

République Algérienne Démocratique et Populaire  
Ministère de L'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique

UNIVERSITE MOULOUD MAMMERI DE TIZI-OUZOU



FACULTE DE GENIE ELECTRIQUE ET D' INFORMATIQUE  
DEPARTEMENT D'ELECTROTECHNIQUE

## Mémoire de Fin d'Etude de MASTER ACADEMIQUE

Domaine : **Sciences et Technologies**

Filière : **Génie Electrique**

Spécialité : **Machine Electrique**

*Présenté par*

**MEDANI Fares**

**AKROUR Brahim**

Thème

### **Etude du contrôle non destructif par courant de Foucault en utilisant la méthode des éléments finis**

*Mémoire soutenu publiquement le 12 juillet 2017 devant le jury composé de :*

**M<sup>r</sup> F. Namani. MAA**

**Examineur**

**M<sup>me</sup> F. BOUALI-DJADEL MAA, UMMTO,**

**Promotrice**

**M<sup>me</sup> G. YOUSFI-OUALI MAA, UMMTO,**

**UMMTO, Presidente**

**M<sup>r</sup> A. Nait Ouslimane MAA, UMMTO,**

**Examineur**

**2016/2017**

---

## *Remerciements*

*Nos sincères remerciements et notre profonde reconnaissance à Mme BOUALI, qui a bien voulu diriger ce travail, et pour sa disponibilité, elle a été là au moment où on avait le plus besoin de son aide précieuse.*

*Nous lui exprimons notre gratitude pour ses orientations et ses encouragements périodiques qui ont mené à terme ce mémoire.*

*Nous tenons aussi à remercier l'ensemble des enseignants du département de génie électrique, qui ont contribué à notre cursus d'étude.*

*A toutes les personnes qui ont aidé de près ou de loin à la réalisation de ce projet.*

# *DÉDICACES*

*Je dédie ce modeste travail :*

*A ma chère **Mère** et à mon cher **Père** pour leur chaleur et attachement affectif qui m'avait donné la force morale et le bonheur de me consacrer pour mes études*

*A mes chers frères : **AMINE** et **MAHDI***

*A ma chère sœur : **LYLIA***

*A mon cher binôme **BRAHIM***

*A mes amis au particulières : **RAHIM, SID ALI ET OMAR***

*A tout ceux qui me sont cher (es) et qui m'aiment*

*A toute la promo d'Écologie(2017) surtout le groupe d'**ETH***

***FARES***

# *DEDICACES*

*Je dédie ce travail :*

*A mes très chers parents que j'aime beaucoup c'est eux qui me suivent  
toujours avec leur soutien, affection et conseils.*

*Mes chers frères mes beaux frères*

*A mes chères sœurs*

*Mes nièces mes neveux*

*Bien sur mes ami(e)s et à tous ceux qui me connaissent de loin ou de  
prêt*

*A toute la famille écologique*

***BRAHIM***

# **Sommaire**

# Sommaire

Introduction générale.....	1
<b>Chapitre I : Généralités sur CND</b>	
I.1. Introduction.....	3
I.2. Principe de détection d'un défaut.....	4
I.3. la technique du CND.....	4
I.3.1. L'examen Visual.....	5
I.3.2. Ressuage.....	5
I.3.3. Magnétoscopie.....	6
I.3.4. Radiographie.....	7
I.3.5. Thermographie.....	8
I.3.6. Contrôle par ultrasons.....	8
I.3.7. CND par courants de Foucault.....	9
I.3.7.1. Nature du contrôle non destructif par courant de Foucault.....	10
I.3.7.2. Schéma synoptique du dispositif.....	10
I.3.7.3. Modes d'excitation.....	11
I.3.7.4. Gammes de fréquences.....	13
I.3.7.5. Fonction du capteur.....	13
I.3.7.6. Mode de contrôle.....	15
I.3.7.7. Matériau à inspecter.....	16
I.3.7.8. Epaisseur de peau.....	17
I.3.7.9. Caractéristiques électromagnétiques de matériaux à contrôler.....	18
I.3.7.10. Caractéristiques géométriques du matériau à contrôle.....	18
I.3.7.11. Eléments perturbateurs.....	19
I.3.7.12. Impédance normalisée.....	19
I.3.7.13. Avantages du CND par courants de Foucault.....	20
I.3.7.14. Limites du CND par courants de Foucault.....	21
I.4. Conclusion.....	21
<b>Chapitre II : Phénomènes électromagnétique et les méthodes de résolution</b>	
II.1. Introduction.....	22
II.1. Equation de base de l'électromagnétisme.....	22
II.1.1. Equation de Maxwell.....	22
II.2.2. Lois de comportement des milieux.....	23
II.2.3. Equation de continuité.....	24
II.2.4. Relation de passages.....	24

III.3.2. Conditions aux limites .....	25
II.2. Les méthodes numérique .....	26
II.2.1. Méthode des différences finies (MDF) et des volumes finis (MVF).....	26
II.3. Méthode d'intégrales de frontières (MIF) .....	27
II.4. Méthodes des circuits couplés .....	28
II.5. La méthode des moments .....	28
II.6. La Méthode des lignes transmission .....	29
II.7. Méthode PEEC .....	29
II.8. Méthode des éléments finis.....	30
II.8.1. Définition de la méthode des éléments finis .....	30
II.8.2. Résolution par la MEF .....	30
II.8.3. Discrétisation du domaine d'étude .....	31
II.8.4. Calcul de la fonction d'approximation .....	33
II.8.5. Formulations éléments finis des modèles électromagnétiques .....	33
II.8.5.1. Principe de la méthode variationnelle.....	33
II.8.5.2. Méthodes des résidus pondérés.....	34
II.8.6. Modèle magnétostatique .....	35
II.3.7. Modèle magnétodynamique.....	37
II.3.8. Avantages et inconvénients de la méthode des éléments finis .....	39
Conclusion .....	39

### **Chapitre III : Application.**

III.I.1. Structure géométrique .....	40
III.I.2. Caractéristiques géométriques et électromagnétiques du système.....	40
III.I.3. Organigramme de calcul .....	41
III.I.4. Domaine de résolution et conditions aux limites .....	42
III.I.5. Calcul d'impédance.....	44
III.I.6. Présence de l'entrefer dans la charge .....	47
III.I.7. Présence d'un défaut dans la pièce.....	48
III.I.8. Présence d'un défaut et d'un entrefer dans la pièce .....	49
III.10. Comparaison.....	50
Concluion .....	50
Conclusion générale .....	51
Références bibliographiques	

# **Introduction générale**

Depuis les démineurs durant et après les guerres, des chercheurs d'objets métalliques dangereux ou couteux dans les plages jusqu'à l'identification des caractéristiques géométriques et physiques d'une pièce et son contrôle pendant sa mise en œuvre et au cours de son utilisation, les moyens de mesure et de contrôle suivent toutes les découvertes des lois physiques et les technologies apparentées. Les anciennes méthodes de mesure et de détection des défauts sont basées sur un prélèvement statistique ou la mise d'un échantillon sous des essais destructifs. Les techniques modernes permettent l'extraction des informations dans une structure sans porter atteinte à son intégrité. On les appelle Contrôle Non Destructif «CND». Les techniques utilisées sont divers. Elles dépendent des caractéristiques du matériau constituant la pièce, de la détection envisagée et de la nature de la mesure [1].

L'augmentation de la productivité, la fabrication des produits de qualité et méfiance de l'insécurité sont des préoccupations de tous. Ces préoccupations associées à la complexité croissante des pièces, A contrôler oblige les techniques de CND à évoluer. Cette évolution est faite et elle se poursuit grâce au développement des moyens électroniques et informatiques.

Les systèmes électromagnétiques n'échappent pas à cette évolution. Parmi ces systèmes, nous nous intéressons au contrôle non destructif par courants de Foucault «CND-CF». Dans ces dispositifs, l'élément principal est le capteur. Ce dernier est une bobine ou un ensemble de bobines situées à proximité du produit à identifier ou à contrôler. La grandeur électromagnétique essentiellement exploitée est l'impédance mesurée aux bornes du capteur [2].

Ce procédé est employé dans tous les types d'industries utilisant des pièces en matériau conducteur électricité, particulièrement la métallurgie, le nucléaire, la pétrochimie, l'aéronautique, l'aérospatiale, l'armement, l'industrie navale, automobile et ferroviaire. La méthode des courants de Foucault peut opérer sur une chaîne de production, dans une installation en fonctionnement et dans des opérations de maintenance. Cette popularité et cette diversité sont dues aux caractéristiques techniques incluant la simplicité, la mise en œuvre sur des structures complexes avec des capteurs adaptables, les appareillages transportables, la sensibilité élevée, la non nécessité de contact avec la cible, la réponse en temps réel, la possibilité d'automatiser les essais de test et l'analyse des résultats.

Dans ce contexte, les outils de simulations permettent d'étudier les interactions sonde pièce et jouent un rôle croissant pour concevoir les systèmes de contrôle et démontrer leurs performance. La modélisation électro9magnétique permet de simuler interaction sonde pièce testée et de définir une structure de sonde adaptée a un problème donne. Ainsi il est possible

de prévoir les conséquences de différents choix (configuration géométrique, choix de matériaux...) tout en limitant le nombre de prototype à réaliser. Dans le domaine de CND par CF, la modélisation est ainsi devenue, grâce à la performance du matériel informatique, une actrice importante dans la conception de sondes.

La modélisation d'une configuration réelle de CND par CF ne peut généralement pas être obtenue analytiquement et fait appel à des méthodes numériques. Parmi celle-ci, la méthode des éléments finis (MEF) qui permet de prendre en compte des géométries complexes de sondes et de pièces, et l'une des plus utilisées, elle s'est en effet imposée comme un outil efficace pour résoudre numériquement les problèmes électromagnétiques [3][4].

Ce mémoire est ainsi organisé comme suit :

Le premier chapitre présente des généralités sur le CND. Les principales méthodes de CND sont rappelées. Les contrôles basés sur les courants de Foucault est particulièrement détaillé.

Étant familiarisé avec la technique du contrôle par courants de Foucault et ayant cerné les éléments électromagnétiques essentiels intervenant dans son fonctionnement, le deuxième chapitre traitera brièvement les méthodes numériques de résolution des équations aux configurations géométriques, la méthode que nous avons retenue dans notre travail est la méthode des éléments finis.

Le troisième chapitre est dédié à l'application et la validation du modèle proposé.

Nous terminons par une conclusion générale.

# **Chapitre I**

## **Généralités sur CND**

**I.1. Introduction**

Le contrôle non destructif a pour objectif, comme son nom l'indique, de contrôler l'état des pièces industrielles sans pour autant que les examens correspondants ne puissent nuire à leur utilisation future. Celui-ci correspond à la détection et la caractérisation des différents défauts et imperfections qui menacent la sécurité de fonctionnement des systèmes soumis à des contraintes mécaniques, thermiques ou chimiques. Aujourd'hui, on assiste à une demande très importante et généralisée, émanant de tous les secteurs industriels comme l'industrie automobile, aéronautique, pétrolière, navale et nucléaire. La qualité est devenue une nécessité vitale pour les entreprises confrontées à la concurrence internationale et à une clientèle exigeante. Cette étape du processus industriel est destinée à garantir la sécurité d'utilisation des pièces contrôlées. Elle joue un rôle économique non négligeable.[1]

Le CND constitue un secteur spécifique d'activité scientifique et industrielle possédant ses propres structures professionnelles qui regroupent des industriels fabricants et des organismes d'étude et de recherche. Vu l'étendue du champ d'application du CND, de nombreuses techniques ont été développées pour l'inspection et la détection des défauts pour différentes applications industrielles. [2]

Cette procédure de contrôle se produit souvent soit en cours de fabrication ou au cours de la vie d'une pièce et doit satisfaire au mieux les caractères suivants [3]:

- la reproductibilité : une même pièce contrôlée plusieurs fois doit toujours donner le même résultat.
- la fiabilité : le contrôle doit remplir son cahier de charges, il doit détecter tous les défauts qu'il est censé être capable de détecter.
- la possibilité d'inspection globale et locale : il s'agit de la manière dont l'inspection est réalisée. Soit la technique permet l'inspection de l'ensemble de la pièce à la fois, on parle d'une inspection globale, ou d'une partie de celle-ci, elle sera alors une inspection locale.
- la sensibilité : il s'agit du rapport entre la variation de la mesure et la grandeur que l'on veut mesurer. Plus la sensibilité est grande, plus les petites variations de la grandeur mesurée sont détectables, comme par exemple les défauts de faibles dimensions.

- la rapidité d'exécution : il faut que le contrôle soit rapide pour qu'il ne soit pas trop pénalisant au niveau des coûts et qu'il puisse s'intégrer dans un cycle de production.
- le coût : le contrôle qualité représente sur les pièces complexes un coût non négligeable qui doit être minime dans la mesure du possible.
- la résolution : la résolution et la plus petite variation du signal pouvant être détectée, par exemple la dimension du plus petit défaut.

## **I.2. Principe de détection d'un défaut**

On exploite donc un phénomène physique pour détecter une hétérogénéité dans un matériau.

Les phénomènes physiques comme l'atténuation ou diffraction des rayons X, réflexion ou diffraction des ultrasons, perturbation des courants de Foucault ; sont à la base des essais non destructifs ou ils peuvent servir à caractériser les matériaux (présence de fissures...).

Les techniques CND diffèrent généralement par l'énergie employée : énergie mécanique (ultrason, ressuage), électromagnétique (magnétoscopie, courant de Foucault) ou thermique (thermographie infrarouge). Cependant, quelle que soit la méthode employée, un processus de détection de défauts est généralement mis en place. Il est constitué de deux étapes principales : la détection et la localisation des défauts (déterminer si le système présente un défaut ou non et trouver quelle partie du système est affectée) et l'identification (estimer l'ampleur et le type des défauts) [4].

## **I.3. les techniques du CND**

Du fait que les origines et les types des défauts sont multiples, plusieurs techniques du CND ont été développées pour répondre aux différentes problématiques rencontrées, le choix d'une méthode du CND dépend d'un grand nombre de facteurs tels que la nature des matériaux constituant les pièces à contrôler, la nature de l'information recherchée (détection ou mesure, position ou formes de défauts...), le type de contrôle à effectuer (contrôle en ligne sur pièce mobile, possibilité de contact ou non avec la pièce...) et les problèmes économiques. Dans la section suivante nous allons donner un aperçu global des techniques les plus répandues dans l'industrie.

**I.3.1. L'examen Visual**

L'examen visuel est une technique de CND très simple à mettre en œuvre mais très riche en information. Elle va nous permettre aussi de préciser le mécanisme mis en jeu dans toutes les autres techniques[5].

L'examen visuel direct des pièces peut constituer un contrôle suffisant pour la détection des défauts débouchant en surface et surtout des hétérogénéités locales et superficielles (taches de différentes natures) constituants des défauts d'aspect rédhitoires pour des produits plats du types tôles, tissus, verres... [6,7]

L'œil est un capteur optique certes remarquable, mais possédant toute fois des limitations dont il faut tenir compte en contrôle non destructif [5], des moyens optiques (éclairage, lampe, miroir...) d'aides à la vision peuvent être spécifiés de manière précise afin que les conditions d'observation soient à la fois les meilleures possibles et comparable avec la qualité recherchée et indiscutable en cas de litige sur les conclusions d'un examen [8].

Le processus mis en jeu pour accroître les performances de l'examen visuel se décompose en trois phases essentielles qui sont les suivantes [5] :

- La phase d'excitation qui consiste à produire le faisceau lumineux.
- La phase de perturbation qui consiste à placer la pièce dans le champ optique du faisceau et rechercher son orientation la plus favorable pour la mise en évidence d'éventuels défauts de surfaces.
- La phase de révélation qui consiste à placer l'œil dans le champ du faisceau réfléchi par la surface de la pièce.

Il est possible de remplacer l'œil par une cellule photoélectrique, qui analyse un faisceau laser balayant la pièce au défilé, ou par une caméra qui scrute automatiquement toute la surface des pièces à contrôler

**I.3.2. Ressuage**

Cette méthode complète l'examen visuel en faisant apparaitre des défauts de surface dans un contraste coloré ou fluorescent. Son principe est relativement simple et se déroule en plusieurs étapes. La première consiste à bien nettoyer la pièce à contrôler. Un liquide coloré ou fluorescent dit "pénétrant" est ensuite appliqué sur la pièce à contrôler. Il va s'infiltrer à l'intérieur des anomalies (fissures, porosités...).

L'excès du pénétrant est ensuite éliminé par un lavage adapté. La surface est alors couverte d'une fine couche de "révélateur" qui absorbe le pénétrant contenu dans les anomalies et donne une tache colorée en surface plus large que l'anomalie, permettant ainsi de la localiser. On dit alors que le révélateur fait "ressuer" le pénétrant fluorescent qui est révélé par un éclairage sous UV.

Le champ d'application du ressuage est très vaste car le procédé est simple d'emploi et permet de détecter la plupart des défauts dans les matériaux métalliques non poreux, ainsi que sur d'autres matériaux, à condition toutefois qu'ils ne réagissent pas chimiquement avec le pénétrant.

Les limitations du contrôle par ressuage sont liées au matériau lui-même : trop forte rugosité de surface, impossibilité d'employer les produits classiques qui endommageraient sa surface. Les défauts non débouchants ne peuvent être vus, de même que les fissures renferment des corps susceptibles d'interdire l'entrée du pénétrant tels que peintures, oxydes. Le procédé lui-même est relativement lent, coûteux en temps [5].

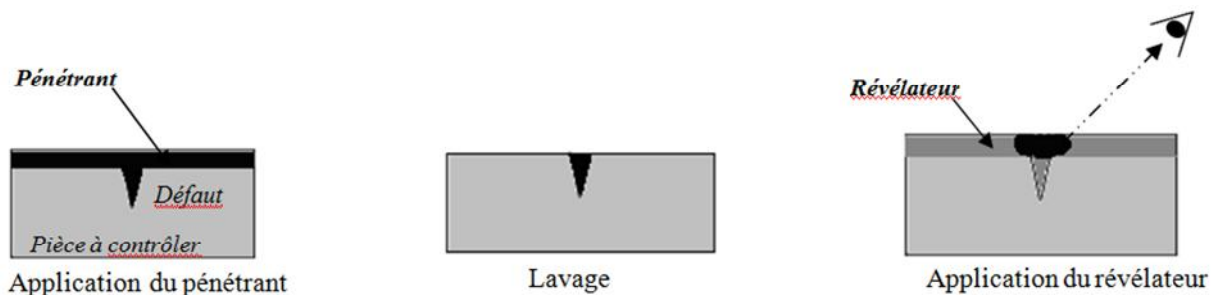


Figure I.1 : Examen par ressuage.

### I.3.3. Magnétoscopie

C'est une technique qui révèle les défauts débouchants ou sous-cutanés. Toutefois, elle ne s'applique qu'aux matériaux et alliages ferromagnétiques (fer, acier, fonte...).

L'examen par magnétoscopie consiste à soumettre la pièce à un champ magnétique de valeur définie en fonction de la pièce. Une poudre magnétique est ensuite projetée à la surface et se répartit de façon homogène si la pièce est saine. Les discontinuités superficielles provoquent à leur endroit des fuites magnétiques et son intensité augmente en surface. Il apparaît alors une concentration de particules magnétiques qui révèle la présence du défaut comme l'illustre la figure (I.2)[8][9].

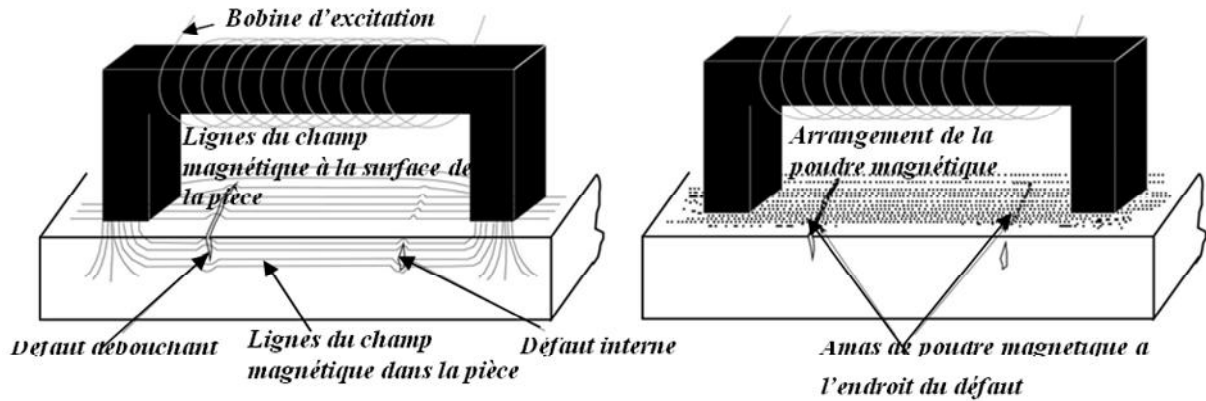


Figure I.2 : Examen par magnétoscopie.

**I.3.4. Radiographie**

La radiographie est l'une des plus vieilles méthodes du contrôle non destructif elle est basée sur l'enregistrement des rayons X après passage à travers l'objet analysé. La technique est similaire à celle utilisée dans le domaine médical, mais avec une caméra plutôt qu'un film, ce qui donne plus de liberté mais nécessite une source de plus grande intensité [11]. C'est généralement la technique retenue lorsqu'il s'agit de mettre en évidence et de dimensionner des hétérogénéités nocives à l'intérieur des objets de toutes natures, aussi bien au stade de la fabrication qu'à celui de contrôle de maintenance. Cette technique est extrêmement coûteuse et impose des conditions de sécurités pour l'opérateur et l'environnement.

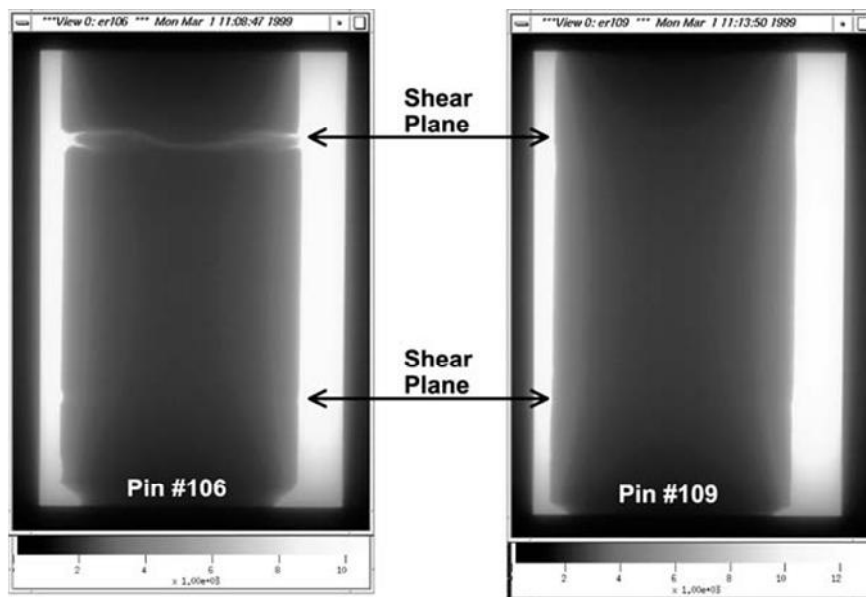


Figure I.3 : Contrôle par radiographie.

### I.3.5. Thermographie

La thermographie repose sur l'étude de la diffusion de la chaleur dans la cible à contrôler. Une quantité de chaleur est une quantité d'énergie stockée dans la matière et la température en est un indicateur mesurable. La thermographie consiste en l'interprétation des cartes thermiques (thermogrammes) des surfaces observées.

Une distinction est faite entre la thermographie passive qui résulte de la simple observation des gradients thermiques sur une pièce, et la thermographie active lorsqu'une perturbation thermique a été volontairement générée pour le contrôle (par une source laser par exemple), les discontinuités dans la pièce se traduisent par des différences de température sur l'image. L'acquisition des images thermique s'obtiens alors à l'aide d'une caméra thermographique[12][13].

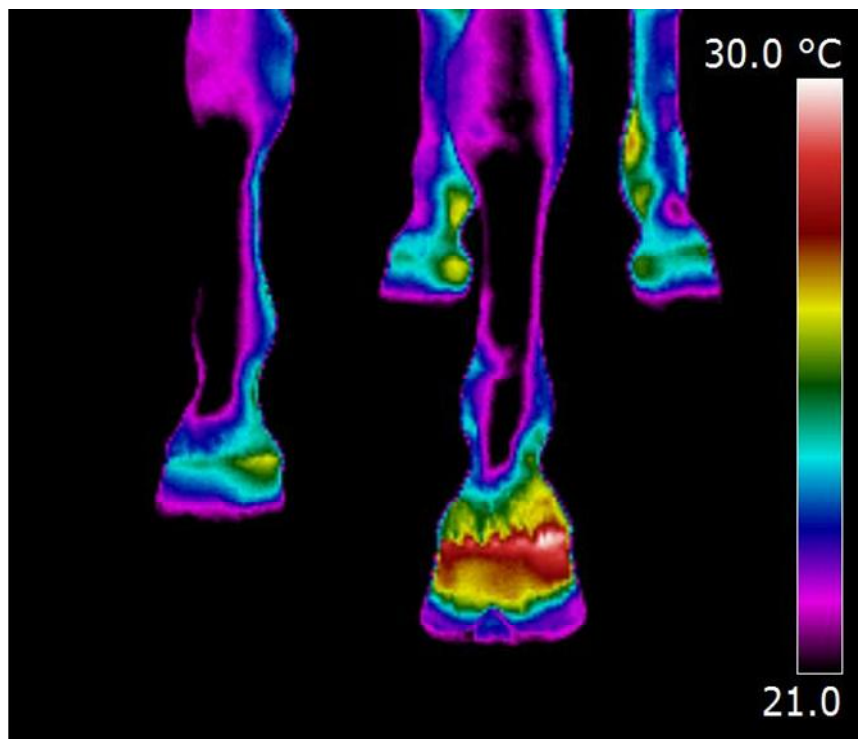


Figure I.4 : Examen par thermographie infrarouge.

### I.3.6. Contrôle par ultrasons

Lorsqu'en montagne, quelqu'un crie face à une paroi rocheuse, il réentend les mêmes sons (plus au moins déformés) un bref instant après, c'est l'écho. Les sons émis se propagent dans l'air, se réfléchissent sur la paroi rocheuse et reviennent. Pour que la personne puisse comprendre cet écho, il faut qu'à ce moment elle ait terminé de crier. Son cri doit être suffisamment bref pour ne pas se superposer à l'écho. Enfin, plus la personne est éloignée de la paroi rocheuse et plus le laps de temps après lequel l'écho est susceptible est grand. C'est le

même principe qui est employé dans le contrôle par ultrasons [5].

Le principe est simple un signal électrique est envoyé au transducteur ultrasonore qui émet une onde élastique qui se propage à l'intérieur du matériau à contrôler, puis se réfléchit sur les obstacles présents (défaut, face de la pièce...), les échos reviennent ensuite et détectés par un récepteur ultrasonore, et ils sont convertis en signal électrique que l'on peut mesurer facilement. Ce principe met en jeu des phénomènes physiques tels que la diffraction de la source, la réflexion/réfraction aux différentes interfaces, l'interaction de l'onde avec le défaut [8].

Connaissons la vitesse de propagation des ultrasons dans le matériau et le temps d'aller- retour d'une impulsion ultrasonore envoyée par le transducteur, on en déduit la distance parcourue par cette impulsion et, en définitive, la profondeur du défaut [11].

Dans la pratique l'onde ultrasonore est émise par un élément piézo-électrique, sous forme d'impulsion de quelques microsecondes. Lorsqu'elle est réfléchiée par une surface de séparation, cette onde est détectée par l'élément piézo-électrique qui agit alors comme récepteur, et transforme la vibration ultrasonore reçue en tension électrique [11]. Le CND par ultrason se prête bien au contrôle du cœur de pièces, même très épaisses, il est couramment utilisé pour rechercher des défauts dans des pièces métallurgiques, dans l'industrie nucléaire [8].

### **I.3.7.CND par courants de Foucault**

Le CND par courants de Foucault n'est applicable que sur les pièces réalisées du point de vue électrique en matériaux conducteurs. L'élément essentiel est le capteur, celui-ci est une bobine ou un ensemble de bobines. Ces derniers sont parcourus par un courant d'excitation variable dans le temps. Le capteur génère un champ magnétique d'excitation variable dans le temps. Si un matériau conducteur d'électricité baigne dans ce champ, il sera le siège des courants de Foucault.

. Le champ résultant donnera l'image de la valeur des courants induits. La mesure de ce champ ou des courants induits n'est pas directement accessible à l'expérience. On passe par la mesure d'une grandeur dérivée, suivant ces caractéristiques et les fréquences utilisées, les variations des champs créés par ces courants permettent d'examiner le matériau en surface ou en profondeur.[9][14][15]

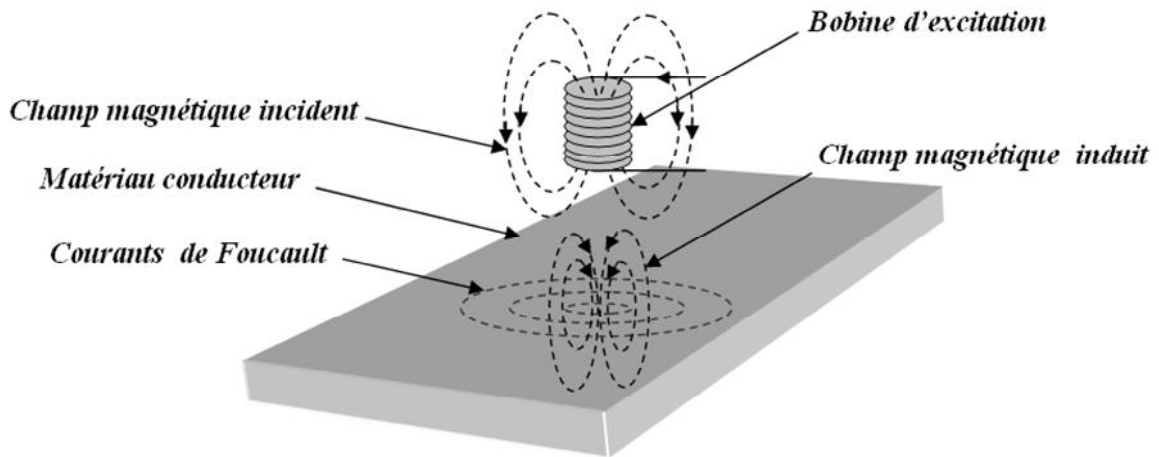


Figure I.5 : Principe du capteur à courants de Foucault.

**I.3.7.1. Nature du contrôle non destructif par courant de Foucault**

La répartition et l'intensité des courants de Foucault dépend de la conductivité électrique  $\sigma$ , de la perméabilité magnétique  $\mu$ , de la fréquence de travail  $f$ , de la géométrie du matériau à contrôler, du couplage entre le capteur et le matériau et d'éventuels défaut dans la pièce à contrôler [16]. Le contrôle dimensionnel s'applique à des mesures d'épaisseur de revêtement (ex : peinture, dépôt électrolytique) et la détermination des caractéristiques géométriques du matériau (épaisseur de petits tubes ou de plaque). Le contrôle de santé recherche la présence de défauts (fissure, inclusion,...). Le contrôle métallographique est destiné à discriminer les matériaux, de dureté, de composition chimique ou de structure métallographique différente.

**I.3.7.2. Schéma synoptique du dispositif**

La chaîne de contrôle non destructif par courant de Foucault comprend essentiellement un générateur qui alimente le capteur, le produit à contrôler et enfin le système d'observation qui visualise une grandeur dérivée des courants de Foucault.

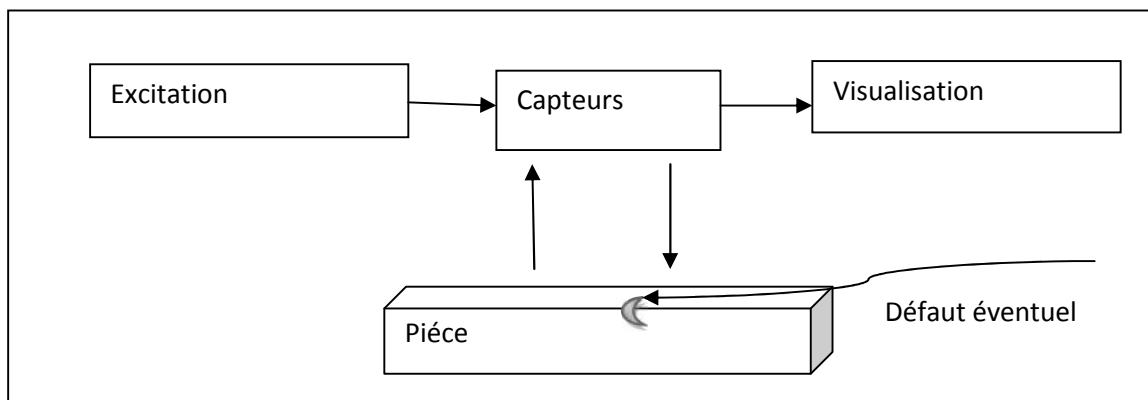


Figure I.6 : schéma synoptique de la chaîne de contrôle.

**I.3.7.3. Modes d'excitation**

La sensibilité de la méthode dépend de la fréquence du courant d'excitation celle-ci conditionne en effet, la profondeur de pénétration des courants induits dans le matériau à inspecter, ce qui destine la technique au contrôle surfacique (pièces minces) et volumique (pièces à grande épaisseur).

L'excitation est réalisée par un générateur délivrant un signal variable dans le temps ou périodique dans une gamme de fréquence déterminée.

Les mesures peuvent être faussées par une mauvaise définition de la forme de l'onde fournie ou par une variation de la fréquence. Par conséquent, le générateur doit impérativement délivrer un signal asservi en fréquence de manière à assurer une grande stabilité d'excitation et à réduire le bruit de fond et les dérives lents.

- **Excitation mono fréquence**

Le courant d'excitation est une onde sinusoïdale de fréquence fixe qui peut être fournie par un générateur ayant une ou quelques fréquences fixes commutables. Le choix de la fréquence dépend essentiellement de l'application visée et de la sensibilité aux paramètres recherchés. La fréquence intervient sur la profondeur de pénétration et sur la séparation en phase des réponses de divers défauts.

Il n'y a pas cependant des critères simples et uniques de choix de la fréquence, pratiquement, le choix de la fréquence de sondage doit se faire après des essais sur échantillons de façon à mettre en évidence les paramètres perturbateurs. Ce mode d'excitation est limité en utilisation car il ne délivre pas une caractérisation fine des contrôles et il n'élimine pas l'influence de l'ensemble des paramètres perturbateurs.

- **Excitation multifréquences**

Le contrôle multi fréquences a été développé en particulier pour le contrôle des tubes des générateurs de vapeur [17] [18] [19] et des rails ferroviaires [20] [21]. ces environnements présentent en particulier des parties droites, des coudes et des éléments de fixation. Le contrôle dans certaines zones est rendu très délicat par l'apparition de signaux parasites de fortes amplitudes pouvant se superposer au signal du défaut. La méthode pratiquée consiste à neutraliser les signaux parasites en procédant à leur soustraction pour deux fréquences différents injectées dans le capteur

L'origine de la technique multifréquence est encore liée au développement des programmes électro-nucléaires, il semble que le problème se soit posé pour la première fois lors de contrôle des tubes formant l'échangeur de chaleur dans les générateurs de vapeur [17].

Ces tubes en Inconel sont assemblés en faisceau. Chaque tube il repose sur une plaque tubulaire et traverse des plaques servant d'entretoise. Lors du passage de la seconde contrôle à l'intérieur du tube, un signal dit «signale plaque» apparaît au niveau de celle-ci. Un tel signal, relativement grand, est susceptible de masquer un éventuel défaut réel.

De même, si lors d'un contrôle, deux défauts se trouvent sur une même zone de la pièce à examiner, le signal est difficilement interprétable car le signal électrique contient des informations relatives à chacun deux. Dans ce mode particulier d'utilisation des courants de Foucault, les générateurs excitent la bobine simultanément sur plusieurs fréquences. Le signal reçu ensuite filtré par des passes bandes à fort pente. En ayant plus d'information, il est possible d'éloigner les signaux perturbateurs du signal recherché. Pour beaucoup d'informations, il faut faire des mesures à plusieurs fréquences d'excitation.

En effet, l'utilisation de fréquence engendre  $2n$  informations et peut permettre l'élimination de  $2n-1$  perturbations[22][23].

La technique de mesure peut être réalisée en fréquences séquentielles ou en fréquences simultanées. La mesure en séquence excite le capteur par mono fréquence successive. Cette technique met un temps d'excitation et d'acquisition des données important. La mesure en fréquence simultanées consiste à injecté au capteur simultanément plusieurs signaux de fréquences différentes. En pratique, on utilise un système d'excitation en double fréquence (10kHz et 100 kHz) pour le contrôle des rails ferroviaires [20] et à trois fréquences simultanées [100kHz, 240 kHz, 500 kHz] pour les tubes de vapeur [17].

- **Excitation pulse**

Elle consiste à émettre un champ magnétique à large bande de fréquence. Le courant d'excitation n'est pas une onde sinusoïdale mais variable dans le temps. C'est une excitation impulsionnelle de forme rectangulaire, triangulaire ou autre. Toutefois, On préfère utiliser une forme semi sinusoïdale en raison de sa simplicité de mise en œuvre.

La décomposition en série de fourrier de l'onde engendre des signaux de fréquences multiples. Cette méthode présente donc une alternative à l'excitation multi fréquence. On utilise l'évolution temporelle des signaux pour extraire des informations. Une telle technique

est plus riche en informations qu'en mono fréquence ou en multi fréquences.

Cette technique a été utilisée pour évoluer l'épaisseur de revêtement [24] et les dépôts sur les pièces métalliques [25], pour la détection des défauts profonds[26].

#### **I.3.7.4. Gammes de fréquences:**

- **Gammes basses fréquences (1Hz :1KHz)**

Les courants de Foucault à basse fréquence (27) permettent de déterminer l'état global d'une pièce. Cette technique convient pour le contrôle de produit de forte épaisseur ou le contrôle de qualité (tri de matériaux selon leur nuance à cœur) et des défauts volumiques et profonds (28) (29). Elle est utilisée préférentiellement pour les produits ferromagnétiques en raison de problème de pénétration (30) (31). C'est une technique très répandue dans l'industrie. Elle est relativement simple à mettre en œuvre, très peu coûteuse et sensible au manque de matière. Néanmoins, si la fréquence est trop basse, l'amplitude des courants de Foucault sera faible et la mesure ne sera pas précise à cause de bruit (22).

- **Gammes moyenne fréquences (1KHz : 1MHz)**

C'est le domaine le plus employé en mesure de faible épaisseur (32)(33)(34), telles que les plaques au barres Co-filées .ce domaine fréquentiel couvre également le contrôle de santé ( détection hétérogénéité du type fissures inclusion , occlusion ....) (17) (18) (19) ainsi que le contrôle de caractéristiques métallurgiques (traitement superficiels, conductivité ...).

- **Gammes hautes fréquences supérieures à 1MHz**

Les fréquences supérieures à 1 MHz sont très peu utilisées. Elles peuvent engendrer des capacités parasites entre les spires du capteur et entre le capteur et le matériau. Son utilisation se limite essentiellement à des mesures d'entrefer, la détection de micro fissure de surface et la modélisation de micro-bobines utilisés dans le domaine de la télécommunication et de la résonance nucléaire (22)(35) .

#### **I.3.7.5. Fonction du capteur :**

Le fait qu'un bobinage peut être inducteur ou induit donne la possibilité au capteur de jouer le rôle de l'émetteur ou de récepteur ou les deux fonctions simultanées(20).

- **Les capteurs à double fonction**

C'est le cas dans lequel les fonctions d'excitation et de réception sont assurées par la ou les même (s) bobines.

## Sonde

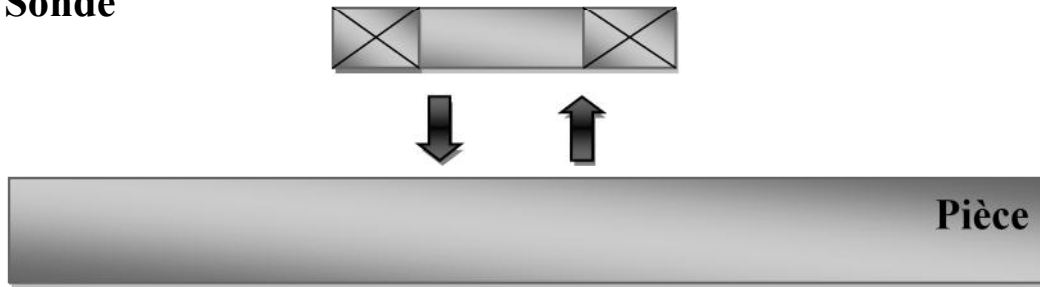


Figure I.7 : sonde à double fonction.

L'extraction des informations se fait par la mesure de l'impédance équivalente ou de la variation de l'impédance due à la présence du matériau au voisinage du capteur ou due à la présence d'un défaut dans ce matériau. Ce type de capteur favorise la mesure de grandeurs à évolution lentes tels que l'épaisseur de revêtements, l'entrefer (lift-off) et la conductivité (référence).

- Les captures à fonction séparées

Ces capteurs possèdent un enroulement dédié à l'excitation et un autre à la mesure. Cette conception est souvent utilisée pour la détection de défaut de grande taille ou profond (référence).

Le principe de la détection est basé sur la traversée du champ d'une zone à une autre. La détection de ce genre de défaut nécessite l'augmentation de dimension de la bobine d'excitation. Cette augmentation de la taille du capteur se fait de sa résolution spatiale lors de la réception. C'est alors qu'on associe la réception à une autre bobine de taille souvent plus petite que celle de l'émetteur. Les enroulements peuvent être alors enchevêtrés ou séparés.

## Emetteur

## Récepteur

## Sonde

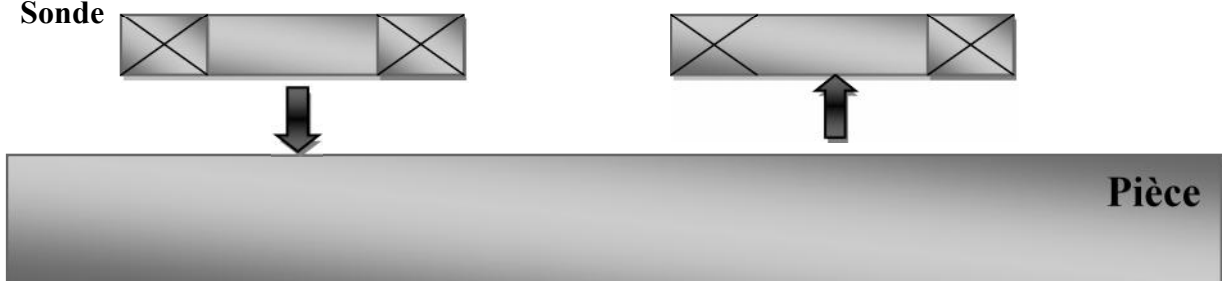


Figure I.8 : sonde à fonction séparées.

### I.3.7.6. Mode de contrôle

En fonction de l'intensité du champ, qui dépend des caractéristiques électromagnétiques de la pièce à identifier ou à contrôler et des perturbations éventuelles, on compte trois modes de mesure :

- Mode de contrôle absolu.
- Mode de contrôle composé.
- Mode de contrôle différentiel.
  - **Mode de contrôle absolu:**

Un capteur absolu est destiné à mesurer la valeur effective des caractéristiques du produit à examiner par rapport à une référence fixe. Le signal récupéré par la bobine est très faible en comparaison au signal émis. C'est pourquoi on utilise, en contrôle par courants de Foucault, une mesure comparative. La méthode absolue utilise un capteur à double fonction et la mesure se fait par comparaison du signal reçu à une référence artificielle électronique. Ce mode de mesure permet d'accéder simultanément aux grandeurs utiles et perturbatrices (exemple la température qui fait varier la perméabilité magnétique et la conductivité électrique du matériau à tester).

Ce type de contrôle est préférentiellement utilisé dans le domaine de la caractérisation électromagnétique et géométrique(36) (37) (38).

➤ **Mode de contrôle compensé**

Pour s'affranchir des grandeurs perturbatrices, on réalise le mode absolu compensé. Dans ce mode de contrôle on utilise deux bobines.

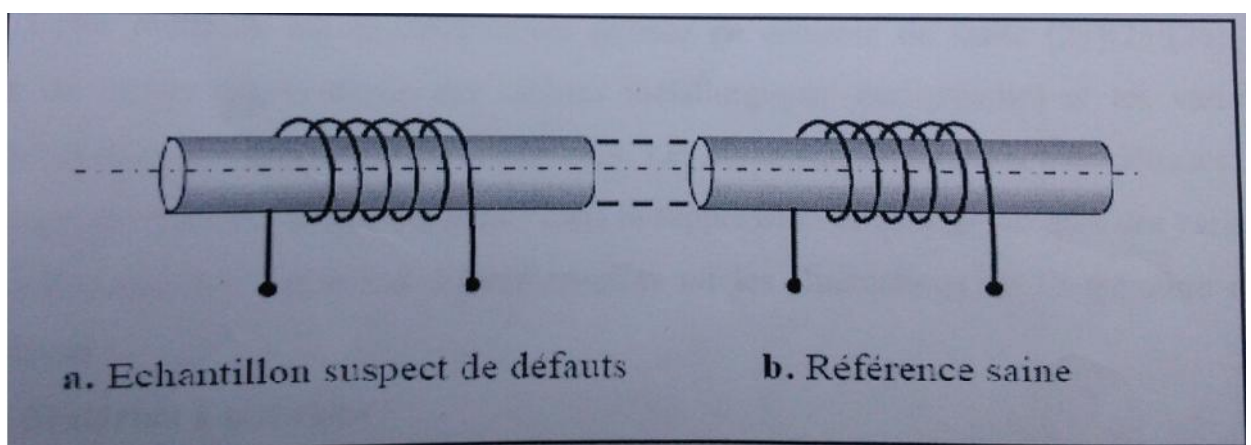
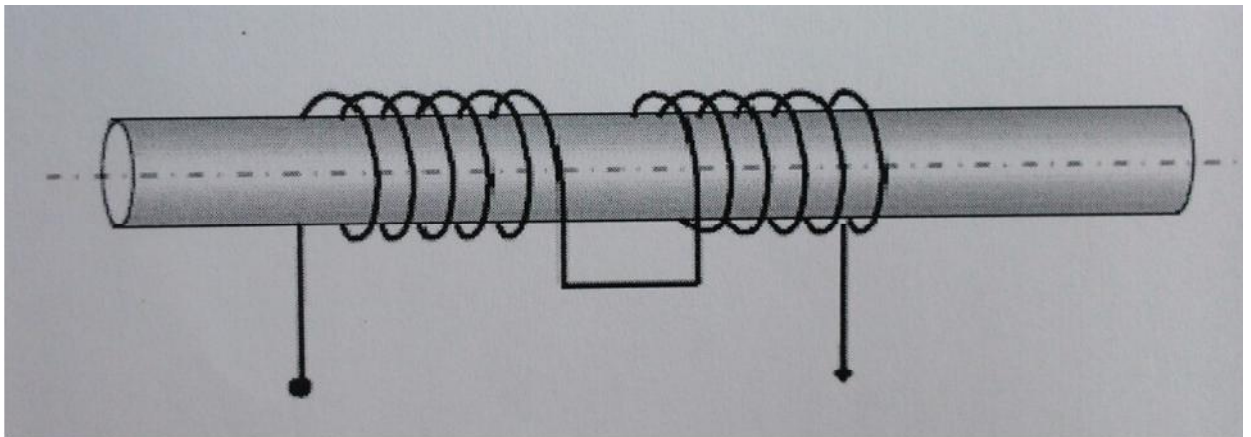


Figure I.9 : Mesure absolue compensée.

L'une est positionnée à proximité d'une surface d'une pièce à contrôle et l'autre à proximité d'une autre surface saine de même matériau, comme le montre la figure 1.9. La première capte les grandeurs utiles et perturbatrices alors que l'autre ne capte que les signaux perturbateurs. Une mesure comparative permet d'extraire seulement les signaux utiles.

➤ **Mode de contrôle différentiel :**

Cette technique utilise deux capteurs absolus écartés, montés en tête-bêche parcourus par le même courant mais de signe opposé comme le montre la figure 1.10. La mesure différentielle est équivalente à la comparaison permanente de deux mesures effectuées simultanément en deux emplacements voisins. Dans le cas de pièce saine, l'impédance du capteur différentiel est nulle. La repense est sensible seulement aux variations brusques de la géométrie de la pièce à contrôler.



**Figure I.10: mesure différentielle.**

Cette méthode est essentiellement utilisée en contrôle de santé (23)(26)(27). Elle permet de mettre en évidence des défauts métallurgiques (anisotropie) et les variations dimensionnelles brutales telles que les fissures. Les défauts ponctuels sont bien détectés. L'avantage de ce mode de mesure réside dans la suppression de tout signal dû à des variations lentes telles que les variations dimensionnelles ou les fluctuations de température ou de conductivité.

**I.3.7.7. Matériau à inspecter :**

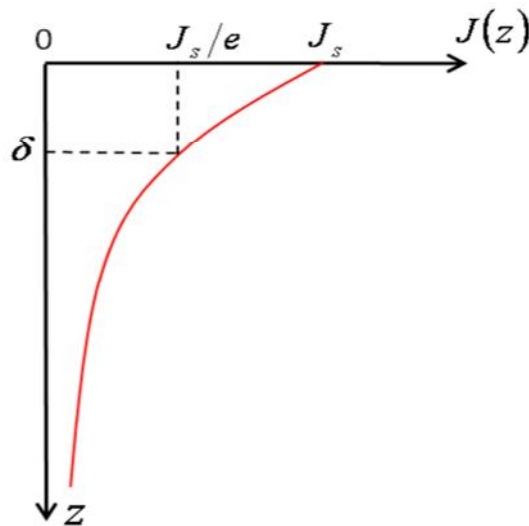
Au cours des ans, la technologie des capteurs et le traitement des données ont continuellement progressé et aujourd'hui la technique par courant de Foucault est reconnue comme étant rapide, simple et précise. C'est la raison pour laquelle elle est utilisée largement dans les industries de production et d'utilisation de produits métalliques pour la détection en

surface ou en volume et la caractérisation physique des matériaux comme l'aluminium, l'acier inoxydable, le cuivre, le titane, le laiton, l'Inconel et même l'acier au carbone, le matériau à inspecter étant le siège des courants Foucault(17).

**I.3.7.8. Epaisseur de peau :**

Les courants Foucault sont très sensibles aux différents paramètres géométriques (la présence de défaut, la distance entre la bobine et la pièce, l'épaisseur de la pièce), électromagnétiques (la conductivité, la perméabilité) et thermiques. Le paramètre perturbateur est la température car elle modifie localement ou totalement la perméabilité ou la conductivité du matériau et donc l'impédance de la bobine réceptrice.

Quand on s'intéresse à une caractéristique électromagnétique ou géométrique, les autres sont par conséquent des paramètres perturbateurs. Cependant, si un contrôle cherche à mettre en évidence une caractéristique, il faut déterminer les paramètres de réglages optimaux (point de fonctionnement) et minimiser au maximum leurs variations. Par conséquent, la connaissance de l'influence de ces différents paramètres est nécessaire(17).



**FigureI.11 : Répartition des courants de Foucault dans une pièce.**

La fréquence de travail, la conductivité et la perméabilité apparaissent dans l'épaisseur de peau électromagnétique telle que :

$$\delta = \sqrt{\frac{1}{\pi \mu \sigma f}}$$

Ce phénomène engendre une décroissance exponentielle de la densité de courant de Foucault, soit :

$$J(z) = J_0 e^{-z/\delta}$$

### **I.3.7.9. Caractéristiques électromagnétiques de matériaux à contrôler :**

Les faibles variations de la composition chimique d'un matériau (exemple de l'acier) influent sur l'amplitude et la phase du signal. Ces variations de composition agissent surtout sur la dureté qui, à son tour, par l'intermédiaire de la conductivité et a perméabilité, modifier l'amplitude de signal fondamental et de ses harmonique.

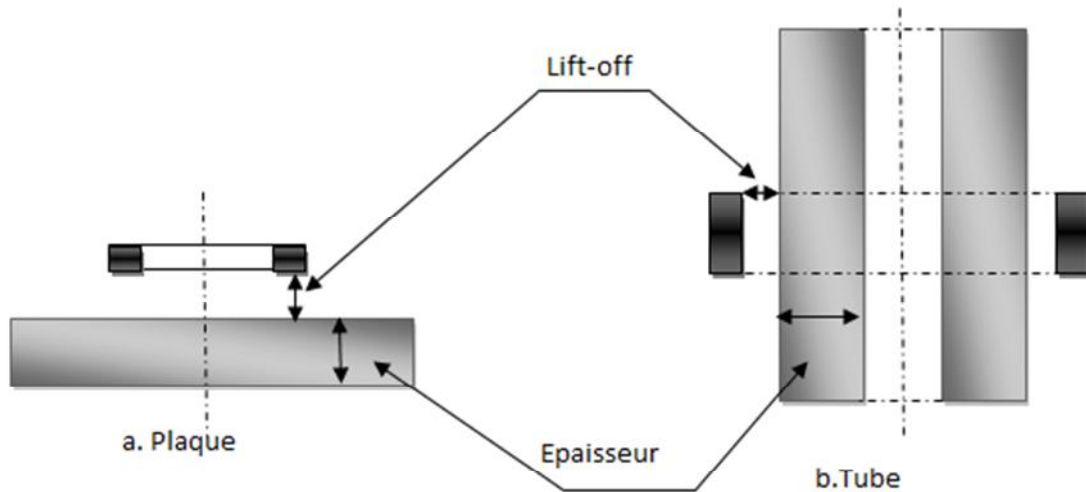
L'induction magnétique est directement proportionnelle à la perméabilité d'un matériau .l'induction résultante d'une bobine avec un noyau ferromagnétique donc augmente d'un facteur ce qui rend l'épaisseur de peau très faible.

La conductivité est directement liée à la densité de courant inducteur et induite. Dans ce contexte, on site un exemple élaboré en ou les auteurs s'étudient la sensibilité à la variation de conductivité d'un capteur en fonction de la fréquence .cette sensibilité est définie par la dérivée de la variation d'impédance par rapport à la conductivité.

Si la conductivité et la perméabilité sont considérées comme étant des éléments perturbateurs dans la détection des défauts et dans la caractérisation géométrique, il n'est pas de même quand on s'intéresse à leurs évaluations. C'est la caractérisation électromagnétique des matériaux. Entre autre, l'indentification des différents matériaux dans une pièce en multicouches (39)(40).

### **I.3.7.10. Caractéristiques géométriques du matériau à contrôle :**

Pour réaliser le contrôle complet d'une pièce, il faut déplacer à une vitesse qui peut atteindre quelques mètres par seconde, la bobine à surface de celle-ci et déceler les variations d'impédance qui traduisent la présence d'une anomalie à l'intérieur de la pièce. Ce déplacement provoque des variations de position du capteur par rapport à la surface de la pièce et engendre ainsi des fluctuations d'impédance dites lift-off (figureI.14). Ces fluctuations peuvent prendre une amplitude telle qu'elles masqueront des indications sur les caractéristiques des défauts. Il est donc essentiel d'en connaître l'influence et de maîtriser au mieux ce paramètre expérimental.



**Figure I.14 : Définition des paramètres géométriques.**

Une des utilisations de la technique du contrôle par courants de Foucault est l'évaluation dimensionnelle des couches constitutives. Cela revient à mesurer l'épaisseur des différentes couches isolante et conductrice. La détection dimensionnelle des couches isolantes, du point de vue électromagnétique, est équivalente à la mesure de l'entrefer entre le capteur et la partie conductrice. C'est le lift-off. Dans ce cas, ce paramètre n'est plus perturbateur.

### I.3.7.11. Éléments perturbateurs

Dans tous les traitements de problème à plusieurs variables, quand on s'intéresse à une grandeur, les autres des paramètres doivent être maîtrisés. Dans les descriptions précédentes nous avons précisé, pour chaque nature de détection, les perturbations qui peuvent surgir lors de la pratique du contrôle. Pour la maîtrise des paramètres, on reçoit généralement des capteurs spécifiques (capteur différentiel) et des excitations en multi fréquences (double et triple fréquence) (20).

Dans le domaine de contrôle et d'évaluation non destructifs par courant de Foucault. La température est le seul élément purement perturbateur. La perméabilité magnétique et la conductivité électrique du matériau varient avec la température. Toute variation thermique devient très gênante pour les appareils qui assurent une mesure absolue tels que ceux destinés à des mesures d'épaisseur ou de détection d'anomalies.

### I.3.7.12. Impédance normalisée

L'inspection des matériaux consiste à mesurer les variations d'impédance de la bobine. En général, on utilise une méthode comparative, dont l'objet est de mesurer la

différence entre l'impédance  $Z_0$  de la bobine en présence de la pièce à inspecter et l'impédance  $Z$  de la bobine dans l'air. En absence du matériau à contrôler, l'impédance complexe  $Z_0$  du capteur est(15) :

$$\bar{Z}_0 = R_0 + jX_0$$

$R_0$  et  $jX_0$  sont respectivement la résistance et la réactance à vide de la bobine du capteur.

En présence du matériau à contrôler, le champ réactif provoque une modification de l'impédance du capteur. L'impédance complexe en charge  $Z$  avec barre est :

$$\bar{Z} = R + jX$$

$R$  est la composante résistive qui englobe les pertes internes du bobinage d'excitation et les pertes par courants de Foucault dues à la pénétration du champ dans le matériau.  $X$  est la composante inductive qui présente la réactance du bobinage d'excitation, liées à la topologie des lignes de champ magnétique émises par le capteur.

Pour éliminer les composantes de l'impédance à vide  $R_0$  et  $X_0$  (pertes à vide, l'inductance propre du capteur) et garder uniquement la géométrie du capteur, sa position relative au matériau (lift-off) et les caractéristiques géométriques et physiques du matériau, on procède à la normalisation de l'impédance complexe du capteur en présence du matériau.

Cette normalisation est donnée par :

$$\bar{Z}_n = \frac{\bar{Z} - R_0}{X_0} = R_n + jX_n$$

$$R_n = \frac{R - R_0}{X_0}$$

$$X_n = \frac{X}{X_0}$$

### **I.3.7.13. Avantages du CND par courants de Foucault [40]:**

Le CND par CF

- Permet la détection des défauts débouchant ou faiblement enfouis (quelques millimètres) dans tout matériau conducteur.
- Ne nécessite pas l'utilisation de produit couplants, Ceci en facilite par conséquent l'utilisation. De même, aucune nuisance ou pollution n'est engendrée ni pour

l'utilisateur ni pour l'environnement, contrairement, par exemple au ressuage, largement utilisé, qui nécessite l'application de produits chimiques nocifs.

- Transportabilité : le CND par CF ne nécessite pas de dispositif encombrant, et peut donc être effectué à des endroits difficilement accessibles moyennant un équipement portable. De même les contrôles à température élevées.

#### **I.3.7.14. Limites du CND par courants de Foucault**

- Il ne s'applique qu'à des matériaux électriquement conducteurs
- Il n'est pas adapté pour détecter des défauts à forte profondeur
- L'interprétation des signaux est souvent complexe

#### **I.4. Conclusion**

Une recherche bibliographique approfondie sur le contrôle non destructif par courant de Foucault a été réalisée. Elle est cependant limitée aux éléments intervenant dans le phénomène électromagnétique. Partant de la source d'excitation, à travers le capteur et le matériau à examiner, nous arrivons à la mesure de l'impédance complexe aux bornes de capteur, cette grandeur résultante de la topologie des courants de Foucault, nous informera sur l'état dimensionnel physique et de la santé du matériau à contrôler. De ce fait, nous ne nous intéressons qu'au calcul des courants de Foucault et de la variation d'impédance qui en résulte. Pour ce faire, on aborde d'abord la présentation du modèle général de Maxwell qui fera l'objet du chapitre suivant.

**Chapitre II**  
**Phénomènes**  
**électromagnétique et**  
**les méthodes de**  
**résolution**

### II.1. Introduction

Il existe plusieurs méthodes de résolutions des EDP, entre autres les méthodes analytiques telle que la méthode de séparation de variables. Les méthodes analytiques ont le mérite d'être efficaces et permettent un pré-dimensionnement de la machine mais elles restent tout de même limitées en terme de précision. Ces méthodes s'avèrent d'application très difficile voire impossible dès que la complexité de la géométrie s'accroît et que certains matériaux possèdent des caractéristiques non linéaires elles sont substituées par les méthodes numériques beaucoup plus précises. Ces méthodes permettent de modéliser les géométries les plus complexes et de prendre en compte les phénomènes physiques, comme la saturation des matériaux ferromagnétiques, les anisotropies des milieux et la présence des courants de Foucault induits dans les conducteurs soumis à un flux variable.

Parmi ces méthodes, on pourra citer la méthode des différences finies, la méthode des volumes finis, la méthode des intégrales de frontières, et la méthode des éléments finis (MEF).

Dans ce chapitre on s'intéressera à l'étude la méthode des éléments finis

La méthode des éléments finis dite méthode « universelle » est donc de loin la méthode la plus utilisée et la plus puissante des méthodes numériques. Mise au point par les mécaniciens, elle est mise en œuvre par O. Zienkiewicz. Elle fut introduite en électromagnétisme par P. Sylvester et M.V.K. Chari vers les années 1970.

### II.1.Equation de base de l'électromagnétisme

#### II.1.1.Equation de Maxwell :

Les équations de Maxwell spécifient que toute variation spatiale ou temporelle d'un champ électromagnétique en un point de l'espace entraîne ou est due à l'existence d'un autre champ au même point. Ces équations sont donc locales et sont valables dans n'importe quel système. Ainsi, dans tous les problèmes nécessitant le calcul du champ électromagnétique qui règne dans un système matériel, on utilise les quatre équations fondamentales aux dérivées partielles de MAXWELL, qui sous leurs formes la plus général s'écrivent :

$$\text{Maxwell Gauss: } \operatorname{div} \vec{D} = \rho \quad (\text{II.1})$$

$$\text{Maxwell-Faraday: } \operatorname{rot} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (\text{II.2})$$

Conservation du flux :  $div \vec{B} = 0$  (II.3)

Maxwell-Ampère :  $r\vec{\partial}t \vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$  (II.4)

$\vec{E}$  [V/m] et  $\vec{H}$  [A/m] : représentent respectivement le champ électrique et magnétique.

$\vec{D}$  [C/m<sup>2</sup>] et  $\vec{B}$  [T] : représentent respectivement le vecteur déplacement électrique et l'induction magnétique

$\vec{j}$  [A/m<sup>2</sup>] et  $\rho$  [C/m<sup>3</sup>] Représentent respectivement la densité de courant électrique et celle de la charge électrique.

L'équation (II. 4) est une généralisation de théorème d'Ampère. Elle permet d'établir la relation entre le champ électromagnétique et les courants électriques. Elle traduit la création d'un champ magnétique par les courants électriques de conduction et de déplacement.

L'équation (II. 2) correspond à la loi d'induction de Faraday, qui établit le lien entre un champ électrique et un flux magnétique. Cette loi traduit le phénomène inductif qui se produit dans un conducteur soumis à un champ magnétique variable ou dans un conducteur en mouvement soumis à un champ magnétique constant.

Ces deux équations (II. 1) et (II. 3) traduisent respectivement la conservation de la charge électrique et de champs magnétique.

### III.2.2. Lois de comportement des milieux :

Les grandeurs et les liaisons des cinq champs vectoriels précédents sont dépendent des caractéristiques électromagnétiques du milieu où ils règnent .Ainsi, pour définir complètement le phénomène électromagnétique à l'intérieur d'un milieu isotrope et homogène, on rajoute aux équations précédentes les lois de comportement de ce milieu :

- **Relations du milieu**

$$\vec{B} = \mu(\vec{H}).\vec{H} \tag{II.5}$$

$$\vec{D} = \varepsilon(\vec{E}).\vec{E} \tag{II.6}$$

$$\mu = \mu_0\mu_r \tag{II.7}$$

$$\varepsilon = \varepsilon_0\varepsilon_r \tag{II.8}$$

$\mu$  : Perméabilité magnétique [ $H/m$ ]

$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$  Perméabilité magnétique du vide [ $H/m$ ]

$\mu_r$  : Perméabilité magnétique relative du milieu considéré.

$\varepsilon$  : Permittivité électrique [ $F/m$ ]

$\varepsilon_0$  : Permittivité électrique du vide  $\varepsilon_0 = \frac{1}{36\pi} \cdot 10^{-9} [F/m]$

$\varepsilon_r$  : Permittivité relative du milieu considéré

- **Loi d'Ohm**

Elle exprime la relation liant la densité du courant  $\vec{J}$  au champ électrique  $\vec{E}$  à travers la conductivité  $\sigma$ , elle est donnée par :

$$\vec{J} = \sigma \cdot \vec{E} \quad (\text{II.9})$$

$\sigma$  : Conductivité électrique [ $(\Omega \cdot M)^{-1}$ ]

### III.2.3. Equation de continuité

L'équation de continuité appelée aussi équation de la conservation de la charge électrique est donnée par :

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{J} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0 \quad (\text{II.10})$$

### III.2.4. Relation de passages

A l'interface entre deux milieux différents respectivement (1) et (2), les champs de vecteurs doivent vérifier certaines conditions dites relations de passages. Elles s'énoncent comme suit[43] :

- **Discontinuité de la composante normale de l'induction électrique**

$$(\vec{D}_{n1} - \vec{D}_{n2}) \cdot \vec{n} = \sigma_s \quad (\text{II.11})$$

$D_{n1}$  : La composante normale de l'induction électrique dans le milieu 1.  $D_{n2}$  : La composante normale de l'induction électrique dans le milieu 2.

$\sigma_s$  : Densité de charge électrique portée par la surface de séparation.

$\vec{n}$  : Vecteur unité suivant la normale de l'interface.

- **Conservation de la composante tangentielle du champ électrique**

$$(\vec{E}_{t1} - \vec{E}_{t2}) \wedge \vec{n} = 0 \quad (\text{II.12})$$

$\vec{E}_{t1}$  : La composante tangentielle de champ électrique dans le milieu 1.

$\vec{E}_{t2}$  : La composante tangentielle de champ électrique dans le milieu 2.

- **Conservation de la composante normale de l'induction magnétique**

$$(\vec{B}_{n1} - \vec{B}_{n2}) \cdot \vec{n} = 0 \quad (\text{II.13})$$

$\vec{B}_{n1}$  : La composante normale de l'induction magnétique dans le milieu 1.

$\vec{B}_{n2}$  : La composante normale de l'induction magnétique dans le milieu 2.

- **Discontinuité de la composante tangentielle du champ magnétique**

$$(\vec{H}_{t1} - \vec{H}_{t2}) \wedge \vec{n} = \vec{K} \quad (\text{II.14})$$

$\vec{H}_{t1}$  : La composante tangentielle de champ magnétique dans le milieu 1.

$\vec{H}_{t2}$  : La composante tangentielle de champ magnétique dans le milieu 2.

$\vec{K}$  : Densité de courant porté par la surface de séparation

### III.3.2. Conditions aux limites

#### ➤ Condition type Dirichlet

Cette condition nous informe sur la valeur exacte de l'inconnue sur la frontière du domaine d'étude. Elle est sous forme :

$$A = A_0 \quad (\text{II.18})$$

$A$  : La fonction inconnue

$A_0$  : Constant

#### ➤ Condition type Neumann

Elle appliquée sur la frontière lorsque la valeur de la grandeur calculée n'est pas connue à la frontière du domaine d'étude.

$$\frac{\partial A}{\partial n} = A_0 \quad (\text{II.19})$$

**➤ Condition mixte**

C'est la combinaison des deux types précédents, elle s'exprime de la manière suivante :

$$\alpha A + \beta \frac{\partial A}{\partial n} = \gamma \quad (\text{II.20})$$

Ou :  $\alpha, \beta$  et  $\gamma$  sont des constantes.

**II.2.les méthodes numérique****II.2.1.Méthode des différences finies (MDF) et des volumes finis (MVF)**

La méthode des différences finies est basée sur la transformation de l'opérateur différentiel en un opérateur aux différences, où chaque dérivée est approchée par une différence de valeurs de l'inconnu à déterminer, en un certain nombre de points du domaine de résolution.

L'ensemble des points de discrétisation constitue un maillage. Ainsi les équations des dérivées partielles (EDP) est transformée en équation algébrique en chacun des points (nœuds).

L'écriture de cette transformation pour tous les nœuds du maillage conduit à un système algébrique dont la solution permet d'obtenir la distribution du potentiel A dans le domaine d'études.

Les dérivées première ou secondes de l'inconnue des points P sont exprimées en fonction des valeurs de l'inconnue des points voisins [13].

$$\left(\frac{\partial A}{\partial x}\right)_{i,j} = \frac{A_{i+1,j} - A_{i-1,j}}{2h}$$

$$\left(\frac{\partial A}{\partial y}\right)_{i,j} = \frac{A_{i,j+1} - A_{i,j-1}}{2h}$$

$$\left(\frac{\partial^2 A}{\partial x^2}\right)_{i,j} = \frac{A_{i+1,j} - 2A_{i,j} + A_{i-1,j}}{h^2}$$

$$\left(\frac{\partial^2 A}{\partial y^2}\right)_{i,j} = \frac{A_{i,j+1} - 2A_{i,j} + A_{i,j-1}}{h^2}$$

Ainsi le Laplacien discrétisé s'écrit :

$$(\Delta A)_{i,j} = \frac{1}{h^2} [A_{i+1,j} + A_{i,j+1} - 4A_{i,j} + A_{i-1,j} + A_{i,j-1}]$$

La variation de  $i$  et  $j$  sur les points du maillage donne le système algébrique suivant :

$$[S][A]=[F]$$

[F] : terme source

[S] : matrice contenant les données géométriques et physiques

[A] : vecteur des inconnus.

De mise en œuvre simple, cette méthode s'adapte mal aux objets à géométries complexes à cause de la rigidité du maillage, en plus de l'espace mémoire ainsi que du temps de calcul qui sont très importants. D'autre part, la prise en compte des conditions de symétrie, de passage d'un milieu à un autre et des non-linéarités (saturation...) nécessite un entraînement spécifique.

La méthode des volumes finis se détermine à partir de la méthode des différences finies. Le domaine d'études est subdivisé en volumes élémentaires de telle manière que chaque volume entoure un nœud du maillage.

L'EDP est intégrée dans chacun des volumes élémentaires. Pour calculer l'intégrale dans ce volume élémentaire, l'inconnu est représenté à l'aide d'une fonction d'approximation (linéaire, exponentielle,...) entre deux nœuds consécutifs. Ensuite la forme intégrale est discrétisée dans le domaine d'études.

Grâce à un choix de la fonction d'entre nœuds consécutifs, la procédure conduit à une solution plus précise que celle fournie par la MDF (méthode des différences finies).

### II.3.Méthode d'intégrales de frontières (MIF)

Elle consiste à transformer les équations de Maxwell en une équation intégrale qui exprime la valeur de l'inconnue (potentiel) à l'intérieur du domaine d'études  $\Omega$  en fonction de sa valeur et de la dérivée normale sur sa frontière. Ceci est permis grâce à la seconde identité de Green qui permet de ramener l'intégration de l'EDP dans le domaine d'études à celle considérée sur la frontière du domaine.

Le MIF s'adapte bien aux problèmes à frontière, et lorsque la fréquence de travail est très importante, ce qui conduit à une profondeur de pénétration très faible vis-à-vis des dimensions du dispositif.

La MIF appliquée uniquement à des milieux homogènes dont les propriétés physiques sont constantes, donne une meilleure précision en résolvant les équations intégrales avec un nombre d'inconnus réduit, Cependant la MIF à l'inconvénient outre le problème des singularités, de conduire à un système algébrique à matrice pleine (pas de termes nuls) non symétrique ce qui augmente le coût de la résolution tout en affectant grandement la précision [17].

### **II.4.Méthodes des circuits couplés [1],[28]**

La méthode des circuits couplés consiste à transformer le domaine d'études en un circuit électrique équivalent. Le maillage consiste à subdiviser le domaine en spires élémentaires pour exprimer la résistance, l'inductance propre de chaque spire élémentaire et les inductances mutuelles entre les différentes spires. L'ensemble des éléments (résistance, inductance) obtenus forme alors un système de circuits mutuellement couplés. Le système d'équation final est de la forme :

$$[Z].[I] = [V]$$

[Z], représente la matrice des impédances élémentaires ;

[I]: représente la matrice des courants élémentaires ;

[V]: représente la matrice des tensions élémentaires.

### **II.5. La méthode des moments**

La méthode des moments (MoM) est une méthode numérique qui transforme une fonctionnelle (équation différentiel, intégrale, etc.) en un système d'équations linéaires. La MoM est connue depuis longtemps dans d'autres disciplines de la physique. En 1915 déjà, un ingénieur mécanicien russe nommé Galerkin propose une procédure numérique pour résoudre des équations où l'inconnue est une fonction. Plus tard, les mathématiciens ont démontré que l'approche Galerkin n'est qu'une spécialisation d'une classe de procédures dont le nom générique est la méthode des moments. La MoM a été introduite pour la résolution des problèmes liés aux antennes et à la diffusion électromagnétique d'objets dans les années 1960 par Harrington[27].

En électromagnétisme, elle s'applique typiquement à la formulation intégrale du champ électrique pour laquelle les inconnues sont la distribution de courant circulant sur les conducteurs ou, dans le cas de structures planaires multicouches, sur les rubans placés aux interfaces. Le fondement de la MoM consiste à proposer une solution sous la forme d'une somme de fonctions connues auxquelles sont associées des coefficients inconnus. Il s'agit ensuite d'appliquer une procédure de minimisation de l'erreur résiduelle pour générer un système matriciel et de déterminer les coefficients inconnus [26].

### **II.6. La Méthode des lignes transmission**

Dans la méthode des lignes de transmission (TLM), le modèle obtenu est relativement simple et consiste à déterminer un schéma électrique équivalent par unité de longueur. Cette méthode se base sur l'utilisation de formulations génériques de type micro-ondes.

Les principaux avantages de cette méthode sont d'abord sa capacité à traiter des structures quelconques : géométrie complexes, non linéaires ou même avec des matériaux inhomogènes. Aussi, le fait qu'elle introduit la résolution de type circuit.

L'inconvénient majeur de la TLM réside dans l'importance des calculs qu'elle nécessite dans le cas de problèmes ouverts, où la subdivision d'un espace assez large autour du circuit est nécessaire.

### **II.7. Méthode PEEC**

La méthode PEEC (Partial Element Equivalent Circuit) [39] est une technique qui transforme une structure tridimensionnelle en un circuit équivalent passif (Résistance, inductance et mutuelles partielles), qui peut être complété avec les modèles des composants éventuellement connectés à la structure et être successivement analysée, soit dans le domaine temporel, soit dans le domaine fréquentiel. Cette méthode a été introduite par Albert E. Ruehli [45, 48] au centre de recherches d'IBM T.J. Watson en 1970.

Les caractéristiques de la méthode PEEC sont :

- Rapidité de calcul, car la discrétisation, fonction de la géométrie et des conditionnements, entraîne un nombre de maille très inférieur à celui généré par une méthode comme la FEM.
- Les dimensions des mailles de discrétisation et leur géométrie sont beaucoup

mieux adaptées à la géométrie des problèmes.

- L'interprétation des résultats est orientée circuits électriques.
- Une résolution indépendante de la fréquence pour une grande partie de la modélisation
- Une évaluation immédiate de chaque portion du circuit grâce à des formules analytiques.

### II.8. Méthode des éléments finis

#### II.8.1. Définition de la méthode des éléments finis

La méthode des éléments finis est un outil de résolution numérique des EDP de la physique mathématique et de leurs conditions limites. Ces équations peuvent être :

- Elliptiques : 
$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} = 0 \quad (\text{II.15})$$

- Paraboliques : 
$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} + \frac{\partial \phi}{\partial t} = 0 \quad (\text{II.16})$$

- Hyperboliques : 
$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} = 0 \quad (\text{II.17})$$

C'est une méthode très générale qui s'applique à la majorité des problèmes rencontrés dans la pratique, problème stationnaires ou non stationnaires, linéaire ou non linéaires définis dans un domaine quelconque à une, deux ou trois dimensions.

De plus elle s'adapte très bien aux milieux hétérogènes et aux domaines de formes complexes. Le principe de la méthode est basé sur une formulation intégrale du problème aux dérivées partielles et de leurs conditions aux limites, cette formulation peut être de type variationnel ou résidus pondérés.

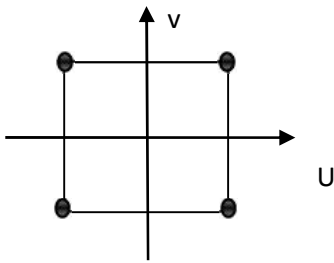
#### II.8.2. Résolution par la MEF

D'une façon générale, la résolution par la MEF inclut les étapes suivantes :

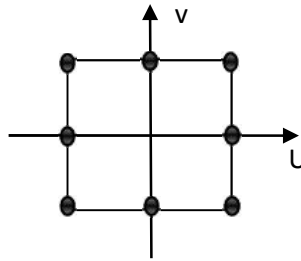
- Obtention de la formulation variationnelle du problème et définition des espaces fonctionnels de solution admissibles.
- Réalisation d'un maillage, correspondant à la discrétisation du domaine d'étude en éléments (triangle, tétraèdres, hexaèdres...) sur lesquels les champs sont écrits en termes d'un nombre fini de degrés de liberté et de fonctions de base à support local.



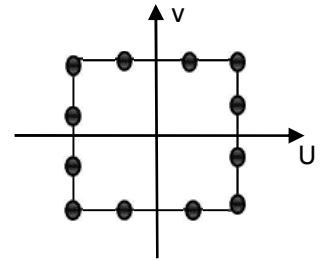
**- Eléments carrée :**



Linéaire (4 nœuds)

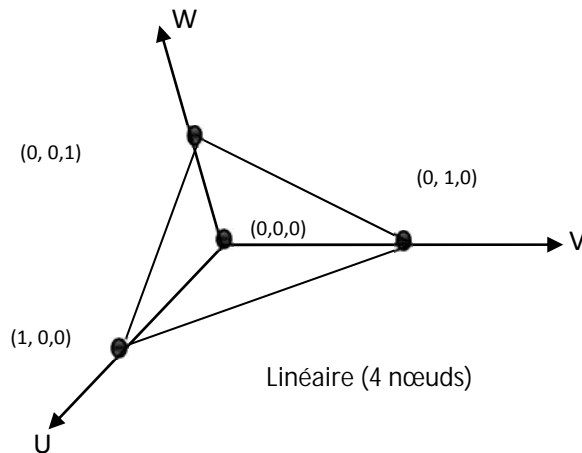


Quadratique (8 nœuds)



Cubique (12 nœuds)

**• Eléments à trois dimensions :**



Linéaire (4 nœuds)

**b) Fonction d'interpolation**

Les fonctions d'interpolation sont obtenues à partir du triangle de pascal, donne ci-dessous :

		1		
	X		Y	
	$X^2$	XY	$Y^2$	
$X^3$	$X^2Y$	$XY^2$	$Y^3$	

Triangle de pascal

Ces des fonctions construites de telles sorts à obéir aux conditions suivantes

### b.1) Principe de l'état complet

-La fonction doit contenir un terme constant.

### b.2) Principe de comptabilité

Ce principe consacre la continuité de la fonction d'interpolation. On cite un exemple de la fonction d'interpolation dans le cas d'un élément carré

$$U(x, y) = ax + by + cxy + d \quad (\text{II.22})$$

### II.8.4. Calcul de la fonction d'approximation

Dans le domaine global contenant N nœuds, l'inconnu s'exprime alors :

$$A = \sum_{j=1}^N \alpha_j \cdot A_j \quad (\text{II.23})$$

N : Nombre de nœuds

$A_j$  : Valeur de l'inconnue au nœud j

$\alpha_j$  : Fonction d'interpolation aux nœuds j

### II.8.5. Formulations éléments finis des modèles électromagnétiques :

Le principe de la méthode des éléments finis est basée sur la formulation intégrale du problème aux dérivées partielles et de leurs conditions aux limites.

Cette formulation peut être de deux types [44] :

- variationnelle
- résidus pondérés.

#### II.8.5.1. Principe de la méthode variationnelle

La méthode variationnelle nécessite la connaissance à priori de la fonctionnelle d'énergie de système à étudier. Celle-ci est déterminée à partir du principe de l'action Hamiltonienne qui stipule l'existence d'une fonctionnelle type intégrale définie par :

$$F(A) = \int L \, d. \quad (\text{II.24})$$

Avec :

$\Omega$  : domaine d'étude.

L : fonction de Lagrange déduite de la différence entre l'énergie cinétique et l'énergie potentielle du système.

Dans le cas d'un phénomène magnétostatique, la fonction L est donnée par :

$$L = \int_{\Omega} \nu \cdot \vec{B} \, dB - J\vec{A} \quad (\text{II.25})$$

La fonctionnelle d'énergie est donnée alors comme suit :

$$F(A) = \left[ \int_{\Omega} \nu \cdot b \, db - JA \right] \cdot d \quad (\text{II.26})$$

Ou :

L : fonction de Lagrange.

$\vec{A}$  : potentiel vecteur magnétique [T.m]

J : densité de courant [ $A/m^2$ ]

$\nu$  : réductivité magnétique [ $H/m$ ]<sup>-1</sup>

$\vec{B}$  : Induction magnétique [T]

La résolution du problème variationnelle ainsi définit, revient à minimiser la fonctionnelle d'énergie F(A). La minimisation est effectuée en utilisant le principe de Rayleigh-Ritz qui consiste à écrire :

$$\frac{\partial F(A)}{\partial A_i} = 0 \quad (\text{II.27})$$

Ou :

$$\frac{\partial F(A)}{\partial A_1} = \frac{\partial F(A)}{\partial A_2} = \dots = \frac{\partial F(A)}{\partial A_n} = 0 \quad (\text{II.28})$$

N : Nombre de nœuds du domaine d'étude.

A : est l'inconnu aux nœuds i du domaine.

### II.8.5.2. Méthodes des résidus pondérés

La méthode des résidus pondérés est basée sur la détermination des résidus définis par :

$$R = L(A) - f_v \quad (\text{II.31})$$

R : est le résidu d'approximation

L(A) : opérateur différentiel

$f_v$  : Fonction définis sur le domaine d'études ( $\Omega$ )

A : Inconnue

à l'aide de fonction de pondération bien choisies, on impose à l'intégrale du résidu de s'annuler en n points du domaine ( $\Omega$ )

$$R_i \cdot \psi_i d\Omega = 0 \quad (\text{II.32})$$

$\psi_i$  : Fonction de pondération ou projection

Les valeurs de A qui permettent d'annuler l'intégrale, sont solution du système algébrique obtenu. La méthode des résidus pondérés présente un avantage par rapport à la méthode variationnelle, c'est qu'elle ne nécessite pas la connaissance préalable de l'expression énergétique du système

### II.8.6. Modèle magnétostatique

➤ **En coordonnées cartésiennes**

$$\int_{\Omega} \alpha_i \left[ -\frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{1}{\mu} \frac{\partial A_z}{\partial x} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{1}{\mu} \frac{\partial A_z}{\partial y} \right) \right] dx dy = \int_{\Omega} \alpha_i J_{sz} dx dy + \int_{\Omega} \alpha_i \left[ \frac{\mu_0}{\mu} \left( \frac{\partial M_y}{\partial x} - \frac{\partial M_x}{\partial y} \right) \right] dx dy \quad (\text{III.33})$$

L'application du théorème de Green à l'équation (III.33) permet à la fois d'évacuer les dérivées secondes de son premier terme d'expliciter les conditions aux limites :

$$\int_{\Omega} \alpha_i \left[ \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{1}{\mu} \frac{\partial A_z}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{1}{\mu} \frac{\partial A_z}{\partial y} \right) \right] dx dy = \int_{\Omega} \frac{1}{\mu} \left[ \frac{\partial \alpha_i}{\partial x} \frac{\partial A_z}{\partial x} + \frac{\partial \alpha_i}{\partial y} \frac{\partial A_z}{\partial y} \right] dx dy - \int_{\Gamma} \alpha_i \frac{1}{\mu} \frac{\partial A_z}{\partial n} d\Gamma \quad (\text{III.34})$$

Dans le cas des conditions aux limites de types Dirichlet  $A=cste$  ou type Neumann  $\frac{\partial A}{\partial n} = 0$  (dite condition Neumann homogène), le terme sur frontière s'annule.

L'équation (III.33) devient alors :

$$\int_{\Omega} \frac{1}{\mu} \left[ \frac{\partial \alpha_i}{\partial x} \frac{\partial A_z}{\partial x} + \frac{\partial \alpha_i}{\partial y} \frac{\partial A_z}{\partial y} \right] dx dy = \int_{\Omega} \alpha_i J_{sz} dx dy + \int_{\Omega} \alpha_i \left[ \frac{\mu_0}{\mu} \left( \frac{\partial M_y}{\partial x} - \frac{\partial M_x}{\partial y} \right) \right] dx dy \quad (\text{III.35})$$

Sachant le potentiel vecteur magnétique  $\vec{A}$  peut-être discrétisé sous la forme  $A_z = \sum_{j=1}^N \psi_j \cdot A_{zj}$ , pour tous les nœuds du domaine d'étude. Cela nous amène à écrire l'équation (II.35) comme suit :

$$\int_{\Omega} \frac{1}{\mu} \left[ \frac{\partial \alpha_i}{\partial x} \frac{\partial A_z}{\partial x} + \frac{\partial \alpha_i}{\partial y} \frac{\partial A_z}{\partial y} \right] A_{zj} dx dy = \int_{\Omega} \alpha_i J_{sz} + \int_{\Omega} \alpha_i \frac{\mu_0}{\mu} \left( \frac{\partial M_y}{\partial x} - \frac{\partial M_x}{\partial y} \right) dx dy \quad (\text{II.36})$$

$i, j$  varient de 1 à  $N$

On obtient en finalité un système algébrique matriciel à résoudre :

$$[M][A] = [J] + [I] \quad (II.37)$$

Où :

$$M_{ij} = \int_{\Omega} \frac{1}{\mu} \left[ \frac{\partial \alpha_i}{\partial x} \frac{\partial \alpha_j}{\partial x} + \frac{\partial \alpha_i}{\partial y} \frac{\partial \alpha_j}{\partial y} \right] dx dy$$

$$J_i = \int_{\Omega} \alpha_i J_{sz} dx dy$$

$$I_i = \int_{\Omega} \frac{\mu_0}{\mu} \left[ \frac{\partial M_y}{\partial x} - \frac{\partial M_x}{\partial y} \right] dx dy$$

$[A]$  Inconnues du domaine

➤ **En coordonnées cylindrique**

La variable considérée pour ce cas est  $A = r A_{\varphi}$ , le modèle magnétostatique dans le cas cylindrique est donné par:

$$-\frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{1}{r\mu} \frac{\partial A}{\partial z} \right) - \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{1}{r\mu} \frac{\partial A}{\partial r} \right) = J_{s\varphi} + \frac{\mu_0}{\mu} \left( \frac{\partial M_z}{\partial r} - \frac{\partial M_r}{\partial z} \right) \quad (II.38)$$

L'application de la méthode projective à cette équation nous donnera :

$$\int_{\Omega} \alpha_i \left[ -\frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{1}{r\mu} \frac{\partial A}{\partial z} \right) - \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{1}{r\mu} \frac{\partial A}{\partial r} \right) \right] dr dz = \int_{\Omega} \alpha_i J_{s\varphi} dr dz + \int_{\Omega} \alpha_i \left[ \frac{\mu_0}{\mu} \left( \frac{\partial M_z}{\partial r} - \frac{\partial M_r}{\partial z} \right) \right] dr dz \quad (II.39)$$

Le théorème de Green permet la transformation de premier terme de l'équation

$$-\int_{\Omega} \alpha_i \left[ \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{1}{r\mu} \frac{\partial A}{\partial z} \right) + \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{1}{r\mu} \frac{\partial A}{\partial r} \right) \right] dr dz = \int_{\Omega} \frac{1}{r\mu} \left[ \frac{\partial \alpha_i}{\partial z} \frac{\partial A}{\partial z} + \frac{\partial \alpha_i}{\partial r} \frac{\partial A}{\partial r} \right] dr dz - \int_{\Gamma} \frac{1}{r\mu} \alpha_i \frac{\partial A}{\partial n} d\Gamma \quad (II.40)$$

La considération des conditions aux limites annule le terme sur la frontière d'où l'écriture suivante :

$$\int_{\Omega} \frac{1}{r\mu} \left[ \frac{\partial \alpha_i}{\partial z} \frac{\partial A}{\partial z} + \frac{\partial \alpha_i}{\partial r} \frac{\partial A}{\partial r} \right] dr dz = \int_{\Omega} \alpha_i J_{s\varphi} dr dz + \int_{\Omega} \alpha_i \left[ \frac{\mu_0}{\mu} \left( \frac{\partial M_z}{\partial r} - \frac{\partial M_r}{\partial z} \right) \right] dr dz \quad (II.41)$$

La variable  $\vec{A}$  étant discrétisée sous la forme :

$$A = \sum_{j=1}^N \alpha_j \cdot A_j$$

L'équation (II.41) devient alors :

$$\int_{\Omega} \frac{1}{r\mu} \left[ \frac{\partial \alpha_i}{\partial z} \frac{\partial \alpha_j}{\partial z} + \frac{\partial \alpha_i}{\partial r} \frac{\partial \alpha_j}{\partial r} \right] A_j dr dz = \int_{\Omega} \alpha_i J_{s\varphi} dr dz + \int_{\Omega} \alpha_i \left[ \frac{\mu_0}{\mu} \left( \frac{\partial M_z}{\partial r} - \frac{\partial M_r}{\partial z} \right) \right] dr dz \quad (\text{II.42})$$

Pour tous les nœuds du domaine d'étude, cette équation nous donnera un système matriciel à résoudre :

$$[M][A] = [J] + [I] \quad (\text{II.43})$$

Avec :

$$M_{ij} = \iint_{\bar{\Omega}} \frac{1}{r\mu} \left[ \frac{\partial \alpha_i}{\partial z} \frac{\partial \alpha_j}{\partial z} + \frac{\partial \alpha_i}{\partial r} \frac{\partial \alpha_j}{\partial r} \right] dr dz$$

$$J_i = \iint_{\bar{\Omega}} \alpha_i J_{s\varphi} dr dz$$

$$I_i = \iint_{\bar{\Omega}} \alpha_i \frac{\mu_0}{\mu} \left( \frac{\partial M_z}{\partial r} - \frac{\partial M_r}{\partial z} \right) dr dz$$

A inconnue de domaine

### II.3.7. Modèle magnétodynamique

Le seul changement qui interviendra dans ce cas est la prise en compte de la variation de potentiel vecteur magnétique par rapport au temps. En adoptant la même démarche que dans le cas de modèle magnétostatique, nous aboutissons à la formulation éléments finis des équations magnétodynamiques transitoire:

➤ **En coordonnées cartésiennes**

$$\int_{\Omega} \frac{1}{\mu} \left[ \left( \frac{\partial \alpha_i}{\partial x} \frac{\partial \alpha_j}{\partial x} \right) + \left( \frac{\partial \alpha_i}{\partial y} \frac{\partial \alpha_j}{\partial y} \right) \right] A_{zj} dx dy + j\omega \int_{\Omega} [\alpha_i \alpha_j \sigma A_z] dx dy = \int_{\Omega} \alpha_i \left[ J_{sz} + \frac{\mu_0}{\mu} \left( \frac{\partial M_y}{\partial x} - \left( \frac{\partial M_x}{\partial y} \right) \right) \right] dx dy \quad (\text{II.44})$$

Le système algébrique matriciel à résoudre relatif à ce cas est :

$$[M][A] + j\omega[L][A] = [J] + [I] \quad (\text{II.45})$$

Où :

$$M_{tj} = \iint_{\bar{\Omega}} \frac{1}{\mu} \left[ \frac{\partial \alpha_i}{\partial x} \frac{\partial \alpha_j}{\partial x} + \frac{\partial \alpha_i}{\partial y} \frac{\partial \alpha_j}{\partial y} \right] dx dy$$

$$J_i = \iint_{\bar{\Omega}} \alpha_i J_{sz} dx dy$$

$$I_i = \iint_{\bar{\Omega}} \alpha_i \frac{\mu_0}{\mu} \left( \frac{\partial M_y}{\partial x} - \frac{\partial M_x}{\partial y} \right) dx dy$$

$$L_{ij} = \sigma \alpha_i \alpha_j dx dy$$

[A] Inconnue du domaine

➤ **En coordonnées cylindrique**

$$\int_{\Omega} \frac{1}{r\mu} \left[ \frac{\partial \alpha_i}{\partial z} \frac{\partial \alpha_j}{\partial z} + \frac{\partial \alpha_i}{\partial r} \frac{\partial \alpha_j}{\partial r} \right] A_j dr dz + jw \int_{\Omega} \frac{1}{r} \alpha_i \alpha_j A_j dr dz = \int_{\Omega} \alpha_i J_{s\varphi} dr dz + \int_{\Omega} \alpha_i \left[ \frac{\mu_0}{\mu} \left( \frac{\partial M_z}{\partial r} - \frac{M_r}{\partial z} \right) \right] dr dz \quad (II.46)$$

Le système matriciel à résoudre est le suivant :

$$[M][A] + jw[L][A] = [J] + [I] \quad (II.47)$$

$$M_{ij} = \iint_{\bar{\Omega}} \frac{1}{r\mu} \left[ \frac{\partial \alpha_i}{\partial z} \frac{\partial \alpha_j}{\partial z} + \frac{\partial \alpha_i}{\partial r} \frac{\partial \alpha_j}{\partial r} \right] dr dz$$

$$J_i = \iint_{\bar{\Omega}} \alpha_i J_{s\varphi} dr dz$$

$$I_i = \iint_{\bar{\Omega}} \alpha_i \frac{\mu_0}{\mu} \left( \frac{\partial M_z}{\partial r} - \frac{\partial M_r}{\partial z} \right) dr dz$$

$$L_{ij} = \iint_{\bar{\Omega}} \frac{1}{r} \sigma \alpha_i \alpha_j dr dz$$

A : inconnues de domaine V

### **II.3.8. Avantages et inconvénients de la méthode des éléments finis**

La grande souplesse de la MEF à modéliser des phénomènes complexes a conduit à la généralisation de son utilisation dans presque tous les problèmes aux dérivées partielles (18). Dans la plupart des cas cette méthode s'intègre aux logiciels CAO (conception assisté par ordinateur). On peut noter les avantages suivants :

- Adaptation aux géométries complexes.
- Prise en compte des non-linéarités.
- Temps de résolution relativement rentable.

Malgré ça, la mise en œuvre de la MEF est relativement difficile et présente des imprécisions dans ces situations :

- Domaine d'étude infini.

### **Conclusion :**

Les simulateurs électromagnétiques sont devenus des outils incontournables pour l'aide à la conception des dispositifs et systèmes. Ils sont basés sur des méthodes, le plus généralement numériques, qui solutionnent les équations de Maxwell ou des formes dérivées. Ces méthodes sont appliquées sur des formulations différentes et possèdent toutes leurs avantages et inconvénients. On remarque le fait qu'aucune d'entre elles ne soit la plus efficace pour tous les problèmes envisageables. Ceci suggère que des procédures hybrides qui prennent les côtés avantageux de plusieurs méthodes soient des voies potentielles pour améliorer l'efficacité de calcul.

# **Chapitre III**

## **Application**

**III.I.1. Structure géométrique**

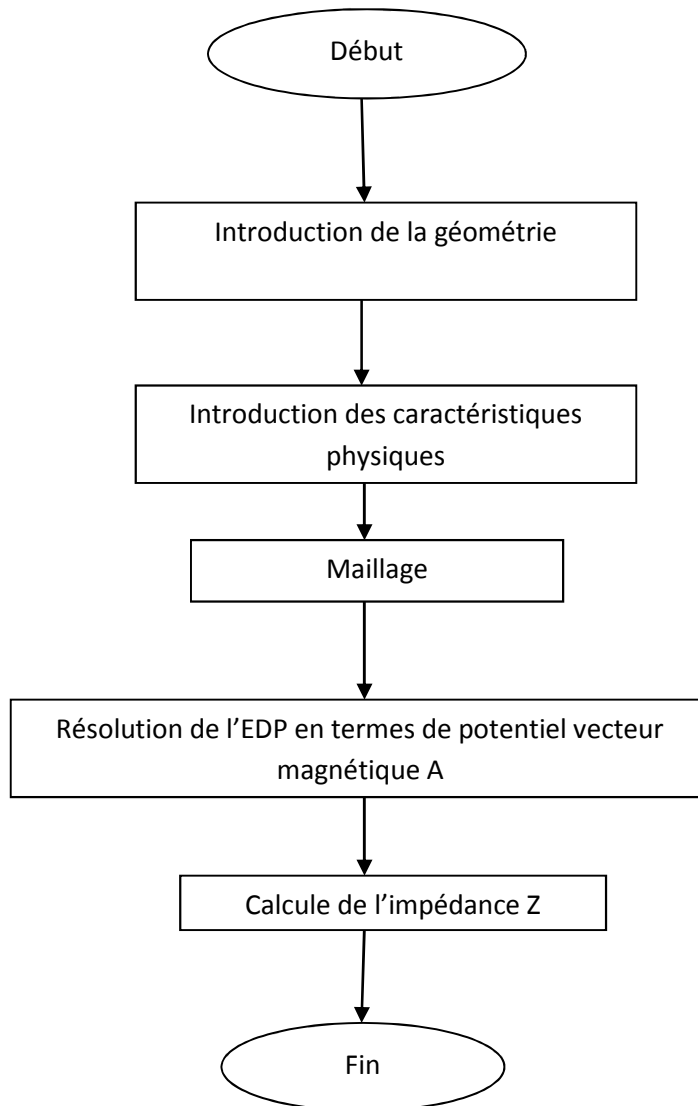
Le modèle géométrique traité dans le cadre de cette application est constitué d'une sonde à courant de Foucault qui se déplace à l'intérieur d'un tube conducteur en multicouches.

**III.I.2. Caractéristiques géométriques et électromagnétiques du système**

- Le capteur
  - Nombre de spires : 70 spires
  - Rayon intérieur :  $3.12 \cdot 10^{-3} m$
  - Hauteur :  $0.75 \cdot 10^{-3} m$
  - Conductivité électrique :  $5.59 \cdot 10^7 [\Omega/m]^{-1}$
  - Perméabilité magnétique :  $4\pi \cdot 10^{-7} [H/m]$
- La charge
  - Longueur :  $60 \cdot 10^{-3} m$
  - Hauteur d'une couche :  $0.5 \cdot 10^{-3} m$
  - Rayon intérieur :  $4.1 \cdot 10^{-3} m$
  - écart entre les plaques des charges :  $0.25 \cdot 10^{-3} m$
  - Conductivité électrique :  $37.7 \cdot 10^6 [\Omega/m]^{-1}$
  - Perméabilité magnétique :  $4\pi \cdot 10^{-7} [H/m]$

## III.I.3. Organigramme de calcul

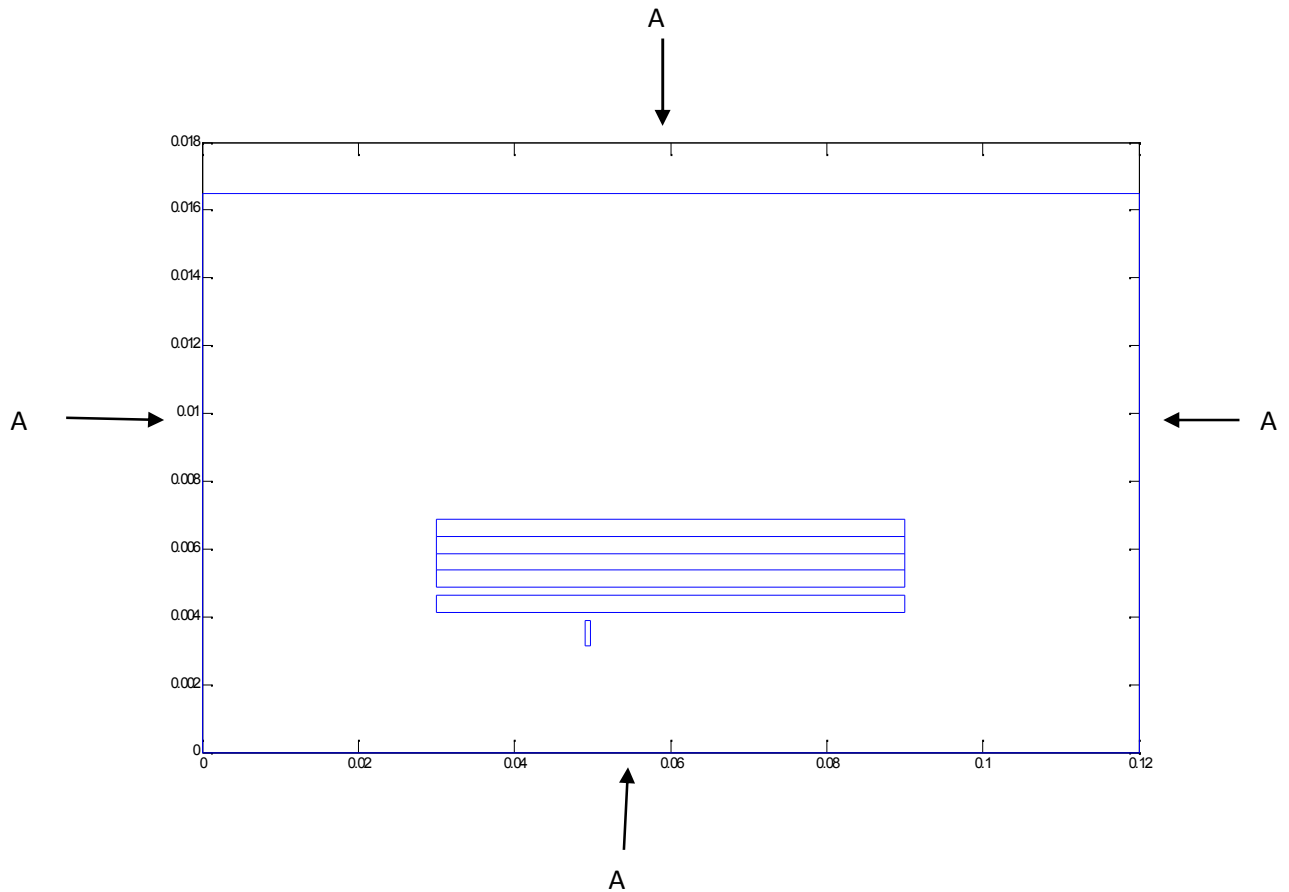
L'organigramme du code de calcul éléments finis est donné comme suit :

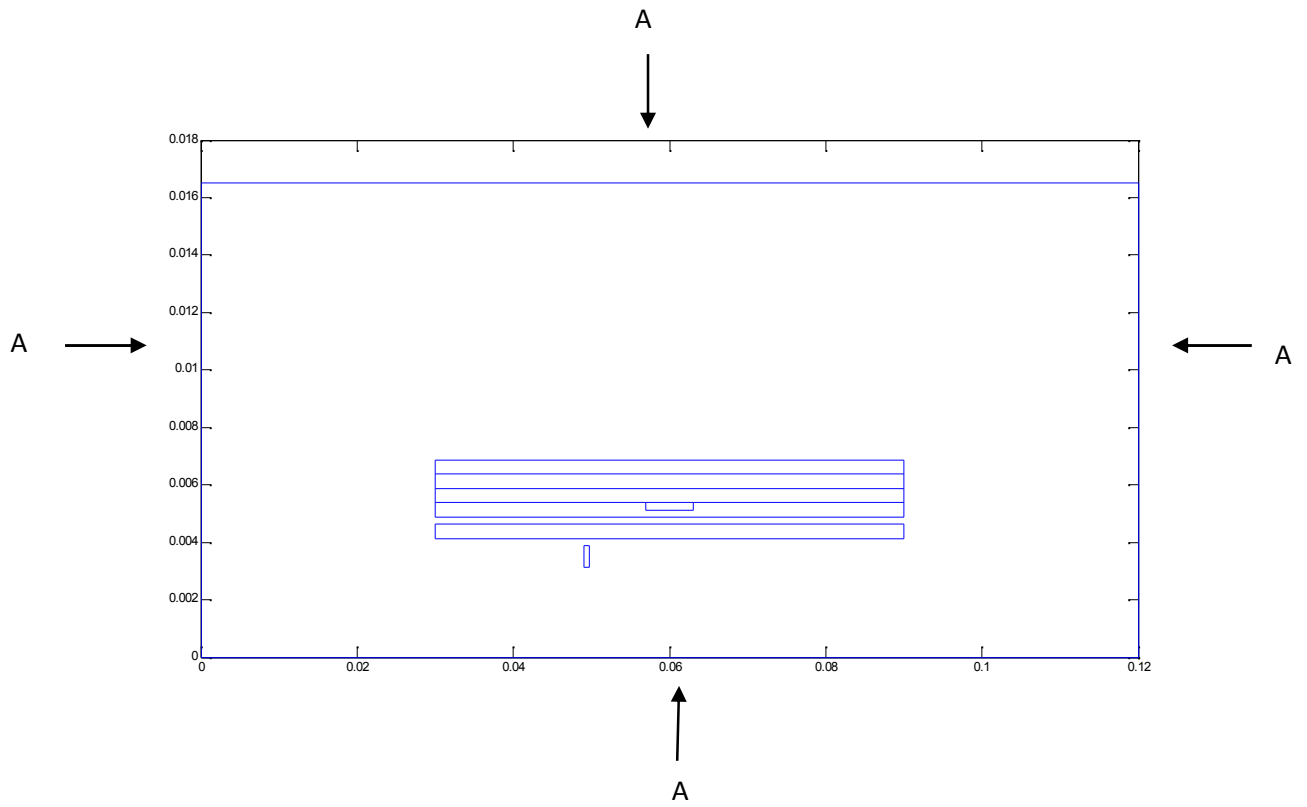


**Figure III.1 : Organigramme de calcul**

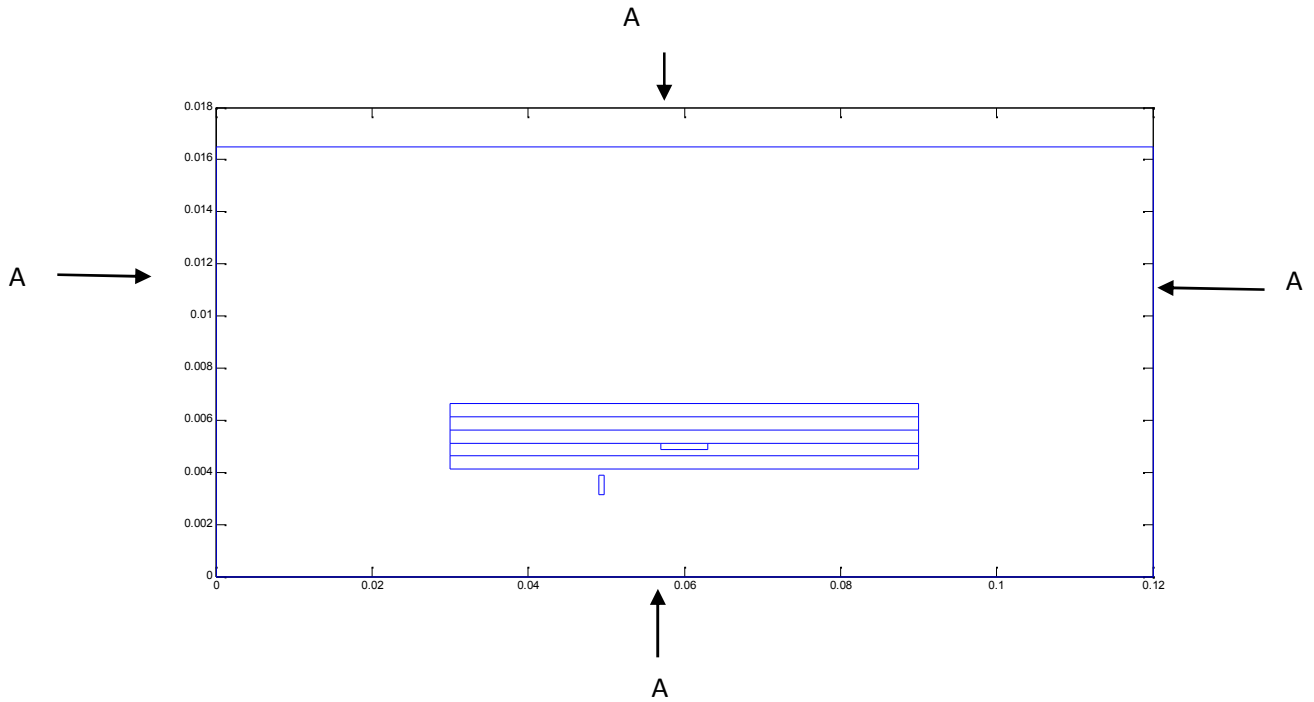
**III.1.5. Domaine de résolution et conditions aux limites**

Dans ce cas d'études, le comportement des grandeurs magnétiques et électriques nous amène à résoudre le problème en imposant les conditions aux limites de type **Dirichlet**.

**III.2. Domaine de résolution et condition aux limites.**



**III.3. Domaine de résolution et condition aux limites.**



**III.4. Domaine de résolution et condition aux limites.**

**III.I.6 Calcul d'impédance**

L'impédance du capteur est calculée en utilisant les formules suivantes [44] :

$$Re(Z) = \frac{N^2}{JS^2} \omega. \iint_S 2. \pi. r. Im(A). dS$$

$$Im(Z) = \frac{N^2}{JS^2} \omega. \iint_S 2. \pi. r. Re(A) . dS$$

Avec :

r : Rayon de la bobine.

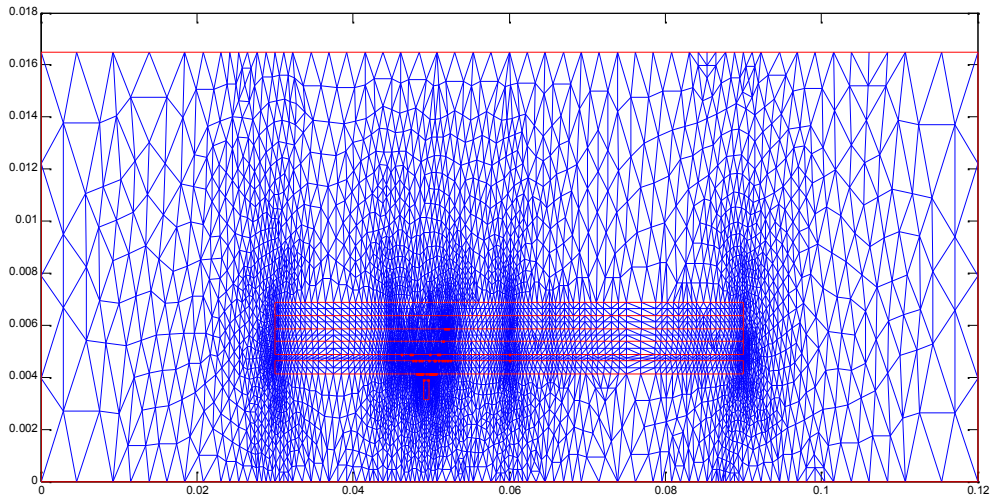
S : la section du conducteur

J : densité de courant

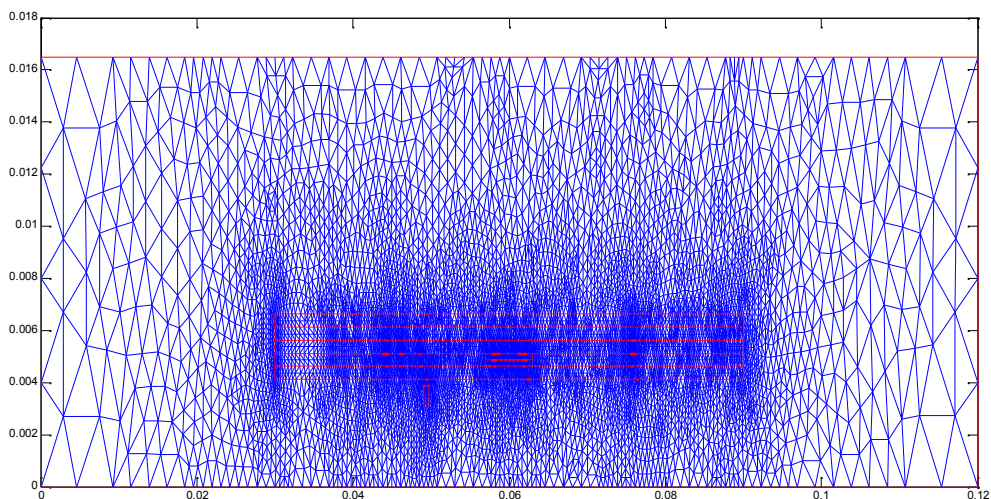
N : nombre de spires de la bobine

Pour ne garder que l'influence de l'entrefer, du défaut, ou des deux simultanément la grandeur exploitée est comparée à l'impédance de référence, qui est l'impédance du capteur en présence de la pièce sans entrefer et sans défaut, Donc on soustrait à chaque fois l'impédance de référence.

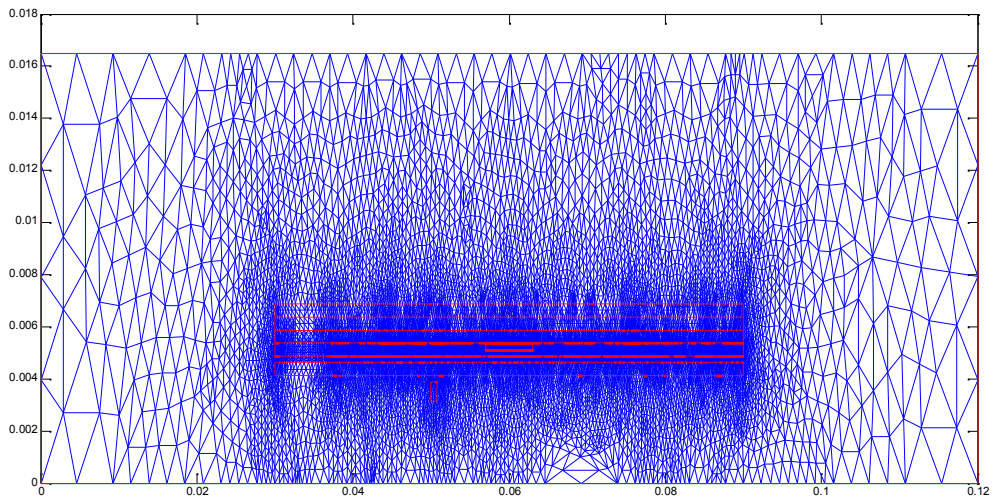
Le maillage du domaine d'étude est représenté par la figure suivante :



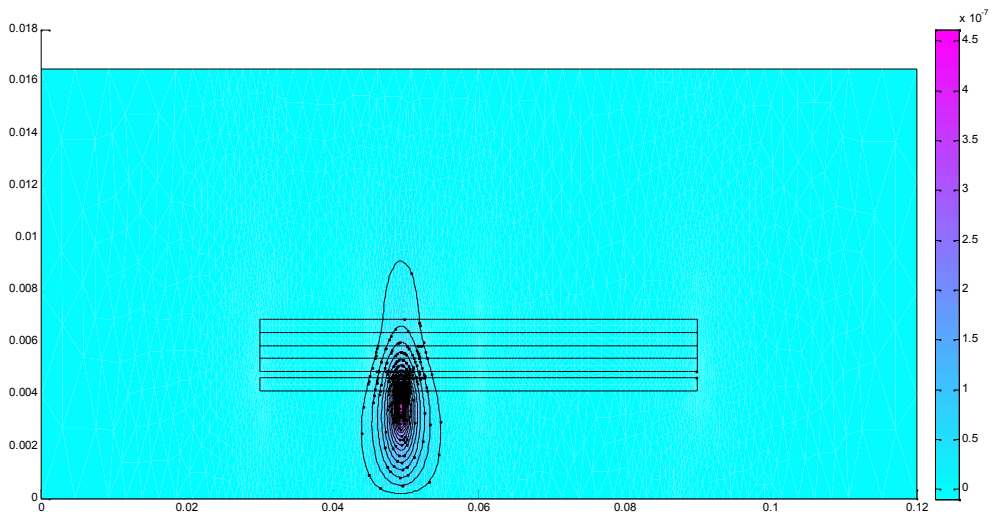
**III.5. Maillage du domaine ( un entrefer sans défaut).**



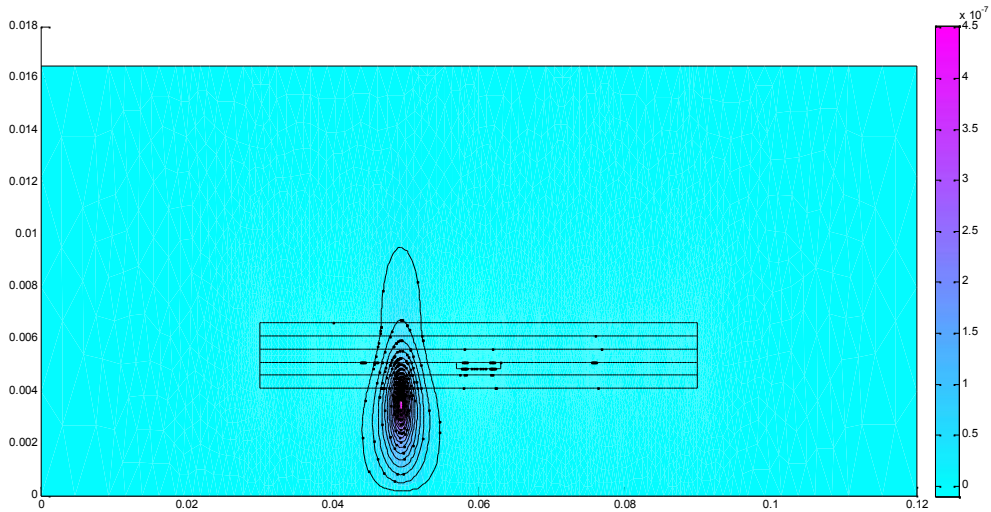
**III.5. Maillage du domaine( défaut sans entrefer).**



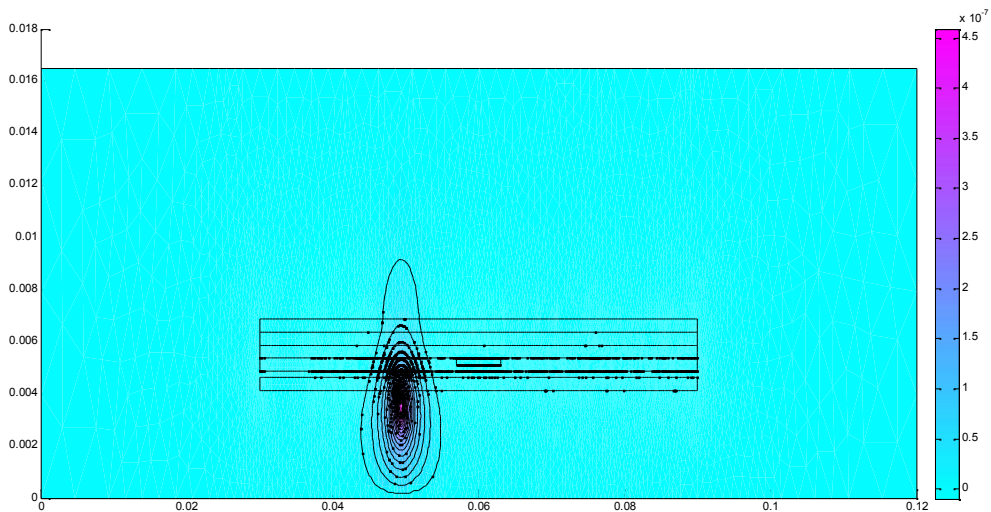
III.5. Maillage du domaine( défaut pus entrefer).



III.6. Topologie des lignes du potentiel vecteur magnétique (un entrefer sans défaut).



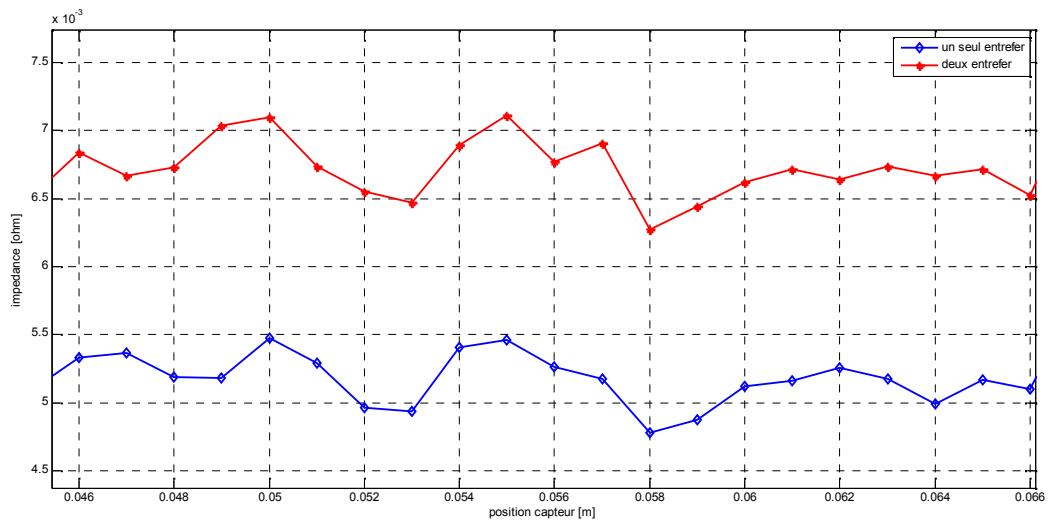
**III.7. Topologie des lignes du potentiel vecteur magnétique (défaut sans entrefer).**



**III.8. Topologie des lignes du potentiel vecteur magnétique (défaut plus entrefer).**

**III.I.7. Présence de l’entrefer dans la charge**

Les figures montrent la variation de l’impédance du capteur en fonction de sa position entre de 0.05m à 0.068 m pour une charge avec un seul entrefer et une charge avec deux entrefers. Le capteur est alimenté avec une fréquence de 1000 Hz et distant de la pièce (lift-off) de  $0.25 \cdot 10^3$  m. le déplacement du capteur s’effectue le long de la charge.



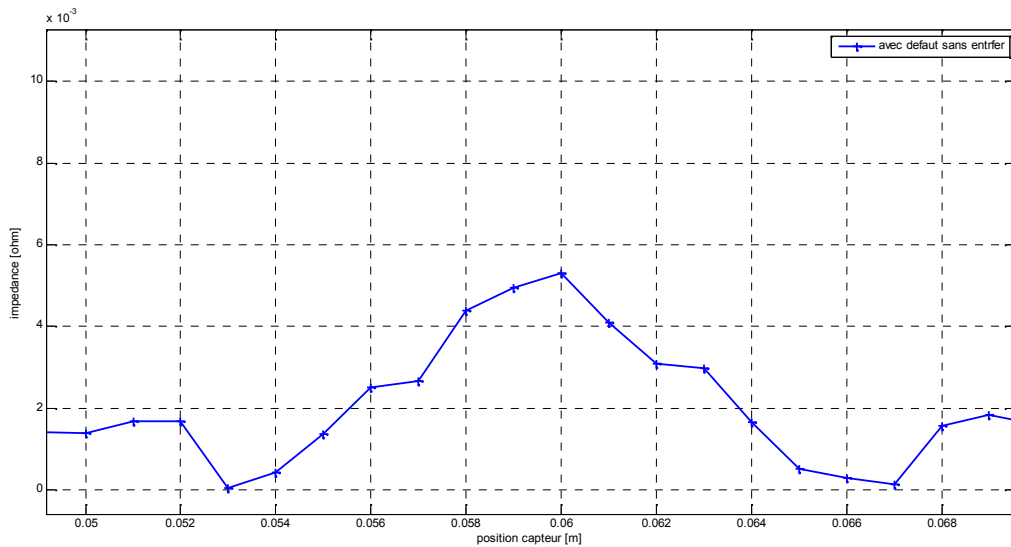
### III.9. Variation de l'impédance du capteur en fonction de sa position dans le cas d'une charge avec entrefer

On remarque que l'impédance du capteur augmente avec l'augmentation des entrefers entre les couches de la charge.

### III.8. Présence d'un défaut dans la pièce

Dans cette application un défaut axisymétrique de 50% de profondeur de l'épaisseur d'une des couches, et de longueur de 6mm est introduit dans la pièce à contrôler,

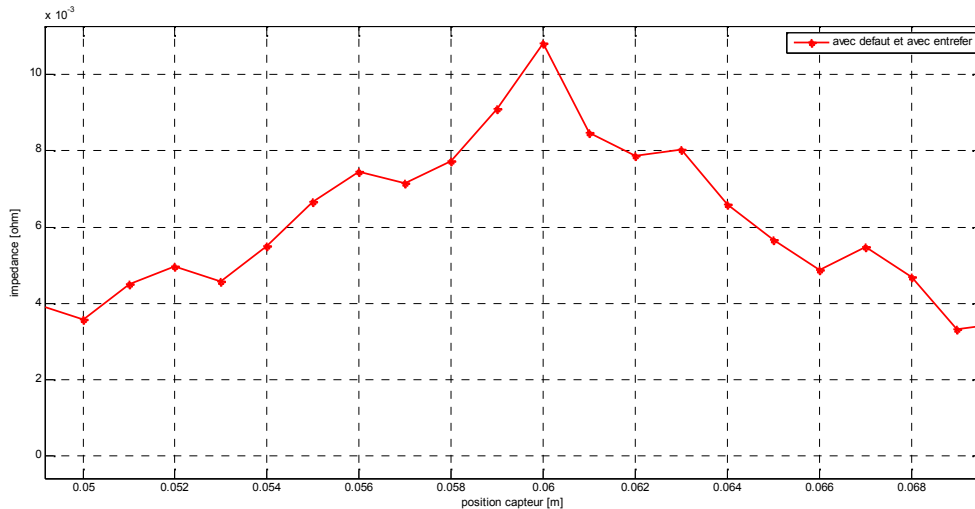
La figure montre la variation de l'impédance en fonction de la position du capteur dans le cas d'une pièce présentant un défaut, on remarque que l'impédance augmente dans la zone du défaut. Elle présente un pic quand le capteur est positionné au centre du défaut.



**III.10. Variation de l'impédance du capteur en fonction de sa position dans le cas d'une charge avec défaut**

**III.9. Présence d'un défaut et d'un entrefer dans la pièce**

La figure suivante représente la variation de l'impédance en fonction de la position de capteur en présence de défaut et d'un entrefer.

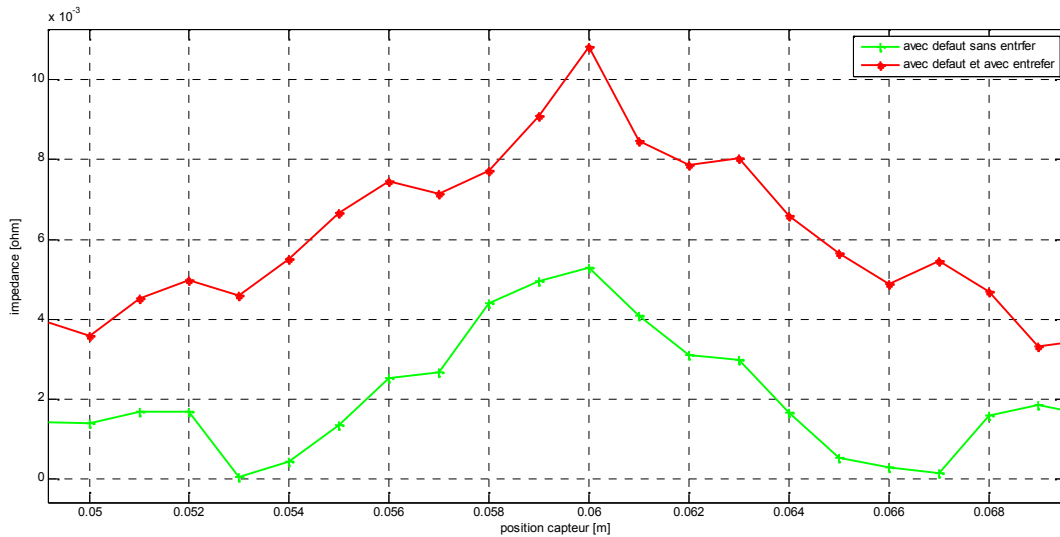


**III.11. Variation de l'impédance en fonction de la position du capteur (un entrefer avec défaut).**

On remarque que l'impédance augmente dans la zone du défaut, et présente un pic à son centre.

## III.10. Comparaison :

La figure suivante représente la superposition des deux courbes représentant l'impédance du capteur dans le cas de la charge avec défaut seul et celle de la charge avec défaut et entrefer.



## III.12. Variation de l'impédance en fonction de la position du capteur.

On remarque que l'impédance du capteur avec une charge présentant un défaut et un entrefer simultanément est supérieure à celle de la charge avec défaut seule, elles suivent la même allure qui augmente dans la zone du défaut pour présenter un pic à la position du centre du défaut.

## Conclusion :

Après l'interprétation des courbes obtenues, on déduit que l'étude du contrôle non destructif par courant de Foucault en utilisant la méthode des éléments finis, nous permet de détecter des défauts dans la pièce, type décollement de couches (présence d'entrefer) ou défaut de manque de matière,

Comme on remarque aussi que l'entrefer et le défaut peuvent être détectés simultanément

# **Conclusion générale**

### Conclusion générale

Les exigences croissantes en termes de sûreté de fonctionnement d'un produit industriel ainsi que la volonté d'optimisation de la durée de vie des pièces qui le constituent, conduisant à mettre en place des contrôles qualité de plus en plus poussés. L'utilisation des courants de Foucault permet un contrôle non destructif fiable, rapides peu coûteux des milieux conducteurs.

Avant d'aborder les objectifs de cette étude, nous avons jugé utile, à travers une recherche bibliographique sur les éléments constituant les dispositifs du CND-CF, et les grandeurs électrique mesurables. De même, un bref rappel est consacré aux équations de Maxwell, leur simplification relative aux données géométriques et électromagnétiques, et une présentation détaillée de la méthode des éléments finis.

Ce mémoire traite la modalisation et l'étude d'un système capteur-charge conductrice, le capteur considéré est une sonde par courant de Foucault de type absolu, la charge est constituée de cinq couches conductrices.

La grandeur exploitée est l'impédance du capteur absolu comparée à l'impédance de référence, qui représente le cas où la charge est sans défaut et sans entrefer.

Dans un premier temps on a considéré une charge présentant un entrefer, puis une charge présentant deux entrefers. On remarque que l'impédance augmente avec l'augmentation du nombre d'entrefer.

Une deuxième application a été considérée, celle d'une charge présentant un défaut, on remarque que l'impédance augmente dans la zone du défaut pour présenter un maximum à son centre.

La dernière application traite une charge avec défaut et entrefer, on remarque que cette impédance est supérieure à celle de la charge avec un défaut seul. Donc l'entrefer et le défaut sont détectés simultanément et l'entrefer ne cache pas le défaut.

# **Bibliographie**

- [1] N.O. Matthew, P. D. Sadiku, <<Numerical techniques in electromagnetic>> presse CRC, New York, 2001.
- [2] Sous la direction de G. Meunier, « Electromagnétisme et problèmes couplés, Electromagnétisme et éléments finis ». Hermès sciences publications, Lavoisier, Paris, 2002.
- [3] H. Mohellebi, « Model analytico-numérique de calcul de courant de Foucault dans des dispositifs axisymétriques ». Thèse de Magister, Université Mouloud Mammeri de Tizi-Ouzou, 1996.
- [4] H. Breg, K. Alward, K. Lessmann, <<penetrant testing of standard parts, practical examples of process optimization>>, 9<sup>th</sup> European conference on NDT, Berlin.2006.
- [5] A. Bermudez, C. Lopez, R. Rodriguez, P. Salgado ? <<A finite element method for the eddy current problem in terms of the current density. Application to nondestructive testing (CND), IEEE? International conference on electromagnetic in advanced applications, 2007.
- [6] G. Ruibin, Z. Yiliang, X. Xiliang, X. Xuedong, S. Liang, y. Yong, <<Residual stress measurement of new and in-service X70 pipelines by X-ray difference method>>, NDT & E International, Vol 44, 2011.
- [7] Y.Y. Hunga, H. P. Hob, << Shearorphy: An optical measurement technique and applications>>, Materials science and engineering, 2005.
- [8] J. Dumont-Fillon, << contrôle non destructif(CND) >>, Technique de l'ingénieur, R1400, Mesures mécaniques et dimensionnelles, 1996.
- [9] F.IAL-Naemi, J. P. Hall, Moses, <<Fem modeling techniques of magnetic flux leakage-type NDT for ferromagnetic plate inspection>>, journal of magnetism and magnetic materials, 2006.
- [10] E. Lindgren, H. Wirdelius, <<X-ray modeling of realistic synthetic radiographs of thin titanium welds>> NDT&E International, Vol 51, 2012.
- [11] X. Maldague, <<Theory and practice of infrared thermography images for NDT>>, John Wiley and Sons, London, 2001.
- [12] Z. Lui, M. Genst, D. Krysz <<Processing thermography image for pitting corrosion quantification on small diameter ductile iron pipe>>, NDT&E International, Vol 47, 2012.

- [13] J. Blitz, <<Electrical and Magnetic Methods of Nondestructive Testing>>, Adam Hilger, Bristol, UK, 1991.
- [14] P.L. Vuillermoz, << les courants de Foucault, principes, mesure et contrôle>>, AFNOR, 1994.
- [15] P. J. Shull, << Nondestructive evaluation theory, Techniques, and applications>>, édition Macel Dekker, New York, 2002.
- [16] R.LA ?<<Modélisation phénoménologiques des signaux courants de Foucault en vue de la caractirisation des defaults des tudes de générateurs de vapeur>>. Thèse de doctorat, France 1997.
- [17] Y. Le Bihan, J. Pàvo, C. Marchand, <<Characterization of small cracks in eddy current testing>>, The Eroupean Physical Journal pplied Physics, Vol.43.2008.
- [18] R. La, B. Benoist, B se Barmon, R. Langellé, P. Gaillard, J. Reuchet,<< An Eddy Current Model Based on Parametric Destructive of Induced Current Loops>>.Review of progress in Quantitative non Destructive Evaluation, Vol 16, New York, 1997.
- [19] L, Oukhellou. << Paramétrisation et classification de signaux en contrôle non destructif : Application à la reconnaissance des défauts de rails par courant de Foucault >> Thèse de doctorat, Paris, 1997.
- [20] P. Aknin, M. Bentoumi, F. Fessant? F. Raux>>Chaine d'instrumentation embarquée pour la détection temps réel de defaults de rails débouchant>>, Colloque interdisciplinaire instrumentation, Paris, 2001.
- [23] M. Bensetti << Etude et modélisation de capture destinés au control non destructif par courant de Foucault. Mise en œuvre de méthodes d'inversion>>, Thèse de Doctorat, Paris, 2004.
- [24] P. Weber. << Application des courants de Foucault pulsés au contrôle non destructif : Approchées expérimentales et théorique>>. Thèses de doctorat, Lyon, 1990.
- [25] T. Theodoulidis, H. Wang .G.Y. Tian, << Extension of a model for eddy current inspection of crack to plused excitations>>, NDT & E International, Vol47, 2012.
- [26] N Harfield, Y. Yoshida, and J.R. Bowler,<<Low-frequeency perturbation theory in eddy-current non-destructive evaluation>>. Journal of Applied Physics, 1991.
- [27] J.R. Bowler, S.A. Jenkins, L. D. Sabbagh? H.A Sabbagh, << Eddy Current Probe

- Impedance due to a Volumetric Flaw >>, journal of Applied Physics, 1991.
- [28] X. Pend, K. Shida, << Eddy current sensor with a novel probe for crack position detection>>, IEEE International Conference on Industrial Technology, 2008.
- [29] Le M.Q. Placko D. << Nouvelle structure de captivité à courant de Foucault et algorithme associé pour la mesure des propriétés électriques et magnétiques d'un métal>> Journal de physique III, 1995.
- [30] J.C. Moulder, C .C. Tai, B.F. Larson, H. Rose << Inductance of a coil on a thick ferromagnetic metal plate>>, Transaction on Magnetics, Vol. 34, 1998.
- [31] Y. Le Bihan, << Conception et caractérisation d'un dispositif à courant de Foucault pour l'évaluation non destructive de l'épaisseur de paroi d'aube de turbines creuses>>, thèse de doctorat , Cachan, 200.
- [32] W. Yin, A.J. Peyton, << Thickness measurement of non-magnetic plates using multi-frequency eddy current sensors>>? NDT & E International? Vol 40, 2007.
- [33] C. Weiyang, I. Komura, << Simulation of transient Eddy-Current Measurement for the characterization of Depth and Conductivity of a Plate>>, IEEE Transaction on Magnetics, Vol.44, 2008.
- [34] M. Bensetti, Y. Biham, C. Tassiti, G. Lissorgues. E. Dufour, J.P Gilles, << A hybrid Finite-Element Method for the modelling of Microcoils>>, IEEE Transaction on magnetic.Vol.41, 2005.
- [35] B. Maouche, M. Feliachi, N. Kenfer ? <<A half-analytical for the impedance variation in axisymmetrical modelling of eddy current non destructif testing>>, European Physical Journal Applied Physicas, Vol. 33, 2006.
- [37] B. Maouche, M. Feliachi, N. Khenfer, « A coupled magnetic vector potentials method for impedance calculation: application to eddy current non destructive testing» 8<sup>th</sup> International Conference on Modeling and Simulation of Electric.
- [38] J. W. Luquire, W.E. Deeds, C.V. Dodd, «Alternating Current Distribution Between Planar Conductors» Journal of Applied Physics, Vol. 41, 1970. [5] J. Dumont-Fillon, «Contrôle non destructif (CND)», Techniques de l'ingénieur, R 1400, Mesure mécaniques et dimensionnelles, 1996.
- [39] C. Cheng, C.V. Dodd, W.E. Deeds, W.E. Deeds, «General Analysis of Probe Coils Near Stratified Conductors», International Journal of Nondestructive Testing, Vol. 3, 1971.

## Références bibliographiques

---

- [40] Y. Choua, «Application de la méthode des éléments finis pour la modélisation de configurations de contrôle non destructif par courants de Foucault» ; thèse doctorat, Paris, 2009.
- [41] Sadiku, Matthew N.O. « Numerical Technique in électromagnetics », Edition, CRC Press, Florida 2001.
- [42] Y. Samira et C. Zina « Etude d'une machine linéaire à aimants permanents en utilisant la méthode des éléments finis ».Mémoire d'ingénieur, promotion 2008, Université MOULOUD MAAMRI, Tizi-Ouzou.
- [43] Durand, «Magnétostatique», université de paris-VI, (1969).
- [44] P. Lorrain, D. P. Corson, F. Lorrain, «Electromagnétisme fields and Waves» W. H. Freeman ans Co. New York, 1988.