

République Algérienne Démocratique et Populaire
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique

UNIVERSITE MOULOUD MAMMARI DE TIZI-OUZOU



FACULTE DU GENIE ELECTRIQUE ET D'INFORMATIQUE
DEPARTEMENT D'AUTOMATIQUE

Mémoire de Fin d'Etudes de MASTER ACADEMIQUE

Domaine : Sciences et Technologies

Filière : Génie électrique

Spécialité : **Commande des systèmes**

Présenté par
Ghiles HAMMAR

Thème

Synthèse d'observateur à entrée inconnue
avec mesures discrètes
Application sur un système hydraulique

Mémoire soutenu publiquement le 14/07/2016 devant le jury composé de :

M. Redouane KARA

M C A, UMMTO, Président

M. Saïd DJENNOUNE

Professeur, UMMTO, Encadreur

M. Ahmed MAIDI

Professeur, UMMTO, Examineur

M. Mohand-Achour TOUAT

M C B, UMMTO, Examineur

REMERCEMENT

Avant toutes choses, je remercie Dieu le tout puissant de m'avoir donné courage, patience et force durant toutes ces années d'étude.

Je tiens à exprimer mon entière gratitude à monsieur DJENNOUNE Saïd Professeur au sein du département d'Automatique, qui, par sa confiance à mon égard, m'a offert l'opportunité de travailler sur un thème original, proposé par ses soins. Il a pu me consacrer un peu de son temps, en dépit de son agenda très chargé, pour m'encadrer et me conseiller tout au long de mon projet. Ses qualités humaines, et professionnelles font de lui un homme exemplaire et une source d'inspiration pour nous, c'est une chance d'avoir un homme de son envergure au sein de notre département, travailler à ces cotés a été vraiment une expérience enrichissante.

Je tiens également à exprimer ma gratitude aux membres du jury, qui m'ont fait l'honneur d'examiner ce travail.

Je remercie également Melle YACINE et Melle MEGHERBI membre du laboratoire L2CSP, qui m'ont conseillé et orienté.

Je remercie les enseignants du département Automatique, qui ont contribué à mon ascension académique, notamment, madame ALKAMA, madame DORBANE, madame HADJEM et madame LOUADJ que j'apprécie beaucoup, Monsieur HAMMOUCHE, monsieur CHERIF et monsieur TOUAT que je respecte énormément, je cite également monsieur MAIDI et monsieur KARA que j'apprécie particulièrement.

Je n'oublie pas mes amis, avec lesquels j'ai partagé de très beaux moments durant toute la durée de mes études.

Je tiens à remercier Dyhia et Ahmed pour leurs aides, soutien moral et leurs encouragements tout au long de ce travail malgré la distance qui nous sépare.

Enfin, je ne pourrai jamais suffisamment remercier ma famille mon père, ma mère, mes frères et sœurs, qui m'ont soutenu et encouragé le long de mon parcours. Sans leur immense confiance en moi, sans leur aide et leur amour, je n'aurais pas pu aller au bout de mes projets.

« Si on possède un rêve, aussi fou soit-il, du moment où l'esprit est parvenu à l'imaginer, c'est qu'il est réalisable... on doit uniquement se battre, et ne surtout pas abandonner, en dépit de l'ampleur des difficultés ...

La chance sourit à l'audace. Plus le combat est dure plus la victoire est belle, en même temps, si c'était facile tout le monde le ferait ;) »

À ma mère, mon père
À mes frères et sœurs
Aux AGA et ACR

SOMMAIRE

LISTE DES FIGURES	4
INTRODUCTION GENERALE.....	5
CHAPITRE I : SYNTHESE DES OBSERVATEURS A MESURE CONTINUE	8
I.1. Introduction.....	9
I.2. Observabilité des systèmes linéaires à mesures continues.....	9
I.3. Observateurs classique	11
I.4. Synthèse d'observateurs à entrée inconnue.....	11
I.4.1. Observateur à entrée inconnue à matrice inverses	12
I.4.2. Observateur à entrée inconnue algébrique	15
I.4.3. Observateur à entrée inconnue PI.....	17
I.5. Conclusion	21
CHAPITRE II : SYNTHESE D'OBSERVATEURS DES SYSTEMES E A MESURE DISCRETE .	22
II.1. Introduction.....	22
II.2. Présentation du système continu à mesures discrètes.....	22
II.3. Observabilité d'un système continue à mesures discrètes	23
II.4. Synthèse d'observateurs pour les Systèmes linéaires continus avec mesures discrètes	25
II.5. Stabilité des systèmes à mesure discret	31
II.6. Conclusion	36
CHAPITRE III : OBSERVATEURS A ENTREE INCONNUE A MESURE DISCRETE	38
III.1. Introduction	38
III.2 Synthèse de l'observateur à entrée inconnue à mesure discrète	39
III.3. Stabilité de l'erreur d'observateur	42
III.4. Conclusion.....	47
CHAPITRE IV : APPLICATION DE L'OBSERVATEUR A ENTREE INCONNUE A MESURE DISCRET POUR LE DIAGNOSTIC D'UN SYSTEME A TROIS RESERVOIRS.....	49
IV.1. Introduction	49
IV.2. Description du système	49
IV.3. Modélisation du système hydraulique.....	50
IV.4. Linéarisation du model d'état.....	51
IV.5. Conception de l'observateur.....	53
IV.5.1. Cas 1 absence de fuite (d'entrée inconnue)	55
IV.5.2. Cas 2 présence de fuite (d'entrée inconnue)	58
IV.6. Conclusion.....	62

CONCLUSION GENERALE	63
ANNEXE	65
BIBLIOGRAPHIE	68

LISTE DES FIGURES

Figure(I.1). schéma blocs de l'observateur avec entrée inconnue à matrice inverse	12
Figure (I.2). schéma blocs de l'observateur avec entrée inconnue PI.....	17
Figure (I.3). schéma de simulation sur Simulink de l'observateur PI.....	20
Figure (I.4). Erreurs d'estimation des variables d'états.....	20
Figure (I.5). erreur d'estimation de l'entrée inconnue.....	21
Figure (II.1) . schéma bloc de l'observateur impulsionnel avec le cas 1.....	27
Figure (II.2) . schéma bloc de l'observateur impulsionnel avec le cas 2.....	30
Figure(II.3) . schéma bloc de simulation l'observateur impulsionnel avec le cas 1.....	34
Figure(II.4) . erreur de simulation de l'état x_1 avec une période de mesure de 5s.....	35
Figure (II.5) . erreur de simulation de l'état x_2 avec une période de mesure de 5s.....	35
Figure (II.6). erreur de simulation de l'état x_3 avec une période de mesure de 5s.....	36
Figure (III.1). schéma bloc de l'observateur à entrée inconnue avec mesure discrète.....	39
Figure (III.2). schéma de simulation de l'observateur à entrée inconnue avec mesures discrète sur Similink	44
Figure (III.3). estimation de l'entrée inconnue et erreurs d'estimation des états avec $\theta_k=5\text{ s}$	45
Figure (III.4). estimation de l'entrée inconnue et erreurs d'estimation des états avec $\theta_k=30\text{s}$	45
Figure (III.5). estimation de l'entrée inconnue et erreurs d'estimation des états avec $\theta_k=60\text{s}$	46
Figure (III.6). estimation de l'entrée inconnue et erreurs d'estimation des états avec $\theta_k=120\text{s}$	47
Figure (IV.1). Le schéma de principe du système à trois cuves couplé	50
Figure (IV.2). schéma bloc de simulation sur simulink	54
Figure (IV.3). Les niveaux réelle de chaque réservoir pour un débit d'entrée de $[2,5 \cdot 10]^{-3}$ cm^3/s	54
Figure (IV.4). estimation de l'entrée inconnue et erreurs d'estimation des états avec $\theta_k=10\text{ s}$	55
Figure (IV.5). estimation de l'entrée inconnue et erreurs d'estimation des états avec $\theta_k=30\text{ s}$	56
Figure (IV.6). estimation de l'entrée inconnue et erreurs d'estimation des états avec $\theta_k=60\text{ s}$	56
Figure (IV.7). estimation de l'entrée inconnue et erreurs d'estimation des états avec $\theta_k=120\text{s}$	57
Figure (IV.8). estimation de l'entrée inconnue et erreurs d'estimation des états avec $\theta_k=10\text{ s}$	59
Figure (IV.9). estimation de l'entrée inconnue et erreurs d'estimation des états avec $\theta_k=30\text{ s}$	59
Figure (IV.10). estimation de l'entrée inconnue et erreurs d'estimation des états avec $\theta_k=60\text{ s}$	60
Figure (IV.11) estimation de l'entrée inconnue et erreurs d'estimation des états avec $\theta_k=120\text{ s}$	60
Figure (IV.12). résultat de simulation pour une entrée inconnue sinusoïdal.....	61
Figure (IV.13). résultat de simulation pour une entrée inconnue en dent de scie	62

INTRODUCTION GENERALE

La théorie de l'estimation tient une place de plus en plus importante en Automatique. La connaissance de l'état du système étudié est nécessaire dans de nombreuses applications. En effet, la conception des méthodes de commande, la surveillance et le diagnostic de défauts nécessitent la connaissance des informations sur le système considéré. Usuellement, les variables d'entrées de commande qui servent à piloter le système et les variables de sortie qui sont directement accessibles à la mesure constituent les informations connues et disponibles à l'utilisateur. Cependant, dans de nombreuses situations, ces informations sont insuffisantes. Il est nécessaire de connaître les variables internes (variables d'état) qui décrivent de manière complète l'état du système. Afin d'obtenir les informations sur ces variables d'état, on peut imaginer ajouter des capteurs de mesure en plus de ceux utilisés pour mesurer les grandeurs de sorties. Cette solution triviale est fastidieuse pour plusieurs raisons. L'ajout de capteurs n'est pas toujours technologiquement possible et même lorsque cela est possible, le coût supplémentaire engendré est important. De plus, l'ajout de matériels sur un système complexifie sa modélisation et diminue sa fiabilité.

Le recours à une méthode d'obtention des estimées des variables d'état revêt donc d'une grande importance dans la surveillance et la commande des systèmes. L'une des approches d'élaboration des estimées utilise les observateurs d'état [1]-[6]. Un observateur d'état est un système dynamique qui, à partir des informations connues d'entrées et de sorties du processus, permet de délivrer les estimées des variables d'état. L'observateur remplit donc le rôle des capteurs de variables d'état. Implémenté sur un ordinateur, il devient un capteur logiciel.

Un observateur d'état est utilisé dans les schémas de commande par retour d'état afin de mettre en œuvre des commandes par retour d'état reconstruits [1]-[7] ou bien dans des dispositifs de diagnostic et de détection de défauts, dans lequel les variables d'état estimées délivrées par l'observateur sont envoyées vers le module de détection et d'isolation de défauts (FDI: Fault Detection and Isolation) [8]-[10]. Un défaut dans un système se manifeste par un signal généré au sein du système. En effet, tout défaut induit généralement une information

supplémentaire inconnue (entrée inconnue). Détecter le défaut revient donc à estimer cette information. Pour résoudre le problème de diagnostic de défauts au moyen d'un observateur, il faut nécessairement non seulement estimer les variables d'état mais aussi le signal généré par le défaut. D'un autre côté, une entrée inconnue peut être tout simplement une perturbation. Dans ce cas, il serait souhaitable de concevoir un observateur tel que la qualité de l'estimation de l'état ne soit pas affectée par cette perturbation. Le diagnostic de défauts et le rejet de l'influence des perturbations sur l'estimation sont accomplis par les observateurs à entrée inconnue [11]-[14]. Les observateurs à entrées inconnues interviennent dans le domaine du diagnostic, pour la détection de défauts (qui sont considérés comme des entrées inconnues), la surveillance de capteurs, l'estimation de perturbations affectant le système. Comme type d'observateurs à entrées inconnues on peut citer principalement les observateurs à modes glissant [15], [16] et les observateurs Proportionnel Intégral (PI), [17], [18].

Même si plusieurs stratégies de conceptions d'observateur d'état ou d'observateur d'état à entrées inconnues sont proposées dans la littérature, le principe fondamental repose sur l'injection d'un signal dépendant des informations mesurable, notamment les sorties afin de faire converger l'erreur d'estimation vers zéro selon une dynamique désirée. Comme les procédés étudiés sont des systèmes inconnus, la plupart des observateurs proposés dans la littérature suppose que le signal injecté est de type continu. La réalité est toute autre. En effet, l'observateur est de nos jours quasiment implémenté sur un ordinateur (capteur logiciel). Donc il est impératif que le signal d'injection transmis à la machine numérique soit échantillonné et convertit en information numérique. La tâche de synthèse d'un observateur sous mesures discrètes est donc une exigence aux attentes pratiques.

Ce n'est que récemment que la synthèse d'observateurs des systèmes continus à mesures discrètes a fait l'objet d'intenses travaux de recherche, [19]-[20]. La première solution naturelle à ce problème est de discrétiser le système et de faire la synthèse de l'observateur totalement en discret. Cette solution possède des inconvénients. D'une part, la période d'échantillonnage doit être connue, constante (échantillonnage régulier) et d'autre part cette solution est limitée pour les systèmes linéaires car la discrétisation des systèmes non linéaires donne lieu à des modèles discrets sous forme de séries infinies inexploitable [21]. Parmi les solutions adéquates proposées dans la littérature, nous pouvons dégager trois voies variantes. La première consiste à prédire la sortie entre deux instants d'échantillonnage, ceci permet donc de reconstruire par prédiction le signal continu d'injection [22]. La seconde est

de considérer la sortie à un instant d'échantillonnage comme une sortie continue retardée. Le retard est supposé inconnue et variant [23]. Cette solution exploite la théorie des systèmes à retard pour la synthèse de l'observateur. Enfin la troisième suppose le prélèvement de la sortie non régulier et parcimonieux (échantillonnage sous Shannon) [24]. La convergence de l'observateur est alors établie en se basant sur la stabilité des systèmes impulsifs [25]-[27]. Les observateurs issues de cette approches sont dénommés « observateurs impulsifs ».les avantages de cette solutions sont nombreux. Outre le fait d'utiliser un échantillonnage parcimonieux et irrégulier, l'envoi de l'information à des instants choisis délibérément permet de soulager énormément la communication et d'envisager facilement la mise en œuvre d'une batterie d'observateurs avec un traitement parallèle pour des systèmes complexes. Ces observateurs impulsifs ont fait récemment l'objet d'un travail de recherche aussi bien pour les systèmes linéaires que pour les systèmes non linéaires [19]-[20].

Cependant à notre connaissance, l'utilisation d'observateur impulsifs à entrée inconnue n'a pas été à ce jour considérée en dépit de son importance pratique.

L'objectif de notre travail est de mettre en œuvre un observateur impulsif à entrée inconnue sous mesures discrètes pour le besoin de diagnostic de défauts. Nous considérons dans notre travail les systèmes linéaires temps invariant. Nous proposons une approche de synthèse d'observateur à entrée inconnue de type PI à mesure discrètes. L'approche proposée est illustrée par une application au diagnostic et détection de fuite dans un système hydraulique à trois cuves.

Le mémoire est organisé en quatre chapitres.

Chapitre 1:

Ce premier chapitre est dédié à la synthèse des observateurs continus et à mesures continues. Nous rappelons la notion d'observabilité et les critères associés pour les systèmes continus Linéaires temps invariants. Ensuite, nous présentons les observateurs à entrées inconnus les plus utilisés dans la littérature notamment, observateurs à matrice inverse proposé dans [28] et [29], observateurs algébriques proposés dans [30] et dans [31] et les observateurs PI qui sont

proposés dans [32] et [33], puis ont conclu par une petite étude comparative, nous allons finir sur un exemple numérique académique simulé sous MATLAB/SIMULINK.

Chapitre 2:

Ce chapitre est consacré à la synthèse des observateurs à mesures discrète. Dans un premier temps, les nouveaux critères d'observabilité sous mesures discrète sont exposés. En deuxième temps, la méthode de conception d'observateurs à mesures discrète est présentée. Deux cas sont considérés Dans le premier cas, le sous espace instable est complètement mesuré et dans le second cas le sous espace instable est partiellement mesuré. Enfin, la stabilité des systèmes impulsifs nécessaire à la démonstration de la convergence des observateurs à mesures discrètes est étudiée. Le premier cas est illustré par la simulation effectuée sur un exemple numérique.

Chapitre 3:

Ce chapitre constitue l'originalité de notre travail. Nous proposons un observateur PI impulsif à entrées inconnues sous mesures discrètes. Cet observateur permet de reconstruire les variables d'état du système et l'entrée inconnue en exploitant les informations échantillonnées recueillies sur la sortie. Différents choix des instants de prélèvement des échantillons ont été testés afin de vérifier la convergence de l'observateur.

Chapitre 4:

Ce chapitre est dédié à l'application portant sur le diagnostic de défauts d'un système hydraulique constitué de trois bacs alimentés en cascade. L'observateur PI à mesures discrètes est utilisé pour diagnostiquer la présence de fuite au niveau des canalisations entre les trois cuves.

CHAPITRE I : SYNTHÈSE DES OBSERVATEURS A ENTREE INCONNUE A MESURE CONTINUE

I.1 : Introduction :

Les systèmes physiques sont souvent soumis à des entrées perturbatrices. Ces perturbations assimilées à des entrées inconnues sont représentées par des termes additifs intervenant dans l'équation d'état. Ces perturbations peuvent altérer négativement l'estimation des variables d'état. Il est donc souhaitable de trouver un moyen d'estimer les variables d'état tout en gardant de meilleures performances d'estimation. En dépit de la présence des signaux perturbateurs. En fait, nous devons pouvoir découpler les entrées inconnues de l'erreur d'estimation. C'est l'objectif principal des observateurs à entrées inconnues. En d'autre part, un défaut ou une défaillance dans un système se manifeste par l'apparition de signaux dans l'équation d'état considérés comme aussi des entrées inconnues. Pour des fins de diagnostic, de surveillance.

Durant les trois dernières décennies, une attention particulière a été donnée aux observateurs à entrées inconnues (OEI). Se qui a engendré plusieurs approches pour la reconstruction des entrées inconnues, dont la synthèse de chacun est très réponde dans la littérature. Ici on se limitera uniquement à l'étude des observateurs à matrice inverse proposée dans [28] et [29], aux observateurs algébriques proposés dans [30] et dans [31] et les observateurs PI qui sont proposés dans [32] et [33]. Ces derniers, qui grâce à leurs propriétés que nous allons voir dans ce chapitre, nous sera d'utilité par la suite pour la conception de l'observateur à entrée inconnue avec mesures discrètes.

Ce chapitre est divisé en deux sections. Dans un premier temps, nous rappellerons brièvement la notion d'observabilité et, dans un second temps, nous introduirons le principe de chacun des différents OEI proposés.

I.2 Observabilité des systèmes linéaires à mesure continue

L'observabilité d'un processus est un concept très important dans le domaine d'estimation de l'état. En effet, pour reconstruire les états inaccessibles d'un système, il faut savoir, à priori, si

les variables d'états sont observables ou non, L'observabilité d'un système est la propriété qui permet de dire si l'état peut être déterminé uniquement à partir de la connaissance des signaux d'entrées et de sorties.

Considérant le système linéaire suivant :

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu \\ y = Cx \end{cases} \quad (1.1)$$

Où $x(t) \in \mathbb{R}^n, u(t) \in \mathbb{R}^m, y(t) \in \mathbb{R}^p$ sont respectivement le vecteur d'état, le vecteur de la commande et le vecteur des sorties mesurées en temps continu, $A \in \mathbb{R}^{n \times n}, B \in \mathbb{R}^{n \times m}, C \in \mathbb{R}^{p \times n}$ sont des matrices constantes.

Définition (I.1) [34]

On dit que le système dynamique (1.1) est observable si, quel que soit l'instant initial t_1 , l'état initial $x(t_1)$ et l'instant final t_2 différent de t_1 , la seule connaissance de sa sortie y et de son entrée u sur l'intervalle $t_1 \leq t \leq t_2$ permet de connaître l'état initial $x(t_1)$.

Puisque le système (1.1) est linéaire et puisqu'on suppose que l'entrée u est connue, la matrice B n'intervient pas dans les critères d'observabilité. On peut donc ramener l'étude de l'observabilité à l'étude de la paire (A, C) . On dira donc indifféremment par abus de langage que "la paire (A, C) est observable" ou que "le système linéaire continu est observable".

Nous allons voir à présent les différents théorèmes relatifs à l'observabilité des systèmes linéaires qui découlent principalement de la définition (I.1) :

Théorème(I.1) [34]:

Soit la matrice d'observabilité défini par :

$$\mathcal{O}_{(A,C)}^c = \begin{pmatrix} C \\ CA \\ \vdots \\ CA^{n-1} \end{pmatrix} \quad (1.2)$$

La propriété "la paire (A, C) est observable" est équivalente à chacune des propriétés suivantes:

- a) Le critère de Kalman est maximal

$$\text{rang} (\mathcal{O}_{(A,C)}^c) = n$$

- b) Pour tout $s \in \mathbb{C}$, on a (critère de Hautus):

$$\text{rang} \begin{pmatrix} C \\ sI - A \end{pmatrix} = n$$

Lorsque la paire (A, C) n'est pas observable, il faut étudier la détectabilité de cette même paire (A, C)

Définition (I.2) [34]

Le système (1.1) est détectable si tous les états non observables sont stables.

I.3 Observateurs classiques :

Considérons tout d'abord la structure de l'observateur classique de Luenberger [34], qui est conçu pour estimer les variables d'état.

Un système linéaire à temps invariant sans perturbation est décrit par l'équation (1.1)

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu \\ y = Cx \end{cases}$$

Puisque la structure et les paramètres du modèle sont connus, un observateur d'état est utilisé pour reconstruire les variables d'état non mesurables fondées sur les entrées et les sorties mesurées.

$$\dot{\hat{x}} = A\hat{x} + L(y - C\hat{x}) + Bu \tag{1.3}$$

Où $\hat{x} \in \mathbb{R}^n$ est le vecteur d'état estimé et $L \in \mathbb{R}^{n \times p}$, est le gain de l'observateur.

Les valeurs propres de la matrice $A - LC$ peuvent être prises arbitrairement par un choix approprié pour le gain L de l'observateur lorsque la paire (A, C) est observable.

Lorsque l'observateur (1.3) est appliqué sur le système (1.1), l'erreur d'estimation $e = x - \hat{x}$ est régie par l'équation (1.4).

$$\dot{e} = (A - LC)e \tag{1.4}$$

Si toutes les valeurs propres de $A - LC$ sont stables, e sera proche de zéro asymptotiquement, $\hat{x} \rightarrow x$.

I.4 Synthèse d'observateurs à entrée inconnue :

Si la perturbation est ajoutée au système (1.1), alors l'observateur classique n'est pas capable d'estimer correctement les états sauf sous certaines restrictions qui sont appliquées à la norme

du signal de perturbation. Différentes techniques sont proposées. Le premier exemple est avec l'observateur PI, dont la structure est la plus proche de l'observateur classique.

Pour la suite de cette section, on considère le système linéaire temps invariant suivant :

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu + Fd \\ y = Cx \end{cases} \quad (1.5)$$

Où $x(t) \in \mathbb{R}^n, u(t) \in \mathbb{R}^m, y(t) \in \mathbb{R}^p, d(t) \in \mathbb{R}^\mu$ sont respectivement le vecteur d'état, le vecteur de la commande, le vecteur des sorties et l'entrée inconnue mesurées en temps continu, A, B, C et F sont des matrices constantes connues de dimensions appropriées.

I.4.1 Observateur à entrée inconnue à matrice inverse :

Comme indiqué précédemment, il existe des situations où les perturbations ou les entrées partielles sont inaccessibles. Ainsi un observateur de Luenberger conventionnel ne peut pas être appliqué. Cette partie fournit une méthode proposée dans [29] et [28] pour la conception d'observateurs pour les systèmes linéaires généraux pour lesquels l'entrée inconnue affecte également les mesures.

Un observateur proposé par [28] a la forme (1.6):

$$\begin{cases} \dot{\xi} = N\xi + Jy + Hu \\ \hat{x} = \xi - Ey \end{cases} \quad (1.6)$$

Où $\hat{x}(t) \in \mathbb{R}^n$ est l'estimation de $x(t)$. Les matrices N, J et E dont les entrées sont constantes ont des dimensions appropriées.

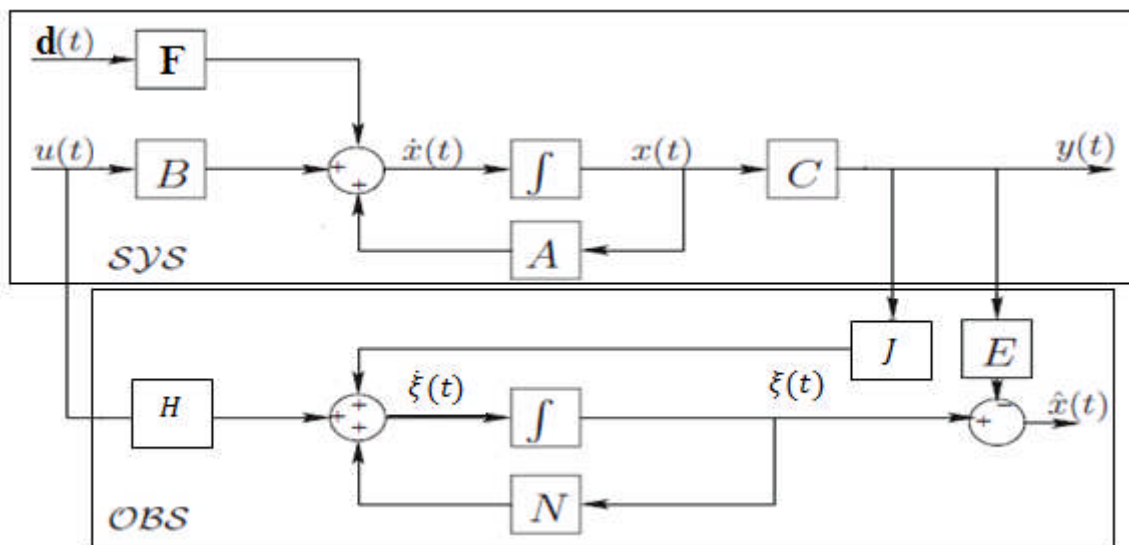


Figure (I.1) : Schéma blocs de l'observateur avec entrée inconnue à matrice inverse.

Soit $P = I + EC$, la proposition suivante qui donne les conditions pour que (1.6) soit un observateur d'ordre plein pour le système (1.5).

Proposition (I.1)[28]

L'observateur d'ordre plein (1.6) permettra d'estimer (asymptotiquement) $x(t)$ si les conditions suivantes sont vérifiées :

1. N est une matrice de Hurwitz (chaque valeur propre de N a une partie réelle strictement négative)
2. $PA - NP - JC = 0$
3. $PF = 0$
4. $H = PB$

Basee sur les equations (1.5) et (1.6), l'erreur de reconstruction de l'observateur est définie par :

$$e = x - \hat{x} = Px - \xi \tag{1.7}$$

La dynamique de l'erreur d'estimation est donnée par :

$$\dot{e} = Ne + (PA - NP - JC)x + (PB - H)u + PFd \tag{1.8}$$

Si les conditions de la Proposition (I.1) sont satisfaites, alors $\lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = 0$ pour tout

$x(0), \hat{x}(0), d$ et u dans ce cas, $\hat{x}(t)$ défini dans (1.6) est une estimation de $x(t)$ défini dans (1.5).

Les équations 2 et 3 dans la Proposition (I.1) peuvent être écrites comme :

$$N = A + [E \quad K] \begin{bmatrix} CA \\ C \end{bmatrix} \tag{1.9}$$

$$[E \quad K]\Sigma = -F \tag{1.10}$$

Où $K = -J - NE$ et $\Sigma = \begin{bmatrix} CF \\ 0 \end{bmatrix}$

Hypothèse (I.1)

La condition nécessaire et suffisante pour l'existence de la solution de l'équation (1.10) est garantie par une condition de la proposition (I.1), équivalente à :

$$rang[CF] = rang[F] = q$$

Sous cette condition, la solution générale de l'équation (1.10) est :

$$[E \quad K] = -F\Sigma^+ - Z(I - \Sigma\Sigma^+) \tag{1.11}$$

Où Σ^+ est une matrice inverse généralisée avec $\Sigma^+ = (\Sigma^T \Sigma)^{-1} \Sigma^T$ et Z est une matrice arbitraire de dimension appropriée.

L'insertion (1.11) dans (1.9) donne

$$N = A_1 - ZB_1 \quad (1.12)$$

Où
$$A_1 = A - F\Sigma^+ \begin{bmatrix} CA \\ C \end{bmatrix} \quad (1.13)$$

Et
$$B_1 = (I - \Sigma\Sigma^+) \begin{bmatrix} CA \\ C \end{bmatrix} \quad (1.14)$$

La condition nécessaire et suffisante de l'existence de l'observateur (1.6) pour le système (1.9) est donnée par le théorème ci-après :

Théorème(I.3)[29]

L'observateur d'ordre plein défini dans (1.6) permettra d'estimer (asymptotiquement) $x(t)$ dans (1.5) si le système (C, A, F) est détectable ou de manière équivalente :

$$\begin{cases} \text{rang} \begin{bmatrix} sI - A & -F \\ C & 0 \end{bmatrix} = n + q \\ \text{rang}[CF] = \text{rang}[F] = q \end{cases} \quad (1.15)$$

La matrice Z est utilisée pour garantir la stabilité de la matrice N . La condition nécessaire et suffisante pour l'existence de la matrice Z telle que N est Hurwitz est donnée par l'hypothèse suivante :

Hypothèse (I.2) [29]

Il existe une matrice Z pour assurer la stabilité de la matrice N si et seulement si le système (C, A, F) est détectable.

La procédure pour la conception de l'observateur (1.6) :

Procédure 1.

1. Vérifiez la détectabilité du système (C, A, F) .
2. Calculer les matrices A_1, B_1 par les équations (1.13, 1.14).
3. Déterminer la matrice Z par placement de poles de la matrice N de (1.12).
4. Calculer les matrices E et K par (1.11), alors $J = -K - NE$ et $H = (I + CE)B$.

[28] propose une procédure pour la conception de l'estimation de la perturbation avec la pseudo-inverse de la matrice F , qui est une variante de l'observateur à entrée inconnue.

Selon l'hypothèse (I.2), les colonnes de la matrice F dans l'équation d'état d'un système à entrées inconnues en (1.5) sont linéairement indépendantes. Donc F à une inverse à gauche F^+ , tels que $F^+F = I_q$.

Supposons que \hat{x} est l'estimation de x à (1.5), à savoir

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e_x = \lim_{t \rightarrow \infty} (x(t) - \hat{x}(t)) = 0 \quad (1.16)$$

La première équation (1.5) peut être écrite comme :

$$d = F^+(\dot{x} - Ax - Bu) \quad (1.17)$$

En remplaçant x par \hat{x} dans l'équation (1.17) il vient :

$$\hat{d} = F^+(\dot{\hat{x}} - A\hat{x} - Bu) \quad (1.18)$$

Où $\hat{x} \in \mathbb{R}^n$ et $\hat{d} \in \mathbb{R}^m$ Sont les estimations de x et d .

L'erreur d'entrée inconnue est

$$e_d = d - \hat{d} = F^+(\dot{x} - \dot{\hat{x}} - A(x - \hat{x})) = F^+(\dot{e}_x - Ae_x) = F^+(N - A)e_x \quad (1.19)$$

En raison de (1.16), l'erreur d'entrée inconnue converge asymptotiquement vers zéro, c'est à dire $\lim_{t \rightarrow \infty} e_d = 0$ Par conséquent, d'après (1.19) $\lim_{t \rightarrow \infty} \hat{d} = d$.

L'observateur d'ordre plein (1.6) propose par [28] pour les systèmes linéaires à entrées inconnues est basé sur des matrices inverses généralisées.

La procédure de calcul est concise et facile à mettre en œuvre. Mais dans de nombreux systèmes physiques, la condition $\text{rang}[CF] = \text{rang}[F]$ n'est pas toujours satisfaite.

Compte tenu de cette limite, de nombreuses contributions ont été données par la méthode d'approche algébrique. Dans [31], une approche intrinsèque a été utilisée, mais dans ce cas, les comportements impulsionnels peuvent survenir en raison de certaines dérivations utilisées dans leur approche. Dans la section suivante, cette méthode est rappelée.

I.4.2 Observateur à entrée inconnue algébrique :

Dans cette section, un observateur pour les systèmes linéaires proposé dans [31] est rappelé, dans le cas mono variable.

La structure de l'observateur proposé par [31] est donnée dans l'équation (1.20)

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}} = (PA - LC)\hat{x} + Q(y^{(r)} - U) + Lu + Bu \\ \dot{\hat{d}} = (CA^{r-1}F)^{-1}(y^{(r)} - CA^r\hat{x} - U) \end{cases} \quad (1.20)$$

Où \hat{d} est l'estimation de la perturbation d . Les matrices Q et P vérifient :

$$Q = F(CA^{r-1}F)^{-1}, P = I_n - QCA^{r-1} \text{ et } U = \sum_{i=0}^{r-1} CA^i Bu^{r-1-i}$$

Où r est l'ordre du zéro à l'infini, d est l'entrée inconnue et y est la sortie.

La dynamique de l'erreur d'estimation des variables d'états est donnée par :

$$\dot{e} = \dot{x} - \dot{\hat{x}} = (PA - LC)(x - \hat{x}) \quad (1.21)$$

Ensuite, on a $\lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = 0$ pour tout $x(0), \hat{x}(0), d(t)$. Dans ce cas $\hat{x}(t)$ défini dans (1.20) est une estimation de $x(t)$. l'erreur d'estimation de l'entrée inconnue est :

$$e_d = d - \hat{d} = (CA^{r-1}F)^{-1}CA^r(x - \hat{x}) \quad (1.22)$$

Si $\lim_{t \rightarrow \infty} (x - \hat{x}) = 0$, alors $\lim_{t \rightarrow \infty} \hat{d} = d$. cet observateur est stable, lorsque la structure de (C, A, F) est stable.

La condition nécessaire et suffisante de l'existence de l'observateur (1.20) pour le système (1.5) est donnée par le théorème suivant.

Théorème(I.4)[31]

L'observateur d'ordre plein (1.20) permettra d'estimer (asymptotiquement) $x(t)$ dans (1.5) si

1. Le système (C, A, F) est inversible à gauche
2. Le système (C, A, F) est détectable

L'observateur (1.20) peut être obtenu par la procédure 2.

Procédure 2

Les étapes suivantes sont mises en œuvre pour estimer les variables $x(t)$ et $d(t)$. (Cas mono variable)

1. Vérifier la propriété de phase minimale du modèle (C, A, F) .
2. Calculer le degré relatif r et l'inverse de $CA^{r-1}F$.
3. Calculer les matrices Q, P et U , puis L pour le placement de pôles.

L'observateur à entrées inconnues avec l'approche algébrique est intrinsèque, et la complexité des calculs plus faible que dans le cas de l'observation basé sur le calcul de pseudo-inverses. Les conditions sont moins restrictives, puisque l'ordre du zéro à l'infini peut être quelconque (en particuliers $CF = 0$ n'est pas nécessaire). Par contre, l'utilisation de l'ordre élevé de différenciation peut provoquer un phénomène impulsif. Des techniques de filtrage doivent être envisagées.

I.4.3 Observateur à entrée inconnue PI :

Cette partie propose un aperçu général de l'observateur PI et sa reformulation comme observateur à gain élevé pour effectuer une estimation de sortie robuste.

La structure de l'observateur PI [33] comme le montre la figure 1.1 pour le système (1.5) est donnée par l'équation (1.23),

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}} = A\hat{x} + K_p(y - C\hat{x}) + Bu + F\hat{d} \\ \dot{\hat{d}} = K_I(y - C\hat{x}) \end{cases} \quad (1.23)$$

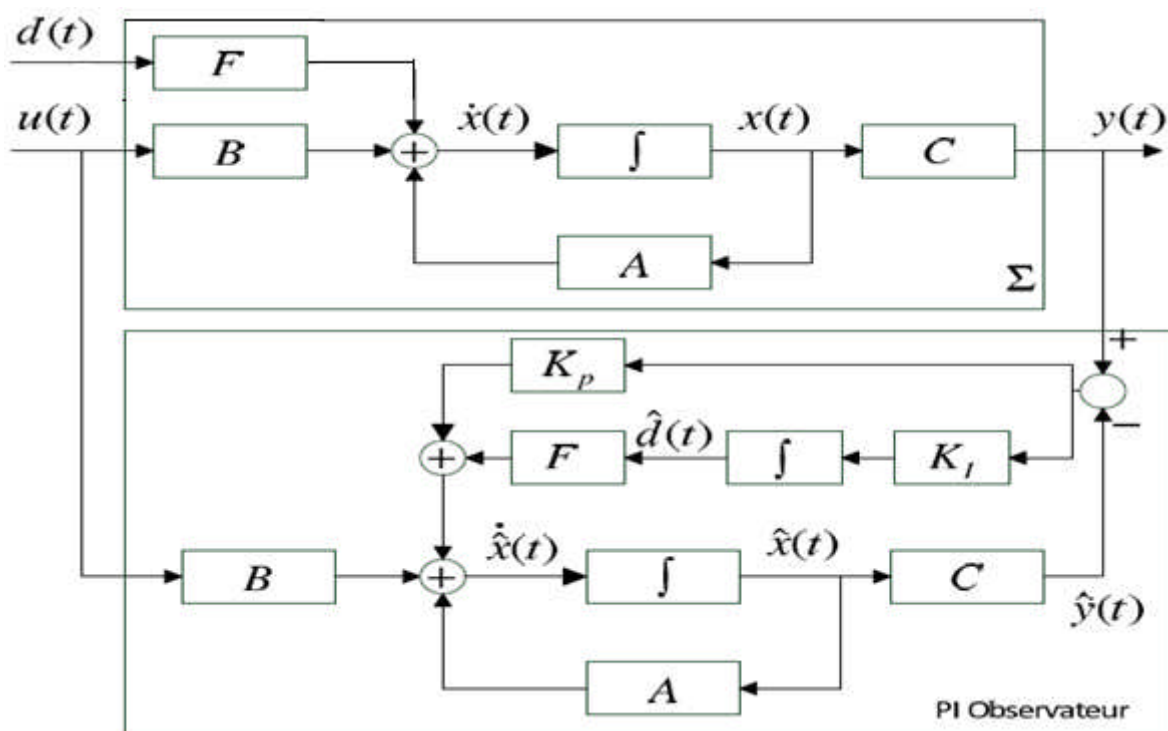


Figure (I.2) : Schéma blocs de l'observateur avec entrée inconnue PI.

Où K_p et K_I sont les gains proportionnel et intégral, respectivement.

Les deux gains K_p et K_I ne peuvent pas être conçus indépendamment, ce qui complique la conception de l'observateur. En outre, il y a $2(n \times m)$ paramètres pour placer les $n + m$ pôles.

Il n'existe pas de méthode directe pour la conception de K_p et K_I (1.23).

Lorsque l'observateur PI (1.23) est appliqué au système décrit dans (1.5), l'erreur d'estimation d'état $e = x - \hat{x}$ et l'erreur d'estimation de perturbation

$\varepsilon = d - \hat{d}$ sont définies dans (1.24) (la perturbation d est supposée constante) :

$$\begin{bmatrix} \dot{e} \\ \dot{\varepsilon} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A - K_p C & F \\ -K_I C & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e \\ \varepsilon \end{bmatrix} \quad (1.24)$$

Soit
$$\xi = \begin{bmatrix} e \\ \varepsilon \end{bmatrix} \quad (1.25)$$

On a

$$\dot{\xi} = R\xi \quad (1.26)$$

La condition de stabilité exige que les valeurs propres de la matrice R donnée par :

$$R = \begin{bmatrix} A - K_p C & F \\ -K_I C & 0 \end{bmatrix} \quad (1.27)$$

Possède des parties réelles négatives.

Si toutes les valeurs propres de R sont stables, e sera proche de zéro asymptotiquement

$\hat{x} \rightarrow x$. La conception de l'observateur PI consiste à rendre toutes les valeurs propres de la matrice R stables.

L'observateur PI a été développé par [32] pour étendre la robustesse des observateurs, y compris par une action intégrale dans l'équation d'observateur. L'observateur proportionnel intégral est capable d'estimer des perturbations (constante, linéaire et non linéaire). En augmentant le gain intégral, il est possible de rejeter les perturbations rapides avec, cependant, un effet négatif de la diminution de la marge de stabilité de l'observateur.

Exemple :

Soit le système à entrée inconnue modélisé sous la forme suivante :

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu + Fd \\ y = Cx \end{cases}$$

Ou $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}$ $B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$ $F = \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ $C = [1 \quad 0 \quad 0]$

Tentant de réaliser un Observateur PI

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}} = A\hat{x} + K_p(y - C\hat{x}) + Bu + F\hat{d} \\ \dot{\hat{d}} = K_I(y - C\hat{x}) \end{cases}$$

Il suffit de déterminer les vecteurs K_p et K_I pour assurer la stabilité de la matrice

$$R = \begin{bmatrix} A - K_p C & F \\ -K_I C & 0 \end{bmatrix}$$

$$R = \begin{bmatrix} -K_{p1} & 1 & 0 & -1 \\ -K_{p2} & 0 & 1 & 0 \\ -1 - K_{p3} & -1 & -1 & 0 \\ -K_I & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

On remarque que la détermination des vecteurs K_p et K_I revient à calculer les paramètres du

vecteur $K = \begin{bmatrix} K_p \\ K_I \end{bmatrix}$ par placement de pôles pour la matrice augmentée : $\bar{R} =$

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \text{ ou } \bar{C} = [1 \ 0 \ 0 \ 0]$$

$$R = (\bar{R} - K\bar{C})$$

On choisit les pôles de la dynamique de l'observateur comme suit

$$p = [-0.5 \ -0.8 \ -0.9 \ -0.7]$$

En utilisant l'instruction Matlab « Place » on obtient le vecteur :

$$K = \begin{bmatrix} 1.9 \\ -0.042 \\ -1.651 \\ -0.252 \end{bmatrix}$$

On a donc $K_p = \begin{bmatrix} 1.9 \\ -0.042 \\ -1.651 \end{bmatrix}$ et $K_I = -0.252$. Ces valeurs là garantissent donc la stabilité de

la matrice R et il nous reste qu'à réaliser l'observateur PI sur Simulink.

Le schéma bloqué est sur la figure suivante :

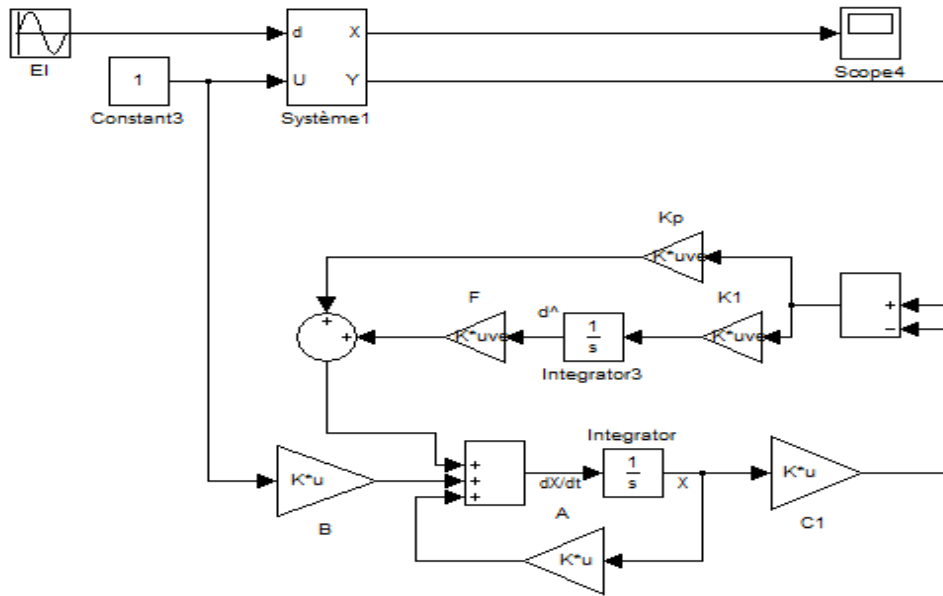


Figure (I.3) : Schéma de simulation sur Simulink de l'observateur PI

On suppose que l'entrée inconnue est un signal sinusoïdal. Les résultats de la simulation sont donnés dans les graphes suivants :

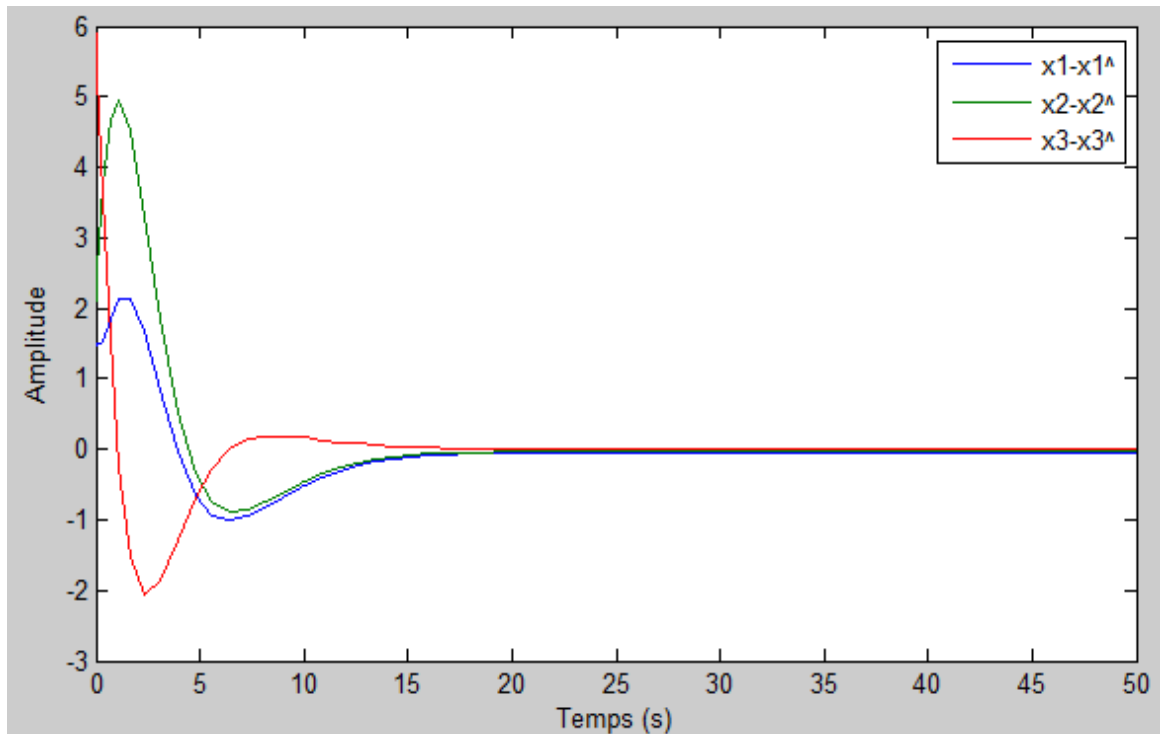


Figure (I.4) : Erreurs d'estimation des variables d'états.

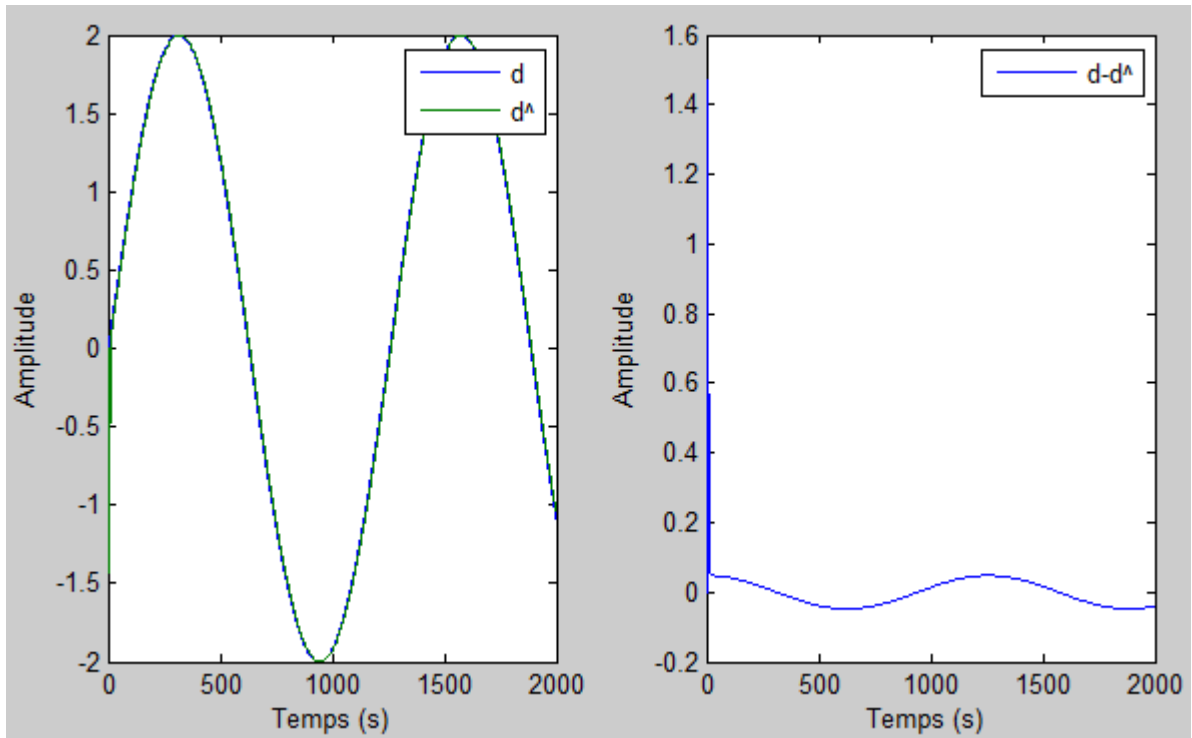


Figure (I.5) : Erreur d'estimation de l'entrée inconnue.

I.5 Conclusion :

Dans ce chapitre nous avons fait un bref rappel sur la notion d'observateur et d'observabilité de système continu. On a rappelé les différentes phases nécessaires à l'analyse et à la synthèse d'observateurs à entrées inconnues.

On a aussi étudié la caractéristique de chacun des observateurs à entrée inconnue les plus réponsus, bien que dans la littérature il n'y a pas de différence notable dans les résultats de simulation. Néanmoins, l'approche par pseudo-inverse est plus restrictive que les autres au niveau de la condition d'existence. Pour la suite de notre travail on utilisera uniquement l'observateur PI.

Dans le second chapitre on étudiera la synthèse d'observateur à mesure discrète.

CHAPITRE II : SYNTHÈSE D'OBSERVATEURS DES SYSTEMES A MESURE DISCRETE

II.1. Introduction

Le traitement ou le transfert d'information d'un système (sortie) vers un observateur ne se fait pas en continu. En effet, l'observateur est de nos jours quasiment implémenté sur un ordinateur (capteur logiciel). Donc il est impératif que le signal d'injection transmis à la machine numérique soit échantillonné et convertit en information numérique. À chaque mesure par capteur, le microprocesseur nécessite un certain temps de calcul qui est traduit par un retard, Cette non prise en compte de ce temps de calcul engendre une très grande erreur d'observation, si on utilise un observateur à mesure continue, car la sortie est alors supposée constante entre les instants de mesure, bien qu'en réalité la sortie évolue durant cette période.

Pour pallier à ce problème, une nouvelle classe de système et un nouveau type d'observateur adapté pour ce dernier ont été étudiés et proposés dans plusieurs travaux, notamment [35] où ils ont énoncé les conditions sur le choix du temps de mesure pour garantir la stabilité et l'observabilité.

Dans ce chapitre nous allons présenter ce nouvel observateur et nous allons énoncer les conditions sur le temps de mesure pour garantir l'observabilité et la stabilité de ce système. On finira bien évidemment avec un exemple académique pour illustrer le fonctionnement de cet observateur à mesure discrète.

II.2 Présentation du système continu à mesures discrètes

Considérons le système linéaire continu avec mesures discrètes :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) \\ y(t_k) = Cx(t_k) ; t = t_k \end{cases} \quad (2.1)$$

Où $x(t) \in \mathbb{R}^n$ et $y(t_k) \in \mathbb{R}^p$ sont respectivement le vecteur d'état et le vecteur des sorties mesurées en temps discret, $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ et $C \in \mathbb{R}^{p \times n}$ sont des matrices constantes de dimensions appropriées. Les t_k représentent les instants de mesure.

L'objectif principal de cette partie est de concevoir un observateur impulsionnel, qui est un système composé d'un sous-système dynamique continu couplé avec une équation algébrique décrivant le comportement impulsionnel aux instants de mesure.

Pour le système (2.1), nous avons l'observateur impulsionnel de la forme suivante :

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}(t) = A\hat{x}(t) & ; t \neq t_k \\ \hat{y}(t_k^+) = R\hat{y}(t_k^-) + (I_p - R)y(t_k^-) & ; t = t_k \end{cases} \quad (2.2)$$

$$\hat{x}(t_k^+) = \lim_{h \rightarrow 0} \hat{x}(t_k + h), \hat{x}(t_k^-) = \lim_{h \rightarrow 0} \hat{x}(t_k - h) = \hat{x}(t_k) \text{ et } \hat{y}(t_k^+) = \lim_{h \rightarrow 0} \hat{y}(t_k + h).$$

Tel que \hat{x} est l'estimé de l'état x , R une matrice constante et I_p matrice identité de dimension p . Les t_k représentent les instants de mesures, t_k^+ est le temps juste après la $k^{ième}$ mesure et t_k^- le temps juste avant.

Le problème consiste à déterminer des conditions suffisantes sur le gain R de l'observateur impulsionnel et sur la distance entre les impulsions $\theta_k = t_{k+1} - t_k$ (qui est en réalité la période de mesure) pour que la dynamique d'erreur d'observation ($e = x - \hat{x}$) soit stable au sens de Lyapunov. Cette erreur est modélisée par un système dynamique impulsionnel qui a été étudié en détail dans le travail de [35].

II.3 Observabilité d'un système continue à mesures discrète :

Dans le chapitre précédent, nous avons rappelé quelques conditions d'observabilité qui assurent la conception et la convergence d'un observateur ou reconstruteur d'état pour les systèmes linéaires continus avec mesures continues.

Il est montré dans [36] [37] [37] que l'observabilité peut ne pas être conservée pour les systèmes linéaires continus avec mesures discrètes et peut rendre par conséquent l'observation des états irréalisable même si le système avec mesures continues est observable.

Dans cette partie, nous proposons des conditions suffisantes qui garantissent l'observabilité des systèmes continus avec mesures discrètes.

Reprenons l'équation (2.1) :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) \\ y(t_k) = Cx(t_k) \end{cases}$$

Où $x(t) \in \mathbb{R}^n$ et $y(t_k) \in \mathbb{R}^p$ sont respectivement le vecteur d'état et le vecteur des sorties mesurées en temps discret, $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ et $C \in \mathbb{R}^{p \times n}$ sont des matrices constantes de dimensions appropriées.

Définissons les périodes de mesures comme suit :

$$\theta_k = t_{k+1} - t_k \text{ Avec } t_0 = 0$$

La solution de l'équation d'état dans (2.1) est donnée par :

$$x(t) = e^{x(t-t_k)} x(t_k), \quad t \in [t_k, t_{k+1}[$$

Ce qui conduit à calculer les mesures à partir de la condition initiale du système

(2.1) comme suit :

$$\begin{cases} y(t_0) = Cx(t_0) \\ y(t_1) = Ce^{At_1}x(t_0) \\ y(t_2) = Ce^{A\theta_1}x(t_1) = Ce^{At_2}x(t_0) \\ \vdots \\ y(t_{m-1}) = Ce^{A\theta_{m-2}}x(t_{m-2}) = Ce^{At_{m-1}}x(t_0) \end{cases}$$

Qui s'écrit sous la forme matricielle suivante :

$$y(t_k) = \begin{pmatrix} y(t_0) \\ y(t_1) \\ y(t_2) \\ \vdots \\ y(t_{m-1}) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} C \\ Ce^{At_1} \\ Ce^{At_2} \\ \vdots \\ Ce^{At_{m-1}} \end{pmatrix} x(t_0) \quad (2.3)$$

Où $Y(t_k) \in \mathbb{R}^p$ et $\mathcal{O}_{(A,C)}^d \in \mathbb{R}^{p \cdot m \times n}$

Conformément au principe d'observabilité pour les systèmes linéaire à mesure continue, la matrice d'observabilité des systèmes linéaires à mesure discrète est donnée par :

$$\mathcal{O}_{(A,C)}^d = \begin{pmatrix} C \\ Ce^{At_1} \\ Ce^{At_2} \\ \vdots \\ Ce^{At_{m-1}} \end{pmatrix} \quad (2.4)$$

Proposition (II.1). [37]

Le système linéaire continu avec mesures discrètes (2.1) est observable s'il existe au moins m mesures t_1, t_2, \dots, t_m tel que :

1. $p \cdot m \geq n$

2. La matrice d'observabilité (2.5) vérifie :

$$\text{rang}(\mathcal{O}_{(A,C)}^d) = n \quad (2.5)$$

On constate que la matrice d'observabilité d'un système continu linéaire à mesure discrète s'exprime avec l'exponentielle de la matrice d'état A et les instants de mesures t_k d'autre part, les valeurs propres de l'exponentielle d'une matrice ont la propriété de périodicité (par exemple $e^{2k\pi} = 1$), pour tout $k \in \mathbb{Z}$ qui peuvent rendre le rang de la matrice d'observabilité $\mathcal{O}_{(A,C)}^d$ inférieur à la dimension du système considéré.

Condition de conservation de la notion d'observabilité :

Définition (II.1) [36]

Etant donné le système (2.1), on dit que les instants de mesure t_k sont pathologiques par rapport à A si cette matrice contient deux valeurs propres dont la partie réelle est la même et la partie imaginaire diffère d'un multiple de $\frac{2p\pi}{\theta_k}$, dans le cas contraire, les instants d'échantillonnages sont non pathologiques.

$$\lambda_i - \lambda_j = \mp \frac{2p\pi i}{\theta_k}, \quad p = 1, 2, 3, \dots \text{ Avec } i, p, k \in \mathbb{N}.$$

La proposition suivante lie les conditions d'observabilité entre les deux systèmes à mesure continu et discrète.

Proposition (II.2). [37]

Supposons que le système continu (1.1) est observable, alors le système échantillonné (2.1) est aussi observable s'il existe au moins m instants de mesure t_k avec $p \times m = n$ et que ces instants sont non-pathologiques par rapport à la matrice d'état A .

II.4 Synthèse d'observateurs pour les systèmes linéaires continus avec mesures discrètes

Dans cette section, deux types d'observateurs impulsionsnels sont proposés [35], ils permettent d'estimer les états continus en utilisant seulement les mesures discrètes des sorties.

Premièrement, le cas des systèmes où tous les états instables sont mesurés est considéré.

Ensuite, le cas des systèmes avec des dynamiques instables non mesurées est considéré.

Reprenons le système linéaire (2.5) sous la forme suivante :

$$\begin{cases} \dot{z}(t) = \bar{A}z(t) \\ y(t_k) = \bar{C}z(t_k) \end{cases} \quad (2.6)$$

Où $z(t) \in \mathbb{R}^n$ et $y(t_k) \in \mathbb{R}^p$ sont respectivement le vecteur d'état et le vecteur des sorties mesurées en temps discret, $\bar{A} \in \mathbb{R}^{n \times n}$ et $\bar{C} \in \mathbb{R}^{p \times n}$ sont des matrices constantes de dimensions appropriées, les t_k représentent les instants de mesure.

1er Cas : Le sous-espace instable est mesuré :

Nous proposons, dans cette partie, un observateur impulsif qui permet d'estimer les états des systèmes linéaires continus avec mesures discrètes tel que la partie du vecteur d'état instable est complètement mesurée.

L'hypothèse suivante assure que la partie instable est mesurée.

Hypothèse (II.1) [35]

Supposons que $E^{\bar{A}}$ (le plus petit espace invariant par \bar{A} contenant $\text{Ker } \bar{C}$) est stable.

L'hypothèse (II.1) signifie que le nombre de sorties est au moins égal au nombre de directions instables. Sous cette supposition, il existe une matrice inversible T [39] tel que :

$$A = T\bar{A}T^{-1} = \begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} \\ 0 & A_{22} \end{pmatrix} \quad (2.7)$$

Où $A_{11} \in \mathbb{R}^{p \times p}$ avec $\dim E^A = n - p$, E^A est la variété stable.

Alors il est possible à l'aide d'un changement de coordonnées $x = Tz$ de transformer le système (2.6) sous la forme triangulaire suivante :

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = A_{11}x_1(t) + A_{12}x_2(t) ; t \neq t_k \\ \dot{x}_2(t) = A_{22}x_2(t) ; t \neq t_k \\ y(t_k) = x_1(t_k) ; t = t_k \end{cases} \quad (2.8)$$

Où $x(t) = \begin{pmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{pmatrix}$, $A_{11} \in \mathbb{R}^{p \times p}$, $A_{12} \in \mathbb{R}^{p \times (n-p)}$ et $A_{22} \in \mathbb{R}^{(n-p) \times (n-p)}$

Cette transformation permet de décomposer le système (2.6) en deux sous-systèmes, où le premier définit la dynamique du vecteur de sortie et le deuxième est totalement découplé du premier.

Cette écriture nous permet de démontrer la stabilité du système à mesure discret au sens de Lyapunov [35].

L'objectif consiste à synthétiser un observateur impulsionnel lié au système (2.8) qui s'écrit sous la forme suivante :

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}_1(t) = A_{11}\hat{x}_1(t) + A_{12}\hat{x}_2(t) \\ \dot{\hat{x}}_2(t) = A_{22}\hat{x}_2(t) \\ \hat{y}(t_k) = R\hat{y}(t_k) + (I_p - R)y(t_k) \end{cases} \quad (2.9)$$

Où \hat{x} est l'estimé de l'état x du système (2.8), la matrice R est une matrice diagonale de la forme $R = \text{diag}(r_i)$ pour $i = 1, \dots, p$ qu'il faut choisir de sorte que l'état de l'observateur (2.9) converge vers l'état du système (2.8)

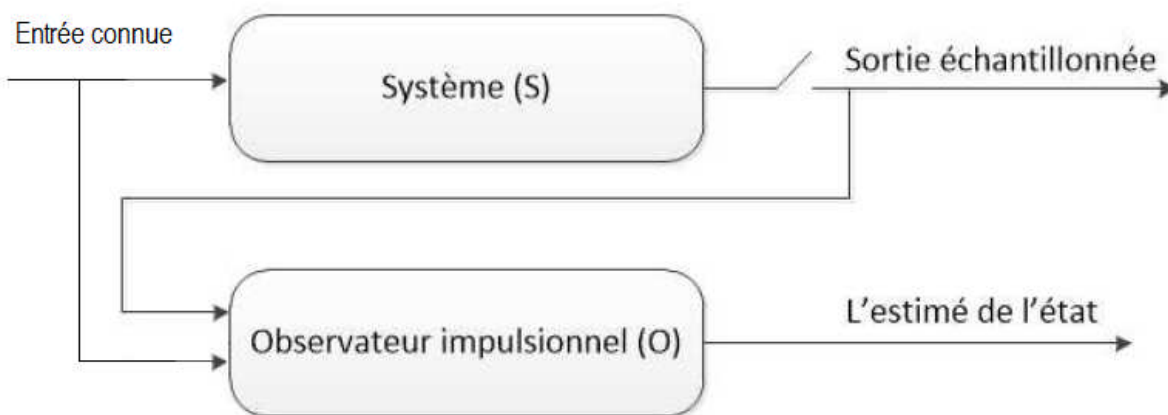


Figure (II.1) : Schéma bloc de l'observateur impulsionnel avec le cas 1.

Remarquons que l'observateur (2.9) a la même dynamique continue que le système (2.8) sauf qu'à chaque instant de mesure de la sortie, une partie de l'état de l'observateur est réinitialisé en fonction de l'erreur entre la sortie estimée $\hat{x}_1(t_k)$ et la sortie mesurée $x_1(t_k)$. En effet, l'observateur fait une correction à chaque instant de mesure disponible mais juste sur la partie

mesurable x_1 instable, tandis que la partie non mesurée x_2 évolue sans correction, elle est supposée stable.

Nous énonçons la proposition suivante [34] :

Proposition (II.3).

Sous l’hypothèse (II.1) et pour toutes périodes d’échantillonnages θ_k bornées, il est toujours possible de concevoir un observateur de type (2.9) qui converge pratiquement vers les états du système (2.8).

Preuve : D’après (2.9) et (2.8), l’erreur dynamique d’observation $e = x - \hat{x}$ est définie par le système suivant :

$$\begin{cases} \dot{e}_1(t) = A_{11}e_1(t) + A_{12}e_2(t); t \neq t_k \\ \dot{e}_2(t) = A_{22}e_2(t) & ; t \neq t_k \\ e_1(t_k^+) = Re_1(t_k) & ; t = t_k \end{cases} \quad (2.10)$$

On voit clairement que l’erreur d’observation est sous la forme d’un système dynamique linéaire impulsionnel et la stabilité de celle-ci est largement étudié et démontré dans [35], et qu’on rappellera dans la section suivante.

Or, d’après l’hypothèse (II.1), la partie non mesurée est stable et comme x_2 n’est pas mesurée mais stable par hypothèse, alors la matrice A_{22} est de Hurwitz.

Maintenant, il suffit de choisir un gain d’observateur R qui vérifie la condition de stabilité énoncé dans (2.16) que on verra dans la section suivante, pour une période de mesure θ_k choisie

Remarque 1.

La condition d’observabilité ou de détectabilité n’est pas suffisante pour la synthèse de ce type d’observateur impulsionnel car ici la mesure est discrète. Pour cette raison, il faut ajouter une condition sur les états instables, ici ils sont mesurés et ainsi même s’il y a perte d’observabilité le système reste détectable.

2ème Cas : Une partie du sous-espace instable n'est pas mesurée

Considérant à présent la structure d'un observateur pour les systèmes ayant une partie du sous-espace instable non mesurée. Elle est tout à fait différente de celle qui est proposée dans la partie précédente car l'état x_2 est instable alors il va tendre vers l'infini. Ce qui implique la divergence de l'observateur. Pour analyser cet aspect du problème, un nouveau schéma d'observateur a été proposé dans [35] appelé observateur impulsionnel généralisé.

Considérons le système dynamique linéaire continu avec mesures discrètes suivant :

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = A_{11}x_1(t) + A_{12}x_2(t) \\ \dot{x}_2(t) = A_{21}x_1(t) + A_{22}x_2(t) \\ y(t_k) = x_1(t_k) \end{cases} \quad (2.11)$$

L'hypothèse suivante assure que la partie instable n'est pas mesurée.

Hypothèse (II.2).

Supposons que x_1 représente les états mesurés instables ou stables, x_2 représente les états non mesurés instables ou stables mais au moins détectables.

L'idée principale est d'employer deux observateurs couplés l'un à l'autre (la figure II.2 représente le schéma block de l'observateur proposé).

Le principe de l'observateur proposé est comme suit :

Première étape : Le premier observateur sert dans un premier temps à estimer la valeur continue des mesures $y(t)$ mais comme la partie instable est non mesurée alors l'observateur va vite diverger ; c'est-à-dire que l'observateur joue le rôle d'un prédicteur de la sortie du système.

Deuxième étape : Le deuxième observateur sert à reconstruire les états du premier observateur à partir de sa sortie $\hat{y}(t) = C\hat{x}$ qui est l'estimée de la sortie du système (2.11).

Troisième étape : c'est l'étape la plus importante dans la synthèse de l'observateur.

En effet, une fois les états de l'observateur (O_2) construits, on réinjecte la partie \hat{x}_2 dans le premier observateur (O_1) en couplant les deux observateurs à partir d'une matrice M dite

matrice de couplage qui sert à rendre la partie $e_2 := x_2 - \hat{x}_2$ de l'erreur dynamique d'observation stable.

La synthèse de l'observateur est comme suit :

1) Le premier est un observateur impulsionnel classique avec une correction continue sur la partie instable à partir du deuxième observateur, il est conçu comme suit :

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}_1(t) = A_{11}\hat{x}_1(t) + A_{12}\hat{x}_2(t) \\ \dot{\hat{x}}_2(t) = A_{21}\hat{x}_1(t) + A_{22}\hat{x}_2(t) + M(\tilde{x}_2 - \hat{x}_2) \\ \hat{x}_1(t_k^+) = R\hat{x}_1(t_k) + (I_p - R)x_1(t_k) \end{cases} \quad (2.12)$$

2) Le deuxième est un observateur de Luenberger classique qui estime le premier observateur, il est conçu comme suit :

$$\begin{cases} \dot{\tilde{x}}_1(t) = A_{11}\tilde{x}_1(t) + A_{12}\tilde{x}_2(t) + L_1(\hat{x}_1 - \tilde{x}_1) \\ \dot{\tilde{x}}_2(t) = A_{21}\tilde{x}_1(t) + A_{22}\tilde{x}_2(t) + L_2(\hat{x}_1 - \tilde{x}_1) \end{cases} \quad (2.13)$$

Où R est une matrice diagonale de la forme $R = \text{diag}(r_i)$ pour $i = 1, \dots, p$, M, L_1 et L_2 sont des matrices constantes de dimensions appropriées.

Soit le schéma bloc est représenté sur la figure suivante :

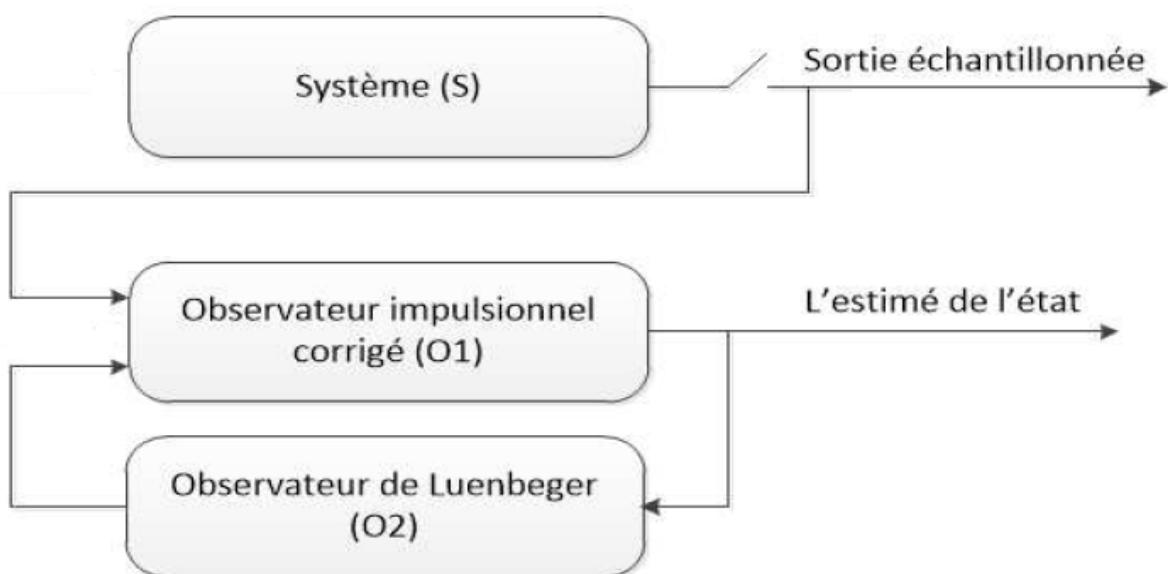


Figure (II.2) : Schéma bloc de l'observateur impulsionnel avec le cas 2.

Remarque 2.

Dans la synthèse d'observateur (2.12), la matrice M joue un rôle clé car la matrice A_{22} n'est pas stable.

Posons $e_i(t) := x_i(t) - \hat{x}_i(t)$ et $\bar{e}_i(t) := x_i(t) - \tilde{x}_i(t)$.

D'après (2.11), (2.12) et (2.13), l'erreur dynamique d'observation est régie par le système dynamique linéaire impulsionnel suivant :

$$\begin{cases} \dot{e}_1(t) = A_{11}e_1(t) + A_{12}e_2(t) \\ \dot{e}_2(t) = A_{21}e_1(t) + A_{22}e_2(t) + M\bar{e}_2(t) - Me_2(t) \\ \dot{\bar{e}}_1(t) = A_{11}\bar{e}_1(t) + A_{12}\bar{e}_2(t) + L_1e_1(t) - L_1\bar{e}_1(t) \\ \dot{\bar{e}}_2(t) = A_{21}\bar{e}_1(t) + A_{22}\bar{e}_2(t) + L_2e_1(t) - L_2\bar{e}_1(t) \\ e_1(t_k^+) = Re_1(t_k) \end{cases} \quad (2.14)$$

Posons $\chi(t) = \begin{pmatrix} \chi_1(t) \\ \chi_2(t) \end{pmatrix}$ avec $\chi_1(t) = e_1(t)$ et $\chi_2(t) = \begin{pmatrix} e_2(t) \\ \bar{e}_1(t) \\ \bar{e}_2(t) \end{pmatrix}$

L'erreur d'observation peut se réécrire sous la forme suivante :

$$\begin{cases} \dot{\chi}_1(t) = \bar{A}_{11}\chi_1(t) + \bar{A}_{12}\chi_2(t); t \neq t_k \\ \dot{\chi}_2(t) = \bar{A}_{21}\chi_1(t) + \bar{A}_{22}\chi_2(t); t \neq t_k \\ \chi_1(t_k^+) = R\chi_1(t_k) \quad ; t = t_k \end{cases} \quad (2.15)$$

Avec :

$$\bar{A}_{11} = A_{11}, \bar{A}_{12} = (A_{12} \ 0 \ 0), \bar{A}_{21} = \begin{pmatrix} A_{21} \\ L_1 \\ L_2 \end{pmatrix} \text{ et } \bar{A}_{22} = \begin{pmatrix} A_{22} - M & 0 & M \\ 0 & A_{11} - L_1 & A_{12} \\ 0 & A_{12} - L_2 & A_{22} \end{pmatrix}$$

Grace à la structure de la matrice \bar{A}_{22} , il est facile de choisir les paramètres M, L_1 et L_2 des deux observateurs qui sont fait de façon à obtenir les valeurs propres de la Matrice \bar{A}_{22} à partie réel négative (Hurwitz).

II.5 Stabilité des systèmes à mesure discrète

Même si le système dynamique (2.1) est linéaire, il n'est généralement pas possible de donner des conditions nécessaires et suffisantes pour la stabilité en termes de valeurs propres de la matrice A , ou en utilisant une des fonctions simples de Lyapunov comme il est possible pour les systèmes linéaires sans impulsions. Ceci est dû à la structure de réinitialisation donnée dans la deuxième ligne du système (2.1).

Dans cette section on va donc étudier la stabilité des systèmes à mesure discrète dans deux cas de mesure, le cas où le sous espace instable est mesuré et le cas où le sous espace instable n'est pas mesuré.

Soit le système sous la forme suivante :

$$\begin{cases} \dot{z}(t) = Az(t) \\ z(t_k) = \Gamma z(t_k) \end{cases} \quad (2.16)$$

Avec $z(t) \in \mathbb{R}^n$, A et Γ sont des matrices constantes de dimensions appropriées.

Cas 1 le sous espace instable est mesuré :

La seule façon de démontrer la stabilité de ce genre de système comme on la mentionné précédemment c'est de réécrire le système sous cette forme avec un changement de coordonnées $z = Tx$:

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = A_{11}x_1(t) + A_{12}x_2(t) & ; t \neq t_k \\ \dot{x}_2(t) = A_{22}x_2(t) & ; t \neq t_k \\ x_1(t_k^+) = Rx_1(t_k) & ; t = t_k \\ x_2(t_k^+) = x_2(t_k) & ; t = t_k \end{cases}$$

Où $x_1(t) \in \mathbb{R}^p$, $x_2(t) \in \mathbb{R}^{n-p}$, $A_{11} \in \mathbb{R}^{p \times p}$, $A_{12} \in \mathbb{R}^{p \times (n-p)}$, $A_{22} \in \mathbb{R}^{(n-p) \times (n-p)}$

et $R \in \mathbb{R}^{p \times p}$

Pour plus de détails concernant la détermination de la matrice T , voir [39]

Nous énonçons le résultat suivant :

Proposition (II.4).

Si le système (2.16) satisfait les conditions suivantes :

1. A_{22} est une matrice de Hurwitz
 2. $\|R\|e^{\|A_{11}\|\theta_k} < 1$ pour tout $k \in \mathbb{N}$
- (2.17)

Alors le système est stable.

La preuve est détaillée dans les travaux de [35]. La démonstration de la stabilité de ce système nous permet de démontrer la stabilité de la dynamique de l'erreur entre les états du système et les estimés de l'observateur. On a clairement vu dans la partie précédente que cette dernière s'écrit sous la forme d'un système à mesure discrète.

Cas 2 : le sous espace instable n'est pas mesurable :

Soit le système (2.1) sous la forme suivante :

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = A_{11}x_1(t) + A_{12}x_2(t); t \neq t_k \\ \dot{x}_2(t) = A_{21}x_1(t) + A_{22}x_2(t); t \neq t_k \\ x_1(t_k^+) = Rx_1(t_k) & ; t = t_k \end{cases}$$

Où $x_1(t) \in \mathbb{R}^p, x_2(t) \in \mathbb{R}^{n-p}, A_{11} \in \mathbb{R}^{p \times p}, A_{12} \in \mathbb{R}^{p \times (n-p)}, A_{21} \in \mathbb{R}^{(n-p) \times p}$

$A_{22} \in \mathbb{R}^{(n-p) \times (n-p)}$ et $R \in \mathbb{R}^{p \times p}$

Pour prouver la stabilité de ce système, nous reprenons en annexe la preuve donnée par [35] qui était l'une des contributions de la thèse. Pour se faire, ils ont utilisé le principe de la stabilité au sens de Lyapov.

Exemple :

Soit le système linéaire continu avec des mesures discrètes modélisé sous la forme suivante :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t); t \neq t_k \\ y(t_k) = Cx(t_k) & ; t = t_k \end{cases}$$

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & -1 \end{bmatrix} B = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} C = [1 \ 0 \ 0]$$

L'observateur adéquat pour ce type de système est (2.8) :

$$\begin{cases} \hat{\dot{x}}_1(t) = A_{11}\hat{x}_1(t) + A_{12}\hat{x}_2(t) \\ \hat{\dot{x}}_2(t) = A_{22}\hat{x}_2(t) \\ \hat{y}(t_k) = R\hat{y}(t_k) + (I_p - R)y(t_k) \end{cases}$$

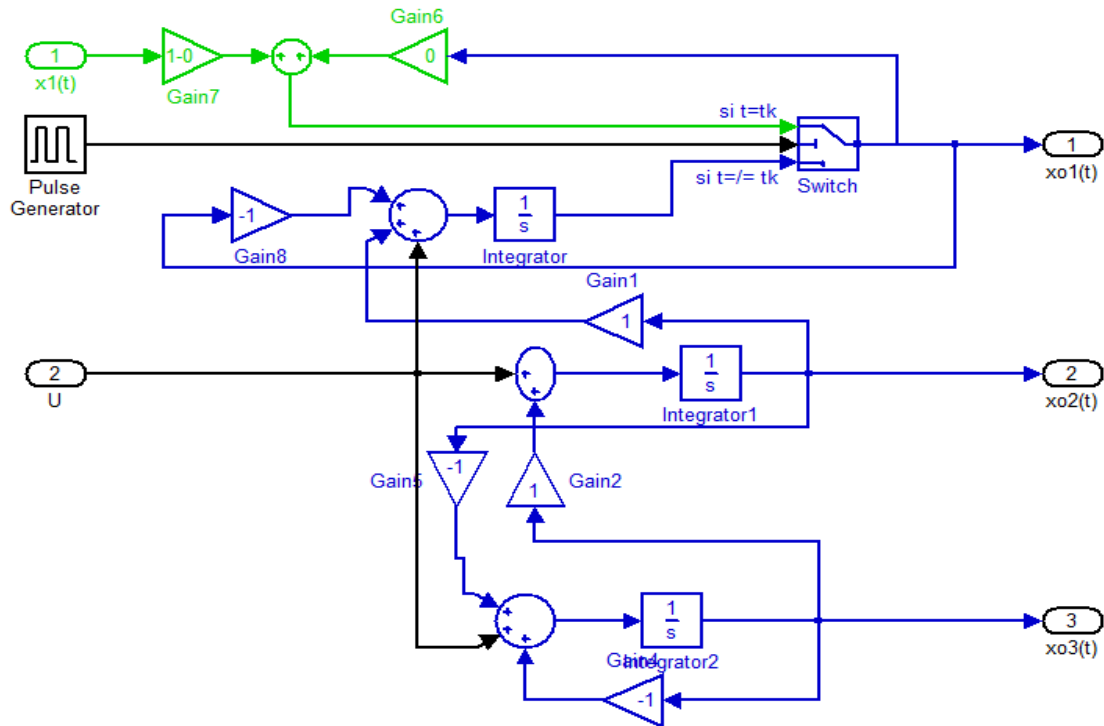
Où $A_{11} = -1, A_{12} = [1 \ 0], A_{21} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ et $A_{22} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & -1 \end{bmatrix}$

On choisit le paramètre de l'observateur $R = 0$

Les conditions initiales sont choisies aléatoirement comme suit : $x(0) = (10, 11, 50)$,

$\hat{x}(0) = (5, -5, 0.2)$

On note $e(t) = x(t) - \hat{x}(t)$ l'erreur de l'observateur qui est visible sur les figures (II.4), (II.5) et (II.6).



Figure(II.3) : Schéma bloc de simulation l'observateur impulsionnel avec le cas 1.

Les résultats de simulation pour une période de mesure de 5s sont donnés dans les figures suivantes :

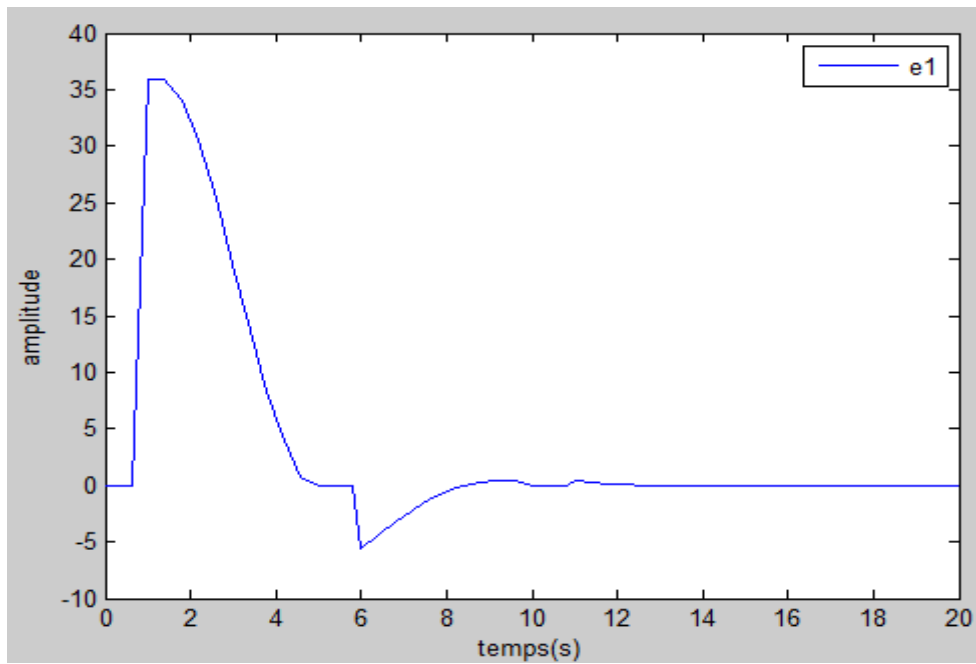


Figure (II.4) : Erreur de simulation de l'état x_1 avec une période de mesure de 5s.

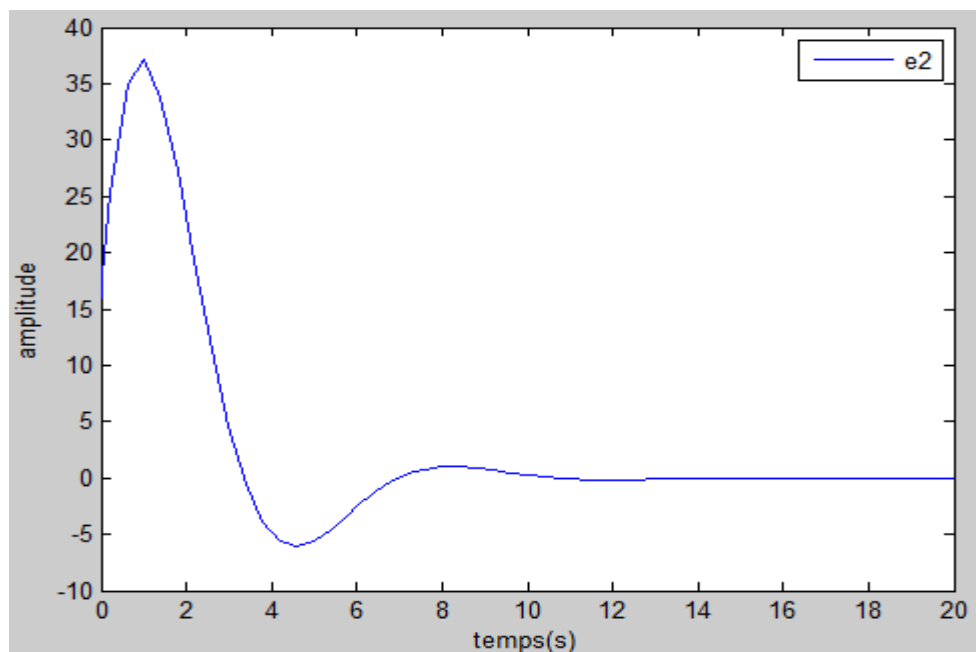


Figure (II.5) : Erreur de simulation de l'état x_2 avec une période de mesure de 5s.

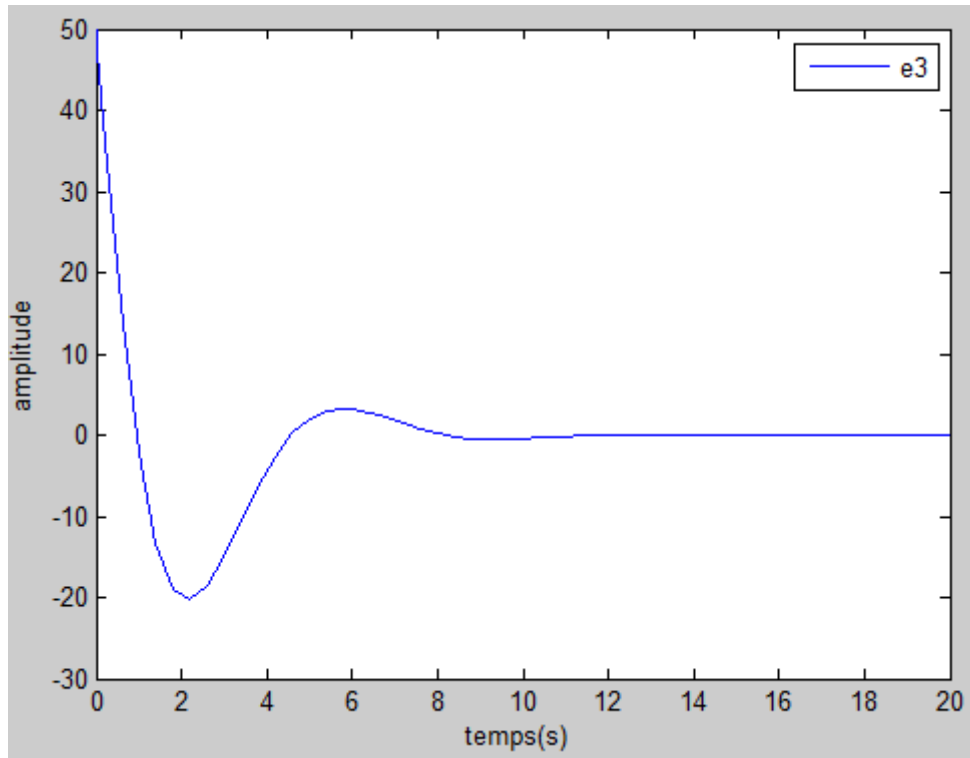


Figure (II.6) : Erreur de simulation de l'état x_3 avec une période de mesure de 5s.

L'erreur d'observateur ($e = x - \hat{x}$) s'annule au bout de 13 secondes pour un temps de mesure de 1 seconde toute les 5 secondes. On remarque qu'au bout de la 3 ième mesure, toutes les erreurs entre les états du système et celles de l'observateur tendent asymptotiquement vers zéro.

II.6 Conclusion :

Dans ce chapitre, on a introduit un nouveau type d'observateur adapté pour un genre de système bien spécifique. On a donc redéfini la notion d'observabilité et de stabilité qui sont bien différentes de celles du système à mesure continue à cause de la sortie discrète.

Le problème de l'observateur à mesure discrète consiste à déterminer les conditions suffisantes sur le gain R de l'observateur impulsif, et sur la distance entre les impulsions (temps de séjour) $\theta_k = t_{k+1} - t_k$, afin que la dynamique d'erreur d'observation ($e = x - \hat{x}$) soit stable.

Dans le prochain chapitre, nous allons introduire le principe l'observateur proposé à entrée inconnue avec mesure discrète qui est la contribution de ce mémoire. Nous allons utiliser les notions acquises dans les deux premiers chapitres pour déterminer le choix sur les paramètres de notre nouvel observateur proposé.

CHAPITRE III : OBSERVATEURS A ENTREE INCONNUE AVEC MESURES DISCRETES

III.1 Introduction :

Dans de nombreux cas de diagnostic ou/et de contrôle de systèmes, qu'ils soient hydrauliques, mécaniques ou électriques... l'acquisition des mesures de la sortie de ces derniers par des capteurs ne se fait pas en continue, et ce, pour deux principales raisons :

- La première est que l'observateur est de nos jours quasiment implémenté sur un ordinateur (capteur logiciel). Donc il est obligatoire que les mesures doivent être échantillonnées et converties en mot machine, et comme l'ordinateur prend un temps pour le traitement de la lecture du mot sur le périphérique d'E/S jusqu'au calcul, donc il ne peut pas lire les informations en temps continue il ne le fait qu'à des instants d'échantillonnage.
- Le second cas est lorsque l'utilisateur fait des prélèvements parsemés aléatoires et discontinus. On peut citer l'exemple d'échantillons d'eau pris une fois par jour, par semaine ou par mois dans un barrage pour estimer certaines grandeurs.

Pratiquement, en plus des mesures échantillonnées, ces systèmes sont souvent confrontés à des entrées inattendues indisponibles à la mesure. De ce fait, l'estimation de ces entrées inconnues (fuite, panne, perturbation externe) affectant les actionneurs, le système ou les capteurs, nous permet de modéliser fidèlement le système, et aussi d'appliquer une stratégie de surveillance et de diagnostic. L'utilisation des observateurs à entrée inconnue et à mesure continue classique, pour parvenir à estimer ces perturbations, est inenvisageable car cela engendre une très grande erreur d'estimation.

Il nous faudra donc un observateur à entrée inconnue adapté à ce genre de système, qui nous permettra d'estimer à la fois les états du système et d'estimer l'entrée inconnue, et ce, avec des mesures échantillonnées (figure III.1). Dans cette optique nous avons exploité les propriétés des deux observateurs (proportionnelle Intégrale et l'observateur impulsional) étudiés aux chapitres précédents afin de proposer un nouveau concept d'observateur adapté à la surveillance et à la commande de cette classe de système.

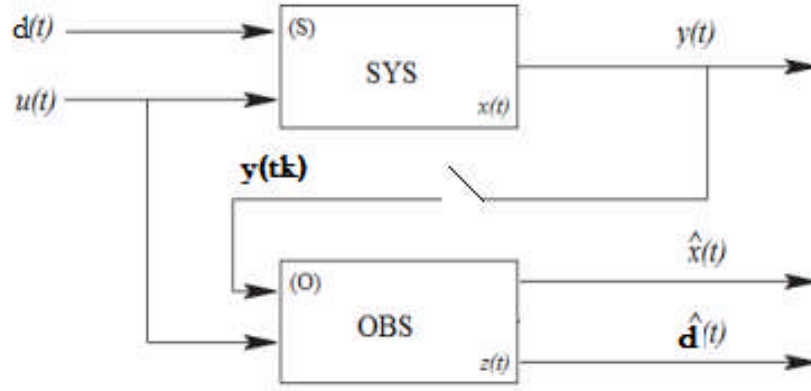


Figure (III.1) : Schéma bloc de l'observateur à entrée inconnue avec mesure discrète.

III.2 Synthèse de l'observateur à entrée inconnue à mesure discrète :

Soit un système continu avec mesure discrète affecté par une perturbation ou un défaut s'écrivant sous la forme suivante :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) + Wd(t) & ; t \neq t_k \\ y(t_k) = Cx(t_k) & ; t = t_k \end{cases} \quad (3.1)$$

Où $x(t) \in \mathbb{R}^n$, $y(t_k) \in \mathbb{R}^p$, $u(t) \in \mathbb{R}^m$ et $d(t) \in \mathbb{R}^\mu$ sont respectivement le vecteur d'état, le vecteur des sorties mesurées en temps discret, le vecteur d'entrées et le vecteur d'entrées inconnues, $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $C \in \mathbb{R}^{p \times n}$, $B \in \mathbb{R}^{n \times m}$ et $W \in \mathbb{R}^{n \times \mu}$ sont des matrices constantes de dimensions appropriées. Les t_k représentent les instants de mesures.

L'observateur à entrée inconnue avec mesure discrète proposé pour estimer les états et l'entrée inconnue du système (3.1) est sous la forme suivante :

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}(t) = A\hat{x}(t) + K_p(\hat{y}(t_k^+) - \hat{y}(t)) + Bu(t) + W\hat{d}(t) \\ \dot{\hat{d}}(t) = K_I(\hat{y}(t_k^+) - \hat{y}(t)) \\ \hat{y}(t_k^+) = R\hat{y}(t_k) + (I_p - R)y(t_k) \end{cases} \quad (3.2)$$

Tel que \hat{x} est l'estimé de l'état x , R une matrice constante et I_p matrice identité de dimension p . Les t_k représentent les instants de mesures, t_k^+ est le temps juste après la $k^{ième}$ mesure

A l'instant $t = t_k$:

L'observateur (3.2) se réécrit sous la forme suivante :

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}(t_k) = A\hat{x}(t_k) + K_p(I - R)(y(t_k) - \hat{y}(t_k)) + Bu(t_k) + W\hat{d}(t_k) \\ \dot{\hat{d}}(t_k) = K_I(I - R)(y(t_k) - \hat{y}(t_k)) \end{cases} \quad (3.3)$$

A l'instant $t \neq t_k$:

L'observateur (3.2) se réécrit sous la forme suivante :

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}(t) = A\hat{x}(t) + K_p(\hat{y}(t) - \hat{y}(t)) + Bu(t) + W\hat{d}(t) \\ \dot{\hat{d}}(t) = K_I(\hat{y}(t) - \hat{y}(t)) \end{cases} \quad (3.4)$$

Comme $\hat{y}(t) - \hat{y}(t) = 0$ alors (3.4) se réécrit sous forme suivante :

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}(t) = A\hat{x}(t) + Bu(t) + W\hat{d} \\ \dot{\hat{d}}(t) = 0 \end{cases} \quad (4.5)$$

Hypothèse (III.1):

- Dans cette section on considère $\dot{d}(t) = 0$ Et $R = 0$.

L'une est restrictive car la considération que $d(t)$ constante garantie la convergence de notre observateur [33] [32], l'autre ne l'es pas. Le choix de R peut être ajusté indépendamment des autres paramètres de l'observateur (K_p et K_I) pour garantir une convergence optimale des estimés des états et entrée inconnue.

- On considère uniquement les systèmes à mesure discrète stable et qui possèdent le sous espace mesurable qui est aussi stable.
- La matrice A est à partie réel négative

À $R = 0$ le (3.3) se réécrit comme suit:

Quand $t = t_k$:

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}(t) = A\hat{x}(t) + K_p(y(t) - \hat{y}(t)) + Bu(t) + W\hat{d}(t) \\ \dot{\hat{d}}(t) = K_I(y(t) - \hat{y}(t)) \end{cases} \quad (3.6)$$

Quand $t \neq t_k$: l'équation (3.4) ne change pas car elle ne dépend plus de R :

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}(t) = A\hat{x}(t) + Bu(t) + W\hat{d} \\ \dot{\hat{d}}(t) = 0 \end{cases}$$

$\dot{\hat{d}}(t) = 0$ On en déduit que à $t \neq t_k$ $\hat{d}(t)$ devient une constante.

Remarque 1 :

On remarque qu'à l'instant $t = t_k$ notre observateur joue le rôle d'un observateur PI continu. L'évolution des estimés de la perturbation convergent vers les valeurs de la perturbation réel, dont le principe de l'observateur PI est déjà rappelé dans le chapitre 1.

Remarque 2 :

à l'instant $t \neq t_k$ l'évolution de l'estimé de la perturbation $\hat{d}(t)$ s'arrête devient constante ne varie plus en fonction du temps, et garde la valeur de sa dernière estimation tant que $t \neq t_k$, jusqu'au prochain instant de mesure.

L'action proportionnelle et intégrale sont annulées par $\hat{y}(t) - \hat{y}(t) = 0$. Les estimés des états du système pendant tout ce temps suivent grossièrement les états du système mais sans correction. Dès que l'utilisateur ou les capteurs transmet une donnée du système à ($t = t_k$), l'action proportionnelle est mise à profit pour l'estimation des états et l'action intégrale pour estimer les entrées inconnues.

Remarque 3 :

Les choix des gains d'observateurs K et R peuvent être choisis séparément les uns des autres. Par contre pour le choix de K_p et K_I , ils sont établis de manière à ce que les pôles de la matrice augmentée (3.6) soit à partie réelle négative, ne peut se faire que simultanément.

Dans la section suivante on étudiera la stabilité de la matrice d'erreur.

III.3 Stabilité de l'erreur d'observateur :

Reprenons l'observateur (3.2)

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}(t) = A\hat{x}(t) + K_p(\hat{y}(t_k^+) - \hat{y}(t)) + Bu(t) + W\hat{d}(t) \\ \dot{\hat{d}}(t) = K_I(\hat{y}(t_k^+) - \hat{y}(t)) \\ \hat{y}(t_k^+) = R\hat{y}(t_k) + (I_p - R)y(t_k) \end{cases}$$

Quand $t = t_k$:

On obtient cette forme de l'observateur (3.6)

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}(t_k) = A\hat{x}(t_k) + K_p(y(t_k) - \hat{y}(t_k)) + Bu(t_k) + W\hat{d}(t_k) \\ \dot{\hat{d}}(t_k) = K_I(y(t_k) - \hat{y}(t_k)) \end{cases}$$

L'erreur d'estimation d'état $e(t_k) = x(t_k) - \hat{x}(t_k)$ et l'erreur d'estimation de perturbation $\varepsilon(t_k) = d(t_k) - \hat{d}(t_k)$ Sont définies dans (3.7) (la perturbation d est supposée constante) :

$$\begin{bmatrix} \dot{e} \\ \dot{\varepsilon} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A - K_p C & W \\ -K_I C & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e \\ \varepsilon \end{bmatrix} \quad (3.7)$$

Soit
$$\xi = \begin{bmatrix} e \\ \varepsilon \end{bmatrix} \quad (3.8)$$

On a

$$\dot{\xi} = L\xi \quad (3.9)$$

La condition de stabilité exige que les valeurs propres de la matrice L donnée par :

$$L = \begin{bmatrix} A - K_p C & F \\ -K_I C & 0 \end{bmatrix} \quad (3.10)$$

possèdent des parties réelles négatives.

Si toutes les valeurs propres de L sont stables, e sera asymptotiquement proche de zéro $\hat{x} \rightarrow x$. La conception de l'observateur PI consiste à rendre toutes les valeurs propres de la matrice augmentée L stables [33].

Quand $t \neq t_k$: on obtient la forme (3.4)

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}(t) = A\hat{x}(t) + Bu(t) + W\hat{d} \\ \dot{\hat{d}}(t) = 0 \end{cases}$$

L'erreur d'estimation d'état $e(t) = x(t) - \hat{x}(t)$ et l'erreur d'estimation de perturbation $\varepsilon(t) = d(t) - \hat{d}(t)$ sont définies dans (3.11)

Soit $e(t) = x(t) - \hat{x}(t)$ on obtient donc :

$$\begin{cases} \dot{e}(t) = \dot{x}(t) - \dot{\hat{x}}(t) = Ae(t) + W\varepsilon(t) \\ \dot{\varepsilon}(t) = \dot{d}(t) - \dot{\hat{d}} = 0 \end{cases} \quad (3.11)$$

Avec \hat{d} et ε sont des constantes.

Pour $t = t_k$ Si toutes les valeurs propres de (3.9) sont stables, $e(t)$ et $\varepsilon(t)$ vont tendre asymptotiquement vers zéro $\hat{x} \rightarrow x$ et $\hat{d} \rightarrow d$. La preuve et conditions de convergence des estimé sont bien détaillées dans l'article [18] et [40].

On sait que A est stable d'après l'hypothèse (III.1); il est donc suffisant pour déduire la stabilité de la dynamique de (3.4) à $t \neq t_k$ car celle-ci ne dépend que de A et d'une constante $W\varepsilon$

Exemple :

Soit le système sous la forme suivante :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) + Wd(t) & ; t \neq t_k \\ y(t_k) = Cx(t_k) & ; t = t_k \end{cases}$$

Ou :

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & -1 \end{bmatrix} B = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} C = [1 \quad 0 \quad 0] W = \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

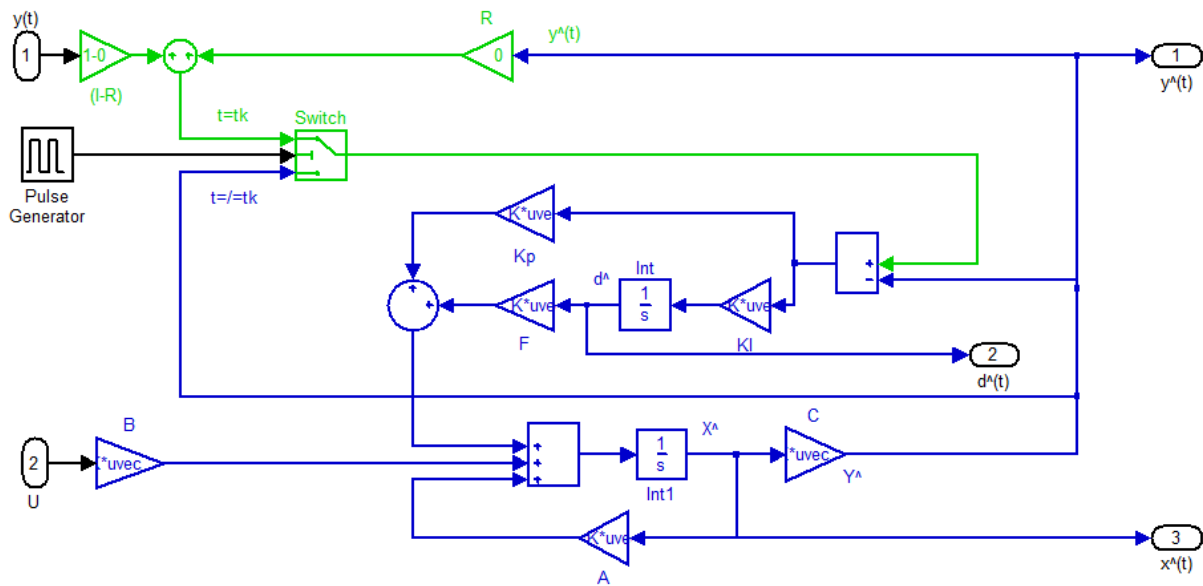
L'observateur adéquat proposé pour ce type de système s'écrit sous cette forme :

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}(t) = A\hat{x}(t) + K_p(\hat{y}(t_k^+) - \hat{y}(t)) + Bu(t) + W\hat{d}(t) \\ \dot{\hat{d}}(t) = K_I(\hat{y}(t_k^+) - \hat{y}(t)) \\ \hat{y}(t_k^+) = R\hat{y}(t_k) + (I_p - R)y(t_k) \end{cases}$$

On prend le paramètre de l'observateur K_p, K_I comme suit :

On a donc $K_p = \begin{bmatrix} 4.9 \\ 3.68 \\ 0.86 \end{bmatrix}$, $K_I = -5.7600$ et on choisit : $R = 0$.

Le schéma bloc sur Simulink est donné dans la figure suivante :



Figure(III.2) : Schéma de simulation de l'observateur à entrée inconnue avec mesures discrètes sur Simulink.

Les résultats de la simulation pour différentes périodes de mesure sont donnés dans les figures suivantes :

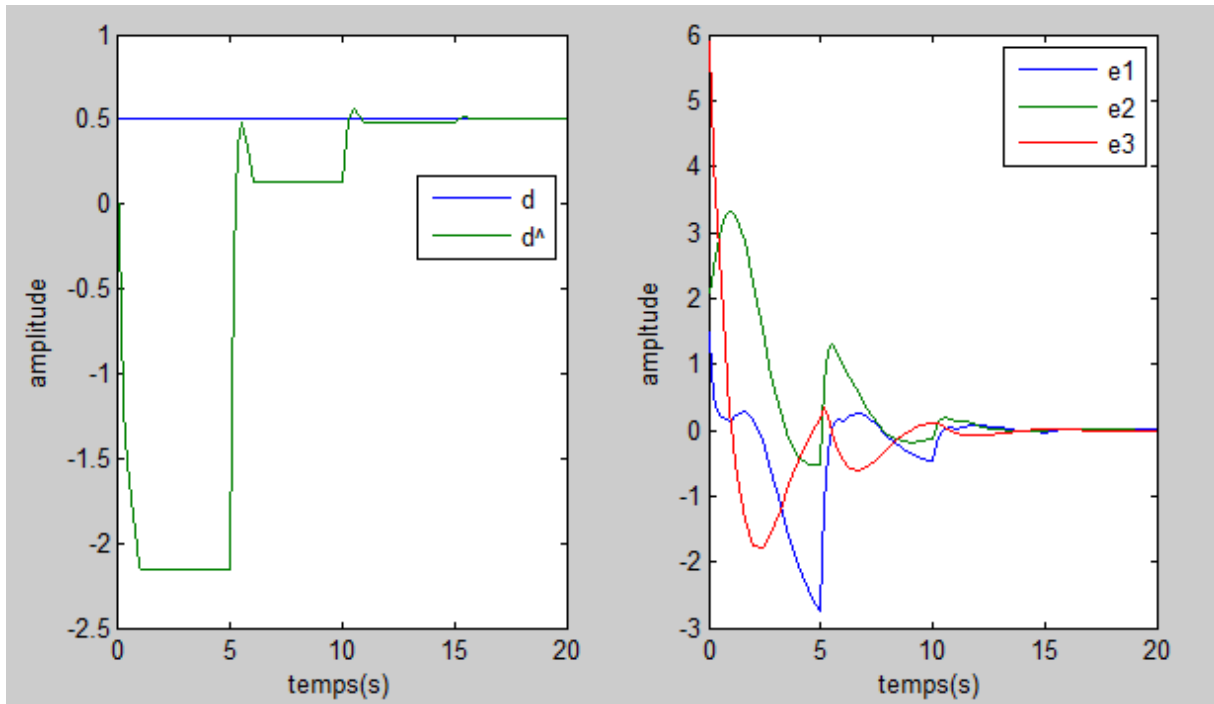
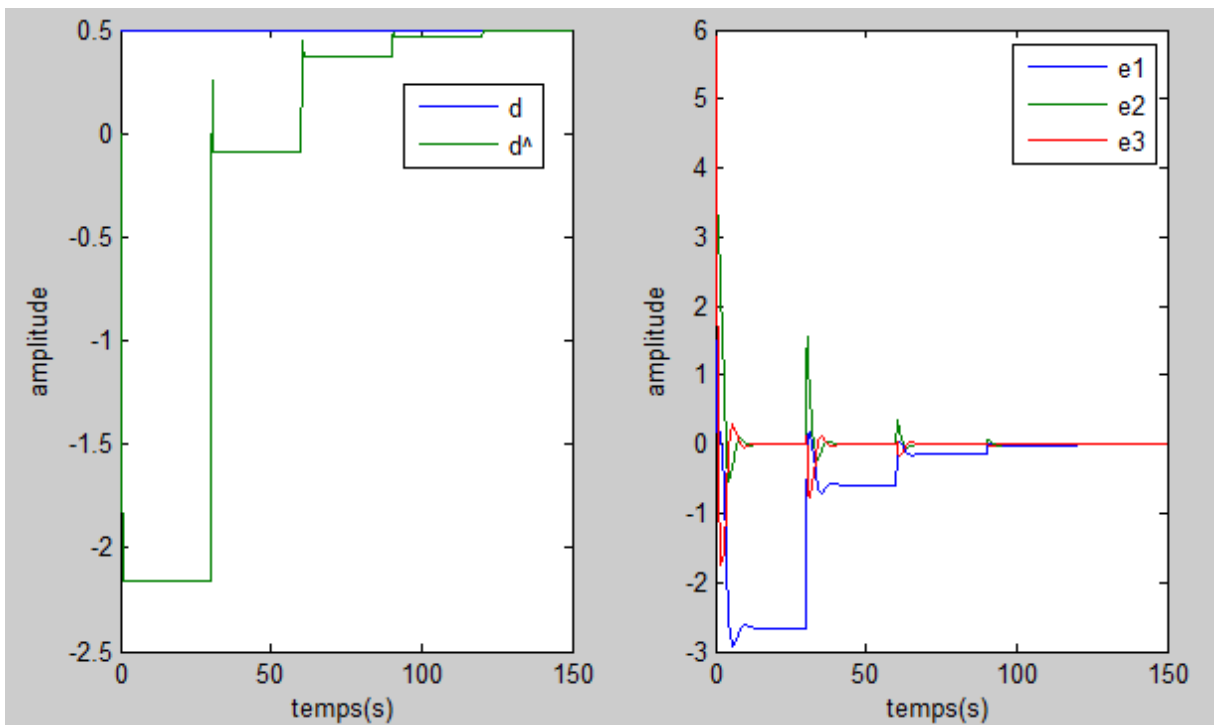


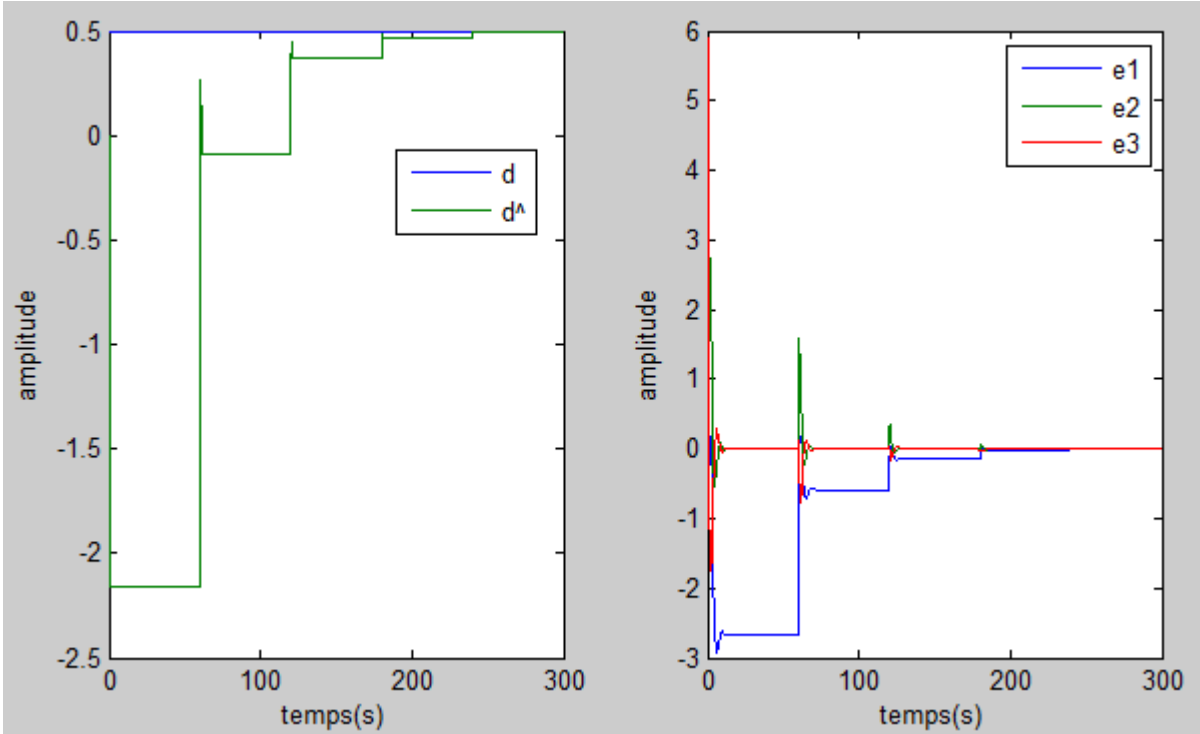
Figure (III.3): Estimation de l'entrée inconnue et erreurs d'estimation des états avec $\theta_k = 5$ s.

On remarque que l'erreur d'estimation de la perturbation et l'erreur des états pour une période de mesure de 5 secondes s'annulent à partir de 15 et au bout de 4 mesures.



Figure(III.4) : Estimation de l'entrée inconnue et erreurs d'estimation des états avec $\theta_k = 30$ s.

On remarque que l'erreur d'estimation de la perturbation et l'erreur des états pour une période de mesure de 30 secondes s'annulent à partir de 120s et au bout de 5 mesures.



Figure(III.5) : Estimation de l'entrée inconnue et erreurs d'estimation des états avec $\theta_k = 60s$.

On remarque que l'erreur d'estimation de la perturbation et l'erreur des états pour une période de mesure de 60 secondes s'annulent à partir de 225 s et au bout de 5 mesures.

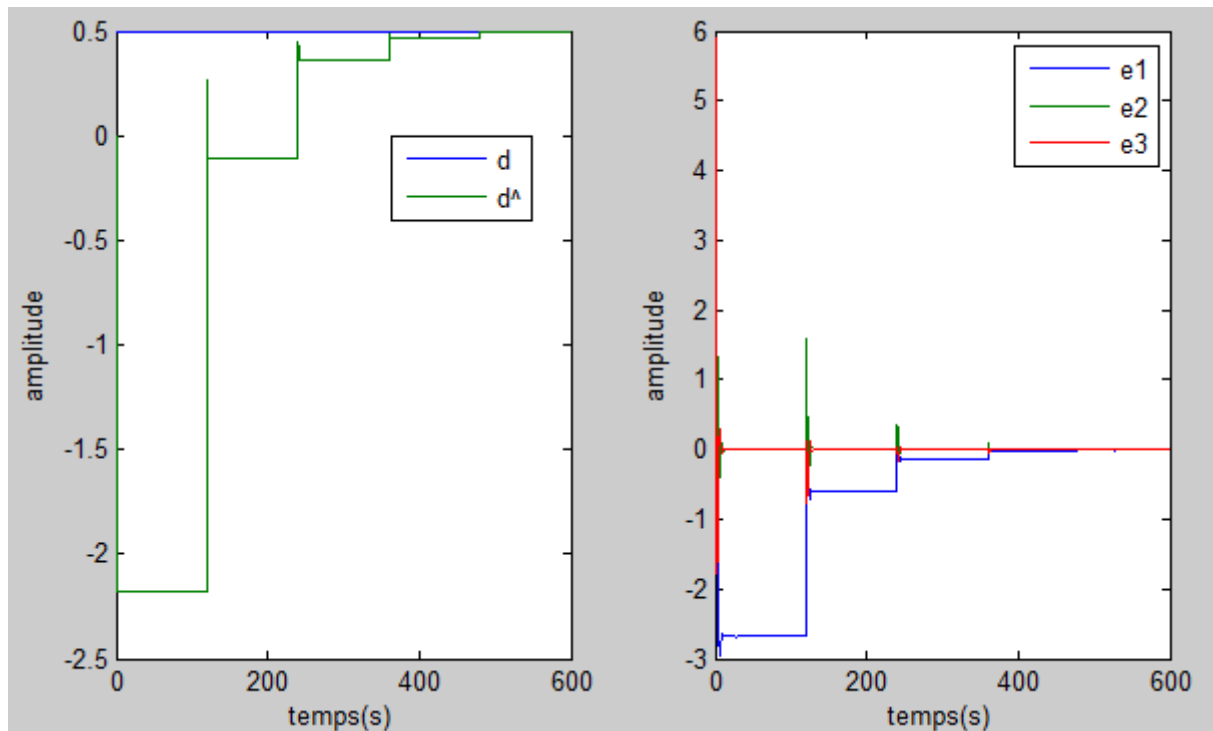


Figure (III.6) : Estimation de l'entrée inconnue et erreurs d'estimation des états avec $\theta_k = 120s$.

On remarque que l'erreur d'estimation de la perturbation et l'erreur des états, pour une période de mesure de 120 secondes s'annulent à partir de 450 et au bout de 5 mesures.

III.4 Conclusion :

Dans ce chapitre on a proposé un observateur répondant aux problèmes liés au diagnostic et à la discrétisation des mesures, auxquels la majorité des systèmes réels sont confrontés. En effet celui-ci permet d'estimer les variables d'états non disponibles à la mesure et aussi à estimer les éventuelles entrées inconnues qui peuvent être une perturbation, un défaut ou autres, qui altèrent le fonctionnement naturel du processus ou bien la sécurité des personnels qui travaillent à proximité du système, d'où l'importance de son estimation pour la surveillance.

Le choix des paramètres K_p , K_I et R peuvent se faire indépendamment les uns des autres. D'ailleurs les performances de l'observateur à entrée inconnue avec mesure discrète, présenté dans ce chapitre, dépendent du choix de ces dernières et aussi de la distance entre les

impulsions (temps de mesure) $\theta_k = t_{k+1} - t_k$, telles que la dynamique d'erreur d'observation ($e = x - \hat{x}$) tend rapidement et asymptotiquement vers zéro.

L'ajout des paramètres K_I et K_p permet un choix moins restreint de $\theta_k = t_{k+1} - t_k$ pour garantir la stabilité (2.17). Ceci va nous permettre d'obtenir des assez bons résultats à des périodes de mesures larges, alors qu'avec la même période de mesure la dynamique de l'observateur impulsionnel classique (2.9) devient instable.

Dans le prochain chapitre on va appliquer notre observateur au diagnostic de fuite sur un système à trois cuves préalablement modélisé et linéarisé autour d'un point d'équilibre, puis on simulera les résultats sur Matlab.

CHAPITRE IV : APPLICATION DE L'OBSERVATEUR A ENTREE INCONNUE A MESURE DISCRET POUR LE DIAGNOSTIC D'UN SYSTEME HYDRAULIQUE A TROIS RESERVOIRS

IV.1 Introduction :

L'application du processus à trois cuves est un exemple de systèmes académiques de référence, pour le développement et l'expérimentation des systèmes linéaires complexes, ainsi que pour le contrôle non linéaire et le diagnostic. Cette application est énormément utilisée dans plusieurs travaux. Le système à trois réservoirs est illustré par la Figure (IV.1).

On suppose que les états du système sont les hauteurs du fluide dans chaque réservoir. La sortie du système est la hauteur du fluide dans le réservoir N°1. Les mesures des variations de la hauteur de la sortie sont supposées mesurées par un capteur de manière échantillonnée. On désire diagnostiquer ce système et détecter l'apparition d'éventuelle fuite dans la cuve N°1 qui est considérée comme une entrée inconnue.

IV.2 Description du système :

Le schéma de principe du système à trois cuves couplé est représenté à la figure IV-1. Il se compose de trois réservoirs identiques, avec une section circulaire S . Les réservoirs sont reliés entre eux par deux tuyaux cylindriques transversaux circulaires d'une section SC . Les débits de sortie des trois réservoirs sont respectivement a_{z1} , a_{z2} et a_{z3} . Les débits d'entrées nominales ($Q1$ et $Q2$) sont situés au réservoir 1 et le réservoir 3 respectivement. Les variables d'état sont le niveau de la cuve 1 ($h1$), le réservoir 2 ($h2$) et réservoir 3 ($h3$). La sortie est la hauteur du réservoir 1 et mesuré par un capteur de manière échantillonné.

L'objectif est de contrôler le niveau du réservoir 1 et le réservoir 3 en gardant le débit d'entrée $Q1$ et $Q2$ constant ($2,5 \cdot 10^{-3} \text{ cm}^3/\text{s}$) tout en surveillant si il y'a une présence de fuite dans le réservoir numéro 1.

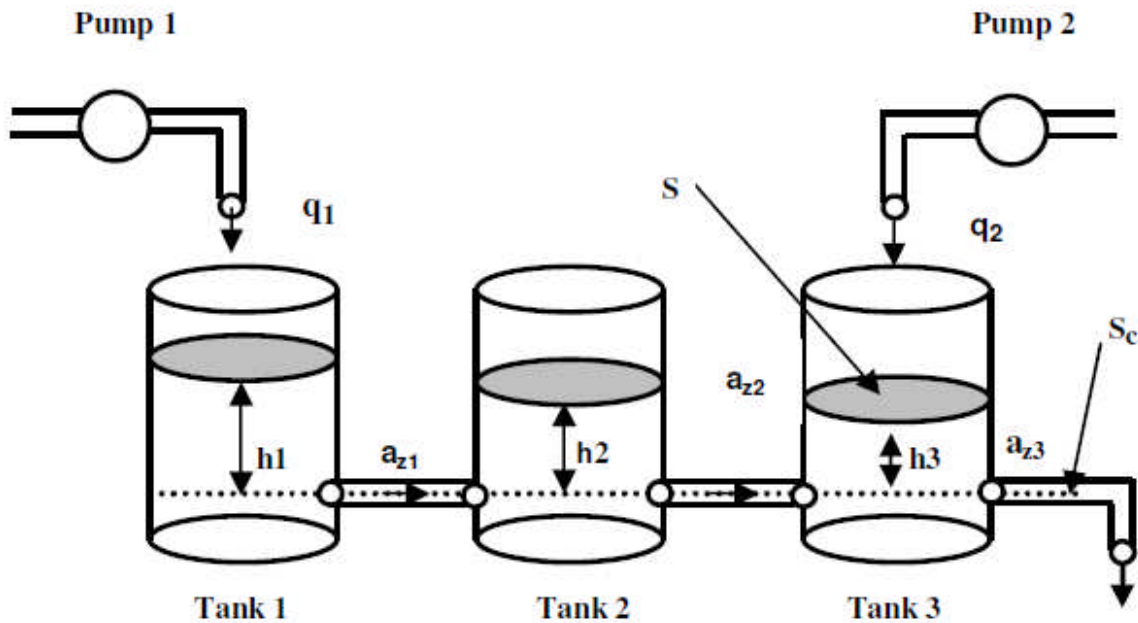


Figure (IV.1) : Le schéma de principe du système à trois cuves couplé

IV.3 Modélisation du système hydraulique :

Le système à trois réservoirs représentés en utilisant le bilan de masse est donné dans l'équation (4.1)

$$\begin{cases} \frac{dh_1}{dt} = \frac{q_1 - S_1 a_{z1} \text{sgn}(h_1 - h_2) \sqrt{2g(h_1 - h_2)}}{S} \\ \frac{dh_2}{dt} = \frac{S_1 a_{z1} \text{sgn}(h_1 - h_2) \sqrt{2g(h_1 - h_2)} - S_2 a_{z2} \text{sgn}(h_2 - h_3) \sqrt{2g(h_2 - h_3)}}{S} \\ \frac{dh_3}{dt} = \frac{q_2 + S_2 a_{z2} \text{sgn}(h_2 - h_3) \sqrt{2g(h_2 - h_3)} - S_3 a_{z3} \sqrt{2gh_3}}{S} \end{cases} \quad (4.1)$$

Les paramètres physiques du système à trois cuves sont disposés dans le tableau (4.1)

Paramètres	Valeurs numérique
Surface de la section du réservoir	$S=0.0171 \text{ m}^2$
Surface des tuyaux transversaux	$S_c = S_1 = S_2 = S_3 = 0.00005 \text{ m}^2$
Débit de sortie de chaque tuyau	$a_{z1} = 0.511, a_{z2} = 0.5279, a_{z3} = 0.7313$
Niveau maximal des réservoirs	$h_{max} = 0.68 \text{ m} = 68 \text{ cm}$
Le débit d'entrée maximal	$q_{max} = 1.2 \times 10^{-4} \text{ m}^3/\text{s} = 1.2 \times 10^{-2} \text{ cm}^3/\text{s}$

Le système d'équations à trois cuves possède des non-linéarités (fonctions racine carrée). Dans la commande, un fonctionnement normal du système peut être autour d'un point d'équilibre et les signaux peuvent être considérés comme des petits signaux autour de l'équilibre. Toutefois, si le système fonctionne autour d'un point d'équilibre et si les signaux impliqués sont de petits signaux, il est alors possible d'approcher le système non linéaire par un système linéaire. Un tel système linéaire est équivalent au système non linéaire considéré dans un rayon d'action limité. La procédure de linéarisation est présentée dans la section suivante.

IV.4 Linéarisation du model d'état :

La linéarisation de model d'état à mesure continue est donnée dans l'équation (4.2)

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) = Cx(t) \end{cases} \quad (4.2)$$

Où

$$A = \begin{bmatrix} \frac{\delta f_1}{\delta h_1} & \frac{\delta f_1}{\delta h_2} & \frac{\delta f_1}{\delta h_3} \\ \frac{\delta f_2}{\delta h_1} & \frac{\delta f_2}{\delta h_2} & \frac{\delta f_2}{\delta h_3} \\ \frac{\delta f_3}{\delta h_1} & \frac{\delta f_3}{\delta h_2} & \frac{\delta f_3}{\delta h_3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{-b_1}{\sqrt{h_1 - h_2}} & \frac{-b_1}{\sqrt{h_1 - h_2}} & 0 \\ \frac{-b_1}{\sqrt{h_1 - h_2}} & \frac{-b_1}{\sqrt{h_1 - h_2}} - \frac{b_2}{\sqrt{h_2 - h_3}} & \frac{b_2}{\sqrt{h_2 - h_3}} \\ 0 & \frac{b_2}{\sqrt{h_2 - h_3}} & \frac{-b_2}{\sqrt{h_2 - h_3}} - \frac{b_3}{\sqrt{h_3}} \end{bmatrix}$$

$$f_1 = \frac{dh_1}{dt}, f_2 = \frac{dh_2}{dt}, f_3 = \frac{dh_3}{dt}$$

$$B = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial q_1} & \frac{\partial f_1}{\partial q_2} \\ \frac{\partial f_2}{\partial q_1} & \frac{\partial f_2}{\partial q_2} \\ \frac{\partial f_3}{\partial q_1} & \frac{\partial f_3}{\partial q_2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{S} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{S} \end{bmatrix}$$

$$x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_1 - h_{10} \\ h_2 - h_{20} \\ h_3 - h_{30} \end{bmatrix}$$

$$u = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} q_1 - q_{10} \\ q_2 - q_{20} \end{bmatrix}$$

Où $[h_{10}, h_{20}, h_{30}]$ et $[q_{10}, q_{20}]$ sont des points de fonctionnement en régime permanent de niveau et de débit respectivement.

$$b_1 = \frac{a_{z_1} S_1 \sqrt{2g}}{2S}, b_2 = \frac{a_{z_2} S_2 \sqrt{2g}}{2S}, b_3 = \frac{a_{z_3} S_3 \sqrt{2g}}{2S}$$

La technique de linéarisation est valable dans le voisinage du point de fonctionnement. En évaluant les Jacobiennes au point d'équilibre suivant :

$$[h_{10} \quad h_{20} \quad h_{30}] = [0.5 \quad 0.4 \quad 0.3]^T m \text{ et}$$

$$[q_{10} \quad q_{20}]^T = [0.35787 \quad 0.65363]^T \times 10^{-4} m^3/s$$

Le model d'état est finalement donner ci-dessous :

$$A = \begin{bmatrix} -0.01046 & 0.01046 & 0 \\ 0.01046 & -0.02127 & 0.01081 \\ 0 & 0.01081 & -0.0183 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 58.4795 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 58.4795 \end{bmatrix} \text{ et } C = [1 \quad 0 \quad 0]$$

Comme dans notre cas le capteur donne les mesures de la sortie en échantillonné l'équation du système (4.2) se réécrit comme suit (4.3)

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = A_{11}x_1(t) + A_{12}x_2(t) ; t \neq t_k \\ \dot{x}_2(t) = A_{21}x_1(t) + A_{22}x_2(t) ; t \neq t_k \\ x_1(t_k^+) = x_1(t_k) ; t = t_k \end{cases} \quad (4.3)$$

$$A_{11} = -0.01046; A_{12} = [0.01046 \quad 0]; A_{21} = \begin{bmatrix} 0.01046 \\ 0 \end{bmatrix} \text{ et } A_{22} = \begin{bmatrix} -0.02127 & 0.01081 \\ 0.01081 & -0.0183 \end{bmatrix}$$

Ou $x(t) \in \mathbb{R}^n, y(t_k) \in \mathbb{R}^p$ et $u(t) \in \mathbb{R}^q$ sont respectivement le vecteur d'état, le vecteur des sorties mesurées en temps discret et le vecteur d'entrées, $A \in \mathbb{R}^{n \times n}, C \in \mathbb{R}^{p \times n}$ et $B \in \mathbb{R}^{n \times q}$ sont des matrices constantes de dimensions appropriées.

Les t_k représentent les instants de mesures

Remarque :

Comme A_{22} est stable, on déduit donc d'après la preuve donné en [35] est rappelés en Annexe que le système (4.3) est stable, on se permet donc de ne pas l'écrire sous la forme triangulaire (2.7).

IV.5 Conception de l'observateur :

On se propose de réaliser un observateur à entrée inconnue avec mesure discrète dans le but d'estimer les états non disponibles à la mesure de ce système, on a vu dans le chapitre 3 que l'observateur des systèmes à mesure discrète adapté pour (4.3) est (3.2) :

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}(t) = A\hat{x}(t) + K_p(\hat{y}(t_k^+) - \hat{y}(t)) + Bu(t) + W\hat{d}(t) \\ \dot{\hat{d}} = K_I(\hat{y}(t_k^+) - \hat{y}(t)) \\ \hat{y}(t_k^+) = R\hat{y}(t_k) + (I_p - R)y(t_k) \end{cases}$$

Tel que \hat{x} est l'estimé de l'état x , R une matrice constante et I_p matrice identité de dimension p . Les t_k représentent les instants de mesures, t_k^+ est le temps juste après la $k^{ième}$ mesure

Où K_p et K_I sont les gains proportionnel et intégral, respectivement.

Avec $R = 0$.

Tel que quand $t = t_k$ On obtient cette forme de l'observateur (3.6)

$$\begin{cases} \hat{x}(t_k) = A\hat{x}(t_k) + K_p(y(t_k) - \hat{y}(t_k)) + Bu(t_k) + W\hat{d}(t_k) \\ \hat{d}(t_k) = K_I(y(t_k) - \hat{y}(t_k)) \end{cases}$$

$$L = \begin{bmatrix} A - K_p C & F \\ -K_I C & 0 \end{bmatrix} \quad (3.10)$$

Les pôles pour garantir une bonne convergence est choisie comme suit :

$$p = [-0.0337 \quad -0.02 \quad -0.2 \quad -0.05]$$

On obtient donc les paramètres suivant :

$$K_p = [0.2933 \quad ; 0.5259 \quad ; 0.2040]$$

$$K_I = -0.0333$$

Et quand $t \neq t_k$ on rappelle qu'on obtient cette forme (3.4)

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}(t) = A\hat{x}(t) + Bu(t) + W\hat{d} \\ \dot{\hat{d}}(t) = 0 \end{cases}$$

Avec $e(t) = x(t) - \hat{x}(t)$ on obtient donc :

$$\begin{cases} \dot{e}(t) = \dot{x}(t) - \dot{\hat{x}}(t) = Ae(t) + W\varepsilon(t) \\ \dot{\varepsilon}(t) = \dot{d}(t) - \dot{\hat{d}} = 0 \end{cases} \quad (3.11)$$

Avec \hat{d} et ε dont des constantes.

Procédant à une réalisation de l'observateur sur Simulink le branchement des blocs de l'observateur est montré dans la figure suivante :

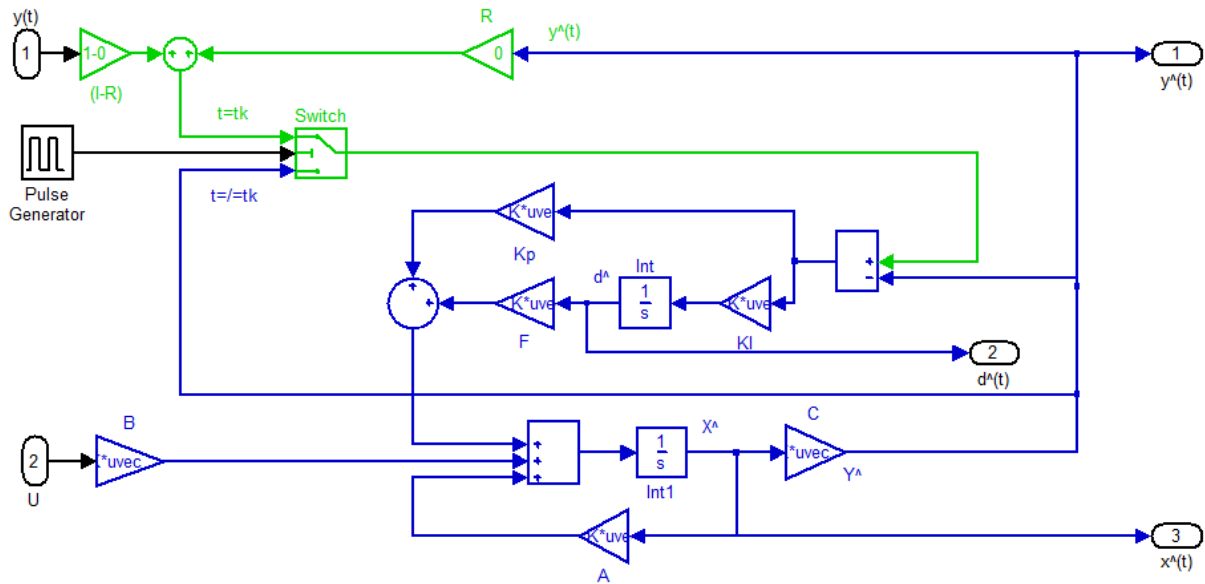


Figure (IV.2) : Schéma bloc de simulation sur Simulink.

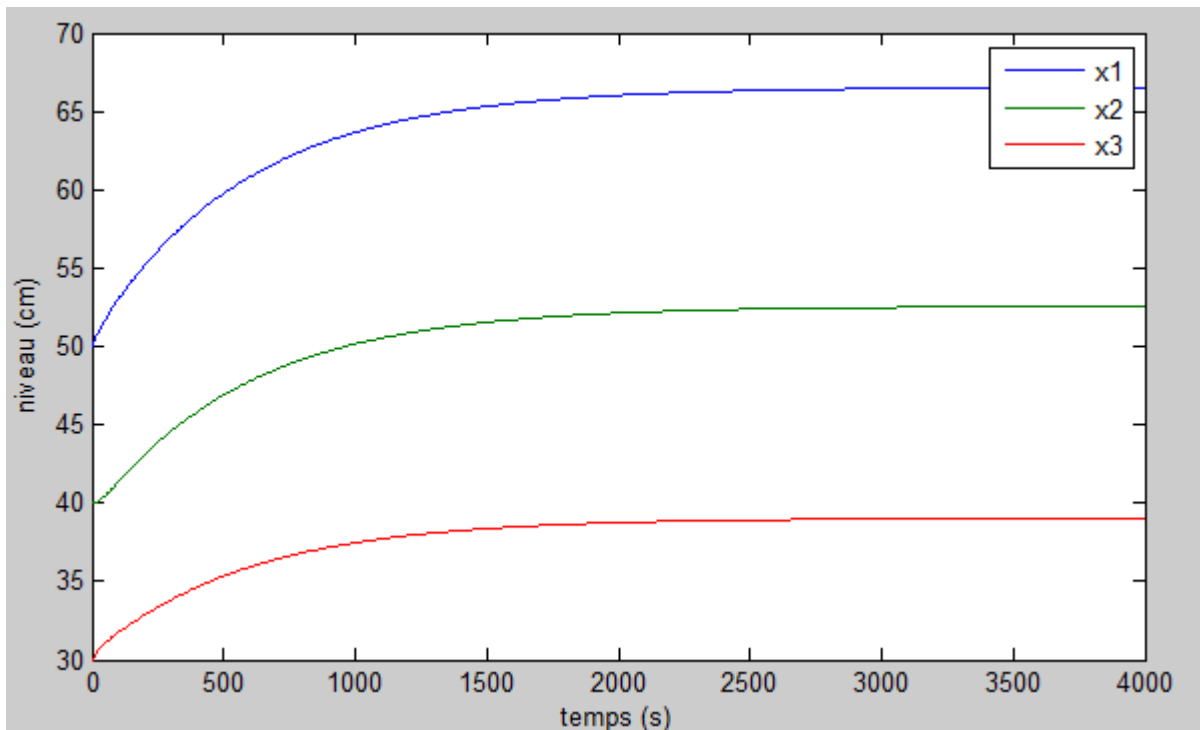


Figure (IV.3) : Les niveaux réelle de chaque réservoir pour un débit d'entrée de $2,5 \cdot 10^{-3} \text{ cm}^3/\text{s}$.

IV.5.1 Cas 1 absence de fuite (d'entrée inconnue):

Les résultats de simulation sont donnés sur les figures suivantes pour des instants de mesures différents $\theta_k = 10s, \theta_k = 30s, \theta_k = 60s$ et $\theta_k = 120s$ et dans le cas où il n'y a pas de fuite (sans entrée inconnue) $d(t) = 0 \text{ cm}^3/s$ et un débit d'entrée de $0.0025 \text{ cm}^3/s$

Les résultats de simulation sont donnés dans les figures suivantes

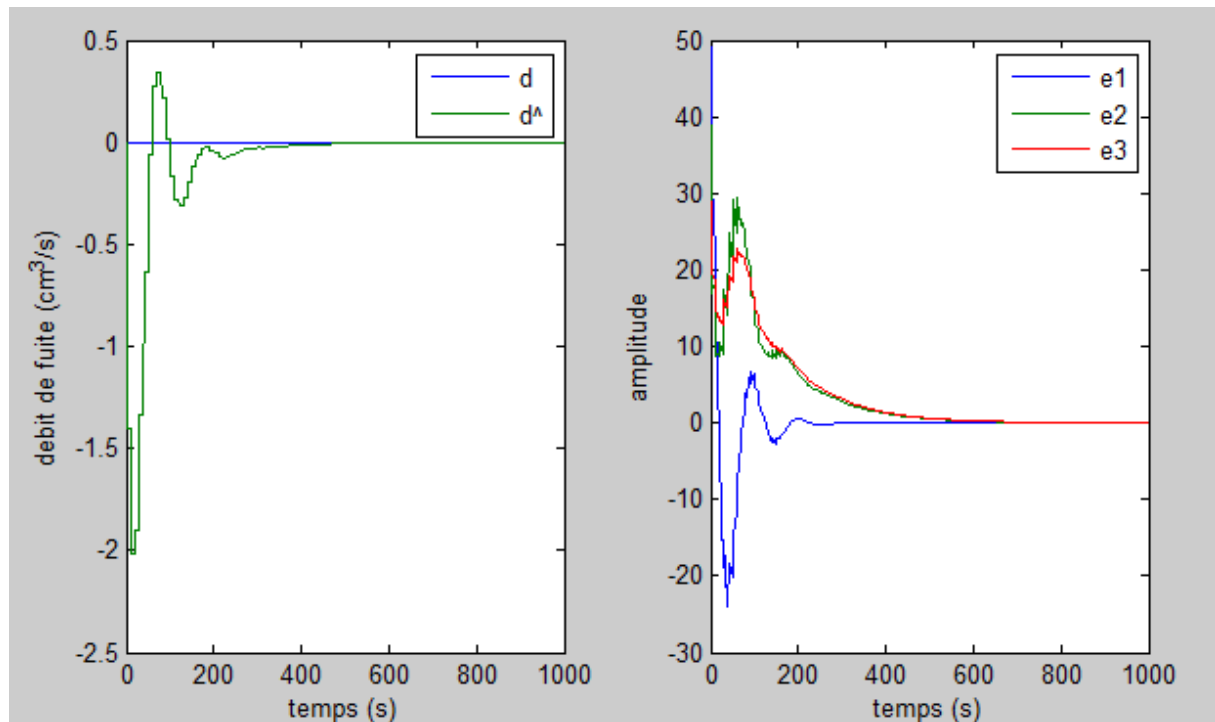


Figure (IV.4) : Estimation de l'entrée inconnue et erreurs d'estimation des états avec $\theta_k = 10 \text{ s}$.

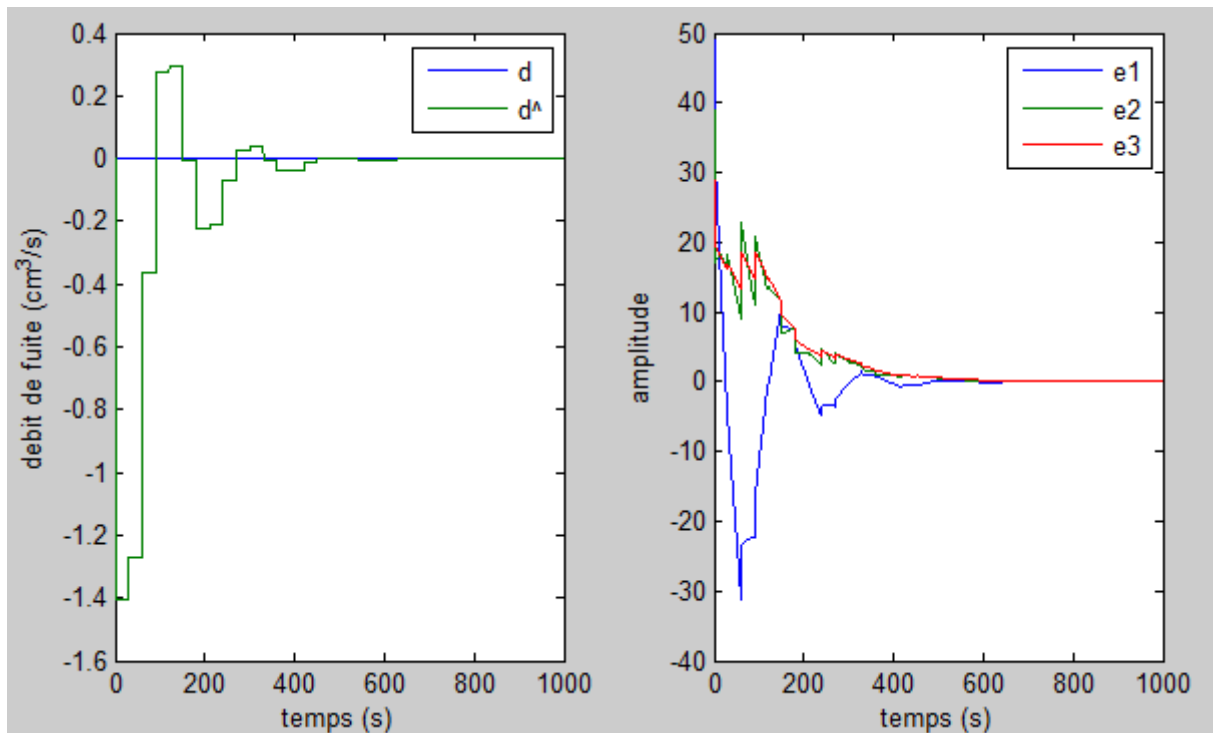


Figure (IV.5) : Estimation de l'entrée inconnue et erreurs d'estimation des états avec $\theta_k = 30$ s.

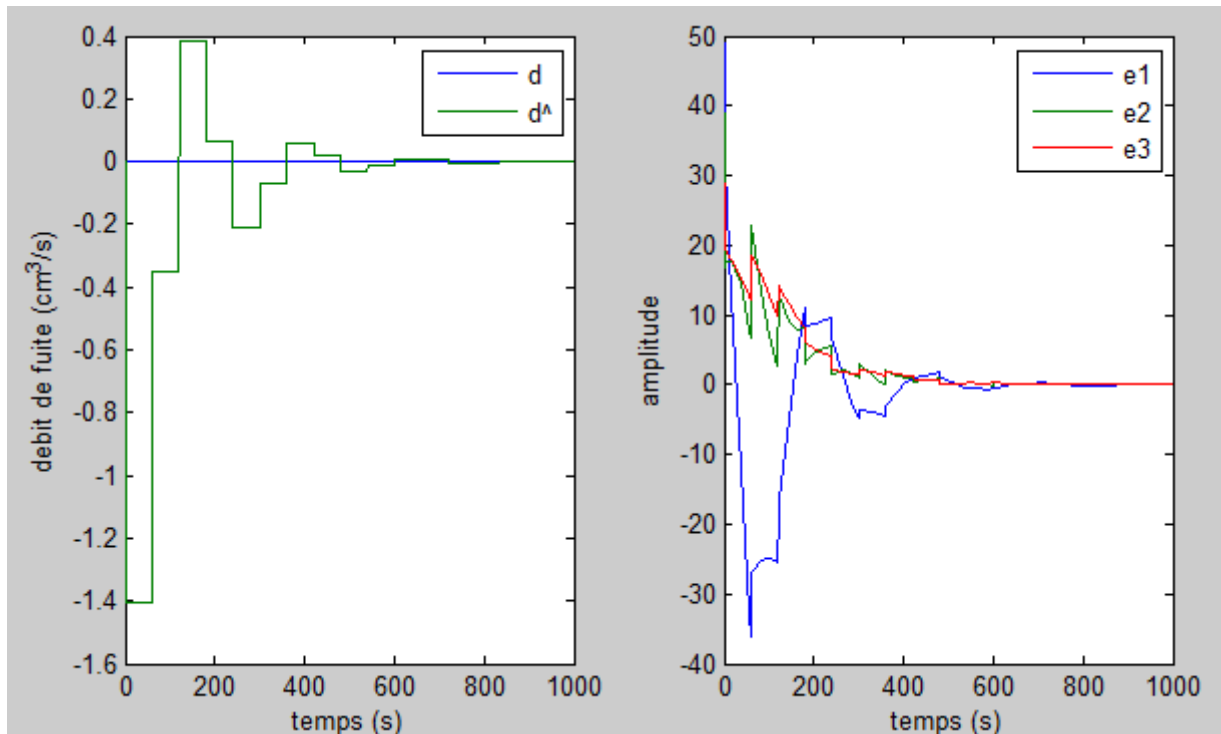
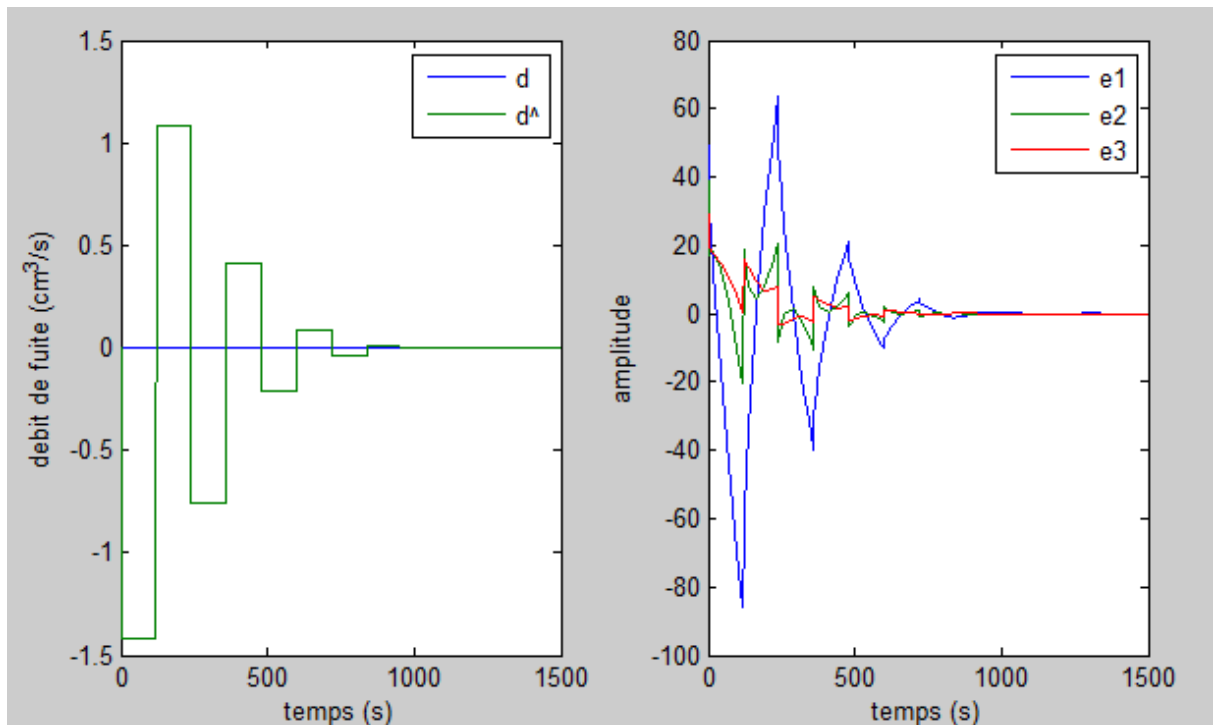


Figure (IV.6) : Estimation de l'entrée inconnue et erreurs d'estimation des états avec $\theta_k = 60$ s.



Figure(IV.7) : Estimation de l'entrée inconnue et erreurs d'estimation des états avec $\theta_k = 120s$.

L'erreur d'estimation pour $\theta_k = 10s, 30s$ et $60s$ tend vers zero à partir de 600 seconde, pour $\theta_k = 120s$ l'erreur est égale à zéro à partir de 1000 s

Remarques :

La rapidité de la dynamique de notre observateur engendre un dépassement de l'estimé des entrées inconnues au-delà d'un certain seuil, ce qui va provoquer des fausses alarmes (si on envisage d'en mettre) mais augmente la vitesse de convergence des estimés vers les valeurs réels ...

On remarque que le dépassement est constant pour les mêmes périodes de mesure (pour une période de mesure de 60s il y'aura toujours un dépassement d'amplitude de 0.4 quelque-sois l'amplitude du signal à estimer ce qui est gênant pour les signaux de faible amplitude ...)

Plus la période de mesure est petite plus le dépassement est faible... l'une des solutions pour minimiser le dépassement est de ralentir la dynamique de notre observateur en modifiant les paramètres K_p , K_I et R , Or ceci engendre une grande erreur de mesure, et donc des résultats non satisfaisants, particulièrement dans le cas d'estimation des signaux qui évolue rapidement.

Proposition d'une solution pour éviter de fausses alarmes de diagnostic

Puisque les dépassements en absence d'entrée inconnue sont constants et connus d'avance, on peut les prendre en considération et les annuler afin d'éviter des fausses alarmes. On soustrait ces dépassements à l'estimation de l'entrée inconnue. C'est ce qui a été fait dans ce qui suit.

IV.5.2 Cas 2 présence de fuite (d'entrée inconnue):

Dans ce cas on considère une fuite dans le réservoir N°1 causée par un trou qui s'élargit avec le temps et avec un débit de fuite qui évolue proportionnellement à l'orifice de la faille, jusqu'à atteindre $d = 1.10^{-4} \text{ cm}^3/\text{s}$ cette anomalie est survenue à l'instant 1000s

Les résultats de simulation sont donnés dans les figures suivantes avec des périodes de mesure $\theta_k = 10, 30, 60$ et 120 s

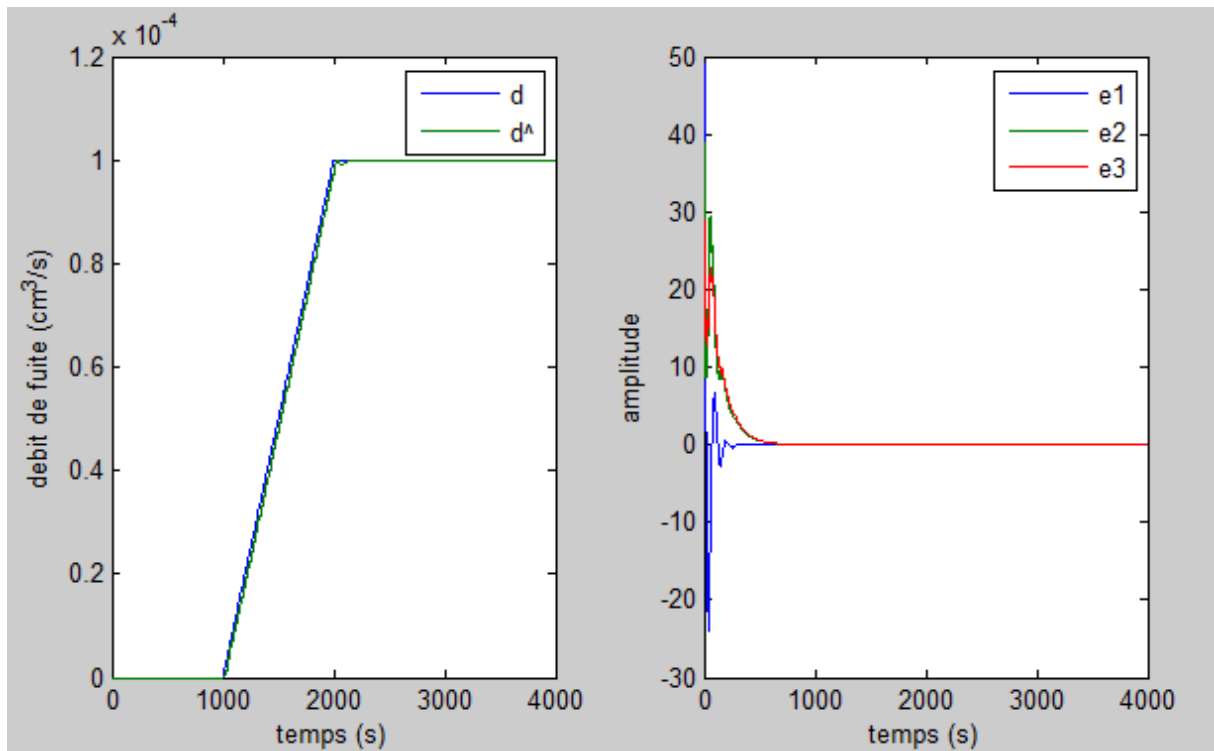


Figure (IV.8) : Estimation de l'entrée inconnue et erreurs d'estimation des états avec $\theta_k = 10$ s.

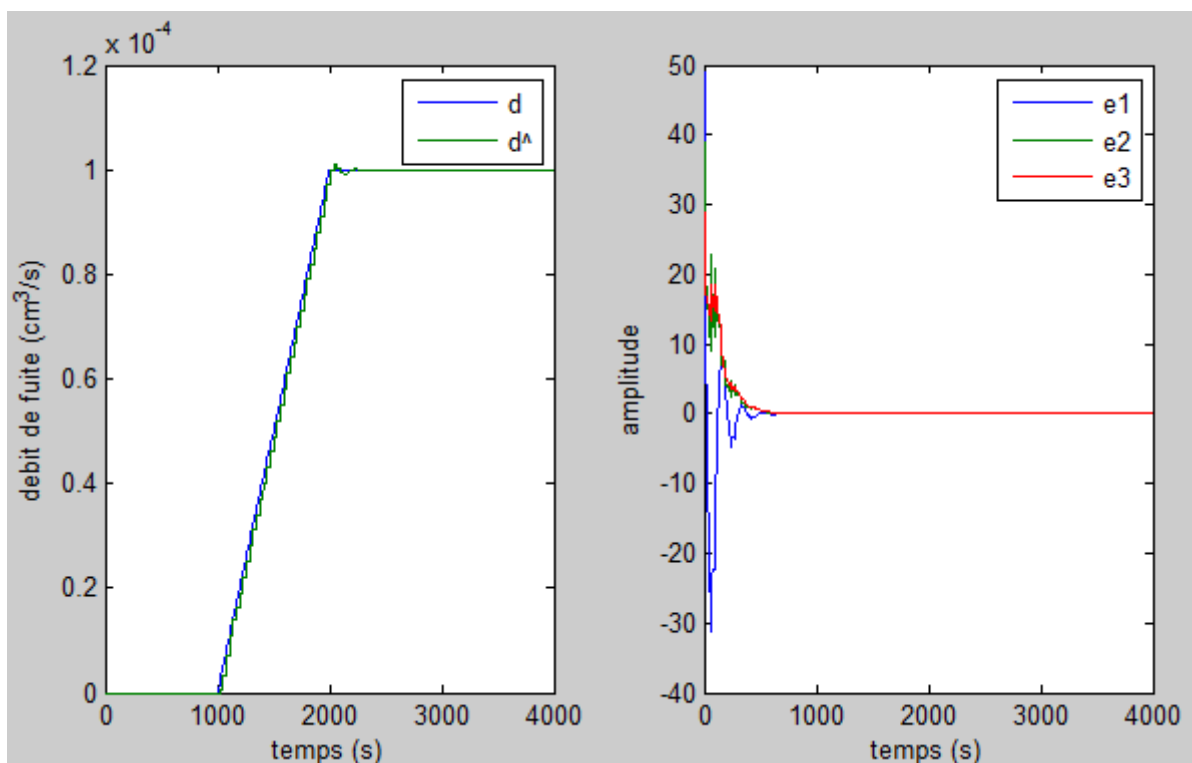


Figure (IV.9) : Estimation de l'entrée inconnue et erreurs d'estimation des états avec $\theta_k = 30$ s.

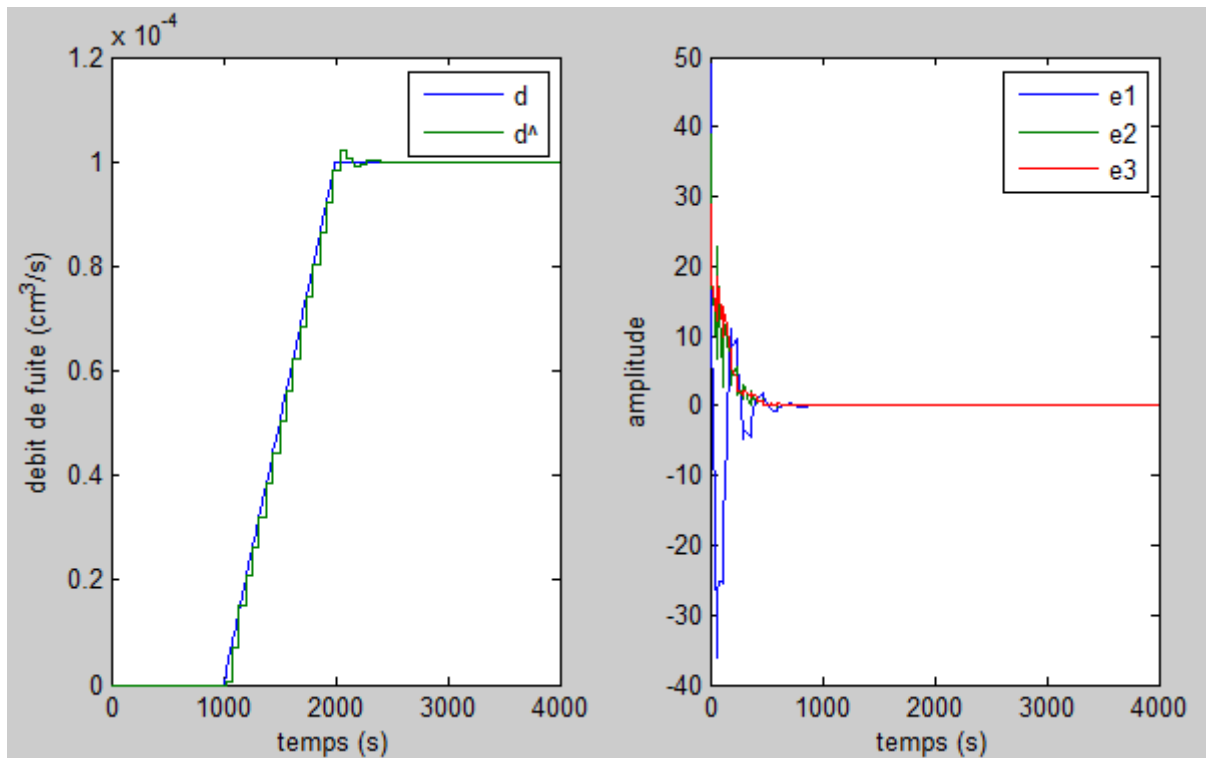


Figure (IV.10) : Estimation de l'entrée inconnue et erreurs d'estimation des états avec $\theta_k = 60$ s.

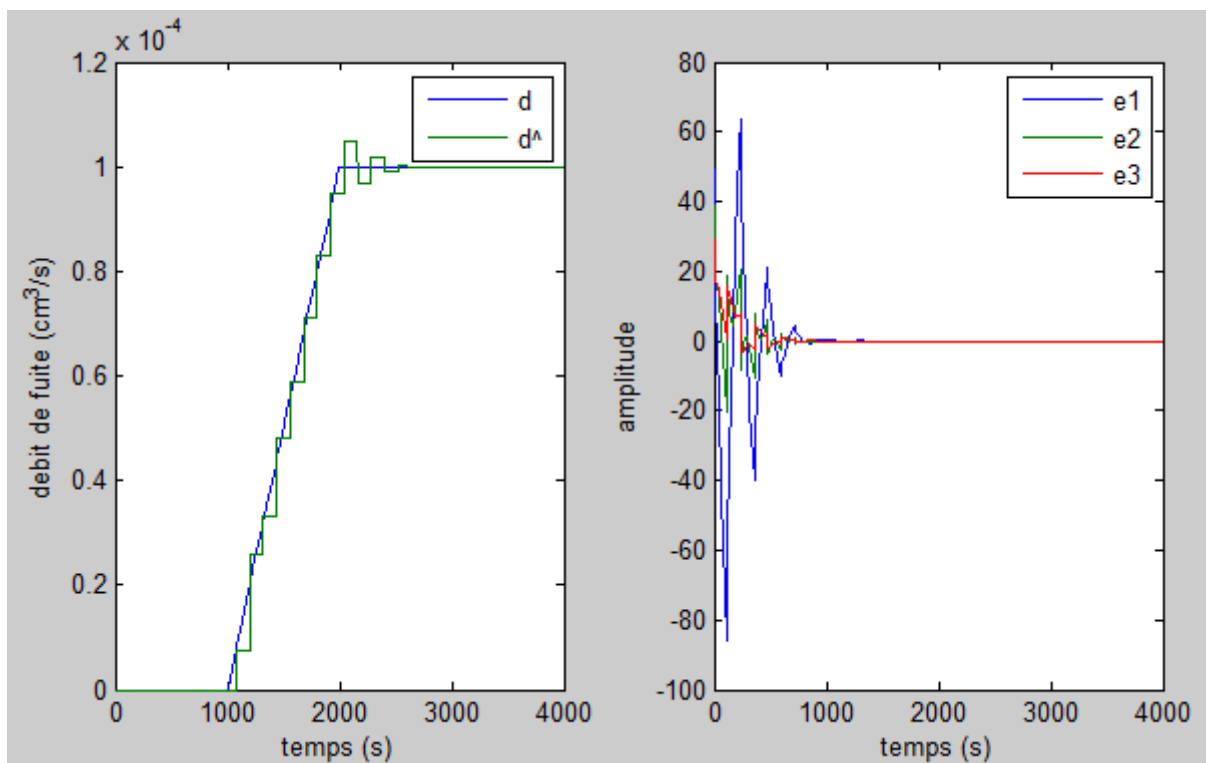


Figure (IV.11) : Estimation de l'entrée inconnue et erreurs d'estimation des états avec $\theta_k = 120$ s.

L'erreur d'estimation pour $\theta_k = 10$ et $30s$ est égale à zéro à partir de 550 seconde pour $\theta_k = 60s$ l'erreur s'annule à partir de 900 s et pour $\theta_k = 120s$ l'erreur d'estimation est égale à zéro à partir de 1000 s.

Plus on augmente la période de mesure plus la convergence de l'erreur d'estimation tend vers zéro lentement.

Pour mieux illustrer les performances d'estimation des entré inconnue de notre observateur, nous injectons des entrée inconnue périodique et qui évoluent plus rapidement. On prend par exemple une perturbation sinusoïdale et une à dent de scie, pour des périodes de mesure de 10, 30,60 et120 secondes.

Les résultats de simulation sont obtenus ci-dessous :

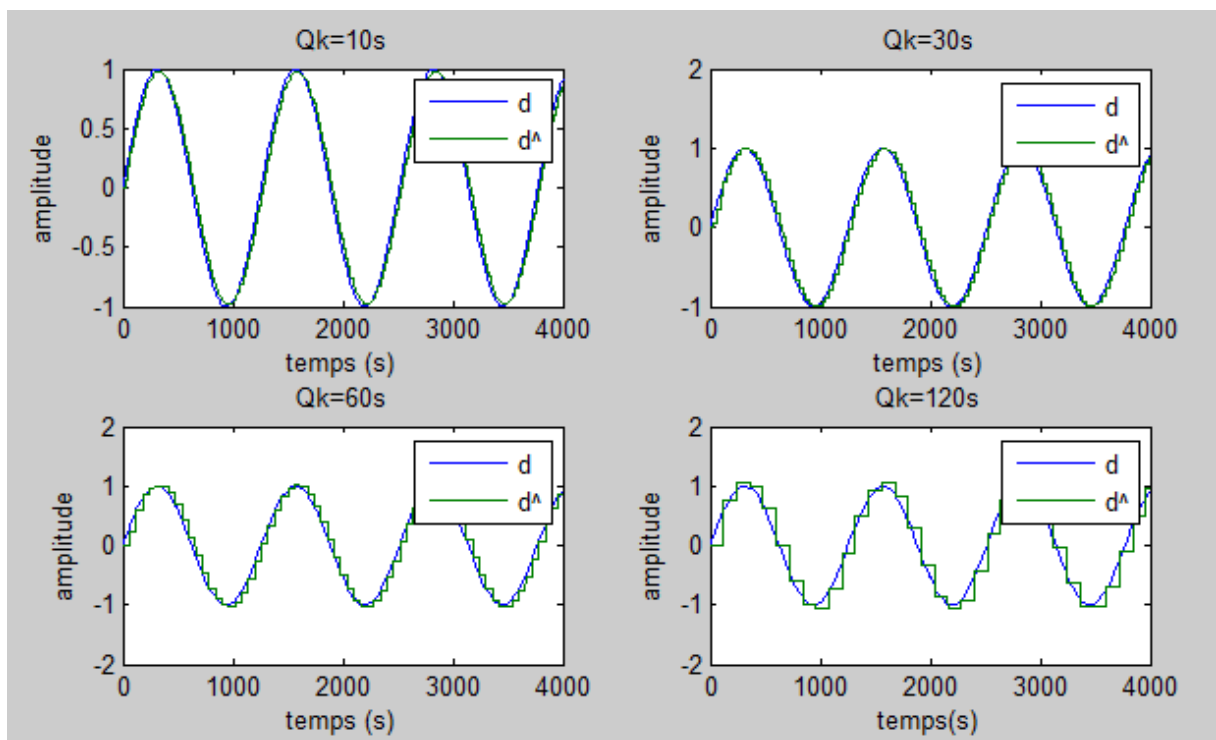


Figure (IV.12) : Résultats de simulation pour une entrée inconnue sinusoïdale.

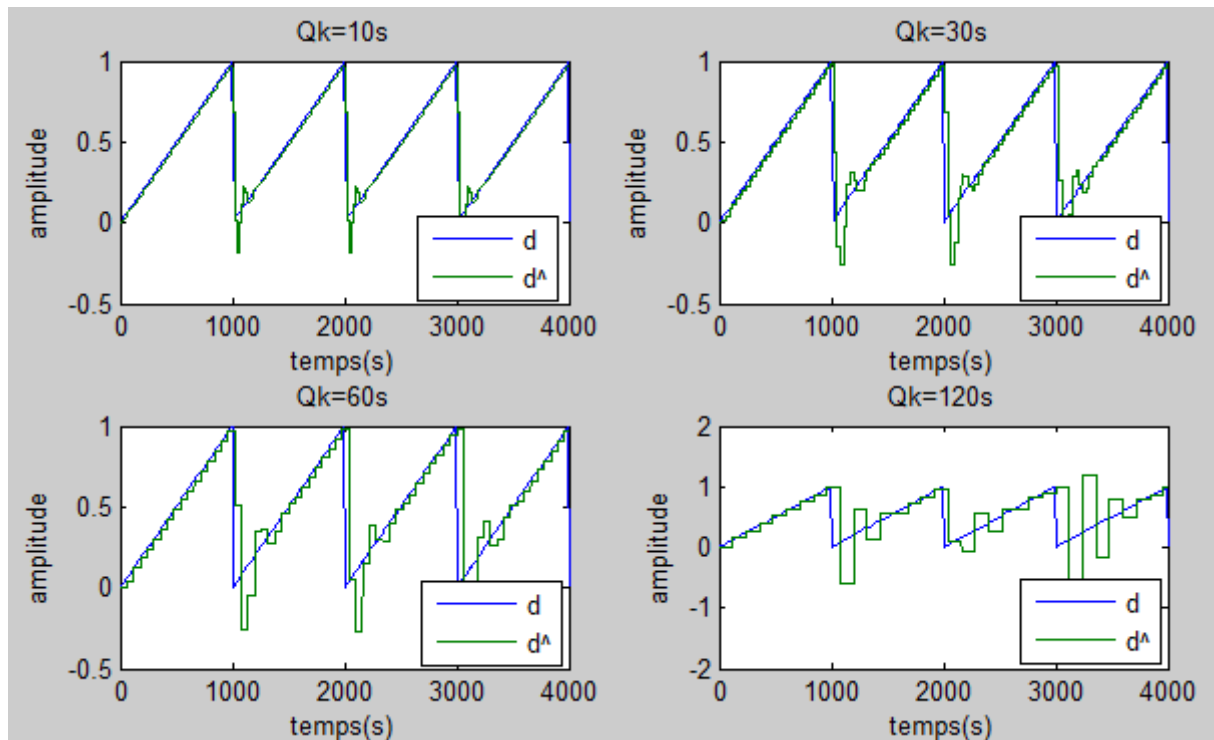


Figure (IV.13) : Résultats de simulation pour une entrée inconnue en dent de scie.

IV.6 Conclusion :

Dans ce chapitre, nous avons appliqué l'observateur étudié en chapitre 3 sur un système hydraulique à trois cuves. Cette application est énormément utilisée dans plusieurs travaux de contrôle et de commande. Nous avons posé le problème de diagnostic d'éventuelles fuites affectant le système. Pour ce faire nous avons utilisé un observateur PI à entrée inconnue avec mesure discrète proposé au chapitre 3. Nous avons considéré plusieurs temps de mesure (tous les 10,30 60 et 120 secondes) et plusieurs types d'entrée inconnue.

Les résultats de la simulation indiquent que le choix du temps de mesure influe sur les performances de l'observateur. Ceci dit l'ajustement des paramètres de l'observateur influe également sur ses performances, donc la vitesse de convergence des estimés de cet observateur dépend entièrement du temps de mesure et de K_p , K_i et R . La difficulté consiste donc à choisir ces paramètres pour que la de convergence des estimé soit élevée.

Bien que le choix de la dynamique de l'observateur a été fixé aléatoirement, on obtient des résultats assez satisfaisants même à des périodes de mesure très grande de $\theta_k = 60$ et 120 secondes.

CONCLUSION GENERALE

Le travail exposé dans ce mémoire est consacré à la synthèse des observateurs, adaptés pour la commande et le diagnostic des systèmes dynamiques linéaire avec mesures discrètes, pour des systèmes affectés ou non par une entrée inconnue. La structure de notre observateur a été pensée en se basant sur l'analyse de la stabilité des systèmes dynamiques impulsionsnels et la conception d'observateur sous mesure discrète abordé en chapitre 2, et en se référant aussi sur la synthèse d'observateur sous mesure continue avec entrée inconnue étudié en chapitre 1 de ce mémoire.

Dans le chapitre 3 nous avons donc proposé une nouvelle structure d'observateur à entrée inconnue PI avec mesures discrètes. Ce dernier permet de résoudre le problème lié au diagnostic et à l'estimation des variables d'état.

Au chapitre 4, l'observateur proposé a fourni des résultats satisfaisants sur l'estimation des variables d'état et le diagnostic de fuite dans un système hydraulique.

La justification théorique de notre proposition reste à compléter de manière rigoureuse. Plusieurs hypothèses très restrictives ont été prises en considération. Le problème abordé reste donc complètement ouvert. Dans notre travail, nous avons juste abordé quelques illustrations et nous avons essayé de montrer que la voie que nous proposons peut être une solution intéressante pour résoudre ce problème.

Enfin, ce travail ouvre la voie à plusieurs perspectives de développements théoriques et pratiques, en effet il sera intéressant pour le diagnostic d'erreur, d'effectuer certaines améliorations qui permettront d'étendre le champ d'application de cet observateur, on peut notamment citer celles-ci :

Projections et perspectives :

- Notre étude s'est limitée au cas des systèmes linéaires temps invariants. Il serait intéressant de faire l'extension à d'autres classes de systèmes (non linéaire, système T S, système LPV, système temps variant ...)

- L'observateur PI à mesure discrète peut être appliqué dans la conception de systèmes de transmission sécurisée de données à base de système chaotique.
- On peut envisager d'utiliser un observateur PMI au lieu du PI utilisé, par la présence de plusieurs intégrateurs, celui-ci estimera les états et les entrées inconnues avec une erreur moindre.
- l'utilisation des LMI pour ajuster les paramètres de notre observateur (K_I, K_p et R) de façon à ce que ses performances soit optimales.
- Il serait intéressant de considérer plusieurs sorties et plusieurs défauts, et aussi prendre en considération les signaux bruités.
- Il est aussi important d'envisager d'appliquer l'approche proposé sur des essais expérimentaux.

ANNEXE

Preuve donné dans [35] de stabilité des systèmes à mesure discrète dans le cas où la partie instable n'est pas mesurable

Soit le système écrit sous forme suivante :

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = A_{11}x_1(t) + A_{12}x_2(t) ; t \neq t_k \\ \dot{x}_2(t) = A_{21}x_1(t) + A_{22}x_2(t) ; t \neq t_k \\ x_1(t_k^+) = Rx_1(t_k) \quad ; t = t_k \end{cases} \quad (2.15)$$

Où $x_1(t) \in \mathbb{R}^p, x_2(t) \in \mathbb{R}^{n-p}, A_{11} \in \mathbb{R}^{p \times p}, A_{12} \in \mathbb{R}^{p \times (n-p)}, A_{21} \in \mathbb{R}^{(n-p) \times p}$

$A_{22} \in \mathbb{R}^{(n-p) \times (n-p)}$ et $R \in \mathbb{R}^{p \times p}$

Définissons la fonction de Lyapunov $V_1(x_1(\cdot))$ comme suit :

$$V_1(x_1(t)) = |x_1(t)|_1$$

L'intégration entre deux instants de mesure successifs t_k^+ et t_{k+1} donne

$$x_1(t_{k+1}) = e^{A_{11}\theta_k}x_1(t_k^+) + \int_{t_k}^{t_{k+1}} e^{A_{11}(t_{k+1}-\tau)} A_{12}x_2(\tau) d\tau \quad (2.18)$$

D'autre part, comme $x_1(t_{k+1}^+) = Rx_1(t_{k+1})$, on a :

$$\begin{aligned} V_1(x_1(t_{k+1}^+)) &= \left| e^{A_{11}\theta_k}x_1(t_k^+) + R \int_{t_k}^{t_{k+1}} e^{A_{11}(t_{k+1}-\tau)} A_{12}x_2(\tau) d\tau \right|_1 \\ &\leq \|e^{A_{11}\theta_k}\| |x_1(t_k^+)|_1 + \|R\| \left| \int_{t_k}^{t_{k+1}} e^{A_{11}(t_{k+1}-\tau)} A_{12}x_2(\tau) d\tau \right|_1 \\ &\leq \|Re^{A_{11}\theta_k}\| \bar{x}_1 + \|R\| \|A_{12}\| \bar{x}_2 \int_{t_k}^{t_{k+1}} \|e^{A_{11}(t_{k+1}-\tau)}\| d\tau \end{aligned}$$

Où $\bar{x}_i = \sup_{t_k < t \leq t_{k+1}} |x_i(t)|_1$

Dans le pire cas pour $\theta_k = \theta_m, \bar{x}_1 = r_2$ et $\bar{x}_2 = r_2$, on obtiens :

$$|x_1(t_{k+1}^+)|_1 \leq (\|Re^{A_{11}\theta_k}\| + \|R\|\|A_{12}\| \int_{t_k}^{t_{k+1}} \|e^{A_{11}(t_{k+1}-\tau)}\| d\tau) r_2$$

Il est toujours possible de trouver une matrice R tel que :

$$|x_1(t_{k+1}^+)|_1 \leq \epsilon'$$

Choisissons par exemple $\epsilon' = \alpha\beta r_1$, avec $\alpha \in [0,1[$ (le choix de α fixe implicitement le θ_m) et $\beta \in [0,1[$ (la contrainte sur β sera donnée ultérieurement), alors :

$$\|R\| \leq \frac{\alpha\beta}{(\|e^{A_{11}\theta_m}\| + \|A_{12}\| \int_{t_k}^{t_{k+1}} \|e^{A_{11}(t_{k+1}-\tau)}\| d\tau)} \frac{r_1}{r_2}$$

Il reste à prouver qu'après le premier reset il est toujours possible d'assurer que

$$|x_1(t_k)|_1 < r_1\beta, \text{ Ceci pour tout } \|x_2(t)\| \leq r_2.$$

D'après (2.18) on a :

$$|x_1(tk)|_1 \leq \|e^{A_{11}\theta_k}\| r_1\alpha\beta + \|A_{12}\| r_2 + \int_{t_k}^{tk+1} \|e^{A_{11}(tk+1-\tau)}\| d\tau, t \in [t_k^+, tk + 1[$$

et par continuité des fonctions, $\exists \theta m$ tel que $\forall \theta k < \theta m$, on a $\forall t \in [t_k^+, tk + 1[$:

$$|x_1(t)|_1 \leq \|e^{A_{11}\theta_m}\| r_1\alpha\beta + \|A_{12}\| r_2 + \int_{t_k}^{tk+\theta_m} \|e^{A_{11}(tk+1-\tau)}\| d\tau \leq r_1\beta \text{ (2.18)}$$

Maintenant, définissons la fonction de Lyapunov quadratique suivante :

$$V_2(x_2(t)) = x_2(t)^T P x_2(t)$$

où P est une matrice symétrique définie positive de dimension appropriée.

Nous avons :

$$\begin{aligned} \dot{V}_2(x_2(t)) &= (A_{21}x_1(t) + A_{22}x_2(t))^T P x_2(t) + x_2(t)^T P (A_{21}x_1(t) + A_{22}x_2(t)) \\ &= x_2(t)^T (A_{22}^T P + P A_{22}) x_2(t) + x_1(t)^T A_{21}^T P x_2(t) + x_2(t)^T P A_{21} x_1(t) \end{aligned}$$

Remarque : la matrice A_{22} est Hurwitz alors il existe une matrice Q définie positive tel que :

$$A_{22}^T P + P A_{22} = -Q$$

D'où :

$$\dot{V}_2(x_2(t)) = -x_2(t)^T Q x_2(t) + 2\|x_1(t)^T A_{21}^T P x_2(t)\|$$

Or

$$x_2(t)^T Q x_2(t) \geq \lambda_{\min}(Q) \|x_2(t)\|^2$$

Où $\lambda_{\min}(Q)$ est la plus petite valeur de Q , elle est réelle et positive (la matrice Q est définie positive) ce qui donne :

$$\dot{V}_2(x_2(t)) \leq (-\lambda_{\min}(Q)\|x_2(t)\| + 2\|x_1(t)\|\|A_{21}P\|)\|x_2(t)\|$$

Ainsi, la dérivée $\dot{V}_2(x_2(t))$ est négative si :

$$\|x_2(t)\| > \frac{2\|A_{21}P\|\|x_1(t)\|}{\lambda_{\min}(Q)}$$

D'après l'étude précédente et l'inégalité (2.18), le cas le plus extrême pour x_1 correspond à $|x_1|_1 = r_1\beta$.

Pour assurer une convergence de x_2 dans la boule de rayon r_1 il faut que l'inégalité

$$\|x_2(t)\| = r_1 > \frac{2\|A_{21}P\|}{\lambda_{\min}(Q)} r_1\beta \quad (2.20)$$

soit vérifiée.

Il est alors possible pour tout $r_1 > 0$ de choisir β tel que (2.19) soit vérifiée, ceci correspond à l'inégalité suivante :

$$\frac{\lambda_{\min}(Q)}{2\|A_{21}P\|} > \beta$$

Nous venons de montrer que \dot{V}_2 était négatif pour tout $\|x_2\| > r_1$ et après le premier reset $|x_1|$ était toujours inférieur à $r_1\beta$ et ceci pour tout θ_k inférieur à θ_m , ce qui

Implique

$$\|x\|_\infty < \sup\{|x_1|_1, \|x_2\|\} \leq r_1$$

Ceci achève donc la preuve.

BIBLIOGRAPHIE

- [1] C. T. Chen:, Linear System, Theory and Design, Third edition, Oxford University Press, 1999.
- [2] J. O'Reilly, Deterministic observers, Mathematics in Sciences and Engineering, Edited by R. Bellman, Univesrity of South California, 1983.
- [3] George Ellis, Observers in control systems, A practical guide. Academic Press, 2002.
- [4] H. Trinh, T. Fernando, Functional observer for dynamical systems, Lecture Notes in Control and Information Scinecs, Springer, Berlin, 2012.
- [5] E. Ostertag: "Commande et estimation multivariable.", Ellipse, 2006
- [6] V. Minzu et B. Lang: « Automatique : commande des systèmes linéaires cours avec application utilisant MATLAB. », Ellipse, 2001.
- [7] K. Boukas : « Systèmes asservis. », Editions de l'Ecole Polytechnique de Montréal, 1995.
- [8] R. Isermann, "Supervision, fault detection and fault diagnosis methods, an introduc- tion", Control Eng. Practice, vol. 5, n°.5, pp. 639{652, 1997.
- [9] M. Blanke, M. Kinnaert, J. Lunze, and M. Staroswiecki, "Diagnostic and fault tolerant control", Springer-Verlag, 2003.
- [10] R. J. Patton et J. Chen, Observer-based fault detection and isolation : Robustness and applications, Control Engineering Practice, Vol. 5 (5), pp. 671-682, 1997
- [11] D. Maquin, B. Gaddouna et J. Ragot, Estimation of Unknown Inputs In Linear Systems, American Control Conference, Vol. 1, pp. 1195-1197,1994.
- [12] S. Bhattacharyya. _Observer design for linear systems with unknown inputs_. IEEE Trans. Autom. Control, pages 483_484, 1978.
- [13] M. Darouach, M. Zasadzinski, et S. J. Xu. _Full-Order Observers for Linear Systems with Unknown Inputs_. IEEE Trans. Autom. Control, tome 39, no 3, pages 606_609, 1994.
- [14] M. Hou et P. Muller. _Design of observers for linear systems with unknown inputs_. IEEE Trans. Autom. Control, tome 37, pages 871_875, 1992.
- [15] Y. Shtessel, C. Edwards, L. Fridman, A. Levant , Sliding Mode Control and Observation, Springer, 2014.
- [16] C. Edwards, S. K. Spurgeon and R. J. Patton, "Sliding mode observers for fault detection and isolation", Automatica, vol. 36, n°. 4, pp. 541-553, 2000.
- [17] Weinmann, A. : Uncertain Models and Robust Control. Springer-Verlag Wien New York, Vienne (1991)
- [18] Z. Yacine "Observateurs pour l'estimation de la dynamique latérale du véhicule et application à la détection de situation critique" Thèse de doctorat, Département Automatique, FGEl, UMMTO, 2016.
- [19] Andrieu and M. Nadri. *Observer design for Lipschitz systems with discrete time measurements.* in the Proceedings of the IEEE Conference on Decision and Control, 6522-6527, 2010
- [20] Y. Khaled *Contribution à la commande et l'observation des systèmes dynamiques continus sous mesures clairsemées*, Thèse de doctorat, université de Cergy-Pontoise,2014
- [21]S. Monaco and D. Normand-Cyrot. *Multirate sampling and zero dynamics from linear to nonlinear.* In Nonlinear Synthesis, 200-213. Birkhäuser Boston, 1997.

- [22] B. targui, O. Hernandez-Gonzales, C-M. Astroga-Zaragoza, G-V. Guerrero-Ramirez, Observer design for a class of Lipschitz nonlinear systems with delayed outputs: time-varying delay, Congreso Nacional de Control, Automatico, AMCA, Cuernavaca, Morelos, Mexico, 2015
- [23] V. Van Assche, T. Ahmed Ali, C. A. B. Hann, F. Lamnabhi-Lagarrigue, High gain observer for nonlinear systems with time varying delayed measurements., 18th IFAC World Congress, Milano, Italy, August 28- September 2, 2011
- [24] A. Mazumdar and A. Barg. *General constructions of deterministic (s)rip matrices for compressive sampling*. IEEE International Symposium on Information Theory (ISIT), 678-682, 2011.
- [25] W. M. Haddad, V. Chellaboina, S. G. Nersesov. *Impulsive and Hybrid Dynamical Systems. Stability, Dissipativity and Control*. Princeton University Press, Princeton, NJ, 2006.
- [26] V. Lakshmikantham, D. Bainov and P. Simeno. *Theory of Impulsive Differential Equation*. World Scientific, 1989.
- [27] D. D. Bainov and P. S. Simeonov. *System with Impulse Effect : Stability, Theory and Applications*. Ellis Horwood (Chichester England and New York), 1989.
- [28] M., Darouach, M., Zazadinski, & S.Xu, (1994). Full-order observers for linear systems with unknown inputs. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 39, 606–609
- [29] M.Darouach, (2009). Complements to full order observer design for linearsystems with unknown inputs. *Applied Mathematics Letters*, 22, 1107
- [30] H. L. Trentelman, A.A. & Hautus, M. (2001). *Control theory for linear systems*. London, UK : Springer.
- [31] J.Daafouz, M. Fliess. & G. Millerioux. Une approche intrinsèque des observateurs linéaires à entrées inconnues. *CIFA 2006*
- [32] H.Niemann, J. Stoustrup, & B.Shafai, (1997). Fault detection using pi observers. In *In Proceedings of CONTROL 97*
- [33] H.Niemann, , J.Stoustrup, , B. Shafai, & S. Beal, (1995a). Ltr design of proportional integral observers. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 671–693.
- [34] P. Borne, G. Dauphin-Tanguy, J. Richard, F. Rotella and I. Zambettakis. *Modélisation et identification des processus*. Tome1, Editions Technip, 1992.
- [35] Y. Khaled, J. Barbot, D. Benmerzouk, Un nouveau type d'observateur im-pulsionnel. Conference Internationale Francophone d'Automatique, Jul 2012, Grenoble, France.2012.
- [36] T. Chen and B. Francis. *Optimal sampled-data control systems*. London :SpringerVerlag, 1995.
- [37] F. Ding, L. Qiu and T. Che. *Reconstruction of continuous-time systems for their non-uniformly sampled discrete-time systems*. *Automatica*, 45(2), 324-332 .2009.
- [38] G. Kreisselmeier. *On sampling without loss of observability/controllability*. *Automatic Control, IEEE Transactions on*, 44(5) :1021-1025, 1999.
- [39] G. Basile and G. Marro. *Controlled and Conditioned Invariants for Linear Systems*. Englewood Cliffs, New Jersey : Prentice Hall, 1992.
- [40] R. Orjuela, B. Marx, J. Ragot et D. Maquin Conception d'un observateur PI pour un multimodèle découplé.

