, C représente la constante photoélastique du matériau et λ est la longueur d'onde.

Cette méthode reste simple, et présente l'avantage indéniable d'être non destructive par rapport à la méthode du figeage découpage, elle peut s'appliquer sur un modèle ayant subi un figeage de contraintes mais aussi et surtout sur un modèle que l'on chargerait pendant l'expérience ce qui est avantageux pour l'étude de différents états de charge et suivant les trois directions de l'espace à partir d'un seul modèle. Cependant, du fait qu'elle ne prend pas en compte le pouvoir rotatoire, cette méthode présente l'hypothèse contraignante que les directions principales secondaires ne varient pas le long de l'épaisseur du modèle, ce qui n'est généralement valable que pour des pièces à géométrie et chargement simples.

En s'appuyant sur l'idée de Weller d'utiliser un faisceau lumineux plan à travers un modèle photoélastique tridimensionnel, plusieurs méthodes ont été développées, parmi elles la méthode du découpage optique que nous allons détailler

III.6.3 Méthode du découpage optique

III.6.3.1 Principe

L'idée de base de cette méthode a été développée par R. Desailly [18]. Il a proposé d'isoler à l'aide de deux faisceaux lasers plans rectilignes et parallèles une tranche à l'intérieur d'un modèle biréfringent et de l'analyser à l'aide de la lumière diffusée.

Lorsqu'un faisceau plan de lumière cohérente traverse un milieu diffusant, chaque point de la section éclairée se comporte comme une source lumineuse. Ces sources cohérentes interfèrent entre elles et peuvent donner naissance à des régions d'intensité maximale ou minimale qui constituent le champ de granularité.

Au niveau du point où il est émis, le rayonnement est polarisé rectiligne suivant une direction perpendiculaire à la direction incidente et à la direction d'observation (Loi de Rayleigh).

Expérimentalement, la visualisation directe de la biréfringence est impossible.

Le principe consiste à isoler à l'aide de deux plans lasers parallèles une tranche à l'intérieur du modèle biréfringent (figure III.10). Les possibilités d'interférences des rayonnements des deux sections éclairées dépendent de la biréfringence du feuillet ainsi isolé. Dans cette technique, on procède à l'enregistrement à l'aide d'une caméra CCD de trois images, dont les intensités sont notées I_1 et I_2 lorsque le modèle photoélastique est éclairé par le faisceau 1 ou 2 et une troisième image (intensité I) quand le modèle est éclairé par les deux faisceaux simultanément.

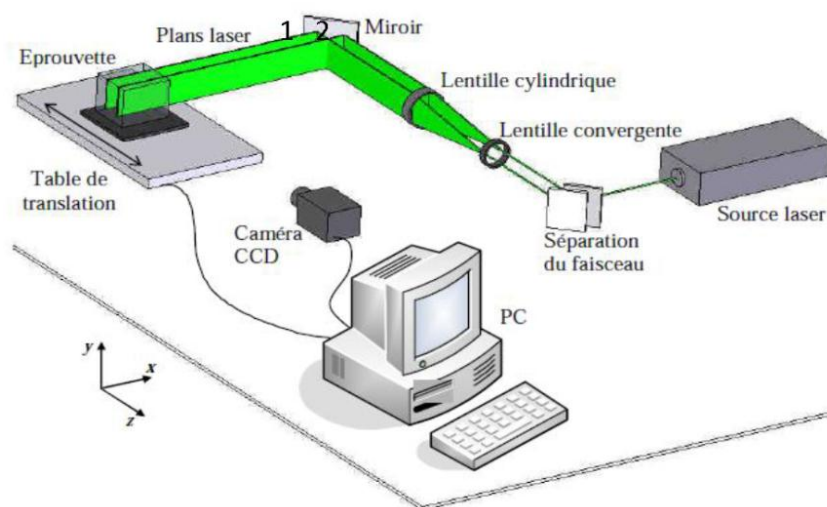


Figure III.10: Découpage optique à l'aide de deux plans laser [19]

L'intensité lumineuse diffusée peut s'exprimer par :

$$\begin{aligned} I_1 &= I_{1F} + I_{1g} \\ I_2 &= I_{2F} + I_{2g} \end{aligned} \quad (\text{III. 14})$$

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_{1g}}\sqrt{I_{2g}}\gamma\cos(\psi_1 + \psi_2 + \eta)$$

I_1 et I_2 sont les intensités dues aux deux plans laser, I_{1F} , I_{2F} les intensités des fonds continus, Ψ_1 , Ψ_2 les phases aléatoires des champs de granularité [19], I_{1g} et I_{2g} leurs intensités. η est fonction des caractéristiques optiques du feuillet, et γ est le facteur de corrélation des deux champs de granularité donnée par :

$$\gamma^2 = 1 - \sin^2 2a \sin^2 \quad (\text{III. 15})$$

Où a est l'angle formé par l'une des directions principales du feuillet et la direction de polarisation de la lumière diffusée, et \emptyset la biréfringence angulaire du feuillet.

Cette expression est semblable à celle couramment utilisée pour l'éclairement obtenu lors de l'analyse d'un modèle en photoélasticimétrie 2D entre deux polariseurs parallèles.

Dans l'équation donnant l'intensité totale I , les termes dus aux champs de granularité ont des valeurs aléatoires, c'est pourquoi on ne peut pas observer directement les franges recherchées.

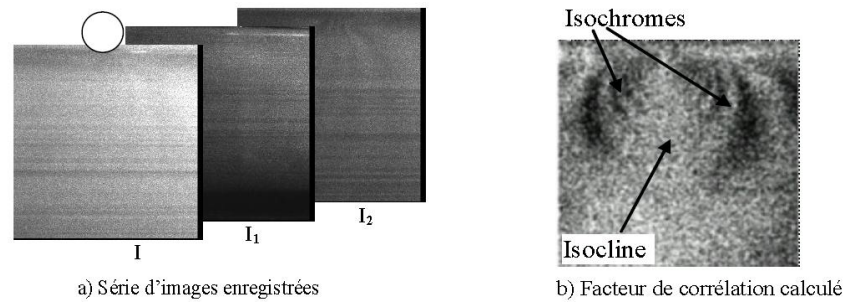


Figure III.11: Exemple d'un appui linéique

Les images de la figure III.11 montrent un exemple des intensités enregistrées. Le champ de granularité est couplé avec un fond continu dû à la fluorescence du modèle et à une partie dépolarisée de la lumière.

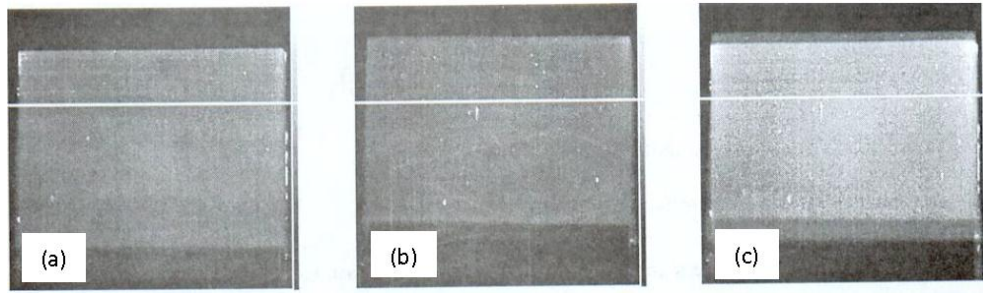


Figure III.12: Intensités lumineuses diffusées(a) avec le faisceau 1 seul, (b) avec le faisceau 2 seul et (c) avec les deux faisceaux simultanément [20]

III.6.3.2 Analyse des champs de granularité dans un milieu photoélastique

III.6.3.2.1 Analyse statistique des champs de granularité

En émettant les hypothèses d'ergodicité et d'indépendance des variables aléatoires, on peut considérer que les intensités des deux faisceaux incidents sont égales et que les moyennes temporelles et statistiques des champs de granularité sont équivalentes. Et à partir d'une analyse statistique des champs de granularité, il est possible de déterminer le facteur de corrélation γ ainsi que la valeur moyenne et la variance pour le champ résultant dont l'intensité diffusée est donnée par I :

$$\langle I \rangle = \langle I_1 \rangle + \langle I_2 \rangle \quad (\text{III. 16})$$

$$\text{var}^2 = \langle [I + \langle I \rangle]^2 \rangle = \text{var}_1^2 + \text{var}_2^2 + 2\gamma^2 \langle I_{1g} \rangle \langle I_{2g} \rangle \quad (\text{III. 17})$$

Le symbole $\langle \rangle$ représente la moyenne spatiale var_1 et var_2 les variances de l'éclairement des champs créés respectivement par le premier et second faisceau. Le phénomène de diffusion étant le même pour les deux faisceaux, l'intensité lumineuse du champ de granularité due à la superposition est proportionnelle à l'intensité lumineuse diffusée par chacun des plans lumineux. On a donc en moyenne :

$$K = \langle I_{1g} \rangle / \langle I_1 \rangle = \langle I_{2g} \rangle / \langle I_2 \rangle \quad (\text{III. 18})$$

Tel que K est un facteur dépendant des caractéristiques de diffusion de la matière A partir de (III.17) et (III.18) on peut écrire :

$$\text{var}^2 = \text{var}_1^2 + \text{var}_2^2 + 2K^2 \gamma^2 \langle I_1 \rangle \langle I_2 \rangle \quad (\text{III. 19})$$

Finalement on obtient le facteur de corrélation $K^2 \gamma^2$:

$$K^2 \gamma^2 = \frac{\text{var}^2 - \text{var}_1^2 - \text{var}_2^2}{2\langle I_1 \rangle \langle I_2 \rangle} \quad (\text{III. 20})$$

Par conséquent, à partir de l'acquisition des trois images de granularité laser au sein de l'échantillon, nous pouvons calculer var , var_1 , var_2 , $\langle I_1 \rangle$ et $\langle I_2 \rangle$ afin de déterminer le facteur de corrélation, permettant ainsi de visualiser les franges isochromes et isoclines sur le feuillet considéré.

III.6.3.2.2 Analyse numérique des champs de granularité

Afin de calculer de manière rapide et efficace le facteur de corrélation en chaque point de l'image pour déterminer les paramètres isoclines et isochromes, l'équipe de recherche en photomécanique de l'axe PEM a développé le logiciel Photo 3D.

Les intensités moyennes et les variances de I_1 , I_2 et I sont calculées localement sur une zone carrée de dimension N fixée par l'utilisateur. Suivant la valeur de N définie par l'utilisateur, le contraste et la granularité de l'image $k^2 \gamma^2$ ne sont pas les mêmes. La taille de la zone de calcul est choisie en fonction du type de frange que l'on cherche à visualiser (plus les franges sont proches, plus la zone doit être petite). La taille de la zone de calcul correspond à la base de mesure pour calculer les grandeurs statistiques.

Afin d'avoir une résolution la plus fine possible, il est nécessaire d'avoir un grain de granularité laser (« speckle ») très fin, de la taille d'un pixel. Pour cela, on peut agir sur les différents paramètres caractérisant l'ouverture numérique (diaphragme, distance) de manière à obtenir une taille de grain aussi petite que possible.

Pour chaque pixel (i,j) , le logiciel calcule chacun des termes intervenant dans l'équation (III.20). La moyenne et la variance de (I) sont calculées sur une zone de $(2N+1)^2$ pixels centrée en (i,j) :

$$\langle I(i,j) \rangle = \sum_{K=-N}^{K=+N} \sum_{I=-N}^{I=+N} I(i+k, j+1) / (2N+1)^2 \quad (\text{III. 21})$$

Une fois la valeur moyenne calculée, la variance est obtenue par :

$$\begin{aligned} \text{var}^2(i,j) &= \langle [I(i,j) - \langle I(i,j) \rangle]^2 \rangle \\ &= \sum_{K=-N}^{K=+N} \sum_{I=-N}^{I=+N} [I(i+k, j+1) - \langle I(i,j) \rangle]^2 / (2N+1)^2 \end{aligned} \quad (\text{III. 22})$$

Les valeurs moyennes et les variances pour (I_1) et (I_2) sont obtenues de la même manière. Ainsi le logiciel calcule une quatrième image correspondant à ($K^2\gamma^2$), ce qui permet de représenter les franges isochromes et isoclines de manière quasi instantanée.

III.6.3.2.3 Séparation des paramètres isochrome et isocline dans un feuillet mince

L'expression du facteur de corrélation est identique à celle de l'intensité lumineuse obtenue dans un polariscope 2D rectiligne. L'analyse de la lumière diffusée donne donc des franges équivalentes à celles obtenues

dans un polariscope rectiligne (isochrome et isocline).

$$K^2\gamma^2 = 1 - \sin^2 2a \sin^2 \frac{\varphi}{2} \quad (\text{III. 23})$$

Le facteur K dépend de la propriété de la diffusion du matériau utilisé. En pratique, il est approximativement égal à 1/10.

Sur un feuillet isolé, on rappelle que le paramètre isochrome φ est donné par :

$$\varphi = \frac{2\pi Ce}{\lambda} (\sigma' - \sigma'') \quad (\text{III. 24})$$

Le paramètre isocline s'exprime en fonction des composantes du tenseur des contraintes :

$$a = \frac{1}{2} \arctan \left(\frac{2\sigma_{xy}}{\sigma_{xx} - \sigma_{yy}} \right) \quad (\text{III. 25})$$

Les franges isoclines correspondant aux directions des contraintes principales secondaires, peuvent être gênantes lorsque l'on veut observer uniquement les franges isochromes afin d'accéder aux différences de contraintes principales secondaires. Pour cela, il est possible de les éliminer en faisant l'acquisition d'images d'un même état de charge avec deux orientations de l'incidence des faisceaux (par exemple 0° et 45°).

Pour une étude 2D, lorsque l'on veut éliminer le paramètre isocline, on utilise un polariscope circulaire avec deux lames quart d'onde afin de faire tourner la polarisation de la lumière et de faire apparaître seulement les franges isochromes. En 3D, la polarisation est fonction de l'orientation des faisceaux. En orientant les faisceaux d'un angle θ , on fait varier la direction de

polarisation et de ce fait, l'isocline tourne également d'un angle θ . On obtient alors deux images contenant les réseaux de franges où les isoclines ont des orientations différentes. Par exemple, pour $\theta = 0^\circ$ et $\theta = 45^\circ$ et en sommant les deux images, on élimine les franges isoclines. Dans ce cas, on observe uniquement les franges isochromes.

III.6.3.3 Exploitation des franges photoélastiques

A partir des franges photoélastiques 3D obtenues, deux approches sont généralement utilisées pour caractériser l'état mécanique d'un feuillet découpé optiquement dans un modèle.

La première consiste à déterminer la différence des contraintes ou des déformations et à calculer les contraintes (par intégration des équations d'équilibre en partant d'un bord) et cette approche passe par une analyse du réseau de franges isochromes. En pratique l'ordre de frange est déterminé manuellement ou à l'aide d'une méthode de démodulation de phase à partir d'une seule image. Cette technique, appelée Modulated Phase Corrélation (MPC), a été développée au sein de l'axe PEM par Robin et al [21]. Elle consiste à épouser la morphologie locale du réseau de franges par un réseau de franges virtuelles. On évalue alors le degré de similitude entre ces deux réseaux (réel et virtuel) par un coefficient de corrélation. Lorsque le degré de similitude maximal est atteint, la fonction de phase virtuelle du modèle est proche de la fonction de phase réelle. La MPC permet de déterminer la phase en tout point de l'image.

La seconde approche consiste à comparer les franges obtenues expérimentalement avec des franges obtenues à partir d'un modèle théorique ou numérique. Pour cela un modèle théorique ou numérique correspondant au cas réel est établi ce qui permet d'obtenir le tenseur des contraintes en tout point du modèle. Au sein de celui-ci, on définit un feuillet sur lequel on effectue une étude photoélastique, en y reconstituant les variations de l'intensité lumineuse correspondant à l'état de contrainte de chaque point du modèle. Cette technique sera détaillée dans le chapitre suivant.

III.7 Conclusion

Dans ce chapitre nous avons présenté dans un premier temps la théorie relative à la photoélasticimétrie, notamment le phénomène de biréfringence utilisé en photoélasticité pour l'analyse des contraintes dans les modèles sollicités. Nous avons expliqué les différentes configurations de polariscope (en lumière plane ou circulaire) et l'utilisation de ce dernier du phénomène de biréfringence pour l'obtention des franges isochromes et isoclines, qui permettent de déterminer respectivement les valeurs des contraintes de cisaillement maximales et les directions des contraintes principales dans le modèle étudié.

Ensuite on a vu les fondements de la photoélasticité 3D par découpage optique qui consistent à isoler un feuillet au sein du modèle photoélastique 3D par deux faisceaux plans laser, ce qui permet en balayant les deux faisceaux dans l'épaisseur du modèle d'étudier plusieurs feuillets et ainsi évaluer les différences de contraintes dans tout le volume. L'analyse statistique des champs de granularité obtenue par diffusion de la lumière permet de calculer le facteur de corrélation, qui est un paramètre similaire à l'intensité lumineuse observée en photoélasticimétrie 2D. Ce qui permet d'obtenir des franges telles qu'elles sont observées dans des cas 2D avec un polariscope à lumière rectiligne.

Pour exploiter ces franges, deux approches sont généralement utilisées. La première consiste à analyser les réseaux de franges et déterminer la différence des contraintes en tout point du modèle et la seconde consiste à établir un modèle numérique pour ensuite calculer les franges simulées et les comparer à celles obtenues expérimentalement. Cette approche est performante pour la validation d'une simulation numérique ce qui correspond à notre problématique d'étude. Le chapitre suivant présentera les différentes schématisations d'un milieu photoélastique et les formulations numériques pour la construction d'un modèle numérique sous CASTEM.

Chapitre IV : Analyse de champs des contraintes dans le contact conforme et le contact non conforme

IV.1 Introduction

L'étude expérimentale du contact entre solides dans les modèles tridimensionnels sous sollicitation reste encore un problème. Plusieurs méthodes expérimentales ont été faites principalement aux voisinages des zones de contact.

La méthode photoélastique permet d'obtenir les franges isoclines et isochromes qui seront ensuite exploitées pour déterminer l'orientation et les valeurs des différentes contraintes principales relevées le long d'une droite quelconque dans une section donnée du modèle étudié, le but étant d'obtenir les valeurs maximales des contraintes pour pouvoir dimensionner.

L'analyse des résultats se fera d'une part, par la comparaison des courbes de la variation de la contrainte maximale τ_{\max} , le long d'une droite passant par les points de contact, et d'autre part, par la comparaison des franges isochromes et isocline relevées sur le polariscope avec celles simulées numériquement à l'aide du logiciel « CASTEM ».

Dans ce chapitre nous avons étudié l'analyse expérimentale et numérique des contraintes de contact conforme et non conforme dans trois modèles différents.

IV.2 La préparation des modèles

IV.2.1 L'usinage

Dans cette expérience, on a fabriqué quatre pièces :

- Un demi-disque avec une demi-rondelle en acier, de module de Young $E = 210000 \text{ Pa}$ et de coefficient de Poisson $\nu = 0,3$.
- Une demi-rondelle avec une plaque rectangulaire en époxy de 70 mm d'épaisseur, de module de Young $E = 3273 \text{ Pa}$ et coefficient de Poisson $\nu = 0,37$.

Pour la fabrication du demi-disque, on a réalisé un disque en acier sur un tour automatique. On a découpé le disque en deux avec une scie à métaux pour obtenir le demi-disque. Le demi-disque a été aplati par une fraiseuse automatique pour obtenir une surface plane. Les mêmes processus ont été suivis pour la demi-rondelle support. La rondelle est travaillée sur un tour automatique puis découpée en deux pour obtenir la demi-rondelle (Figure VI.1).



Figure VI.1 : Les étapes de fabrication de la demi-rondelle support

IV.2.2 Visualisation des contraintes résiduelles

Une fois les pièces sont placés sur le polariscope (Figure VI.2), on remarque l'apparition des franges isochromes sans aucun chargement. Les pièces présentent à ce stade des contraintes résiduelles.



Figure VI.2 : Visualisation des contraintes résiduelles sur deux pièces dans le polariscope

IV.2.3 Elimination les contraintes résiduelles

Pour éliminer les contraintes résiduelles nous avons utilisé un traitement thermique à l'intérieure d'une étuve. C'est un traitement thermique de relaxation adapté à ce genre de matériau.

Les surfaces de ces deux pièces sont positionnés perpendiculairement par rapport au milieu d'emplacement (figure VI.3) pour éviter la dilatation des deux pièces.



Figure VI.3 : Les deux pièces à l'intérieur de l'étuve

Pour éliminer les contraintes résiduelles des deux pièces, nous avons utilisé un cycle thermique de 125 °C à 4 °C par heure (figure IV.4). Le modèle est resté dans le four pendant 35 heures pour homogénéiser la température de refroidissement. Ensuite, il a été refroidi avant d'être retiré avec une dégradation de température (4 °C par heure) qui a pris environ 31,25 heures.

Ce processus a pris environ 66,5 heures (Tableaux VI.1) pour éliminer toutes les contraintes résiduelles.

Temps(Heure)	Température (°C)
0	18.7
31.25	125
35.25	125
66.5	18.7

Tableaux VI.1 : Traitement thermique pour figer les contraintes

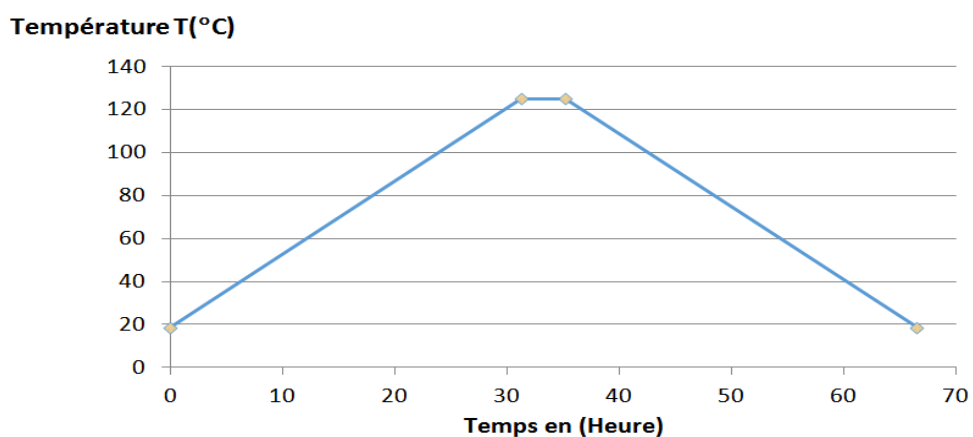


Figure VI.4 : Traitement thermique pour figer les contraintes

IV.2.4 Visualisation sur le polariscope après l'élimination des contraintes résiduelles

Après le traitement thermique, nous avons vu sur le polariscope qu'aucune contrainte résiduelle dans les modèles n'apparaît.

La figure (VI.5) suivante montre la disparition des contraintes résiduelles sur les deux pièces.



Figure VI.5: visualisation sur le polariscope des deux pièces après élimination des contraintes résiduelles

IV.2.5 Le Polissage

Après le traitement thermique les surface des deux pièces devinent opaque Pour obtenir un bon état de surface, on a fait un polissage sur la polisseuse (figure IV.6). On a effectué les différents polissages avec du papier abrasif à différentes dimensions des grains de 80 jusqu'à 4000.



Figure VI.6: le polissage de la demi-rondelle sur une Polisseuse

IV.2.6 Visualisation sur le polariscope après le polissage

Après le polissage, on observe sur le polariscope, le réseau des franges isochromes en champ clair.

Les franges obtenues sont représentées Sur la figure (IV.7).

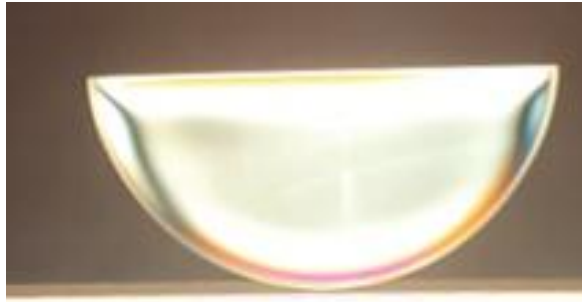


Figure VI.7: Visualisation du demi-disque sur le polariscope après le polissage

IV.3 Détermination de la constante de frange

Avant d'effectuer les essais; on doit d'abord retrouver la valeur exacte de la constante de frange f . Pour cela, on la détermine à l'aide de la méthode d'essai de flexion 4 points, la valeur obtenue sera la valeur de f utilisée pour l'analyse des contraintes dans le modèle.

IV.3.1 Essai de flexion 4 points

L'essai de flexion 4 points (figure IV.8), permet de créer un moment fléchissant constant sur une éprouvette en matériau biréfringent.

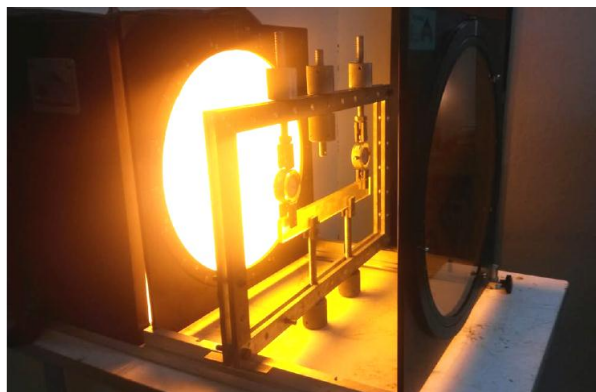


Figure IV.8 : Dispositif de chargement en flexion

-Modèle utilisé

L'éprouvette ci-dessous sera soumise à un moment fléchissant en utilisant le banc d'essai sur la figure IV.9

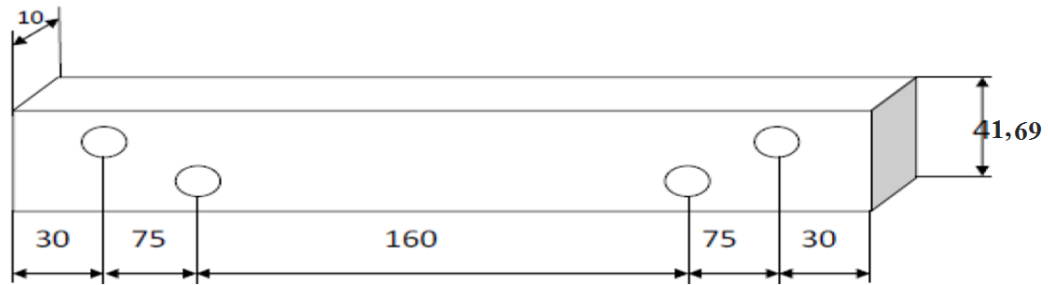


Figure IV.9: Eprouvette de l'essai de flexion

Avant de commencer l'expérience, il est nécessaire de régler la disposition des polaroids qui donne la lumière circulaire avec élimination des isoclines.

En créant un moment fléchissant constant sur une certaine partie de l'éprouvette, une fois Les franges isochromes visualisées (figure IV.10). On relève leurs nombres afin de retrouver la valeur de l'ordre de frange au niveau du bord libre.

Le calcul de M_f permet de retrouver la valeur de la constante de frange.

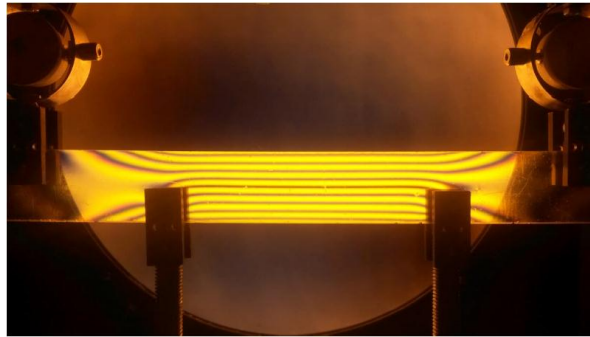


Figure IV.10: Les franges isochromes obtenues en flexion quatre points

-Calcul de la constante de frange

$$\sigma_1 - \sigma_2 = \frac{Nf}{e} \quad (\text{IV. 1})$$

Sur les bords de l'éprouvette nous avons: $\sigma_2 = 0$

Ce qui donne :

$$f = \frac{e\sigma_1}{N} \quad (\text{IV. 2})$$

La contrainte σ nous est donnée par la formule suivante :

$$\sigma_1 = \frac{M_f}{w_{xx}} = \frac{M_f}{I_{xx}} v \quad (\text{IV. 3})$$

Tel que : $w_{xx} = \frac{I_{xx}}{v}$

Ou : I_{xx} (mm^4) est le moment d'inertie de la plaque qu'est donné par la relation :

$$I_{xx} = \frac{e \cdot h^3}{12} \quad (\text{IV. 4})$$

v : est la distance qui sépare la ligne neutre du bord de la distance qu'est donnée par la relation :

$$v = h / 2$$

En remplaçant (IV.3) dans la relation (IV.2) on aura :

$$f = \frac{6M_f}{h^2 N} \quad (\text{IV. 5})$$

-Calcul du moment fléchissant M_f

On applique aux points A et B, un effort F d'intensité égale à 168 N.

A l'équilibre, on a:

$$\begin{aligned} \sum F &= 0 \rightarrow 2F - R_B - R_C = 0 \\ \sum M_{f/B} &= F_A (AB) + R_B (BB) + R_C (CB) + F_D (DB) = 0 \\ &\rightarrow 160R_C - 235F_D + 75F_A = 0 \end{aligned} \quad (\text{IV. 6})$$

A partir de ces équations d'équilibre, on retrouve:

$$R_B = R_C = F = 168 \text{ N} \quad (\text{IV. 7})$$

Le moment fléchissant entre A et B est

$$M_f = F_x \quad (\text{IV. 8})$$

Le moment fléchissant entre B et C est

$$\begin{cases} M_f = F_x - R_B + (x - 75) \\ M_f = F_x - F_x + 75 \cdot F \\ M_f = 75 \cdot F \end{cases} \quad (\text{IV. 9})$$

De (IV.7) et (IV.9), on déduit le moment maximum :

$$M_f = 12600 \text{ N.mm}$$

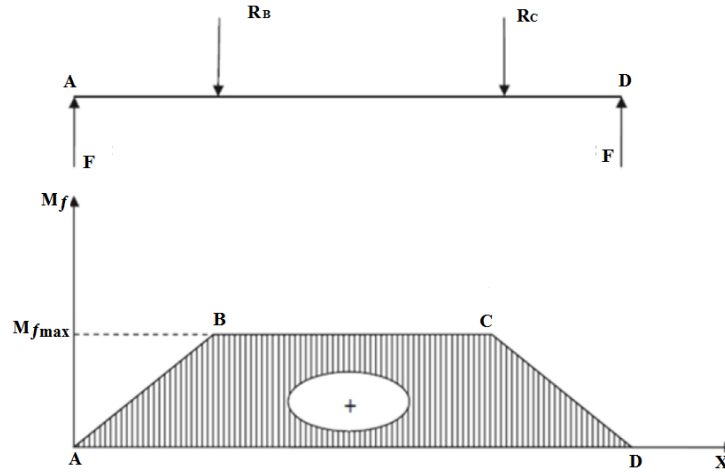


Figure IV.11: Diagramme du moment fléchissant

Après application des efforts, on relève sur la largeur de la poutre l'ordre de frange N correspondant au moment fléchissant appliqué sur le modèle.

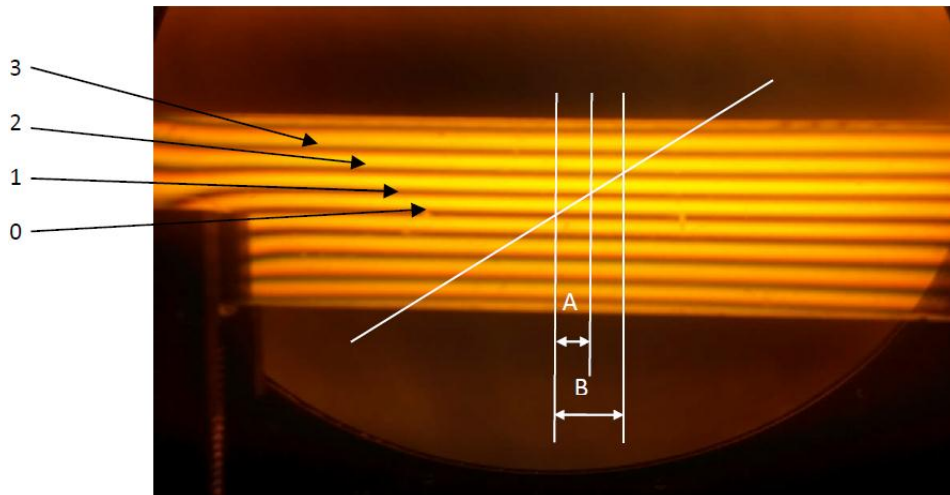


Figure IV.12: relevé de l'ordre de frange au bord de l'éprouvette

Sachant que l'ordre de frange au niveau de la ligne neutre est égale à zéro, à une distance A, on a l'ordre de frange égale à 2, l'ordre de frange N au bord de l'éprouvette, à une distance B sera donné avec : $N=2 (B/A)$

En mesurant les distances A et B à partir de la figure IV.12, on aura le rapport (B/A) égale à 2, ce qui donne $N=4$

$$N=N^*/2 \quad (\text{IV. 10})$$

En substituant équation (IV.10) dans équation (IV.5) on aura :

$$f = \frac{6M_f}{h^2 N} \quad (\text{IV. 11})$$

Appelons celle-ci f faisant l'application numérique :

$$h = 41.69 \text{ mm}$$

$$M_f = 12600 \text{ N.mm}$$

$$N^* = 8$$

On trouve :

$f = 10,87 \text{ N/mm. Ordre}$

IV.4 Analyse numérique et expérimentale des contraintes sur un modèle en contact conforme

Après chargement des trois modèles en lumière monochromatique polarisée circulairement, les franges isochromes en champ clair peuvent être distinguées et repérées par leur ordre d'apparition. Nous pouvons compter les franges par demi-ordre croissant.

Pour relevée expérimentalement les franges isoclines sur le polariscope. On a tourné les deux polaroids simultanément. On a visualisé les différentes franges isoclines qui apparaissent.

Dans cette partie on a comparé entre les franges isochromes et isoclines relevées expérimentalement sur le polariscope et celles simulées numériquement à l'aide du logiciel « CASTEM ».

IV.4.1 Visualisation du réseau isochromes

Le modèle de contact conforme (figure IV.13) se compose de deux solides. Un demi-disque d'acier soumis à une force F positionné perpendiculairement sur une plaque rectangulaire d'époxy.

La figure (VI.14) représente les franges isochromes en champ clair obtenues expérimentalement.

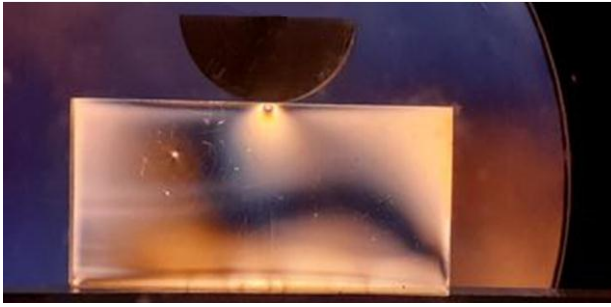


Figure IV.13 : Modèle Observé sur le polariscope avant l'application de la force F sur le modèle.

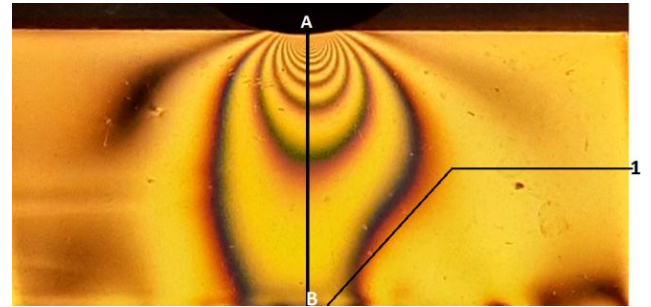


Figure IV.14 : Réseau isochromes Observé sur le polariscope pendant l'application de la force $F=336\text{N}$ sur le modèle

La figure (VI.15) représente les franges isochromes en champ clair obtenues à l'aide du programme CASTEM. Elles sont tracées avec une échelle de couleur. Les franges isochromes en champ clair représentent une intensité $I=1-\sin^2/2$.

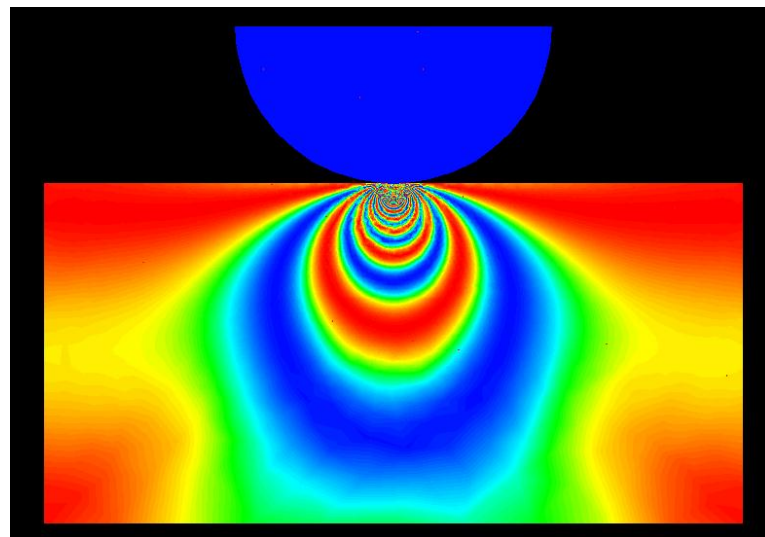


Figure IV.15 : Les franges isochromes en champ clair de même modèle obtenues à l'aide du programme CASTEM

Les franges au voisinage du contact sont difficiles à distinguer, ce qui nous amène à agrandir cette zone pour pouvoir repérer ces franges (figure IV.16 et IV.17). Les autres franges peuvent être observées sur toute la surface du modèle.

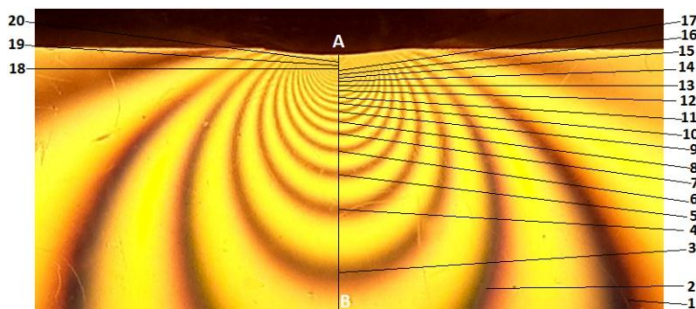


Figure IV.16 : Les franges isochromes de la zone de contact observés sur le polariscope

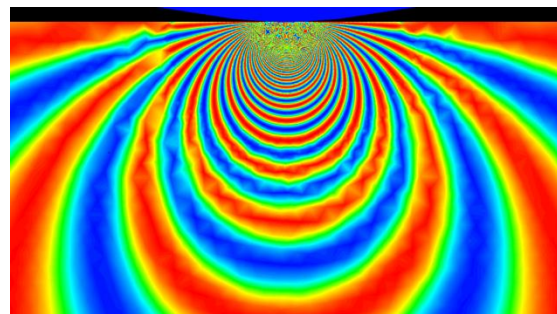


Figure IV.17: Les franges isochromes de la zone de contact obtenues à l'aide de programme CASTEM

IV.4.2 Analyse des contraintes de cisaillement maximale τ_{max}

-Calcul de la valeur τ_{max} suivant le segment [AB] :

À l'intersection du segment [AB] avec les franges isochromes, on relève les distances correspondantes par rapport aux points de contact.

Ordre de frange	Distance sur image (mm)	Distance réelle en (mm)	$\sigma_1 - \sigma_2 = (N.f)/e$ [Mpa]	$\tau_{max} = (\sigma_1 - \sigma_2)/2$ [MPa]
1	165	48,65	1,55	0,775
2	85	21,25	3,1	1,55
3	55	13,75	4,65	2,32
4	39	9,75	6,21	3,1
5	30	7,5	7,76	3,88
6	24	6	9,31	4,65
7	20	5	10,87	5,435
8	16	4	12,42	6,211
9	14	3,5	13,97	6,98
10	12	3	15,52	7,76
11	10,5	2,62	17,08	8,54
12	9	2,25	18,63	9,31
13	7,5	1,87	20,18	10,09
14	6,5	1,62	21,74	10,87
15	5,5	1,37	23,29	11,87
16	4,5	1,12	24,84	12,42
17	3,25	0,8125	26,39	13,195
18	1,75	0,4375	27,95	13,975
19	0,8	0,2	29,5	14,752
20	0,5	0,125	31,05	15,52
A	0	0	0	0

Tableaux VI.2 : Evolution de τ_{max} relevée expérimentalement le long de la droite [AB]

-Analyse des courbes expérimentale et numérique:

La courbe expérimentale :

D'après la figure(IV.18). la contrainte de cisaillement maximale (τ_{\max}) augmente rapidement à partir d'une valeur nulle au milieu de la zone de contact (points de Hertz) pour atteindre son maximum à 15,52 MPa à une distance de 0,125 mm. Puis diminue rapidement jusqu'à sa valeur minimale à 0,775 MPa à une distance de 48,65mm.

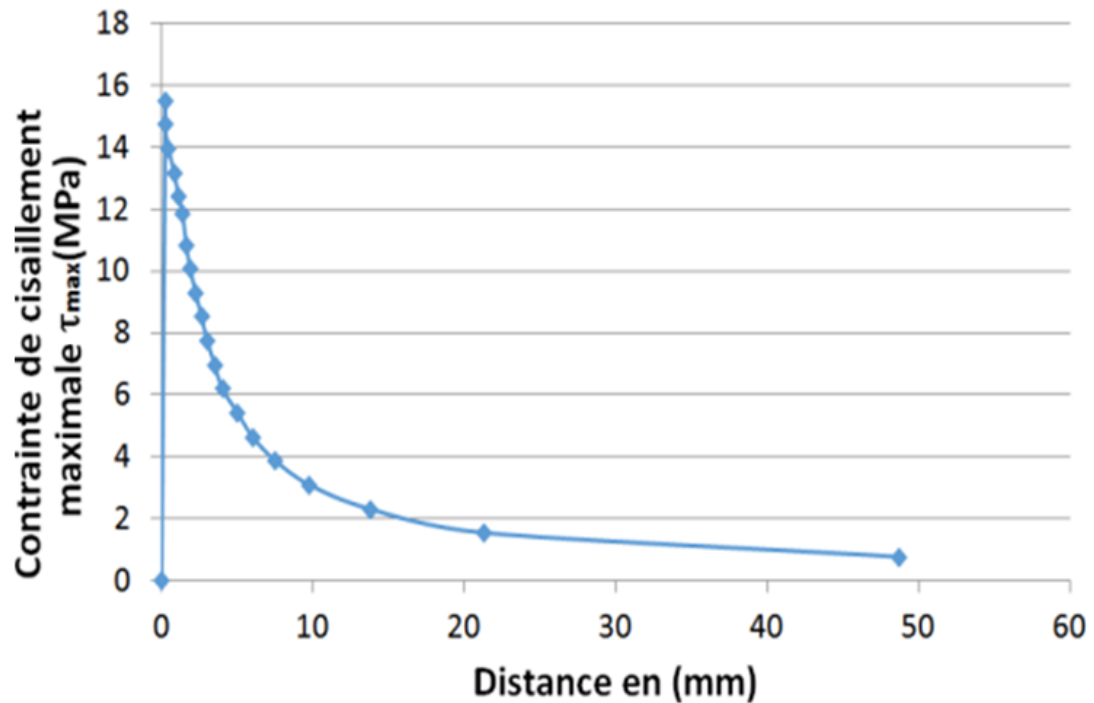


Figure IV.18: Evolution de (τ_{\max}) relevée expérimentalement le long de la droite [AB]

La courbe numérique:

D'après la figure(IV.19). La contrainte de cisaillement maximale (τ_{\max}) augmente rapidement à partir d'une valeur nulle au milieu de la zone de contact (points de Hertz) pour atteindre son maximum à 17,61 MPa à une distance de 0,81 mm. Puis, diminue rapidement jusqu'à sa valeur minimale à 0,21 MPa à une distance de 48,65mm.

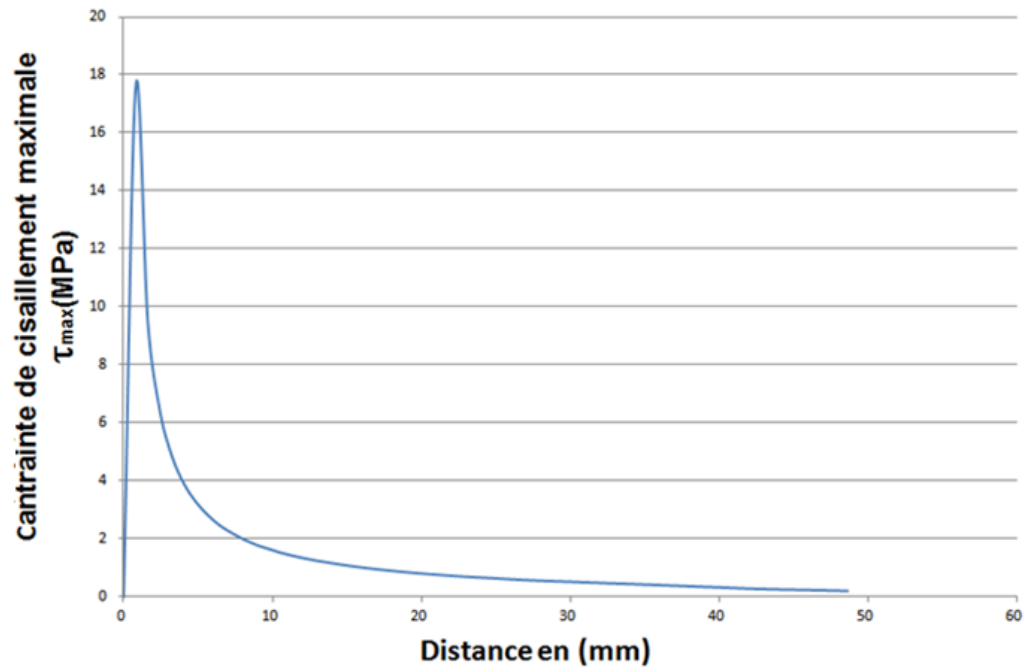


Figure IV.19: Evolution de (τ_{\max}) relevée expérimentalement le long de la droite [AB]

- Superposition des courbes :

La comparaison peut se faire par la superposition de la courbe numérique et la courbe expérimentale.

La figure (IV.20) montre que les deux graphes se rapprochent et qu'il y a une bonne concordance des résultats.

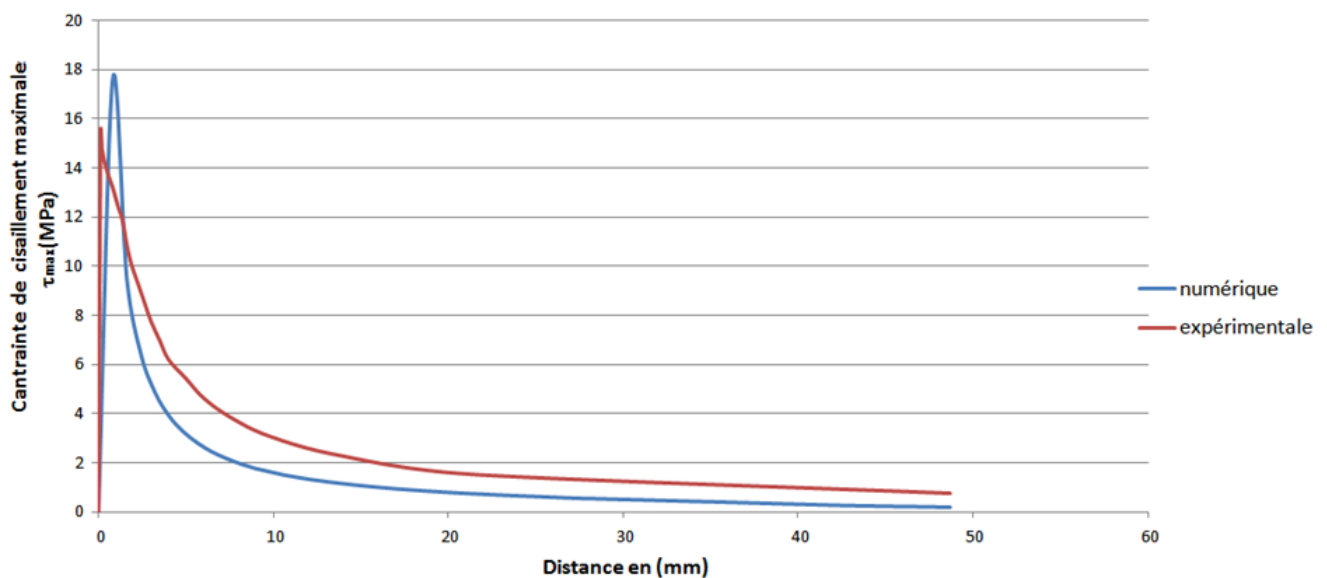


Figure IV.20 : superposition de la courbe numérique et expérimentale

IV.4.3 Visualisation du réseau isoclines

Dans cette partie on fait la comparaison entre les franges isoclines relevées expérimentalement sur le polariscope et celles simulées numériquement à l'aide du logiciel « CASTEM ».

-Les franges isoclines expérimentales:

Pour relever expérimentalement les franges isoclines (figure IV.21) sur le polariscope en faisant tourner les deux polaroids simultanément, on visualise les différentes franges isoclines qui apparaissent pour chaque valeur d'angle de rotation qui est de 10° , les franges isoclines qui sont les directions principales des contraintes apparaissent sous forme de franges obscures sur les images en fonction de la position des polaroids.

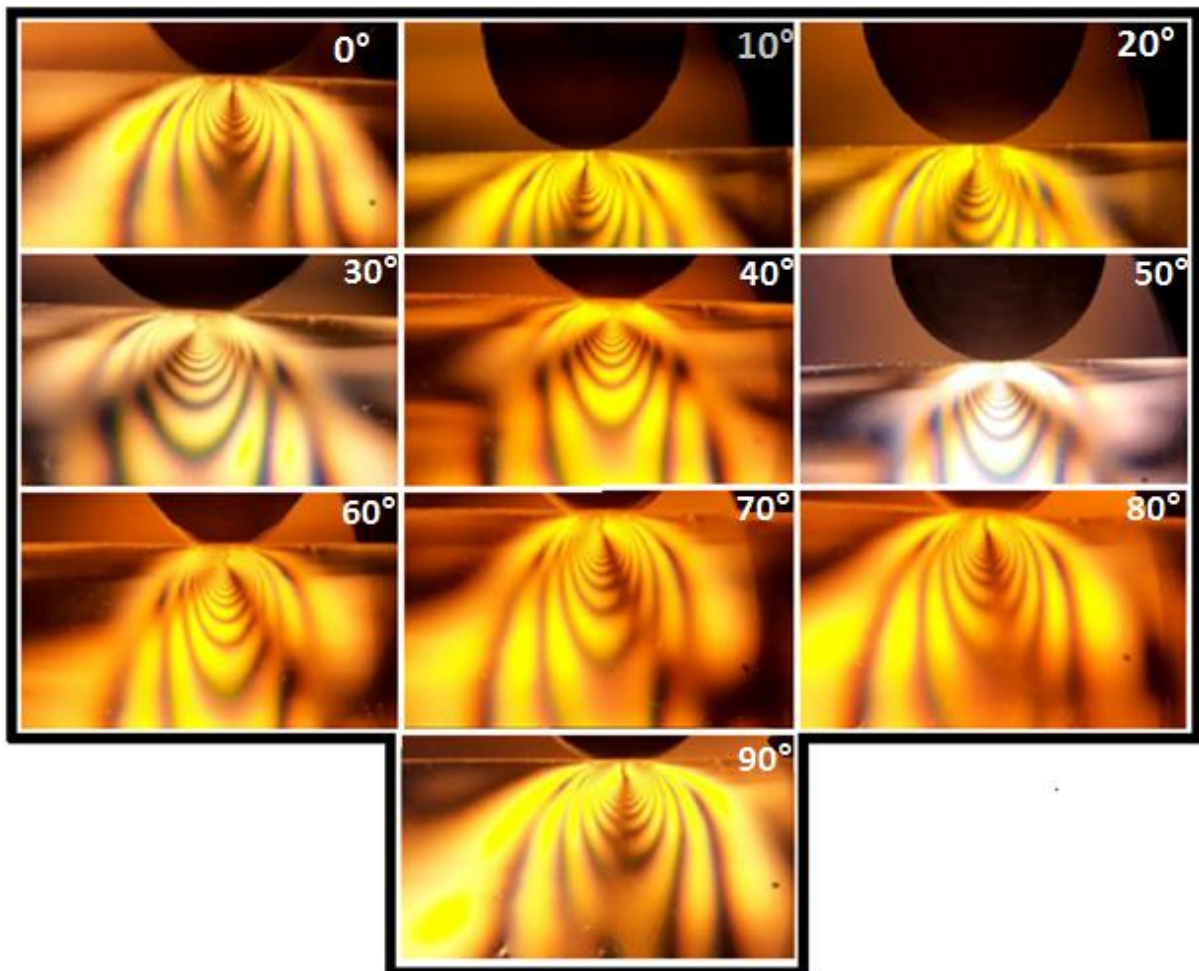


Figure IV.21: Les franges isoclines relevées expérimentalement

- Les franges isoclines numériques :

Pour les franges isoclines simulées numériquement (figure IV.22) à l'aide du logiciel « CASTEM » le programme donne la valeur de $\sin^2 2\alpha$ en chaque point du modèle ; ce qui permet

de tracer les isoclines correspondant à $\sin^2 2\alpha = 0$. On simule la rotation des polaroids en augmentant successivement l'angle isocline α de 10 degrés. La figure (IV.19) représente les différentes franges isoclines obtenues pour les différentes valeurs de l'angle isocline α .

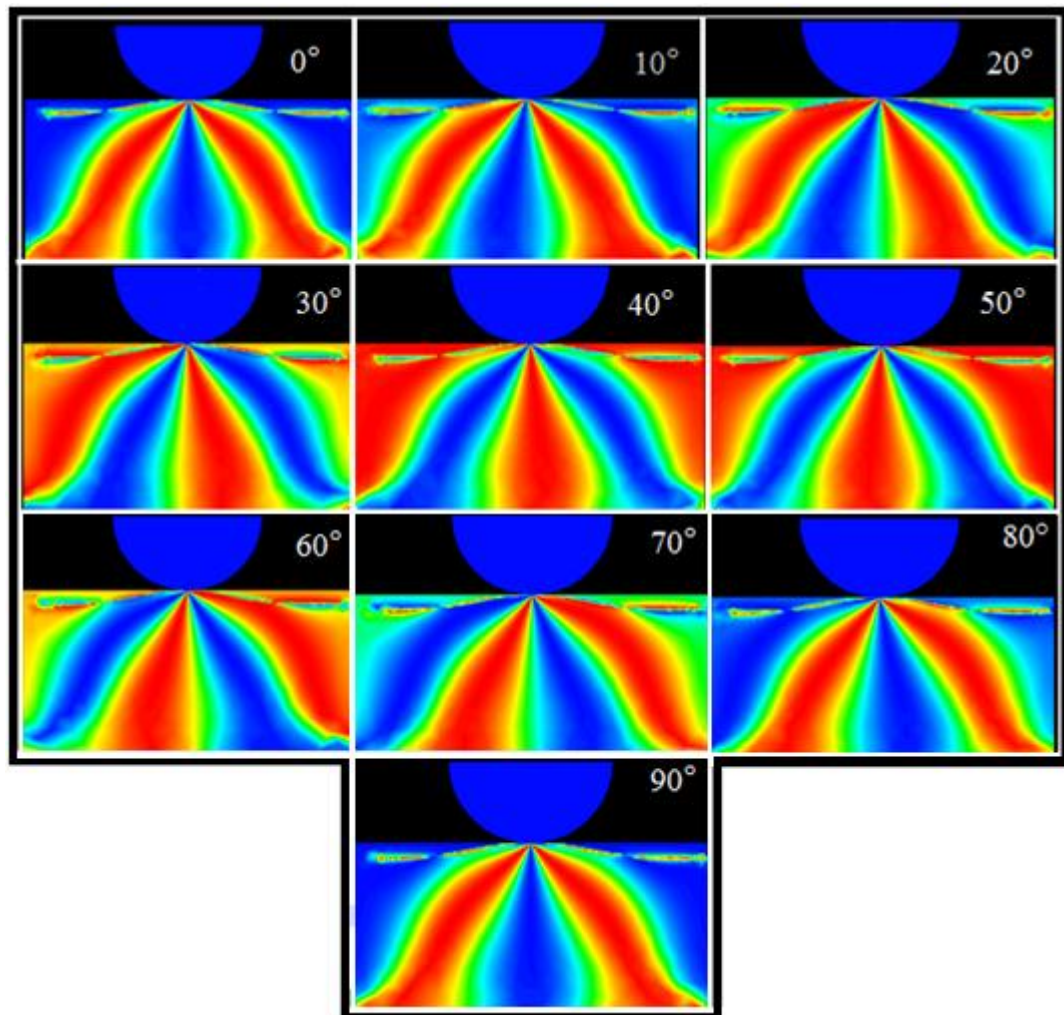


Figure IV.22: Les franges isoclines relevées numériquement

-Comparaison des résultats :

Pour la comparaison des isoclines obtenues numériquement et expérimentalement pour les différentes rotations de l'angle α , la partie sombre de chaque image correspond à l'isocline, zone où l'une des directions principales est parallèle ou perpendiculaire à l'un des axes des polaroids.

Les figures (IV.22 et 21), représentent les isoclines obtenues numériquement (figure IV.21), et les isoclines obtenues expérimentalement (figure IV.22).

On remarque qu'il est impossible de séparer le réseau isochrome du réseau isocline dans les images obtenues expérimentalement.

On remarque que les isoclines expérimentales et numériques sont semblables.

IV.5 Analyse numérique et expérimentale des contraintes sur un modèle en contact non Conforme

IV.5.1 Visualisation du réseau isochromes

Le modèle de contact non conforme (figure IV.23) se compose de trois solides. Un demi-disque d'acier soumis à une force F positionné sur une demi-rondelle d'époxy. La demi-rondelle d'époxy positionné sur une demi-rondelle support d'acier. La figure (VI.24) représente les franges isochromes en champ clair obtenues expérimentalement.



Figure IV.23: Modèle observé sur le polariscope avant l'application de la force F sur le modèle

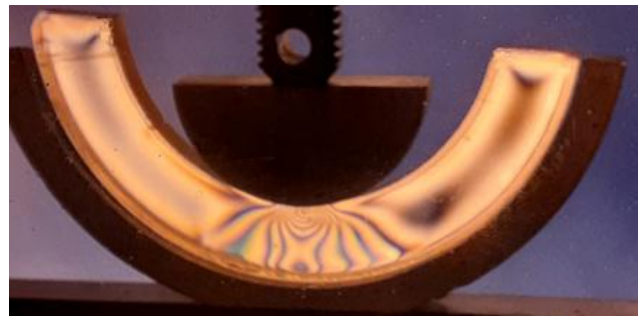


Figure IV.24 : Réseau isochromes observé sur le polariscope après l'application de la force $F=336\text{N}$ sur le modèle

La figure (VI.25) représente les franges isochromes en champ obscur obtenues à l'aide du programme CASTEM.

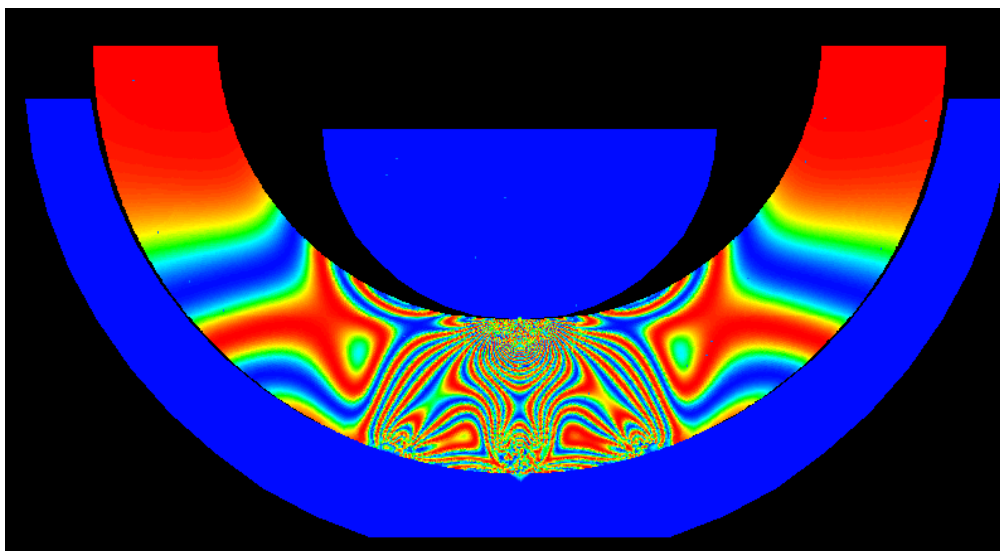


Figure IV.25 : Les franges isochromes en champ obscur obtenues à l'aide du programme CASTEM

Les franges au voisinage du contact sont difficiles à distinguer, ce qui nous amène à agrandir cette zone pour pouvoir repérer ces franges (Figure. IV.26 et IV.27). Les autres franges peuvent ensuite être repérées sur toute la surface du modèle.

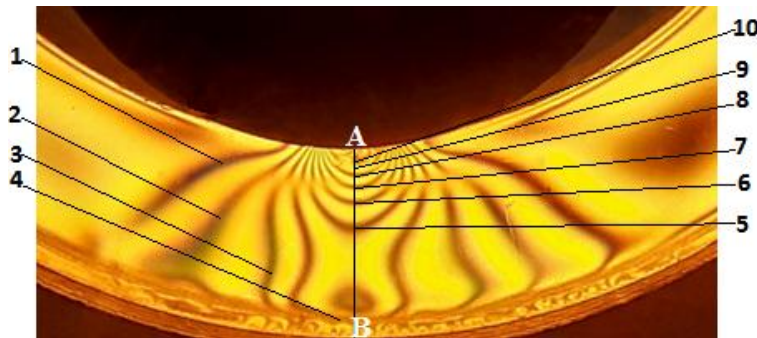


Figure IV.26 : Les franges isochromes de la zone de contact observées sur le polariscope

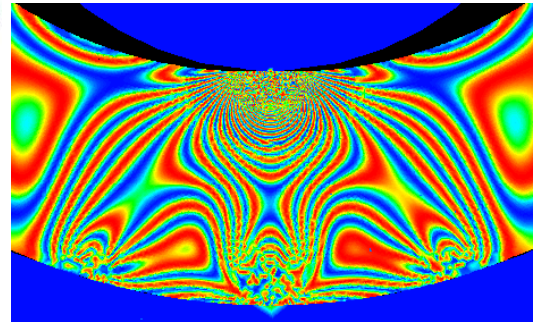


Figure IV.27: Les franges isochromes de la zone de contact obtenues à l'aide De programme CASTEM

IV.5.2 Analyse des Contraintes de cisaillement maximale τ_{max}

Ordre de frange	Distance sur image (mm)	Distance réelle en (mm)	$\sigma_1 - \sigma_2 = (N.f)/e$ [Mpa]	$\tau_{max} = (\sigma_1 - \sigma_2)/2$ [MPa]
1	74	14,75	1,55	0,776
2	72	14,4	3,1	1,55
3	70	14	4,65	2,32
4	67	13,4	6,21	3,1
5	60	12	7,76	3,88
6	46	9,3	9,31	4,65
7	21	4,2	10,87	5,43
8	15	3	12,42	6,21
9	10	2	13,97	6,98
10	7	1,4	15,52	7,76
A	0	0	0	0

Tableaux VI.3 : valeur de $\tau_{max} = (\sigma_1 - \sigma_2)/2$ [MPa] relevée suivant le long du segment [AB]

-Analyse des courbes expérimentale et numérique:

La courbe expérimentale :

D'après la figure(IV.28). la contrainte de cisaillement maximale (τ_{max}) augmente rapidement à partir d'une valeur nulle au milieu de la zone de contact (points de Hertz) pour atteindre son

maximum à 7.76MPa à une distance de 1.4 mm. Puis diminue rapidement jusqu'à sa valeur minimale à 0,776 MPa à une distance de 14.75mm.

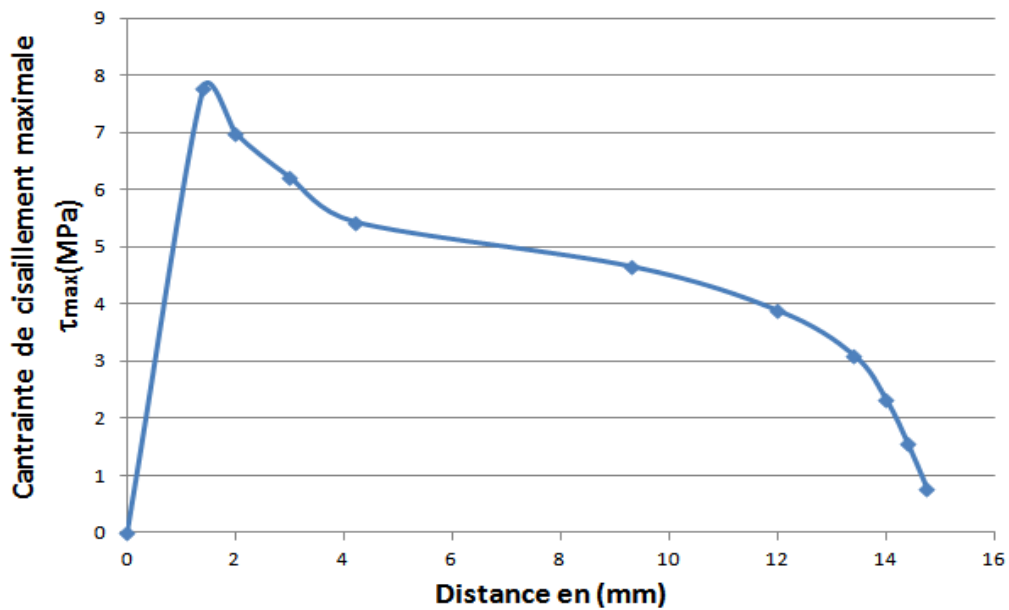


Figure IV.28: Evolution de (τ_{\max}) relevée expérimentalement le long de la droite [AB]

La courbe numérique:

D'après la figure(IV.29). La contrainte de cisaillement maximale (τ_{\max}) augmente rapidement à partir d'une valeur nulle au milieu de la zone de contact (points de Hertz) pour atteindre son maximum à 7.77 MPa à une distance de 1.37 mm. Puis, diminue rapidement jusqu'à sa valeur minimale à 0,78MPa à une distance de 14.76mm.

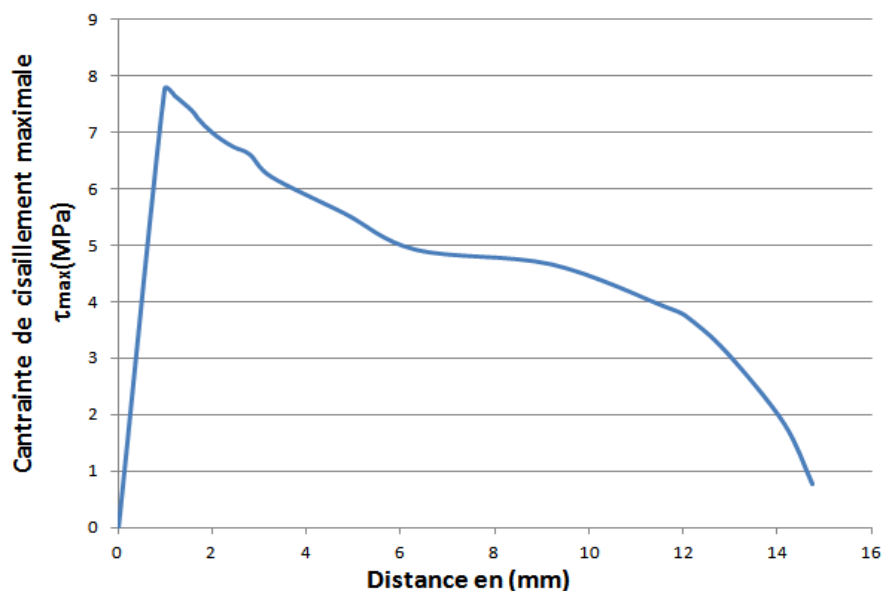


Figure IV.29: Evolution de (τ_{\max}) relevée expérimentalement le long de la droite [AB]

-Superposition des courbes :

La comparaison peut se faire par la superposition de la courbe numérique et de la courbe expérimentale obtenue.

La figure (IV.30) montre que les deux graphes se rapprochent et qu'il y a une concordance des résultats.

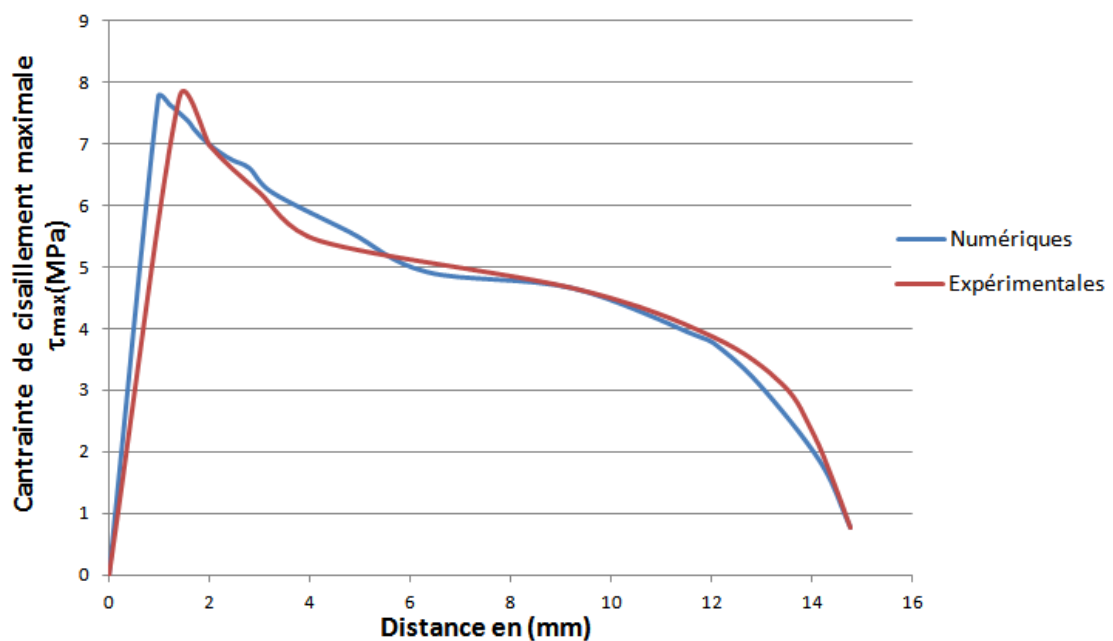


Figure IV.30: Superposition de la courbe numérique et de la courbe expérimentale

IV.5.3 Visualisation du réseau isoclines

Dans cette partie on fait la comparaison Pour relever les franges isoclines expérimentales et numériques entre les franges isoclines relevées expérimentalement sur le polariscope et celles simulées numériquement à l'aide du logiciel « CASTEM ».

du contact non conforme on a utilisé la même méthode que pour le contact conforme.

-Les franges isoclines expérimentales:

La Figure (IV.31) montre que les franges isoclines apparaissent sous forme de franges obscures sur les images en fonction de la position des polaroids.

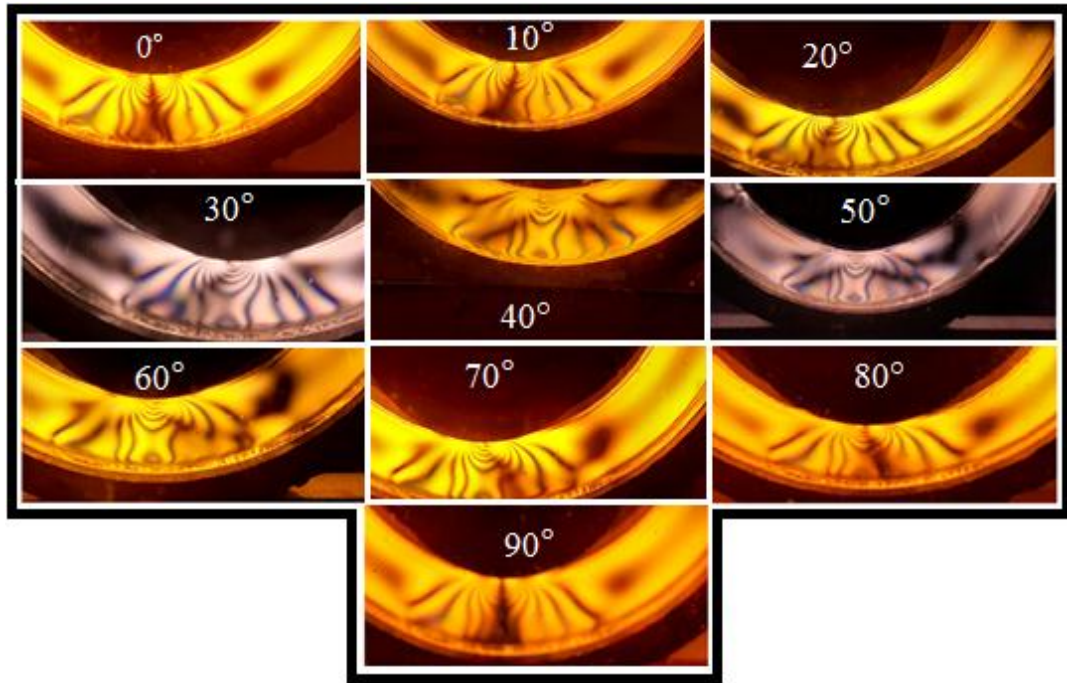


Figure IV.31: Les franges isoclines relevées expérimentalement

- Les franges isoclines numériques :

La figure (IV. 32) représente les différentes franges isoclines obtenues pour les différentes valeurs de l'angle isocline α .

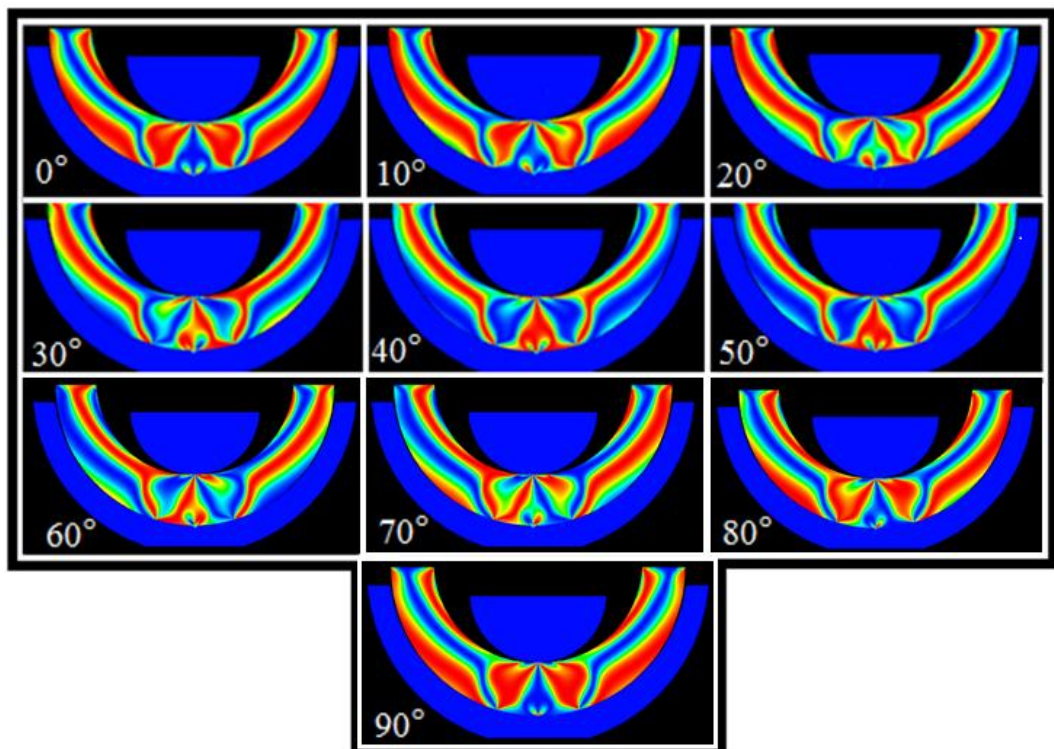


Figure IV.32: Les franges isoclines relevées numériquement

-Comparaison des résultats :

Les figures (IV.31 et 32), représentent les isoclines obtenues numériquement (figure IV.32), et les isoclines obtenues expérimentalement (figure IV.31).

On remarque qu'il est impossible de séparer le réseau isochrome du réseau isocline dans les images obtenues expérimentalement.

On remarque que les isoclines expérimentales et numériques sont semblables.

IV.5.4 Un autre cas d'un modèle de contact non conforme

Dans cette partie on présente juste une comparaison entre une analyse expérimentale et une analyse numérique des contraintes.

Le modèle (figure IV.33 et 34) est composé de deux solides, un disque en acier soumis à l'effort F positionné sur la demi-rondelle support. L'ensemble se positionne sur le banc d'essai de polariscope.



Figure IV.33 : observation de modèle sur le polariscope avant l'application de la force F sur le modèle

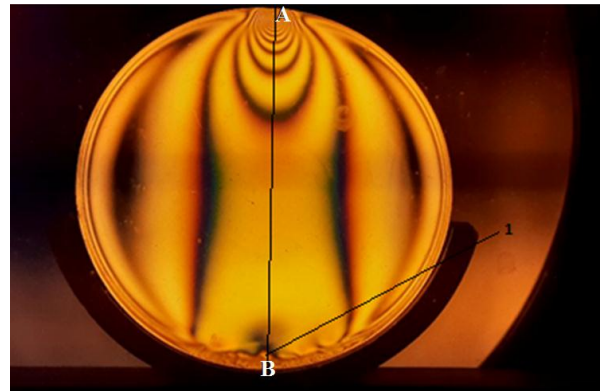


Figure IV.34 : Réseau isochromes observé sur le polariscope pendant l'application de la force $F=336\text{N}$ sur le modèle

-Visualisation des franges isochromes obtenues à l'aide de programme CASTEM:

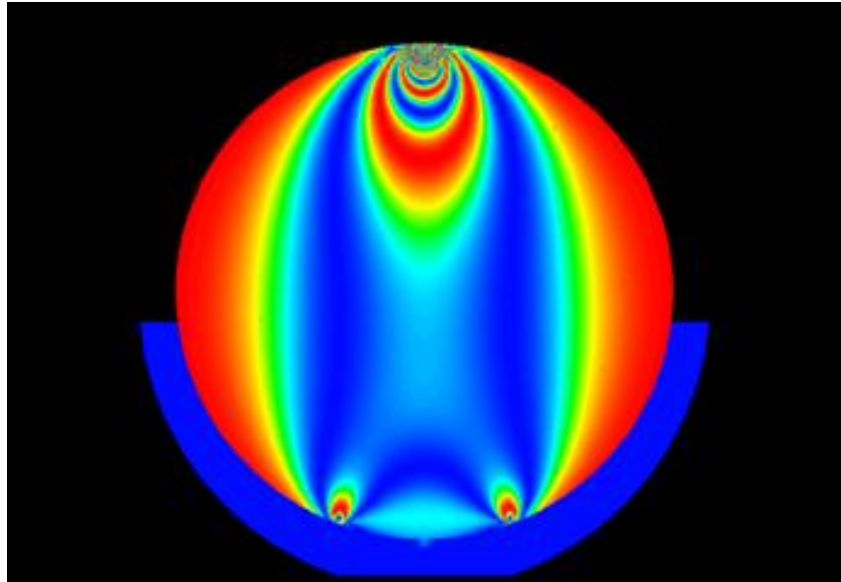
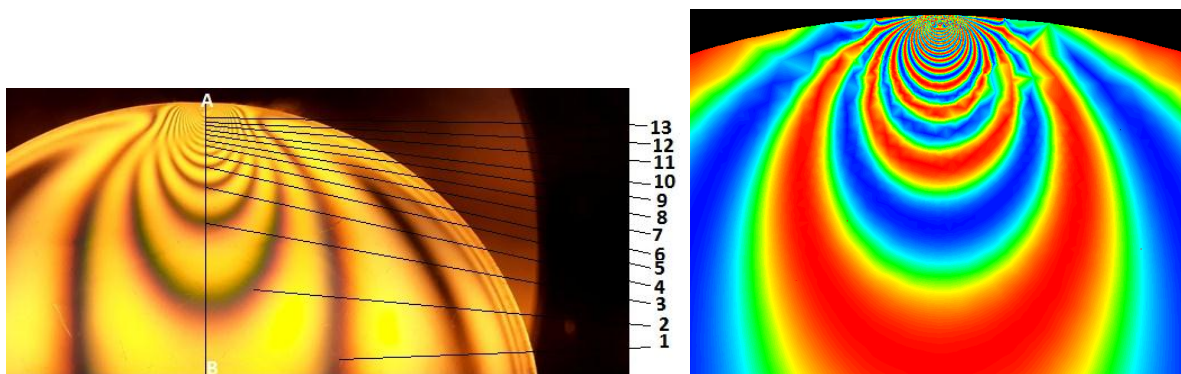


Figure IV.35 : Les franges isochromes en champ
Clair de même modèle, obtenues à l'aide
de programme CASTEM

-Agrandissement de la zone des franges au voisinage du contact :



Fi **Figure IV.37 :** Les franges de la zone de contact
ZO! obtenues à l'aide du programme CASTEM

-Calcul de la valeur τ_{max} suivant le segment [AB] :

Ordre de frange	Distance sur image (mm)	Distance réelle en (mm)	$\sigma_1 - \sigma_2 = (N.f)/e$ [Mpa]	$\tau_{max} = (\sigma_1 - \sigma_2)/2$ [MPa]
1	310	99,46	1,087	0,5435
2	98	31,51	2,174	1,087
3	57	18,32	3,261	1,6305
4	40	12,86	4,348	2,174
5	31	9,96	5,435	2,7175
6	25	8,03	6,522	3,261
7	21	6,75	7,609	3,8045
8	19	6,1	8,696	4,348
9	16	5,14	9,783	4,8915
10	13	4,18	10,87	5,435
11	11	3,53	11,957	5,9785
12	9	2,89	13,044	6,522
13	7	2,25	14,131	7,0655
A	0	0	0	0

Tableaux VI.4 : valeur de $\tau_{max} = (\sigma_1 - \sigma_2)/2$ [MPa] relevée suivant le long du segment [AB]

-Analyse des courbes expérimentale et numérique:

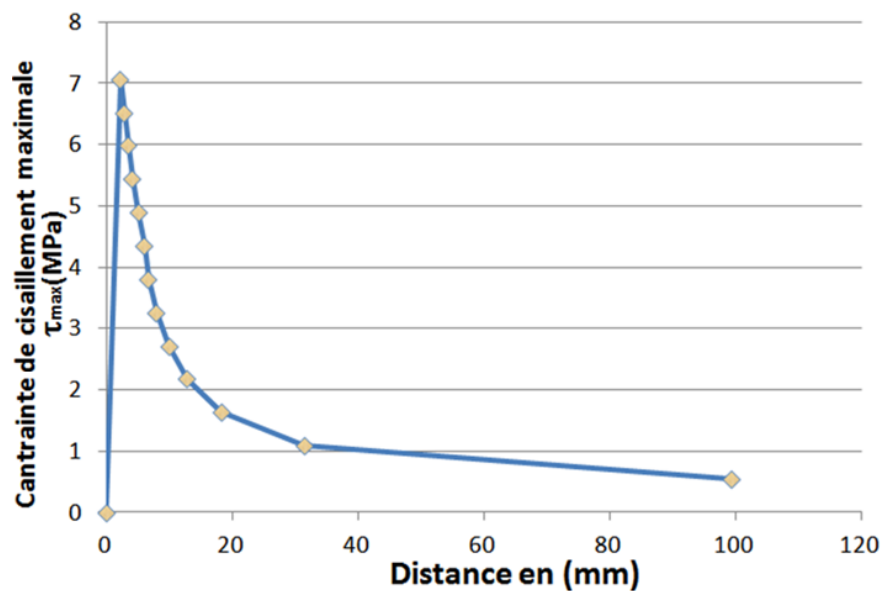


Figure IV 38: Evolution de (τ_{max}) relevée expérimentalement le long de la droite [AB]

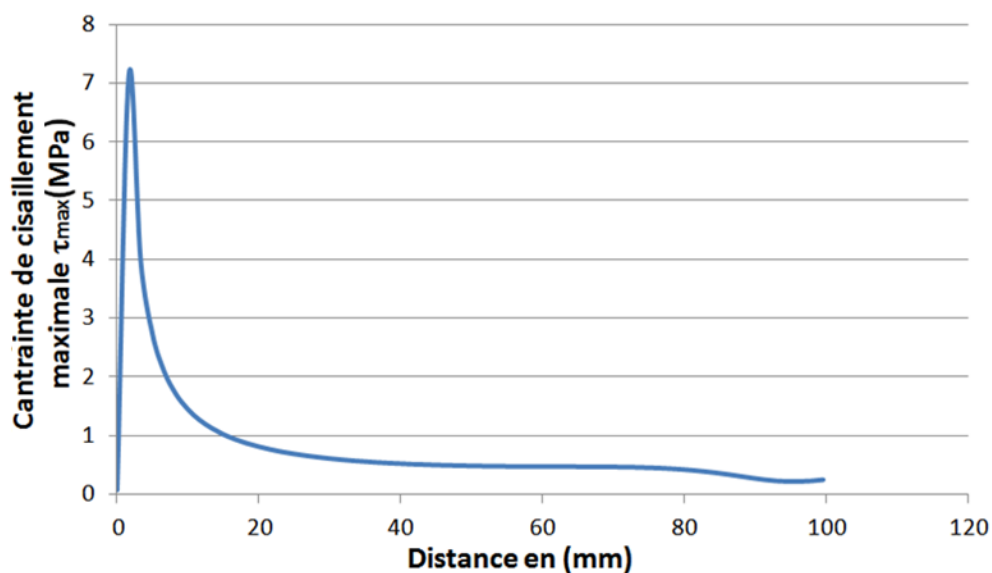


Figure IV. 39: Evolution de (τ_{\max}) relevée expérimentalement le long de la droite [AB]

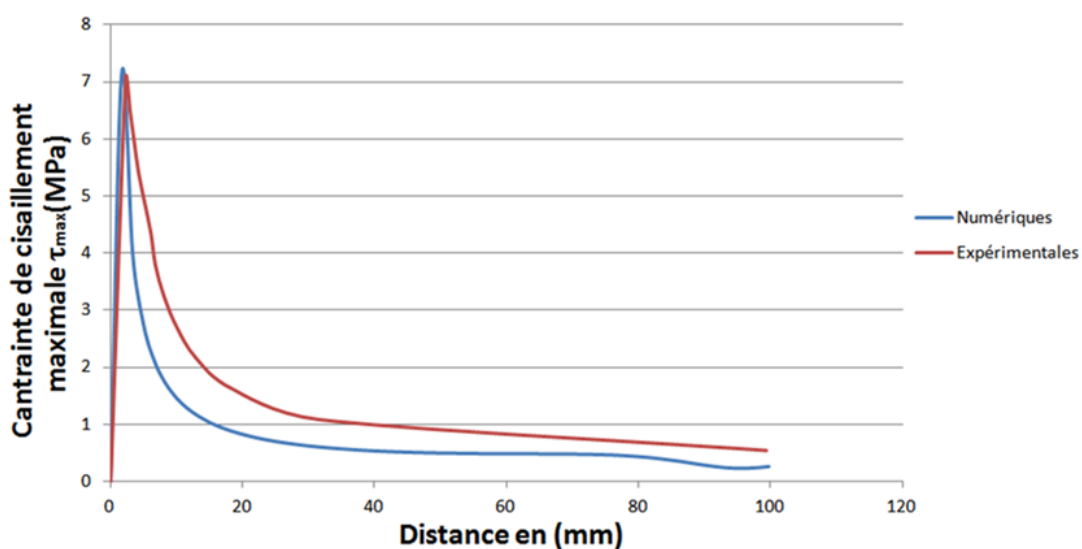


Figure IV.40: superposition de la courbe numérique et expérimentale

D'après la courbe expérimentale (figure IV.38). La contrainte de cisaillement maximale (τ_{\max}) augmente rapidement à partir d'une valeur nulle au milieu de la zone de contact (points de Hertz) pour atteindre son maximum à 7,0655 MPa à une distance de 2,25 mm puis diminue rapidement jusqu'à sa valeur minimum à 0,5435 MPa à une distance de 99,46 mm.

D'après la courbe numérique (figure IV.39). La contrainte de cisaillement maximale (τ_{\max}) augmente rapidement à partir d'une valeur nulle au milieu de la zone de contact (points de Hertz) pour atteindre son maximum à 7,14 MPa à une distance de 1,66 mm

puis diminue rapidement jusqu'à sa valeur minimum à 0,25 MPa à une distance de 99,67mm.

La comparaison peut se faire par la superposition de la courbe numérique et la courbe expérimentale.

La figure (IV.40) montre que les deux graphes se rapprochent et qu'il y a une bonne concordance des résultats.

- La Comparaison des franges isoclines numériques et expérimentale:

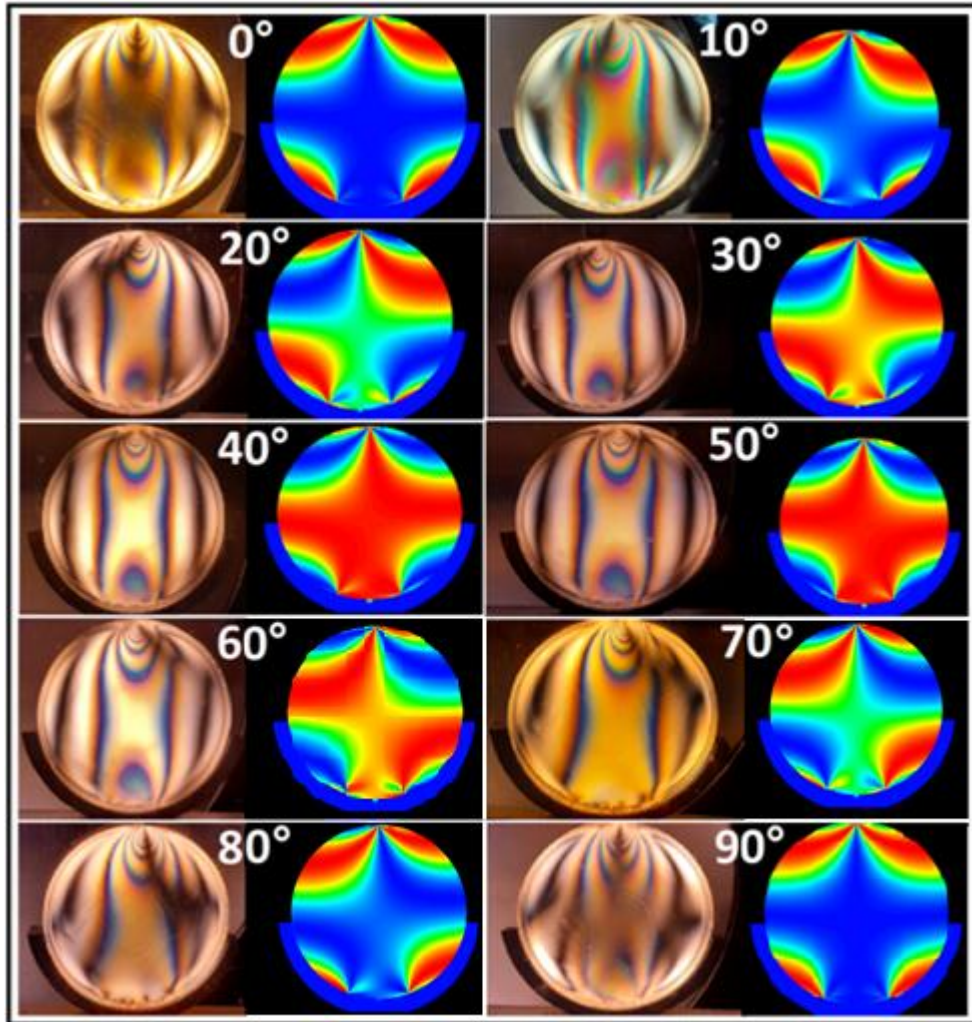


Figure IV.41 : Superposition des isoclines obtenues numériquement avec leurs correspondantes obtenues expérimentalement

La figure (IV.41), représente la superposition des isoclines obtenues numériquement (à droite de chaque image) avec les isoclines correspondantes obtenues expérimentalement (à gauche de chaque image). On remarque qu'il est impossible de séparer le réseau isochromes du réseau isocline dans les images obtenues expérimentalement.

On remarque que les isoclines sur la partie gauche et la partie droite de chaque image sont semblables.

IV.6 Conclusion

Dans cette partie nous avons montré que grâce au code de calcul élaboré par la méthode des éléments finis (programme écrit sous CASTEM) on peut traiter des problèmes complexes de contact conforme et non conforme sans avoir recours à l'expérience qui peut coûter très cher et qui peut prendre beaucoup de temps. L'analyse des différentes franges isochromes et isoclines obtenues a permis d'avoir une vue sur le champ des contraintes dans le cas bidimensionnel et de déterminer la zone de concentration des contraintes; dans notre cas c'est les zones de contact.

D'après la comparaison des résultats entre les franges isochromes et isoclines obtenues numériquement et expérimentalement, et d'après la comparaison des résultats entre les graphes de la variation de la contrainte de cisaillement maximale le long d'une droite [AB] relevé numériquement et expérimentalement on a constaté qu'il existe une bonne concordance entre les deux méthodes; ce qui nous a permis de valider le calcul numérique.

Conclusion générale

Le travail présenté dans ce mémoire est une initiation à la recherche dans le domaine de l'analyse des contraintes dans les pièces mécaniques en contact. Le but principal étant de montrer qu'on peut traiter des problèmes complexes de contact à l'aide de codes de calculs éléments finis sans avoir recours à l'expérience qui prend beaucoup de temps et qui peut être très chère.

Après une étude générale sur les contacts mécaniques en particulier le contact des surfaces sphériques, une étude des contraintes dans trois modèles différents en contact conforme (1 modèle) et en contact non conforme (2 modèles) a été traitée expérimentalement à l'aide de la photoélasticimétrie et numériquement en utilisant la méthode des éléments finis.

La photoélasticimétrie est une méthode non destructive d'analyse des champs de contraintes dans des modèles biréfringents. Les contraintes ont été déterminées à l'aide des réseaux de franges isochromes. L'évolution de la courbe de la différence des contraintes principales a été obtenue le long de l'axe vertical.

Concernant la méthode numérique, le calcul a été fait à l'aide du logiciel CASTEM. Le programme écrit a permis de déterminer les réseaux des franges isochromes et isoclines et aussi de tracer l'évolution de la différence de contraintes le long de l'axe vertical pour une éventuelle comparaison avec les résultats obtenus avec la photoélasticimétrie.

Le relevé des isochromes a permis de calculer la variation de la contrainte de cisaillement maximale le long d'un segment choisi à partir du point de contact.

Principalement dans ce travail, on a constaté qu'il existe une bonne concordance entre les résultats obtenus numériquement et expérimentalement ce qui nous a permis de valider le calcul numérique.

Bibliographie

- [1] HACIANE Rabah «Etude numérique et expérimentale du champ de contraintes cylindre sur plan en présence d'un effort tangentiel» Mémoire de fin d'étude de l'obtention du diplôme de Master 2 En Génie Mécanique 2011
- [2] Bentall, R.H., Johnson, K.L., Glissez dans le contact de roulement de deux élastiques dissemblables matériaux, Int.J. Mech. Sci., 1967, vol. 9, pages 389-397.
- [3] Khodja Malika , Ramdoun Sara Bouakkaz Ahmed ouadah , Amiri Ahmed, Oudad Wahid Département de Génie Mécanique Centre universitaire d'Aïn Temouchent, Université Djillali Liabes de Sidi Bel Abbes 2014
- [4] Bhushan, B., Dugger, M.T., Real contact area measurements on magnetic rigid discs, Wear, 1990, Vol. 37, pp. 41-50.
- [5] BERDJANE Mohand Ouali «Etude du contact entre solides déformables : Expérimentation – modélisation » Mémoire de fin d'étude de l'obtention du diplôme de Master 2 En Génie Mécanique 2011
- [6] Julien Scheibert, Georges Debrégeas, Alexis Prevost « Mécanique du contact rugueux et perception tactile » Laboratoire de Physique Statistique Université de Paris6/ Paris7 octobre 2009
- [7] Jean FRÊNE, Hamid ZAÏDI «Contacts lubrifiés et contacts dits secs », Introduction à la tribologie, septembre 2011
- [8]Corentin Robitaille «Etude de la fatigue des roulements hybrides en conditions de fonctionnement aggravées» These de doctorat, université de lyon, décembre 2016
- [9] Lior Kogut et Izhak Etsion «Analyse des contacts élastiques-plastiques d'une sphère et d'un rigide Flat », Journal of Applied Mechanics, septembre 2002, Vol. 69 (657-62).
- [10] Lior Kogut et Izhak Etsion «Une solution semi-analytique pour la création glissante d'unContact sphérique », Journal of Tribology, juillet 2003, Vol. 125 (499-506).
- [11] Robert L. Jackson et Itzhak Green «Une étude par éléments finis de l'élasto-plastique Contact hémisphérique contre un plat rigide », Journal of Tribology, avril 2005, Vol.127 (343-354).
- [12] Gerald Zambelli et Leo Vincent, « Matériaux et contact – une approche tribologique», Presse polytechnique et universitaire ROMANDE 1998.
- [13] Johnson, K.L.,Contact Mechanique 2e éd. Cambridge University Press, New York (1985)

- [14] Larissa, G.A., Johannes, G., Astrid, S., Pechstein, A: Un modèle homogénéisé bidimensionnel pour une pile de fines feuilles élastiques avec contact frictionnel. *Acta Mech.* 218, 31–43 (2011)
- [15] Kamin'ski, M.: Analyse de sensibilité de conception pour le tenseur d'élasticité homogénéisé d'un polymère rempli de particules de caoutchouc. *Int. J. Solids Struct.* 51, 612–621 (2014)
- [16] GERMANEAU A « Développement de techniques de mesure dans le volume : Application à l'étude des effets mécaniques 3D dans les structures et les biomatériaux », Thèse de doctorat, Université de Poitiers, novembre 2007.
- [17] Ecole Polytechnique de Montréal, Département de Génie Mécanique MEC6405 - analyse expérimentale des contraintes laboratoire no. 6 photoélasticité bidimensionnelle (Automne 2012)
- [18] DESAILLY R., LAGARDE A., « Sur une méthode de photoélasticimétrie tridimensionnelle non destructive à champ complet », *Journal de Mécanique Appliquée*, vol. 4, n° 1, pp. 3, 1980
- [19] GERMANEAU A « Développement de techniques de mesure dans le volume : Application à l'étude des effets mécaniques 3D dans les structures et les biomatériaux », La de doctorat, Université de Poitiers, novembre 2007.
- [20] BILEK A, « Méthode non destructive de découpage optique, Photoélasticimétrie 3D Application au problème fondamental du contact », Thèse de doctorat université de UMMTO Tizi-Ouzou, Juin 2007.
- [21] F BREMAND ,M COTTRON, P DOUMALIN, J-C DUPRE, A GERMANEAU, V VALLE «Mesures en mécanique par méthodes optiques » *Technique de l'ingénieur* 2011
- [22] ANTALUCA E, NELIAS D, CRETU S, «Modèle tridimensionnel pour le contact élasto-plastique avec chargement tangentiel-Application sur une surface bosselée, 2004 STLE ASME Conférence de tribologie, octobre 2004, Long Beach, Californie, papier TRIB2004-64331, p8.
- [23] Kovalenko, E.V.: Problèmes de contact pour la conformation des corps cylindriques. *J. Frict. Porter.* 4, 35–44 (1995)
- [24] Persson, A.: Sur la distribution des contraintes des corps élastiques cylindriques en contact. Thèse de doctorat, Université Chalmers, Göteborg, Suède (1964)
- [25] Ciavarella, M., Decuzzi, P.: L'état de contrainte induit par le contact cylindrique sans frottement plan I. Le cas de la similitude élastique. *Int. J. Solids Struct.* 26, 4507–4523 (2001)

- [26] Sundaram, N., Farris, T.N.: Le problème généralisé du contact conforme à l'avancement avec frottement, charges de broches et chargement à distance - cas de la broche rigide. *Int. J. Solids Struct.* 47, 801–815 (2010)
- [27] Sundaram, N., Farris, T.N.: Mécanique de l'avancement des contacts à broches avec frottement. *J. Mech. Phys. Solides* 58, 1819–1833 (2010)
- [28] Steuermann, E.: Sur la théorie de Hertz de la déformation locale des corps comprimés. *Comptes Rendus (Doklady) de l'Académie Des Sciences de l'URSS* 25, 359–361 (1939)
- [29] Liu, C.S., Zhang, K., Yang, L.: Relation normale force-déplacement des joints sphériques avec jeux *ASME J. Comput. Non linéaire Dyn.* 01, 160-167 (2006)
- [30] Goodman, L.E., Keer, L.M.: Le problème de la contrainte de contact pour une sphère élastique indentant une cavité élastique. *Int. J. Solids Struct.* 1 407 (1965)
- [31] Wu, A.Z., Andreas, X.S., Polycarpou, A.: Un modèle de contact sphérique élastique – plastique sous chargement normal et tangentiel combiné. *ASME J. Appl. Mech.* 79, 051001 (2012)
- [32] Vinnik, L., Bourchak, G., Olshevskiy, A.: Analyse des paramètres de contact conforme pour le centre de roue et le bandage d'une roue innovante. *Wear* 265, 1292-1299 (2008)

Annexes

Annexe1

Le modèle de Contact conforme :

```
**=====
* plan sur plan
* Mécaniques des petits déplacements
*=====
**=====
*OPTION
*=====

OPTI DIME 2 ELEM SEG2;
*=====
* LES POINTS
*=====

R=22.625;
P1 = 0 22.3;
A=22.625 22.3;
B=-22.625 22.3;
PC1=6 22.3;
PC2=-6 22.3;
PP1= 2. 0.140;
PP2= -2. 0.140;
C0= 0. 0.;
P2 = 0 -4;
P13= 4 0.;
P16= -4 0.;
P14= 2 0.;
P15= -2 0.;
O2=0 -2.;
P3 = 50 0.;
P4 = -50 -48.65;
P5 = 50 -48.65;
P6 = -50 0.;
```

*=====

* LIGNES

*=====

Dr1= DROI 40 P1 O2 ;

Dr2= DROI 40 O2 P2;

Dr3= DROI 40 P2 C0;

DRT= Dr1 et Dr2 et Dr3;

*trac (Dr1 et Dr2 et Dr3);

L7= PC1 DROI 10 PC2;

L17= A DROI 10 PC1;

L27= PC2 DROI 10 B;

C1= CERC 10 B P1 PP2 ;

C2= CERC 10 PP1 P1 A ;

CC1= CERC 10 PP2 P1 C0 ;

CC2= CERC 10 C0 P1 PP1 ;

CC3= CERC 90 P15 C0 O2;

CC4= CERC 90 O2 C0 P14;

L36= P14 DROI 80 P15;

C3= CERC 90 P16 C0 P2 ;

C4= CERC 90 P2 C0 P13;

CC3= CERC 90 P15 C0 O2;

CC4= CERC 90 O2 C0 P14;

L35= P15 DROI 80 P16;

L34= P13 DROI 80 P14;

L31= P16 DROI 50 P6;

L32= P3 DROI 50 P13;

L4 = P6 DROI 10 P4;

L3 = P5 DROI 10 P4;

L2 = P5 DROI 10 P3;

*=====

*MAILLAGE DES SURFACE;

*=====

CONT1= C1 ET C2 ET CC1 ET CC2 ET L7 ET L17 ET L27 ;

trac CONT1;

SURF1=SURF PLAN CONT1;

trac SURF1;

```

CONT2= CC3 ET CC4 ET L36;
trac CONT2;
CONT3= C3 ET C4 ET CC3 ET CC4 ET L34 ET L35 ;
trac CONT3 ;
CONT4= L2 ET L31 ET L32 et L4 ET L3 ET C3 ET C4 ;
trac CONT4 ;
CONTT=cont2 et cont3 et cont4;
trac CONTT;

```

```

SURF2 = SURF cont2 'PLANE';
SURF3 = SURF cont3 'PLANE';
SURF4 = SURF cont4 'PLANE';
SECTOT=SURF2 ET SURF3 ET SURF4;
trac SECTOT;
CONTTOT=CONTT ET CONT1;
SECTT=SECTOT ET SURF1;
TRAC CONTTOT;
TRAC SECTT;

```

```

*=====

```

```

*DEFINITION DU MODELE ET DU MATERIAU

```

```

*=====

```

```

*

```

```

MO = MODE SURF1 MECANIQUE ELASTIQUE ISOTROPE;

```

```

MA = MATE MO YOUN 210000 NU 0.3;

```

```

RI = RIGI MO MA;

```

```

MO1 = MODE SECTOT MECANIQUE ELASTIQUE ISOTROPE;

```

```

MA1 = MATE MO1 YOUN 3273 NU 0.37;

```

```

RI1 = RIGI MO1 MA1;

```

```

MOT = MO ET MO1 ;

```

```

MAT = MA ET MA1 ;

```

```

RIT = RI ET RI1 ;

```

```

*

```

```

*=====

```

```

* bloquages - conditions aux limites

```

```

*=====

```

```

*

```

```

CL1= BLOQU L7 'UY';
CL2= BLOQU DRT 'UX';
CL3= BLOQU L2 'UX';
CL4= BLOQU L4 'UX';
CL5= BLOQU L3 'UY';
CL6= BLOQU L3 'UX';
CLTOT= CL1 ET CL3 ET CL4 ET CL5 ET CL6;
RITT=CLTOT ET RIT;

*=====

*(forces/deplacements)imposes

*=====

*La valeur du deplacement impose est MM
MM=-0.048;
DEPL1='DEPI' CL1 MM;
*'TITR' 'Déplacement imposer sur la droite L7';
*'TRAC' ('VECT'(DEPL1 'NOMC' 'UX') 10. 'UY' 'UX' 'VERT') (SECTT);
'TRAC' ('VECT'(DEPL1 'NOMC' 'UX') 10. 'UY' 'UX' 'VERT') (SECTT);

*=====

*chargements

*=====

LTPS1 ='PROG' 0. 1.;
LAMP =LTPS1;
EV1 = 'EVOL' 'MANU' 'TEMPS' LAMP ('PROG' 0. 1. );
CHARU1 = 'CHAR' 'DIMP' DEPL1 EV1;
CHAR0 = CHARU1;

*=====

* Calculs et résolution

*=====

*Assuré le contact entre L36 et arc1
*

arc1= CC1 et CC2;
arc2= CC3 et CC4;
arc3= C3 et C4;
MCONTH = (IMPO 'MAIL' (L36) (arc1)) 'COUL' 'ROUG';
MCONTB = (IMPO 'MAIL' ('INVE'arc1) L36) 'COUL' 'ROUG';
MCONTA = (IMPO 'MAIL' (arc2) arc3) 'COUL' 'ROUG';

```

```

TRAC (MCONTB et MCONTH ET MCONTA ET SECTT);

*=====

*la force

*=====

*F1=FORC (0. 336)P1 ;

*F= F1;

*=====

* Calcul des déformations

*=====

*

*Constructin de la table pasapas;

*

TAB1 = 'TABL';

TAB1. 'TEMPS_CALCULES'= LTPS1;

TAB1. 'MODELE'= MOT;

TAB1. 'CARACTERISTIQUES'= MAT;

TAB1. 'BLOCAGES_MECAIQUES' = CLTOT;

TAB1. 'CHARGEMENT'= CHARO;

TAB1. 'CONTACT'= MCONTH ;

TAB1. 'GRANDS DEPLACEMENT'= FAUX;

*=====

*Résolution

*=====

TAB2 = PASAPAS TAB1;

DEPL1 = (TAB2 . 'DEPLACEMENTS' . 1) 'ENLE' 'LX' ;

DEFO0='DEFO'(SURF1 'ET' SECTOT )DEPL1 0. 'VERT';

DEFO1='DEFO'(SURF1 'ET' SECTOT )DEPL1 1. 'ROUG';

TRAC(DEFO0 ET DEFO1);

*=====

* visualisation des reaction

*=====

*'SI' GRAPH ;

REAC1 = TAB2 . 'REACTIONS'. 1;

VR1 = 'VECT' REAC1 1. 'FX' 'FY' 'ROUG';

'TITR"Forces de reaction.';

'TRAC' VR1(SECTT);

```



```

LFORCE = EXTR REAC1 'FX' P1;
LIST LFORCE;
*LFORCE1 = EXTR REAC1 'FY' L7;
*LISTE LFORCE1;
*'FINS' ;

*****

*           *Extraire des points pour determiner*
*           * l'effort correspondant au déplacement imposé*
*****

*

base2=L36;
base2 = MANU CHPO base2 2 UX 0 UY 0 ;
base2 = EXTR base2 'MAIL';
trac base2;
n = nbno base2;
mess 'nbno base2=' n;
i = 0;
PeC = TAB2 ;
REPETER BlocVn (NBNO base2);
  i = i + 1;
  PeC.i = base2 POIN i;
Fin BlocVn;
*LIST PeC;

*****

* Extraction de la force appliquée *
* La boucle permet d'extraire toutes*
* les forces elementaires et de calculer leur somme *
*****

i = 0;
EffY = TAB2;
REPETER BlocFor n;
  i = i + 1;
  EffY.i= EXTR REAC1 'FX' PeC.i;
LISTE EffY.i;
FIN BlocFor;
Seff = TAB2;

```

```

Seff.1 = EffY.1;
PoilT = TAB2;
PoilT.1 = PeC.1;
i = 1;
REPETER BlocSef ( n - 1);
i = i + 1;
seffX = Seff.1 + EffY.i;
Seff.1 = seffX ;
FIN BlocSef;
LIST seffX ;
suivx= (seffX )**2;
list suivx;
*
*****

* Extraire des points pour determiner*
* l'effort correspondant au déplacement imposé *
*****

*
base2=L36;
base2 = MANU CHPO base2 2 UX 0 UY 0 ;
base2 = EXTR base2 'MAIL';
trac base2;
n = nbno base2;
mess 'nbno base2=' n;
i = 0;
PeC = TAB2 ;
REPETER BlocVn (NBNO base2);
i = i + 1;
PeC.i = base2 POIN i;
Fin BlocVn;
*LIST PeC;
i = 0;
EffY = TAB2;
REPETER BlocFor n;
i = i + 1;
EffY.i= EXTR REAC1 FY PeC.i;

```

```

LISTE EffY.i;
FIN BlocFor;
*****

Seff = TAB2;
Seff.1 = EffY.1;
PoilT = TAB2;
PoilT.1 = PeC.1;
i = 1;
REPETER BlocSef ( n - 1);
i = i + 1;
seffY = Seff.1 + EffY.i;
Seff.1 = seffY ;
FIN BlocSef;
LIST seffY ;
suivy= (seffY )**2;
list suivy;
RESUL=(suivx+suivy)**0.5;
list RESUL;
*=====
* calcul des contraintes
*=====

MOT = MO1;
MAT = MA1;
CHACONTR=SIGM MOT MAT DEPL1;
CHANOEUD=CHAN NOEUD MOT CHACONTR;
CHANPOIN=CHAN CHPO MOT CHANOEUD;
*=====
* extraction des contraintes (SX,SY,SXY)
*=====
*
SY=EXCO CHANPOIN SMYY;
SX=EXCO CHANPOIN SMXX;
SXY= EXCO CHANPOIN SMXY;
DIFCONTR = (((SX-SY)**2)+(4*(SXY**2)))**0.5;
*
*=====

```

* calcul du rapport I/I0 et traçage des isochromes

*=====

*

f=10.87;

e= 7.;

phi=360*(1./10.87)*7.*DIFCONTR;

ISOC=(sin((phi)/2.))**2;

ISOCH =1-ISOC;

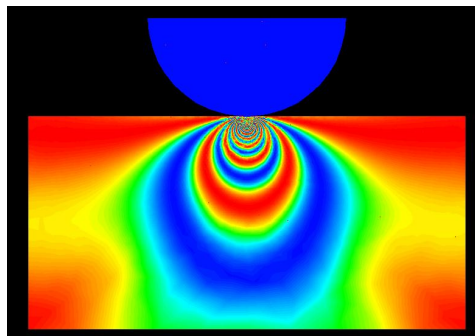
*=====

*TRACER LES ISOCLINES

*=====

*SECTT =SURF1 ET SECTOT ;

trac ECLA 0.0001 ISOCH SECTT ;



TRACER LES ISOCLINES

SECTT=SURF1 ET SECTOT ;

term1= (2. * SXY);

term2= (SX- SY);

term3= (term1/term2);

ALPHA = (0.5) * (ATG term3);

ISOCL= sin(2. * ALPHA);

ISOCL= ISOC*(ISOCL ** 2);

trac ECLA 0.0001 isocl SECTT ;

ALPHA0 = (ALPHA+0.);

ISOCL0= sin(2. * ALPHA0);

ISOCL0= (ISOCL0 ** 2);

```

trac ecla 0.0001 isocl0 SECTT cont;
*****

ALPHA1 = (ALPHA+10.);
ISOCL1= sin(2. * ALPHA1);
ISOCL1= (ISOCL1 ** 2);
trac ecla 0.0001 isocl1 SECTT cont;
*****

ALPHA2 = (ALPHA+20.);
ISOCL2= sin(2. * ALPHA2);
ISOCL2= (ISOCL2 ** 2);
trac ecla 0.0001 isocl2 SECTT cont;
*****

ALPHA3 = (ALPHA+30.);
ISOCL3= sin(2. * ALPHA3);
ISOCL3= (ISOCL3 ** 2);
trac ecla 0.0001 isocl3 SECTT cont;
*****

ALPHA4 = (ALPHA+40.);
ISOCL4= sin(2. * ALPHA4);
ISOCL4= (ISOCL4 ** 2);
trac ecla 0.0001 isocl4 SECTT cont;
*****

ALPHA5 = (ALPHA+45);
ISOCL5= sin(2. * ALPHA5);
ISOCL5= (ISOCL5 ** 2);
trac ecla 0.0001 isocl5 SECTT cont;
*****

ALPHA6 = (ALPHA+50);
ISOCL6= sin(2. * ALPHA6);
ISOCL6= (ISOCL6 ** 2);
trac ecla 0.0001 isocl6 SECTT cont;
*****

ALPHA7 = (ALPHA+60.);
ISOCL7= sin(2. * ALPHA7);
ISOCL7= (ISOCL1 ** 2);
trac ecla 0.0001 isocl7 SECTT cont;

```


Annexe2

Le 1^{ère} modèle de Contact non conforme :

**=====

* plan sur plan

* Mécaniques des petits déplacements

*=====

**=====

*OPTION

*=====

OPTI DIME 2 ELEM SEG2;

*=====

* LES POINTS

*=====

R=22.85;

A= 22.85 -9.69;

B= -22.85 -9.69;

C11= 0. -9.69;

PC1=4 -9.69;

PC2=-4 -9.69;

P1= 0. -31.92;

PP1= 2. -31.72;

PP2= -2. -31.72;

R=35.125;

alpha1 =90;

E=35.125 0.;

F=-35.125 0.;

P1= 0. -31.92;

P31=6 -31.72;

P32=-6 -31.72;

O2= 0. -37.42;

C0= 0. 0.;

```

R=49.375;
alpha1 =90.;
G=49.375 0.;
I=-49.375 0. ;
P2= 0. -46.67;
C0= 0. 0.;
K=14. -47.785;
L=-14. -47.785;
R=57.325;
alpha1 =90.;
W=57.325 -6.18;
P10=-57.325 -6.18;
H= -17.4 -57.325;
J= 17.4 -57.325;
C0= 0. 0.;
R=49.875;
alpha1 =90.;
P9=49.875 -6.18;
V=-49.875 -6.18 ;
P2= 0. (-1*R);
C0= 0. 0.;
R=14. -47.915;
S=-14. -47.915;

*=====

* LIGNES

*=====

Dr1= DROI 40 C0 P1;
Dr2= DROI 30 P1 O2;
Dr3= DROI 30 O2 P2;
DRT=Dr1 et Dr2 et Dr3;
trac (Dr1 et Dr2 et Dr3);
C1= CERC 10 A C11 PP1 ;
C2= CERC 10 PP2 C11 B ;
CC1= CERC 10 P1 C11 PP1 ;
CC2= CERC 10 PP2 C11 P1 ;

```


C51=CERC 90 O2 P1 P31;
 C52=CERC 90 O2 P1 P32;
 C21=CERC 90 P31 C0 P1;
 C22=CERC 90 P1 C0 P32;
 C41=CERC 90 F C0 P32;
 C42=CERC 90 E C0 P31 ;
 C5=CERC 90 L C0 I;
 C6=CERC 90 G C0 K;

C50=CERC 90 L C0 P2;
 C60=CERC 90 P2 C0 K;
 C7=CERC 10 S C0 V;
 C8=CERC 10 P9 C0 R;
 C70=CERC 10 P2 C0 S;
 C80=CERC 10 R C0 P2;
 C9=CERC 10 H C0 P10;
 C10=CERC 10 J C0 W;
 L1=G droit 10 E;
 L2=F droit 10 I;
 L3=W droit 10 P9;
 L4=V droit 10 P10;
 HJ=H droit 10 J;
 L7= PC1 DROI 10 PC2;
 L17= A DROI 10 PC1;
 L27= PC2 DROI 10 B;

*=====

*MAILLAGE DES SURFACE;

*=====

CONT1=C1 ET C2 ET CC1 ET CC2 ET L7 ET L17 ET L27;

trac CONT1;

SURF1=SURF PLAN CONT1;

SURF1;

CONT2=L1 ET L2 ET C5 ET C6 et C41 et C42 ET C50 ET C60 ET C51 ET C52;

trac CONT2;

CONT13=C21 ET C22 ET C51 ET C52 ;

```

trac CONT13;
SURF13=SURF PLAN CONT13;
trac SURF13;
CONTOT= CONT2 ET CONT13;
SURF2=SURF2 CONT2'PLAN';
SURF13=SURF CONT13'PLAN';
SECTOT=SURF2 ET SURF13;
trac CONTOT;
trac SECTOT;
CONT4= L3 ET L4 ET C7 ET C8 ET C9 ET C10 ET HJ ET C70 ET C80;
trac CONT4;
SURF4=SURF PLAN CONT4;
trac SURF4;
CONTT=CONT1 ET CONTOT ET CONT4;
trac CONTT;
SECTT=SURF1 ET SECTOT ET SURF4;
trac SECTT;
*=====
*DEFINITION DU MODELE ET DU MATERIAU
*=====
*
MO = MODE SURF1 MECANIQUE ELASTIQUE ISOTROPE;
MA = MATE MO YOUN 210000 NU 0.3;
RI = RIGI MO MA;
MO1 = MODE SECTOT MECANIQUE ELASTIQUE ISOTROPE;
MA1 = MATE MO1 YOUN 3273 NU 0.37;
RI1 = RIGI MO1 MA1;
MO2 = MODE SURF4 MECANIQUE ELASTIQUE ISOTROPE;
MA2 = MATE MO2 YOUN 210000 NU 0.3;
RI2 = RIGI MO2 MA2;
MOT = MO ET MO1 ET MO2 ;
MAT = MA ET MA1 ET MA2 ;
RIT = RI ET RI1 ET RI2 ;
*

```

```

*=====
* bloquages - conditions aux limites
*=====

CL1= BLOQU L7 'UY';
CL2= BLOQU DRT 'UX';
CL3= BLOQU HJ 'UX';
CL4= BLOQU HJ 'UY';
CL5= BLOQU C5 'UY';
CL6= BLOQU C6 'UY';
CLTOT= CL1 ET CL2 ET CL4 ET CL5 ET CL6;
RITT=CLTOT ET RIT;
*=====

*(forces/deplacements)impose
*=====

*La valeur du deplacement impose est MM
MM= -0.157;
DEPL1='DEPI'CL1 MM;
*'TITR' 'Déplacement imposer sur la droite L7;
*'TRAC' ('VECT'(DEPL1 'NOMC' 'UX') 10. 'UY' 'UX' 'VERT') (SECTT)
'TRAC' ('VECT'(DEPL1 'NOMC' 'UX') 10. 'UY' 'UX' 'VERT') (SECTT);
*=====

*chargements
*=====

LTPS1 ='PROG' 0. 1.;
LAMP =LTPS1;
EV1 = 'EVOL' 'MANU' 'TEMPS' LAMP ('PROG' 0. 1. );
CHARU1 = 'CHAR' 'DIMP' DEPL1 EV1;
CHAR0 = CHARU1;
*=====

* Calculs et résolution
*=====

*

*Assuré le contact entre arc1 et arc2

```

```

*

arcT1= CC1 ET CC2;
arcT2= C21 ET C22;
arcT3= C51 ET C52;
arcT4= C50 ET C60;
arcT5= C70 ET C80;

MCONTA = (IMPO 'MAIL' (arcT2) arcT1) 'COUL' 'ROUG';
MCONTB = (IMPO 'MAIL' ('INVE'arcT1) arcT2) 'COUL' 'ROUG';
MCONTC = (IMPO 'MAIL' (arcT2) arcT3) 'COUL' 'ROUG';
MCONTD = (IMPO 'MAIL' (arcT5) arcT4) 'COUL' 'ROUG';
MCONTE = (IMPO 'MAIL' ('INVE'arcT5) arcT4) 'COUL' 'ROUG';
MCONTF = (IMPO 'MAIL' (arcT3) arcT4) 'COUL' 'ROUG';

TRAC(MCONTA ET MCONTB ET MCONTC ET MCONTD ET MCONTE ET MCONTF ET
SECTT);

*=====

*la force

*=====

*F1=FORC (0. 336) P1;
*F= F1;

*=====

* Calcul des déformations

*=====

*

*Constructin de la table pasapas;
*

TAB1 = 'TABL';
TAB1. 'TEMPS_CALCULES'= LTPS1;
TAB1. 'MODELE'= MOT;
TAB1. 'CARACTERISTIQUES'= MAT;
TAB1. 'BLOCAGES_MECANIQUES' = CLTOT;
TAB1. 'CHARGEMENT'= CHAR0;
TAB1. 'CONTACT'= MCONTA ET MCONTD ;
TAB1. 'GRANDS DEPLACEMENT'= FAUX;

```

```

*=====

*Résolution

*=====

TAB2 = PASAPAS TAB1;
DEPL1 = (TAB2 . 'DEPLACEMENTS' . 1) 'ENLE' 'LX' ;
DEFO0='DEFO'(SURF1 'ET' SECTOT 'ET' SURF4)DEPL1 0. 'VERT';
DEFO1='DEFO'(SURF1 'ET' SECTOT 'ET' SURF4)DEPL1 1. 'ROUG';
(DEFO0 ET DEFO1);

*=====

* visualisation des reaction

*=====

*'SI' GRAPH ;
REAC1 = TAB2 . 'REACTIONS'. 1;
VR1 = 'VECT' REAC1 1. 'FX' 'FY' 'ROUG';
'TITR"Forces de reaction.';
'TRAC' VR1(SECTT);
LFORCE = EXTR REAC1 'FX' CO;
LIST LFORCE;
*LFORCE1 = EXTR REAC1 'FY' L7;
*LISTE LFORCE1;
*'FINS' ;

*****

*           *Extraire des points pour determiner*
*           * l'effort correspondant au déplacement imposé*
*****

*

base2=HJ;
base2 = MANU CHPO base2 2 UX 0 UY 0 ;
base2 = EXTR base2 'MAIL';
trac base2;
n = nbno base2;
mess 'nbno base2=' n;
i = 0;

```

```

PeC = TAB2 ;
REPETER BlocVn (NBNO base2);

i = i + 1;

PeC.i = base2 POIN i;

Fin BlocVn;

*LIST PeC;

*****

* Extraction de la force appliquée *

* La boucle permet d'extraire toutes*

* les forces elementaires et de calculer leur somme *

*****

i = 0;

EffY = TAB2;

REPETER BlocFor n;

i = i + 1;

EffY.i= EXTR REAC1 'FX' PeC.i;

LISTE EffY.i;

FIN BlocFor;

Seff = TAB2;

Seff.1 = EffY.1;

PoilT = TAB2;

PoilT.1 = PeC.1;

i = 1;

REPETER BlocSef ( n - 1);

i = i + 1;

seffX = Seff.1 + EffY.i;

Seff.1 = seffX ;

FIN BlocSef;

LIST seffX ;

suivx= (seffX )**2;

list suivx;

*

*****

```

* Extraire des points pour determiner*

* l'effort correspondant au déplacement imposé *

*

base2=HJ;

base2 = MANU CHPO base2 2 UX 0 UY 0 ;

base2 = EXTR base2 'MAIL';

trac base2;

n = nbno base2;

mess 'nbno base2=' n;

i = 0;

PeC = TAB2 ;

REPETER BlocVn (NBNO base2);

i = i + 1;

PeC.i = base2 POIN i;

Fin BlocVn;

*LIST PeC;

i = 0;

EffY = TAB2;

REPETER BlocFor n;

i = i + 1;

EffY.i= EXTR REAC1 FY PeC.i;

LISTE EffY.i;

FIN BlocFor;

Seff = TAB2;

Seff.1 = EffY.1;

PoiIT = TAB2;

PoiIT.1 = PeC.1;

i = 1;

REPETER BlocSef (n - 1);

i = i + 1;

seffY = Seff.1 + EffY.i;

```

Seff.1 = seffY ;
FIN BlocSef;
LIST seffY ;
suivy= (seffY )**2;
list suivy;
RESUL=(suivx+suivy)**0.5;
list RESUL;

*=====

* calcul des contraintes

*=====

MOT = MO1;
MAT = MA1;
CHACONTR=SIGM MOT MAT DEPL1;
CHANOEUD=CHAN NOEUD MOT CHACONTR;
CHANPOIN=CHAN CHPO MOT CHANOEUD;

*=====

* extraction des contraintes (SX,SY,SXY)

*=====

*

SY=EXCO CHANPOIN SMYY;
SX=EXCO CHANPOIN SMXX;
SXY= EXCO CHANPOIN SMXY;
DIFCONTR = (((SX-SY)**2)+(4*(SXY**2)))**0.5;

*

*=====

* calcul du rapport I/I0 et traçage des isochromes

*=====

*

f=10.87;
e= 7.;
phi=360*(1./10.87)*7.*DIFCONTR;
ISOC=(sin((phi)/2.))**2;
ISOCH =1-ISOC;

```



```

*=====
*TRACER LES ISOCLINES
*=====

```

```

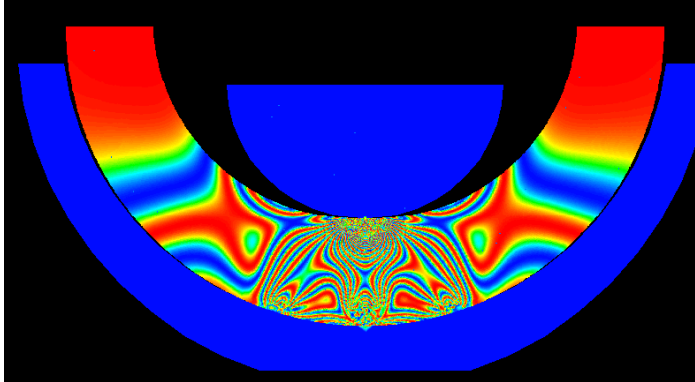
*SECTT =SURF1 ET SECTOT ET SURF4 ;

```

```

trac ECLA 0.0001 ISOCH SECTT ;

```



```

*****

```

```

*TRACER LES ISOCLINES

```

```

*****

```

```

SECTT =SURF1 ET SECTOT ET SURF4 ;

```

```

term1= (2. * SXY);

```

```

term2= (SX- SY);

```

```

term3= (term1/term2);

```

```

ALPHA = (0.5) * (ATG term3);

```

```

ISOCL= sin(2. * ALPHA);

```

```

ISOCL= ISOCL*(ISOCL ** 2);

```

```

trac ECLA 0.0001 isocl SECTT ;

```

```

*****

```

```

ALPHA0 = (ALPHA+0.);

```

```

ISOCL0= sin(2. * ALPHA0);

```

```

ISOCL0= (ISOCL0 ** 2);

```

```

trac ecla 0.0001 isocl0 SECTT cont;

```

```

*****

```

```

ALPHA1 = (ALPHA+10.);

```

```

ISOCL1= sin(2. * ALPHA1);

```

```

ISOCL1= (ISOCL1 ** 2);

```

```

trac ecla 0.0001 isocl1 SECTT cont;

```

ALPHA2 = (ALPHA+20.);

ISOCL2= sin(2. * ALPHA2);

ISOCL2= (ISOCL2 ** 2);

trac ecla 0.0001 isocl2 SECTT cont;

ALPHA3 = (ALPHA+30.);

ISOCL3= sin(2. * ALPHA3);

ISOCL3= (ISOCL3 ** 2);

*trac ecla 0.0001 isocl3 SECTT cont;

ALPHA4 = (ALPHA+40.);

ISOCL4= sin(2. * ALPHA4);

ISOCL4= (ISOCL4 ** 2);

*trac ecla 0.0001 isocl4 SECTT cont;

ALPHA5 = (ALPHA+45);

ISOCL5= sin(2. * ALPHA5);

ISOCL5= (ISOCL5 ** 2);

trac ecla 0.0001 isocl5 SECTT cont;

ALPHA6 = (ALPHA+50);

ISOCL6= sin(2. * ALPHA6);

ISOCL6= (ISOCL6 ** 2);

trac ecla 0.0001 isocl6 SECTT cont;

ALPHA7 = (ALPHA+60.);

ISOCL7= sin(2. * ALPHA7);

ISOCL7= (ISOCL7 ** 2);

trac ecla 0.0001 isocl7 SECTT cont;

```

*****

ALPHA8 = (ALPHA+70.);
ISOCL8= sin(2. * ALPHA8);
ISOCL8= (ISOCL8 ** 2);
trac ecla 0.0001 isocl8 SECTT cont;

*****

ALPHA9 = (ALPHA+80.);
ISOCL9= sin(2. * ALPHA9);
ISOCL9= (ISOCL9 ** 2);
trac ecla 0.0001 isocl9 SECTT cont;

*****

ALPHA10 = (ALPHA+90.);

ISOCL10= sin(2. * ALPHA10);
ISOCL10= (ISOCL10 ** 2);

*trac ecla 0.0001 isocl10 SECTT cont;

*****

*****

TOM=DIFCONTR/2;
LIG20=P9 droi 60 P10;
COMPTOM=INT_COMP SECTT TOM LIG20;
EVOL1= EVOL rouge'CHPO'LIG20 COMPTOM;
dess EVOL1;

*aller sur le site castem, dans exemples ecrire "contact mecanique"

```

Annexe3

Le 2^{ème} modèle de Contact non conforme :

```

**=====
*OPTION
*=====

TITR'SOLIDES DEFORMABLES';
OPTI DIME 2 ELEM SEG2;

*=====

* LES POINTS
*=====

R=49.73;
alpha1 =90.;
P6=2 49.585;
O1= 0. 45.585;
O2= 0. 49.085;
P2= 0. -49.875;
P1=0. 49.802;
C0= 0. 0.;
A=4. 49.585;
B=-4. 49.585;
AA=0.5 49.80;
BB=-0.5 49.80;
C=49.73 -6.18;
D=-49.73 -6.18 ;
C0= 0. 0.;
E=17 -46.955;
F=-17 -46.955;
R=49.875;
alpha1 =90.;
P4=49.875 -6.18;
P6=-49.875 -6.18 ;
P2= 0. -49.875;
P7=20 -45.79;
P8=-20 -45.79;
P7=20 -45.79;
P8=-20 -45.79;
C0= 0. 0.;

```

```

R=57.325;
alpha1 =90.;
P5=57.325   -6.18;
P3=-57.325  -6.18;
H= -17.4  -57.325;
J= 17.4  -57.325;
C0= 0. 0.;
*=====
* LIGNES
*=====
Dr1= DROI 40 P1 O2;
Dr2= DROI 30 O2 O1;
DRT= Dr1 ET Dr2;
trac (Dr1 ET Dr2);
C0=0. 0.;
C1=CERC 50 AA C0 BB;
C2A=CERC 50 BB P1 O2;
C3B=CERC 50 O2 P1 AA;
C2=CERC 50 B P1 O1;
C3=CERC 50 O1 P1 A;
C22=CERC 50 BB C0 B ;
C33=CERC 50 AA C0 A;
C4=CERC 30 C C0 A;
C5=CERC 30 D C0 B;
C40=CERC 50 C C0 E;
C50=CERC 50 D C0 F;
C60=CERC 50 P2 C0 E;
C70=CERC 50 P2 C0 F;
C6=CERC 10 P6 C0 P8;
C7=CERC 10 P4 C0 P7;
C80=CERC 10 P2 C0 P8;
C90=CERC 10 P2 C0 P7;
C8=CERC 10 H C0 P3;
C9=CERC 10 J C0 P5;
L2=P5 droit 10 P4;

```

```

L1=P6 droit 10 P3;
L3=H droit 10 J;
*=====
*MAILLAGE DES SURFACE;
*=====

Cont11 = C1 ET C2A ET C3B ;
trac cont11;
SURF11 = SURF cont11 'PLANE';
trac SURF11;

Cont12 = C2 ET C3 ET C33 ET C22 ET C2A ET C3B;
trac cont12;
SURF12 = SURF cont12 'PLANE';
trac SURF12;

Cont2 = C2 ET C3 ET C4 ET C40 ET C50 ET C5 ET C60 ET C70;
trac CONT2;
SURF2 = SURF cont2 'PLANE';
trac SURF2;

CONTOT=cont11 et cont12 ET cont2;
trac CONTOT;

SURF11 = SURF cont11 'PLANE';
SURF12 = SURF cont12 'PLANE';
SURF2 = SURF cont2 'PLANE';
SECTOT=SURF11 ET SURF12 ET SURF2;
trac SECTOT;

CONT3= L2 ET L1 ET C6 ET C7 ET C8 ET C9 ET L3 ET C80 ET C90;
trac CONT3;
SURF3 = SURF cont3 'PLANE';
trac SURF3;

CONTT=CONTOT et cont3;
trac CONTT;

SECTT=SECTOT ET SURF3 ;
trac SECTT;

*=====
*DEFINITION DU MODELE ET DU MATERIAU
*=====

```

```

*
MO = MODE SECTOT MECANIQUE ELASTIQUE ISOTROPE;
MA = MATE MO YOUN 3273 NU 0.37;
RI = RIGI MO MA;
MO1 = MODE SURF3 MECANIQUE ELASTIQUE ISOTROPE;
MA1 = MATE MO1 YOUN 210000 NU 0.3;
RI1 = RIGI MO1 MA1;
MOT = MO ET MO1 ;
MAT = MA ET MA1 ;
RIT = RI ET RI1 ;
*
*=====
* bloquages - conditions aux limites
*=====
*
CL1= BLOQU C1 'UY';
CL3= BLOQU DRT 'UX';
CL4= BLOQU L3 'UY';
CL5= BLOQU L3 'UX';
CL6= BLOQU C60 'UY';
CL7= BLOQU C70 'UY';
CLTOT=CL1 ET CL3 ET CL4 ET CL5 ET CL6 ET CL7;
RITT=CLTOT ET RIT;
*=====
*(forces/deplacements)impose
*=====
*La valeur du deplacement impose est MM
MM= -0.045;
DEPL1='DEPI' CL1 MM;
*TITR' 'Déplacement imposer sur CERC C1;
*TRAC' ('VECT'(DEPL1 'NOMC' 'UX') 10. 'UY' 'UX' 'VERT') (SECTT)
'TRAC' ('VECT'(DEPL1 'NOMC' 'UX') 10. 'UY' 'UX' 'VERT') (SECTT);
*=====
*chargements
*=====

```

```

LTPS1 ='PROG' 0. 1.;
LAMP =LTPS1;
EV1 = 'EVOL' 'MANU' 'TEMPS' LAMP ('PROG' 0. 1. );
CHARU1 = 'CHAR' 'DIMP' DEPL1 EV1;
CHAR0 = CHARU1;

*=====

* Calculs et résolution

*=====

*

*Assuré le contact entre arc1 et arc4
arcT1= C2A ET C3B;
arcT2= C2 ET C3;
arcT3= C60 ET C70;
arcT4= C80 ET C90;
arcT5= C22 ET C33;
MCONTA = (IMPO 'MAIL' ( arcT1) C1) 'COUL' 'ROUG';
MCONTB = (IMPO 'MAIL' ('INVE'C1) arcT1) 'COUL' 'ROUG';
MCONTC = (IMPO 'MAIL' ('INVE'arcT5) arcT2) 'COUL' 'ROUG';
MCONTD = (IMPO 'MAIL' ('INVE'arcT3) arcT4) 'COUL' 'ROUG';
TRAC(MCONTA ET MCONTB ET MCONTC ET MCONTD ET SECTT);

*=====

*la force

*=====

*F1=FORC (0. 336) P1;
*F= F1;

*=====

* Calcul des déformations

*=====

*

*Constructin de la table pasapas;

*

TAB1 = 'TABL';
TAB1. 'TEMPS_CALCULES'= LTPS1;
TAB1. 'MODELE'= MOT;
TAB1. 'CARACTERISTIQUES'= MAT;

```



```

TAB1. 'BLOCAGES_MECANIQUES' = CLTOT;
TAB1. 'CHARGEMENT' = CHAR0;
TAB1. 'CONTACT' = MCONTB;
TAB1. 'GRANDS DEPLACEMENT' = FAUX;
*=====
*Résolution
*=====
TAB2 = PASAPAS TAB1;
DEPL1 = (TAB2 . 'DEPLACEMENTS' . 1) 'ENLE' 'LX' ;
DEFO0='DEFO'( SECTOT 'ET' SURF3)DEPL1 0. 'VERT';
DEFO1='DEFO'( SECTOT 'ET' SURF3)DEPL1 1. 'ROUG';
TRAC(DEFO0 ET DEFO1);
*=====
* visualisation des reaction
*=====
*'SI' GRAPH ;
REAC1 = TAB2 . 'REACTIONS' . 1;
VR1 = 'VECT' REAC1 1. 'FX' 'FY' 'ROUG';
'TITR"Forces de reaction.';
'TRAC' VR1(SECTT);
LFORCE = EXTR REAC1 'FX' C0;
LIST LFORCE;
*LFORCE1 = EXTR REAC1 'FY' C1;
*LISTE LFORCE1;
*'FINS' ;
*****

*           *Extraire des points pour determiner*
*           * l'effort correspondant au déplacement imposé*
*****

*

base2= L3;
base2 = MANU CHPO base2 2 UX 0 UY 0 ;
base2 = EXTR base2 'MAIL';
trac base2;
n = nbno base2;

```

```

mess 'nbno base2=' n;
i = 0;
PeC = TAB2 ;
REPETER BlocVn (NBNO base2);
  i = i + 1;
  PeC.i = base2 POIN i;
Fin BlocVn;
*LIST PeC;
*****

* Extraction de la force appliquée *
* La boucle permet d'extraire toutes*
* les forces elementaires et de calculer leur somme *
*****

i = 0;
EffY = TAB2;
REPETER BlocFor n;
  i = i + 1;
  EffY.i= EXTR REAC1 'FX' PeC.i;
  LISTE EffY.i;
FIN BlocFor;
Seff = TAB2;
Seff.1 = EffY.1;
PoilT = TAB2;
PoilT.1 = PeC.1;
i = 1;
REPETER BlocSef ( n - 1);
  i = i + 1;
  seffX = Seff.1 + EffY.i;
  Seff.1 = seffX ;
FIN BlocSef;
LIST seffX ;
suivx= (seffX )**2;
list suivx;
*
*****

```

```

* Extraire des points pour determiner*
* l'effort correspondant au déplacement imposé *
*****

*base2=L3;
base2 = MANU CHPO base2 2 UX 0 UY 0 ;
base2 = EXTR base2 'MAIL';
*trac base2;
n = nbno base2;
mess 'nbno base2=' n;
i = 0;
PeC = TAB2 ;
REPETER BlocVn (NBNO base2);
    i = i + 1;
    PeC.i = base2 POIN i;
Fin BlocVn;
*LIST PeC;
i = 0;
EffY = TAB2;
REPETER BlocFor n;
    i = i + 1;
    EffY.i= EXTR REAC1 FY PeC.i;
LISTE EffY.i;
FIN BlocFor;
*****

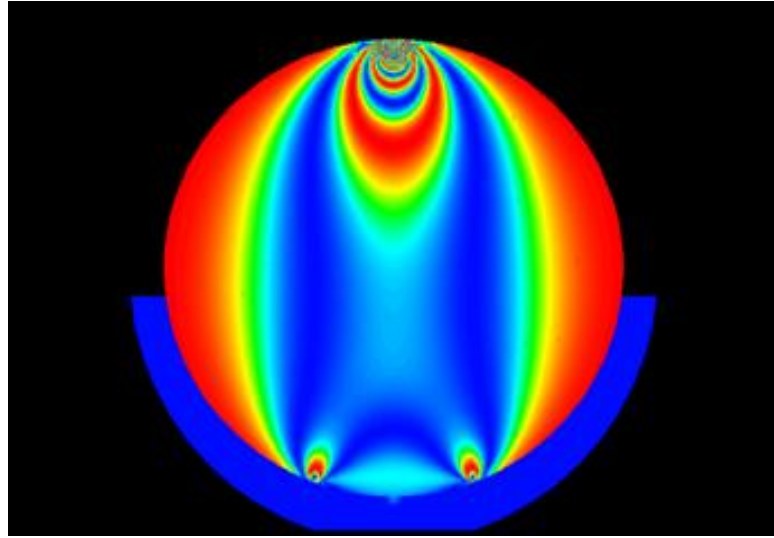
Seff = TAB2;
Seff.1 = EffY.1;
PoilT = TAB2;
PoilT.1 = PeC.1;
i = 1;
REPETER BlocSef ( n - 1);
    i = i + 1;
    seffY = Seff.1 + EffY.i;
    Seff.1 = seffY ;
FIN BlocSef;
LIST seffY ;

```

```

suivy= (seffY)**2;
list suivy;
RESUL=(suivx+suivy)**0.5;
list RESUL;
*=====
* calcul des contraintes
*=====
MOT = MO;
MAT = MA;
CHACONTR=SIGM MOT MAT DEPL1;
CHANOEUD=CHAN NOEUD MOT CHACONTR;
CHANPOIN=CHAN CHPO MOT CHANOEUD;
*=====
* extraction des contraintes (SX,SY,SXY)
*=====
*
SY=EXCO CHANPOIN SMYY;
SX=EXCO CHANPOIN SMXX;
SXY= EXCO CHANPOIN SMXY;
DIFCONTR = (((SX-SY)**2)+(4*(SXY**2)))**0.5;
*
*=====
* calcul du rapport I/I0 et traçage des isochromes
*=====
*
f=10.87;
e= 10.;
phi=360*(1./10.87)*7.*DIFCONTR;
ISOC=(sin((phi)/2.))**2;
ISOCH =1-ISOC;
*=====
*TRACER LES ISOCLINES
*=====
*SECTT =SECTOT ET SURF3 ;
trac ECLA 0.0001 ISOCH SECTT ;

```



*TRACER LES ISOCLINES

SECTT =SECTOT ET SURF3;

term1= (2. * SXY);

term2= (SX- SY);

term3= (term1/term2);

ALPHA = (0.5) * (ATG term3);

ISOCL= sin(2. * ALPHA);

ISOCL= ISOC*(ISOCL ** 2);

*trac ECLA 0.0001 isocl SECTT ;

ALPHA0 = (ALPHA+0.);

ISOCL0= sin(2. * ALPHA0);

ISOCL0= (ISOCL0 ** 2);

*trac ecla 0.0001 isocl0 SECTT cont;

ALPHA1 = (ALPHA+10.);

ISOCL1= sin(2. * ALPHA1);

ISOCL1= (ISOCL1 ** 2);

*trac ecla 0.0001 isocl1 SECTT cont;

ALPHA2 = (ALPHA+20.);

ISOCL2= sin(2. * ALPHA2);

```

ISOCL2= (ISOCL2 ** 2);
*trac ecla 0.0001 isocl2 SECTT cont;
*****

ALPHA3 = (ALPHA+30.);
ISOCL3= sin(2. * ALPHA3);
ISOCL3= (ISOCL3 ** 2);
*trac ecla 0.0001 isocl3 SECTT cont;
*****

ALPHA4 = (ALPHA+40.);
ISOCL4= sin(2. * ALPHA4);
ISOCL4= (ISOCL4 ** 2);
*trac ecla 0.0001 isocl4 SECTT cont;
*****

ALPHA5 = (ALPHA+45);
ISOCL5= sin(2. * ALPHA5);
ISOCL5= (ISOCL5 ** 2);
trac ecla 0.0001 isocl5 SECTT cont;
*****

ALPHA6 = (ALPHA+50);
ISOCL6= sin(2. * ALPHA6);
ISOCL6= (ISOCL6 ** 2);
*trac ecla 0.0001 isocl6 SECTT cont;
*****

ALPHA7 = (ALPHA+60.);
ISOCL7= sin(2. * ALPHA7);
ISOCL7= (ISOCL7 ** 2);
*trac ecla 0.0001 isocl7 SECTT cont;
*****

ALPHA8 = (ALPHA+70.);
ISOCL8= sin(2. * ALPHA8);
ISOCL8= (ISOCL28** 2);
*trac ecla 0.0001 isocl8 SECTT cont;
*****

ALPHA9 = (ALPHA+80.);
ISOCL9= sin(2. * ALPHA9);

```

```

ISOCL9= (ISOCL9 ** 2);
*trac ecl 0.0001 isocl9 SECTT cont;
*****

ALPHA10 = (ALPHA+90.);
ISOCL10= sin(2. * ALPHA10);
ISOCL10= (ISOCL10 ** 2);
*trac ecl 0.0001 isocl10 SECTT cont;
*****

*****

TOM=DIFCONTR/2;
LIG20=P1 droi 60 P2;
COMPTOM=INT_COMP SECTT TOM LIG20;
EVOL1= EVOL rouge'CHPO'LIG20 COMPTOM;
dess EVOL1;
list EVOL1;
*aller sur le site castem, dans exemples ecrire "contact mecanique"

```