

**MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE
SCIENTIFIQUE**

UNIVERSITE MOULOU D MAMMERI TIZI-OUZOU



FACULTE DE GENIE ELECTRIQUE ET D'INFORMATIQUE

DEPATEMENT D'ELECTRONIQUE

THESE DE DOCTORAT

SPECIALITE : Electronique

Option : Télédétection

Présenté par :

M^{elle} OUDJEMIA SOUAD

Thème :

Analyse des signaux biomédicaux par des approches multifractales et entropiques : Application à la variabilité du rythme cardiaque fœtal

Devant le jury d'examen composé par :

Mr AMEUR Soltane	Professeur, UMMTO	Président
Mr HADDAB Salah	Maître de conférences A, UMMTO	Directeur
Mr GIRAULT Jean-Marc	HDR, Université de Tours, France	Co-directeur
Mr ZIANI Arezki	Professeur, UMMTO	Examineur
Mr DJEDDI Mabrouk	Professeur, UMBB	Examineur
Mr BOUTKEDJIRT Tarek	Professeur, USTHB	Examineur
Mr DRAI Redouane	Directeur de recherche, CSC Cheraga	Invité

On ne voit bien qu'avec le cœur.

L'essentiel est invisible pour les yeux.

Antoine de Saint-Exupéry, extrait du Petit Prince Chapitre 21.

Remerciements

Avant tout, je remercie Dieu de m'avoir donné la force d'aller jusqu'au bout

Le travail de cette thèse a été effectué au sein de l'université Mouloud Mammeri de Tizi-Ouzou et l'université François Rabelais de Tours.

Tout d'abord, je tiens à remercier le Professeur Soltane Ameer d'avoir accepté de présider ce jury de thèse, ainsi que le Professeur Ziani Rezki, le Professeur Djeddi Mebrouk, le Professeur Boutkedjirt Tarek et le Professeur Draï Redouane d'avoir accepté de faire partie du jury.

Je tiens à remercier mon directeur de thèse le Docteur Salah Haddab pour m'avoir dirigé et aidé pendant cette période de quatre ans dans mon travail de recherche où j'ai beaucoup appris.

Je tiens à remercier mon Co-directeur le Docteur Jean-Marc. Girault qui m'a beaucoup aidé et orienté dans ce travail, il était toujours à mon écoute. Il m'a toujours bien accueilli dans son laboratoire « Signal & Imagerie » de l'équipe 5 de « Imagerie et Cerveau » INSERM U930 à Tours et il m'a toujours considérée comme un membre de son équipe. Je vous remercie énormément pour vos conseils, votre rigueur scientifique et vos valeurs humaines qui m'ont bien guidées. Je vous remercie car vous avez éclairé mon chemin.

Après je veux remercier sincèrement mes collègues de bureau de Tours, pour leurs encouragements et aide scientifiques intéressantes et leur aide pour m'intégrer dans le laboratoire comme un membre : Sébastien MÉNIGOT, Fatima SBEITY, Amira ZAYLAA et Liviu-Tudor CHIRA.

Je tiens à remercier particulièrement le Docteur Stéphane Roux de l'école normale supérieure de Lyon (ENS) de m'avoir accueilli aimablement et pour toutes ses explications et surtout sa disponibilité. Je remercie également sa femme Barbara pour sa gentillesse et son accueil chez eux et toute sa famille.

Je remercie Monsieur Derguini Nour-Eddine, attaché de recherche au CDTA pour son écoute et ses conseils.

Si je regarde maintenant en arrière, je trouve que je n'aurai pas pu terminer cette thèse sans l'aide morale et l'inspiration de plusieurs personnes. Tout d'abord, je tiens à remercier ma chère et merveilleuse mère « Louiza » qui m'a toujours donné la force et le courage d'aller de l'avant. Je remercie également tous mes frères et sœurs.

Je remercie beaucoup mon fiancé « Akli » qui m'a toujours soutenu, encouragé et pour ces conseils et son amour.

A la mémoire de mon père qui n'a pas pu voir ce travail pour lequel il m'a toujours encouragé.

A la mémoire de mon frère « Younes » qui nous a quittés le 29 mai 2014.

A tous mes amis en France et en Algérie.

Je vous remercie !

Résumé

L'objectif de ce travail est d'obtenir des paramètres caractérisant l'activité fœtale (la variabilité du rythme cardiaque fœtal) pour connaître l'état du fœtus durant les différentes phases de la grossesse et essayer d'éviter la souffrance du fœtus qui dans certains cas conduit à sa mort. Le rythme cardiaque fœtal (RCF) est l'un des signaux qui nous renseignent sur l'état du fœtus. La détection des anomalies au niveau de RCF à un stade précoce est très importante. Notre travail consiste à étudier les variations du rythme cardiaque fœtal qui révèlent beaucoup d'informations sur l'état du fœtus. Beaucoup d'études ont prouvé que les analyses linéaires et plus récemment non linéaires pouvaient fortement aider le médecin dans son diagnostic. Par conséquent, cette thèse se concentre sur la quantification des caractéristiques non linéaires de la variabilité du rythme cardiaque fœtal. Afin de réaliser cette quantification, nous avons utilisé des techniques avancées de la dynamique des systèmes non linéaires à savoir les méthodes multifractales et entropiques. Ces méthodes ont été testées sur notre base de données constituée de RCF de fœtus sains et malades. Les résultats obtenus sont très satisfaisants et contribuent à l'amélioration du diagnostic médical.

Mot clé : Analyse multifractale, entropie, complexité, RCF, non-linéarité, irrégularité.

Abstract

The objective of this work is to obtain parameters characterizing fetal activity (fetal heart rate variability) to know the condition of the fetus during the different phases of pregnancy and try to avoid the suffering of the fetus which in some cases led as to his death. The fetal heart rate (FHR) is one of the signals that tell us about the status of the fetus. The detection of abnormalities in FHR at an early stage is very important. Our work is to study variations in fetal heart rate that reveal information about the fetus state. Many studies have shown that linear analysis and more recently nonlinear one could greatly aid the physician in his diagnosis. Therefore, this thesis focuses on the quantification of non-linear characteristics of the fetal heart rate variability. To achieve this quantification, we used advanced techniques of the dynamics of nonlinear systems namely multifractal and entropic methods. These methods are tested to our database composed of healthy and suffering FHR and the results are very satisfactory and contributed to ameliorate the medical diagnostic.

Keyword: Multifractal analysis, entropy, complexity, RCF, nonlinearity, irregularity.

Glossaire

RCF : Rythme Cardiaque Fœtal

VRC : Variabilité du Rythme Cardiaque

CTG: CardioTocoGramme

ECG: ElectroCardioGraphe

Bpm: Battement par minute

NN: Normal to Normal intervals

SDNN: Standard Deviation of NN intervals

SDANN: Standard Deviation of the Averages NN intervals

DSP : Densité Spectrale de Puissance

FFT : Fast Fourier Transform

AR : Auto-Régression

SD: Standard deviation

DFA: Detrended Fluactuation Analysis

MRW: Multifractal Random Walks

FBM : Fractional Brownian Motion

RE : Relative Erreur

Table des matières

Résumé	4
Abstract	5
Glossaire	6
Liste des tableaux	12
Table des figures	13
Introduction générale	19
Chapitre 1 : Surveillance fœtale	22
1.1 Introduction	22
1.2 La circulation sanguine fœtale.	23
1.3 La souffrance fœtale aigue	25
1.4 CardioTocoGraphe (CTG).....	25
1.5 Interprétation du tracé CTG.	26
1.5.1 Analyse visuelle du RCF.....	27
1.5.1.1 Le rythme cardiaque de base.....	28
1.5.1.2 Variabilité du rythme de base.....	29
1.5.1.3 Les accélérations.....	31

1.5.1.4 Les décélérations.....	31
1.5.2 Analyse informatisée du RCF.....	33
1.5.2.1 Systèmes informatisés (anciens et récents)...	33
1.5.2.2 Le rythme cardiaque de base.....	35
1.5.2.3 La variabilité.....	35
1.5.2.4 Les accélérations.....	35
1.5.2.5 Les décélérations.....	36
1.6 Etude de la variabilité du rythme cardiaque.....	36
1.6.1 Le système nerveux autonome.....	36
1.6.1.1 Le système parasympathique.....	37
1.6.1.2 Le système sympathique.....	37
1.6.2 Définition de la variabilité du rythme cardiaque.....	38
1.7 Conclusion.....	40
Chapitre 2 : Méthodes d'analyse de la variabilité du rythme cardiaque	41
2.1 Introduction	41
2.2 Méthodes linéaires	41
2.2.1 Méthodes temporelles	42
2.2.1.1 Statistiques descriptives.....	42
2.2.1.2 Méthodes géométriques.....	44
2.2.2 Méthodes fréquentielles	47
2.2.2.1 Méthodes non paramétriques : la transformée de Fourier rapides.....	48
2.2.2.2 Les méthodes paramétriques : l'auto-régression.....	49

2.2.3 Méthodes temps-fréquence	54
2.2.3.1 Transformée de Fourier à court terme.....	54
2.2.3.2 Pseudo-transformation de Wigner-Ville lissée (PWVL).....	55
2.2.3.3 Transformée en ondelettes.....	56
2.3 Méthodes non linéaires	59
2.3.1 Analyse par modèles en loi de puissance.	61
2.3.2 Analyse entropique	62
2.3.2.1 Entropie approchée (ApEn).....	65
2.3.2.2 Entropie échantillonnée (SampEn).....	65
2.3.2.3 Entropie multi-échelle (MSE).....	67
2.3.3 Analyse fractale.....	68
2.3.3.1 Notion de fractals.....	68
2.3.3.2 Notion de dimension fractale.....	69
2.3.4 Analyse multifractale.....	71
2.3.4.1 Origine du formalisme multifractal.....	72
2.3.4.2 Spectre de singularité.....	72
2.3.4.3 Caractérisation des propriétés de régularité locale des fonctions multifractale: De la caractérisation globale à la caractérisation locale.....	74
2.3.5 Méthodes d'analyse multifractale.....	75
2.3.5.1 Méthode de comptage de boîte (box-counting).....	75
2.3.5.2 Analyse des fluctuations redressées.....	79
2.3.5.3 Méthode basée sur la mesure de longueur.....	80

2.3.5.4 Méthode basée sur la transformée en ondelettes.....	80
2.4 Conclusion.....	82
Chapitre 3 : Contributions dans l'analyse du RCF	83
3.1 Introduction.....	83
3.2 Méthodes d'analyse multifractale proposées.....	83
3.2.1 Analyse multifractale par mesure de longueur.....	85
3.2.1.1 Analyse multi-échelle.....	86
3.2.1.2 Analyse multifractale.....	89
3.2.2 Analyse multifractale basée sur les coefficients dominants (leaders).....	91
3.2.3 Analyse des fluctuations sans tendance (DFA).....	96
3.2.3.1 Algorithme DFA.....	96
3.2.4 Analyse multifractale floue (Fuzzy multifractal analysis)	102
3.2.4.1 Mesure de longueur classique.....	102
3.2.4.2 Concept de la logique floue (Fuzzy logic).....	102
3.2.4.3 Comparaison : la logique floue et la logique classique.....	103
3.2.4.4 Fuzzy pour la mesure de longueur longueur.....	105
3.3 Analyse par entropie.....	111
3.3.1 Les méthodes entropiques proposées.....	111
3.3.1.1 Entropie de similarité multi-échelle.....	112
3.3.1.2 Delta-Fuzzy entropie de similarité.....	116
3.4 Conclusion.....	119
Chapitre 4 : Application aux signaux biomédicaux: signaux RCF	121
4.1 Introduction.....	121

4.2 Base de données.....	121
4.3 Application des méthodes multifractales.....	121
4.3.1 Application de mesure de longueur sur les RCF.....	122
4.3.2 Application de la DFA sur les signaux RCF.....	129
4.3.3 Application des coefficients dominants sur les signaux RCF.....	131
4.3.4 Application de fuzzy longueur sur les signaux RCF.....	133
4.3.5 Discussion des résultats de méthodes multifractales.....	135
4.4 Application des méthodes entropiques.....	136
4.4.1 Application de l'entropie de similarité multi-échelle sur les signaux RCF.....	136
4.4.2 Application de Delta-Fuzzy entropie de similarité sur les signaux RCF.....	139
4.4.3 Discussion des résultats de méthodes entropiques.....	141
4.5 Comparaison des résultats des méthodes multifractales et entropiques.....	142
4.6 Conclusion.....	142
Conclusion générale	144
Bibliographie	146
Annexe A	167
Annexe B	171

Liste des tableaux

3.1 Résumé des différents paramètres d'entropie calculés.....	118
4.1 Erreurs relatives des différents paramètres multifractals calculés par mesure de longueur entre les fœtus sains et malades à différentes échelles.....	129
4.2 Erreurs relatives des différents paramètres multifractals calculés par la méthode DFA entre les fœtus sains et malades à plusieurs échelles.....	131
4.3 Erreurs relatives des différents paramètres multifractals calculés par la méthode des coefficients dominants entre les fœtus sains et malades pour différentes échelles.....	132
4.4 Erreurs relatives des différents paramètres multifractals entre les deux groupes de fœtus pour différentes échelles pour fuzzy longueur.....	134
4.5 Comparaison des valeurs d'erreur relatives calculées par les différentes méthodes multifractales..	136
4.6 Erreurs relatives de l'entropie de similarité et l'entropie échantillonnée à différentes échelles $\alpha = 1, \alpha' = 6$	138
4.7 : Comparaison entre les valeurs de sensibilité et spécificité calculées pour les différents paramètres entropiques.....	142

Table des figures

1.1 Circulation sanguine fœtale	24
1.2 Cardiotocographe.	26
1.3 Tracé du rythme cardiaque fœtal à partir d'un CTG.....	27
1.4 Fréquence cardiaque normale, bradycardie et tachycardie [Sundström et al., 2000]	29
1.5 Différentes type de variabilité (amplitude et périodicité) [Sundström et al., 2000].	30
1.6 Rythme sinusoïdal [Sundström et al., 2000]	30
1.7 Accélération sporadique (S) et accélération périodique (P) [Sundström et al., 2000]	31
1.8 Décélérations uniformes (Le motif est arrondi, la forme est la même) et variables (perte rapide de battements, le motif peut varier) ([Sundström et al., 2000]).....	32
1.9 Décélérations précoces et tardives. Pour les décélérations tardives, le début de la contraction et la baisse dans le RCF est différent ([Sundström et al., 2000]).....	32
1.10 Décélérations simples et complexes. Les décélérations de durée supérieur à 60 secondes sont considérées comme complexes ([Sundström et al., 2000]).....	33
1.11 Les intervalles de R-R entre les complexes QRS.....	39
2.1 Exemple de graphe de Poincaré pour une série de périodes R-R [Louw, 2010].....	45
2.2 Exemples de graphes de Poincaré. Les figures 2(a) et 2(c) représentent des distributions d'intervalles RR normales. Les figures 2(b) et 2(d) représentent des distributions plus complexes et pathologiques [Louw, 2010].....	46
2.3 Deux tachogrammes (a et b) avec leurs spectres de fréquence [European Society of Cardiology et al., 1996].....	51

2.4 Exemple de pseudo-transformation de Wigner-Ville lissée appliquée à la fréquence cardiaque durant un tilt test [Jasson et al., 1997].	56
2.5 Exemple théorique d'application de la transformée en ondelettes [Pichot et al., 1999].	58
2.6 Exemples de pentes de droite d'un modèle suivant une loi de puissance (des fréquences comprises entre 10^{-4} et $10^{-2} Hz$) [Mäkikallio et al., 1998].	61
2.7 Variabilité et complexité [Goldberger et al, 2002].	63
2.8 Simulation des séries temporelles pour l'estimation de l'entropie échantillonnée [Costa et al., 2005].	66
2.9 Entropie multi-échelle : Etape(1) [Girault, 2010].	67
2.10 Longueurs approchées de différentes côtes par LF Richardson [Mandelbrot, 1975].	69
2.11 Exemple d'objet fractal : Le flocon de Koch.	70
2.12 Exemple de recouvrement d'un signal contenant 64 mesures β_k par la méthode des boîtes. a) boîtes de taille $\varepsilon = 2^3$ et b) boîtes de taille $\varepsilon = 2^2$ [Guerreschi, 2013].	76
2.13 Exemple de spectre multifractal avec q le moment d'ordre, $D(q)$ les dimensions fractales et Δ_h la largeur du spectre [Dauphiné, 2011].	78
3.1 Représentation temporelle et spectrale d'un signal synthétique (mouvement brownien fractionnaire). (a) signal d'origine superposé avec ce même signal à l'échelle ($\alpha=8$) et le signal ré-échantillonné à l'échelle ($\alpha=8$). (b) spectre de chaque signal représenté en (a) [Oudjemia et al., 2013c].	87
3.2 Différentes étapes de l'approche multi-échelle pour l'analyse multifractale.	88
3.3 Effet dit multi-échelle sur le calcul des paramètres multifractal d'un mouvement brownien fractionnaire de coefficient de Hurst $H=(0.1,0.5,1)$ et facteur d'échelles $\alpha=(1,3,6)$ [Oudjemia et al., 2013c].	89
3.4 Calcul des coefficients dominants [Oudjemia, 2011].	92

3.5 Comparaison des valeurs de coefficient de Hölder h calculées par les coefficients d'ondelettes dominants ainsi que le biais entre ces valeurs et celles théoriques d'un signal monofractal (FBM) et multifractal (MRW).....	94
3.6 Comparaison des valeurs de τ calculées par les coefficients d'ondelettes dominants ainsi que le biais entre ces valeurs et celles théoriques multifractales (MRW).....	94
3.7 Comparaison des valeurs de H calculées par les coefficients d'ondelettes dominants ainsi que le biais entre ces valeurs et celles théoriques multifractales (MRW).....	95
3.8 Spectre multifractal $D(h)$ d'un signal monofractal (FBM) calculé avec les coefficients d'ondelettes dominants (en rouge) et celui de spectre théorique (en bleu).....	95
3.9 Spectre multifractal $D(h)$ d'un signal multifractal (MRW) calculé avec les coefficients d'ondelettes dominants (en rouge) et celui de spectre théorique (en bleu).....	96
3.10 Principe de la méthode DFA appliqué sur des intervalles inter-battement R-R [Goldberger et al., 2002].....	98
3.11 Comparaison des valeurs de coefficient de Hölder h calculées par la méthode DFA ainsi que le biais entre ces valeurs et celles théoriques d'un signal monofractal (FBM) et multifractal(MRW).....	99
3.12 Comparaison des valeurs de τ calculées par la méthode DFA ainsi que le biais entre ces valeurs et celles théorique multifractal (MRW).....	100
3.13 Comparaison des valeurs de τ calculées par la méthode DFA ainsi que le biais entre ces valeurs et celles théorique multifractal (MRW).....	100
3.14 Spectre multifractal $D(h)$ d'un signal monofractal (FBM) calculé avec la méthode DFA (en rouge) et celui de spectre théorique (en bleu).....	101
3.15 Spectre multifractal $D(h)$ d'un signal monofractal (FBM) calculé ace la méthode DFA (en rouge) et celui de spectre théorique (en bleu).....	101
3.16 Fonction caractéristique.....	104

3.17	Fonction d'appartenance.....	105
3.18	Comparaison des valeurs de coefficient de Hölder h calculés par mesure de longueur et fuzzy longueur ainsi que le biais entre ces valeurs et celles théorique d'un FBM.....	107
3.19	Spectre multifractal $D(h)$ d'un fbm avec mesure de longueur (en rouge) et celui de spectre théorique en(en bleu).....	107
3.20	Spectre multifractal $D(h)$ d'un fbm avec fuzzy longueur (en rouge) et celui de spectre théorique en(en bleu).....	108
3.21	Comparaison des valeurs de coefficient de Hölder h calculées par mesure de longueur et fuzzy longueur avec les valeurs théoriques d'un signal multifractal MRW.....	108
3.22	Comparaison des valeurs d'exposant d'échelle τ calculées par mesure de longueur et fuzzy longueur avec les valeurs théoriques d'un signal multifractal MRW.....	109
3.23	Calcul du coefficient de Hurst moyen (H_{mean}) d'un MRW par une mesure de longueur (en rouge) et fuzzy longueur (en vert).....	109
3.24	Spectre multifractal $D(h)$ d'un MRW avec fuzzy longueur (en rouge) et celui de spectre théorique en(en bleu).....	110
3.25	Spectre multifractal $D(h)$ d'un MRW avec mesure de longueur (en rouge) et celui de spectre théorique en(en bleu).....	110
3.26	Illustration de la différence fondamentale entre l'entropie échantillonnée et l'entropie similarité.....	114
3.27	Entropie de similarité multi-échelle calculé pour des monofractals (en bleu) et multifractals (en rouge).....	115
3.28	Une fonction d'appartenance exponentielle. La forme rectangulaire est obtenue pour $p=\infty$ et la forme gaussienne est obtenue pour $p=2$	117
3.29	Delta Fuzzy entropie de similarité calculé pour des signaux monofractals (en bleu) et multifractals (en rouge).....	119

4.1 Paramètres multifractals de fœtus sains(en bleu) et malades (vert). (a) Fonction de structure $Q(q, \varepsilon)$ en fonction de l'échelle. (b) Exposant d'échelle $\eta(q)$ en fonction de q . (c) l'exposant d'échelle τ en fonction de q	122
4.2 (a) Rythme cardiaque fœtal des fœtus sains. (b) Rythme cardiaque fœtal des fœtus malades.....	123
4.3 Paramètres multifractals de fœtus sains(en bleu) et malades (vert).....	124
4.4 Box plots des représentations des exposants de Hurst pour les différentes valeurs de l'échelle. Fœtus sains(en bleu) et fœtus malade (en rouge).....	126
4.5 Box plots des représentations de $\Delta_h = \max(h) - \min(h)$ en fonction des échelles. Fœtus sains(en bleu) et fœtus malade (en rouge).....	127
4.6 Box plots des représentations de la dimension fractale D en fonction des échelles. Fœtus sains(en bleu) et fœtus malade (en rouge).....	127
4.7 Box plots des représentations Δ_D de la dynamique des dimensions fractales en fonction d'échelles. Fœtus sains (en bleu) et fœtus malade (en rouge).....	128
4.8 Paramètres multifractals calculés par la méthode DFA. (a) Représente la dynamique des coefficients de Hôlder Δ_h . (b) La moyenne de la dimension fractale (D_{mean}). (c) La dynamique de la dimension fractale Δ_D . (d) Le coefficient de Hurst H	130
4.9 Paramètres multifractals calculés par la méthode des coefficients dominants. (a) Représente la dynamique des coefficients de Hôlder Δ_h . (b) La moyenne de la dimension fractale (D_{mean}). (c) La dynamique de la dimension fractale Δ_D . (d) Le coefficient de Hurst H	132
4.10 Paramètres multifractals calculés par la méthode de fuzzy longueur. (a) Représente la dynamique des coefficients de Hôlder Δ_h . (b) La moyenne de la dimension fractale D_{mean} . (c) La dynamique de la dimension fractale Δ_D . (d) Le coefficient de Hurst H	134

4.11 Des signaux RCF (RCF sains et malade).....	137
4.12 Analyse multi-échelle de l'entropie échantillonnée et l'entropie de similarité pour les fœtus sains et malades.....	139
4.13 Boxplot des différentes entropies calculées pour des fœtus sains et malades.....	140
4.14 Courbes de performances de différentes méthodes d'entropie: Probabilité de détection de fœtus malades en fonction de la probabilité de détection de fœtus sains.....	141

Introduction générale

L'objectif de la thèse est d'arriver à détecter les fœtus en détresse en analysant la variabilité du rythme cardiaque fœtal par des méthodes non linéaires puissantes à partir des signaux ultrasonores [Voicu, 2011, Rouvre, 2006].

Avoir un nouveau-né est l'un des événements les plus importants dans notre vie. Après une croissance et un développement intra-utérin, le bébé va s'imposer et continuer sa vie comme un individu indépendant après un long parcours intra-utérin. Actuellement et dans le monde entier, il est à noter un grand nombre de décès des nouveau-nés et même de prématurés chaque année [Care, 2007]. Afin de réduire ce nombre, la surveillance fœtale est nécessaire durant les dernières semaines de la grossesse et pendant la période de travail (ce stade commence quand les contractions se font sentir jusqu'à l'accouchement) [Sundström et al., 2000]. Durant la grossesse, le fœtus peut être atteint d'une insuffisance répétée d'oxygène, ce qui est normal, mais pour les fœtus ayant un mécanisme de défense affaibli, une acidose métabolique pourrait être développée. L'acidose métabolique peut conduire à une invalidité neuro-développementale, la paralysie cérébrale, encéphalopathie néonatale, ou à un décès résultant d'une longue et excessive insuffisance d'oxygène [Singh et al., 1996]. Malgré que le fœtus possède son propre mécanisme de défense qui est activé pour gérer le stress pendant la période du travail, ce dernier reste insuffisant quand la souffrance fœtale dure longtemps, c'est la raison pour laquelle la surveillance fœtale est nécessaire pour détecter rapidement cette souffrance avant que les conséquences à long terme augmentent. Le RCF (Rythme Cardiaque Fœtal) est un indicateur indirect qui permet d'identifier l'acidose et l'hypoxémie [Freeman et al., 2003, Gary et al., 2005] [Rooth et al., 1987].

La surveillance du fœtus à plusieurs étapes de la grossesse peut conduire à l'extraire rapidement par césarienne afin de prévenir une mort certaine et d'éviter des lésions neurologiques du fœtus.

Les approches traditionnelles de la surveillance fœtale consistaient à étudier les changements morphologiques des signaux, c'est à dire le rythme cardiaque de base, la variabilité, accélérations et décélérations. Des méthodes avancées (linéaires) utilisent la théorie statistique du processus linéaire ou des transformations afin d'avoir un meilleur aperçu sur la structure

des données. L'analyse statistique utilisée dans le domaine temporel examine les changements dans les intervalles R-R (intervalle entre deux battements) et évalue ces changements en fonction du temps ou en fonction d'une valeur scalaire. La deuxième méthode est de faire une analyse dans le domaine fréquentiel. L'idée est de faire une décomposition du signal par transformée de Fourier. Les fréquences sont extraites à partir du signal et peuvent être analysées individuellement. Habituellement, le spectre de fréquences est divisé en bandes de fréquences, certaines étant révélatrices d'un état physiologique particulier du comportement du fœtus [Cottin et al., 2004, Cottin et al., 2007] [European Society of Cardiology et al., 1996] [Campbell, 1996].

Les méthodes linéaires malgré qu'elles soient utiles dans l'analyse du rythme cardiaque des fœtus ou des adultes, présentent plusieurs limites pour caractériser complètement la variabilité du RCF.

Pour dépasser ces limites, les chercheurs ont exploité d'autres pistes, les plus prometteuses portent sur l'analyse de la régularité du rythme cardiaque ou plus généralement sur l'analyse de la complexité de la série temporelle [Chillemi et al., 1997, Zak et al., 1997] [Acharya et al., 2006, Akay, 2000, Acharya et al., 2004b] [Acharya et al., 2004a, Akaike, 1974].

Parmi les méthodes non linéaires les plus prometteuses, nous avons opté pour deux approches à savoir les approches entropiques et multifractales. Ces méthodes appliquées déjà sur l'adulte ont été avantageusement adaptées aux fœtus [Xie et al., 2008, Voicu et al., 2012, Ferrario et al., 2006, Ferrario et al., 2009]. D'ailleurs d'après [Ivanov et al., 1999, Sassi et al., 2009] [Goldberger et West, 1987], il semble que la propriété d'autosimilarité soit une caractéristique importante présente dans les séries temporelles cardiaques.

Par conséquent, les outils d'analyse de la dynamique (chaotique ou non) de la série temporelle peuvent être utilisés pour mesurer des propriétés du RCF. Cette thèse porte sur l'analyse automatique des signaux RCF enregistrés à partir de signaux ultrasons [Rouvre, 2006] en France.

L'originalité de ce travail de recherche réside dans l'amélioration de techniques existantes ou dans l'élaboration de nouvelles méthodes non linéaires. Pour atteindre notre objectif, nous avons structuré la thèse comme suit :

- Dans le chapitre 1, nous résumons les problèmes du fœtus et quelques généralités sur le rythme cardiaque fœtal ;

- Dans le chapitre 2, nous présentons un état de l'art des différentes méthodes existantes dédiées à l'analyse de la variabilité du rythme cardiaque. Nous montrons que les outils classiques restent limités et que de nouveaux outils permettent d'obtenir d'avantage d'informations sur une série temporelle complexe. Nous introduisons ainsi les méthodes non linéaires et particulièrement les méthodes multifractales et entropiques ;
- Dans le chapitre 3, nous présentons nos contributions à savoir les méthodes non linéaires fondées sur les méthodes multifractales et les entropies. Les méthodes multifractales proposées sont basées principalement sur une mesure de longueur avec des fonctions d'appartenance ainsi que d'autres méthodes d'analyse multifractale. Pour les méthodes entropiques, nous décrivons deux nouvelles méthodes à savoir l'entropie de similarité multi-échelle et l'entropie de similarité delta fuzzy.
- Dans le chapitre 4, nous présentons les différents résultats obtenus à partir de signaux de la variabilité du rythme cardiaque fœtal (RCF).

Nous terminons avec une conclusion et des perspectives.

Chapitre 1

Surveillance fœtale

1.1 Introduction

L'objectif de la surveillance fœtale est de détecter tout signe de détresse du fœtus pendant toutes les périodes de grossesse afin de pouvoir intervenir précocement. Le bien-être du fœtus dépend surtout des échanges placentaires d'oxygène entre la circulation fœtale et la circulation maternelle. L'oxygène se rend dans tous les tissus du fœtus et compris le cerveau. Ce dernier est particulièrement sensible aux baisses de concentration d'oxygène et réagira en modifiant la fréquence cardiaque fœtale. Le travail est l'une des périodes les plus stressante pour le fœtus, ainsi que pour la mère qui nécessitent une surveillance.

L'une des tâches majeure de la surveillance fœtale est de gérer les événements récurrents qui peuvent causer l'hypoxie qui peut conduire à des conséquences graves pour le développement de l'enfant. Le fœtus a son propre mécanisme de protection physiologique en mesure de soutenir les épisodes hypoxiques répétitifs. Toutefois, si le fœtus n'est pas capable de se protéger ou de récupérer rapidement après l'étape d'hypoxie, alors il pourrait développer une carence en oxygène appelée asphyxie qui pourrait conduire à son tour à une paralysie, encéphalopathie néonatale cérébrale voire même la mort. Des chercheurs ont rapporté la prévalence de l'asphyxie à 0,86 personne pour 1000 naissances vivantes à terme [Pierrat et al., 2005]. De plus, ils ont examiné quatre-vingt-dix nouveau-nés atteints d'encéphalopathie (une maladie de l'encéphale) modérée ou sévère avec une prévalence de 1,64 personne pour 1000 naissances vivantes à terme.

La principale cause de l'encéphalopathie néonatale est l'asphyxie à la naissance (carence générale en oxygène), diagnostiquée dans 52 % des cas. L'asphyxie a été causée pendant

l'accouchement dans 56% des cas, avant l'accouchement dans 13% et après accouchement dans 10 %. Dans 19 % des cas, aucune cause n'a été identifiée au cours de la naissance [Spilka, 2013]. Les facteurs de risque survenant avant l'accouchement ou pendant l'accouchement contribuent à la forte prévalence de l'encéphalopathie néonatale et ainsi à la mortalité périnatale. Les facteurs de risque pendant la période de grossesse qui précèdent les contractions et l'accouchement (Antepartum) sont: la pré-éclampsie, hypotrophie fœtale, prématurité, les grossesses multiples et le diabète. Les facteurs les plus importants sont ceux qui se sont produits pendant l'accouchement, car 56% des cas sont nés avec l'asphyxie qui a été causée pendant l'accouchement. Ces facteurs comprennent: saignements pendant le travail, l'analgésie péridurale, infection intra-utérine, liquide de méconium, naissance post-terme et la césarienne [Care, 2007].

En présence de certains facteurs de risque, la surveillance électronique fœtale est nécessaire pour sauver le fœtus. Pour effectuer cette surveillance, il existe plusieurs techniques pour calculer les paramètres caractérisant l'état du fœtus. Parmi ces paramètres, la variabilité du rythme cardiaque fœtal est actuellement le plus utilisé pour évaluer le bien-être fœtal et aider à la décision d'extraction d'un fœtus présentant une souffrance intra-utérine. Le RCF varie selon divers événements internes et externes qui influencent d'une manière non négligeable sur l'interprétation du RCF.

Le rythme cardiaque fœtal est caractérisé par :

1. Le rythme de base
2. La variabilité
3. Les accélérations
4. Les décélérations

La variabilité du rythme cardiaque de base qui est considérée comme l'une des caractéristiques les plus significatives dans la détection des anomalies explique la raison pour laquelle beaucoup de chercheurs se sont lancés dans son analyse [Tchaumen, 2010].

1.2 La circulation sanguine fœtale

Le sang oxygéné circule à partir de l'aorte maternelle et est distribué aux artères utérines et à la suite aux artères spiralées qui fournissent le sang au placenta. Dans les capillaires minces des membranes, l'échange des gaz et des substrats est effectué. Le système

respiratoire du fœtus est non fonctionnel et le placenta fonctionne comme les poumons du fœtus. Par conséquent, le sang circule vers les poumons par le canal artériel. La même situation s'applique pour le foie, mais avec la différence que le foie fonctionne partiellement et le sang ne circule pas complètement dans le canal veineux.

Toute l'organisation de la circulation fœtale est illustrée dans la Figure 1.1. Le sang oxygéné circule dans le placenta, pénètre dans l'oreillette droite et continue directement vers l'oreillette gauche à travers le foramen ovale. A partir de là, il est pompé vers l'aorte, puis de nouveau le sang revient vers le placenta par les artères ombilicales. Le sang désoxygéné revenant de la partie supérieure du corps entre dans l'oreillette droite est pompé vers le ventricule droit. Puis, après la contraction du ventricule, le sang est pompé à travers par la persistance du canal artériel à l'aorte descendante. Tout dysfonctionnement de la circulation sanguine conduit à la souffrance du fœtus.

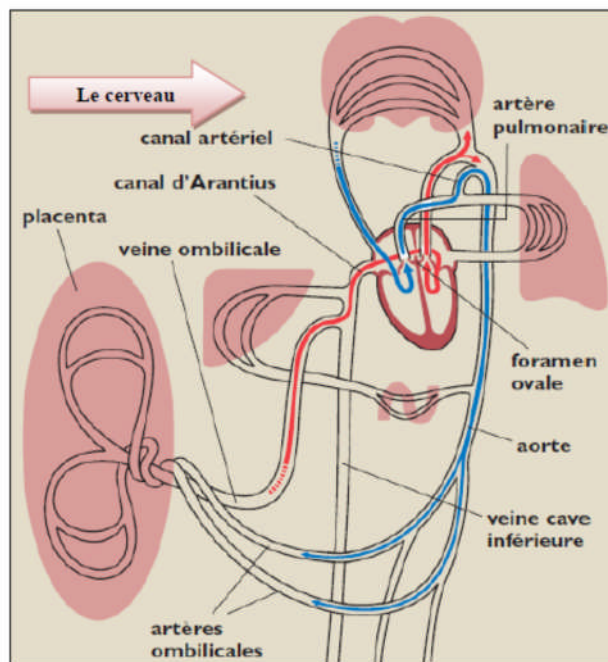


Figure 1.1 : Circulation sanguine fœtale.

1.3 La souffrance fœtale aiguë

La souffrance fœtale aiguë résulte d'une perturbation grave de l'oxygénation fœtale survenant au cours de la période du travail. Il existe trois degrés de carence en oxygène du fœtus qu'on cite ci-dessous avec une gravité croissante :

- L'hypoxémie : Diminution de la teneur en oxygène du sang artériel.
- L'hypoxie : Diminution de la teneur en oxygène atteignant les tissus périphériques.
- L'asphyxie : Carence générale en oxygène et atteinte des organes nobles (cœur, cerveau et surrénales). Il s'agit de la phase ultime responsable de la souffrance fœtale aiguë en l'absence de prise en charge immédiate.

La souffrance fœtale aiguë est définie biologiquement par l'association d'hypoxie, hypercapnie et acidose. L'acidose fœtale est habituellement définie par un pH artériel inférieur à 7,20. Cette valeur est utilisée durant la période de travail comme limite significative d'acidose fœtale in utero (dans l'utérus).

Afin de prévenir ou de détecter cette souffrance fœtale, une analyse du rythme cardiaque fœtal sera effectuée à l'aide de nombreux systèmes électroniques.

1.4 CardioTocoGraphe (CTG)

Le Cardiotocographe ou le monitoring électronique (Figure 1.2) est un appareil qui permet de surveiller et de diagnostiquer les risques d'accidents neurologiques pendant la grossesse, la mort du nourrisson lors de l'accouchement et la détection d'une éventuelle souffrance fœtale nécessitant une intervention (une hypoxie, une asphyxie...).

Cet examen cardiotocographique est utilisé pendant la grossesse à partir de la 28^{ième} semaine ou au cours du travail après la rupture de la poche des eaux.



Figure 1.2 : Cardiotocographe

Le cardiotocographe mesure le rythme cardiaque fœtal dans les deux phases suivantes :

1. Phase de grossesse
2. Phase d'accouchement

Le cardiotocographe est muni de plusieurs capteurs à savoir :

- Un tocomètre qui détecte les contractions utérines.
- Un capteur à ultrasons Doppler posé sur l'abdomen de la mère, permet de détecter le rythme cardiaque fœtal.
- Des électrodes placées sur la tête du fœtus (uniquement après la perte des eaux) permettent d'établir un électrocardiogramme (ECG) fœtal grâce à des filtres électroniques isolant les ondes cardiaques fœtales.

1.5 Interprétation du tracé CTG

L'interprétation du tracé CTG indiquant le rythme cardiaque fœtal (RCF) peut être visuelle ou informatisée. La Figure 1.3 représente un tracé du rythme cardiaque fœtal mesuré par un cardiotocographe (CTG).

Il indique les différents paramètres qui traduisent l'état des fœtus au cours de la grossesse et l'accouchement, citons :

1. Le rythme cardiaque fœtal de base
2. La variabilité
3. Les accélérations
4. Les décélérations
5. Les contractions utérines décrites toujours en bas du tracé du rythme cardiaque.

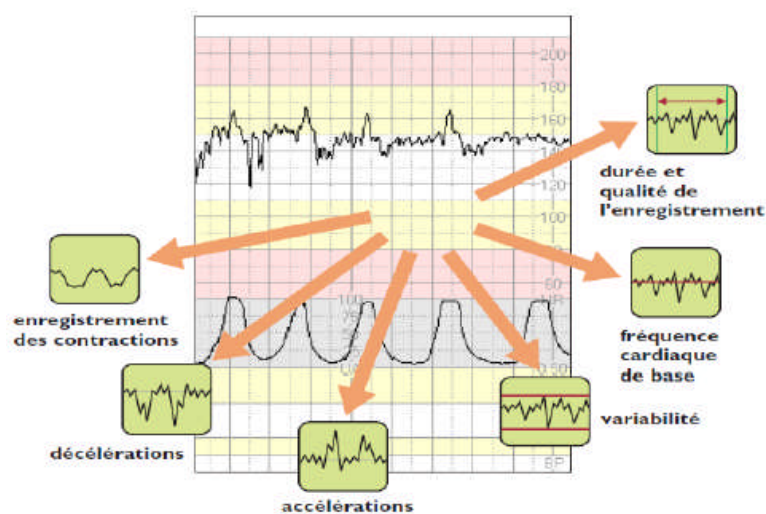


Figure 1.3 : Tracé du rythme cardiaque fœtal à partir d'un CTG

1.5.1 Analyse visuelle du RCF

En raison des variations dues à l'état du sommeil et des activités utérines, la durée de l'enregistrement CTG doit être de 20 minutes au minimum pour qu'une interprétation appropriée de l'information soit possible.

Le rythme cardiaque fœtal peut être enregistré sur une plage comprise entre 50 et 210 bpm (battement par minute) avec un pas de 10 battements par carreau sur l'axe vertical et le temps par minute (une minute par carreau) sur l'axe horizontal. L'activité utérine est analysée sur une échelle allant de 0 à 100 unités relatives quand un tocomètre est employé et entre 0 et 100 mm de mercure si la mesure fait appel à un capteur intra-utérin.

Le temps est indiqué toutes les 10 minutes et la date est imprimée toutes les 30 minutes. L'information relative aux types de capteurs utilisés est indiquée toutes les 30 minutes et à chaque changement.

La mention FECG (pour Fœtal Electrocardiogram, Electrocardiogramme Fœtal) figure sur le tracé, la mention US est imprimée pour les enregistrements externes par ultrasons. TOCO est indiqué sur le tracé si l'enregistrement est obtenu à l'aide d'un capteur externe, alors que la mention IUP (intra-utérin pression) signifie qu'un capteur de pression interne a été employé.

L'évaluation visuelle d'un tracé du rythme cardiaque fœtal doit être effectuée par une personne expérimentée (un gynécologue ou obstétricien) capable de déterminer mentalement à partir d'un cardiotocographe les différents paramètres d'un RCF [Rooth et al., 1987 ; Monitoring, 1997].

Ces paramètres sont modifiés ou variés par divers facteurs à titre d'exemple: l'âge gestationnel, les états comportementaux fœtaux et la maturité du système nerveux central.

L'interprétation visuelle du RCF doit systématiquement prendre en compte les quatre paramètres suivants :

1. Le rythme de base ;
2. La variabilité ;
3. Les accélérations ;
4. Les décélérations.

Le rythme de base et la variabilité sont les caractéristiques de base du tracé. Les accélérations et les décélérations font partie des modifications périodiques du tracé [Tchaumen, 2010].

1.5.1.1 Le rythme cardiaque de base

Le rythme cardiaque fœtal de base est déterminé sur une période de temps de 5 ou 10 minutes lorsque l'accélération et la décélération sont absentes. La fréquence cardiaque de base est dite normale si elle est classée entre 110 et 160 Bpm [Sundström et al., 2000]. La diminution de la fréquence cardiaque fœtale en dessous de 110 bpm est appelée bradycardie et

l'augmentation de la fréquence cardiaque fœtale au-dessus de 150 bpm est appelée tachycardie (Figure 1.4).

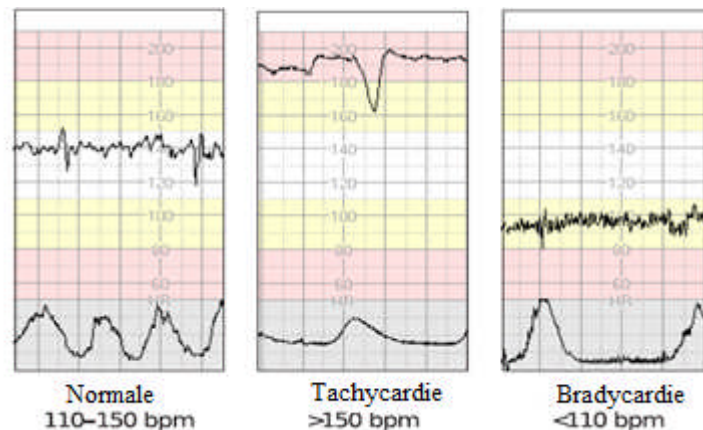


Figure 1.4 : Fréquence cardiaque normale, bradycardie et tachycardie [Sundström et al., 2000].

1.5.1.2 Variabilité du rythme de base

Elle est due à l'interaction entre les systèmes sympathiques (dont l'hyperactivité se traduit par une augmentation de la fréquence cardiaque) et parasympathiques (dont l'activité transmise par le nerf pneumogastrique se traduit par une diminution de la fréquence cardiaque). Ces variations rapides représentées par les irrégularités autour de la fréquence de base donnent un aspect oscillant à la ligne de base. On distingue deux types de variabilité à savoir la variabilité à long terme et variabilité à court terme [Gauge et Henderson, 2007].

1. Variabilité à long terme (VLT) : Elle est caractérisée par l'amplitude et la périodicité des oscillations. L'amplitude est exprimée en battement par minute (bpm) et normalement comprise entre 5 et 25 bpm. On parle de grandes oscillations pour une amplitude supérieure à 25 bpm (rythme saltatoire), de moyennes oscillations pour une amplitude comprise entre 10 et 25 bpm et de petites oscillations pour une amplitude comprise entre 5 et 10 bpm. Lorsque l'amplitude se situe entre 3 et 5 bpm, on qualifie les oscillations de minimales et on parle de rythme plat si elle est inférieure à 2 bpm. Un aplatissement du tracé est hautement significatif d'hypoxie fœtale s'il dure au moins 50% du temps d'un enregistrement. Toutefois, il ne faut pas oublier que cet aspect

peut être normal en cas de sommeil et dans ce cas il ne doit pas dépasser une durée de 40 minutes (Figure 1.5). La périodicité ou fréquence des oscillations s'exprime en nombre d'oscillations ou cycles par minute. Le seuil de normalité est supérieur ou égale à quatre cycles par minutes. Un rythme sinusoïdale (Figure 1.6) est défini par des oscillations très régulières donnant des ondulations arrondies, régulières et symétriques dont la fréquence est stable entre deux et cinq cycles par minute avec une amplitude qui reste entre 5 et 15 bpm [Gauge et Henderson, 2007].

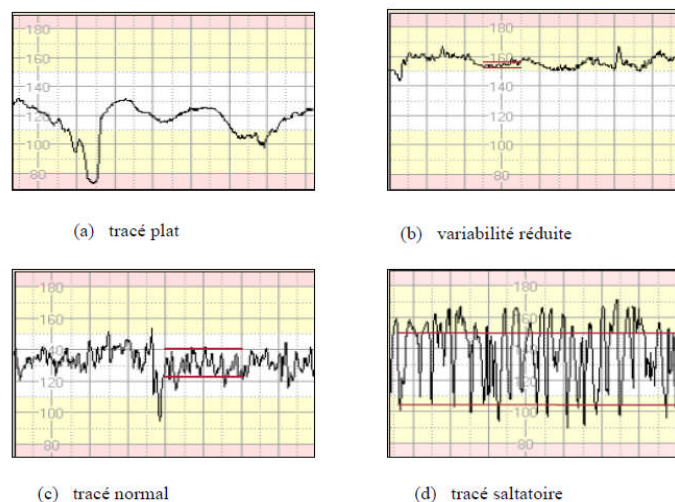


Figure 1.5 : Différentes type de variabilité (amplitude et périodicité) [Sundström et al., 2000] .

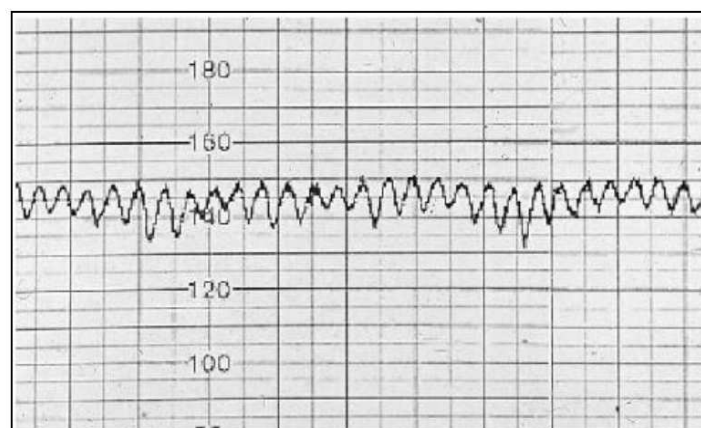


Figure 1.6 : Rythme sinusoïdal [Sundström et al., 2000].

2. Variabilité à court terme (VCT) : Elle évalue les variations de la fréquence cardiaque moyenne entre les périodes qui viennent successivement l'une après l'autre au cours de l'enregistrement du RCF. Pour l'évaluer, il faut utiliser l'analyse informatisée du RCF. L'analyse de l'amplitude des oscillations et de la variabilité du rythme doit être fine car cette variabilité nous renseigne sur l'acidose ou au moins de pré acidose.

1.5.1.3 Les accélérations

Les accélérations correspondent à une augmentation du RCF d'au moins 15 bpm durant au moins 15 secondes. Elles définissent la réactivité du tracé RCF et leurs présences témoignent d'une bonne vitalité fœtale (il en faut au moins 2 par 30 minutes pour qualifier un tracé de réactif et normal). Elles surviennent spontanément après stimulation, pendant les contractions utérines (accélérations périodiques) ou pendant les mouvements actifs (accélérations sporadiques) comme montré dans la Figure 1.7.

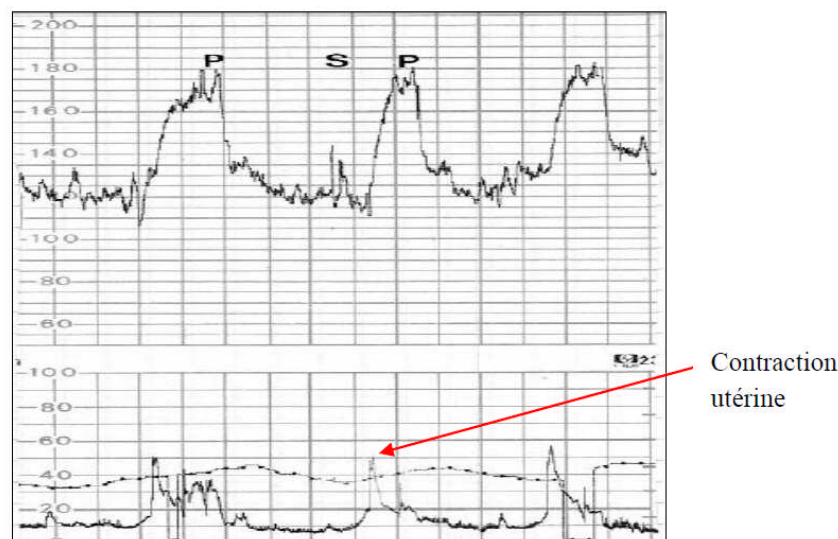


Figure 1.7 : Accélération sporadique (S) et accélération périodique (P) [Sundström et al., 2000].

1.5.1.4 Les décélérations

Les décélérations sont caractérisées par une diminution temporaire du RCF, au-dessous du rythme cardiaque de base et plus de 15 bpm durant au moins 10 secondes. Les décélérations à savoir uniformes ou variables sont liées à l'activité utérine. Les décélérations uniformes ont le même motif et la même forme d'une décélération à l'autre, alors que les décélérations variables peuvent varier d'une contraction à l'autre (Figure 1.8). Les

décélérations uniformes se divisent en décélérations précoces et tardives. Les décélérations précoces représentent une diminution temporaire du RCF qui correspond au début de la contraction. Contrairement aux précédentes, les décélérations tardives sont caractérisées par un décalage entre le début et la fin d'une contraction, ce décalage est de 20 à 30 secondes (Figure 1.9). On notera que seules les décélérations tardives sont reliées à une hypoxie.

Les décélérations variables à savoir simples et complexes ont une forme différente d'une décélération à l'autre. Les décélérations simples sont définies comme des décélérations qui durent moins de 60 secondes et au-dessous de cette valeur, le fœtus est capable de les supporter. Lorsque la durée est supérieure à 60 secondes, on parle de décélération complexe. Dans ce cas, il existe un risque accru d'une hypoxie fœtale (Figure 1.10).

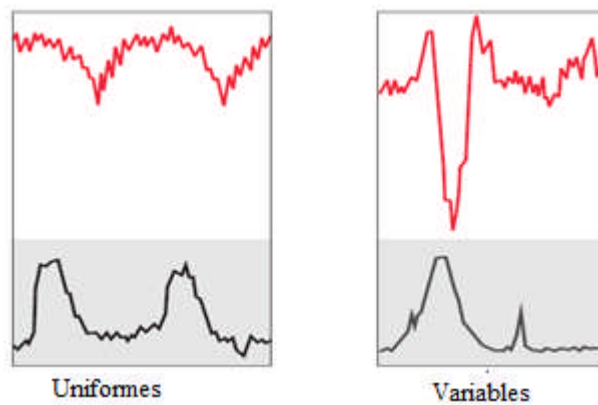


Figure 1.8 : Décélérations uniformes (Le motif est arrondi, la forme est la même) et variables (perte rapide de battements, le motif peut varier) ([Sundström et al., 2000]).

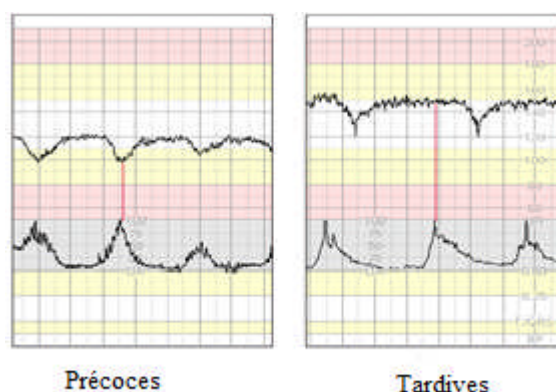


Figure 1.9 : Décélérations précoces et tardives. Pour les décélérations tardives, le début de la contraction et la baisse dans le RCF est différent ([Sundström et al., 2000]).

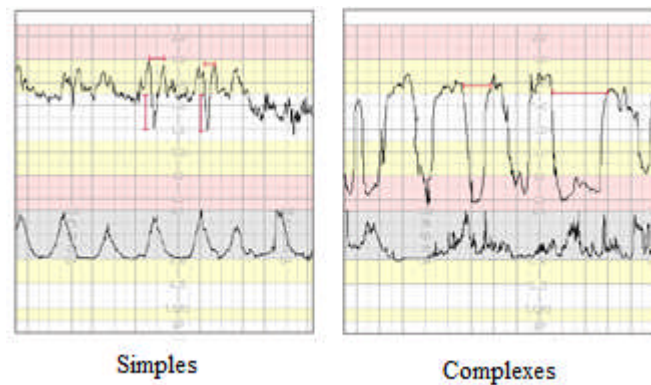


Figure 1.10 : Décélérations simples et complexes. Les décélérations de durée supérieure à 60 secondes sont considérées comme complexes ([Sundström et al., 2000]).

L'analyse standard du RCF notamment dans la surveillance d'un fœtus avec un retard de croissance intra utérin est insuffisante et a de nombreuses limites. L'interprétation du RCF n'est pas fiable en dehors des rythmes strictement normaux et ceux hautement pathologiques avec de nombreux ralentissements.

1.5.2 Analyse informatisée du RCF

L'analyse informatisée du rythme cardiaque fœtal est mise au point par l'équipe du professeur Dawes et par Redman de l'université d'Oxford au Royaume-Uni en 1977 en utilisant une base contenant 8000 cas de grossesses pathologiques [Boog, 2001].

Ces systèmes informatisés sont conçus pour rendre l'interprétation du rythme cardiaque fœtal automatique et simplifier la surveillance fœtale.

1.5.2.1 Systèmes informatisés (anciens et récents)

L'objectif de l'informatisation est de fournir une quantification objective des paramètres du RCF et une reproductibilité dans le temps et entre les observateurs [Boog, 2001].

Différents systèmes informatisés sont développés depuis 1977 et utilisés actuellement en gynécologie alors que d'autres sont encore au niveau de la recherche. On peut citer :

- Système Sonicaid Oxford 8000 : C'est un système automatisé pour l'analyse des tracés antepartum (pendant la grossesse) et développé à l'université « Oxford » entre 1978 et 1989 en utilisant une base de données de 8000 tracés.
- Système Sonicaid Oxford 8002 : C'est la version développée du système Sonicaid 8000 et commercialisée en 1994. Ce système utilise une base de 48339 tracés et il est considéré comme un modèle plus sophistiqué que Sonicaid 8000.
- Système STAN (ECG fœtal) : C'est un système de surveillance fœtale qui veut dire ST ANalyses (analyse du segment ST), développé et commercialisé par la société « Néovinta » médicale AB depuis 2000. Ce système utilise le signal de l'électrocardiogramme (obtenu grâce à une électrode spirale posée sur le scalp du fœtus) pour acquérir le segment ST (Segment qui commence à la fin du complexe QRS et se termine au début de l'onde T du graphe ECG). Une analyse du segment ST indique le fonctionnement du muscle cardiaque fœtal (le myocarde). L'observation d'un petit décalage du segment ST indique le risque d'acidose. La stratégie du système STAN entraîne une diminution significative du nombre de nouveau nés atteints d'acidose et permet d'éviter les interventions inutiles. L'ancienne version du STAN est STAN 8801 et la version actuelle est STAN S21.
- Système Sisporto : C'est un système d'analyse automatisés des tracés antepartum et intrapartum (pendant l'accouchement) du cardiotocographe. SisPorto est développé par INEB (Institut National d'Ingénierie Biomédicale) à l'université de « Porto » (Portugal) en 2000. L'ordinateur n'étudie pas le tracé RCF battement par battement. Il segmente chronologiquement ce tracé en périodes dont chacune étant égale à $1/16^{\text{ème}}$ de minute. L'ordinateur calcule ensuite la valeur moyenne du RCF pour chaque période, le résultat étant exprimé en temps (millisecondes (ms) par pulsation) et à partir de celui-ci, on obtient les valeurs de VLT et VCT. Pour exprimer la fréquence cardiaque en ms, il suffit de diviser 60000ms (1minute) sur la fréquence cardiaque à 120 bpm, le cœur effectue un battement toute les 500ms et pour une fréquence à 160 bpm, il effectue un battement toute les 375 ms. L'ordinateur calcule aussi la durée moyenne entre 2 battements (le plus élevé et le plus bas) en millisecondes (ms) [Tchaumen, 2010].

1.5.2.2 Le rythme cardiaque de base

Le RCF est moyenné à partir des périodes de faibles variations et représente le nombre de battements par minutes (bpm) pour éviter les erreurs dues aux accélérations ou aux décélérations. La fréquence est comprise entre 116 et 160 bpm [Boog, 2001].

1.5.2.3 La variabilité

Classiquement, lors de l'analyse visuelle les oscillations du RCF sont classées selon leur fréquence par minute et selon leur amplitude. L'analyse informatisée permet de différencier la variabilité à long terme ((VLT) qui correspond aux oscillations visibles à l'œil nu) et la variabilité à court terme ((VCT) qui correspond aux fluctuations battement par battement) au sein des périodes de 3.75 seconde et qui est invisible à l'œil nu.

- a) La variabilité à long terme (VLT) : La VLT pour chaque minute est l'écart en milliseconde entre la plus haute et la plus basse valeur des 16 périodes de la minute étudiée.
- b) La variabilité à court terme (VCT) : La VCT évalue les variations de la fréquence cardiaque moyenne entre les périodes qui viennent successivement l'une après l'autre au cours de l'enregistrement RCF [Racine-Thibaud, 2006].

La VCT est la mesure des micros fluctuations du RCF qui ne peut être faite à l'œil nu. Elle ne dépend pas de la ligne de base, elle reste donc valable même dans les tracés complexes pour lesquels la ligne de base est difficile à établir que ce soit à l'œil nu ou par ordinateur.

Mathématiquement la VCT est la moyenne divisée par deux écarts successifs des valeurs de la fréquence cardiaque fœtale moyenne (exprimée en millisecondes) entre les périodes successives étudiées.

L'ordinateur élimine les décélérations et les accélérations pour calculer la VCT moyenne d'un tracé [Tchaumen, 2010].

1.5.2.4 Les accélérations

Une augmentation de 10 ou 15 bpm au-dessus de la ligne de base pendant plus de 15 secondes. Un tracé CTG normal devrait présenter aux moins deux accélérations sur une période de 20 minutes [Racine-Thibaud, 2006].

1.5.2.5 Les décélérations

Elles sont définies soit par une diminution de 10 bmp au-dessous de la ligne de base pendant plus de 60 secondes, soit par une diminution de 20 bmp au-dessous de la ligne de base pendant plus de 30 secondes.

L'ordinateur comptabilise les accélérations caractérisées par une perte en battement cardiaques fœtaux supérieure à 20 battements par décélération (elles sont exprimées en battement perdus) [Racine-Thibaud, 2006].

Notre étude va se focaliser sur l'analyse de l'un des paramètres du rythme cardiaque qui est la variabilité.

1.6 Etude de la variabilité du rythme cardiaque

Cette section porte sur la variabilité du rythme cardiaque (VRC). Avant de définir la VRC, nous exposerons d'abord les branches du système nerveux autonome (le système qui contrôle les fonctions respiratoires, digestives et cardiovasculaires) qui innervent le cœur et influencent le rythme et ses contractions.

1.6.1 Le système nerveux autonome

On peut comparer sommairement le système nerveux dans son ensemble à une boîte de contrôle ou à un ordinateur de bord. Le système nerveux est divisé en cinq parties : le cerveau (la boîte noire), la moelle épinière (canal de communication), les nerfs périphériques (perception de l'environnement et envoi du signal d'action), le système nerveux entérique (contrôlant l'activité du tube digestif) et le système nerveux autonome [Pocock et Richards, 2004]. Dans le cadre de notre étude, c'est principalement le système nerveux autonome que nous discuterons.

Le système nerveux autonome régule l'action des organes internes. Il s'agit d'un contrôle involontaire. Il est divisé en deux parties. D'une part, le système nerveux sympathique, qui prépare l'organisme à l'action et d'autre part le système nerveux parasympathique qui a une fonction moins énergique car il agit comme une fonction de restauration face aux agressions. L'origine des nerfs sympathiques et parasympathiques se situe dans les ganglions autonomes paravertébraux [Pocock et Richards, 2004].

Le système nerveux autonome régit également d'autres fonctions de l'organisme et module l'activité des vaisseaux sanguins, soit par la vasodilatation ou la vasoconstriction. Son activité varie en fonction de l'information que le cerveau reçoit.

De nombreux organes comme le cœur, présentent une double innervation; sympathique et parasympathique. Or, les effets des deux branches du système nerveux autonome sont antagonistes. Leurs actions interagissent constamment : l'influence parasympathique est restreinte par l'influence sympathique et vice-versa. La modulation nerveuse sur le cœur entraîne une modification de la fréquence cardiaque, qu'on appelle effet chronotrope.

On doit garder en tête que le rythme cardiaque est aussi influencé par un contrôle hormonal véhiculé grâce à la circulation sanguine, mais le contrôle hormonal est moins rapide et moins puissant que le contrôle nerveux direct [Pocock et Richards, 2004, Pocock et Richards, 2004a]. Il a d'ailleurs été suggéré qu'une régulation anormale du système nerveux autonome constitue un processus biologique menant aux arythmies et aux événements cardiovasculaires lors du stress [Bhalta et Stepotoe, 2007]. Ainsi, on a déjà rapporté une augmentation d'événements cardiovasculaires à la suite de tremblements de terre [Leor et al., 1996] et lors d'importantes compétitions sportives [Wilbert et al., 2008].

1.6.1.1 Le système parasympathique

Les fibres parasympathiques innervent l'œil, les glandes salivaires, l'intestin, les poumons et le cœur. C'est le nerf vague qui innerve le cœur. L'influence parasympathique est modulée par la relâche d'acétylcholine [Pocock et Richards, 2004]. L'activité parasympathique ralentissant le rythme cardiaque est appelée effet chronotrope négatif. L'action parasympathique agit en inhibant le nœud sinusal : elle freine ainsi le rythme sinusal intrinsèque et réduit également le niveau d'excitabilité des fibres du nœud auriculo-ventriculaire. Chez une personne au repos, le rythme cardiaque est normalement sous l'influence majeure du tonus parasympathique au moyen du nerf vague. Dans le cas où celui-ci est sectionné, la fréquence cardiaque augmente, car l'influence parasympathique n'a plus d'impact chronotrope négatif [Pocock et Richards, 2004, Pocock et Richards, 2004a].

1.6.1.2 Le système sympathique

Les ganglions sympathiques sont situés en périphérie de la colonne vertébrale jusqu'au coccyx. Les fibres nerveuses sympathiques y prennent naissance. Ces fibres vont innerver les organes tels que le gros intestin, le foie, la trachée et bien sûr le cœur. De plus,

elles innervent les muscles lisses des vaisseaux sanguins, les muscles piloérecteurs et les glandes sudoripares [Pocock et Richards, 2004]. L'influence sympathique est modulée par la relâche d'adrénaline et de noradrénaline. L'activité sympathique qui augmente la fréquence cardiaque et la force de contraction du myocarde est dite chronotrope positive. La stimulation maximale peut pratiquement multiplier par trois la fréquence cardiaque au repos. Les mécanismes qui sous-tendent l'effet chronotrope positif de la modulation sympathique ne sont pas clairement élucidés. On sait néanmoins que le temps de conduction à travers le nœud auriculo-ventriculaire est réduit [Pocock et Richards, 2004a].

À l'exercice, l'inhibition exercée par le tonus parasympathique cardiaque diminue. Cela permet ainsi une augmentation de l'activité du sympathique, ce qui résulte en une élévation de la fréquence cardiaque [Pocock et Richards, 2004, Pocock et Richards, 2004a].

1.6.2 Définition de la variabilité du rythme cardiaque

À partir des années 1980, des données suggèrent un lien entre le système nerveux autonome et le développement d'arythmies fatales [Lown, 1979, Schwartz et Stone, 1982] d'où l'intérêt de développer des marqueurs quantitatifs de l'activité autonome. C'est également dans les années 1980 que la VRC s'est avérée être un indicateur indépendant pour prédire la mortalité à la suite d'un infarctus du myocarde [Kleiger et al., 1987].

Depuis les années 1990, la mesure de la VRC est de plus en plus utilisée, car elle semble être un marqueur simple et accessible de l'activité autonome cardiaque. C'est en 1996 que la Société européenne de cardiologie et la North American Society of Pacing and Electrophysiology ont publié les lignes directrices sur les standards de mesure, l'interprétation et l'utilisation clinique de la VRC [European Society of Cardiology et al., 1996]. Il est à noter qu'il n'y a pas eu de mise à jour depuis.

Pour bien définir la VRC, nous devons prendre certains éléments en considération.

Le rythme d'un cœur sain n'est pas tout à fait régulier. Il est le résultat de la réponse physiologique à plusieurs facteurs comme le stress physique et mental. De plus, les intervalles entre deux battements cardiaques consécutifs varient en fonction de la respiration, de la régulation de la pression artérielle, de la thermorégulation, du cycle circadien et d'autres facteurs [Stein et al., 1998]. L'intervalle entre deux battements cardiaques consécutifs se calcule dans une perspective temporelle, soit en millisecondes (ms). Lors de l'analyse de la VRC, seuls les battements cardiaques normaux, c'est-à-dire ceux qui proviennent d'une

conduction sinusale, sont considérés. Il s'agit des intervalles qu'on appelle normal-à-normal (R-R). Il est aussi possible de mesurer les influences de la respiration, de la régulation de la pression artérielle, de la thermorégulation, du cycle circadien et d'autres facteurs sur le rythme cardiaque au moyen de la VRC puisque celle-ci se définit par une oscillation dans les intervalles normal-à-normal, c'est-à-dire entre des battements cardiaques consécutifs normaux (sans arythmie) [European Society of Cardiology et al., 1996]. C'est ainsi que les légers changements de la durée, exprimés en millisecondes, entre les battements peuvent être perçus. Ces fluctuations de la fréquence cardiaque permettent d'obtenir des informations sur l'activité du système nerveux cardiaque autonome, car on se souvient qu'il augmente et ralentit le rythme de la conduction cardiaque. La Figure 1.11 illustre ces intervalles.

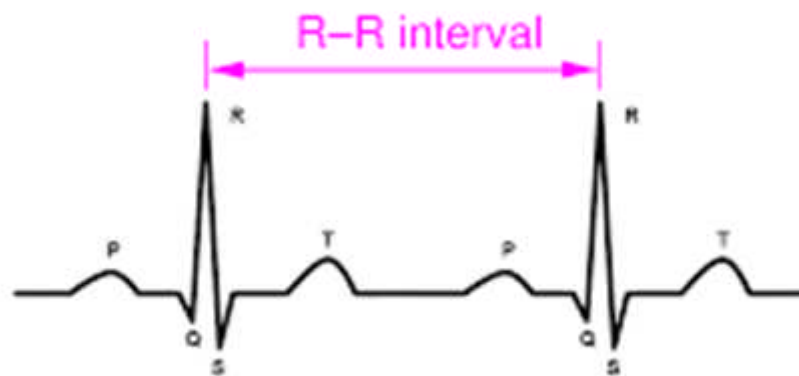


Figure 1.11 : Les intervalles de R-R entre les complexes QRS

La variabilité des intervalles contiennent des informations qui peuvent être utiles à la surveillance fœtale d'où leurs analyse dans l'évaluation de l'état de fœtus.

La variabilité du rythme cardiaque peut être étudiée soit par le calcul d'indices statistiques dans le domaine temporel, soit par l'analyse spectrale dans le domaine fréquentiel [European Society of Cardiology et al., 1996]. Comme décrits auparavant, 2 types de variabilités existent à savoir la variabilité à court terme (battement par battement) qui représente les changements rapides de la fréquence cardiaque et celle à long terme. C'est surtout la variabilité à long terme qui est utilisée lorsqu'il s'agit de suivre une pathologie telle que l'hypertension. Une variabilité à court terme accrue semble associée à des lésions plus avancées.

Pour la surveillance fœtale, nous allons quantifier les oscillations responsables de la variabilité à court terme des mesures continues (battement par battement) du rythme cardiaque.

Les représentations temporelles et fréquentielles d'un signal peuvent ne pas être suffisantes pour répondre à certaines problématiques vues la complexité et la non stationnarité de certains signaux, par exemple pour différencier un fœtus sain d'un fœtus pathologique. Il peut alors être intéressant de représenter le signal à étudier avec d'autres méthodes dans le but d'acquérir de nouvelles informations contribuant à la détection des sujets en détresse.

La variabilité du rythme cardiaque est considérée comme un des signaux physiologiques qui présente une grande complexité. Afin de quantifier cette dernière, les chercheurs ont recours aux méthodes non linéaires comme l'entropie et les fractales.

1.7 Conclusion

La variabilité est un indicateur important de l'oxygénation fœtale et par conséquent de sa détresse. Pour évaluer l'état du fœtus d'une façon continue, une analyse automatique de la variabilité semble être la meilleure solution.

Dans le prochain chapitre, nous allons décrire en détails les méthodes temporelles, fréquentielles, tempo-fréquentielles et non linéaires appliquées à l'analyse des signaux de la variabilité du rythme cardiaque ainsi que leurs avantages et inconvénients.

Chapitre 2

Méthodes d'analyse de la variabilité du rythme cardiaque

2.1 Introduction

Nous allons aborder dans ce chapitre les différentes méthodes utilisées pour extraire le maximum d'information à partir du rythme cardiaque sur lequel nous n'avons, à priori aucune information complémentaire. Le travail consiste alors, à analyser ce signal afin de reconnaître et d'en extraire les paramètres.

Nous utilisons, pour cela, un certain nombre d'outils mathématiques qui semblent bien adaptés à l'étude des phénomènes complexes et multi-échelles. Nous allons montrer dans les sections suivantes qu'il existe des outils récents et peu utilisés dans l'analyse des séries physiologiques. Les premiers travaux qui ont supposés que ces signaux étaient stationnaires n'ont pas permis de caractériser efficacement les phénomènes biologiques étudiés d'où le recours aux méthodes non linéaires.

Nous allons décrire les méthodes linéaires (classiques) à savoir les méthodes temporelles, fréquentielles et tempo-fréquentielles puis les méthodes non linéaires qui décrivent les variations à court terme du rythme cardiaque. Ce dernier est considéré en général comme non stationnaire, c'est à dire que ses propriétés statistiques (moyenne, variance, ...) varient dans le temps.

2.2 Méthodes linéaires

Les méthodes linéaires analysent les variations dans les intervalles entre deux battements consécutifs. Pour analyser ces données, nous utilisons des méthodes statistiques dans le domaine temporel tel que les moments d'ordre 1 et 2. D'autres approches s'appliquent au

spectre de fréquence par l'utilisation de plusieurs transformées. Dans cette section, nous allons présenter les méthodes linéaires existantes à savoir les méthodes temporelles, fréquentielles et tempo-fréquentielles qui ont comme objectif l'analyse de la variabilité du rythme cardiaque en général et le rythme cardiaque fœtal en particulier.

2.2.1 Méthodes temporelles

L'analyse de la variabilité du rythme cardiaque (VRC) peut être effectuée dans le domaine temporel en mesurant les durées entre les intervalles R-R normaux et leur déviation standard (écart-type) sur l'ECG. Les valeurs obtenues des intervalles R-R sont ensuite représentées graphiquement en fonction du temps, ce qui donne une courbe appelée Tachogramme ou Histogramme de la fréquence cardiaque (FC) où chaque unité temporelle n correspond $S(n)$ qui désigne le temps entre le n ème et le n ème+1 pic de l'onde R du tracé de l'ECG. L'analyse du Tachogramme est l'un des fondements de l'étude de VRC. L'analyse temporelle offre un reflet global de la balance vagosympathique et s'applique essentiellement aux longues périodes (24 heures).

L'analyse temporelle est influencée à la fois par les activités sympathique et parasympathique. Elle représente un outil clinique utile pour la détection globale des perturbations de l'activité autonome.

Les intervalles de temps définis entre deux ondes caractéristiques de l'ECG fournissent d'importants indicateurs pour le diagnostic de maladies cardiaques car ils sont le reflet de processus physiologiques. Par exemple, l'intervalle R-R, représentatif de la période cardiaque est généralement obtenu en détectant le pic de l'onde R. Pour sa grande amplitude, la détection de cette onde est la plus accessible et nous permet souvent de segmenter l'ECG avant d'estimer toute autre onde [Shaikh, 2012].

Divers paramètres statistiques peuvent en outre être calculés à partir de l'intervalle R-R ou de la différence entre les intervalles R-R adjacents par des méthodes descriptives ou géométriques. Ces différents paramètres ont été définis et standardisés en 1996 [European Society of Cardiology et al., 1996].

2.2.1.1 Statistiques descriptives

A partir des données recueillies (par exemple, une succession de valeurs de périodes R-R), des calculs statistiques simples peuvent être effectués. Deux types de calcul sont alors

possibles, le premier est fondé sur des mesures directes des périodes R-R et le second sur les différences entre les périodes R-R. Ces méthodes de traitement statistique peuvent être employées afin d'étudier la variabilité des paramètres cardiovasculaires à longue durée (au-delà de 24 heures) ou à courte durée lors de différentes activités telles que le repos, le sommeil et l'exercice [Louw, 2010].

a. Mesure directe des périodes R-R

A partir des intervalles entre deux battements (intervalle R-R), plusieurs paramètres peuvent être calculés à savoir [European Society of Cardiology et al., 1996]:

- NN : la moyenne des intervalles entre deux battements cardiaques (Normal to Normal, NN, en ms)
- SDNN : Ecart-type des intervalles R-R (NN) normaux sur l'ensemble de la période d'enregistrement. Il renseigne sur la variabilité globale. Il est l'un des paramètres les plus utilisés de la variabilité de la fréquence cardiaque dans le domaine temporel. Le calcul exact du SDNN nécessite un enregistrement où sont exclus les battements ectopiques et les artéfacts. En effet, les intervalles erronés issus de ces événements peuvent artificiellement augmenter le SDNN (151). Au moins 18 heures de données utilisables sont alors souvent nécessaires sur un enregistrement de 24 heures.
- SDANN : Ecart-type de la moyenne des intervalles R-R issue de segments de 5 minutes sur toute la période d'enregistrement. Ce paramètre renseigne sur la variabilité à long terme. Il est moins influencé par la qualité de l'enregistrement (battements ectopiques, artéfacts ...) que le SDNN.
- SDNN index : moyenne des écarts-types de l'intervalle R-R sur des segments de 5 minutes, pendant toute la période d'enregistrement. Il renseigne sur la variabilité à court terme.

b. Différence entre les périodes R-R

A partir des différences entre les intervalles R-R, plusieurs paramètres peuvent être calculés à savoir [European Society of Cardiology et al., 1996]:

- NN50 : nombre d'intervalles R-R successifs dont la différence est supérieure à 50ms.

- SDSD : Ecart-type de la différence entre les intervalles R-R successifs.
- pNN50 : NN50 divisé par le nombre total d'intervalles NN, valeur exprimée en pourcentage.
- RMSSD : racine carrée des différences au carré des intervalles R-R successifs.

Ces paramètres sont le reflet de la variabilité haute fréquence, principalement d'origine parasympathique de la fréquence cardiaque et sous l'influence de la respiration.

SDNN, SDANN et RMSSD sont les mesures recommandées par la Task Force of the European Society of Cardiology et the North American Society of Pacing Electrophysiology pour étudier la variabilité de la fréquence cardiaque dans le domaine temporel [European Society of Cardiology et al., 1996].

Ces indices constituent donc une méthode non invasive pour étudier la réponse cardiaque à la stimulation du système nerveux autonome. Ils constituent une approche globale de l'influence du système nerveux autonome.

Il convient cependant de souligner quelques précautions méthodologiques. Beaucoup de ces indices dépendent de la longueur de l'enregistrement. Il est donc nécessaire de standardiser cette longueur afin de pouvoir comparer ces différents paramètres. Par conséquent, il est donc impératif de ne comparer ces paramètres que pour une longueur d'enregistrement identique.

D'autres mesures de dispersion sont aussi possibles mais leur utilisation reste pour l'instant plus restreinte (variance, coefficient de variation, déviation absolue par rapport à la médiane, coefficient d'asymétrie-étirement (ou coefficient de Skewness), coefficient d'aplatissement (ou coefficient de Kurtosis).

Bien que toutes ces mesures permettent d'étudier la VRC, elles ne sont pas interchangeables et ne reflètent pas nécessairement une physiologie similaire. Par exemple, le SDNN est liée à la puissance totale (variance), alors que les deux RMSSD et pNN50 détectent des oscillations à haute fréquence (HF)

2.2.1.2 Méthodes géométriques

De nombreuses méthodes graphiques ont été proposées pour caractériser la variabilité du rythme cardiaque. La plus utilisée est le graphe de Poincaré comme le montre l'exemple ci-dessous (Figures (2.1) et (2.2)). Le principe consiste à représenter en abscisse chacun des intervalles R-R et en ordonnée l'intervalle R-R qui le précède. Il s'agit donc d'un ensemble de

points de coordonnées (RR_{n-1}, RR_n) . Ce nuage de points se traduit par une forme ellipsoïdale [Louw, 2010].

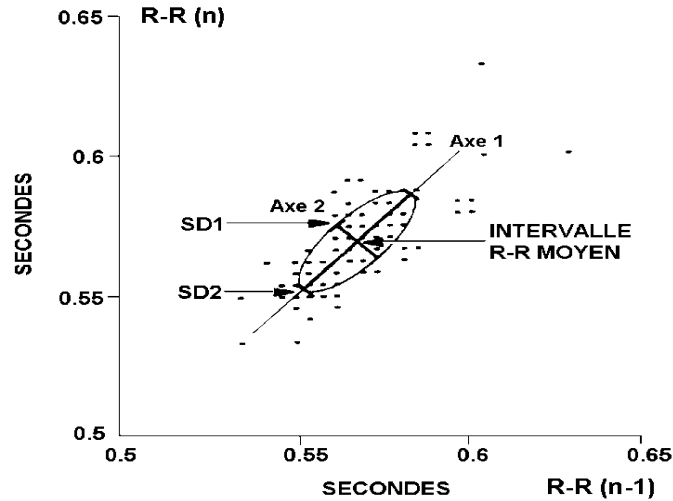


Figure 2.1 : Exemple de graphe de Poincaré pour une série de périodes R-R [Louw, 2010].

Le graphe de Poincaré peut permettre de détecter les battements cardiaques ectopiques (des battements du cœur irréguliers qui entraînent des variations dans le pouls normalement régulier) qui figureront complètement en dehors du nuage de points. Il permet une appréciation visuelle, qualitative de la variabilité de la fréquence cardiaque en fonction de la forme du nuage de points et de la dispersion des points mais également une évaluation quantitative de la variabilité par le calcul des indices SD1 et SD2.

SD1 et SD2 sont deux paramètres du Poincaré Plot. SD2 est l'écart type de la projection du Poincaré Plot sur une ligne identique ($y = x$) et SD1 est l'écart type de la projection du Poincaré Plot sur une ligne perpendiculaire à la ligne identique ($y = -x$) [Piskorski et Guzik, 2005].

En construisant, à partir du nuage de points, une ellipse imaginaire dont l'axe longitudinal passe par l'origine, SD2 est alors la longueur de l'ellipse et reflète plutôt la variabilité globale alors que SD1 est sa largeur et reflète plutôt la variabilité instantanée. Le rapport SD1/SD2 peut alors être facilement calculé et permet de caractériser l'importance de la variabilité instantanée par rapport à la variabilité totale des périodes R-R.

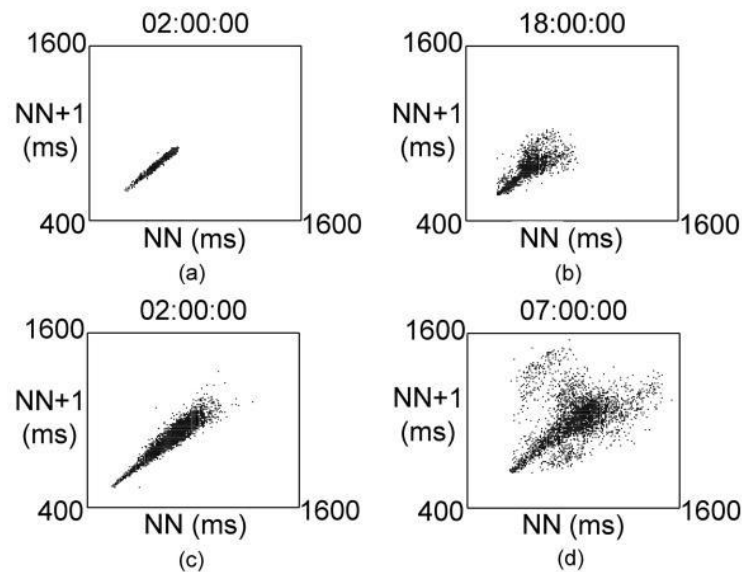


Figure 2.2 : Exemples de graphes de Poincaré. Les figures 2(a) et 2(c) représentent des distributions d'intervalles RR normales. Les figures 2(b) et 2(d) représentent des distributions plus complexes et pathologiques [Louw, 2010].

De nombreuses études cliniques ont évalué la variabilité de la fréquence cardiaque à l'aide de ces méthodes temporelles en utilisant SDNN pour mesurer la variabilité globale, SDANN pour la variabilité à long terme et RMSSD pour la variabilité à court terme. L'enseignement de ces études est globalement, qu'une réduction de la variabilité de la fréquence cardiaque, mesurée à partir des méthodes temporelles, est associée à une augmentation de la morbi-mortalité au cours des cardiopathies ischémiques [Van Hoogenhuyze et al., 1991, Rich et al., 1988], des cardiomyopathies dilatées [Tuininga et al., 1994], de l'insuffisance cardiaque [Szabó et al., 1997, Ponikowski et al., 1997], après infarctus du myocarde [Singh et al., 1996, Zuanetti et al., 1996] et chez les sujets âgés [Tsuji et al., 1994].

Des mesures temporelles de la variabilité cardiaque ont, de même, été utilisées pour évaluer les traitements par β -bloquants (des médicaments utilisés dans les pathologies cardiaques) après infarctus du myocarde [Lurje et al., 1997], les angioplasties coronaire [Osterhues et al.,

1998], pour mieux identifier les patients coronariens à risque d'arythmies [Dimmer et al., 1998] ou pour étudier le bénéfice d'un traitement anti-arythmique [Malik et al., 2000].

Les mesures statistiques de la variabilité du rythme cardiaque offrent l'avantage de simplicité et peuvent apporter de réelles informations pronostic (estimation de l'évolution d'une maladie) sur les patients. En contrepartie, elles s'avèrent très sensibles au biais de la non-stationnarité des signaux. Par ailleurs, une baisse des écart-types calculés (SDNN par exemple) est souvent associée à une augmentation de la fréquence cardiaque de base ce qui rend délicate la comparaison de l'écart-type des intervalles R-R moyen (SDNN) entre deux échantillons ayant des fréquences cardiaques de base différentes. Ces méthodes restent une approche assez grossière de la variabilité puisque deux séries de données avec des moyennes et écart-types comparables peuvent avoir des comportements très divers en termes de variabilité. Enfin, la fréquence cardiaque comme beaucoup de signaux physiologiques varie selon certaines fréquences. Or, les méthodes temporelles ne fournissent aucune information sur les fréquences de variabilité de l'intervalle R-R ni sur l'amplitude de sa variabilité pour une fréquence donnée.

Ces limites des méthodes temporelles ont amené à l'utilisation des méthodes fréquentielles qui permettent d'évaluer simultanément la fréquence et l'amplitude de la variabilité des signaux et qui ont été appliquées à l'ECG fournissaient alors de précieuses informations physiologiques mais aussi pronostiques [Louw, 2010].

2.2.2 Méthodes fréquentielles

Depuis les années 60, de nombreuses méthodes d'analyse spectrale autrement dit d'analyse en fonction des fréquences d'oscillations du signal ont été utilisées pour étudier la variabilité des paramètres cardiovasculaires. L'étude effectuée par [Kay et Marple Jr, 1981] décrit de manière quasi exhaustive de nombreuses techniques applicables à l'analyse spectrale. Les méthodes d'analyse spectrale consistent en une décomposition de la variation totale des séries de données en composantes fréquentielles qui peuvent être représentées sous la forme d'une densité spectrale de fréquence. Le spectre de puissance dans une bande de fréquence donnée peut être quantifié par l'aire sous la courbe de la fonction densité à l'intérieur de la bande de fréquence choisie. L'analyse de la densité spectrale de puissance (DSP) permet de savoir comment cette puissance est distribuée en fonction de la fréquence des oscillations du signal étudié. Indépendamment de la méthode étudiée, seule une estimation de la DSP réelle du signal sera obtenue grâce à des algorithmes mathématiques

spécifiques. Le théorème de Parseval énonce que l'intégration de la puissance spectrale totale d'un signal est égal à sa variance. Les deux méthodes d'analyse spectrale les plus communément employées pour l'étude de la variabilité à court terme des paramètres cardiovasculaires sont la transformée rapide de Fourier (FFT) et le modèle d'auto-régression (AR) [Louw, 2010].

2.2.2.1 Méthodes non paramétriques : la transformée de Fourier rapides (FFT)

La conversion d'une analyse temporelle en une analyse fréquentielle a été rendue possible par une transformation mathématique développée il y a deux siècles par le mathématicien français Jean-Baptiste Joseph Fourier (1768-1830). C'est en étudiant la distribution de la chaleur le long de l'anneau d'une ancre initialement chauffée au rouge que Fourier élabora une partie de son théorème sur les séries trigonométriques. Son travail fut publié en totalité en 1822 et réécrit des années plus tard [Fourier, 1888]. C'est ainsi que naquit l'analyse harmonique qui permit la mise en œuvre de nombreuses applications telles que l'étude du mouvement des marées ou l'activité des taches solaires. L'idée fondamentale de la théorie de Fourier suppose que chaque signal stationnaire peut être décomposé en une somme de sinusoides simples de fréquences croissantes. Ainsi, la transformation de Fourier est une opération mathématique qui consiste à décomposer une fonction selon ses fréquences de même qu'un prisme décompose la lumière en couleurs [Louw, 2010]. Elle transforme une fonction $x(t)$ dépendant du temps en une fonction $X(f)$ dépendant de la fréquence. Cette nouvelle fonction qui exprime l'amplitude des sinus et des cosinus correspondant à chaque fréquence contenue dans la fonction originale s'appelle transformée de Fourier de la fonction originale x .

$$X(f) = \langle x(t), e^{2i\pi ft} \rangle, \quad (2.1)$$

Où $\langle \rangle$ représente le produit scalaire.

Ce qui est équivalent à :

$$X(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) e^{-2i\pi ft} dt \quad (2.2)$$

En outre, de par la dualité temps-fréquence, le signal d'origine $x(t)$ peut être retrouvé à partir de la transformée de Fourier inverse:

$$x(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} X(f) e^{2i\pi ft} df \quad (2.3)$$

Plus d'un siècle plus tard en 1965, James Cooley et John Tukey définissent la transformée de Fourier rapide (en anglais Fast Fourier Transform (FFT)). La FFT est un programme informatique permettant de transformer un signal temporel en signal fréquentiel en faisant l'économie d'un grand nombre d'opérations en regard de la méthode classique fondée sur la discrétisation de l'intégrale de Fourier. La FFT réduit de n^2 à $n \log_2(n)$ le nombre de calculs nécessaires pour effectuer la transformée de Fourier. Plus n est grand plus le gain en rapidité de calcul est impressionnant.

La FFT s'applique aux signaux stationnaires (dont le spectre fréquentiel varie peu au cours d'une période temporelle limitée) constitués d'un nombre de valeurs égal à une puissance de 2. Les signaux constituant les périodes R-R qui oscillent d'une manière régulière dans certaines conditions et sur de courtes périodes d'enregistrement ont permis de les considérer comme étant stationnaires.

Dans les études de la variabilité à court terme des paramètres cardiovasculaires en général, il s'agit généralement des séries de $256 = 2^8$, $512 = 2^9$ ou $1024 = 2^{10}$ valeurs. La représentation spectrale donne en abscisse, une échelle de fréquence et, en ordonnée, un nombre proportionnel à l'amplitude de l'oscillation. Une oscillation constituée par une sinusoïde simple ne donnera, après analyse spectrale, qu'un pic seul. Le signal est constitué par la somme de deux sinusoïdes simples, le spectre se limitera alors aux deux pics correspondant à la fréquence des sinusoïdes et dont l'ordonnée respective sera proportionnelle à l'amplitude de chacune des sinusoïdes. Il en est de même pour l'analyse spectrale de la fréquence cardiaque. En effet, la fréquence cardiaque est décomposée en deux oscillations principales. La première est lente (LF pour low frequency) de période environ 10 secondes (0.1 Hz) correspondant à l'onde de Mayer et la seconde est plus rapide (HF pour high frequency) synchrone de la ventilation dont la période se situe, généralement, dans des conditions de repos, entre 12 et 18 cycles par minute (0.2 à 0.3 Hz).

Cette décomposition de la variabilité dans le domaine fréquentiel nous fournit des informations sur la distribution de la densité spectrale de puissance (la variance des intervalles R-R) en fonction de la fréquence [Louw, 2010].

2.2.2.2 Les méthodes paramétriques : l'Auto-Régression

La différence principale entre la Transformée de Fourier Rapide (FFT) et l'Auto-Régression réside dans la façon de considérer les données. La FFT part du principe que les

séries de données ne contiennent que des composantes déterministes alors que l'auto-régression distingue les composantes déterministes des composantes stochastiques. Le spectre obtenu par FFT contient les pics déterminés pour toutes les particularités temporelles du signal. Avec la technique de l'auto-régression les données temporelles sont utilisées dans le but d'identifier le meilleur ajustement possible à un modèle prédéterminé dont les pics ont été choisis à l'avance. Le spectre résultant aura ainsi une forme finale dérivée de ce modèle d'ajustement. Cette technique regroupe les données spectrales autour des pics les plus significatifs tentant ainsi d'en exclure le bruit contenu dans le signal tandis que la FFT y englobe toutes les valeurs spectrales. Ainsi dans son application la plus basique, la FFT pourrait être considérée comme une méthode descriptive et l'auto-régression plus proche d'une méthode stochastique ou statistique. Dans la pratique, cette différence est réduite par l'utilisation d'algorithmes de lissage ou de filtrage pour stabiliser la variabilité estimée à partir de la FFT. Bien que les deux méthodes présentent des avantages et des inconvénients divers, elles ont aussi bien des points communs et conduisent en pratique à des résultats équivalents [Constant et al., 2002, Parati et al., 1995] si, toutefois, le signal cardiovasculaire traité est stationnaire et si le modèle d'ajustement de type auto-régression a été choisi convenablement [Louw, 2010]. .

Un exemple est donné dans la Figure 2.3 qui montre deux tachogrammes (a et b) avec, en abscisse, le nombre de battements cardiaques (1 à 256) et en ordonnée la période R-R correspondant à chaque battement. Les Figures (2.3 c) et (2.3 d) représentent, respectivement, les spectres de fréquence des tachogrammes (a) et (b) réalisés par une méthode paramétrique autorégressive alors que les spectres (e) et (f) ont été calculés à partir des mêmes tachogrammes à l'aide d'une méthode non paramétrique (FFT). On peut constater la différence d'aspect des spectres obtenus à partir des deux méthodes fréquentielles. La méthode paramétrique donne un spectre qui a l'aspect plus lisse au regard de celui obtenu avec une FFT [European Society of Cardiology et al., 1996].

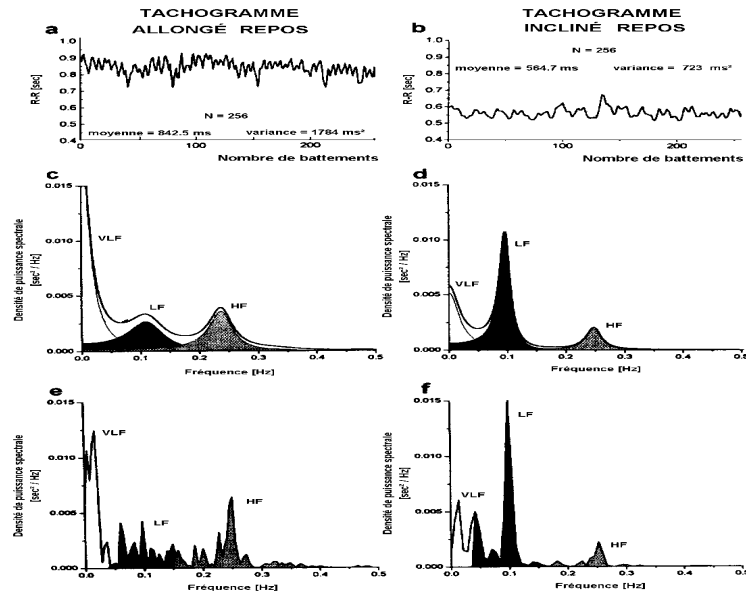


Figure 2.3 : Deux tachogrammes (a et b) avec leurs spectres de fréquence [European Society of Cardiology et al., 1996].

Les avantages des méthodes paramétriques par rapport à la FFT sont :

1. L'aspect lissé des spectres de puissance où les harmoniques principaux peuvent être facilement distingués (Figure 2.3).
2. Le post-traitement des données spectrales permettant de séparer les bandes de fréquences [Low frequency (LF) et High frequency (HF)] qui peut être réalisé facilement par automatisation des calculs.
3. Une estimation précise de la DSP peut être calculée même avec un petit nombre de valeurs lorsque le signal est considéré comme stationnaire.

L'inconvénient majeur des méthodes paramétriques réside dans l'obligation de vérifier la validité et la complexité du modèle choisi. Ainsi, les résultats obtenus dans une bande de fréquence peuvent différer d'une manière très importante si l'on change de modèle d'auto-régression [Kashyap, 1980]. D'autre part, pour utiliser cette méthode il faut impérativement avoir une idée sur les pics de variabilité que l'on doit trouver de manière à choisir un modèle approprié, il s'agit donc, avant tout, d'une méthode quantitative plus que qualitative.

L'analyse spectrale de la fréquence cardiaque a été décrite pour la première fois par Sayers en 1973 [SAYKRS, 1973]. Cette analyse a permis ensuite d'explorer la contribution des

systèmes nerveux sympathique et parasympathique ou du système rénine angiotensine-aldostérone à la variabilité du rythme cardiaque [Akselrod et al., 1981]. Elle s'est imposée comme une méthode quantitative très sensible et de plus non invasive pour l'exploration des mécanismes de contrôle cardio-vasculaire. L'analyse spectrale a été aussi appliquée à l'étude d'autres signaux physiologiques constituant une précieuse technique d'investigation clinique [Campbell, 1996]. Cette analyse permet d'obtenir une courbe représentant la densité spectrale de puissance des différentes fréquences composant le signal. Par la mesure de l'aire sous la courbe des bandes spectrales étudiées, on obtient donc une quantification de la variabilité qui facilite les comparaisons entre sujets ou groupes de sujets. Sur des enregistrements du rythme cardiaque de deux à cinq minutes, l'analyse spectrale révèle ainsi trois pics principaux identifiés par convention comme suit: un pic VLF (very low frequency) de fréquence $\leq 0,04$ Hz, un pic LF (low frequency) de fréquence comprise entre 0,04 et 0,15 Hz et un pic HF (high frequency) de fréquence comprise entre 0,15 et 0,4 Hz. Des enregistrements plus longs par exemple de 24 heures permettent de mettre en évidence des fréquences de variabilité plus basse et de faire ressortir alors une bande VLF de fréquence comprise entre 0,003 et 0,04 Hz) et une bande ULF (ultra low frequency) de fréquence $\leq 0,003$ Hz [European Society of Cardiology et al., 1996]. La mesure de puissance des composantes VLF, LF et HF est habituellement exprimés en valeurs absolues (ms^2). LF et HF peuvent aussi l'être en valeurs dites normalisées, ce qui correspond à la puissance de la bande de fréquence considérée divisée par la puissance totale du spectre moins VLF (LF normalisée = $(LF/LF+HF) \times 100$; HF normalisée = $(HF/LF+HF) \times 100$). Les valeurs ainsi normalisées et le rapport LF/HF permettent alors de quantifier, certes de façon simplifiée, la contribution sympathique et vagale à la variabilité de la fréquence cardiaque [European Society of Cardiology et al., 1996].

Il existe une bonne corrélation entre ces mesures de variabilité par analyse spectrale et celles obtenues par des méthodes temporelles comme par exemple chez des patients coronariens après infarctus du myocarde [Bigger Jr et al., 1992]. Bien que de nombreuses études [Akselrod et al., 1981], [Kamath et Fallen, 1992, Malik et al., 2000] et [Pagani et al., 1986, Pagani et al., 1997, Stein et al., 1998] aient démontré la contribution majeure du système nerveux autonome à la variabilité de la fréquence cardiaque, celle-ci n'est pas toujours bien corrélée à l'évaluation directe du tonus sympathique, par exemple au cours de l'insuffisance cardiaque [Notarius et al., 1999]. La tendance actuelle de la littérature est de considérer que la variabilité cardiaque est liée à de multiples facteurs physiologiques et non seulement au tonus

autonome. Néanmoins, ce point fait encore l'objet de discussions entre physiologistes [Parati et al., 2006, Taylor et Studinger, 2006]. Si la classification de la variabilité cardiaque en bandes spectrales d'intérêt (VLF, LF et HF) telle qu'explicité ci-dessus facilite les études cliniques et physiologiques, elle reste toutefois arbitraire car la variabilité dans une bande spectrale donnée pouvant dépendre de plusieurs paramètres physiologiques. Il est ainsi classique de considérer que ULF reflète la variabilité liée aux rythmes circadiens, VLF celle liée aux circuits de régulation thermique et hormonaux, LF dépendant des systèmes nerveux sympathiques et parasympathiques et HF essentiellement du système parasympathique [Stauss, 2003]. Bien que les mécanismes physiopathologiques impliqués dans la variabilité cardiaque, selon ces différentes bandes spectrales, ne soient pas toujours élucidés ou univoques mais il existe de nombreuses études qui ont démontré une relation directe entre perte de variabilité et gravité des pathologies cachées. La perte de variabilité est d'autant plus grande que la pathologie est sévère au cours de l'hypo-volémie [Triedman et al., 1993], l'insuffisance cardiaque [Bonaduce et al., 1999], l'hypertension artérielle [Mussalo et al., 2001], les cardiopathies ischémiques [Van Boven et al., 1998], l'infarctus du myocarde [Poulsen et al., 2001], l'insuffisance rénale chronique [Axelrod et al., 1987] ou la neuropathie autonome associée au diabète [Lishner et al., 1987].

L'analyse spectrale a également été utilisée pour l'étude de la variabilité de la fréquence cardiaque en réanimation. Ainsi, des études [Yien et al., 1997] ont évalué, dans le temps, la variabilité de la fréquence cardiaque et de la pression artérielle par analyse spectrale chez des patients admis en réanimation et ont pu montrer qu'une augmentation de la puissance spectrale totale des composantes LF étaient associées à une amélioration clinique et à la survie, tandis qu'une diminution progressive de la puissance spectrale était associée à une aggravation clinique et à la mortalité [Yien et al., 1997]. Une baisse de la puissance spectrale totale des composantes LF ainsi que du rapport des puissances spectrales LF/HF a été également corrélée à la gravité de l'évolution ultérieure, aux défaillances d'organes et à la mortalité chez des patients admis pour un sepsis (une infection générale grave de l'organisme par des germes pathogènes) aux urgences [Barnaby et al., 2002] et en réanimation [Korach et al., 2001].

L'avantage des méthodes fréquentielles provient de la simplicité de l'algorithme utilisé (FFT le plus souvent) et de la rapidité des logiciels informatiques désormais disponibles de type HRV analysis, téléchargeables sur internet et qui permettent une analyse très rapide des signaux. Le principal inconvénient, est en revanche, la nécessité de traiter des signaux

stationnaires. Or, si les signaux cardio-vasculaires peuvent parfois se révéler stationnaires sur de courtes durées, des enregistrements plus longs s'avèrent souvent non stationnaires et il peut donc être nécessaire de vérifier la stationnarité d'un signal avant de lui appliquer une analyse spectrale [Weber et al., 1992]. Par ailleurs, les méthodes fréquentielles sont plus sensibles que les méthodes temporelles à la présence de bruit, artéfacts et nécessitent donc une analyse visuelle soignée du signal pour les corriger. Enfin, il convient de garder à l'esprit que : les changements de posture, d'intensité d'activité ou d'état de vigilance peuvent modifier les densités spectrales en LF et HF [Furlan et al., 1990] ce qui implique la nécessité de contrôle de tous ces facteurs à fin d'aboutir à la standardisation des conditions d'enregistrement.

Le manque d'information d'ordre temporel est un autre inconvénient des méthodes fréquentielles. Un signal peut en effet, varier d'une fréquence f_0 à un instant t_0 à une fréquence f à un instant t . Les méthodes fréquentielles permettront de détecter les deux fréquences d'oscillation f et f_0 mais sans que l'on puisse savoir laquelle correspond à un instant donné et donc sans possibilité de détecter les changements de fréquence. C'est la raison pour laquelle différentes méthodes tempo-fréquentielles ont progressivement été développées [Louw, 2010]. .

2.2.3 Méthodes tempo-fréquentielles

2.2.3.1 Transformée de Fourier à court terme

Pour pallier à la limitation de la FFT, il est possible d'utiliser la transformée de Fourier à fenêtre glissante, appelée aussi à court terme (Short-Time Fourier Transform, STFT), qui permet d'obtenir une représentation temps-fréquence et donc de localiser les fréquences dans le temps. Elle consiste à multiplier le signal à analyser x par une fenêtre w de taille fixe qui est translatée le long de ce signal. Le contenu fréquentiel de x peut alors être déterminé localement.

Ainsi, pour un signal x comprenant N échantillons sa transformée de Fourier discrète à court terme ($X(k)$) s'écrit :

$$X(k, m) = \sum_{n=0}^{N-1} x(n)w(n - m)e^{-2i\pi k \frac{n}{N}} \quad (2.4)$$

Avec la fenêtre w centrée en m .

Néanmoins, du fait du principe d'incertitude de Heisenberg, ce que nous gagnons en précision temporelle est perdu en précision sur les fréquences. Ainsi, plus la fenêtre est fine (courte), plus la résolution temporelle est bonne mais plus nous perdons en résolution fréquentielle.

L'utilisateur doit donc décider quelle est la part de précision temporelle et fréquentielle dont il a besoin. Outre cet inconvénient, les transformées de Fourier à court terme ne permettent pas de retrouver le signal original car celui-ci a été pondéré par la fenêtre de filtrage. Deux autres méthodes à savoir les ondelettes et la pseudo-transformation de Wigner-Ville lissée, peuvent pallier à ces inconvénients en rendant possibles l'analyse du signal à la fois en temps et en fréquence [Louw, 2010].

2.2.3.2 Pseudo-transformation de Wigner-Ville lissée (PWVL)

La transformation de Wigner-Ville introduite en mécanique quantique par Wigner en 1932 puis appliquée au traitement des signaux par Ville en 1948 permet de transformer un signal $x(t)$ exprimé en fonction dépendant à la fois du temps et de fréquence [Louw, 2010]. On atteint ainsi une représentation temps-fréquence dite bilinéaire dont la projection sur l'axe du temps est la puissance instantanée du signal et la projection sur l'axe des fréquences est la densité spectrale d'énergie (exemple de la figure 2.4 ci-dessous qui montre une pseudo-transformation de Wigner-Ville lissée appliquée à la variabilité du rythme cardiaque durant un tilt test, le volontaire sain respirant à une fréquence de 0,25 Hz imposée par un métronome. Les graphes tridimensionnels représentent selon deux échelles de temps différentes la puissance spectrale de la variabilité de la fréquence cardiaque durant 10 minutes (a) ou 1 minute (c) en position allongée et de même à droite (b et d) en position debout [Jasson et al., 1997]).

La transformation de Wigner-Ville présente, en théorie, la meilleure précision des représentations actuelles, supérieure, notamment aux transformées de Fourier à court terme. Cependant, l'inconvénient de cet outil est l'apparition de termes dits d'interférences qui peuvent, dans certains cas, nuire à la lisibilité de la représentation obtenue en raison de l'apparition d'oscillations imprévisibles liées à l'interaction entre les différentes composantes temps-fréquence du signal étudié. Ces dernières sont la conséquence indirecte de la propriété de bilinéarité de la distribution. Il est possible de pallier à cet inconvénient en rajoutant à la représentation un lissage fréquentiel (Pseudo Wigner-Ville) ou à la fois temporel et fréquentiel (Pseudo Wigner-Ville lissée) au prix d'une perte acceptable de résolution.

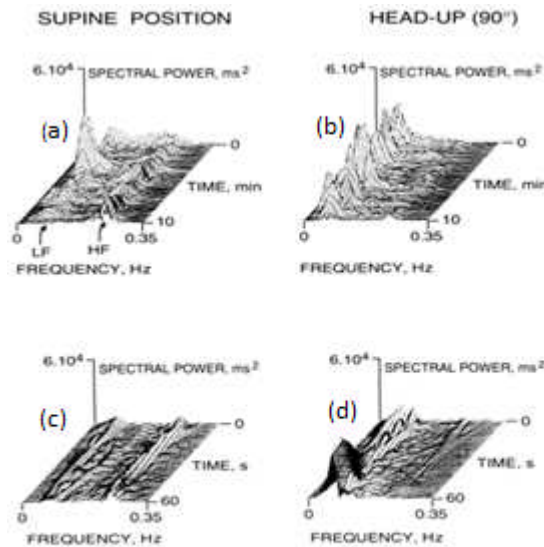


Figure 2.4 : Exemple de pseudo-transformation de Wigner-Ville lissée appliquée à la fréquence cardiaque durant un tilt test [Jasson et al., 1997].

La pseudo-représentation de Wigner-Ville lissée a notamment été utilisée pour analyser la variabilité de la fréquence cardiaque au cours d'études cliniques sur la balance sympatho-vagale ou chez les sportifs [Cottin et al., 2004, Cottin et al., 2007].

2.2.3.3 Transformée en ondelettes

La transformée en ondelettes est apparue au début des années 1980 et a été introduite sous sa forme primitive par le géophysicien Jean Morlet travaillant pour ELF Aquitaine, cherchait à analyser les signaux sismiques artificiels réfléchis par les couches de roches pétrolifères [Louw, 2010]. Le développement du formalisme de la transformée en ondelettes continue en une dimension fut le fruit de la collaboration de Morlet et Grossmann aux alentours de 1984. Initialement définie en une dimension, son extension en plusieurs dimensions a été effectuée par Meyer vers 1985. Les résultats ont abouti à mettre des bases mathématiques solides faisant apparaître la notion de base orthogonale (Y. Meyer 1985),

d'analyse multi résolution [Mallat, 1989, Mallat 1989a, Mallat, 1989b]. La transformée en ondelette est décrite comme suit :

$$T^{ond} f(a, b) = \frac{1}{\sqrt{a}} \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) \psi\left(\frac{t-b}{a}\right) dt \quad (2.5)$$

Dans cette expression, a est le facteur d'échelle et b le paramètre de translation. La variable a joue le rôle de l'inverse de la fréquence : Plus a est petit moins l'ondelette (la fonction analysante) est étendue temporellement, donc plus la fréquence centrale de son spectre est élevée. On peut également interpréter cette expression comme une projection du signal sur une famille de fonction analysantes $\psi_{a,b}$ construite à partir d'une fonction mère ψ conformément à l'équation suivante :

$$\psi_{a,b}(t) = \frac{1}{\sqrt{a}} \psi\left(\frac{t-b}{a}\right) \quad (2.6)$$

Le développement des ondelettes discrètes a ensuite pris son essor à partir de 1986 par les contributions de Daubechies [Daubechies, 1988]. De ces travaux naquit le concept d'analyse multi-résolution. A l'origine Morlet s'est inspiré de l'analyse de Fourier à court terme proposée 30 ans plus tôt qui malheureusement présente les inconvénients exposés précédemment : choix d'une bonne résolution en temps au détriment des basses fréquences et inversement. Au lieu de garder fixe la taille de la fenêtre et de faire varier le nombre d'oscillations à l'intérieur de cette fenêtre, Morlet fit l'inverse : il garda constant le nombre d'oscillations et fit varier la taille de la fenêtre l'étirant ou la comprimant comme un accordéon. L'ensemble des ondelettes sur lequel est bâtie l'analyse est obtenu à partir d'une ondelette mère par dilatation et translation. Contrairement à la transformée de Fourier à court terme, la transformée en ondelettes a une excellente résolution temporelle dans les petites échelles et une excellente résolution fréquentielle pour les grandes échelles.

D'autre part, la transformée en ondelettes est inversible. Il est possible de reconstituer le signal à partir de ses coefficients d'ondelettes. La Figure 2.5 ci-dessous extraite d'un article de [Pichot et al., 1999] illustre un exemple théorique d'application de la transformée en ondelettes. En (a), un signal variant en basse et haute fréquence à la fois dans son premier tiers, en basse fréquence uniquement dans son tiers moyen et en haute fréquence seulement dans son dernier tiers. En (b) est représenté la transformée en ondelettes du signal et en (c) les différentes ondelettes utilisées à partir de la fonction ondelette « mère ». Les premiers coefficients (2, 4, 8...) correspondent à une faible dilatation de l'ondelette et donc aux

fréquences élevées alors que les coefficients les plus élevés [Larsen et al., 1999, Feissel et al., 2001, Coleman, 1980] correspondent à une forte dilatation de l'ondelette et donc aux fréquences basses. Là où une analyse spectrale classique aurait, certes, révélée deux pics de fréquence sans que l'on puisse déterminer leur part respective dans la variabilité du signal au cours du temps, l'analyse par ondelettes représente bien la part des basses et hautes fréquences dans la variabilité à chaque instant. La transformée en ondelette continue à une dimension est utilisée pour l'analyse de la variabilité des signaux physiologiques : polysomnographie, spirométrie, EEG, signaux cardio-vasculaires.

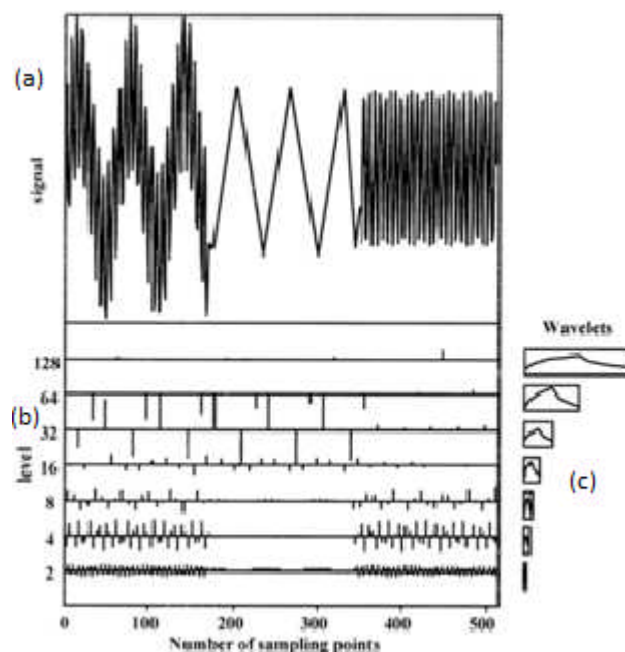


Figure 2.5 : Exemple théorique d'application de la transformée en ondelettes [Pichot et al., 1999].

Depuis une dizaine d'années de nombreux chercheurs ont utilisés la transformée en ondelettes pour évaluer la variabilité cardiaque chez le sujet sain [Pichot et al., 1999], les sportifs [Verlinde et al., 2001], au cours de l'anesthésie générale [Jeanne et al., 2009], des diabétiques [Urbančič-Rovan et al., 2007] ou pour dépister les syndromes d'apnées obstructives du sommeil [Roche et al., 2003].

L'analyse par transformée en ondelettes est radicalement différente des techniques temporelles classiques d'analyse du signal, au premier rang desquelles se trouve la transformée de Fourier. La différence majeure réside dans la capacité des ondelettes à réaliser une analyse du contenu fréquentiel du signal au cours du temps alors que la FFT perd le repérage temporel des événements fréquentiels qui surviennent dans la fenêtre analysée. La

transformée en ondelettes est utilisée aussi pour filtrer la série R-R en respectant la variabilité sinusale respiratoire.

L'inconvénient majeur de cette transformée est la redondance de l'information qui entraîne un coût de calcul élevé en plus de la complexité du traitement qui entraîne une vérification de beaucoup de conditions [Louw, 2010]. .

2.3 Méthodes non linéaires

Le système cardiaque est dynamique, non linéaire et non stationnaire avec des paramètres fluctuant continuellement sur les intervalles R-R à cause des stimuli extrinsèques et intrinsèques influençant simultanément l'état du système cardiaque [Christini et al., 2001, Zbilut et al., 2002].

Ces techniques non linéaires ont été proposées récemment pour analyser les phénomènes complexes. En physiologie et particulièrement pour l'étude de la VRC, ces méthodes ont été proposées pour analyser la structure et quantifier la complexité des intervalles R-R. Compte tenu que la série R-R est complètement « aléatoire », différentes séries R-R pourraient avoir des écarts types identiques à l'indice SDNN, alors que leur structure ou organisation serait différente. La méthode consiste en l'application de techniques mathématiques complexes dérivées de la théorie du chaos. Cette théorie est habituellement employée pour analyser des phénomènes physiologiques très irréguliers mais qui ne sont pas aléatoires [European Society of Cardiology et al., 1996].

En raison de ces hypothèses, l'analyse linéaire ne peut pas rendre compte de tous les aspects de la performance cardiaque, en particulier les interactions subtiles entre les mécanismes de contrôle qui régulent la fonction cardiaque [Malpas, 2002]. Les techniques d'analyse découlant de la théorie de la dynamique des systèmes non linéaires ont donc été mises au point pour déterminer le processus multidimensionnel qui contrôle le système cardiaque [Akaike, 1974]. Un exemple de système non linéaire peut être défini mathématiquement par l'équation d'une parabole $y = x^2$. Bien qu'un système linéaire peut être décomposé en ses parties constituantes, dans un système non linéaire les parties interfèrent, coopèrent ou s'affrontent. Un petit changement des conditions initiales du système non linéaire engendre un changement dans la réponse de sortie [Kaplan et Glass, 1995]. La théorie du chaos qui a été popularisée par Gleicksbest-selling [Gleick, 1987] est une sous-théorie spécialisée de la dynamique des systèmes non linéaires qui décrit les systèmes à faibles dimensions (3 à 5

variables) présentant des dépendances sensibles aux conditions initiales. A partir de cette théorie, les scientifiques se sont rendus compte de l'erreur faite dans la description des comportements des systèmes due au bruit physiologique dont on néglige son effet en considérant que le système est linéaire [Glass et Mackey, 1988]. Des petites différences dans les conditions initiales (telles que celles qui sont dues à des erreurs d'arrondi dans le calcul numérique) donnent des résultats très divergents pour les systèmes chaotiques rendant, à long terme, la prédiction impossible en général. Cela se produit même si ces systèmes sont déterministes, ce qui signifie que leur comportement futur est entièrement déterminé par leurs conditions initiales sans éléments aléatoires impliqués. En d'autres termes, la nature déterministe de ces systèmes ne les rend pas prévisibles. Ce comportement est connu sous le nom de chaos déterministe ou tout simplement le chaos. En revanche, avec un rythme sinusal le comportement déterministe est exposé pendant un cycle cardiaque tandis que le comportement stochastique se manifeste entre les cycles cardiaque [Chillemi et al., 1997, Zak et al., 1997].

Par conséquent, des techniques d'analyse basées sur une large théorie de la dynamique des systèmes non linéaire sont été utilisées pour expliquer et rendre compte de la non-linéarité du système cardiaque lié à plusieurs stimuli intrinsèques et extrinsèques. De nombreuses techniques d'analyse non linéaires existent. Les méthodes récentes et couramment utilisées seront expliquées dans ce chapitre. Certains travaux de synthèse récents affirment le non linéarité de la variabilité du rythme cardiaque [Acharya et al., 2006] [Voss et al., 2009], [Acharya et al., 2006, Akay, 2000, Acharya et al., 2004b, Acharya et al., 2004a, Akaike, 1974]. Il a été confirmé que le battement du cœur normal est associé à la dynamique non-linéaire et le chaos [Akselrod et al., 1981, Alehan et al., 2009, Algra et al., 1993] [Annegers et al., 2000] [Altenmüller et al., 2004, Amici et al., 2009].

Ces techniques non linéaires consistent à extraire de l'information à partir d'un ensemble de données de fréquence cardiaque afin d'avoir l'état de santé d'un individu. Ceci est évidemment important pour le diagnostic clinique. L'un des objectifs est de trouver des signes précoces des troubles du rythme cardiaque. Ce sont souvent des précurseurs des dysfonctionnements mortels tels que la fibrillation ventriculaire. La détection précoce de ces maladies cardiaques permet de sauver des milliers de malades de la mort.

Un cas particulier des problèmes de la cardiologie est l'analyse du rythme cardiaque fœtal. Ce dernier est maintenant une étape cruciale et inévitable pour détecter la détresse fœtale. Cette

analyse pourrait aider les obstétriciens à décider de faire une césarienne ou pas mais elle pourrait aussi être utile pour mieux comprendre les raisons fondamentales menant à une détresse fœtale. L'analyse du rythme cardiaque est difficile en raison de la large gamme de pathologies et de symptômes éventuels rencontrés au cours de la période de gestation d'où la nécessité des méthodes non linéaires.

2.3.1 Analyse par modèles en loi de puissance

Cette loi mathématique caractérise outre la variabilité cardiaque le comportement de nombreux phénomènes physiques comme les tremblements de terre et les avalanches ainsi que les fluctuations boursières du prix d'un produit. Contrairement à la plupart des méthodes précédentes, essentiellement adaptées à la variabilité à court terme, la loi de puissance peut s'appliquer à des enregistrements de longue durée. Appliquée à la variabilité de la fréquence cardiaque, elle signifie que lorsqu'on applique l'analyse spectrale d'un périodogramme (densité spectrale calculé par transformée de Fourier) puis que l'on reporte sur un graphe le logarithme de la puissance en fonction du logarithme de la fréquence, on obtient alors des pentes de droites approximatives à (-1) (Figure 2.6 ci-dessous montre des exemples de pentes de droites obtenues par régression linéaire selon la loi de puissance. A gauche, un patient de 70 ans vivant 10 ans après l'enregistrement, à droite un patient de 68 ans décédé d'un infarctus du myocarde 22 mois après l'enregistrement. La courbe de droite se caractérise par une pente beaucoup plus raide [Mäkikallio et al., 1998]) [Louw, 2010].

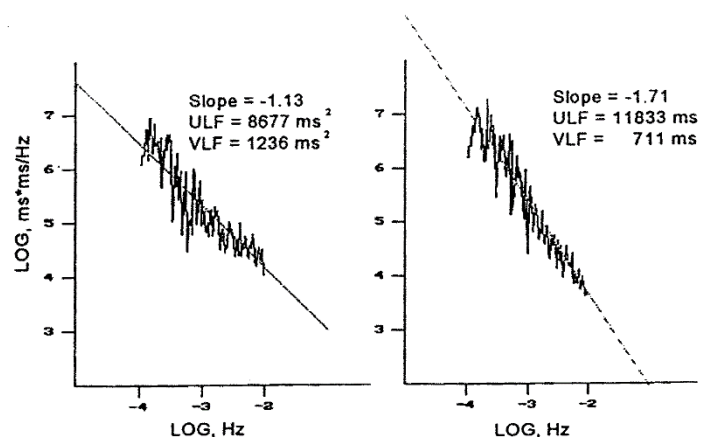


Figure 2.6 : Exemples de pentes de droite d'un modèle suivant une loi de puissance (des fréquences comprises entre 10^{-4} et 10^{-2} Hz) [Mäkikallio et al., 1998].

Ce comportement de la variabilité cardiaque selon une loi de puissance a été décrit par Kobayashi et al [Kobayashi et Musha, 1982] qui ont montré par la suite que la pente de droite diminuait encore avec l'âge chez les sujets sains [Pikkujämsä et al., 1999]. Par ailleurs, le caractère pronostique péjoratif d'une diminution de la pente de la droite (et notamment en dessous de -1,5) a été constatée après infarctus du myocarde [Bigger et al., 1996] ou chez les sujets âgés [Huikuri et al., 1998]. Bien que l'analyse de la loi de puissance soit basée sur l'analyse spectrale du signal, ces deux méthodes fournissent des informations différentes et parfois complémentaires. En effet, là où l'analyse spectrale classique va surtout nous renseigner sur l'importance relative des différentes fréquences dans la variabilité du signal, l'analyse selon la loi de puissance s'intéresse plutôt à la relation qui unit ces différentes fréquences. En pratique clinique, cette dernière méthode s'est avérée meilleure que l'analyse spectrale pour prédire la survenue de défaillances d'organes vitaux dans une population de réanimation pédiatrique [Tibby et al., 2003]. En revanche, elle présente la même limite relative à la nécessité de traiter des signaux suffisamment stationnaires.

2.3.2 Analyse entropique

Les méthodes entropiques sont dédiées à l'analyse des signaux irréguliers et complexes. La complexité est un concept proche de la variabilité (ou irrégularité) mais est néanmoins différente de cette dernière [Physionet, 2013]. Il n'existe pas de définition formelle de la complexité. Intuitivement, nous pensons que les signaux très réguliers sont aisément prédictibles et contiennent peu d'information alors que les signaux très irréguliers sont plus difficiles à prédire et ont un contenu en information plus riche.

Nous considérons ainsi les signaux très irréguliers comme étant les plus complexes, or, ce n'est pas toujours vrai [Costa, 2003, Costa et al, 2005] : c'est le cas, par exemple, du bruit blanc qui est un signal aléatoire non corrélé (les valeurs des échantillons sont indépendantes les unes des autres) et dont toutes les fréquences ont la même énergie. Ce signal est, certes, imprédictible mais il n'est pas pour autant complexe (il n'a pas une variabilité complexe) [Physionet, 2013]. A l'inverse, le bruit coloré (bruit ayant une densité spectrale proportionnelle à $1/f$) dont les échantillons sont corrélés est, lui, un signal complexe.

La Figure 2.7, où sont représentées les évolutions possibles d'un signal de variabilité de la fréquence cardiaque en présence de pathologies, permet de mieux rendre compte de la différence entre complexité et variabilité : le signal de VRC d'un sujet pathologique devient,

dans cet exemple, soit a) plus régulier que celui du sujet sain ou au contraire b) plus irrégulier avec des échantillons non corrélés.

Dans les deux cas, les signaux de VRC des patients sont moins complexes que celui du sujet sain car l'information contenue dans ces signaux est dégradée. Nous voyons donc bien que l'irrégularité ne signifie pas toujours que le signal est complexe.

En physiologie, la complexité des signaux émane des interactions entre les différents mécanismes de contrôle qui sont sources d'oscillations (irrégularités) dans les signaux physiologiques et permettent à l'organisme de s'adapter aux perturbations qu'il rencontre. Avec l'apparition de pathologies ou le vieillissement, ces interactions ont tendance à se dégrader (perte de corrélations) et les signaux deviennent alors moins complexes [Costa et al, 2005]. La complexité d'un signal est ainsi liée à la richesse de sa structure mais aussi aux corrélations à travers les multiples échelles [Physionet, 2013].

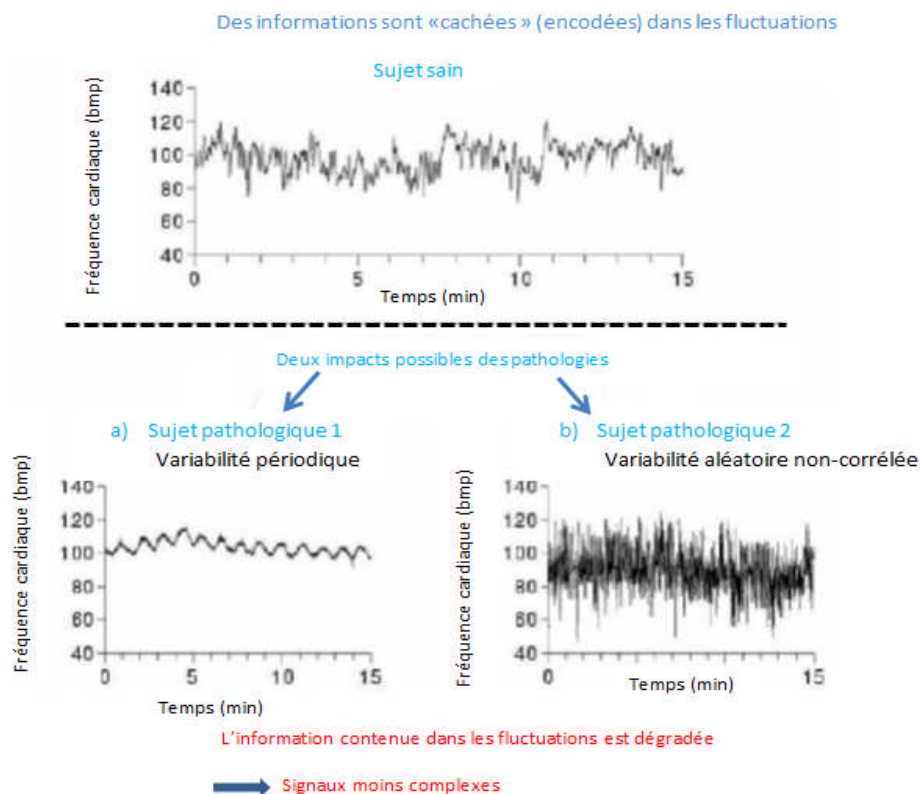


Figure 2.7 : Variabilité et complexité [Goldberger et al, 2002]

Pour quantifier la complexité dynamique d'une série temporelle, les premières approches ont consisté à utiliser des algorithmes basés sur la mesure d'entropie (mesure d'incertitude). Ces algorithmes évaluent l'apparition de motifs répétitifs dans la série temporelle. Pour une variable aléatoire discrète x comportant N échantillons $x = \{x_1, x_2, \dots, x_N\}$, où chaque x_i a une probabilité P_i d'apparaître, l'entropie $H(x)$ (entropie de Shannon) est définie par [Shannon, 1948]:

$$H(x) = -\sum_{i=1}^N P_i \log P_i \quad (2.7)$$

Ainsi, d'après ces algorithmes, les signaux les plus imprédictibles (faible probabilité de répétitions du motif) comme le bruit blanc ont une entropie élevée et sont donc considérés comme complexes. Or, nous venons de voir que le bruit blanc n'est pas un signal complexe. L'application de ces algorithmes peut donc parfois conduire à des conclusions trompeuses [Guerreschi, 2013].

Appliquée à des signaux temporels, l'entropie peut être définie et évaluée de différentes façons. Beaucoup de travaux ont montré la pertinence de ces méthodes dans l'analyse de la complexité du rythme cardiaque d'adultes ainsi que le rythme cardiaque fœtal et un grand nombre de descripteurs ont été proposés [Pincus, 1991, Richman et Moorman, 2000, Bandt et Pompe, 2002]. Les descripteurs les plus connus ont été fondés sur différents types d'entropie comme l'entropie approchée (AppEnt) ou entropie échantillonnée (SamEnt) utilisés pour caractériser les séries temporelles et mesurer leur degré de régularité. Le principe de ces descripteurs consiste à calculer la probabilité de trouver plusieurs motifs similaires (m-patterns, m étant le nombre de points constituant le motif).

Récemment, le travail effectué par [Costa et al., 2002] a montré que l'analyse multi-échelles pouvait encore améliorer la caractérisation des séries temporelles physiologiques. Cette analyse multi-échelle de l'entropie a été ensuite appliquée [Ferrario et al., 2006, Ferrario et al., 2009] pour étudier les fœtus en souffrance. Il existe d'autres méthodes basées sur l'entropie comme celle effectuée sur le calcul d'entropie de similarité introduite par Xie et al [Xie et al., 2008].

D'autres travaux ont démontré la pertinence d'étude d'entropie de similarité des m-motifs centrés [Ning et al., 2005]. Cette analyse consiste à calculer la probabilité de trouver dans la série temporelle $x(n)$ des motifs de m points qui ont des amplitudes différentes au lieu de prendre que les motifs de même amplitude. Un autre type d'entropie qui s'appelle « fuzzy

entropie de similarité » fut introduite afin de bien discriminer les fœtus sains des malades [Xie et al., 2008, Voicu et al., 2012].

Nous décrivons dans la section suivante, les entropies de bases qui sont couramment utilisées à savoir l'entropie approchée, entropie échantillonnée et entropie multi-échelle.

2.3.2.1 Entropie approchée (ApEn)

L'entropie approchée [Pincus, 1991] est un paramètre souvent utilisé pour caractériser la complexité d'une série temporelle. Celle-ci a été avantageusement utilisée dans l'étude des séries temporelles biomédicales [Acharya et al., 2006]. L'entropie approchée exprime le degré de renouvellement de motifs (patterns) d'une longueur m à $m - 1$. Une série temporelle z de longueur N est divisée en un ensemble de vecteurs $u_m(i)$ de longueur m . Le nombre de vecteurs $u_m(i)$ et $u_m(j)$ dont la valeur est très proche en distance Euclidienne, $d[u_m(i), u_m(j)] \leq r$ est définie par le nombre $n_i^m(r)$ [Spilka, 2013]. Ce nombre est utilisé pour calculer la probabilité des vecteurs qui sont proches selon $C_i^m(r)$ qui s'écrit comme suit :

$$C_i^m(r) = n_i^m(r)/(N - m + 1) \quad (2.8)$$

Nous définissons la fonction suivante :

$$\phi^m(r) = \frac{1}{N-m+1} [\sum_{i=1}^{N-m+1} \log C_i^m(r)] \quad (2.9)$$

Par conséquent l'entropie approchée (ApEn) peut être définie comme suit :

$$ApEn(m, r) = \lim_{N \rightarrow \infty} [\phi^m(r) - \phi^{m+1}(r)] \quad (2.10)$$

Une grande valeur de l'entropie approchée révèle une série temporelle très complexe alors qu'une valeur faible indique un signal périodique.

2.3.2.2 Entropie échantillonnée (SampEn)

Le désavantage de l'entropie approchée est le biais introduit dans la valeur calculée de l'entropie [Richman et Moorman, 2000, Lake et al., 2002] par la prise en compte de l'auto similarité des motifs et la longueur finie de la série temporelle analysée. Le calcul de l'entropie échantillonnée est similaire à celui de l'entropie approchée avec la différence que

$i \neq j$ (nous ne comptons pas l'auto similarité des motifs) et la division se fait par rapport à $N - m$ et non plus par rapport à $N - m + 1$ (pour éliminer l'effet de la longueur finie des séquences) [Spilka, 2013]. L'entropie échantillonnée est définie comme suit:

$$SampEn(m, r) = \lim_{N \rightarrow \infty} \left(-\frac{C^{m+1}(r)}{C^m(r)} \right) \quad (2.11)$$

La figure 2.8 ci-dessous, décrit le calcul de l'entropie échantillonnée. Les motifs recherchés sont de longueur $m = 2$ avec une tolérance r (généralement r prend la valeur de l'écart-type $r = 0.1:0.2$). Les échantillons similaires au premier échantillon $u[1]$ sont marqués par un cercle rempli, au deuxième échantillon $u[2]$ par un carré rempli et au troisième échantillon par un triangle plein. Ensuite, nous comptons l'apparition des motifs qui ont une longueur égale à 2 et 3.

Trois motifs de longueur 2 points ($u[1], u[2]; u[9], u[10]; u[24], u[25]$) et deux motifs de longueur égale à 3 points ($u[1], u[2]; u[3], u[9]; u[10], u[11]$). Puisque nous ne comptons pas les autosimilarités, ils sont réduits à deux et un respectivement. Ceci est répété pour tous les motifs à 2 et 3 dimensions de la séquence puis calculé en utilisant l'équation 2.2.

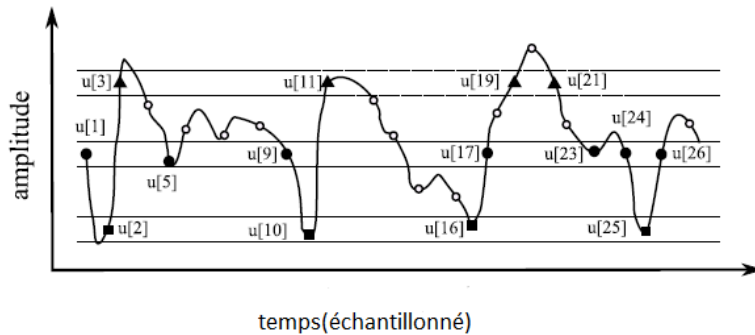


Figure 2.8 : Simulation des séries temporelles pour l'estimation de l'entropie échantillonnée [Costa et al., 2005].

Par ailleurs, les systèmes physiologiques ont une organisation multi-échelle du fait de l'interaction des différents mécanismes de contrôle qui opèrent sur différentes échelles temporelles. Cette organisation n'est pas prise en compte par les algorithmes basés sur la mesure d'entropie tels que l'entropie approchée et l'entropie échantillonnée puisqu'ils

estiment l'entropie sur une unique échelle temporelle. De nouveaux algorithmes sont proposés, au début des années 2000, une adaptation de ces méthodes permettant de quantifier correctement la complexité d'un signal et ce sur plusieurs échelles temporelles : il s'agit du concept de l'entropie multi-échelle [Spilka, 2013].

2.3.2.3 Entropie multi-échelle (MSE)

L'entropie multi-échelle [Costa et al., 2002, Costa et al., 2008] quantifie la régularité sur plusieurs échelles de la série initiale. Les signaux correspondant aux échelles supérieures sont calculés en moyennant les échantillons de la série initiale x_i . L'équation 2.3 calcule les signaux aux différentes échelles (coarse-grained). Par exemple, pour l'échelle 2 nous faisons la moyenne de deux éléments consécutifs sans recouvrement de la série initiale x_i . Pour l'échelle 3 la moyenne est effectuée sur 3 échantillons consécutifs (Figure 2.9). Après la détermination des signaux à plusieurs échelles, nous calculons l'entropie échantillonnée pour chaque signal moyenné $y(n)$ par une fenêtre glissante de taille τ . Chaque élément y_j^τ qui forme ces « coarse-grained » est calculé selon l'équation :

$$y_j^{(\tau)} = \frac{1}{\tau} \sum_{i=(j-1)\tau+1}^{j\tau} x_i \quad (2.12)$$

où N est le nombre de points de la série temporelle x_i , τ correspond à l'échelle et $1 \leq j \leq N/\tau$.

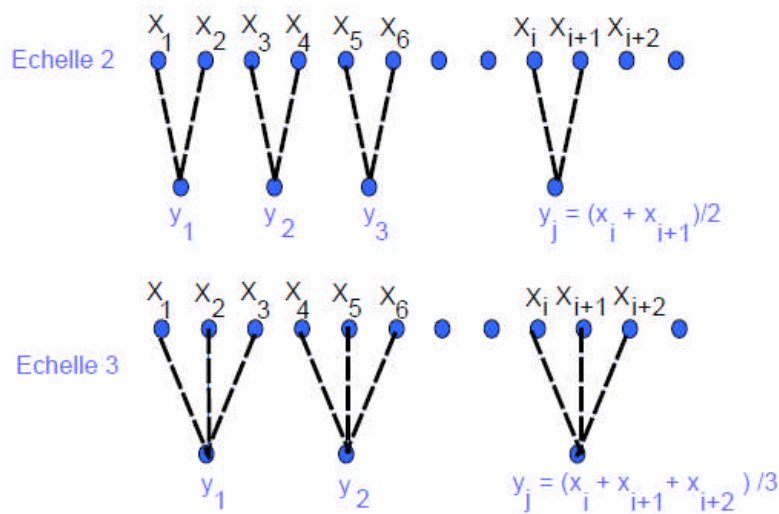


Figure 2.9 : Entropie multi-échelle : Etape(1) [Girault, 2010].

D'après des études précédentes où l'entropie multi-échelle fut appliquée à des signaux physiologiques, la valeur de m (taille du motif) est généralement égale à 1 ou 2 pour des séries temporelles contenant 100 à 5000 échantillons [Costa et al., 2005]. Pour des valeurs de m supérieures à 5, l'entropie échantillonnée (SampEn) est surestimée [Costa et al., 2005]. Le critère de similarité r détermine le niveau de bruit accepté. Lorsque r est grand, le niveau de bruit accepté augmente et la probabilité de trouver des motifs similaires augmente ainsi également, ce qui diminue la valeur de (SampEn). Le paramètre r a ainsi été choisi comme étant égal à $0.15 \times SD$ où SD (standard deviation) représente l'écart-type de la série temporelle [Costa et al, 2005].

2.3.3 Analyse fractale

2.3.3.1 Notion de fractals

“Les fractales sont des objets, qu'ils soient mathématiques, dûs à la nature ou dûs à l'homme, qu'on appelle irréguliers, rugueux, poreux ou fragmentés, et qui, de plus possèdent ces propriétés au même degré à toutes les échelles”[Mandelbrot, 1975].

La nature contient beaucoup d'objets complexes tels que les nuages, les montagnes, les feuilles, les rivières, face auxquels la géométrie euclidienne qui repose sur les notions de point, ligne, surface et volume est inadéquate. Cette dernière ne permet pas, en effet, de décrire correctement la géométrie de ces objets très irréguliers [Guerreschi, 2013]. C'est grâce à l'introduction de la théorie des fractals (du latin fractus : irrégulier, interrompu) par Benoît Mandelbrot dans les années 1970 qu'une nouvelle description de ces objets complexes a pu être établie [Mandelbrot, 1975].

Les objets fractals avaient déjà été imaginés depuis plus d'un siècle par des mathématiciens tels que Cantor, Von Koch et Hausdorff mais étaient alors considérés comme des “monstres” mathématiques remettant en cause les notions de fonctions (fonction continue mais nulle part dérivable) et de dimension (dimension non entière).

La géométrie fractale a permis de compléter la géométrie euclidienne traditionnelle en apportant une théorie à ces “monstres” mathématiques. Elle trouva par ailleurs, de nombreuses applications dans des domaines variés comme la géologie, la biologie, la médecine, l'économie, l'électronique et l'astrophysique [Dubois et Chaline, 2006].

2.3.3.2 Notion de dimension fractale

Avant la formalisation de la théorie des fractales par B Mandelbrot, LF Richardson (1881-1953) s'était intéressé à la mesure de côtes telles que la côte de la Grande-Bretagne [Richardson, 1961].

Une méthode usuelle permettant de mesurer la longueur d'une côte consiste à recouvrir cette dernière de segments de droite dont la longueur u est prise comme unité de mesure. La longueur approximative de la côte $L(u)$ correspond alors à la multiplication du nombre de segments par l'unité de mesure u .

En répétant la même opération avec une unité de mesure u plus petite, LF Richardson constata que la longueur approximative de la côte $L(u)$ tend à augmenter sans limite [Richardson, 1961]. La longueur mesurée dépend, en effet, de l'unité de mesure choisie.

LF Richardson arriva alors à la conclusion que la longueur approximative $L(u)$ d'une côte est de la forme :

$$L(u) = Cu^{1-D} \text{ (Loi de puissance)} \quad (2.13)$$

où C est une constante et D une constante supérieure ou égale à 1.

Il remarqua également que suivant la côte choisie (côte de l'Australie, côte de l'Allemagne par exemple) (Figure 2.10), la valeur de D , estimée à partir de la pente de la représentation log-log de la longueur en fonction de l'unité de mesure, peut varier. Il n'attribua, cependant, aucune signification particulière à la constante D [Mandelbrot, 1975].

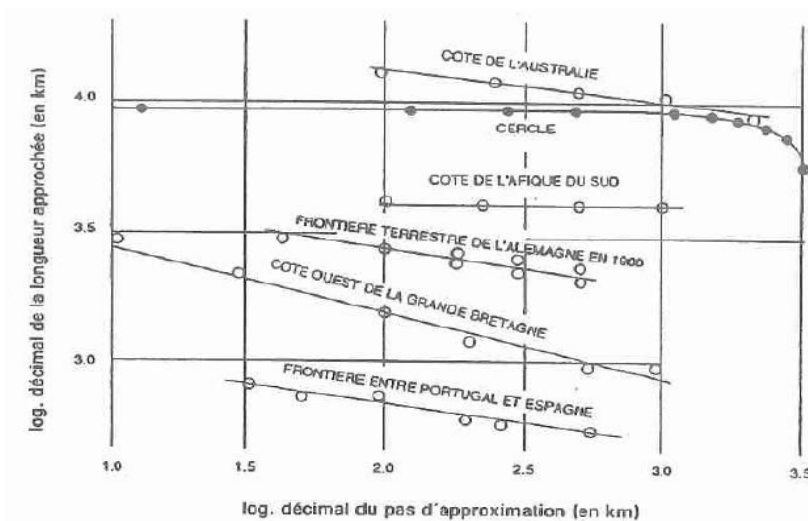


Figure 2.10 : Longueurs approchées de différentes côtes par LF Richardson [Mandelbrot, 1975].

Par la suite et sur la base, entre autres, des travaux de LF Richardson et B Mandelbrot s'intéressa à la mesure de la côte de la Bretagne et donna un sens physique à la constante D qu'il proposa d'interpréter comme une dimension fractale. Contrairement à la géométrie euclidienne où les objets ont des dimensions entières (ligne : dimension 1, surface : dimension 2, volume : dimension 3), la dimension fractale D peut être non entière, ce qui est le cas pour la côte bretonne dont la dimension fractale est comprise entre 1 et 2 [Richardson, 1961].

Cette dimension fractale permet de décrire la géométrie d'un objet et quantifier son irrégularité. Ainsi, un objet ayant une dimension comprise entre 1 et 2 "doit être plus "effilé" qu'une surface ordinaire, tout en étant plus "épaisse", plus "massive" qu'une ligne ordinaire" (Mandelbrot 1975).

Par ailleurs, en plus d'être irréguliers, les objets fractals sont invariants par changement d'échelle (ou auto-similaire) : une fractale est en effet, composée de copies plus petites d'elle-même. Lorsque nous changeons l'échelle d'observation d'un objet fractal, nous conservons la forme (Figure 2.11 qui représente le flocon de Koch. Il s'obtient en appliquant à chaque côté d'un triangle équilatéral une transformation qui consiste à remplacer le tiers central de chaque côté par 2 segments formant une pointe et ayant la même longueur que celle prélevée (un tiers du côté). Au bout de quelques itérations, nous obtenons une forme qui ressemble à un flocon de neige et contient des copies de taille plus petite du triangle équilatéral de départ).

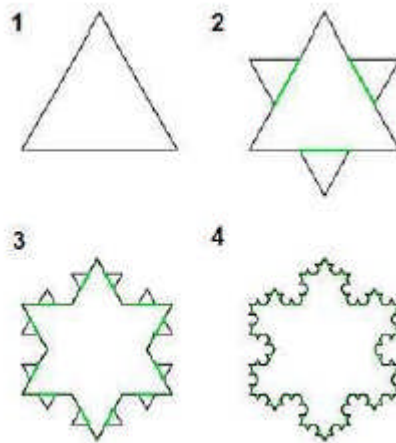


Figure 2.11 : Exemple d'objet fractal : Le flocon de Koch.

Cependant, la dimension fractale globale n'est, parfois pas suffisante pour caractériser un objet comme les objets fractals hétérogènes (auto-affine). Elle peut, en effet, "masquer" des dimensions fractales locales [Guerreschi, 2013].

Deux villes très différentes peuvent avoir la même dimension fractale globale (par exemple, une répartition équivalente des espaces bâtis et des espaces non-bâtis) mais présenter une dimension fractale différente à l'échelle d'un quartier. D'où la nécessité d'un nouveau formalisme : le formalisme multifractal dont les bases ont été introduites par Parisi et Frisch en 1985 [Parisi et Frisch, 1985].

2.3.4 Analyse multifractale

Le formalisme multifractal est une généralisation des propriétés des fractales à des ensembles qui présentent des régularités variables d'un point à un autre et des variations locales de la dimension fractale.

Pour illustrer ce formalisme, prenons l'exemple de la répartition spatiale des zones urbanisées et non-urbanisées dans une ville. Supposons que cette répartition soit fractale et non homogène : il existe quelques quartiers qui ne sont pas urbanisés tandis que la majorité des quartiers sont urbanisés.

La dimension fractale alors calculée nous renseigne sur la répartition globale des zones urbanisées. Si la dimension fractale est proche de 2 (dimension d'une surface), les zones urbanisées sont réparties uniformément dans la ville alors que si la dimension fractale est proche de 0 (dimension d'un point), les zones urbanisées sont concentrées dans quelques secteurs privilégiés.

Dans le but d'affiner notre connaissance de la répartition des zones urbanisées et pouvoir par exemple différencier deux villes très différentes mais qui ont la même dimension fractale globale, nous pouvons souhaiter faire intervenir un paramètre supplémentaire : la hauteur des immeubles.

Pour cela, la ville est quadrillée de parcelles de taille " auxquelles nous attachons la hauteur des immeubles. L'opération est, par la suite, répétée pour des parcelles de tailles de plus en plus petites. Pour chaque configuration, les parcelles peuvent être partitionnées en lots ayant la même "valeur" relative (la même hauteur relative par rapport à la hauteur totale). Il est alors possible, pour chaque ensemble de lots ayant la même valeur relative, d'estimer la dimension fractale. Les dimensions fractales ainsi obtenues, dites généralisées, forment une courbe à partir de laquelle nous pouvons en déduire s'il s'agit d'un objet monofractal (dimensions fractales généralisées constantes et donc répartition homogène des immeubles) ou multifractal (dimensions fractales généralisées non constantes donc répartition inhomogène des immeubles avec des variations locales de leur hauteur). Ce formalisme a connu de large application depuis sa définition [Guerreschi, 2013].

2.3.4.1 Origine du formalisme multifractal

Depuis l'introduction du terme multifractal par Parisi et Frisch [Parisi et al., 1985], les idées et concepts de la théorie multifractale se sont largement répandus dans de nombreux domaines des sciences aussi bien fondamentales qu'appliquées : Mathématiques, physique, sciences de l'ingénieur, sciences de la Terre, finances, biologie et médecine. Dès les années 20, quelques mathématiciens comme Hausdorff [Hausdorff, 1919] et Besicovitch [Besicovitch, 1935] s'intéressent dans le cadre de la théorie de mesure à l'étude d'objets géométriques irréguliers que l'on appelle aujourd'hui fractals. Ce domaine connaît un renouveau dans les années 70 sous l'impulsion des travaux de Mandelbrot [Mandelbrot, 1974, Mandelbrot, 1982] dans lesquels apparaissent les premiers modèles de cascades multiplicatives pour l'étude de la turbulence développée. A la fin des années 70, en établissant un rapprochement entre l'espace des phases de la mécanique statistique et celui des systèmes dynamiques, les travaux de Ruelle, Sinai et Bowen sur les systèmes dynamiques ergodiques et la théorie des grandes déviations donnent naissance au formalisme thermodynamique [Ruelle, 1978] qui permet en particulier d'aboutir à des résultats en théorie des systèmes dynamiques holomorphes [Zinsmeister, 1996] dont fait partie l'étude de l'ensemble de Mandelbrot et des ensembles de Julia associés. Les concepts habituels de la thermodynamique (pression, température, énergie libre, entropie, ...) sont transposés dans le langage des systèmes dynamiques. Le concept de spectre des singularités apparaît, en 1986, dans les travaux de Halsey et coll [Halsey et al., 1986] qui ont porté sur les mesures invariantes d'attracteurs étranges de certains systèmes dynamiques. Il s'avère que le spectre des singularités d'une mesure singulière [Halsey et al., 1986, Collet et al., 1987, Bohr et Tél, 1988] est intimement lié à celui des dimensions généralisées de Renyi introduites quelques années auparavant [Grassberger et al., 1988]. A la suite de ces travaux, on appelle, désormais, formalisme multifractal les concepts liés à l'estimation du spectre des singularités d'une mesure mathématique dont les variations sont soumises à des lois de puissance. Ainsi, le formalisme multifractal est issu de la rencontre de la théorie de mesure, de la théorie des systèmes dynamiques et de la physique statistique.

2.3.4.2 Spectre de singularité

L'analyse multifractale consiste à caractériser les fonctions multifractales à l'aide du spectre de singularité $D_x(h)$ défini comme la dimension de Hausdorff d'un ensemble iso Hölder :

$$D_x(h) = \text{Dim}_H E_x(h) \tag{2.14}$$

L'analyse multifractale quantifie l'information contenue dans un signal à l'aide de la dimension de Hausdorff des différents exposants de Hölder h présents dans le signal étudié. L'analyse multifractale consiste à décrire les propriétés de régularité ponctuelle en regroupant toute l'information dans le spectre de singularité. C'est donc une description globale des propriétés locales de la régularité ponctuelle de la fonction étudiée.

Ensemble iso- Hölder

L'idée est de rassembler les exposants de Hölder en un ensemble iso-Hölder $E_x(h)$, ensemble des dates t_0 où l'exposant de Hölder prend une valeur particulière h [Abry, 2002] :

$$E_x(h) = \{t_0/h_x(t_0) = h\} \quad (2.15)$$

Puis classer ces ensembles selon leur importance géométrique. Cette dernière notion vague reçoit une définition précise à l'aide de la dimension de Hausdorff.

Dimension de Hausdorff

La dimension de Hausdorff est la dimension fractale qui nous donne le nombre de répétition de chaque coefficient de Hölder contenu dans un signal (le nombre de fois qu'une valeur de Hölder est répétée dans le signal [Falconer, 1990, Tricot, 1993]).

L'estimation du spectre multifractal $D(h)$ peut être calculée numériquement par une transformée de Legendre des estimations des exposants en lois d'échelle $\tau(q)$:

$$D(h) = \min_{q \neq 0} (d + qh - \tau(q)) \quad (2.16)$$

où

$$\tau(q) = \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \frac{\log(s(q, \epsilon))}{-\log(\epsilon)} \quad (2.17)$$

tel que $s(q, \epsilon)$ est la fonction de structure quantifiant le signal analysé.

L'exposant $\tau(q)$ caractérisant cette loi de puissance ($s(q, \epsilon) \cong \epsilon^{\tau(q)}$) est appelée exposant de loi d'échelle qui représente la grandeur globale (défini à partir de moyenne temporelles) qui va permettre de remonter au spectre de singularités à l'aide de la transformée de Legendre [Halsey et al., 1986].

Le spectre de singularité nous renseigne sur la nature des signaux analysés à l'aide du calcul des coefficients de Hölder h qui sont des quantités locales.

2.3.4.3 Caractérisation des propriétés de régularité locale des fonctions multifractales : De la caractérisation globale à la caractérisation locale

Dans de nombreuses situations de physique ainsi que dans certaines sciences appliquées, on est confronté au problème de caractérisation des fonctions très irrégulières [Mandelbrot, 1982, Stanley et Ostrowski, 1988]. Une large gamme d'exemples allant du tracé du mouvement brownien fractionnaire [Mandelbrot et Van Ness, 1968, Barnsley et al., 1989] les séries chronologiques financières [Mandelbrot et Taylor, 1967], les formes géologiques [Wilkinson et al., 1995, Mandelbrot, 1982], les séries chronologiques médicales [West, 1990], signaux de la vitesse de turbulence [Anselmet et al., 1984, Gagne, 1987] aux marches d'ADN qui codent les séquences nucléotides [Stanley et al., 1993, Peng et al., 1992]. Ces fonctions peuvent être qualifiées comme des fonctions fractales [Voss, 1989, Edgar, 1990] [Mandelbrot, 1982]. Elles sont communément appelées des fonctions auto-affines quand leurs graphiques sont similaires à eux même avec des transformations isotropes ou anisotropes.

Régularité globale : exposant de Hurst

Pour un signal irrégulier décrit par une fonction scalaire auto-affine, c'est à dire vérifiant la relation suivante:

$$\forall x_0 \in R \text{ et } \alpha > 0, \exists H \in R, \quad f(x_0 + \lambda x) - f(x_0) \cong \lambda^H (f(x_0 + x) - f(x_0)) \quad (2.18)$$

Si f est un processus stochastique, cette équation est à prendre au sens de l'égalité en loi de probabilité pour λ et x_0 fixés. L'exposant H est appelé rugosité de l'exposant de Hurst [Mandelbrot, 1982, Feder, 1988, Family et al., 1995]. Selon la valeur de H , cette fonction auto-affine possède des propriétés d'invariance d'échelle isotropes ($\delta = 1$) ou anisotropes ($\delta \neq 1$) [Schmittbuhl et al., 1995, Schertzer et al., 1997]. L'exposant de Hurst H caractérise la régularité globale de la fonction f . Remarquons que si $H < 1$, alors f n'est nulle part dérivable et que plus l'exposant H est petit, plus f est singulière. Pour $H = 1$ et $\delta = 1$, f est auto-similaire dans le sens où elle est invariante par des dilatations isotropes [Schmittbuhl et al., 1995, Schertzer et Lovejoy, 1985, Mandelbrot, 1982] [Mandelbrot, 1977]. Ainsi l'exposant de Hurst fournit une indication sur l'irrégularité globale de f .

La mesure de la dimension fractale D et/ou l'exposant de Hurst H dans le sens où ces deux mesures sont des quantités globales qui ne représentent pas toutes les fluctuations (d'un point à l'autre) dans la régularité possible de f . Pour décrire ces fonctions non homogènes, il faut

donc modifier légèrement la définition de la régularité de Hurst de sorte qu'elle devienne une quantité locale [Parisi et Frisch, 1985, Barabási et Vicsek, 1991, Muzy et al., 1994, Arneodo et al., 1995].

Régularité locale : exposant de Hölder

Hormis les fonctions appartenant à la classe des fonctions monofractales, les fonctions fractales présentent généralement des fluctuations locales de leur rugosité(ou régularité) [Parisi et al., 1985, Barabási et Vicsek, 1991, Barabási et al., 1991, Muzy et al., 1991, Muzy et al., 1994, Arneodo et al., 1995]. Afin de décrire ces fonctions multifractales, il est nécessaire d'introduire une version locale $h(x_0)$ de l'exposant de Hurst définissant la régularité de f au point x_0 . On définit l'exposant de Hölder mesurant la force de singularité de la fonction f au point x_0 comme la plus grande valeur $h(x_0)$ pour laquelle il existe un polynôme P_n de degré $n < h(x_0)$ et une constante $C > 0$ tels que pour tout point x dans un voisinage de x_0 on ait [Mallat et Zhong, 1992, Mallat et Hwang, 1992, Arneodo et al., 2000, Arrault et al., 1997, Arneodo et al., 1999] :

$$|f(x) - P_n(x - x_0)| \leq C|x - x_0|^{h(x_0)} \quad (2.19)$$

Plus l'exposant $h(x_0)$ est grand, plus la fonction f est régulière et inversement, plus sa valeur est petite plus la fonction f est singulière au point x_0 .

2.3.5 Méthodes d'analyse multifractale

Le formalisme multifractale nous renseigne sur les statistiques des propriétés d'échelle d'une singularité [Muzy et al., 1993] et décrit bien les systèmes complexes non linéaires. Il est intéressant d'acquérir des connaissances sur les singularités de la dynamique de la fréquence cardiaque.

Plusieurs méthodes d'analyse multifractale ont été proposées dans la littérature comme les méthodes basées sur les ondelettes ou sur les coefficients dominants [Lopes et al., 2010]. Les méthodes les plus utilisées encore aujourd'hui sont les méthodes dites de "comptage de boîtes" qui sont les premières à avoir été développées [Lopes et al., 2010].

2.3.5.1 Méthode de comptage de boîte (box-counting)

Cette méthode [Barabási, 1995] est la plus répandue et la plus populaire. La première étape de cette méthode consiste à diviser chaque échantillon x_k d'un signal x par la somme de

l'ensemble des échantillons de ce signal afin d'avoir une normalisation à 1 [Guerreschi, 2013].

$$\beta_k = \frac{x_k}{\sum_{k=1}^N x_k} \quad (2.20)$$

où N correspond au nombre d'échantillons que contient x et les β_k ont des valeurs comprises entre 0 et 1.

A partir des mesures β_k ainsi obtenues, nous pouvons ensuite attacher un contenu à chacune des boîtes de taille ε (des puissances de 2 : par exemple de 2^0 à 2^{10} pour un signal contenant 1024 échantillons) qui recouvrent le signal (Figure 2.12) :

$$\mu_i(\varepsilon) = \sum_{k=1}^{i+\varepsilon-1} \beta_k \quad (2.21)$$

avec $i = 1, \dots, N_{\text{boîtes}}$ où $N_{\text{boîtes}}$ correspond au nombre de boîtes nécessaires pour couvrir l'ensemble des mesures β_k .

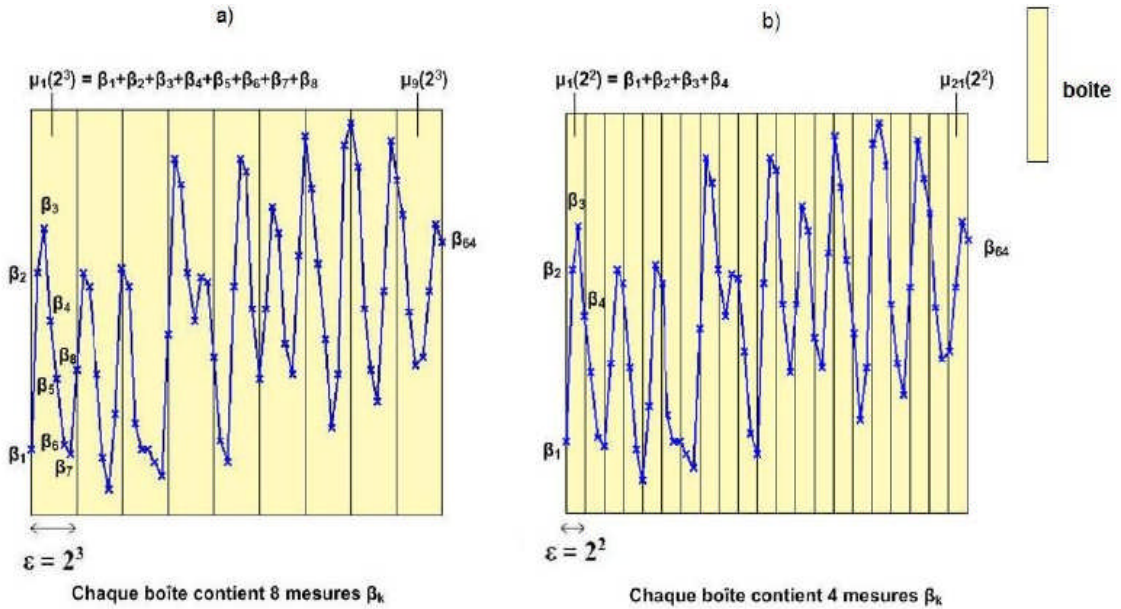


Figure 2.12 : Exemple de recouvrement d'un signal contenant 64 mesures β_k par la méthode des

boîtes. a) boîtes de taille $\varepsilon = 2^3$ et b) boîtes de taille $\varepsilon = 2^2$ [Guerreschi, 2013].

La fonction de répartition $Z(q, \varepsilon)$ peut ensuite estimée :

$$Z(q, \varepsilon) = \sum_{i=1}^{N_{boites}(\varepsilon)} \mu_i^q(\varepsilon) \quad (2.22)$$

Avec q entier correspond au moment d'ordre de la répartition des μ_i .

q peut être considéré comme un microscope permettant d'explorer différentes régions de la distribution des μ_i [Lopes et al., 2010]. Les faibles valeurs de q favorisent les boîtes avec de faibles $\mu_i(\varepsilon)$ (de faibles irrégularités) alors que les grandes valeurs de q favorisent les boîtes avec de grandes valeurs de $\mu_i(\varepsilon)$ (de grandes irrégularités).

Une fois les fonctions de partition calculées, les dimensions fractales peuvent en être déduites [Hentschel et Procaccia, 1983]:

$$D(q) = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0^+} \frac{1}{q-1} \frac{\ln Z(q, \varepsilon)}{\ln \varepsilon} \quad (q \neq 1) \quad (2.23)$$

Il est cependant en pratique difficile voire impossible de calculer la limite de l'équation (2.23). Néanmoins, il est possible de contourner cette difficulté par une régression linéaire. En effet, sur les échelles où $Z(q, \varepsilon)$ en fonction de ε (en représentation logarithmique) a un comportement en loi de puissance (caractéristique des objets fractals), la courbe peut être approchée par une droite de pente τ appelé exposant d'échelle.

En effet,

$$Z(q, \varepsilon) \cong \varepsilon^{\tau(q)} \quad (\text{loi de puissance}) \quad (2.24)$$

Ce qui donne

$$\tau(q) = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0^+} \frac{\ln Z(q, \varepsilon)}{\ln \varepsilon} \quad (2.25)$$

Les dimensions fractales peuvent être calculées à partir de la relation suivante :

$$D(q) = \frac{1}{q-1} \tau(q) \quad (q \neq 1) \quad (2.26)$$

Avec $D(1)$ qui est estimé à partir de la pente de :

$$\sum_{i=1}^{N_{boxes}(\varepsilon)} \mu_i(\varepsilon) \log(\mu_i(\varepsilon)) \quad (2.27)$$

Et en fonction de ε .

Si les dimensions fractales $D(q)$ forment une ligne horizontale, le signal est homogène et possède les mêmes propriétés d'échelles sur toute sa longueur : c'est un signal monofractal.

A l'inverse, si les $D(q)$ représentent une courbe décroissante, le signal est non-homogène et présente des propriétés d'échelles différentes, il s'agit donc d'un signal multifractal.

Les propriétés fractales d'un objet peuvent également être évaluées à l'aide d'un spectre multifractal (ou spectre des singularités $D(h)$) qui permet de rendre compte de la densité de distribution des irrégularités. Ce spectre multifractal peut être calculé à partir de la transformée de Legendre :

$$D(h(q)) = h(q) \times q - \tau(q), h(q) = \frac{d\tau(q)}{dq} \quad (2.28)$$

où h correspond à l'exposant de Hölder qui mesure "l'intensité" des irrégularités locales d'un signal.

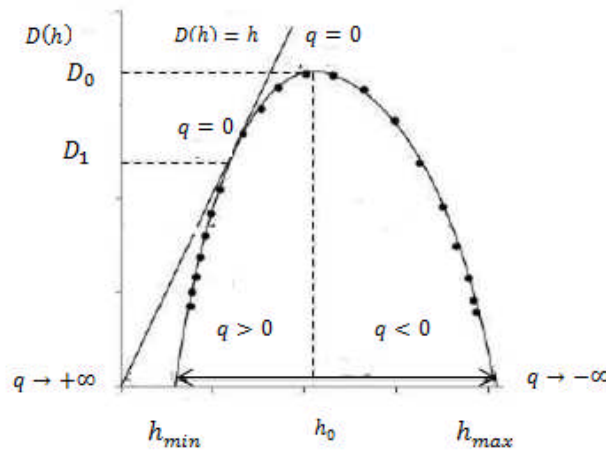


Figure 2.13 : Exemple de spectre multifractal avec q le moment d'ordre, $D(q)$ les dimensions fractales et Δ_h la largeur du spectre [Dauphiné, 2011].

Si le spectre multifractal est réduit à un point, le signal est monofractal. A l'inverse, pour un signal multifractal, le spectre multifractal a la forme d'une cloche. Un exemple de spectre multifractal est représenté dans la Figure 2.13.

Plusieurs indicateurs peuvent être déduits de ce spectre multifractal tels que la courbure, la largeur Δ_h qui correspond à l'écart entre les deux extrémités ($\Delta_h = h_{max} - h_{min}$) et la symétrie qui permet de localiser les irrégularités. La largeur du spectre multifractal, à travers l'exposant de Hölder, permet d'estimer la gamme d'intensité des irrégularités locales. La symétrie permet, quant à elle, de savoir quelles sont les structures les plus irrégulières : un renflement à gauche du spectre multifractal signifie que ce sont surtout les petites structures temporelles qui contiennent des irrégularités et inversement, un renflement à droite indique une concentration des irrégularités dans les grandes structures.

D et h sont tous les deux des paramètres en fonction de q qui ne peuvent pas être infinie dans les calculs réels [Hua et al., 1995, Hua et al., 1996]. Cette formulation a plusieurs limites et il a été montré qu'elle est mal définie théoriquement et qu'elle n'est valide que pour des signaux statistiquement auto-similaires (caractère d'un objet dans laquelle on peut trouver des similarités en l'observant à différentes échelles) [Normant et Tricot, 1991].

2.3.5.2 Analyse des fluctuations sans tendance (Detrended Fluctuation Analysis (DFA))

L'analyse des fluctuations sans tendance (DFA) cherche à mettre en évidence les processus autosimilaires dans les séries temporelles.

La DFA est une méthode intéressante pour calculer l'auto corrélation à long terme et à travers plusieurs échelles des signaux non-stationnaires. Cette méthode quantifie la complexité des signaux en utilisant des propriétés fractales et introduite principalement par Peng et al [Peng et al., 1995].

Le principal avantage de la DFA est de s'affranchir de la condition de stationnarité des signaux par opposition avec l'analyse spectrale classique. Plusieurs études cliniques ont appliqué la DFA aux signaux cardiovasculaires et montré que des altérations du coefficient h , dans le sens d'une diminution ou d'une augmentation pouvaient fournir des informations pour le diagnostic ou le pronostic de pathologies que n'apportaient pas toujours les méthodes temporelles et fréquentielles. La DFA a notamment été appliquée à l'étude de la variabilité cardiaque chez le sujet âgé [Iyengar et al., 1996], au cours des myocardites familiales [Mahon et al., 2002], chez les patients coronariens [Mäkikallio et al., 1998], appliqué également à

l'insuffisance cardiaques [Ho et al., 1997], au cours du syndrome d'apnées obstructives du sommeil [Penzel et al., 2003] ou en période postopératoire de pontages aorte-coronaires [Laitio et al., 2000].

2.3.5.3 Méthode basée sur la mesure de longueur

Dans le contexte de l'étude de la turbulence pleinement développée, en particulier de l'étude de la nature singulière du champ de vitesse d'un écoulement turbulent, Parisi et Frisch [Parishi et Frisch, 1985] ont proposé une description multifractale basée sur l'étude du comportement en loi de puissance des fonctions de structure [Frisch, 1995] :

$$\delta f_l(x) \sim l^{h(x)} \quad (2.29)$$

$h(x)$ est l'exposant de Hölder caractérisant l'invariance d'échelle locale du signal et $\delta f_l(x)$ est un incrément du signal (par exemple la vitesse longitudinale et l'écoulement) sur une distance l :

$$\delta f_l(x) = f(x + l) - f(x) \quad (2.30)$$

On peut alors quantifier les fluctuations de régularité de la fonction considérée à l'aide du spectre des singularités $D(h)$, où $D(h)$ est la dimension de Hausdorff de l'ensemble des points x pour lesquels l'exposant de Hölder local $h(x)$ vaut h . En principe $D(h)$ peut être obtenu par transformation de Legendre des exposants τ_q . Le phénomène d'intermittence se manifeste alors par un spectre τ_q non-linéaire, conséquence directe de l'existence de fluctuations spatiales dans la régularité locale du champ de vitesse : $\delta v(x, l) \sim l^{h(x)}$.

Cette méthode a été reprise (mesure de longueur) pour montrer l'impact du filtrage sur les propriétés fractales est basée sur une fonction de structure [Girault et al., 2010].

L'avantage de cette méthode est dans sa simplicité et sa rapidité d'exécution. La limite de cette approche est l'absence de la moitié du spectre multifractal (les valeurs de coefficients de Hölder pour $q < 0$).

2.3.5.4 Méthode basée sur la transformée en ondelettes

Cette méthode diffère des précédentes au niveau du calcul multi-résolution à base de coefficients d'ondelettes.

La transformation en ondelette discrète repose sur les mêmes bases que la transformée en ondelette continue sans toutefois être une simple discrétisation de la transformée en ondelette continue qu'on a définie dans les sections précédentes. Une présentation détaillée du lien entre la régularité ponctuelle et les coefficients d'ondelettes peut être trouvée dans [Abry, 2002]. Le résultat fondamental réside dans la décroissance des coefficients d'ondelettes à travers les échelles au point t_0 , si le signal est de régularité ponctuelle h_0 en t_0 alors la transcription de cette loi donne :

$$d(j, k) \sim 2^{j(h+\frac{1}{2})}, j \rightarrow 0 \quad (2.31)$$

où $d(j, k)$ représente le coefficient d'ondelette. On appelle octave $j = \log_2(a)$ la quantité adaptée dans le cas de la transformée en ondelettes discrètes puisque celle-ci définit les coefficients d'ondelettes sur une grille dyadique, c'est-à-dire que les coefficients d'ondelettes correspondent à des rapports d'échelles évoluant selon une suite géométrique de raison 2.

Les dates définies dans R^2 sont en particulier indexées en n entiers k_i tels que $i = 1 \dots d$ et l'échelle toujours repérée par l'octave j . Pour chaque date $\{k_i\}$ et chaque octave, la transformée en ondelette discrète définit un coefficient d'ondelette pour caractériser complètement le signal analysé correspondant grossièrement aux variations de la fonction.

Le formalisme multifractal 1D basé sur les coefficients d'ondelettes discrètes se construit à partir de la fonction de structure d'ordre q qui est définie pour chaque octave j à partir de la moyenne des coefficients existants à chaque date $\{k_i\}$ comme suit :

$$S_x^d(q, j) = \frac{1}{n_j} \sum_{n_i=1}^{k_i} |d_x(q, k_i)|^q \quad (2.32)$$

où n_j est le nombre de coefficients présents à l'octave j . Les fonctions de structure d'ordre q se comportent selon une loi de puissance en fonction du rapport d'échelle 2^j , lorsque $2^j \rightarrow 0$ comme le montre l'équation suivante :

$$S_x^d(q, j) \approx C_q 2^{j\tau_x^d(q)} \quad (2.33)$$

L'exposant $\tau_x^d(q)$ caractérisant cette loi de puissance définit une fonction de l'axe réel (puisque l'ordre q est lui-même un réel quelconque). Notons aussi que l'on a forcément :

$\tau_x^d(0) = 0$, puisque $S_x^d(q, j) = \frac{n_j}{n_j} = 1, \forall j$. L'exposant est la grandeur globale (définie à partir de moyenne temporelle) qui va permettre de remonter au spectre de singularités.

On calcule par régression linéaire $h(q)$:

$$h(q) = \sum_{k=1}^{n_j} \frac{|s_x^d(q, j)^q|}{S(q, j)} \log |d_x(q, j)^q| \sim 2^{jh(q)} \quad (3.34)$$

De la même manière que celle du calcul de $h(q)$, on calcule par régression linéaire $D(q)$:

$$D(q) = \sum_{k=1}^{n_j} \frac{|s_x^d(q, j)^q|}{S(q, j)} \log \frac{|d_x(q, j)^q|}{S(q, j)} \sim 2^{jh(q)} \quad (3.35)$$

Il existe des résultats mathématiques sur la validité de ce formalisme, néanmoins il présente certaines limitations [Jaffard, 2006]. Les coefficients d'ondelettes discrets peuvent en pratique prendre des valeurs très proches de zéro rendant l'évaluation des fonctions de structure $S_x^d(q, j)$ pour $q < 0$ instable numériquement et donc inopérante. Cette limite a motivé des études concernant les coefficients d'ondelettes et a abouti à la définition de nouvelles quantités à partir de ces coefficients qui caractérisent mieux la totalité du spectre de singularités. Les coefficients dominants présentent l'une des quantités basées sur les coefficients d'ondelettes discrets qui a montré ses performances.

Nous avons appliqué ce formalisme sur des signaux 2D (images IRM cérébrale). Les résultats sont intéressants vu que cette méthode arrive à séparer les tissu sains de ceux malades [Oudjemia et al., 2012, Oudjemia et al., 2013a]. Les résultats sont représentés dans l'annexe A.

2.4 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons décrit les différentes méthodes d'analyse de la variabilité du rythme cardiaque à savoir les méthodes linéaires et non linéaires ainsi que leurs avantages et inconvénients. L'inconvénient majeur de la plupart de ces méthodes est la nécessité que le signal analysé soit stationnaire.

Nous avons vu que pour l'analyse des signaux complexes à forte variabilité les méthodes non linéaires sont plus performantes que les méthodes linéaires.

Afin de caractériser les signaux de la variabilité du rythme cardiaque fœtal nous avons opté pour les méthodes non-linéaires à savoir les méthodes entropiques et multifractales.

Pour les méthodes entropiques, nous allons étudier l'entropie de similarité introduite précédemment par [Xie et al., 2008] et nous allons prolonger sa définition d'un point de vue multi-échelle. Nous allons aussi étendre la définition delta-entropie dans le fuzzy entropie de similarité introduite précédemment par [Xie et al., 2008, Voicu et al., 2012].

Pour les approches multifractales, nous allons nous baser sur la méthode de mesure de longueur dans un contexte multifractal puis les comparer aux méthodes standards.

Dans les prochains chapitres, nous allons voir en détail les différentes méthodes d'analyse entropiques et multifractales proposées (chapitre 3) ainsi que les résultats d'application dans le chapitre 4.

Chapitre 3

Contributions dans l'analyse du RCF

3.1 Introduction

Dans le chapitre précédent, nous avons vu que les méthodes les plus convaincantes étaient les méthodes non linéaires. Notre objectif est l'analyse non linéaire par les méthodes multifractales et entropiques des signaux de la variabilité du rythme cardiaque fœtal. Ces deux analyses sont fondées soit sur le formalisme multifractal (mesure du spectre de singularité), soit sur le calcul du désordre dans le signal. Notons bien qu'il existe aujourd'hui plusieurs approches multifractales et d'autres approches dédiées au calcul d'entropie qui nous permettent de caractériser les signaux complexes.

Bien que les méthodes classiques (linéaires) soient des outils puissants pour étudier les systèmes linéaires (systèmes pour lesquels les effets sont proportionnels aux causes), elle n'apporte pas d'information sur les propriétés non-linéaires. Or, plusieurs études ont montré que le système cardiovasculaire a des propriétés non-linéaires [Malik et Camm, 1995]. Nous avons, de ce fait, analysé nos signaux à l'aide de nouvelles méthodes dérivées de la dynamique non-linéaire à savoir l'analyse multifractale et entropique afin d'extraire des informations supplémentaires pouvant nous permettre de contribuer au diagnostic de la détresse fœtale.

Au cours de ce chapitre, nous allons décrire les méthodes multifractales et entropiques proposées pour l'analyse des signaux de la variabilité du rythme cardiaque fœtal.

3.2 Méthodes d'analyse multifractale proposées

Les méthodes multifractales sont plus appropriées que d'autres pour l'analyse de signaux complexes présentant beaucoup d'irrégularités tels que les signaux de variabilité cardiaque. Le système cardiaque est un mécanisme d'autorégulation complexe [Malik et Camm, 1995] qui peut générer des signaux qui présentent la caractéristique d'invariance d'échelle [Hausdorff et al., 1996]. Beaucoup de séries physiologiques sont extrêmement instables et non

stationnaires oscillant d'une manière irrégulière et complexe. Cette observation suggère que certains signaux physiologiques sont tellement inhomogènes qu'un seul exposant fractal ne suffit pas pour les caractériser. Les séries temporelles qui traduisent les battements du rythme cardiaque sain de l'homme appartiennent à une classe particulière de signaux complexes qui ont des propriétés multifractales [Ivanov et al., 1999].

Nous allons décrire dans la section suivante nos contributions dans ce travail qui sont l'extension de la méthode de mesure de longueur existante dans le cas fractal au cas multifractal, introduction du concept de la logique floue et l'analyse multi-échelle sur cette même méthode ainsi que l'application de la méthode DFA et les coefficients dominants aux cas des signaux de la variabilité du rythme cardiaque fœtal (RCF).

3.2.1 Analyse multifractale par mesure de longueur

Parmi toutes les méthodes d'analyse multifractale, nous nous restreignons à la plus simple à savoir la méthode de mesure de longueur même si il a été démontré, théoriquement, que pour l'analyse de certain type de signaux, ces méthodes ont des limites pour $q < 0$. Nous avons choisis d'exploiter cette méthode basée sur la fonction de structure d'ordre q pour les raisons suivantes :

1. La fonction de structure reste la plus simple méthode à mettre en œuvre comparée aux méthodes DFA, box-counting et aux ondelettes.
2. Non nécessité d'utiliser les valeurs négatives de q qui sont introduites pour analyser les petites variations dans les séries temporelles sachant que ces dernières sont souvent noyées dans du bruit et il devient impossible de quantifier ces petites variations d'une manière claire. Les valeurs négatives de q sont devenues fortement limitées par la présence du bruit.
3. Les signaux réels sont différents des signaux théoriques : Des mathématiciens ont démontré théoriquement que ce type d'approche n'arrivent pas à caractériser les signaux théoriques qui ne sont pas systématiquement rencontrés en pratique.
4. Plusieurs analyses multifractales montrent qu'il est plus facile de séparer des sujets malades des sains pour des valeurs de q positives que pour des valeurs négatives. Ce résultat est particulièrement présenté dans le cas (i) de l'étude de Ivanov et al [Ivanov et al., 2001] où ils ont démontré que la différence entre l'exposant des lois d'échelle τ pour les sujets sains et malades est plus grande pour les valeurs q positives que pour

les valeurs de q négatives. Le résultat présenté dans le cas (ii) de l'étude de Stanley et al [Stanley et al., 1999, Amaral et al., 2001] montre clairement que pour $q > 0$, il est possible de bien séparer les sujets avec atropine de ceux avec placebo.

Par ailleurs, il faut noter que cette méthode n'a pas été étendue au cas multifractal ni appliquée à des signaux de variabilité du rythme cardiaque fœtal. Nous avons également associé l'analyse multi-échelle à l'analyse multifractale afin de quantifier les fluctuations des signaux à plusieurs échelles.

Nous allons définir, dans ce qui suit le formalisme multifractal basé sur la mesure de longueur ainsi que l'analyse multi-échelle associée.

Le rythme cardiaque fœtal a été estimé en temps réel par des signaux Doppler ultrasonores enregistrés [Voicu et al., 2012, Voicu et al., 2013]. L'analyse multi-échelle des enregistrements de variabilité du rythme cardiaque RCF a été réalisée puis le signal a été segmenté. Les facteurs d'échelle et les spectres multifractals ont été évalués en utilisant la fonction de structure (Figure (3.2)).

3.2.2.1 Analyse multi-échelle

De nombreuses études récentes ont tenté de tirer pleinement partie de la nature non linéaire de la variabilité de la fréquence cardiaque en analysant la complexité du rythme cardiaque fœtal (RCF), ceci a commencé par des recherches sur la variabilité du rythme cardiaque des adultes. Ce sont les propriétés d'invariance d'échelle observées à travers la densité spectrale de la loi de puissance [Kobayashi et Musha, 1982] qui ont été l'élément déclencheur de plusieurs études basées sur l'analyse multi-échelle de la variabilité du rythme cardiaque [Ferrario et al., 2006, Ferrario et al., 2009].

Chaque série temporelle $X(n)$ composée de $M = 7200$ points est analysée à partir des enregistrements des signaux de variabilité du rythme cardiaque fœtal (RCF). L'analyse multi-échelle a été introduite pour quantifier les fluctuations présentes dans la série à différentes échelles. Cette approche dite "coarse-grained" [Zhang, 1991] consiste à évaluer les versions approximatives de la série temporelle originale en moyennant localement les points voisins. Pour $1 \leq k \leq \frac{M}{\alpha}$, la nouvelle série temporelle obtenue est composée de $(\frac{M}{\alpha})$ échantillons à chaque échelle α et s'écrit comme suit :

$$y_{\alpha}(k) = \frac{1}{\alpha} \sum_{i=(k-1)\alpha+1}^{k\alpha} X_i \quad (3.1)$$

Pour $\alpha = 1$, $y_1(k) = X(k)$ ainsi, on obtient la série d'origine.

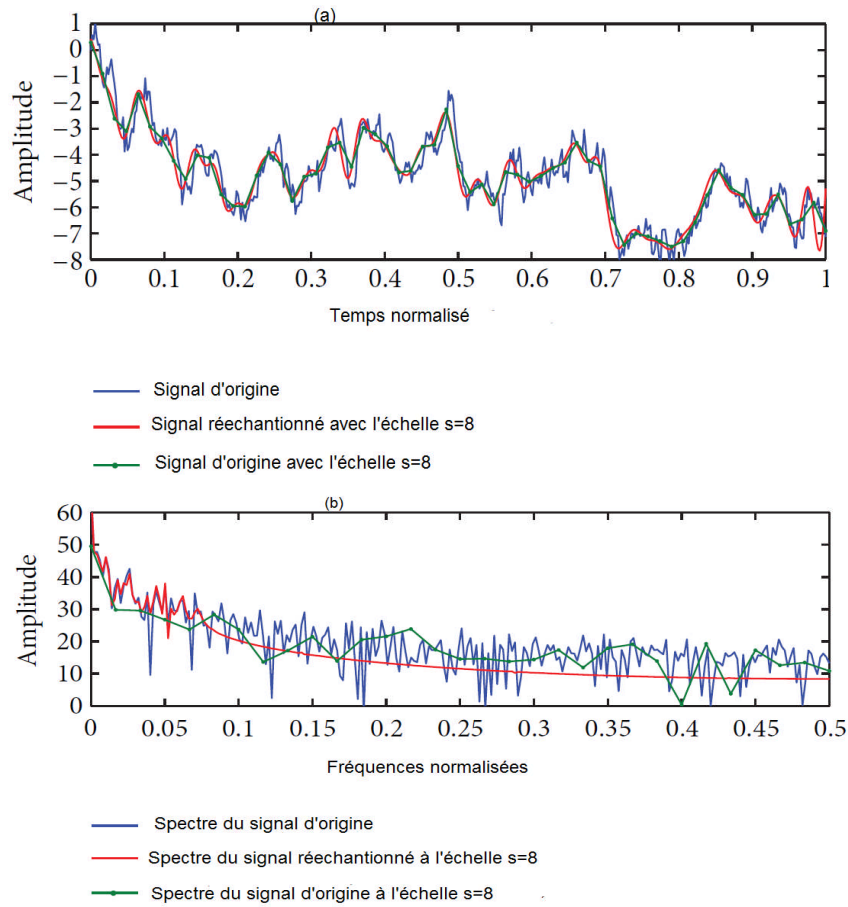


Figure 3.1 : Représentation temporelle et spectrale d'un signal synthétique (mouvement brownien fractionnaire). (a) Signal d'origine superposé avec ce même signal à l'échelle ($\alpha = 8$) et le signal rééchantillonné à l'échelle ($\alpha = 8$). (b) Spectre de chaque signal représenté en (a) [Oudjemia et al., 2013c].

La Figure 3.1 montre des représentations en temps et en fréquence de l'approche multi-échelle sur un signal fractal (Mouvement Brownien fractionnaire (FBM)) pour montrer un des résultats de cette approche. Le temps et la fréquence sont normalisés. La Figure (3.1.a) présente le signal d'origine superposé avec le signal multi-échelle ($\alpha = 8$) et avec le signal rééchantillonné à $\alpha = 8$. Notons que le rééchantillonnage se fait par une interpolation d'un facteur α . Cette opération d'interpolation du signal multi-échelle qui a une taille de $\frac{N}{\alpha}$ permet d'avoir le même nombre d'échantillons que le signal d'origine composé de ($M = 7200$) échantillons. Les Figures (3.1.a) et (3.1.b) montrent clairement que les signaux multi-échelles ont été filtrés. La taille réduite des signaux multi-échelles ne pose pas problème pour notre

analyse puisqu'on effectue une interpolation. Une fois que les différents signaux correspondant aux différentes échelles sont construits l'analyse multifractale est appliquée sur ces signaux interpolés. Un résumé des différentes étapes de notre approche est montré dans la Figure 3.2.

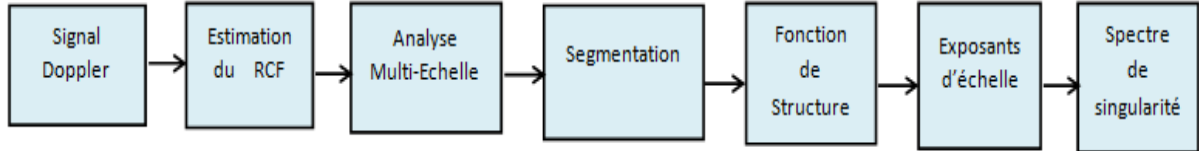


Figure 3.2 : Différentes étapes de l'approche multi-échelle pour l'analyse multifractale.

Des travaux antérieurs [Girault et al., 2010] ont montré d'un point de vue analytique que plus un mouvement brownien fractionnaire est filtré plus ce signal est régulier : par conséquent plus l'échelle α est grande, plus la valeur de l'exposant de Hurst H est grande. Dans l'étude faite par Xu et al [Xu et al., 2011], il est montré que l'approche multi-échelle affecte les signaux anti-corrélés $H < 0$. On suppose que l'approche multi-échelle agit comme un filtre passe bas, nous suggérons que cette approche a les effets suivant :

- Pour $H < 0.5$, le mouvement brownien fractionnaire contient des composantes de hautes fréquences que l'on peut supprimer par l'approche multi-échelle. Le signal temporel avant et après filtrage présente une très grande différence ce qui nous mène à dire que l'approche multi-échelle a un effet non négligeable sur un signal temporel de hautes fréquences.
- Pour $H > 0.5$, mouvement brownien fractionnaire (FBM) contient des composantes de basses fréquences qui sont légèrement supprimées par l'approche multi-échelle. Le signal temporel avant et après application de l'approche multi-échelle sont presque similaire, ce qui nous indique que cette approche a des effets négligeables sur un signal temporel de basses fréquences.

La Figure 3.3 représente des paramètres multifractals calculés pour différents signaux de mouvement brownien fractionnaire de coefficient de Hurst $H = (0.1, 0.5, 1)$ et facteur d'échelle $\alpha = (1, 3, 6)$. (a) Les dimensions fractales D en fonction de q , (b) Spectre de singularité (dimensions fractales D en fonction des coefficients de Hölder h). (c) l'exposant d'échelle τ en fonction de q . (d) coefficients de Hölder h pour différentes valeurs de q . Les fbm sont composé de 720 échantillons. Les résultats de la Figure 3.3 montrent que les (FBM)

anti corrélés de valeur $H = 0.1$ sont plus affectés par l'approche multi-échelle que les (FBM) corrélés avec une valeur de $H = 1$. Ces résultats sont compatibles avec ceux indiqués dans [Girault et al., 2010, Xu et al., 2011].

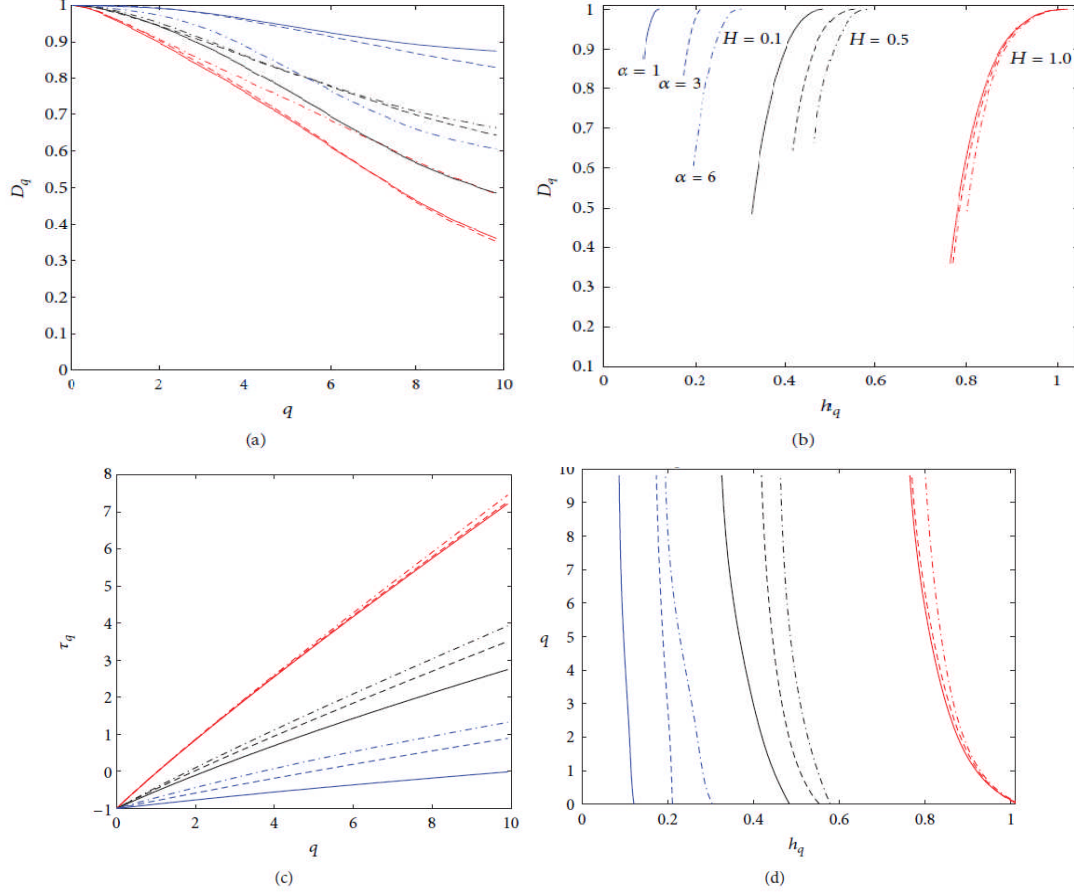


Figure 3.3 : Effet dit multi-échelle sur le calcul des paramètres multifractal d'un mouvement brownien fractionnaire de coefficient de Hurst $H = (0.1, 0.5, 1)$ et facteur d'échelles $\alpha = (1, 3, 6)$ [Oudjemia et al., 2013c].

3.2.2.2 Analyse multifractale

Les signaux multi-échelle y_k du RCF sont des signaux de nature non-stationnaire ce qui nous conduit à faire une analyse à court terme pour pouvoir extraire toutes les informations relatives à ces signaux.

La fenêtre d'analyse choisie pour calculer les paramètres multifractals est de $N = 720$ points (3min).

Fonction de structure basée sur la mesure de longueur

La fonction de structure utilisée dans notre analyse est définie pour $q > 0$ comme suit :

$$Q(q, \varepsilon) = (\int |y_\alpha^i(t + \varepsilon) - y_\alpha^i(t) dt|^q)^{\frac{1}{q}} \quad (3.2)$$

Cette fonction de structure correspond à la mesure de longueur [Girault et al., 2010]. Le terme $|y_\alpha^i(t + \varepsilon) - y_\alpha^i(t) dt|^q$ traduit le comportement local et le terme $(\int |... dt|)^{\frac{1}{q}}$ traduit le comportement global.

Lorsque $Q(q, \varepsilon) = k\varepsilon^{\eta(q)}$, l'exposant d'échelles $\eta(q)$ s'écrit quand comme suit:

$$\eta(q) = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{\log(Q(q, \varepsilon))}{\log(\varepsilon)} \quad (3.3)$$

En effet, nous avons $\frac{\log(Q)}{\log(\varepsilon)} = \eta - \left(\frac{\log(k)}{\log(\eta)}\right)$ et la $\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \left(\frac{\log(Q)}{\log(\varepsilon)}\right) = \eta$

Notons que pour un mouvement brownien fractionnaire d'exposant de Hurst H , l'exposant d'échelle s'écrit $\eta(q) = H$. La dimension fractale $D(q)$ devient alors :

$$D(q) = q^2 \frac{d\eta(q)}{dq} + 1 \quad (3.4)$$

Le coefficient de Hölder s'écrit comme suit:

$$h(q) = q \frac{d\eta(q)}{dq} + \eta(q) \quad (3.5)$$

Notons que la dimension fractale $D(q)$ peut être calculé par la transformée de Legendre de l'exposant d'échelle $\tau(q)$ de la façon suivante :

$$D(q) = q \frac{d\tau(q)}{dq} - \tau(q) \quad (3.6)$$

Sachant que l'exposant $\tau(q)$ est défini par:

$$\tau(q) = q\eta(q) - 1 \quad (3.7)$$

Le coefficient de Hölder $h(q)$ peut s'écrire:

$$h(q) = \frac{d\tau(q)}{dq} \quad (3.8)$$

Les résultats et discussions de cette approche basée sur le RCF sont présentés dans le chapitre 4.

3.2.2 Analyse multifractale basée sur les coefficients dominants (leaders)

Les coefficients dominants (leaders) sont des quantités multi résolutions définies à partir des coefficients d'ondelettes discrets. Ceux-ci caractérisent, en effet de, manière plus efficace les propriétés de régularité ponctuelle du signal étudié, et donc ses exposants de Hölder.

La construction des leaders s'effectue des petites vers les grandes échelles. Les leaders $L_x(j, k)$ sont définis comme le maximum en valeur absolue des coefficients $d_x(j, k - 1)$, $d_x(j, k)$, $d_x(j, k + 1)$ ainsi que de tous les parents de ces trois coefficients aux échelles plus fines.

Les coefficients de la transformée en ondelettes sont calculés sur un ensemble discret de dates et d'échelles $a = 2^j$ et $t = k2^j$. On obtient ainsi une représentation non-redondante du signal.

L'ensemble des dates et d'échelles utilisées sont repartis selon une grille dyadique dans un plans temps-échelle (Figure 3.4). On remplace chaque coefficient d'ondelette par le maximum de ces coefficients sur un voisinage et sur toutes les échelles inférieures.

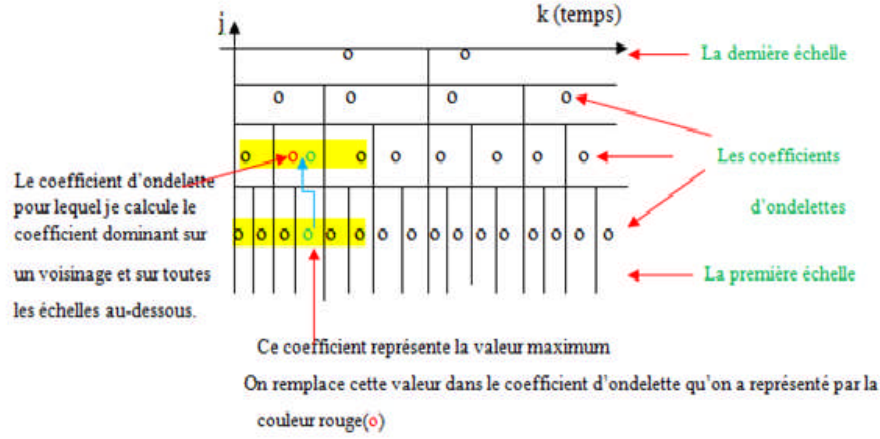


Figure 3.4 : Calcul des coefficients dominants [Oudjemia, 2011].

Le signal multi-échelle y_k possède un exposant de Hölder h en t_0 que les coefficients dominants traduisent comme suit :

$$L(k) \sim 2^{jh(t_0)}, 2^j \rightarrow 0 \quad (3.9)$$

C'est sur cette propriété clé que repose l'usage des coefficients dominants dans l'analyse multifractale. La fonction de structure $S_y^L(q, j)$ construite à partir des coefficients dominants se définit comme celles construites sur les coefficients d'ondelettes :

$$S_y^L(q, j) = \frac{1}{n_j} \sum_{n_i=1}^{k_i} L(j, k)^q \quad (3.10)$$

Les fonctions de structure d'ordre q se comportent selon une loi de puissance en fonction du rapport d'échelle 2^j :

$$S_y^L(q, j) = C_q 2^{j\tau_y^L(q)}, 2^j \rightarrow 0 \quad (3.11)$$

On calcule, par régression linéaire, l'exposant d'échelle $\tau_L(q)$:

$$\tau_L(q) = \liminf_{j \rightarrow 0} \frac{\log_2 S_L(q, j)}{j} \quad (3.12)$$

Avec la même procédure que l'exposant d'échelle $\tau_L(q)$ et en utilisant l'équation (3.13), on calcule par régression linéaire $h(q)$:

$$h(q) = \sum_{k=1}^{n_j} \frac{|L_y(q,j)^q|}{S(q,j)} \log |L_y(q,j)^q| \sim 2^{jh(q)} \quad (3.13)$$

De la même manière que celle du calcul de $h(q)$ et en utilisant l'équation (3.14), on calcule par régression linéaire $D(q)$:

$$D(q) = \sum_{k=1}^{n_j} \frac{|L_x(q,j)^q|}{S(q,j)} \log \frac{|L_x(q,j)^q|}{S(q,j)} \sim 2^{jh(q)} \quad (3.14)$$

La difficulté majeure de l'analyse multifractale basée sur les coefficients d'ondelettes discrets réside dans le choix de la gamme d'échelle $2^{j_1} \leq 2^j \leq 2^{j_2}$ à appliquer dans la régression linéaire. Ce choix dépend évidemment du signal analysé. Le caractère échantillonné des signaux implique que le nombre de coefficients d'ondelettes disponible aux petites échelles est petit ce qui induit un biais d'estimation. Pour les estimations par coefficients dominants, cette difficulté est accrue par la nature même des coefficients. On ne peut, pas pratiquement, calculer les véritables coefficients dominants pour les premières échelles puisque les coefficients d'ondelettes aux échelles plus fines ne sont pas, par définition, disponibles. Cette difficulté impose d'exclure une gamme plus large de petites échelles.

Résultats de simulations des coefficients d'ondelette dominants

Afin d'évaluer la méthode des coefficients dominants, nous l'avons appliquée sur 50 signaux monofractals et 50 signaux multifractals synthétiques avant de les appliquer sur des signaux réels (RCF). Nous avons calculé la valeur moyenne des coefficients de Hölder h et l'exposant d'échelle τ ainsi que les spectres multifractals. Les différents résultats sont comparés avec les valeurs théoriques obtenues.

La Figure 3.5 montre les valeurs du coefficient de Hölder h calculées par la méthode des coefficients d'ondelettes dominants pour un signal monofractal (rouge) et multifractal (verts) ainsi que la valeur petite du biais entre les valeurs théoriques et expérimentales.

Les Figures 3.6 et 3.7 montrent les valeurs de taux (τ) et celles du coefficient de Hurst H calculées pour un signal multifractal (MRW). Ces résultats montrent que les valeurs expérimentales des deux paramètres ne sont pas éloignées de celles théoriques d'où un biais calculé petit.

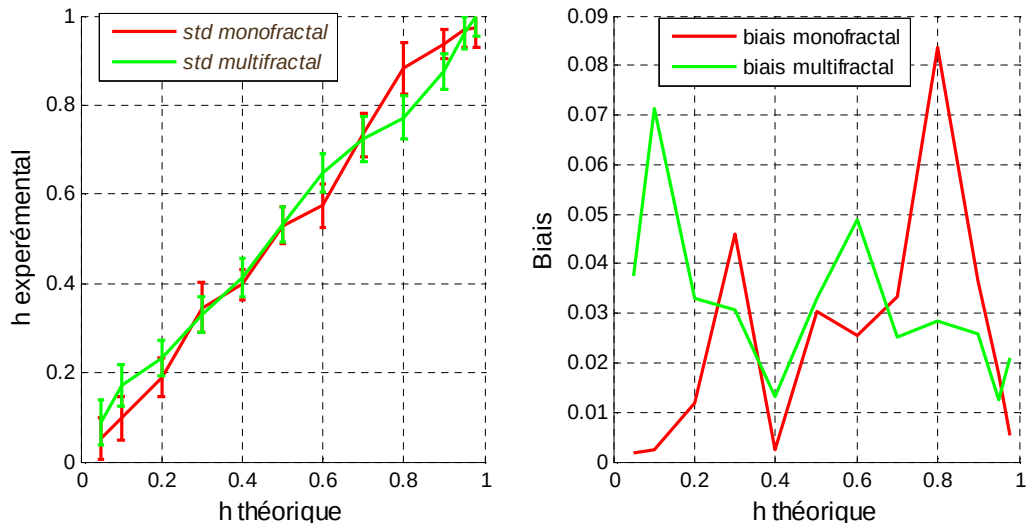


Figure 3.5 : Comparaison des valeurs de coefficient de Hölder h calculées par les coefficients d'ondelettes dominants ainsi que le biais entre ces valeurs et celles théoriques d'un signal monofractal (FBM) et multifractal (MRW).

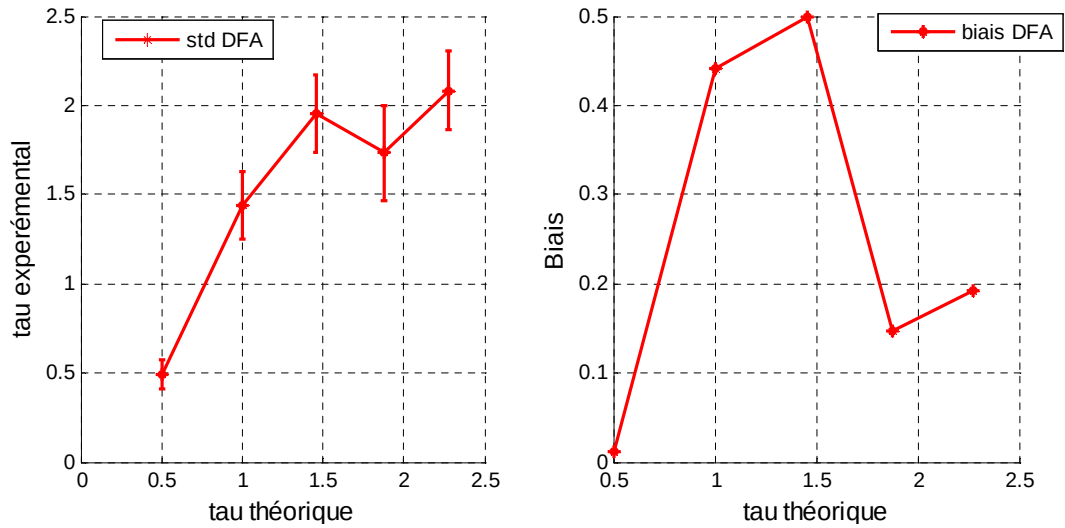


Figure 3.6 : Comparaison des valeurs de τ calculées par les coefficients d'ondelettes dominants ainsi que le biais entre ces valeurs et celles théoriques multifractales (MRW).

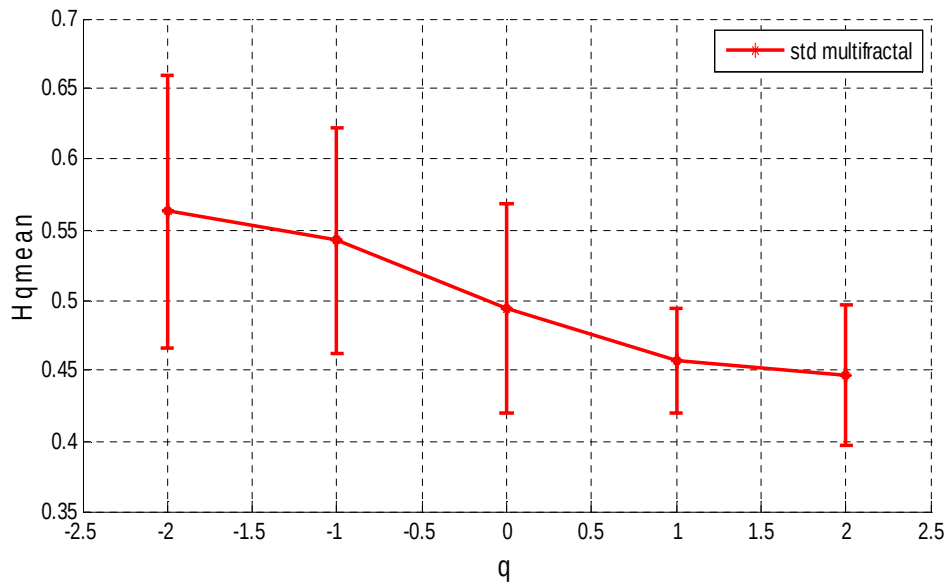


Figure 3.7 : Comparaison des valeurs de H calculées par les coefficients d'ondelettes dominants ainsi que le biais entre ces valeurs et celles théoriques multifractales (MRW).

Les Figures 3.8 et 3.9 montrent les spectres multifractals d'un signal monofractal et multifractal. Ces spectres sont proches de ceux théoriques.

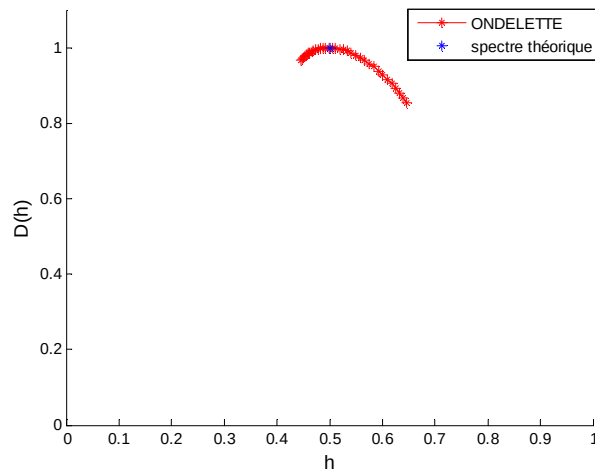


Figure 3.8: Spectre multifractal $D(h)$ d'un signal monofractal (FBM) calculé avec les coefficients d'ondelettes dominants (en rouge) et celui de spectre théorique (en bleu).

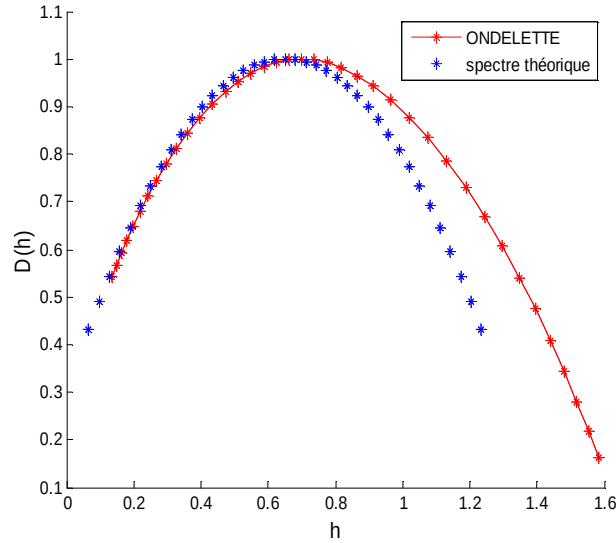


Figure 3.9: Spectre multifractal $D(h)$ d'un signal multifractal (MRW) calculé avec les coefficients d'ondelettes dominants (en rouge) et celui de spectre théorique (en bleu).

D'après les résultats de simulation, nous pouvons dire que la méthode des coefficients d'ondelettes dominants donne de bons résultats que nous allons exploiter sur les données RCF (chapitre 4).

3.2.3 Analyse des fluctuations sans tendance (DFA)

L'analyse des fluctuations est une méthode intéressante pour l'étude et la mesure des auto-corrélations à long terme des signaux non-stationnaires. Cette analyse quantifie la complexité des signaux en utilisant les propriétés fractales.

3.2.3.1 Algorithme DFA

Les versions multi-échelles y_α calculés par le « coarse-grained » de la série temporelle $X(n)$ seront analysées avec l'algorithme DFA.

La méthode DFA consiste à recréer à partir d'une série temporelle y_α (Figure 3.10 A), une seconde série B qui représente la somme (de 1 à k) des points de la série y retranchés de sa moyenne $\bar{y}$ (Figure 3.10 B).

Cette nouvelle série de données B représente donc schématiquement la tendance de notre signal au cours du temps.

$$B(k) = \sum_{i=1}^k (y(i) - \bar{y}) \quad (3.15)$$

Cette courbe de tendance est alors découpée en fenêtres d'égale longueur n et dans chaque fenêtre la tendance « locale » est calculée.

La série des données est alors redressée en soustrayant fenêtre par fenêtre la tendance locale calculée précédemment de la somme y . La racine carrée de cette série de données intégrées est alors calculée par fenêtre et appelée $F(n)$.

$$F(n) = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{k=1}^N (B(k) - B_n(k))^2} \quad (3.16)$$

$F(n)$ peut être considérée comme un écart-type, calculé par rapport à la moyenne « redressée ». Ce calcul est répété pour toutes les tailles de fenêtre n pour produire une relation entre n et $F(n)$.

On représente sur un graphe le $\text{Log}(F(n))$ en fonction du $\text{Log}(n)$ obtenant une droite dont la pente représente le coefficient de Hölder h (Figure 3.10 C) [Mandelbrot et Van Ness, 1968].

Pour différentes valeurs de n , on obtient différentes fluctuations $F(n)$. Si la série temporelle analysée est corrélée à long terme, les fonctions de fluctuations $F(n)$ croissent en suivant un comportement en loi de puissance.

$$F(n) \cong n^h \quad (3.17)$$

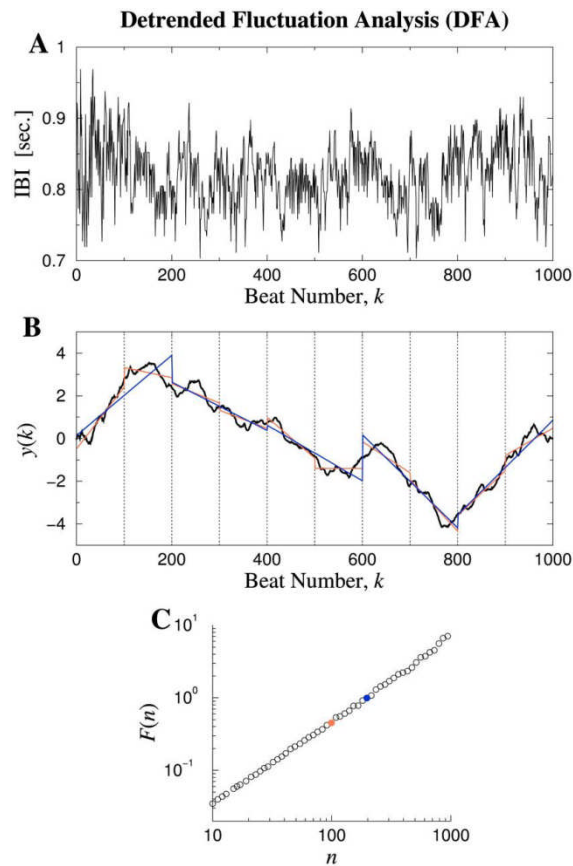


Figure 3.10 : Principe de la méthode DFA appliqué sur des intervalles inter-battement R-R [Goldberger et al., 2002].

Le coefficient de Hölder h , représente les propriétés d'auto corrélation du signal :

- 1) $h < 0.5$, le signal est anti corrélé.
- 2) $h = 0.5$, le signal ne présente aucune corrélation (un bruit blanc).
- 3) $h > 0.5$, présence d'auto corrélation dans le signal.
- 4) $h = 1$, bruit $1/f$.
- 5) $h = 1.5$, bruit brownien ou marche aléatoire.

L'utilisation de h est en mesure de décrire complètement les propriétés d'auto corrélations significatives des signaux biomédicaux.

Résultats de simulation de la méthode DFA

Nous avons simulé la méthode DFA sur 50 signaux monofractals et 50 signaux multifractals et nous avons calculé la valeur moyenne des coefficients de Hölder h et l'exposant d'échelle τ ainsi que les spectres multifractals qu'on a comparés avec les valeurs théoriques.

La Figure 3.11 montre les valeurs de coefficients de Hölder h calculées par la méthode DFA pour un signal monofractal (rouge) et multifractal (verts) ainsi qu'une valeur petite du biais entre les valeurs théoriques et expérimentales.

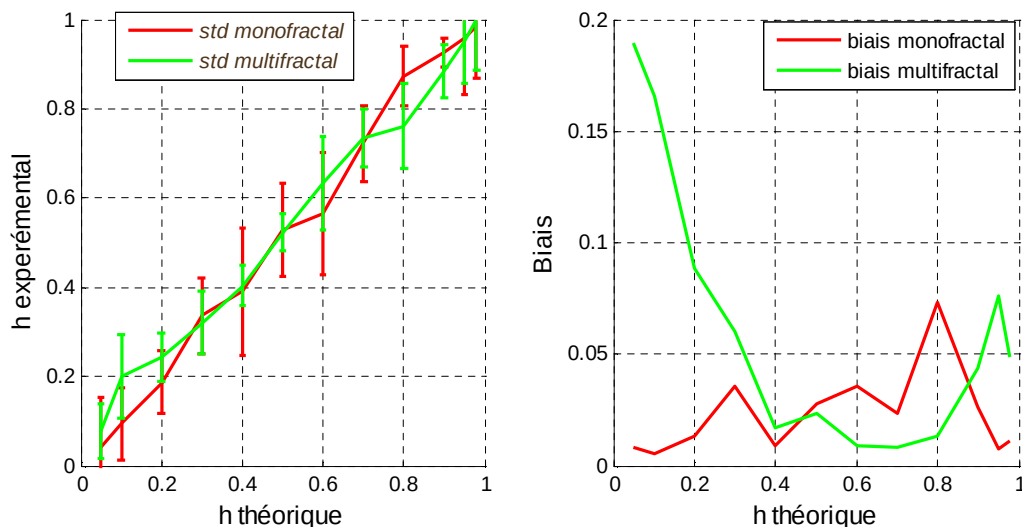


Figure 3.11 : Comparaison des valeurs de coefficient de Hölder h calculées par la méthode DFA ainsi que le biais entre ces valeurs et celles théoriques d'un signal monofractal (FBM) et multifractal (MRW).

Les Figures 3.12 et 3.13 montrent les valeurs de taux (τ) et celles du coefficient de Hurst H calculées pour un signal multifractal (MRW). Ces résultats montrent que les valeurs expérimentales des deux paramètres ne sont pas éloignées de celles théoriques d'où un biais calculé petit.

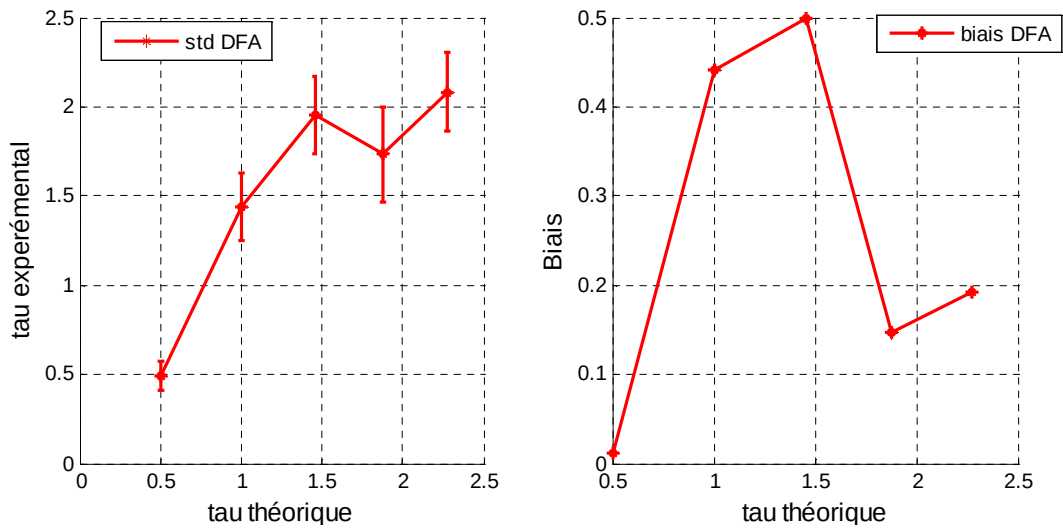


Figure 3.12 : Comparaison des valeurs de τ calculées par la méthode DFA ainsi que le biais entre ces valeurs et celles théoriques multifractales (MRW).

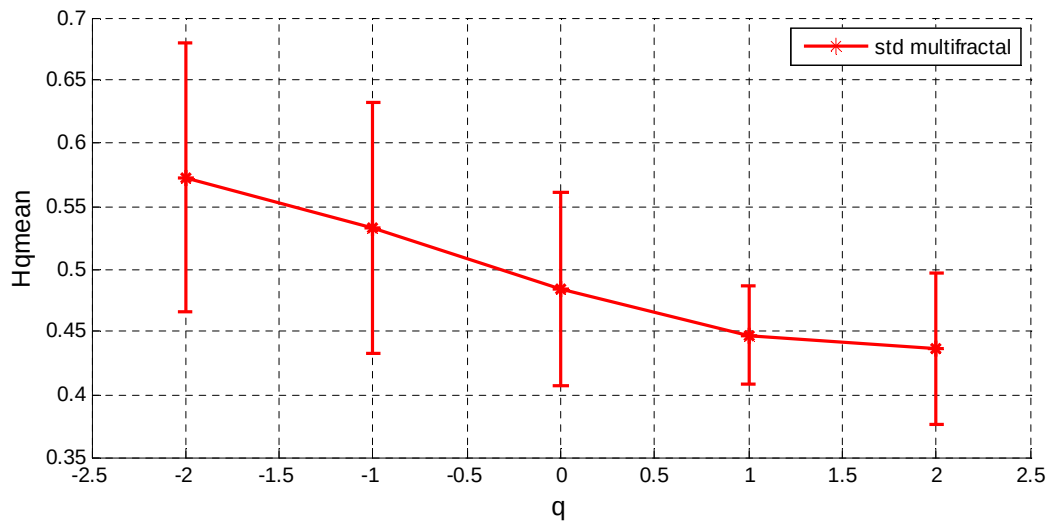


Figure 3.13 : Comparaison des valeurs de τ calculées par la méthode DFA ainsi que le biais entre ces valeurs et celles théoriques multifractales (MRW).

Les Figures 3.14 et 3.15 montrent les spectres multifractals d'un signal monofractal et multifractal calculés par la méthode DFA. Ces spectres sont proches de ceux théoriques.

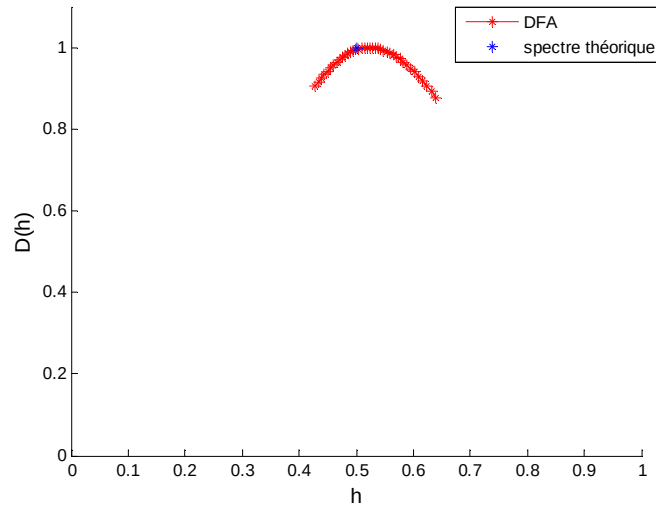


Figure 3.14: Spectre multifractal $D(h)$ d'un signal monofractal (FBM) calculé avec la méthode DFA (en rouge) et celui de spectre théorique (en bleu).

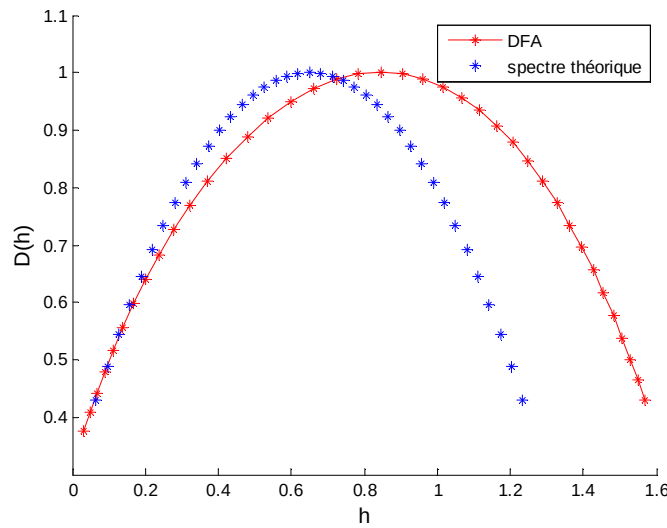


Figure 3.15: Spectre multifractal $D(h)$ d'un signal monofractal (MRW) calculé avec la méthode DFA (en rouge) et celui de spectre théorique (en bleu).

D'après les résultats de simulation effectués sur les signaux synthétiques, nous pouvons dire que la méthode DFA donne de bons résultats que nous allons exploiter sur les données RCF (chapitre 4).

3.2.4 Analyse multifractale floue (Fuzzy multifractal analysis)

Dans cette partie, nous allons décrire de nouvelles approches pour l'analyse multifractale et le calcul des paramètres multifractals en utilisant le concept de la logique floue.

L'approche proposée repose sur la méthode de mesure de longueur qu'on a décrite dans la section précédente. Afin de remédier aux quelques limites de cette approche et pouvoir décrire d'une manière plus exacte les similarités existantes dans nos signaux RCF, nous avons considéré le concept de similarité floue (fuzzy).

Dans la suite de cette section, nous allons expliquer et donner quelques définitions de ce concept et comment l'introduire dans la méthode de mesure de longueur pour améliorer l'analyse et la décision sur nos signaux RCF.

3.2.4.1 Mesure de longueur classique

La méthode de mesure de longueur donne de bons résultats d'après les résultats de simulation et ceux d'application sur les signaux RCF. La seule limite pour cette approche est le fait que la fonction de structure considère que le concept de similarité est binaire. Deux longueurs l_i et l_j sont similaires si la distance $d_{ij} = 0$ avec $d_{ij} = |l_i - l_j|$. Avec cette condition, le taux d'erreur d'estimation reste élevé parce qu'on écarte les longueurs dont la différence est légèrement différente de zéro.

Afin de pallier cette limite, nous avons considéré que la fonction de structure basée sur mesure de longueur est une fonction gaussienne. Nous allons proposer un niveau d'application du concept de la logique floue sur la méthode de mesure de longueur afin d'améliorer les résultats précédents.

3.2.4.2 Concept de la logique floue (Fuzzy logic)

La logique floue, en anglais fuzzy logic, est une théorie qui a été mise au point par le professeur Zadeh. Le terme d'ensemble flou apparaît pour la première fois en 1965 lorsque le professeur Lotfi A. Zadeh de l'université de Berkeley aux USA, publie un article intitulé "Ensembles flous" (Fuzzy sets). Il a réalisé depuis de nombreuses avancées théoriques majeures dans ce domaine.

Aujourd'hui cette technique est utilisée dans beaucoup d'applications et dans plusieurs domaines de la science. Tout ce qui n'est pas spécifié exactement est mis dans le « panier » de la logique floue. Le professeur Zadeh est parti de ce point de vue pour développer sa théorie. En théorie standard de la classification, l'élément appartient à un ensemble ou plusieurs ou aucun, mais le concept reste le même : oui ou non, vrai ou pas. Mais que se passe-t-il si tout n'est pas clair? Un élément appartient un peu à un ensemble, un peu à autre et le reste n'appartient à aucun ensemble. Maintenant nous sortons du raisonnement binaire et entrons dans la logique floue. Comment peut-on utiliser cette théorie dans le réglage des processus?. La logique floue nous aide beaucoup dans l'amélioration et la modélisation d'état de fonctionnement de beaucoup de systèmes. La logique floue diffère de la logique classique parce qu'elle permet des définitions partielles ou "floue" de règle de contrôle. La puissance de la logique floue vient de sa capacité à décrire un phénomène ou un processus particulier de façon linguistique, puis de représenter ce phénomène par un faible nombre de règles.

3.2.4.3 Comparaison : la logique floue et la logique classique

La logique booléenne classique ne permet que deux états à savoir VRAI ou FAUX. La logique floue ; quant à elle permet d'exprimer plusieurs niveaux, plutôt que seulement 1 ou 0. Par exemple : le four est "chaud", le four est "très chaud". Quelle est la différence entre chaud et très chaud? Ou encore, un homme est haut s'il mesure 175 cm. Un homme est très haut s'il mesure 190 cm. Où est la ligne de démarcation?

Un homme de 180 cm est-il haut ou très haut par rapport à 180.5 cm et 179 cm?. La logique floue est une branche des mathématiques qui permet à un ordinateur de modéliser le monde réel de la même manière que les personnes. Elle est préoccupée par la quantification et le raisonnement en utilisant un langage qui permet des définitions ambiguës, comme beaucoup, peu, petit, haut, dangereux. Elle s'occupe de situations où la question qui est posée et la réponse obtenue contiennent des concepts vagues. Selon la logique floue, le raisonnement exact est un cas limite du raisonnement approximatif; tout n'est qu'un degré. Tout système logique peut être rendu flou. Les connaissances sont interprétées comme une collection de contraintes élastiques ou floue d'un ensemble de variables. L'inférence est un processus de propagation de contraintes élastiques. La logique booléenne est un sous-ensemble de la logique floue. La logique floue permet d'accommoder le concept de vérité partielle : des valeurs complètement vrai et complètement faux sont admises. On suppose que des modes de raisonnement humain est approximatif.

Fonctions d'appartenance

Un ensemble flou est défini par sa "fonction d'appartenance", qui correspond à la notion de "fonction caractéristique" en logique classique. Supposons que nous voulions définir l'ensemble des personnes de "taille moyenne". En logique classique, nous conviendrons par exemple que les personnes de taille moyenne sont celles dont la taille est comprise entre 1.60 m et 1.80 m. La fonction caractéristique de l'ensemble (Figure 3.16) donne "0" pour les tailles hors l'intervalle [1.60 m;1.80 m] et "1" dans cet intervalle. L'ensemble flou des personnes de "taille moyenne" sera défini par une "fonction d'appartenance" qui diffère d'une fonction caractéristique par le fait qu'elle peut prendre n'importe quelle valeur dans l'intervalle [0,1]. A chaque taille possible correspondra un "degré d'appartenance" à l'ensemble flou des "tailles moyennes" (Figure 3.17) compris entre 0 et 1.

Pour un sous ensemble flou A sera donc défini par une fonction d'appartenance $u_a(x)$ décrivant le degré avec lequel l'élément x appartient à A . Pour la théorie classique : $u_a(x) = 1$ si $x \in A$, 0 sinon, pour la théorie floue : $u_a(x) \in [0,1]$.

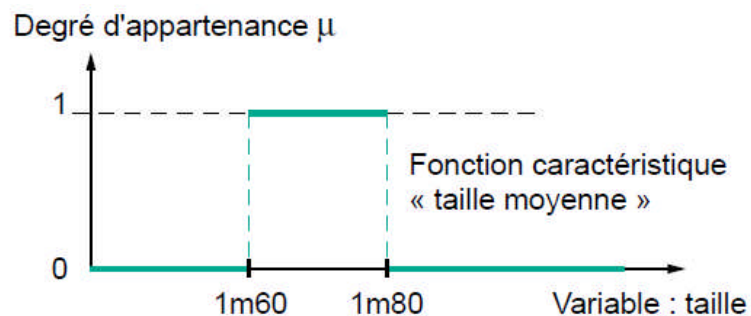


Figure 3.16 : Fonction caractéristique.

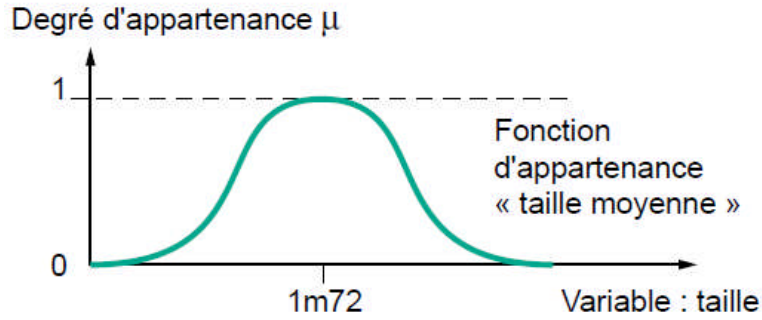


Figure 3.17 : Fonction d'appartenance.

3.2.4.4 Fuzzy pour la mesure de longueur

On intervient au niveau de la fonction de structure qui consiste à calculer les différentes longueurs des segments. On compare chaque longueur aux autres pour chaque valeur d'échelle ϵ et cette différence sera l'entrée de notre fonction de structure gaussienne. L'objectif est de chercher toutes les similarités et éviter d'écarter deux longueurs similaires quand la différence de longueur est proche de zéro.

Soit y le signal RCF composé de N échantillons. Pour chaque valeur d'échelle ϵ , on obtient $(N - \epsilon)$ segments de longueur $l_1, l_2, l_3, \dots, l_n$ où $l_n(\epsilon) = |y(\epsilon + n) - y(n)|$.

Notre nouvelle fonction de structure devienne :

$$Z(q, \epsilon) = \left[\sum_{i=1}^n D_i(d_{ij}, \epsilon) \cdot l_n^q \right]^{1/q} \quad (3.18)$$

Où $D_i(d_{ij}, \epsilon) = \sum_{j=1}^n \exp(-d_{ij}/\epsilon)^2$ et $d_{ij} = |l_i - l_j|$ avec i et j allant de 1 à n .

Si $Z(q, \epsilon) = G\epsilon^{\eta(q)}$, alors l'exposant d'échelle $\eta(q)$ s'écrit comme suit :

$$\eta(q) = \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \frac{\log(Z(q, \epsilon))}{\log(\epsilon)} \quad (3.19)$$

Les paramètres multifractals $D(q)$ et $h(q)$ vont s'écrire comme suit :

$$D(q) = q^2 \frac{d\eta(q)}{dq} + 1 \quad (3.20)$$

$$h(q) = q \frac{d\eta(q)}{dq} + \eta(q) \quad (3.21)$$

Notons qu'on peut avoir les paramètres multifractals $D(q)$ et $h(q)$ par la transformée de Legendre du $\tau(q)$:

$$D(q) = q \frac{d\tau(q)}{dq} - \tau(q) \quad (3.22)$$

$\tau(q)$ est un autre exposant d'échelle définit comme suit :

$$\tau(q) = q\eta(q) - 1 \quad (3.23)$$

Le coefficient de Hölder s'écrit :

$$h(q) = \frac{d\tau(q)}{dq} \quad (3.24)$$

Résultats de simulation de Fuzzy longueur

Les résultats de simulation de cette méthode sur 50 signaux synthétiques monofractals et 50 signaux multifractals (mouvement brownien fractionnaire et marche multifractale aléatoire) montrent bien les performances de cette méthode. Nous avons calculé des paramètres multifractals à savoir le coefficient de Hölder h , l'exposant d'échelle τ et le coefficient de Hurst H .

Afin d'évaluer les performances de la méthode « fuzzy longueur », nous avons calculé le biais entre les valeurs théoriques h d'un signal monofractal (des FBM de valeur $h = 0.1:0.1:1$) et celles calculées par mesure de longueur et fuzzy longueur comme le montre la Figure 3.18.

Nous avons également calculé le spectre multifractal $D(h)$ d'un FBM et on l'a comparé avec le spectre théorique. La Figure 3.19 et 3.20 montrent les spectres multifractals $D(h)$ calculés avec la méthode de longueur et fuzzy longueur respectivement.

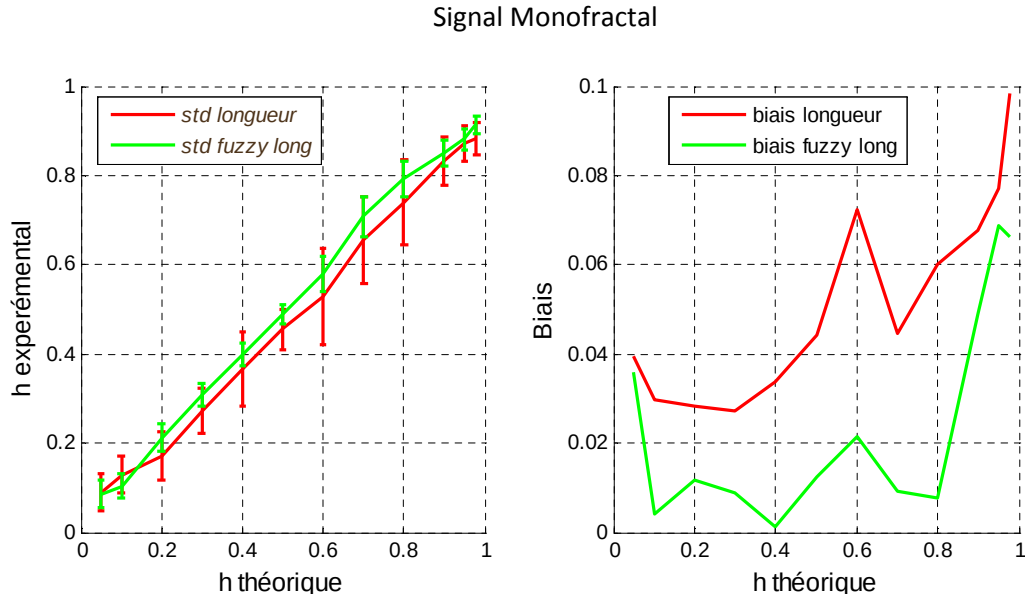


Figure 3.18 : Comparaison des valeurs de coefficient de Hölder h calculés par mesure de longueur et fuzzy longueur ainsi que le biais entre ces valeurs et celles théorique d'un FBM.

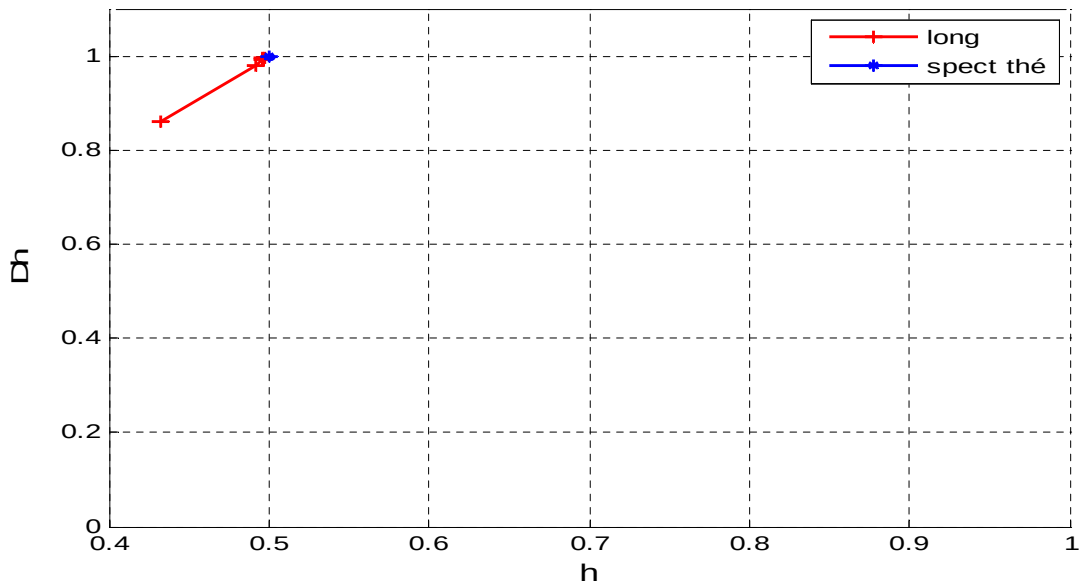


Figure 3.19 : Spectre multifractal $D(h)$ d'un fbm avec mesure de longueur (en rouge) et celui de spectre théorique en(en bleu).

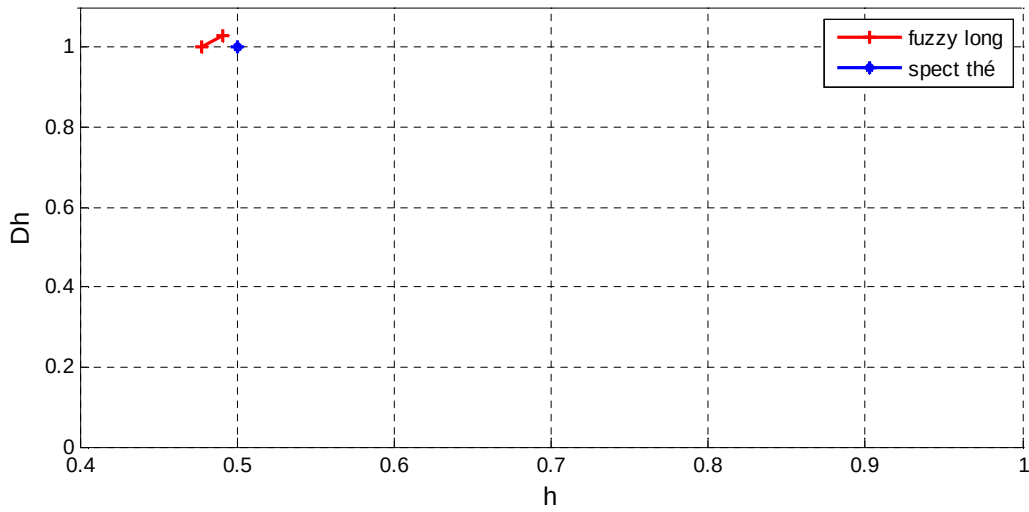


Figure 3.20: Spectre multifractal $D(h)$ d'un fbm avec fuzzy longueur (en rouge) et celui de spectre théorique (en bleu).

Les Figures 3.21 et 3.22 montrent les biais entre les valeurs théoriques des coefficients de Hölder h et l'exposant d'échelle τ d'un signal multifractal respectivement (MRW avec $H = 0.5$) et celles calculés par mesure de longueur et fuzzy longueur.

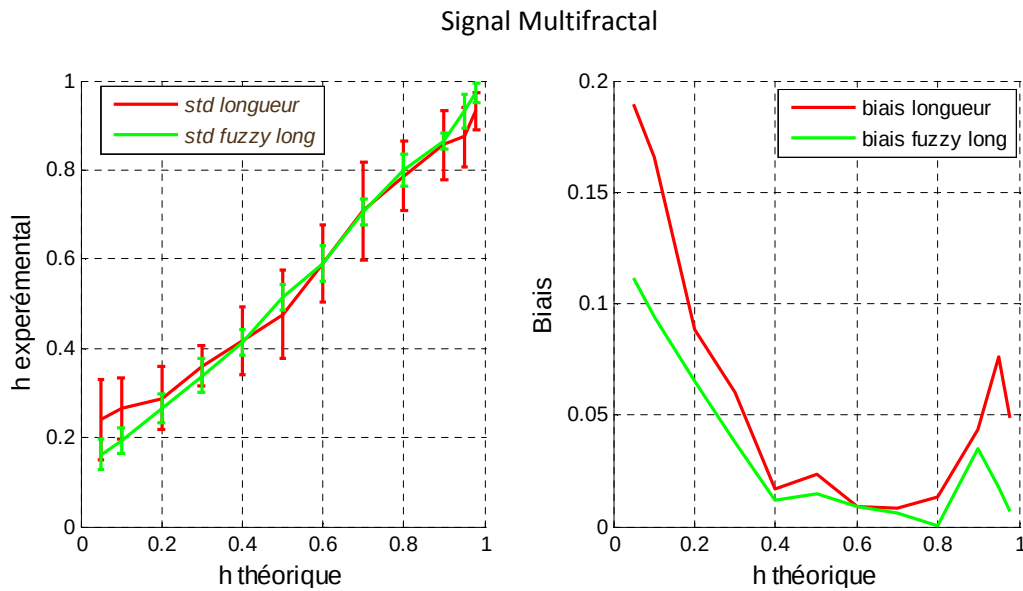


Figure 3.21 : Comparaison des valeurs de coefficient de Hölder h calculées par mesure de longueur et fuzzy longueur avec les valeurs théoriques d'un signal multifractal MRW.

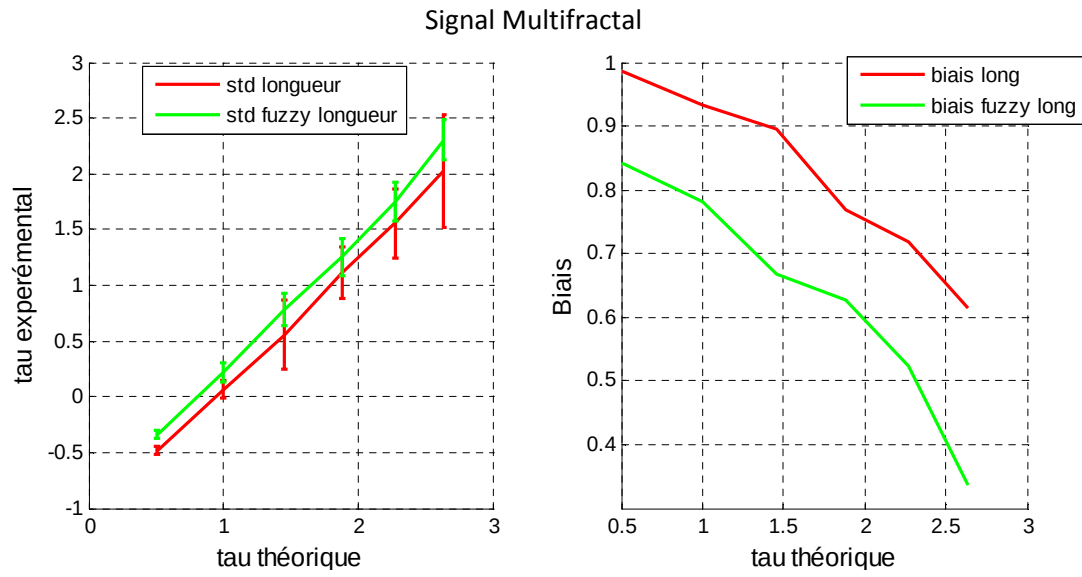


Figure 3.22 : Comparaison des valeurs d'exposant d'échelle τ calculées par mesure de longueur et fuzzy longueur avec les valeurs théoriques d'un signal multifractal MRW.

Nous avons calculé également l'exposant de Hurst moyen de plusieurs réalisations d'un signal multifractal (MRW avec $H = 0.5$) en fonction de q (Figure 3.23).

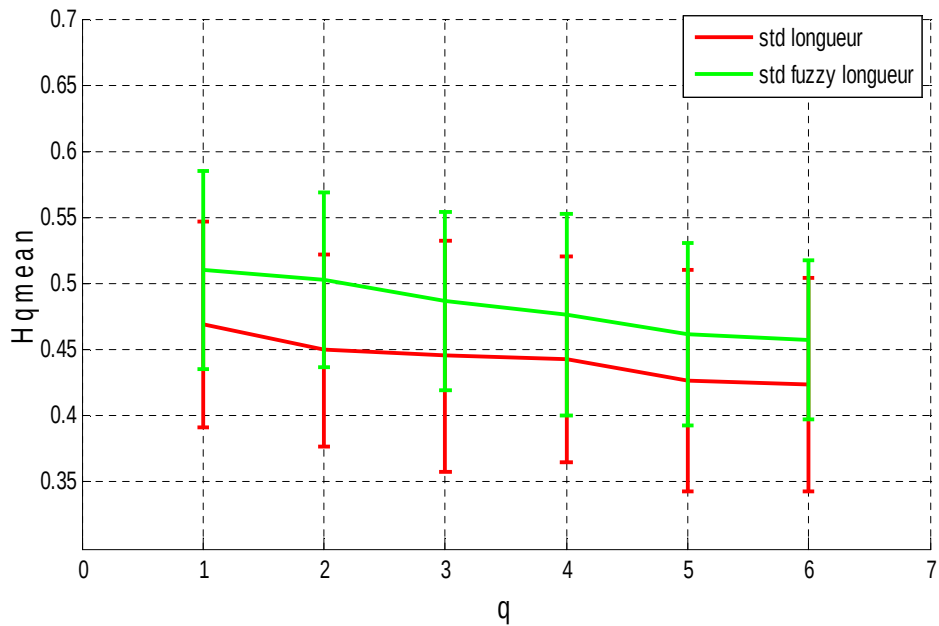


Figure 3.23 : Calcul du coefficient de Hurst moyen (H_{mean}) d'un MRW par un mesure de longueur (en rouge) et fuzzy longueur (en vert).

Les Figures 3.24 et 3.25 montrent les spectres multifractals $D(h)$ calculés par fuzzy longueur et mesure de longueur respectivement sur un signal multifractal.

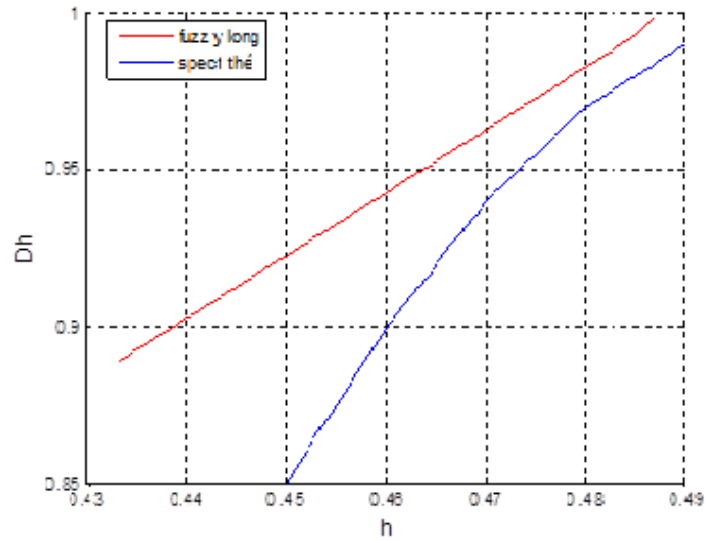


Figure 3.24 : Spectre multifractal $D(h)$ d'un MRW avec fuzzy longueur (en rouge) et celui de spectre théorique en(en bleu).

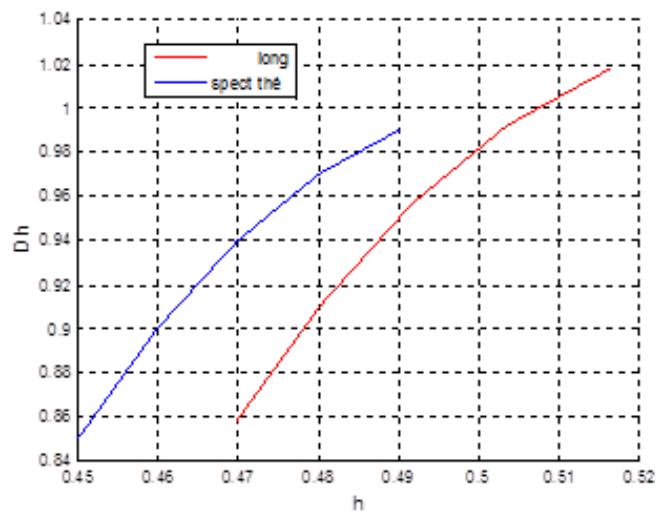


Figure 3.25 : Spectre multifractal $D(h)$ d'un MRW avec mesure de longueur (en rouge) et celui de spectre théorique (en bleu).

Les résultats de simulation sur un signal monofractal représentés dans la Figure 3.18 montrent que les coefficients de Hölder h calculés par fuzzy longueur sont proches des valeurs théoriques et le biais est plus petit pour cette méthode que pour la méthode de mesure de longueur classique.

Le spectre multifractal $D(h)$ calculé par fuzzy longueur (Figure 3.20) est plus proche du spectre théorique d'un signal monofractal (FBM) comparé à celui calculé pour la mesure de longueur (Figure 3.19).

Dans le cas de simulation sur un signal multifractal, les biais entre les valeurs théoriques de h et celles calculées par fuzzy longueur sont plus petites comparées à celles calculées par mesure de longueur classique (Figure 3.21).

Les valeurs du biais sont toujours plus petites pour la méthode de fuzzy longueur comparées à celles calculées par mesure de longueur classique pour les deux paramètres τ et H (Figures 3.22 et 3.23).

Concernant les spectres multifractals $D(h)$ calculés dans le cas multifractal, les résultats montrent que le spectre calculé par fuzzy longueur (Figure 3.24) est plus proche au spectre théorique comparé à celui calculé par mesure de longueur classique (Figure 3.25).

3.3 Analyse par entropie

Dans cette section, nous allons présenter deux approches non linéaires basées sur le calcul d'entropie qui sert à mesurer le degré de désordre dans la série temporelle.

3.3.1 Les méthodes entropiques proposées

L'entropie qui traduit le désordre décrit le comportement d'un système en termes de hasard et quantifie l'information de la dynamique sous-jacente. L'entropie caractérise le "désordre". Un signal stochastique irrégulier est moins prévisible et est traduit par une valeur d'entropie plus élevée qu'un signal qui est complètement déterministe [Eckmann et Ruelle, 1985]. Dans la littérature, les chercheurs ont défini plusieurs types d'entropie afin de caractériser et d'analyser les signaux complexes.

Dans cette section, nous allons décrire deux nouvelles méthodes basées sur le calcul d'entropie afin de séparer entre les fœtus sains et malades.

3.3.1.1 Entropie de similarité multi-échelle

La première méthode de calcul d'entropie appelée entropie échantillonnée consiste à calculer la probabilité de trouver tous les m -motifs similaires avec une tolérance r . Cette méthode reflète uniquement les variations locales du signal car la recherche de similitudes implique que les variations qui ont les mêmes amplitudes. L'inconvénient de cette méthode est la suppression des variations identiques du signal localisées sur les différents niveaux d'amplitudes.

Pour les quantifier tous, Xie et al [Xie et al., 2008] a proposé une nouvelle méthode qui s'appelle entropie de similarité (SimEnt). Cette méthode basée sur le calcul des m -motifs centrés similaires avec une tolérance r .

Ce procédé de centrage consiste à supprimer la moyenne du signal (garder que les variations où les fluctuations) et calculer tous les m -motifs similaires situées dans toute la série temporelle à la même valeur d'amplitude.

L'originalité de la méthode proposée est d'étendre la méthode de similarité entropie à l'analyse multi-échelle.

Pour l'analyse des enregistrements des RCF, chaque série temporelle $x(n)$ composée de $M = 7200$ points est représentée par un vecteur X . Pour capturer les fluctuations présentes dans la série à différentes échelles, une analyse multi-échelle est introduite. Cette méthode consiste à évaluer les versions approchées de la série temporelle originale à partir d'une moyenne locale des points voisins. Cette procédure proposée par [Costa et al., 2002] est nommée « coarse-grained » qu'on a déjà défini dans la méthode multifractale. La nouvelle série temporelle est composée de $\frac{M}{\alpha}$ échantillons à l'échelle α est écrit comme suit:

$$y_{\alpha}(k) = \sum_{i=(k-1)\alpha+1}^{k\alpha} x_i \quad (3.25)$$

où $1 \leq k \leq \frac{M}{\alpha}$.

Pour $\alpha = 1, y_1(k) = x(k)$ qui est la série temporelle d'origine.

Afin d'assurer la même taille (nombre de points) pour chaque série temporelle après la procédure de « coarse-grained », ces séries temporelles ont été interpolées par un facteur α . Le vecteur obtenu des séries temporelles interpolé est composé de M échantillons.

Pour chaque vecteur, une mesure de similarité à court terme (par fenêtrage) est effectuée sur un segment de vecteur Y_α composé de 720 points (3 min).

Notre travail consiste à évaluer l'entropie échantillonnée des m -motifs centrés qu'on a nommé entropie de similarité à travers plusieurs échelles. La procédure de m -motifs centrée consiste à éliminer la moyenne des signaux RCF, il est semblable à la procédure d'élimination de la tendance pour la méthode DFA.

Pour mieux expliquer, un exemple est donné par la Figure 3.26.

En haut de la figure, une partie de la procédure du calcul de l'entropie échantillonnée est présentée. Dans ce cas, la probabilité de trouver les motifs constitués de 2 points a été évaluée et seulement deux 2-motifs ont été trouvés similaires.

En bas de la figure, une partie de la procédure du calcul de l'entropie de similarité est représenté. Dans ce cas, la probabilité de trouver le premier 2-motifs centré a été évalué et huit 2-motifs centrés ont été trouvés similaires. La procédure de recherche de similarité est donc une d'étude et d'analyse des fluctuations autours la tendance.

Pour le vecteur de la série temporelle Y_α , une séquence de vecteur est formée:

$$Y_{\alpha,i}^m = \{y_\alpha(i), y_\alpha(i+1), \dots, y_\alpha(i+m-1)\} - \bar{Y}_{\alpha,i}^{(m)} \quad (3.26)$$

où $\bar{Y}_{\alpha,i}^{(m)} = \frac{1}{m} \sum_{l=0}^{m-1} y_\alpha(i+l)$ est la moyenne des vecteurs y_α pour i allant de 1 à $-m+1$.

$Y_{\alpha,i}^{(m)}$ représente les valeurs consécutives y_α allant du i^{ime} point avec m la longueur du motif.

La distance $d_{i,j}^{(m)}$ entre les deux motifs $Y_{\alpha,i}^m$ et $Y_{\alpha,j}^m$ est définis comme suit:

$$\begin{aligned} d_{i,j}^{(m)} &= d[Y_{\alpha,i}^m, Y_{\alpha,j}^m] \\ &= \max_{k \in (0, m-1)} |y_\alpha(i+k) - y_\alpha(j+k)| \end{aligned} \quad (3.27)$$

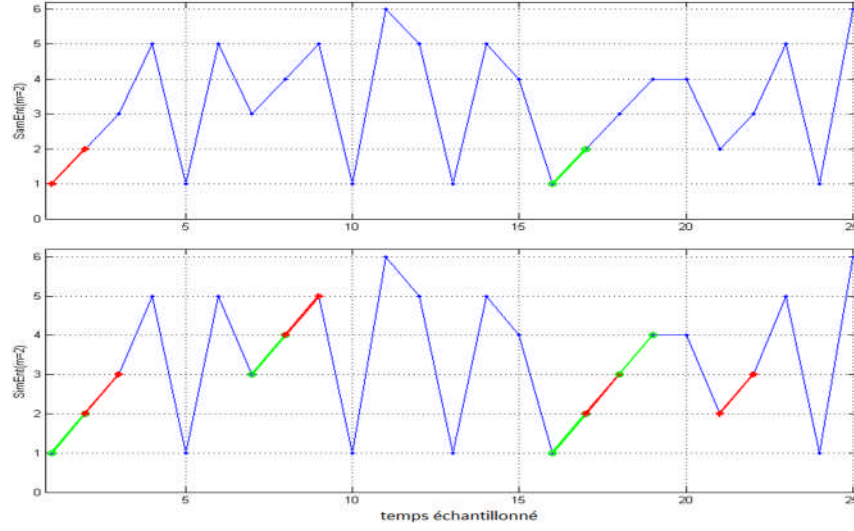


Figure 3.26 : Illustration de la différence fondamentale entre l'entropie échantillonnée et l'entropie similarité.

La moyenne du degré de similitude entre $Y_{\alpha,i}^m$ et ses vecteurs voisins $Y_{\alpha,j}^m$ avec une tolérance r peut être définie comme suit:

$$B_i^{(m)} = \frac{1}{N-m-1} \sum_{i=1, j \neq i}^{N-m} \theta(d_{i,j}^{(m)}, r) \quad (3.28)$$

où θ est la fonction d'appartenance binaire, j allant de 1 à $N - m$ et $j \neq i$ pour exclure les autosimilarités.

Le vecteur $Y_{\alpha,i}^m$ est très proche de ses vecteurs voisins $Y_{\alpha,j}^m$ quand la distance $d_{i,j}^{(m)} < r$, alors un motif similaire est trouvé. Finalement, la fonction $B^{(m)}(r)$ est définie comme suit:

$$B^{(m)}(r) = \frac{1}{N-m} \sum_{i=1}^{N-m} B_i^{(m)}(r) \quad (3.29)$$

De la même manière, pour le vecteur $Y_{\alpha,i}^{m+1}$, on définit la fonction $A^{(m)}(r)$

$$A^{(m)}(r) = \frac{1}{N-m} \sum_{i=1}^{N-m} A_i^{(m)}(r) \quad (3.30)$$

où

$$A_i^{(m)} = \frac{1}{N-m-1} \sum_{j=1, j \neq i}^{N-m} \Theta(d_{i,j}^{(m)}, r) \quad (3.31)$$

L'entropie similarité $SimEnt(m, r, N)$ pour des signaux finis de N échantillons est écrit à l'échelle α comme suit:

$$SimEnt(\alpha, m, r, N) = \log(B^{(m)}) - \log(A^{(m)}) \quad (3.32)$$

Notons que l'entropie similarité a la même définition que l'entropie échantillonnée à la différence du m-motifs qui est centrés pour l'entropie similarité.

Nous avons calculé la moyenne de l'entropie de similarité multi-échelle de 50 signaux synthétiques monofractales et 50 signaux multifractales (Figure 3.27).

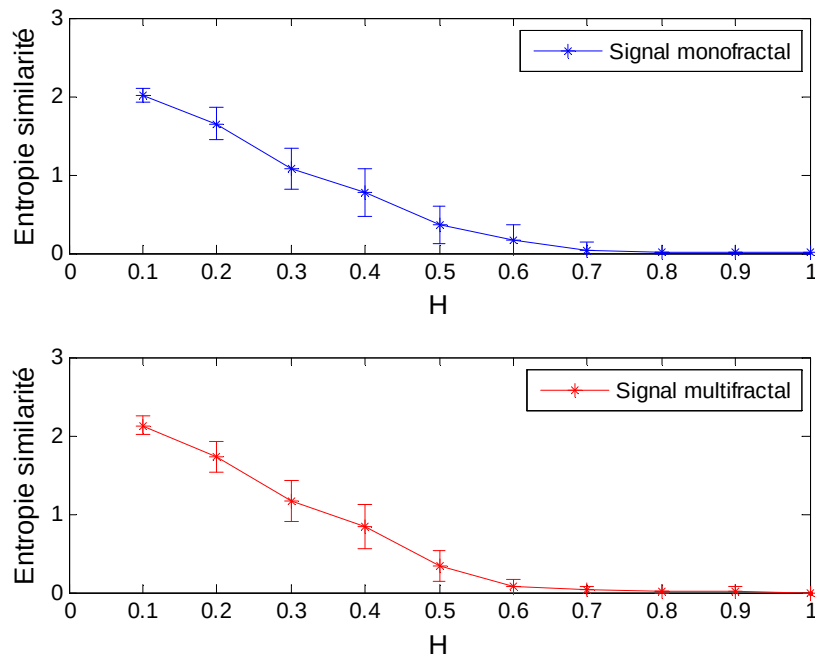


Figure 3.27 : Entropie de similarité multi-échelle calculé pour des monofractals (en bleu) et multifractals (en rouge).

Les résultats de la Figure 3.27 montrent que la valeur de l'entropie est inversement proportionnelle à la valeur de Coefficient de Hurst H . Nous avons vu dans les sections précédentes que plus le coefficient H est petit, plus le signal est irrégulier d'où la valeur élevée de l'entropie.

3.3.1.2 Delta-Fuzzy entropie de similarité

Cette nouvelle méthode que nous proposons vise à évaluer la complexité des séries temporelles en vue de distinguer entre les fœtus sains des malades. Cette méthode consiste à calculer l'entropie par l'évaluation de la probabilité de présence de m -motifs.

Pour le vecteur de la série temporelle X composé de 7200 points, une séquence de vecteurs X_i^m est formée comme suit:

$$X_i^m = \{x(i), x(i+1), \dots, x(i+m-1)\} - \bar{X}_i^{(m)} \quad (3.33)$$

où $\bar{X}_i^{(m)} = \frac{1}{m} \sum_{l=0}^{m-1} x(i+l)$ est la moyenne des vecteurs X_i^m .

Pour capturer les similarités des deux m -motifs $\bar{X}_i^{(m)}$ et $\bar{X}_j^{(m)}$, il est judicieux de supprimer la moyenne des chaque m -motifs.

Les m -motifs $X_i^{(m)}$ sont formés directement à partir des m valeurs consécutives extraites de la série temporelle originale.

La similarité des vecteurs est basée sur une fonction gaussienne au lieu d'une fonction Heaviside. Cette dernière traduit ces entrées en deux états à savoir 1 ou 0. L'inconvénient de cette fonction se présente dans les distances qui sont légèrement supérieures à la tolérance r qui n'est pas comptabilisée et les distances inférieures à r sont considérées similaires. Afin de pallier à ce problème, une fonction gaussienne est utilisée pour remplacer la fonction binaire Heaviside dans le calcul de similarité entre les vecteurs $\bar{X}_i^{(m)}$ et $\bar{X}_j^{(m)}$.

La distance $d_{i,j}^{(m)}$ entre les deux m -motif $\bar{X}_i^{(m)}$ et $\bar{X}_j^{(m)}$ est définie comme suit:

$$\begin{aligned} d_{i,j}^{(m)} &= d[X_i^m, X_j^m] \\ &= \max_{k \in (0, m-1)} |x(i+k) - x(j+k)| \end{aligned} \quad (3.34)$$

Avec $(i, j = 1, \dots, N, j \neq i)$

Avec une tolérance r , le degré de similarité ou fonction d'appartenance θ est définie comme suit :

$$\theta(r, d_{i,j}^{(m)}) = \exp\left(-\left(\frac{d_{i,j}^{(m)}}{r}\right)^p\right) \quad (3.35)$$

La fonction exponentielle $\exp\left(-\left(\frac{d_{i,j}^{(m)}}{r}\right)^p\right)$ est choisie comme fonction d'appartenance avec le paramètre p à régler. Quand p tend vers l'infini la fonction d'appartenance tend vers une fonction binaire tandis que pour $p = 2$ la fonction d'appartenance est une fonction gaussienne (Figure 3.28).

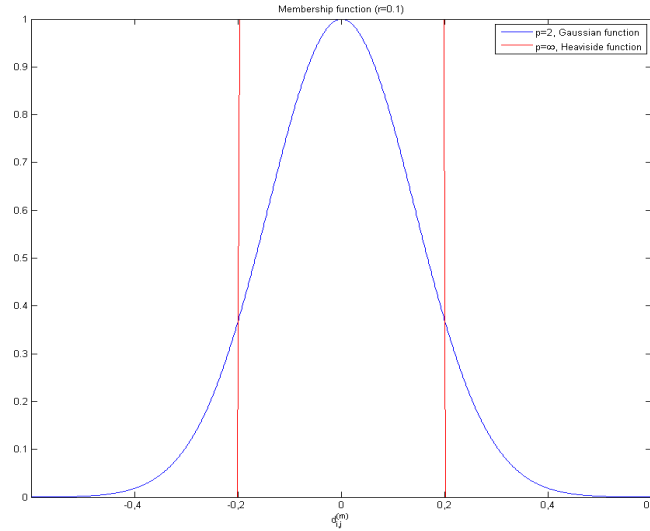


Figure 3.28: Une fonction d'appartenance exponentielle. La forme rectangulaire est obtenue pour $p = \infty$ et la forme gaussienne est obtenue pour $p = 2$.

La somme de la corrélation $C_i^m(r)$ est définie comme suit:

$$C_i^m(r) = \frac{1}{N-m-1} \sum_{j=1}^{N-m-1} \theta(r, d_{i,j}^{(m)}) \quad (3.36)$$

Nous avons défini une nouvelle fonction $\delta(m, k)$ basée sur la différence entre $\Phi^{(r)}(m)$ et $\Phi^{(r)}(m + k)$ comme suit:

$$\delta(m, k, r) = \frac{(\phi^{(r)}(m) - \phi^{(r)}(m+k))}{k} \quad (3.37)$$

où

$$\Phi(m) = \frac{1}{N-(m-1)} \sum_{i=0}^{N-(m-1)} \log C_i^{(m)}(r) \quad (3.38)$$

L'entropie approchée est un cas spécial de l'équation (3.37) quand $k = 1$.

Nous avons calculé six paramètres d'entropie: Trois paramètres existants comme l'entropie approchée (AppEnt), l'entropie similarité (SimEnt) et Fuzzy entropie similarité (FuzzySimEnt), et trois nouveaux paramètres comme δ -entropie approchée (δ -AppEnt), δ -entropie similarité (δ -SimEnt) et δ -Fuzzy entropie similarité (δ -FuzzySimEnt) (Tableau 3.1). Notre objectif est de comparer le delta Fuzzy entropie aux différentes autres entropies afin de l'évaluer.

	$k = 1$	$k > 1$
La moyenne est supprimée du signal et $p = \infty$	SimEnt	$\delta - SimEnt$
La moyenne est supprimée du signal et $p = 2$	FuzzySimEnt	$\delta - FuzzySimEnt$
La moyenne est non supprimée du signal et $p = \infty$	AppEnt	$\delta - AppEnt$

Tableau 3.1 : Résumé des différents paramètres d'entropie calculés.

Nous avons calculé la moyenne de delta fuzzy entropie de similarité de 50 signaux synthétiques monofractals et 50 signaux multifractals afin d'évaluer cette méthode avant de l'appliquer sur les signaux RCF.

Les résultats de la Figure 3.29 montrent que le delta Fuzzy entropie de similarité traduit l'irrégularité des signaux. Les valeurs de cette entropie est inversement proportionnelle à la valeur de coefficient de Hurst H .

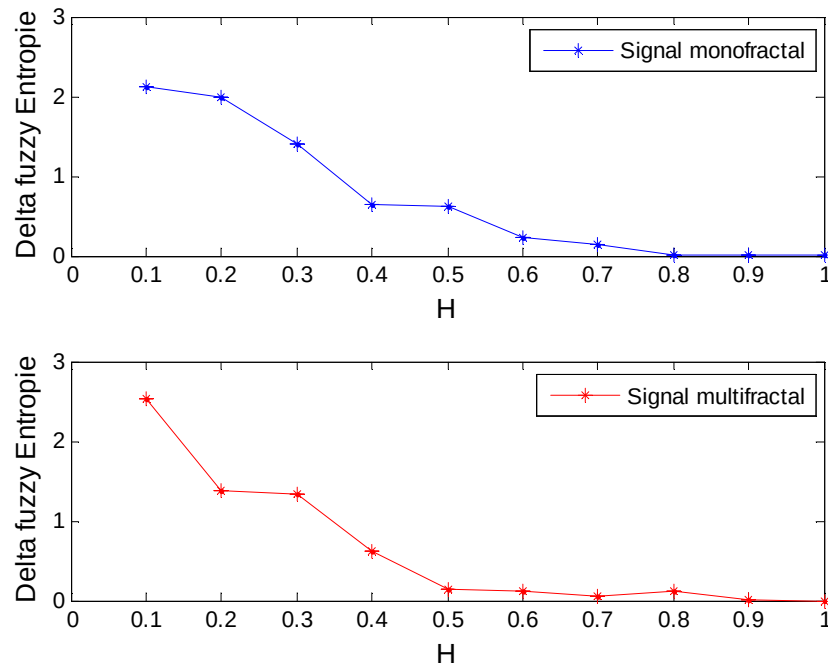


Figure 3.29 : Delta Fuzzy entropie de similarité calculé pour des signaux monofractals (en bleu) et multifractals (en rouge).

3.4 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons décrit les différentes méthodes multifractales et entropiques proposées pour l'analyse de la variabilité du rythme cardiaque fœtal. Nous avons décrit les différentes méthodes multifractales et principalement celles basées sur la mesure de longueur. Nous avons également essayé d'améliorer plus ce dernier en introduisant le concept de la logique floue comme le montrent les résultats de simulation sur des signaux monofractals et multifractals. Les paramètres multifractals calculés à partir de ce formalisme caractérisent les signaux à forte variabilité.

Nous avons présenté également deux nouvelles méthodes de calcul d'entropie dont le but est la caractérisation des signaux à grande complexité. La méthode basée sur le delta Fuzzy entropie de similarité et entropie de similarité multi-échelle semblent être des solutions alternatives lorsque la discrimination semble être si difficile.

Nous allons voir dans le chapitre 4, les résultats d'application de ces approches sur les signaux de la variabilité du rythme cardiaque fœtal (RCF).

Chapitre 4

Application aux signaux biomédicaux: signaux RCF

4.1 Introduction

Dans ce chapitre, notre objectif est de séparer les fœtus sains de ceux malades, pour cela, nous allons appliquer les méthodes non-linéaires définies précédemment à savoir d'une part celles basées sur le formalisme multifractale (mesure de longueur, fuzzy longueur, DFA et les coefficients d'ondelette dominants) et, par la suite, les méthodes entropiques (entropie de similarité multi-échelle et delta fuzzy entropie de similarité) sur la base de données constituées de signaux de variabilité du rythme cardiaque fœtal (RCF) malades et sains.

4.2 Base de données

Notre base de données est composée d'une centaine d'enregistrements du rythme cardiaque de fœtus sains et malades. Chaque enregistrement est composé de 7200 échantillons de 30 minutes. Ces enregistrements (RCF) ont été recueillis par l'unité Ultra Sonore Actifœtus de 65 femmes enceintes (Annexe B). Ces femmes étaient en période de gestation allant de la 25^{eme} à la 39^{eme} semaine. Les enregistrements ont été obtenus au CHU Bretonneau de Tours (France) par le dispositif actifœtus [Rouvre, 2006]. Le consentement de chaque patient a été obtenu et l'étude a été approuvée par le comité d'éthique du Centre d'Investigation Clinique de Technologie Innovante de CHU Tours (CIC-IT 806).

4.3 Application des méthodes multifractales

Dans cette section, nous allons analyser les signaux RCF issus des fœtus sains et malades avec les méthodes multifractales à savoir la mesure de longueur, le fuzzy longueur, la DFA et les coefficients d'ondelette dominants.

4.3.1 Application de mesure de longueur sur les RCF

Nous allons appliquer la méthode de mesure de longueur sur quatre-vingt signaux RCF sains et 30 signaux malades et calculer les différents paramètres multifractal à savoir $Q(q, \varepsilon)$, $\eta(q)$, $\tau(q)$, $D(q)$ et $h(q)$ et évaluer ces derniers à travers plusieurs échelles α . Chaque signal RCF est analysé à différentes échelles et à travers des fenêtres composées de 720 échantillons avec un recouvrement de 97 %.

Les valeurs obtenues de la fonction de structure et les exposants d'échelle calculées pour des fœtus sains et malades sont représentées dans la Figure 4.1. La Figure 4.1 (a) montre que les pentes des courbes obtenues de la fonction de structure $Q(q, \varepsilon)$ pour les différentes valeurs de q étaient similaires pour les fœtus normaux. Des résultats similaires ont été obtenus pour les fœtus malades.

Les Figures 4.1 (b) et 4.1 (c) montrent également que les valeurs des exposants d'échelle $\eta(q)$ et $\tau(q)$ sont suffisamment différentes entre les fœtus sains et malades et plus non linéaire pour les fœtus sains que pour le fœtus en souffrance

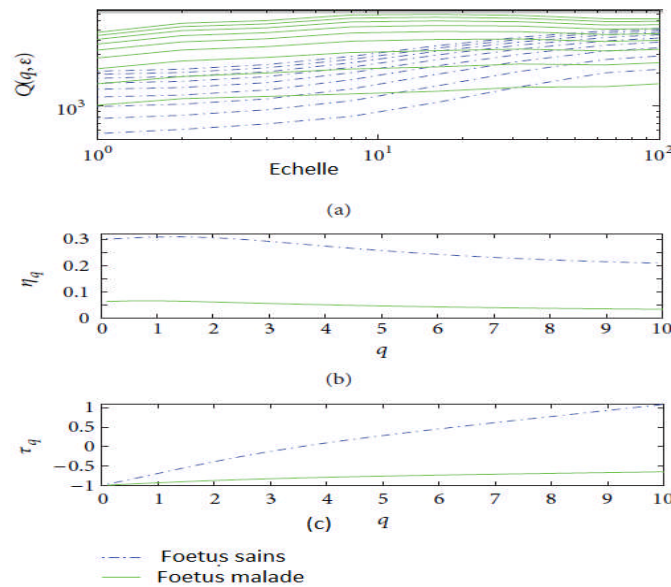


Figure 4.1 : Paramètres multifractals de fœtus sains(en bleu) et malades (vert). (a) Fonction de structure $Q(q, \varepsilon)$ en fonction de l'échelle. (b) Exposant d'échelle $\eta(q)$ en fonction de q . (c) Exposant d'échelle τ en fonction de q .

D'autres descripteurs multifractals calculés tels que la dimension fractale $D(q)$ et les coefficients de Hölder $h(q)$ sont représentés dans la Figure 4.3. Les résultats de cette dernière ont été obtenus à partir de quatre signaux différents: un signal RCF correspondant au fœtus malade avec un exposant de Hurst estimé à $H = 0.07$, un signal RCF correspondant au fœtus sain d'un exposant de Hurst estimé à $H = 0.31$ et deux signaux (monofractals) du mouvement brownien fractionnaires (FBM) d'exposant de Hurst $H = 0.07$ et $H = 0.31$.

Chacun de ces quatre signaux est composés de 720 échantillons. La Figure 4.3 (a) présente les dimensions fractales D en fonction de q , (b) le spectre de singularité, (c) l'exposant d'échelle τ en fonction de q et (d) les coefficients de Hölder h pour des différentes valeurs de q montre que l'amplitude de la dynamique de $D(q)$ et $h(q)$ était plus élevée pour le fœtus sain que celui malade. De même, l'amplitude de la dynamique $D(q)$ et $h(q)$ était plus élevée pour les signaux fœtaux que pour les FBM) sachant qu'ils ont les mêmes exposants de Hurst. Ces résultats confirment la plupart des études basées sur l'analyse multifractale de la variabilité du rythme cardiaque [Ivanov et al., 1999] qui ont démontré que les paramètres multifractals sont plus prononcés pour des sujets sains que pour les sujets malades. La Figure 4.2 illustre un exemple de signal de variabilité du rythme cardiaque fœtal sain et malade.

Les valeurs d'exposants de Hölder $h(q)$ pour les fœtus sains et les fœtus malades décroissent avec les valeurs croissantes de q ce qui soutient la nature multifractale des signaux du rythme cardiaque fœtal (RCF). Ces résultats sont cohérents avec des études antérieures similaires [Ivanov et al., 1999, Sassi et al., 2009].

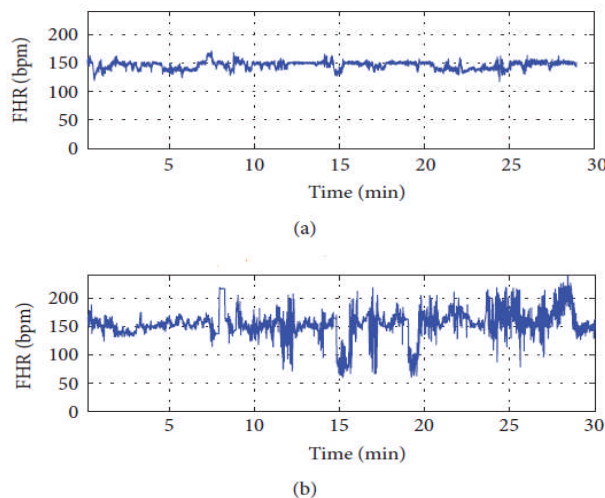


Figure 4.2 : (a) Rythme cardiaque fœtal des fœtus sains. (b) Rythme cardiaque fœtal des fœtus malades.

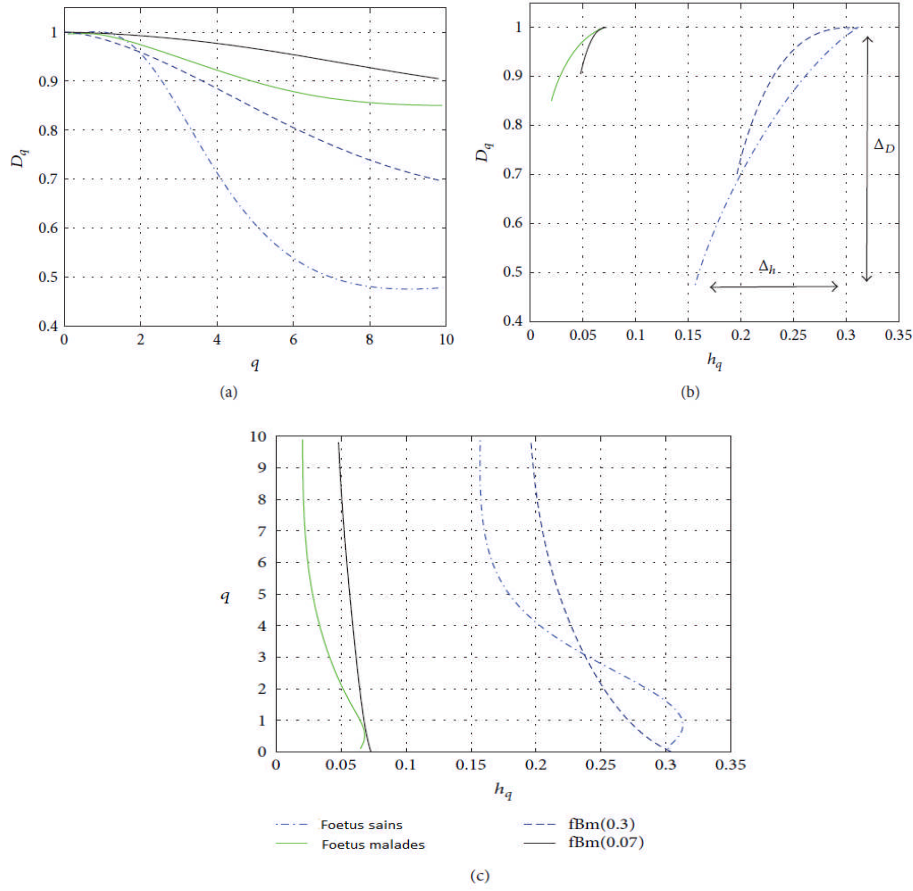


Figure 4.3: Paramètres multifractals de fœtus sains (en bleu) et malades (vert).

Plusieurs mesures ont été réalisées afin de quantifier les différentes tendances observées sur les paramètres multifractals $D(q)$ et $h(q)$ pour les différentes échelles α .

➤ L'erreur relative RE_1 (en %) de l'exposant de Hurst H est définie comme suit:

$$RE_1(\alpha) = \frac{|\bar{H}_n(\alpha) - \bar{H}_d(\alpha)|}{\bar{H}_n(\alpha)} \quad (4.1)$$

Où $\eta(q) = H$ est l'exposant de Hurst pour toutes les valeurs de q . Notons que $H = \eta(1)$. H_n est l'exposant de Hurst moyen correspondant à la valeur moyenne obtenue pour tous les fœtus

normaux et H_d est l'exposant de Hurst moyen correspondant à la valeur moyenne obtenue pour tous les fœtus malades.

➤ L'erreur relative RE_2 (en%) de la dynamique de $h(q)$ est définie comme suit:

$$RE_2(\alpha) = \frac{|\overline{\Delta_{h_n}} - \overline{\Delta_{h_d}}|}{\overline{\Delta_{h_n}}} \quad (4.2)$$

Où $\Delta_h = \max(h) - \min(h)$ est la dynamique de $h(q)$, $\overline{\Delta_{h_n}}$ étant la moyenne de toutes les dynamiques de $h(q)$ obtenues à partir des fœtus normaux et $\overline{\Delta_{h_d}}$ étant la moyenne de toutes les dynamiques de $h(q)$ obtenues à partir des fœtus malades.

➤ L'erreur relative RE_3 (en %) est définie comme suit:

$$RE_3(\alpha) = \frac{|\overline{D_n} - \overline{D_d}|}{\overline{D_n}} \quad (4.3)$$

Où D est la valeur moyenne de la dimension fractale $D(q)$, D_n étant la valeur moyenne correspondant aux fœtus normaux et D_d étant la valeur moyenne correspondant aux fœtus malades.

L'erreur relative RE_4 (en %) est définie comme suit:

$$RE_4(\alpha) = \frac{|\overline{\Delta_{D_n}} - \overline{\Delta_{D_d}}|}{\overline{\Delta_{D_n}}} \quad (4.4)$$

Où $\Delta_D = \max(D(q)) - \min(D(q))$ est la dynamique de la dimension fractale $D(q)$, $\overline{\Delta_{D_n}}$ est la valeur moyenne de toutes les dynamiques de $D(q)$ obtenues à partir des fœtus normaux et $\overline{\Delta_{D_d}}$ est la valeur moyenne de toutes les dynamiques de $D(q)$ obtenues à partir des fœtus malades.

La Figure 4.4 représente les box plots des représentations de la moyenne des exposants de Hurst pour les différentes valeurs d'échelle allant de 1 à 6. Les Box plots rouges correspondent aux fœtus malades et les box plots bleu correspondent aux fœtus sains.

Les résultats de la Figure 4.4 montrent que l'exposant de Hurst moyen des fœtus sains est plus élevé que celui obtenu pour les fœtus malades. Cela signifie que les signatures des fœtus malades sont plus irrégulières et complexes que celles obtenues pour les fœtus sains. En outre, la Figure 4.4 montre qu'il y a suffisamment de différence entre la moyenne des exposants de Hurst pour séparer entre le fœtus sain et malade. La Figure 4.4 montre aussi que plus l'échelle est grande plus le signal est régulier [Oudjemia et al., 2013c]. Ces résultats confirment d'autres études (dans le cas fractal) montrant que plus la série temporelle est filtrée plus l'exposant Hurst est élevé [Girault et al., 2010].

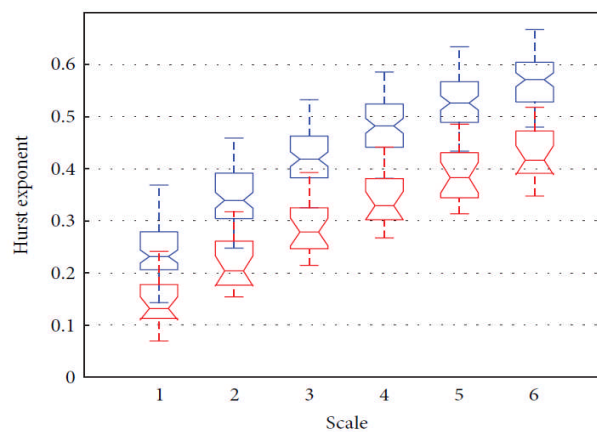


Figure 4.4 : Box plots des représentations des exposants de Hurst pour les différentes valeurs de l'échelle. Fœtus sains(en bleu) et fœtus malade (en rouge).

La Figure 4.5 montre les box plots des représentations de $\Delta_h = \max(h) - \min(h)$. Ces dynamiques sont représentées pour différentes valeurs d'échelles (de 1 à 6). Les Box plots rouges correspondent aux fœtus malades et ceux en bleu correspondent aux fœtus sains. Les résultats de la Figure 4.5 montrent que la dynamique est plus élevée pour les fœtus sains que celle des fœtus malades. Cela signifie que les signatures des fœtus sains sont plus multifractales que celles des fœtus malades. Ces résultats corroborent ceux déjà rapportés dans des études récentes de [Ivanov et al., 1999]. En outre, la Figure 4.5 montre qu'il y a suffisamment une différence entre les dynamiques pour distinguer les fœtus sains des malades.

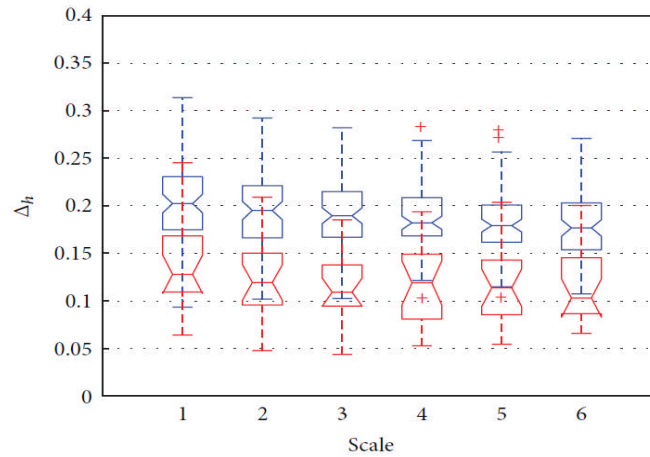


Figure 4.5 : Box plots des représentations de $\Delta_h = \max(h) - \min(h)$ en fonction des échelles. Fœtus sains(en bleu) et fœtus malade (en rouge).

La Figure 4.6 montre les box plots des représentations de la dimension fractale D . Ce paramètre a été représenté pour différentes valeurs d'échelle allant de 1 à 6. Les box plots rouges correspondent à des fœtus malades et ceux en bleu à des fœtus sains. La Figure 4.6 montre que les valeurs de D sont plus élevées pour les fœtus malades que pour les fœtus sains. La Figure 4.6 montre également qu'il est plus difficile de distinguer le fœtus normal d'un malade. Ce paramètre ne semble pas être très pertinent. Notez également que plus l'échelle est grande plus le rapport d'erreur est petit.

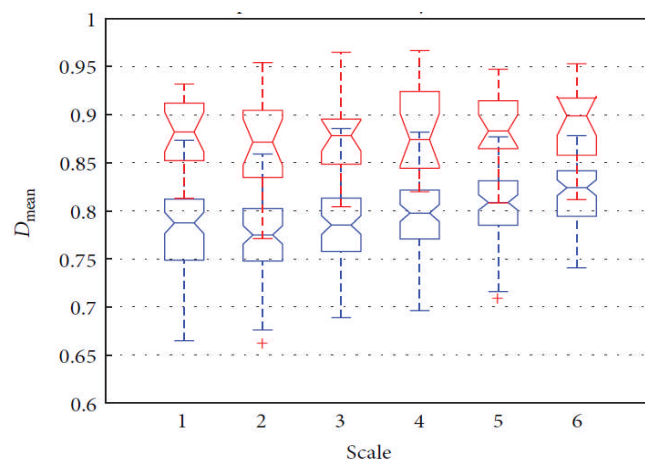


Figure 4.6 : Box plots des représentations de la dimension fractale D en fonction des échelles. Fœtus sains (en bleu) et fœtus malade (en rouge).

La Figure 4.7 montre les box plots des représentations de la dynamique de la dimension fractale Δ_D . Cette dynamique est calculée pour différentes valeurs d'échelle allant de 1 à 6. Les box plots rouge correspondent aux fœtus malades et ceux en bleu correspondent aux fœtus normaux. Les résultats de la Figure 4.7 montrent que Δ_D est plus élevée pour les fœtus sains que ceux malades. Cela signifie que les signatures des fœtus sains sont plus multifractals que celles des fœtus malades. Les résultats montrent aussi qu'il y a suffisamment d'écart entre les dynamiques pour distinguer les fœtus sains des malades. On notera également que plus l'échelle est élevée plus l'erreur relative est petite.

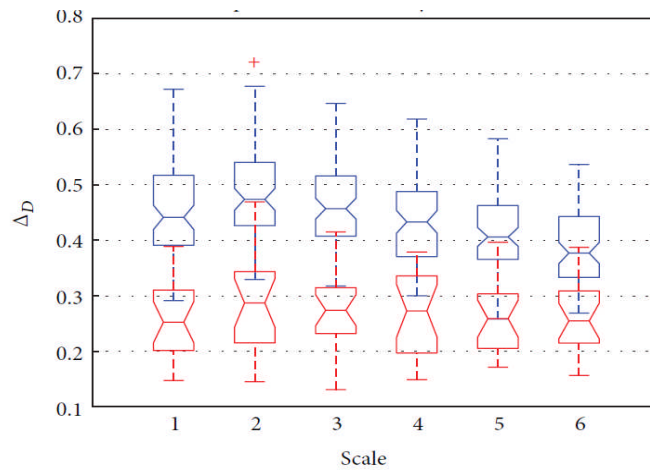


Figure 4.7: Box plots des représentations Δ_D de la dynamique des dimensions fractales en fonction d'échelles. Fœtus sains (en bleu) et fœtus malade (en rouge).

Le Tableau 4.1 résume les erreurs relatives des quatre paramètres estimés. Les résultats du tableau 4.1 montrent que le meilleur paramètre permettant la séparation entre les fœtus est le RE_4 suivi par RE_1 et RE_2 . En effet la meilleure séparation a été obtenue pour une valeur d'échelle égale à 2 pour RE_4 et RE_1 et une valeur d'échelle égale à 3 pour RE_2 .

Ces résultats confirment le besoin de l'approche multi-échelle des séries temporelles RCF. Il est évident à partir du Tableau 4.1 que plus l'échelle est élevée plus l'erreur relative est petite. Cela nécessite le choix d'une échelle qui sera pas trop grande. Une valeur fixée à 2 semble suffisante quelle que soit l'erreur relative.

Echelle	1	2	3	4	5	6
RE_1	0.37	0.40	0.33	0.29	0.26	0.24
RE_2	0.32	0.37	0.38	0.37	0.36	0.35
RE_3	0.11	0.12	0.11	0.10	0.09	0.08
RE_4	0.41	0.42	0.41	0.38	0.36	0.33

Tableau 4.1 : Erreurs relatives des différents paramètres multifractals calculés par mesure de longueur entre les fœtus sains et malades à différentes échelles.

En outre, comme le meilleur paramètre est RE_4 qui est sensible aux paramètres multifractals de la série temporelle RCF analysée pour une échelle égale à 2, ce résultat confirme la nécessité d'analyser les RCF à travers différentes échelles. Cependant, notez également que le second paramètre discriminant est RE_1 sensible aux paramètres monofractals calculés à l'échelle 2.

4.3.2 Application de la DFA sur les signaux RCF

Nous avons appliqué l'algorithme DFA sur des signaux de la variabilité du rythme cardiaque fœtal (RCF) issus de patientes âgées plus de 18 ans avec une grossesse singulière (trois fœtus malades et trois fœtus sains). Nous avons calculé les paramètres multifractals tel que Δ_D , Δ_h et la dimension fractale (D_{mean}) et le coefficient de Hurst H . Afin d'évaluer ces paramètres, nous avons calculé leurs erreurs relatives définis dans la section précédente.

La Figure 4.8 (a) montre les valeurs de la dynamique des coefficients de Hölder calculés à travers différentes échelles par la méthode DFA. Ces coefficients sont plus élevés pour les fœtus sains ce qui signifie que les signatures des fœtus sains sont plus multifractales que les fœtus malades.

Les Figures 4.8 (b) et 4.8 (c) montrent les valeurs moyennes de la dimension fractale D_{mean} et Δ_D pour la même méthode. Les dimensions fractales D_{mean} des fœtus malades sont plus élevées que celles des fœtus sains. Pour la dynamique des dimensions fractales, les résultats montrent qu'elle est plus élevée pour les fœtus sains ce qui confirme encore une fois que la signature des fœtus sains est plus multifractale par rapport à celle des fœtus malades.

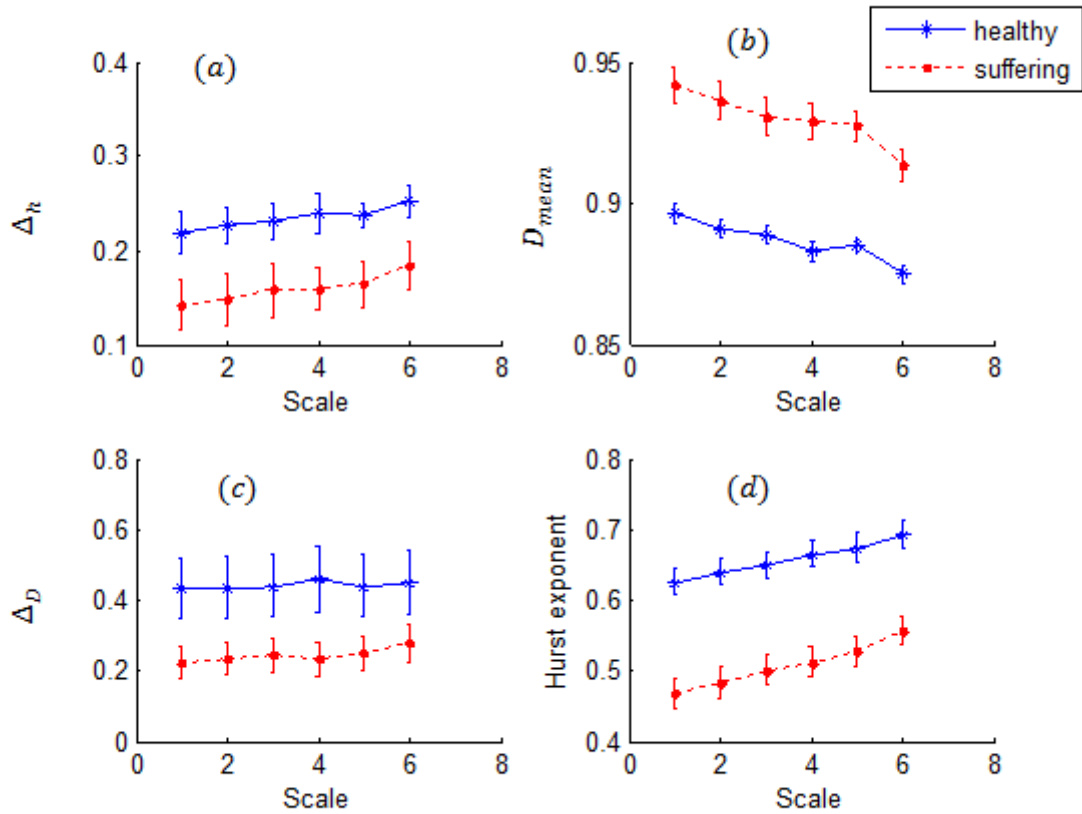


Figure 4.8 : Paramètres multifractals calculés par la méthode DFA. (a) Représente la dynamique des coefficients de Hölder Δ_h . (b) La moyenne de la dimension fractale D_{mean} . (c) La dynamique de la dimension fractale Δ_D . (d) Le coefficient de Hurst H .

La Figure 4.8 (d) montre les exposants de Hurst calculés sur les signaux RCF avec la méthode DFA à travers différentes échelles. Ces coefficients sont plus élevés pour les fœtus sains comparés à ceux calculés pour les fœtus malades, ce qui signifie que les signatures de fœtus malades sont plus irrégulières que celles des fœtus sains.

Afin d'évaluer les différents paramètres multifractals calculés par la méthode DFA, nous avons calculé l'erreur relative entre les fœtus sains et malades qui est représenté dans le Tableau 4.2.

Echelle	1	2	3	4	5	6
RE_1	0.23	0.24	0.21	0.22	0.20	0.19
RE_2	0.34	0.33	0.31	0.33	0.30	0.26
RE_3	0.05	0.05	0.04	0.06	0.04	0.03
RE_4	0.41	0.40	0.33	0.34	0.35	0.32

Table 4.2 : Erreurs relatives des différents paramètres multifractals calculés par la méthode DFA entre les fœtus sains et malades à plusieurs échelles.

Le Tableau 4.2 montre que le meilleur paramètre permettant la séparation entre les fœtus est RE_4 suivi de RE_2 et RE_1 . Nous remarquons d'après ces résultats que le paramètre RE_3 n'est pas discriminant. En général, l'erreur relative est petite lorsque l'échelle est grande. Ainsi nous remarquons aussi qu'il y a une différence considérable entre les erreurs relatives calculées à travers les échelles d'où la nécessité de l'analyse multi-échelle.

4.3.3 Application des coefficients dominants sur les signaux RCF

Nous avons appliqué la méthode des coefficients dominants sur six signaux RCF (trois fœtus sains et trois malades) afin de calculer les paramètres multifractals tel que Δ_D , Δ_h , la dimension fractale D_{mean} et le coefficient de Hurst H ainsi que leurs erreurs relatives.

Les résultats de la Figure 4.9 (a) et Figure 4.9 (c) montrent que les dynamiques des valeurs de coefficient de Hölder Δ_h et la dimension fractale Δ_D sont plus élevées pour les fœtus sains comparées à celles des fœtus malades. Contrairement aux résultats de ces figures, ceux de la Figure 4.9 (b) montrent que les valeurs moyennes de la dimension fractale D_{mean} des fœtus malades sont plus élevées comparées à celles des fœtus sains.

La Figure 4.9 (d) montre les coefficients de Hurst calculés sur les RCF. Ces coefficients sont plus élevés pour les fœtus sains comparés à ceux des fœtus malades.

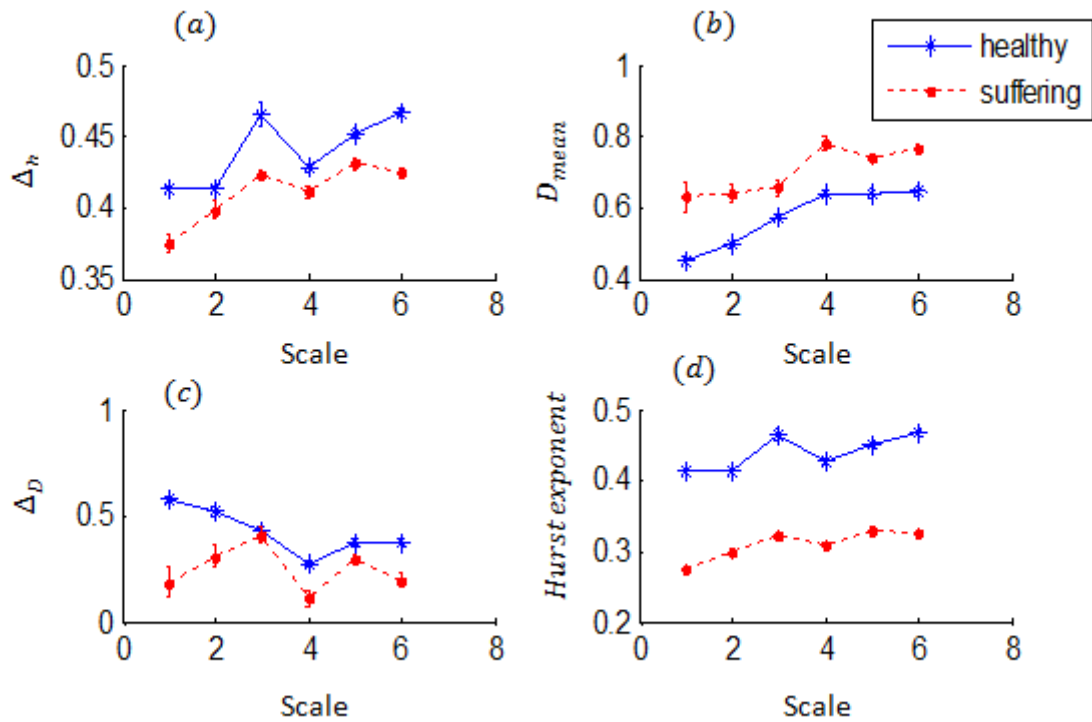


Figure 4.9 : Paramètres multifractals calculés par la méthode des coefficients dominants. (a) Représente la dynamique des coefficients de Hôlder Δ_h . (b) La moyenne de la dimension fractale (D_{mean}). (c) La dynamique de la dimension fractale Δ_D . (d) Le coefficient de Hurst H .

Les erreurs relatives au calcul de ces paramètres multifractals entre les fœtus sains et malades sont représentées dans le Tableau 4.3.

Echelle	1	2	3	4	5	6
RE_1	0.23	0.27	0.30	0.27	0.26	0.33
RE_2	0.18	0.06	0.15	0.07	0.08	0.15
RE_3	0.27	0.20	0.04	0.10	0.17	0.14
RE_4	0.39	0.40	0.05	0.37	0.20	0.32

Tableau 4.3 : Erreurs relatives des différents paramètres multifractals calculés par la méthode des coefficients dominants entre les fœtus sains et malades pour différentes échelles.

Les résultats du Tableau 4.3 montrent que les meilleurs paramètres séparant les fœtus sains de ceux malades sont RE_4 suivi du RE_1 et RE_3 . La meilleure valeur de RE_4 est obtenue à l'échelle 2, pour RE_1 la meilleure valeur est obtenue à l'échelle 6 et les derniers paramètres sont obtenus à l'échelle 1. Cette méthode est plus sensible au paramètre RE_3 par rapport aux autres méthodes.

4.3.4 Application de fuzzy longueur sur les signaux RCF

Nous avons validé notre algorithme sur plusieurs signaux synthétiques qui ont des propriétés fractales et multifractales (mouvement brownien fractionnaire et la marche aléatoire multifractale (mrw) dans le chapitre 3) avant de les appliquer six signaux RCF dont trois sont malades.

Nous avons calculé les paramètres multifractals tel que Δ_D , Δ_h , la dimension fractale D_{mean} et le coefficient de Hurst H .

Les résultats de la Figure 4.10 (a) et Figure 4.10 (c) montrent que les dynamiques des valeurs de coefficient de Hölder Δ_h et la dimension fractale Δ_D sont plus élevées pour les fœtus sains comparées à celles des fœtus malades. Contrairement aux résultats de ces figures, ceux de la Figure 4.10 (b) montrent que les valeurs moyennes de la dimension fractale D_{mean} des fœtus malades sont plus élevées comparées à celles des fœtus sains.

La Figure 4.10 (d) montre les coefficients de Hurst calculés sur les RCF. Ces coefficients sont plus élevés pour les fœtus sains comparés à ceux des fœtus malades.

Le taux d'erreur est représenté dans le Tableau 4.4. Les meilleurs paramètres séparant les fœtus sains des malades sont RE_4 suivi de RE_1 et RE_2 . En effet la meilleure séparation a été obtenue pour une valeur d'échelle égale à 2 pour RE_4 et RE_1 et une valeur d'échelle égale à 3 pour RE_2 . Ces résultats confirment le besoin de l'approche multi-échelle dans l'analyse des séries temporelles du RCF.

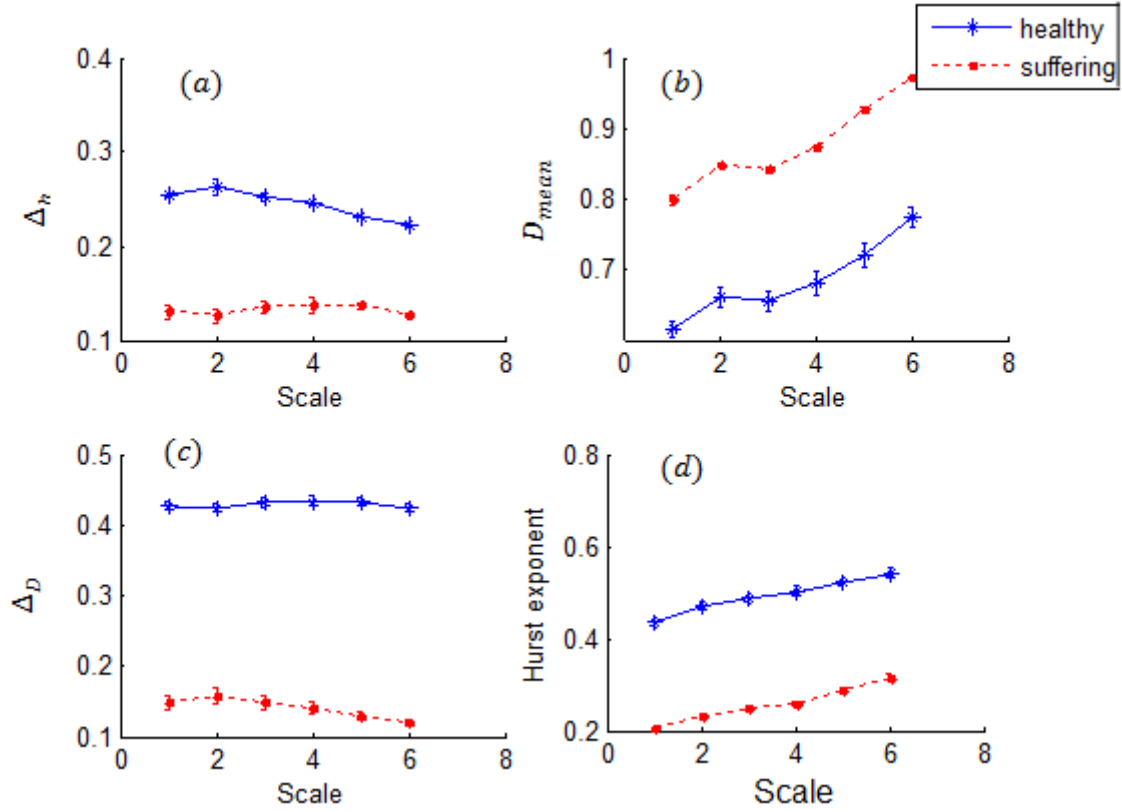


Figure 4.10 : Paramètres multifractals calculés par la méthode de fuzzy longueur. (a) Représente la dynamique des coefficients de Hôlder Δ_h . (b) La moyenne de la dimension fractale (D_{mean}). (c) La dynamique de la dimension fractale Δ_D . (d) Le coefficient de Hurst H .

Echelle	1	2	3	4	5	6
RE_1	0.40	0.43	0.36	0.32	0.30	0.29
RE_2	0.31	0.39	0.40	0.38	0.35	0.34
RE_3	0.18	0.20	0.17	0.15	0.11	0.10
RE_4	0.42	0.44	0.40	0.37	0.34	0.32

Tableau 4.4 : Erreurs relatives des différents paramètres multifractals entre les deux groupes de fœtus pour différentes échelles pour fuzzy longueur.

4.3.5 Discussion des résultats de méthodes multifractales.

D'après les résultats obtenus nous remarquons que les méthodes multifractales (mesure de longueur, DFA, ondelette et fuzzy longueur) arrivent à séparer les groupes de fœtus malades et sains. Les méthodes basées sur mesure de longueur et fuzzy longueur ont les meilleurs résultats pour les paramètres RE_4 suivi de RE_1 et RE_2 comparés à ceux obtenus avec la méthode DFA et les coefficients d'ondelette dominants (Tableau 4.5). La méthode DFA est plus sensible au paramètre RE_2 suivi de RE_4 mais les valeurs reste inférieures à celles obtenues avec mesure de longueur comparée à la méthode des coefficients dominants qui est plus sensible au paramètres RE_3 .

Le concept de la logique floue améliore considérablement la méthode de mesure de longueur d'après les valeurs d'erreurs relatives calculées où la meilleure séparation des fœtus sains et malades est assurée par la méthode de fuzzy longueur.

Notons également que d'après les résultats d'analyse des différentes méthodes, l'analyse multi-échelle nous permet de mieux voir la séparation entre les groupes de fœtus.

Les résultats des méthodes multifractales confirment que les signatures des fœtus sains sont plus multifractales que celles des fœtus malades.

		1	2	3	4	5	6
RE_1	ML	0.37	0.40	0.33	0.29	0.26	0.24
	FM	0.40	0.43	0.36	0.32	0.30	0.29
	CD	0.23	0.27	0.30	0.27	0.26	0.33
	DFA	0.23	0.24	0.21	0.22	0.20	0.19
RE_2	ML	0.32	0.37	0.38	0.37	0.36	0.35
	FM	0.31	0.39	0.40	0.38	0.35	0.34
	CD	0.18	0.06	0.15	0.07	0.08	0.15
	DFA	0.34	0.33	0.31	0.33	0.30	0.26
RE_3	ML	0.11	0.12	0.11	0.10	0.09	0.08
	FM	0.18	0.20	0.17	0.15	0.11	0.10
	CD	0.27	0.20	0.04	0.10	0.17	0.14
	DFA	0.05	0.05	0.04	0.06	0.04	0.03
RE_4	ML	0.41	0.42	0.41	0.38	0.36	0.33
	FM	0.42	0.44	0.40	0.37	0.34	0.32
	CD	0.39	0.40	0.05	0.37	0.20	0.32
	DFA	0.41	0.40	0.33	0.34	0.35	0.32

Tableau 4.5 : Comparaison des valeurs d'erreur relatives calculées par les différentes méthodes multifractales.

4.4 Application des méthodes entropiques

Dans cette section, nous allons analyser les signaux RCF issus des fœtus sains et malades avec les méthodes entropiques à savoir entropie de similarité multi-échelle et delta fuzzy entropie de similarité et évaluer leurs performances.

4.4.1 Application de l'entropie de similarité multi-échelle sur les signaux RCF

Dans cette section nous allons montrer les résultats d'application de l'entropie de similarité sur signaux RCF dont trois sont malades. Nous avons représenté dans la Figure 4.11 deux signaux RCF. Il est représenté en haut de la Figure 4.11, un signal RCF d'un fœtus sain et en bas de la figure celui d'un fœtus malade. Dans les deux cas, les fluctuations du RCF tournent autour de 135 battements par minutes.

Notons que les RCF des fœtus malades semblent être plus variables. Pour démontrer ces résultats, chaque enregistrement du RCF été centré et normalisé. Pour chaque enregistrement,

une analyse à court terme est effectuée pour le vecteur $Y_{\alpha,i}^m$ en utilisant une fenêtre glissante de 720 points avec un chevauchement de 97%. L'entropie de similarité ($SimEnt(\alpha, m, r, N)$) et l'entropie échantillonnée ($SamEnt(\alpha, m, r, N)$) ont été évalués pour chaque signal extrait aux différentes échelles allant de 1 à 6 et $m = 2, r = 0, N = 720$. Pour les fœtus sains et malades, une estimation de la moyenne et de l'écart-type est faite sur plusieurs calculs de l'entropie échantillonnée et l'entropie de similarité. Les résultats des estimations sont regroupés dans la Figure 4.12. En haut de cette figure, l'entropie échantillonnée est représentée pour les fœtus sains et malades à différentes échelles est représentée. En bas de la Figure 4.12, l'entropie de similarité est représentée pour les fœtus sains et malades à différentes échelles. Dans les deux cas, l'entropie échantillonnée et l'entropie de similarité diminue quand la valeur de l'échelle augmente. Ce comportement semble confirmer le fait que lorsque l'échelle augmente ; la série temporelle devient plus lisse réduisant ainsi la complexité. Cependant ce comportement n'a pas été confirmé par le travail de Ferrario et al [Ferrario et al., 2006, Ferrario et al., 2009] où l'entropie échantillonnée augmente avec l'augmentation de la valeur de l'échelle, les résultats de ce travail ont été validés par une publication [Girault et al., 2013].

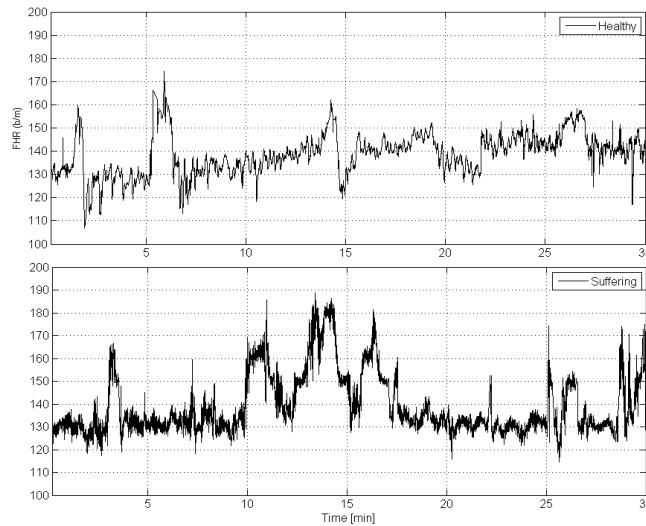


Figure 4.11 : Des signaux RCF (RCF sains et malade).

Dans tous les cas, notez qu'il est plus difficile de distinguer les fœtus sains des malades en comparant l'entropie échantillonnée pour chaque valeur d'échelle tandis qu'il n'y a plus de confusion possible pour l'entropie de similarité avec les échelles allant de 1 à 2.

Finalement, notons que les deux entropies sont plus élevées pour les fœtus malades que les fœtus sains. Ce point semble dû à la présence de fluctuations dans les RCF des fœtus malades plus que les fœtus sains comme le montre la Figure 4.11.

Dans cet esprit, nous pouvons maintenant, tenir pleinement compte de l'analyse multi-échelle. Comme [Ferrario et al., 2009] a proposé, il semble plus intéressant d'évaluer l'écart des deux descripteurs (paramètres) aux différents échelles. Pour ce faire, nous avons évalué l'erreur relative entre l'entropie de similarité et l'entropie échantillonnée à différentes échelles α et α' .

$$RE_1(\alpha, \alpha') = \frac{\overline{SimEnt(\alpha)} - \overline{SimEnt(\alpha')}}{\overline{SimEnt(\alpha)}} \quad (4.5)$$

$$RE_2(\alpha, \alpha') = \frac{\overline{SamEnt(\alpha)} - \overline{SamEnt(\alpha')}}{\overline{SamEnt(\alpha)}} \quad (4.6)$$

Où $\overline{SimEnt(\alpha)}$ et $\overline{SamEnt(\alpha)}$ sont des valeurs moyennes à chaque échelle.

Les valeurs de $RE_1(1,6)$ et $RE_2(1,6)$ sont représentées dans le Tableau 4.6. Les valeurs tirées du tableau 4.5 ont montrés qu'il est possible de séparer les fœtus sains des malades en utilisant $\alpha = 1$ et $\alpha' = 6$. Dans ce cas, un écart de $56\% - 41\% = 15\%$ et un écart de $74\% - 51\% = 23\%$ sont obtenus. En utilisant l'analyse multi-échelle, il est plus facile de séparer les fœtus avec l'entropie de similarité qu'avec l'entropie échantillonnée. Ce résultat a confirmé que la pente de l'entropie de similarité obtenue pour les fœtus sains et malades était très différentes (Figure 4.12) d'où la meilleure séparation des deux groupes de fœtus.

Etat du fœtus	$RE_2(1, 6)$	$RE_1(1, 6)$
Sain	41%	51%
Malade	56%	74%

Tableau 4.6 : Erreurs relatives de l'entropie de similarité et l'entropie échantillonnée à différentes échelles $\alpha = 1, \alpha' = 6$.

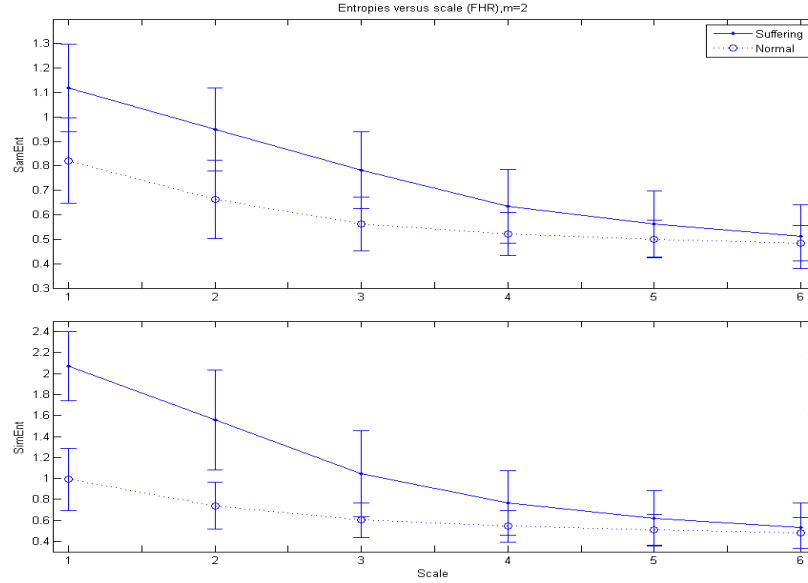


Figure 4.12 : Analyse multi-échelle de l'entropie échantillonnée et l'entropie de similarité pour les fœtus sains et malades.

4.4.2 Application de Delta-Fuzzy entropie de similarité sur les signaux RCF

Pour chaque enregistrement RCF, les entropies définies dans le chapitre 3 étaient évaluées à court terme à travers une fenêtre glissante de 720 points avec un chevauchement de 97%. Dans cette application, nous avons examiné deux groupes de fœtus: un groupe de 47 fœtus normaux (absence de pathologies à la naissance, pas de problèmes avant l'accouchement et accouchement normal)) et un groupe de 18 fœtus malades, c'est à dire une croissance intra-utérine limitée. Comme mentionné précédemment, six indicateurs ont été testés à partir de la base de données. Parmi toutes les valeurs possibles de m , les meilleures performances ont été obtenus pour $m = 2$. La valeur de tolérance a été fixé à $r = 0.2$ comme une valeur usuelle. Pour les trois premier paramètres, $m = 2$, $k = 1$ et $r = 0.2$. Parmi toutes les valeurs possibles de m , les meilleures performances ont été obtenues pour $k = 2$. Pour cette condition et pour les trois derniers paramètres le $m = 2$, $k = 2$ et $r = 0.2$.

Un box plot de chacun des paramètres sont représentés dans la Figure 4.13 pour les fœtus sains et malades. La Figure 4.13 (a) représente l'entropie approchée (AppEnt) et la Figure 4.13 (b) représente l'entropie de similarité (SimEnt). La Figure 4.13 (c) représente le Fuzzy entropie de similarité (FuzzySimEnt) et la Figure 4.13 (d) représente le delta-entropie approchée (δ -AppEnt). La Figure 4.13 (e) représente le delta entropie similarité (δ -SimEnt)

et en Figure 4.13 (f) représente celle de delta Fuzzy entropie similarité (δ -FuzzySimEnt)). Les résultats de la Figure 4.13 montrent que les valeurs d'entropie sont plus élevées pour les fœtus malades comparées à celles des fœtus sains quel que soit le paramètre d'entropie utilisé. Ce résultat indique que les fœtus malades ont une plus grande complexité que les fœtus sains. Ce résultat semble confirmé par les fortes fluctuations des fœtus malades par rapport aux fœtus sains (Figure 4.11).

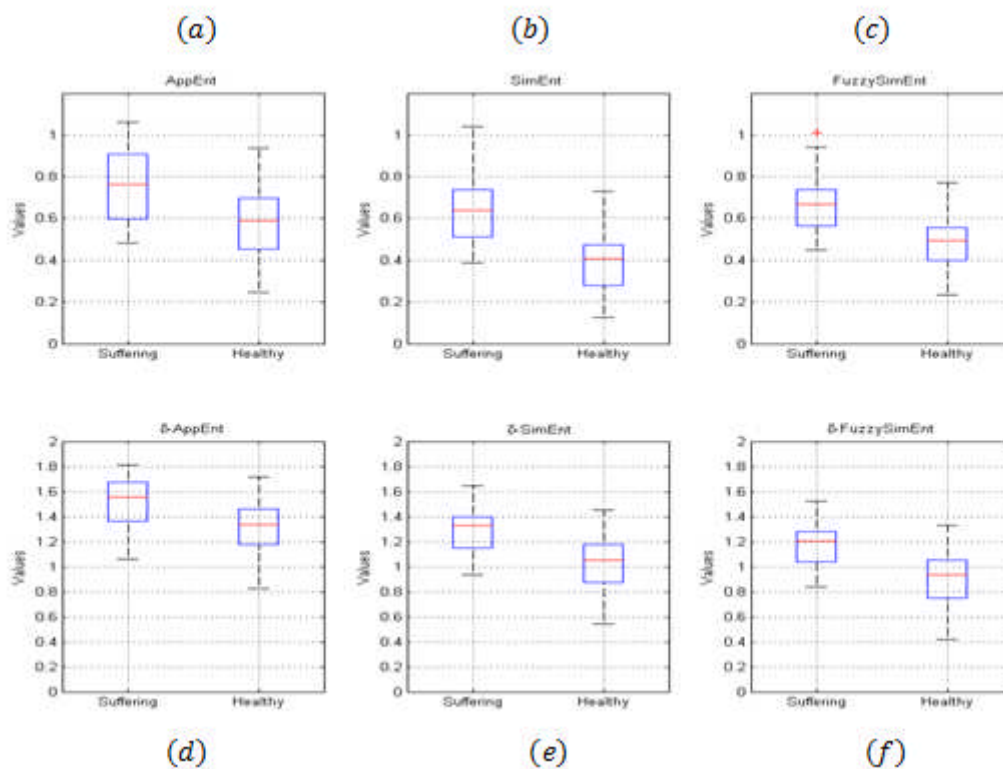


Figure 4.13 : Boxplot des différentes entropies calculées pour des fœtus sains et malades.

La Figure 4.14 représente la sensibilité par rapport à la spécificité pour les six différentes méthodes du calcul d'entropie. Notez que la méthode idéale est celle qui a une sensibilité de 100% et une spécificité de 100% ce qui correspond à un point situé dans le coin supérieur gauche de la Figure 4.14. Le meilleur résultat correspond à la courbe la plus épaisse qui est obtenue par le (δ -FuzzySimEnt) et le mauvais résultat est obtenus par (AppEnt).

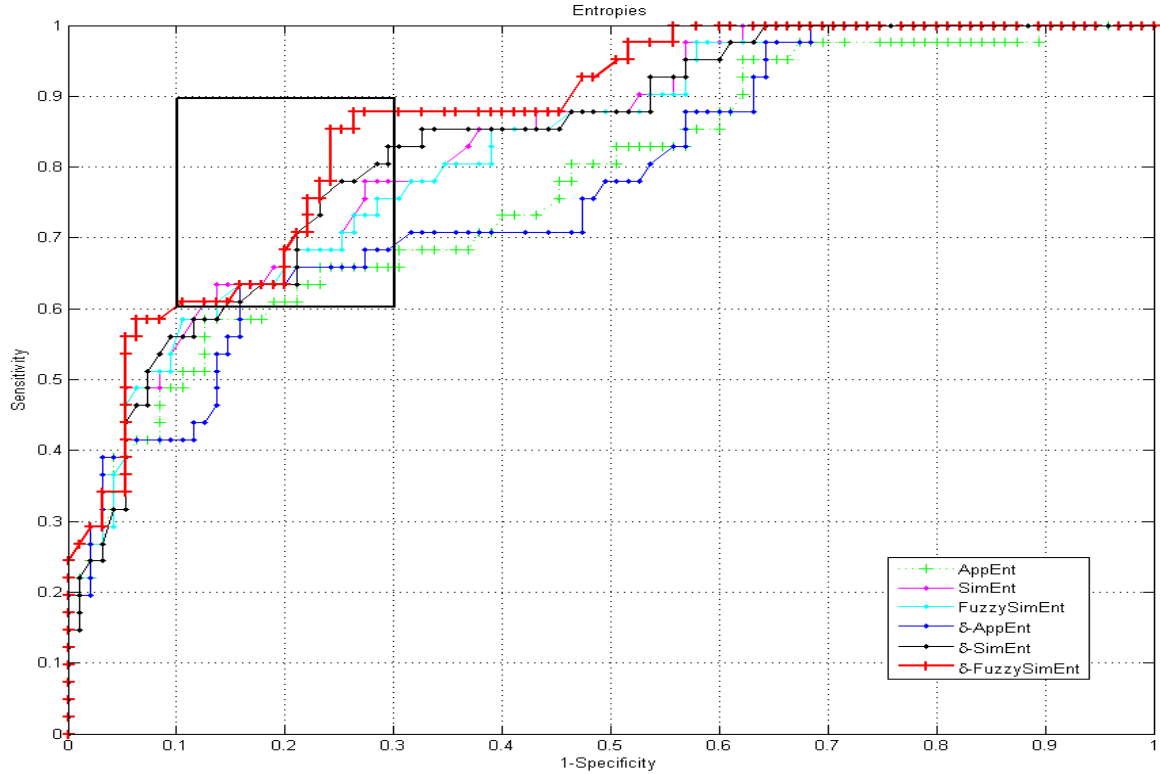


Figure 4.14 : Courbes de performances de différentes méthodes d'entropie: probabilité de détection de fœtus malades en fonction de la probabilité de détection de fœtus sains.

De grandes performances se trouvent dans le rectangle noir de la Figure 4.14 correspondant à (δ -FuzzySimEnt) qui donne une sensibilité de 86% et une spécificité de 76%, tandis que (AppEnt) donne une sensibilité de 70% et une spécificité de 61%. La meilleure méthode est la (δ -FuzzySimEnt) et les moins bons résultats sont ceux de (AppEnt).

4.4.3 Discussion des résultats des méthodes entropiques

Les méthodes entropiques à savoir entropie de similarité multi-échelles et le delta-fuzzy entropie de similarité arrivent à séparer les deux groupes de fœtus (sains et malades). D'après ces résultats, on remarque bien que le delta-fuzzy similarité est plus performante que l'entropie de similarité multi-échelle. Remarquons que toutes les méthodes, dont la moyenne a été supprimée, donnent de bons résultats (Tableau 4.7). En outre, dans tous les cas, la versions δ (δ -AppEnt, δ -SimEnt, δ -FuzzySimEnt) dépasse toutes les méthodes dans leur forme standard [Oudjemia et al., 2013b].

	δ -FuzzySimEnt	δ -SimEnt	δ -AppEnt	FuzzySimEnt	SimEnt	AppEnt
Sensibilité (%)	86	82	70	76	74	70
Spécificité (%)	76	71	68	71	72	61

Tableau 4.7 : Comparaison entre les valeurs de sensibilité et spécificité calculées pour les différents paramètres entropiques.

3.3 Comparaison des résultats des méthodes multifractales et entropiques

Les résultats des méthodes multifractales indiquent que le comportement des RCF des fœtus sains est plus multifractale que celui des malades mais les valeurs des coefficients de Hölder sont plus élevées pour les fœtus sains d'où on constate que les signaux RCF des fœtus sains sont plus réguliers que ceux des malades.

Les valeurs d'entropie calculées pour les RCF des fœtus malades sont plus élevées que ceux des fœtus sains. Ces valeurs élevées d'entropie nous indiquent un grand désordre dans le comportement des RCF malades. Les résultats des deux méthodes à savoir multifractales et entropiques confirment que le comportement des RCF des fœtus malades est plus irrégulier que celui des fœtus sains. Par conséquent, les deux méthodes arrivent à séparer les RCF malades des sains.

4.6 Conclusion

Les résultats obtenus par les méthodes multifractales et entropiques sont très intéressants. Pour les méthodes multifractales, les meilleurs résultats sont ceux obtenus pour mesure de longueur et fuzzy longueur à l'échelle 2 et 3. Les résultats des autres méthodes multifractales sont complémentaires puisqu'elles sont plus sensibles à un autre paramètre multifractal que ceux de mesure de longueur.

L'étude effectuée sur la mesure de longueur fût tout à fait semblable à celle présentée dans [Wang et al., 2005], notre étude est différente de cette dernière dans plusieurs points. Tout d'abord, notre étude a portée sur l'analyse des fœtus, tandis que le travail de [Wang et al., 2005] était dédié à la variabilité du rythme cardiaque d'adultes. Deuxièmement, notre méthode de mesure de longueur est basée sur une fonction de structure simple alors que les autres approches été basées sur des fonctions de partition.

En outre, même si un grand nombre d'études de recherche ont été principalement basées sur l'utilisation de fonctions de partition (DFA, méthode des boîtes et les approches en ondelettes) sous prétexte que les fonctions de structure ne fonctionnent pas pour les ordres négatif, nous avons montré dans ce travail que l'utilisation de ces fonctions de structure est pleinement justifiée en raison de la simplicité de mise en œuvre et que les fonctions de structure remplissent complètement leur rôle dans la distinction entre fœtus sains et malades.

Pour les résultats des méthodes entropiques, ceux de la méthode basée sur l'entropie similarité multi-échelle semblent intéressants puisqu'ils arrivent à séparer les fœtus sains des malades. Dans notre étude, l'analyse multi-échelle de l'entropie de similarité donne de bons résultats même si nos résultats ne correspondent pas exactement aux résultats issus des travaux de [Ferrario et al., 2006, Ferrario et al., 2009], cela ne signifie pas que l'une de ces études est fausse mais que les pathologies, les degrés de gravité et la période de gestation sont différentes.

Dans tous les cas, les valeurs plus élevées de l'entropie de similarité par rapport à l'entropie échantillonnée révèlent que les fluctuations autour de la tendance des RCF sont les informations discriminantes.

Pour la deuxième méthode basée sur le calcul d'entropie qui est delta-fuzzy entropie de similarité, les résultats sont plus discriminants que la méthode de similarité entropie multi-échelle.

Les résultats obtenus des deux méthodes sont complètement nouveaux dans ce domaine et sont très encourageants pour la discrimination proposée.

Conclusion générale

L'objectif de la thèse est la surveillance fœtale en vue de mieux connaître l'état du fœtus pendant toutes les périodes intra-utérines. Les informations fournies par le rythme cardiaque sont différentes pour les fœtus sains et les fœtus en souffrance. Il est généralement admis que le fonctionnement du cœur humain peut être assimilé à un système chaotique déterministe et fluctue sur des échelles de temps différentes. L'hypothèse que le rythme cardiaque fœtal est un processus stochastique linéaire a été rejetée. Par conséquent, l'utilisation de méthodes non linéaires s'avère nécessaire en raison de la complexité de ces signaux.

Nous avons évalué l'état du fœtus par des méthodes non linéaires en calculant des paramètres multifractals et entropiques à savoir le coefficient de Hölder, le coefficient de Hurst, la largeur, la hauteur du spectre multifractal, l'entropie de similarité multi-échelle et le delta fuzzy similarité.

. Dans ce travail, en utilisant des méthodes non linéaires qui ne sont pas utilisées pour l'analyse des fœtus, nous avons obtenu de bons résultats de séparation des deux groupes de fœtus, sains ou malades, contrairement aux méthodes classiques telles que les méthodes temporelles et les méthodes fréquentielles.

Il est également montré que les méthodes multifractales et entropiques sont les mieux adaptées à l'analyse des signaux de très fortes irrégularités et présentant beaucoup de fluctuations.

Notre contribution dans l'analyse multifractale a porté sur le développement et l'application de la méthode de mesure de longueur multifractale avec l'approche multi-échelle aux données du fœtus. Nous avons calculé avec cette méthode des paramètres multifractals à savoir le coefficient de Hurst, la largeur et la hauteur du spectre multifractal qui nous renseignent sur le degré de la complexité des signaux.

Notons que les valeurs des coefficients de Hölder sont petites lorsqu'il s'agit de fortes irrégularités et de grandes valeurs lorsque le signal est plus régulier. Les résultats de cette méthode montrent que le comportement fractal diminue chez les sujets présentant des

maladies cardiaques, le signal du rythme cardiaque perd alors sa multifractalité et il est facilement détecté par la méthode de mesure de longueur. Nous avons également introduit la notion de logique floue dans cet algorithme (fuzzy longueur) qui a donné les meilleurs résultats à savoir 43% d'écart pour le calcul du coefficient de Hurst entre les fœtus sains et malades, 40% d'écart pour le calcul de la largeur du spectre multifractal, 20% d'écart pour le calcul de la dimension fractale et 44% d'écart pour le calcul de la hauteur du spectre multifractal.

Avec l'analyse par calcul d'entropie, nous avons proposé deux nouvelles approches, la première étant l'entropie de similarité multi-échelle avec 23% d'écart entre les fœtus sains et malades, la deuxième le delta fuzzy entropie de similarité avec une sensibilité de 86% et une spécificité de 76%.

Les résultats de ces méthodes montrent bien qu'elles sont plus efficaces que celles basées sur les entropies classiques et que celles basées sur le delta-fuzzy entropie de similarité sont meilleures. D'après les résultats obtenus, les approches multifractales et entropiques sont plus appropriées à l'analyse des signaux de très forte variabilité.

Comme perspectives, nous envisageons d'appliquer nos algorithmes à d'autres types de données et d'améliorer encore les performances de fuzzy longueur, introduire le concept de fuzzy dans la méthode basée sur les ondelettes et effectuer une classification automatique des fœtus en utilisant les différents paramètres calculés.

Bibliographie

[Abry, 2002] Abry, P. (2002). Lois d'Echelle, Fractales et Ondelettes. Hermès Sciences Publications, 1 & 2, pp.272 & 269, 2002

[Acharya et al., 2004a] Acharya, R., Kannathal, N. et Krishnan, S. (2004a). Comprehensive analysis of cardiac health using heart rate signals. *Physiological Measurement*, 25(5):1139.

[Acharya et al., 2006] Acharya, U. R., Joseph, K. P., Kannathal, N., Lim, C. M. et Suri, J. S. (2006). Heart rate variability: a review. *Medical and Biological Engineering and Computing*, 44(12):1031–1051.

[Acharya et al., 2004b] Acharya, U. R., Kannathal, N., Sing, O. W., Ping, L. Y., Chua, T. et al. (2004b). Heart rate analysis in normal subjects of various age groups. *Biomed Eng Online*, 3(1):24.

[Akaike, 1974] Akaike, H. (1974). A new look at the statistical model identification. *Automatic Control, IEEE Transactions on*, 19(6):716–723.

[Akay, 2000] Akay, M. (2000). *Nonlinear Biomedical Signal Processing Vol. II: Dynamic Analysis and Modeling*. Wiley-IEEE Press.

[Akselrod et al., 1981] Akselrod, S., Gordon, D., Ubel, F. A., Shannon, D. C., Berger, A. et Cohen, R. J. (1981). Power spectrum analysis of heart rate fluctuation: a quantitative probe of beat-to-beat cardiovascular control. *Science*, 213(4504):220–222.

[Alehan et al., 2009] Alehan, F., Erol, I., Cemil, T., Bayraktar, N., Ogüs, E. et Tokel, K. (2009). Elevated ck-mb mass and plasma brain-type natriuretic peptide concentrations following convulsive seizures in children and adolescents: Possible evidence of subtle cardiac dysfunction. *Epilepsia*, 50(4):755–760.

[Algra et al., 1993] Algra, A., Tijssen, J., Roelandt, J., Pool, J. et Lubsen, J. (1993). Heart rate variability from 24-hour electrocardiography and the 2-year risk for sudden death. *Circulation*, 88(1):180–185.

- [Altenmüller et al., 2004] Altenmüller, D.-M., Zehender, M. et Schulze-Bonhage, A. (2004). High-grade atrioventricular block triggered by spontaneous and stimulation-induced epileptic activity in the left temporal lobe. *Epilepsia*, 45(12):1640–1644.
- [Amaral et al., 2001] Amaral, L. A. N., Ivanov, P. C., Aoyagi, N., Hidaka, I., Tomono, S., Goldberger, A. L., Stanley, H. E. et Yamamoto, Y. (2001). Behavioral-independent features of complex heartbeat dynamics. *Physical Review Letters*, 86(26):6026.
- [Amici et al., 2009] Amici, A., Cicconetti, P., Sagrafoli, C., Baratta, A., Passador, P., Pecci, T., Tassan, G., Verrusio, W., Marigliano, V. et Cacciafesta, M. (2009). Exaggerated morning blood pressure surge and cardiovascular events. A 5-year longitudinal study in normotensive and well controlled hypertensive elderly. *Archives of gerontology and geriatrics*, 49(2):e105e109.
- [Annegers et al., 2000] Annegers, J., Coan, S. P., Hauser, W. et Leestma, J. (2000). Epilepsy, vagal nerve stimulation by the ncp system, all-cause mortality and sudden, unexpected, unexplained death. *Epilepsia*, 41(5):549–553.
- [Anselmet et al., 1984] Anselmet, F., Gagne, Y., Hopfinger, E. et Antonia, R. (1984). High-order velocity structure functions in turbulent shear flows. *J. Fluid Mech*, 140(63):63–89.
- [Arneodo et al., 1995] Arneodo, A., Bacry, E. et Muzy, J. (1995). The thermodynamics of fractals revisited with wavelets. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 213(1):232–275.
- [Arneodo et al., 2000] Arneodo, A., Decoster, N. et Roux, S. (2000). A wavelet-based method for multifractal image analysis. Methodology and test applications on isotropic and anisotropic random rough surfaces. *The European Physical Journal B-Condensed Matter and Complex Systems*, 15(3):567–600.
- [Arneodo et al., 1999] Arneodo, A., Decoster, N. et Roux, S. (1999). Intermittency, log-normal statistics, and multifractal cascade process in high resolution satellite images of cloud structure. *Physical review letters*, 83(6):1255.
- [Arrault et al., 1997] Arrault, J., Arneodo, A., Davis, A. et Marshak, A. (1997). Wavelet based multifractal analysis of rough surfaces: Application to cloud models and satellite data. *Physical Review Letters*, 79(1):75–78.

- [Axelrod et al., 1987] Axelrod, S., Lishner, M., Oz, O., Bernheim, J. et Ravid, M. (1987). Spectral analysis of fluctuations in heart rate : an objective evaluation of autonomic nervous control in chronic renal failure. *Nephron*, 45(3):202–206.
- [Bandt et Pompe, 2002] Bandt, C. et Pompe, B. (2002). Permutation entropy: a natural complexity measure for time series. *Physical Review Letters*, 88(17):174102.
- [Barabási, 1995] Barabási, A.-L.(1995). *Fractal concepts in surface growth*. Cambridge university press.
- [Barabási et al., 1991] Barabási, A.-L., Szépfalussy, P. et Vicsek, T. (1991). Multifractal spectra of multi-affine functions. *Physica A : Statistical Mechanics and its Applications*, 178(1):17–28.
- [Barabási et Vicsek, 1991] Barabási, A.-L.et Vicsek, T. (1991). Multifractality of self-affine fractals. *Physical Review A*, 44(4):2730.
- [Barnaby et al., 2002] Barnaby, D., Ferrick, K., Kaplan, D. T., Shah, S.,Bijur, P. et Gallagher, E. J. (2002). Heart rate variability in emergency department patients with sepsis. *Academic emergency medicine*, 9(7):661–670.
- [Barnsley et al., 1989] Barnsley, M. F., Devaney, R. L., Mandelbrot, B.,Peitgen, H., Saupe, D. et Voss, R. F. (1989). The science of fractal images. *Mathematische Annalen*, 283:348.
- [Besicovitch, 1935] Besicovitch, A. (1935). On the sum of digits of real numbers represented in the dyadic system. *Mathematische Annal en*, 110(1):321–330.
- [Bhattacharyya et Steptoe., 2007] Bhattacharyya, M. R. et Steptoe, A. (2007). Emotional Triggers of Acute Coronary Syndromes: Strength of Evidence, Biological Processes, and Clinical Implications. *Prog. Cardiovasc.Dis*, ;49(5):353-65.
- [Bigger et al., 1996] Bigger, J. T., Steinman, R. C., Rolnitzky, L. M., Fleiss,J. L., Albrecht, P. et Cohen, R. J. (1996). Power law behavior of rr-intervalvariability in healthy middle-aged persons, patients with recent acute myocardial infarction, and patients with heart transplants. *Circulation*, 93(12):2142–2151.

- [Bigger Jr et al., 1992] Bigger Jr, J. T., Fleiss, J. L., Steinman, R. C., Rolnitzky, L. M., Kleiger, R. E. et Rottman, J. N. (1992). Correlation among time and frequency domain measures of heart period variability two weeks after acute myocardial infarction. *The American journal of cardiology*, 69(9):891–898.
- [Bohr et Tél, 1988] Bohr, T. et Tél, T. (1988). The thermodynamics of fractals. *Directions In Chaos—Volume 2. Series: Series on Directions in Condensed Matter Physics*, ISBN : 978-9971-5-0361-1. WORLD SCIENTIFIC, Edited by BL Hao, vol. 4, pp. 194–237, 4:194–237.
- [Bonaduce et al., 1999] Bonaduce, D., Petretta, M., Marciano, F., Vicario, M. L., Apicella, C., Rao, M. A., Nicolai, E. et Volpe, M. (1999). Independent and incremental prognostic value of heart rate variability in patients with chronic heart failure. *American heart journal*, 138(2):273–284.
- [Boog, 2001] Boog, G. (2001). Applications pratiques de l'analyse informatisée du rythme cardiaque fœtal par le système sonicaid oxford 8002 au cours de la grossesse et de l'accouchement. *Journal de gynécologie obstétrique et biologie de la reproduction*, 30 (1):28–41.
- [Campbell, 1996] Campbell, M. (1996). Spectral analysis of clinical signals: an interface between medical statisticians and medical engineers. *Statistical methods in medical research*, 5(1):51–66.
- [Care, 2007] Care, N. I. (2007). National collaborating centre for women's and children's health. section 4.3. support in labour. Intrapartum care: care of healthy women and their babies during childbirth, pages 73–5.
- [Chillemi et al., 1997] Chillemi, S., Barbi, M., Di Garbo, A., Balocchi, R., Michelassi, C., Carpeggiani, C. et Emdin, M. (1997). Detection of nonlinearity in the healthy heart rhythm. *Methods of information in medicine*, 36(4-5):278–281.
- [Christini et al., 2001] Christini, D. J., Stein, K. M., Markowitz, S. M., Mittal, S., Slotwiner, D. J., Scheiner, M. A., Iwai, S. et Lerman, B. B. (2001). Nonlinear-dynamical arrhythmia control in humans. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 98(10):5827–5832.

- [Coleman, 1980] Coleman, T. (1980). Arterial baroreflex control of heart rate in the conscious rat. *American Journal of Physiology-Heart and Circulatory Physiology*, 238(4):H515–H520.
- [Collet et al., 1987] Collet, P., Lebowitz, J. et Porzio, A. (1987). The dimension spectrum of some dynamical systems. *Journal of Statistical Physics*, 47(5-6):609–644.
- [Constant et al., 2002] Constant, I., Abbas, M., Boucheseiche, S., Laude, D. et Murat, I. (2000). Non-invasive assessment of cardiovascular autonomic activity induced by brief exposure to 50% nitrous oxide in children. *British journal of anaesthesia*, 88(5):637–643.
- [Costa et al., 2002] Costa, M., Goldberger, A. L. et Peng, C.-K. (2002). Multi-scale entropy analysis of complex physiologic time series. *Physical review letters*, 89(6):068102.
- [Costa, 2003] Costa, M. (2003). Multi-scale entropy analysis of complex heart rate dynamics: discrimination of age and heart failure effects. *Computers in Cardiology Conference*, pages 705–708.
- [Costa et al., 2005] Costa M, Goldberger AL, et Peng CK. (2005). Multi-scale entropy analysis of biological signals. *Physical review E*, 71: 021906.
- [Costa et al., 2008] Costa, M. D., Peng, C.-K. et Goldberger, A. L. (2008). Multi-scale analysis of heart rate dynamics: entropy and time irreversibility measures. *Cardiovascular Engineering*, 8(2):88–93.
- [Cottin et al., 2004] Cottin, F., Medigue, C., Lepretre, P.-M., Papelier, Y., Koralsztein, J.-P. et Billat, V. (2004). Heart rate variability during exercise performed below and above ventilatory threshold. *Medicine and science in sports and exercise*, 36(4):594–600.
- [Cottin et al., 2007] Cottin, F., Médigue, C., Lopes, P., Leprêtre, P., Heubert, R., Billat, V. et al. (2007). Ventilatory thresholds assessment from heart rate variability during an incremental exhaustive running test. *International journal of sports medicine*, 28(4):287–294.
- [Daubechies, 1988] Daubechies, I. Orthonormal bases of compactly supported wavelets, *Com. on Pure Appl. Math.*, vol. 41, pp. 909-996, nov. 1988.
- [Dauphiné, 2011] Dauphiné A. (2011). *Géographie fractale : fractals auto-similaire et auto-affine*. Lavoisier. Paris.

- [Dimmer et al., 1998] Dimmer, C., Tavernier, R., Gjorgov, N., Van Nooten, G., Clement, D. L. et Jordaens, L. (1998). Variations of autonomic tone preceding onset of atrial fibrillation after coronary artery bypass grafting. *The American journal of cardiology*, 82(1):22–25.
- [Dubois et Chaline] Dubois, J et Chaline, J. (2006). *Le monde des Fractales : la géométrie cachée de la nature*. Ellipse, Paris.
- [Eckmann et Ruelle, 1985] Eckmann, J.-P. et Ruelle, D. (1985). Ergodic theory of chaos and strange attractors. *Reviews of modern physics*, 57(3):617.
- [Edgar, 1990] Edgar, G. A. (1990). *Measure, Topology, and Fractal Geometry*. Springer-Verlag.
- [Falconer, 1990] Falconer, K. (1990). *Fractal geometry.j. Mathematical Foundations and Applications*.
- [Family et al., 1995] Family, F., Meakin, P., Sapoval, B. et Wool, R. (1995). Fractal aspects of materials. In *Material Research Society Symposium Proceedings*, volume 367.
- [Feder, 1988] Feder, J. (1988). *{Fractals}*. Journal of Physics of solids and liquids, New York, NY : Plenum, 1988. - 283 p.
- [Feissel et al., 2001] Feissel, M., Michard, F., Mangin, I., Ruyer, O., Faller, J.-P. et Teboul, J.-L. (2001). Respiratory changes in aortic blood velocity as an indicator of fluid responsiveness in ventilated patients with septic shock. *CHEST Journal*, 119(3):867–873.
- [Ferrario et al., 2006] Ferrario, M., Signorini, M., Magenes, G. et Cerutti, S. (2006). Comparison of entropy-based regularity estimators: application to the fetal heart rate signal for the identification of fetal distress. *Biomedical Engineering, IEEE Transactions on*, 53(1):119–125.
- [Ferrario et al., 2009] Ferrario, M., Signorini, M. G. et Magenes, G. (2009). Complexity analysis of the fetal heart rate variability: early identification of severe intrauterine growth-restricted fetuses. *Medical & biological engineering & computing*, 47(9):911–919.
- [Fourier, 1888] Fourier, J. (1888). *Théorie analytique de la chaleur*. (1822) œuvres de Fourier. Darboux, Tome Première, (Gauthier-Villars et Fils, Paris, 1888).

- [Freeman et al., 2003] Freeman, R. K., Garite, T. J. et Nageotte, M. P. (2003). Fetal acidbase monitoring. *Fetal Heart Rate Monitoring*.
- [Frisch, 1995] Frisch, U. (1995). *Turbulence* (cambridge).
- [Furlan et al., 1990] Furlan, R., Guzzetti, S., Crivellaro, W., Dassi, S., Tinelli, M., Baselli, G., Cerutti, S., Lombardi, F., Pagani, M. et Malliani, A. (1990). Continuous 24-hour assessment of the neural regulation of systemic arterial pressure and variabilities in ambulant subjects. *Circulation*, 81(2):537–547.
- [Gagne, 1987] Gagne, Y. (1987). *Etude expérimentale de l’intermittence et des singularités dans le plan complexe en turbulence développée*. Thèse de doctorat, Grenoble 1.
- [Gary et al., 2005] Gary, C. F., Gant, N., Leveno, K., Gilstrap, L., Hauth, J. et Wenstrom, K. (2005). *Williams obstetrics*. New York : Mc Grow–Hill, pages 823–9.
- [Gauge et Henderson, 2007] Gauge, S. et Henderson, C. (2007). *Analyse pratique du rcf*, 3^{ème} édition, Elsevier Masson.
- [Girault, 2010] Girault, J.-M. (2010). *Analyses et traitements : de l’imagerie ultrasonore médicale aux séries temporelles biomédicales*. HDR, Université François Rabelais, Tours.
- [Girault et al., 2010] Girault, J.-M., Kouamé, D. et Ouahabi, A. (2010). Analytical formulation of the fractal dimension of filtered stochastic signals. *Signal Processing*, 90(9):2690–2697.
- [Girault et al., 2013] Girault, J.-M., Oudjemia, S. et Voicu, I. (2013). Multi–scale similarity entropy as a complexity descriptor to discriminate healthy to distress foetus. *International Journal of Systems, Control and Communications*, 5(3):276–284.
- [Glass et Mackey, 1988] Glass, L. et Mackey, M. C. (1988). *From clocks to chaos: The rhythms of life*. Princeton University Press.
- [Gleick, 1987] Gleick, J. (1987). *Chaos: Making of a new science*. New York: Viking-Penguin.

- [Goldberger et al., 2002] Goldberger, A. L., Amaral, L. A., Hausdorff, J. M., Ivanov, P. C., Peng, C.-K. et Stanley, H. E. (2002). Fractal dynamics in physiology: alterations with disease and aging. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 99 (suppl 1):2466–2472.
- [Goldberger et West, 1987] Goldberger, A. L. et West, B. J. (1987). Application of nonlinear dynamics to clinical cardiology. *Annals of New York Academy of Sciences*, 504:195–213.
- [Grassberger et al., 1988] Grassberger, P., Badii, R. et Politi, A. (1988). Scaling laws for invariant measures on hyperbolic and non-hyperbolic attractors. *Journal of Statistical Physics*, 51(1-2):135–178.
- [Guerreschi, 2013] Guerresch, Emanuelle. (2013). Contribution à l'Appréhension du Système Cardiovasculaire Modélisation et Traitement de Signaux issus de la Macro circulation et de la Microcirculation sanguines. Thèse de Doctorat, Université Nantes Angers Le Mans.
- [Halsey et al., 1986] Halsey, T. C., Jensen, M. H., Kadanoff, L. P., Procaccia, I. et Shraiman, B. I. (1986). Fractal measures and their singularities: The characterization of strange sets. *Physical Review A*, 33(2):1141.
- [Hausdorff, 1919] Hausdorff, F. (1919). Dimension and outer measure. *Math. Ann*, 79:157–119.
- [Hausdorff et al., 1996] Hausdorff, J. M., Purdon, P. L., Peng, C., Ladin, Z., Wei, J. Y. et Goldberger, A. L. (1996). Fractal dynamics of human gait: stability of long-range correlations in stride interval fluctuations. *Journal of Applied Physiology*, 80(5):1448–1457.
- [Hentschel et Procaccia, 1983] Hentschel, HE et Procaccia, I. (1983). The infinite number of generalized dimensions of fractals and strange attractors. *Physica D*, 8:435–444.
- [Ho et al., 1997] Ho, K. K., Moody, G. B., Peng, C.-K., Mietus, J. E., Larson, M. G., Levy, D. et Goldberger, A. L. (1997). Predicting survival in heart failure case and control subjects by use of fully automated methods for deriving nonlinear and conventional indices of heart rate dynamics. *Circulation*, 96(3):842–848.
- [Hua et al., 1996] Hua, L., Ze-Jun, D. et Ziqin, W. (1996). Multifractal analysis of the spatial distribution of secondary-electron emission sites. *Physical Review B*, 53(24):16631.

- [Hua et al., 1995] Hua, L., Zejun, D. et Ziqin, W. (1995). Multifractal behavior of the distribution of secondary-electron-emission sites on solid surfaces. *Physical Review B*, 51(19):13554.
- [Huikuri et al., 1998] Huikuri, H. V., Mäkikallio, T. H., Airaksinen, K. J., Seppänen, T., Puukka, P., Räihä, I. J. et Sourander, L. B. (1998). Power-law relationship of heart rate variability as a predictor of mortality in the elderly. *Circulation*, 97(20):2031–2036.
- [Shaikh, 2012]. Shaikh, A. A. Abeer. (2012). Intérêt de la variabilité du rythme cardiaque comme marqueur de risque. Thèse de Doctorat, Faculté de Médecine Henri Warembourg, Université du Droit et de La santé, Lille II.
- [Ivanov et al., 2001] Ivanov, P. C., Amaral, L. A. N., Goldberger, A. L., Havlin, S., Rosenblum, M. G., Stanley, H. E. et Struzik, Z. R. (2001). From 1/f noise to multifractal cascades in heartbeat dynamics. *Chaos: An Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science*, 11(3):641–652.
- [Ivanov et al., 1999] Ivanov, P. C., Amaral, L. A. N., Goldberger, A. L., Havlin, S., Rosenblum, M. G., Struzik, Z. R. et Stanley, H. E. (1999). Multifractality in human heartbeat dynamics. *Nature*, 399(6735):461–465.
- [Iyengar et al., 1996] Iyengar, N., Peng, C., Morin, R., Goldberger, A. L. et Lipsitz, L. A. (1996). Age-related alterations in the fractal scaling of cardiac interbeat interval dynamics. *American Journal of Physiology-Regulatory Integrative and Comparative Physiology*, 40(4):R1078.
- [Jaffard, 2006] Jaffard, S. (2006). Wavelet techniques for point wise regularity. In *Annales de la faculté des sciences de Toulouse*, volume 15, pages 3–33. Université Paul Sabatier.
- [Jasson et al., 1997] Jasson, S., Médigue, C., Maison-Blanche, P., Montano, N., Meyer, L., Vermeiren, C., Mansier, P., Coumel, P., Malliani, A. et Swynghedauw, B. (1997). Instant power spectrum analysis of heart rate variability during orthostatic tilt using a time-/frequency-domain method. *Circulation*, 96(10):3521–3526.
- [Jeanne et al., 2009] Jeanne, M., Logier, R., De Jonckheere, J. et Tavernier, B. (2009). Heart rate variability during total intravenous anesthesia: effects of nociception and analgesia. *Autonomic Neuroscience*, 147(1):91–96.

- [Spilka, 2013] Spilka, Jiri. (2013). Complex approach to fetal heart rate analysis: A hierarchical classification model. Doctoral thesis, Czech Technical University in Prague Faculty of Electrical Engineering Department of Cybernetics.
- [Kamath et Fallen, 1992] Kamath, M. V. et Fallen, E. L. (1992). Power spectral analysis of heart rate variability: a noninvasive signature of cardiac autonomic function. *Critical reviews in biomedical engineering*, 21(3):245–311.
- [Kaplan et Glass, 1995] Kaplan, D. et Glass, L. (1995). *Understanding nonlinear dynamics*, volume 19. Springer.
- [Kashyap, 1980] Kashyap, R. (1980). Inconsistency of the aic rule for estimating the order of auto regressive models. *Automatic Control, IEEE Transactions on*, 25(5):996–998.
- [Kay et Marple Jr, 1981] Kay, S. M. et Marple Jr, S. L. (1981). Spectrum analysis a modern perspective. *Proceedings of the IEEE*, 69(11):1380–1419.
- [Kleiger et al., 1987] Kleiger, R. E., Miller, J. P., Bigger, J. T., Jr., and Moss, A. J. (1987) Decreased Heart Rate Variability and Its Association With Increased Mortality After Acute Myocardial Infarction. *Am.J Cardiol*, 59(4):256-62.
- [Kobayashi et Musha, 1982] Kobayashi, M. et Musha, T. (1982). 1/f fluctuation of heartbeat period. *Biomedical Engineering, IEEE Transactions on*, (6):456–457.
- [Korach et al., 2001] Korach, M., Sharshar, T., Jarrin, I., Fouillot, J.-P., Raphaël, J.-C., Gajdos, P. et Annane, D. (2001). Cardiac variability incritically ill adults: influence of sepsis. *Critical care medicine*, 29(7):1380–1385.
- [Laitio et al., 2000] Laitio, T. T., Huikuri, H. V., Kentala, E. S., Mäkikallio, T. H., Jalonen, J. R., Helenius, H., Sariola-Heinonen, K., Yli-Mäyry, S. et Scheinin, H. (2000). Correlation properties and complexity of perioperative rr-interval dynamics in coronary artery bypass surgery patients. *Anesthesiology*, 93(1):69–80.
- [Lake et al., 2002] Lake, D. E., Richman, J. S., Griffin, M. P. et Moorman, J. R. (2002). Sample entropy analysis of neonatal heart rate variability. *American Journal of Physiology-Regulatory, Integrative and Comparative Physiology*, 283(3):R789–R797.

- [Larsen et al., 1999] Larsen, P., Trent, E. et Galletly, D. (1999). Cardioventilatory coupling: effects of IPPV. *British Journal of anaesthesia*, 82(4):546–550.
- [Leor et al., 1996] Leor, J., Poole, W. K., and Kloner, R. A. (1996). Sudden Cardiac Death Triggered by an Earthquake. *N.Engl.J Med*, 334(7):413-9.
- [Lishner et al., 1987] Lishner, M., Akselrod, S., Mor Avi, V., Oz, O., Divon, M. et Ravid, M. (1987). Spectral analysis of heart rate fluctuations. A noninvasive, sensitive method for the early diagnosis of autonomic neuropathy in diabetes mellitus. *Journal of the autonomic nervous system*, 19(2):119–125.
- [Lopes et al., 2010] Lopes, R, Dubois, P, Bhouri, I, Akkari-Bettaieb, H, Maouche, S, et Betrouni, N. (2010). La géométrie fractale pour l'analyse de signaux médicaux : état de l'art. *Ingénierie et Recherche Biomédicale*, 31: 189–208.
- [Lown, 1979] Lown, B. Sudden Cardiac Death: the Major Challenge Confronting Contemporary Cardiology. *Am.J Cardiol*, 43(2):313-28.
- [Lurje et al., 1997] Lurje, L., Wennerblom, B., Tygesen, H., Karlsson, T. et Hjalmarson, Å. (1997). Heart rate variability after acute myocardial infarction in patients treated with atenolol and metoprolol. *International journal of cardiology*, 60(2):157–164.
- [Mahon et al., 2002] Mahon, N. G., Hedman, A. E., Padula, M., Gang, Y., Savelieva, I., Waktare, J. E., Malik, M. M., Huikuri, H. V. et McKenna, W. J. (2002). Fractal correlation properties of r-r interval dynamics in asymptomatic relatives of patients with dilated cardiomyopathy. *European journal of heart failure*, 4(2):151–158.
- [Mäkikallio et al., 1998] Mäkikallio, M., Timo, H., Ristimäe, M., Airaksinen, M., Juhani, K., Peng PhD, C.-K., Goldberger, M., Ary, L., Huikuri, M., Heikki, V. et al. (1998). Heart rate dynamics in patients with stable angina pectoris and utility of fractal and complexity measures. *The American journal of cardiology*, 81(1):27–31.
- [Malik et Camm, 1995] Malik, M. et Camm, A. (1995). *Heart rate variability*. Armonk, NY.
- [Malik et al., 2000] Malik, M., Camm, A. J., Janse, M. J., Julian, D. G., Frangin, G. A. et Schwartz, P. J. (2000). Depressed heart rate variability identifies post infarction patients who might benefit from prophylactic treatment with amiodarone: a sub study of EMIAT (the European

myocardial infarct amiodaronetrial). Journal of the American College of Cardiology, 35(5):1263–1275.

[Mallat, 1989] Mallat, S. Multiresolution approximations and wavelet orthonormal bases of $L^2(R)$, Trans. Am. Math. Soc., vol. 315, N°1, pp. 69-87, sep. 1989.

[Mallat, 1989a] Mallat, S. Multi-frequency channel decomposition of images and wavelet models, IEEE Trans. on Accoustic Speech and Signal Proc., vol.37, N°12, pp. 2091-2110,dec. 1989.

[Mallat, 1989b] Mallat, S. A theory for multi-resolution signal decomposition: the wavelet represntation, IEEE, PAMI, vol. 11, N° 7, pp. 674-693, july 1989.

[Mallat et Hwang, 1992] Mallat, S. et Hwang, W. L. (1992). Singularity detection and processing with wavelets. Information Theory, IEEE Transactions on, 38(2):617–643.

[Mallat et Zhong, 1992] Mallat, S. et Zhong, S. (1992). Characterization of signals from multiscale edges. IEEE Transactions on pattern analysis and machine intelligence, 14(7):710 732.

[Malpas, 2002] Malpas, S. C. (2002). Neural influences on cardiovascular variability: possibilities and pitfalls. American Journal of Physiology-Heart and Circulatory Physiology, 282(1):H6–H20.

[Mandelbrot, 1974] Mandelbrot, B. (1974). Multiplications aléatoires itérées et distributions invariantes par moyenne pondérée aléatoire. CR Acad. Sci. Paris, 278(289-292):355–358.

[Mandelbrot et Taylor, 1967] Mandelbrot, B. et Taylor, H. M. (1967). On the distribution of stock price differences. Operations research, 15(6):1057–1062.

[Mandelbrot, 1975] Mandelbrot, B. (1975). Les objets fractals - forme, hasard et dimension. Flammarion, France.

[Mandelbrot, 1977] Mandelbrot, B. B. (1977). Fractals: form, change and dimension. San Francisko : WH Freeman and Company.

[Mandelbrot, 1982] Mandelbrot, B. B. (1982). The fractal geometry of nature.1982. San Francisco, CA.

- [Mandelbrot et Van Ness, 1968] Mandelbrot, B. B. et Van Ness, J. W. (1968). Fractional brownian motions, fractional noises and applications. *SIAM review*, 10 (4):422–437.
- [Monitoring, 1997] Monitoring, E. F. H. R. (1997), research guidelines for interpretation. national institute of child health and human development research planning workshop. *Am J Obstet Gynecol*, 177:1385–90.
- [Mussalo et al., 2001] Mussalo, H., Vanninen, E., Ikäheimo, R., Laitinen, T., Laakso, M., Länsimies, E. et Hartikainen, J. (2001). Heart rate variability and its determinants in patients with severe or mild essential hypertension. *Clinical Physiology*, 21(5):594–604.
- [Muzy et al., 1991] Muzy, J., Bacry, E. et Arneodo, A. (1991). Wavelets and multifractal formalism for singular signals: application to turbulence data. *Physical Review Letters*, 67(25):3515–3518.
- [Muzy et al., 1993] Muzy, J.-F., Bacry, E. et Arneodo, A. (1993). Multifractal formalism for fractal signals: The structure-function approach versus the wavelet transform modulus-maxima method. *Physical review E*, 47(2):875.
- [Muzy et al., 1994] Muzy, J.-F., Bacry, E. et Arneodo, A. (1994). The multifractal formalism revisited with wavelets. *International Journal of Bifurcation and Chaos*, 4(02):245–302.
- [Ning et al., 2005] Ning, X., Xu, Y., Wang, J. et Ma, X. (2005). Approximate entropy analysis of short-term hfecg based on wave mode. *Physica A : Statistical Mechanics and its Applications*, 346(3):475–483.
- [Normant et Tricot, 1991] Normant, F. et Tricot, C. (1991). Method for evaluating the fractal dimension of curves using convex hulls. *Physical Review A*, 43(12):6518.
- [Notarius et al., 1999] Notarius, C. F., Butler, G. C., Ando, S., Pollard, M. J., Senn, B. L. et Floras, J. S. (1999). Dissociation between micro neurographic and heart rate variability estimates of sympathetic tone in normal subjects and patients with heart failure. *Clinical Science*, 96:557–565.
- [European Society of Cardiology et al., 1996] of European Society of Cardiology, T. F., of the European Society of Cardiology, T. F. et al. (1996). The North American society of pacing and

electrophysiology. Heart rate variability: standards of measurement, physiological interpretation and clinical use. *Circulation*, 93(5):1043–1065.

[Osterhues et al., 1998] Osterhues, H.-H., Kochs, M. et Hombach, V. (1998). Time-dependent changes of heart rate variability after percutaneous transluminal angioplasty. *American heart journal*, 135(5):755–761.

[Oudjemia, 2011] Oudjemia, S. (2011). Analyse de la complexité des signaux par approches multifractales, Rapport de Master. Université François Rabelais, Tours.

[Oudjemia et al., 2013a] Oudjemia, S., Girault, J.-M., Derguini, N.-E. et Haddab, S. (2013a). Multifractal analysis : Application to medical imaging. In *Systems, Signal Processing and their Applications (WoSSPA)*, 2013 8th International Workshop on, pages 244–249. IEEE.

[Oudjemia et al., 2012] Oudjemia, S., Girault, J.-M., Haddab, S., Ouahabi, A. et Ameer, Z. (2012). Multifractal analysis based on discrete wavelet for texture classification: Application to medical magnetic resonance imaging. In *Image Processing Theory, Tools and Applications (IPTA)*, 2012 3rd International Conference on, pages 247–252. IEEE.

[Oudjemia et al., 2013b] Oudjemia, S., Zaylaa, A., Charara, J. et Girault, J.-M. (2013b). Delta-fuzzy similarity entropy to discriminate healthy from sick fetus. In *Advances in Biomedical Engineering (ICABME)*, 2013 2nd International Conference on, pages 1–4. IEEE.

[Oudjemia et al., 2013c] Oudjemia, S., Zaylaa, A., Haddab, S. et Girault, J.-M. (2013c). Coarse-grained multifractality analysis based on structure function measurements to discriminate healthy from distressed fetuses. *Computational and mathematical methods in medicine*, 2013.

[Pagani et al., 1986] Pagani, M., Lombardi, F., Guzzetti, S., Rimoldi, O., Furlan, R., Pizzinelli, P., Sandrone, G., Malfatto, G., Dell’Orto, S. et Piccaluga, E. (1986). Power spectral analysis of heart rate and arterial pressure variabilities as a marker of sympatho-vagal interaction in man and conscious dog. *Circulation research*, 59(2):178–193.

[Pagani et al., 1997] Pagani, M., Montano, N., Porta, A., Malliani, A., Abboud, F. M., Birkett, C. et Somers, V. K. (1997). Relationship between spectral components of cardiovascular

variabilities and direct measures of muscle sympathetic nerve activity in humans. *Circulation*, 95(6):1441–1448.

[Parati et al., 2006] Parati, G., Mancia, G., Di Rienzo, M. et Castiglioni, P.(2006). Point: Counterpoint : Cardiovascular variability is/is not an index of autonomic control of circulation. *Journal of applied physiology*, 101(2):676–682.

[Parati et al., 1995] Parati, G., Saul, J. P., Di Rienzo, M. et Mancia, G.(1995). Spectral analysis of blood pressure and heart rate variability in evaluating cardiovascular regulation a critical appraisal. *Hypertension*, 25(6):1276–1286.

[Parisi et Frisch, 1985] Parisi, G. et Frisch, U. (1985). Turbulence and predictability in geophysical fluid dynamics and climate dynamics, edited by m.ghil, r. benzi, and g. parisi.

[Parisi et al., 1985] Parisi, G., Ghil, M. et Benzi, R. (1985). Turbulence and Predictability in Geophysical Fluid Dynamics and Climate Dynamics: Proceedings of the International School of Physic Enrico Fermi. Course LXXXVIII, Varennaon Lake Como, Villa Monastero, 14-24 June, 1983. North-Holland.

[Peng et al., 1992] Peng, C., Buldyrev, S., Goldberger, A., Havlin, S.,Sciortino, F., Simons, M., Stanley, H. et al. (1992).Long-range correlations in nucleotide sequences. *Nature*, 356(6365):168–170.

[Peng et al., 1995] Peng, C.-K., Havlin, S., Stanley, H. E. et Goldberger,A. L. (1995). Quantification of scaling exponents and crossover phenomena in nonstationary heartbeat time series. *Chaos : An Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science*, 5(1):82–87.

[Penzel et al., 2003] Penzel, T., Kantelhardt, J. W., Grote, L., Peter, J.-H.et Bunde, A. (2003). Comparison of detrended fluctuation analysis and spectral analysis for heart rate variability in sleep and sleep apnea. *Biomedical Engineering, IEEE Transactions on*, 50(10):1143–1151.

[Pichot et al., 1999] Pichot, V., Gaspoz, J.-M., Molliex, S., Antoniadis, A., Busso, T., Roche, F., Costes, F., Quintin, L., Lacour, J.-R.et Barthélémy, J.-C. (1999). Wavelet transform to quantify heart rate variability and to assess its instantaneous changes. *Journal of Applied Physiology*, 86(3):1081–1091.

- [Pierrat et al., 2005] Pierrat, V., Haouari, N., Liska, A., Thomas, D., Subtil, D. et Truffert, P. (2005). Groupe d'études en épidémiologie périnatale. Prevalence, causes, and outcome at, 2:F257–F261.
- [Pikkujämsä et al., 1999] Pikkujämsä, S. M., Mäkilä, T. H., Sourander, L. B., Räihä, I. J., Puukka, P., Skyttä, J., Peng, C.-K., Goldberger, A. L. et Huikuri, H. V. (1999). Cardiac interbeat interval dynamics from childhood to senescence comparison of conventional and new measures based on fractals and chaos theory. *Circulation*, 100(4):393–399.
- [Pincus, 1991] Pincus, S. M. (1991). Approximate entropy as a measure of system complexity. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 88(6):2297–2301.
- [Piskorski et Guzik, 2005] Piskorski, J et Guzik, P. Filtering poincaré plots. *Computation Methods in Science and Technology*, 11(1):39-48, June 2005.
- [Pocock et Richards., 2004] Pocock, G, Richards, C, D. (2004). Système nerveux autonome. *Physiologie humaine Les fondements de la médecine*. Paris: Masson, pp. 175-84.
- [Pocock et Richards., 2004 a] Pocock, G., Richards, C. D. (2004). Cœur et circulation. *Physiologie humaine*. Paris: Masson, pp.281-330.
- [Ponikowski et al., 1997] Ponikowski, M., Anker, M., Stefan, D., Chua, M., Peng, T., Szelemiej, M., Piepoli, M., Adamopoulos, M., Banasiak, M., Wrabec, M. et al. (1997). Depressed heart rate variability as an independent predictor of death in chronic congestive heart failure secondary to ischemic or idiopathic dilated cardiomyopathy. *The American journal of cardiology*, 79(12):1645–1650.
- [Poulsen et al., 2001] Poulsen, S., Jensen, S., Möller, J. et Egstrup, K. (2001). Prognostic value of left ventricular diastolic function and association with heart rate variability after a first acute myocardial infarction. *Heart*, 86(4):376–380.
- [Physionet, 2013] Physionet-variability-complexity.(2013). <http://physionet.org/tutorials/cv/>.
- [Racine-Thibaud, 2006] Racine-Thibaud, A.-C. (2006). Paramètres de l'analyse informatisée du rythme cardiaque fœtal entre 25 et 34 semaines d'aménorrhée. Thèse de doctorat.
- [Rich et al., 1988] Rich, M. W., Saini, J. S., Kleiger, R. E., Carney, R. M., TEVelde, A. et Freedland, K. E. (1988). Correlation of heart rate variability with clinical and angiographic

variables and late mortality after coronary angiography. *The American journal of cardiology*, 62(10):714–717.

[Richman et Moorman, 2000] Richman, J. S. et Moorman, J. R. (2000). Physiological time-series analysis using approximate entropy and sample entropy. *American Journal of Physiology-Heart and Circulatory Physiology*, 278(6):H2039–H2049.

[Richardson, 1961] Richardson, L.F. (1961). The problem of contiguity: An appendix to *Statistic of Deadly Quarrels*, volume 61. *General systems: yearbook of the Society for the Advancement of General Systems Theory*.

[Roche et al., 2003] Roche, F., Pichot, V., Sforza, E., Duverney, D., Costes, F., Garet, M., Barthélémy, J. et al. (2003). Predicting sleep apnoea syndrome from heart period: a time-frequency wavelet analysis. *European Respiratory Journal*, 22(6):937–942.

[Rooth et al., 1987] Rooth, G., Huch, A. et Huch, R. (1987). Figo news: guidelines for the use of fetal monitoring. *Int J Gynecol Obstet*, 25:159–67.

[Rouvre, 2006] Rouvre, D. (2006). Caractérisation de l'activité fœtale : mise en œuvre d'un dispositif d'enregistrement et analyse des signaux Doppler multidimensionnels. Thèse de doctorat, Tours.

[Ruelle, 1978] Ruelle, D. (1978). *Encyclopedia of mathematics and its applications*, vol. 5. thermodynamic formalism. Reading: Addison-Wesley.

[Sassi et al., 2009] Sassi, R., Signorini, M. G. et Cerutti, S. (2009). Multifractality and heart rate variability. *Chaos: An Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science*, 19(2):028507.

[SAYKRS, 1973] SAYKRS, B. M. (1973). Analysis of heart rate variability. *Ergonomics*, 16(1):17–32.

[Shannon, 1948] Shannon, C.E. (1948). A mathematical theory of communication. *The Bell System Technical Journal*, 27:379–423, 623–656.

[Schertzer et Lovejoy, 1985] Schertzer, D. et Lovejoy, S. (1985). Generalized scale invariance in turbulent phenomena. *Physico Chemical Hydrodynamics*, 6:623–635.

- [Schertzer et al., 1997] Schertzer, D., Lovejoy, S., Schmitt, F., Chigirinskaya, Y. et Marsan, D. (1997). Multifractal cascade dynamics and turbulent intermittency. *Fractals*, 5(03):427–471.
- [Schmittbuhl et al., 1995] Schmittbuhl, J., Vilotte, J.-P. et Roux, S. (1995). Reliability of self-affine measurements. *Physical Review E*, 51(1):131.
- [Schwartz et Stone., 1982] Schwartz, P. J and Stone, H. L. (1982). The Role of the Autonomic Nervous System in Sudden Coronary Death. *Ann.N.Y.Acad.Sci*, 382:162-80.
- [Singh et al., 1996] Singh, N., Mironov, D., Armstrong, P. W., Ross, A. M., Langer, A. et al. (1996). Heart rate variability assessment early after acute myocardial infarction pathophysiological and prognostic correlates. *Circulation*, 93(7):1388–1395.
- [Stanley et al., 1999] Stanley, H., Amaral, L. N., Goldberger, A., Havlin, S., Ivanov, P. C. et Peng, C.-K. (1999). Statistical physics and physiology: monofractal and multifractal approaches. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 270(1):309–324.
- [Stanley et al., 1993] Stanley, H., Buldyrev, S., Goldberger, A., Havlin, S., Ossadnik, S., Peng, C.-K. et Simons, M. (1993). Fractal landscapes in biological systems. *Fractals*, 1(03):283–301.
- [Stanley et Ostrowski, 1988] Stanley, H. et Ostrowski, N. (1988). éd., random fluctuations and pattern growth.
- [Stauss, 2003] Stauss, H. M. (2003). Heart rate variability. *American Journal of Physiology-Regulatory, Integrative and Comparative Physiology*, 285(5):R927–R931.
- [Stein et al., 1998] Stein, P., Kleiger, R. et al. (1998). Insights from the study of heart rate variability. *Annual review of medicine*, 50:249–261.
- [Sundström et al., 2000] Sundström, A.-K., Rosén, D. et Rosen, K. (2000). Fetal surveillance. Göteborg : Neoventa.
- [Szabó et al., 1997] Szabó, B. M., van Veldhuisen, D. J., van der Veer, N., Brouwer, J., De Graeff, P. A. et Crijns, H. J. (1997). Prognostic value of heart rate variability in chronic congestive heart failure secondary to idiopathic or ischemic dilated cardiomyopathy. *The American journal of cardiology*, 79(7):978–980.

[Taylor et Studinger, 2006] Taylor, J. et Studinger, P. (2006). Counterpoint: cardiovascular variability is not an index of autonomic control of the circulation. *Journal of applied physiology* (Bethesda, Md. : 1985), 101(2):678.

[Tchaumen, 2010]. Tchaumen, J.N. (2010). Apport de l'analyse informatisée du rythme cardiaque fœtal dans la surveillance antepartum du retard de croissance Intra-Uterin. Diplôme d'état de sage-femme, Département des études de sage-femme. Centre Hospitalier Universitaire de Rouen.

[Tibby et al., 2003] Tibby, S. M., Frndova, H., Durward, A. et Cox, P. N. (2003). Novel method to quantify loss of heart rate variability in pediatric multiple organ failure*. *Critical care medicine*, 31(7):2059–2067.

[Tricot, 1993] Tricot, C. (1993). Courbes et dimension fractale, 1993. *Sciences et Culture*.

[Triedman et al., 1993] Triedman, J. K., Cohen, R. J. et Saul, J. P. (1993). Mild hypovolemic stress alters autonomic modulation of heart rate. *Hypertension*, 21(2):236–247.

[Tsuji et al., 1994] Tsuji, H., Venditti, F., Manders, E. S., Evans, J. C., Larson, M. G., Feldman, C. L. et Levy, D. (1994). Reduced heart rate variability and mortality risk in an elderly cohort. the framingham heart study. *Circulation*, 90(2):878–883.

[Tuininga et al., 1994] Tuininga, Y., Van Veldhuisen, D., Brouwer, J., Haaksma, J., Crijns, H., Lie, K. et al. (1994). Heart rate variability in left ventricular dysfunction and heart failure: effects and implications of drug treatment. *British heart journal*, 72(6):509–513.

[Urbančič-Rovan et al., 2007] Urbančič-Rovan, V., Meglič, B., Stefanovska, A., Bernjak, A., Ažman-Juvan, K. et Kocijančič, A. (2007). Incipient cardiovascular autonomic imbalance revealed by wavelet analysis of heart rate variability in type 2 diabetic patients. *Diabetic medicine*, 24(1):18–26.

[Van Boven et al., 1998] Van Boven, A. J., Jukema, J. W., Haaksma, J., Zwinderman, A. H., Crijns, H. J. et Lie, K. I. (1998). Depressed heart rate variability is associated with events in patients with stable coronary artery disease and preserved left ventricular function. *American heart journal*, 135(4):571–576.

- [Van Hoogenhuyze et al., 1991] Van Hoogenhuyze, D., Weinstein, N., Martin, G. J., Weiss, J. S., Schaad, J. W., Sahyouni, X. N., Fintel, D., Remme, W. J. et Singer, D. H. (1991). Reproducibility and relation to mean heart rate of heart rate variability in normal subjects and in patients with congestive heart failure secondary to coronary artery disease. *The American journal of cardiology*, 68(17):1668–1676.
- [Verlinde et al., 2001] Verlinde, D., Beckers, F., Ramaekers, D. et Aubert, A. E. (2001). Wavelet decomposition analysis of heart rate variability in aerobic athletes. *Autonomic Neuroscience*, 90(1):138–141.
- [Voicu, 2011] Voicu, I. (2011). Analyse, caractérisation et classification de signaux fœtaux. Thèse de doctorat, Université François Rabelais, Tours. France.
- [Voicu et al., 2012] Voicu, I., Girault, J.-M. et Menigot, S. (2012). Improved estimation of the fetal heart rate using directional doppler signal and yin. *IRBM*, 33(4):262–270.
- [Voicu et al., 2013] Voicu, I., Ménigot, S., Kouamé, D. et Girault, J.-M. (2013). New estimators and guidelines for better use of fetal heart rate estimators with doppler ultrasound devices. *Computational and Mathematical Methods in Medicine*, 2013.
- [Voss et al., 2009] Voss, A., Schulz, S., Schroeder, R., Baumert, M. et Caminal, P. (2009). Methods derived from nonlinear dynamics for analyzing heart rate variability. *Philosophical Transactions of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, 367(1887):277–296.
- [Voss, 1989] Voss, R. F. (1989). Random fractals : Self-affinity in noise, music, mountains, and clouds. *Physica D: Nonlinear Phenomena*, 38(1):362–371.
- [Wang et al., 2005] Wang, J., Ning, X., Ma, Q., Bian, C., Xu, Y. et Chen, Y. (2005). Multi-scale multifractality analysis of a 12-lead electrocardiogram. *Physical Review E*, 71(6):062902.
- [Weber et al., 1992] Weber, E. J., Molenaar, P. et Molen, M. W. (1992). A non stationarity test for the spectral analysis of physiological time series with an application to respiratory sinus arrhythmia. *Psychophysiology*, 29(1):55–62.
- [West, 1990] West, B. (1990). *Fractal physiology and chaos in medicine* 1990.

- [Wilkinson et al., 1995] Wilkinson, G., Kanellopoulos, J. et Megier, J.(1995). Fractals in geoscience and remote sensing, image understanding research series, vol. 1. Rapport technique, ECSC-EC-EAEC. Bruxelles, Luxembourg.
- [Wilbert et al., 2008] Wilbert-Lampen, U., Leistner, D., Greven, S., Pohl, T., Sper, S., Volker, C, Guthlin, D., Plasse, A., Knez, A., Kuchenhoff, H, et Steinbeck, G. (2008). Cardiovascular Events During World Cup Soccer. *N.Engl.J Med*, 358(5):475-83.
- [Xie et al., 2008] Xie, H.-B., He, W.-X. et Liu, H. (2008). Measuring time series regularity using nonlinear similarity-based sample entropy. *Physics Letters A*, 372(48):7140–7146.
- [Xu et al., 2011] Xu, Y., Ma, Q. D., Schmitt, D. T., Bernaola-Galván, P. et Ivanov, P. C. (2011). Effects of coarse-graining on the scaling behavior of long range correlated and anti-correlated signals. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 390(23):4057–4072.
- [Yien et al., 1997] Yien, H.-W., Hseu, S.-S., Lee, L.-C., Kuo, T. B., Lee, T.-Y. et Chan, S. H. (1997). Spectral analysis of systemic arterial pressure and heart rate signals as a prognostic tool for the prediction of patient outcome in the intensive care unit. *Critical care medicine*, 25(2):258–266.
- [Zak et al., 1997] Zak, M., Zbilut, J. P. et Meyers, R. E. (1997). From instability to intelligence : complexity and predictability in nonlinear dynamics, volume 49. Springer.
- [Zbilut et al., 2002] Zbilut, J. P., Thomasson, N. et Webber, C. L. (2002). Recurrence quantification analysis as a tool for nonlinear exploration of no stationary cardiac signals. *Medical engineering & physics*, 24(1):53–60.
- [Zhang, 1991] Zhang, Y.-C.(1991). Complexity and 1/f noise. a phase space approach. *Journal de Physique I*, 1(7):971–977.
- [Zinsmeister, 1996] Zinsmeister, M. (1996). Formalisme thermodynamique et systèmes dynamiques holomorphes, volume 4 of. *Panoramas et Synthèses [Panoramas and Syntheses]*.
- [Zuanetti et al., 1996] Zuanetti, G., Neilson, J. M., Latini, R., Santoro, E., Maggioni, A. P., Ewing, D. J. et al. (1996). Prognostic significance of heart rate variability in post-myocardial infarction patients in the fibrinolytic era the gissi-2 results. *Circulation*, 94(3):432–436.

Annexe A

Application du formalisme multifractal sur des signaux biomédicaux 2D

Nous avons appliqué la méthode des coefficients dominants sur des signaux 2D (IRM cérébrale et images Ultrason de la peau) qui présentent une forte texture (figure A1 et A3). Pour avoir de bons résultats il faut choisir la meilleure gamme d'échelle de régression.

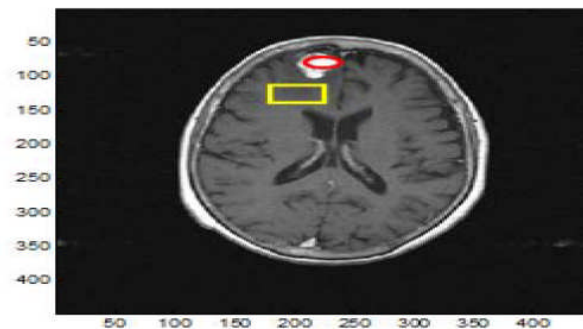


Figure A1 : Image de Résonance Magnétique (IRM) du cerveau: l'ellipse rouge délimite une zone de tumeur et le carré jaune délimite une partie du tissu sain.

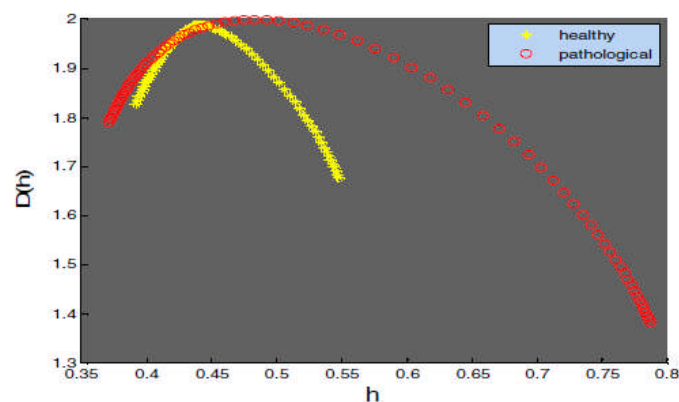


Figure A2 : Estimation du spectre multifractal de l'IRM.

Le spectre de singularité (Figure A2) montre qu'il y a une différence entre le spectre du tissu sain du cerveau et celui du tissu cancéreux.

	Multifractal formalism		
	h_{-2}	h_0	h_2
Tumor brain	0.820±0.031	0.518±0.034	0.382±0.022
Normal tissues	0.541±0.042	0.431±0.031	0.182±0.039

Tableau A1 : La moyenne des coefficients de Hölder h calculés pour les tissus du cerveau.

	Multifractal formalism		
	d_{-2}	d_0	d_2
Tumor brain	1.671±0.021	1.995±0.007	1.938±0.023
Normal tissues	1.874±0.012	1.988±0.005	1.946±0.015

Tableau A2 : La moyenne des dimensions multifractales d calculées pour les tissus du cerveau.

Les différentes valeurs du coefficient de Hölder h et de la dimension fractale d calculées pour les tissus sain et cancéreux du cerveau (Tableau A1 et A2) sont assez discriminantes et arrivent à séparer ces deux types de tissus.

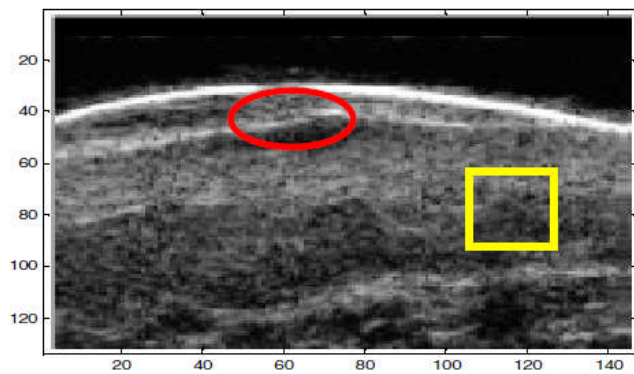


Figure A3 : Image ultrason de la peau: l'ellipse rouge délimite une zone de mélanome et le carré jaune délimite une partie du tissu sain.

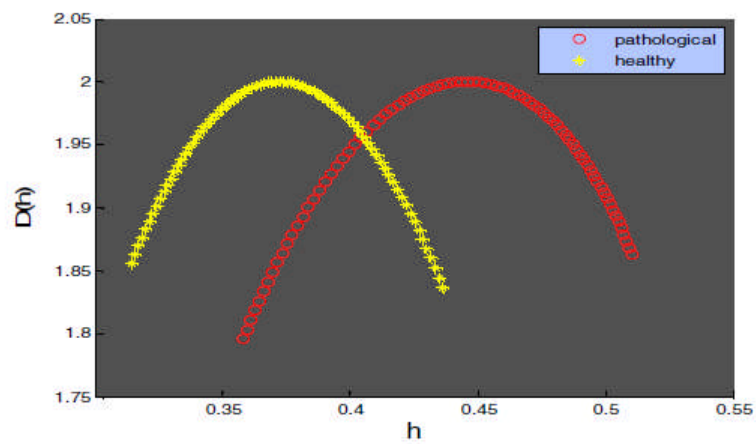


Figure A4 : Estimation du spectre multifractal de l'image ultrason de la peau.

Le spectre de singularité (Figure A4) montre qu'il y a une différence entre le spectre du tissu sain de la peau et celui du mélanome.

	Multifractal formalism		
	h_{-2}	h_0	h_2
Melanoma	0.510±0.031	0.441±0.011	0.383±0.012
Healthy skin1	0.430±0.029	0.353±0.010	0.310±0.007

Tableau A3 : La moyenne des coefficients de Hölder h calculés pour les tissus de la peau.

	Multifractal formalism		
	d_{-2}	d_0	d_2
Melanoma	1.9601±0.021	1.9978±0.001	1.9402±0.002
Healthy skin	1.9578±0.034	1.9997±0.012	1.9345±0.013

Tableau A4 : La moyenne des dimensions multifractales d calculées pour les tissus de la peau.

Les différentes valeurs du coefficient de Hölder h et de la dimension fractale d calculés pour les tissus sain et cancéreux de la peau (Tableau A3 et A4) sont assez discriminantes et arrivent à séparer ces deux types de tissu.

Annexe B

Acquisition des signaux RCF

Dispositif Actifœtus

En général, pour effectuer la surveillance fœtale, le mieux c'est de faire une évaluation du rythme cardiaque et une évaluation échographique. D'une part, la première évaluation surveille le rythme cardiaque fœtal. La surveillance du rythme cardiaque peut se réaliser à l'aide d'une des modalités qu'on a cité précédemment avec un autre système basé sur les signaux Doppler ultrasonores [Freeman et al., 2003].

D'autre part, l'échographie est utilisée pour valider les critères liés aux mouvements et à la quantité du liquide amniotique. Notez que l'information de mouvements est aussi accessible en utilisant les signaux Doppler, ce qui n'est pas possible avec les autres modalités de monitoring du rythme cardiaque. C'est la raison pour laquelle la majorité des chercheurs préfèrent travailler avec cette modalité ultrasonore.

Dans le cadre de cette thèse, nous nous proposons d'évaluer à l'aide d'un système Doppler Ultrasonore multi-capteurs (12 capteurs) le rythme cardiaque fœtal (RCF).

Le système (Figure B1.a) est composé d'un ordinateur personnel (PC) et d'un module Actifœtus. Le module Actifœtus (Figure B1.b), Co-développé avec Althaïs Technologies (Tours, France), contient trois groupes de quatre capteurs et la carte d'acquisition Doppler. Un groupe est utilisé pour déterminer le rythme cardiaque, tandis que les deux autres sont utilisés pour la détection des mouvements des membres supérieurs, respectivement inférieurs. Les détails du fonctionnement (le protocole de la transmission des données) de la carte d'acquisition est présenté dans [Rouvre, 2006].

Pour effectuer la surveillance du fœtus, les trois groupes/galettes de capteurs sont placés sur le ventre de la mère (Figure B2). Le groupe destiné au monitoring cardiaque est placé de telle sorte que les ultrasons se propagent vers le cœur fœtal. De la même manière, les deux groupes qui surveillent les mouvements des membres sont placés de telle façon que les ondes ultrasonores traversent les membres supérieurs et inférieurs respectivement.

Les capteurs des 3 groupes (cœur, membres inférieurs, membres supérieurs) sont identiques. Ils sont mono-éléments et non-focalisés. Ils ont une forme circulaire, leur diamètre étant de 13,5 mm et la puissance acoustique de 1 mW/cm². Géométriquement les capteurs occupent les sommets et le centre de gravité d'un triangle équilatéral de côté de 40,7 mm.

Les capteurs émettent une excitation sinusoïdale à 2,25 MHz, avec une fréquence de répétition de tir (PRF) de 1KHz. L'onde se propage à travers l'abdomen de la mère vers le cœur fœtal ou vers les membres. Pour chaque capteur le signal rétrodiffusé est enregistré à partir de cinq profondeurs/canaux différents, nous illustrons 3 canaux dans la Figure B3, où les signaux sont notés avec D_{cp} , $c = 1 \dots 4$, $p = 1 \dots 5$.

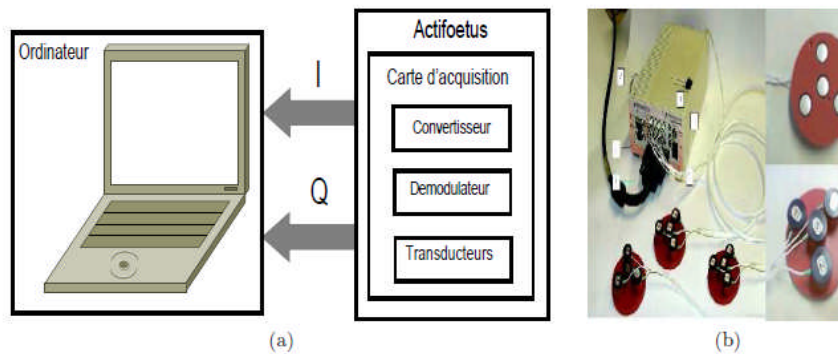


Figure B1 : a) Le système de monitoring fœtal composé d'un ordinateur et du module Actifœtus ; b) Le module Actifœtus avec les 3 groupes de 4 capteurs chacun.

Le signal ultra sonore reçu est converti en signal électrique et amplifié pour compenser l'atténuation avec la profondeur, considérée à 1dB/cm/MHz. Le signal est ensuite démodulé en phase (I) et en quadrature (Q). Pour chaque paire capteur-profondeur correspond une paire de signaux I et Q.

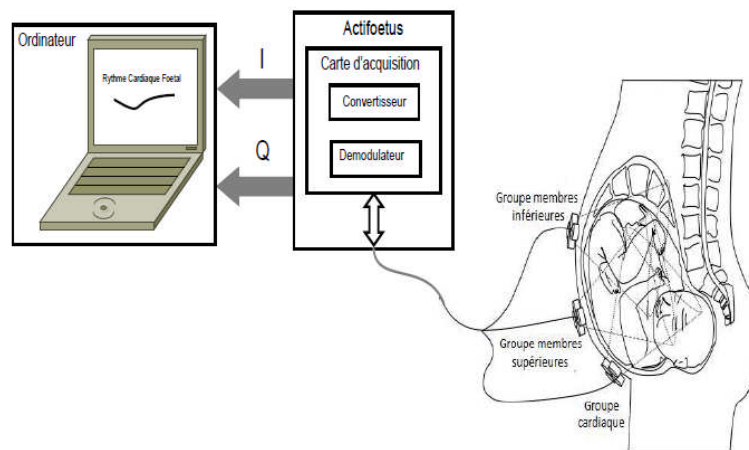


Figure B2 : Positionnement des capteurs

Au final nous disposons de 60 ($3 \times 4 \times 5$) signaux Doppler qui proviennent de 60 volumes de mesure différents. Les signaux analogiques démodulés I et Q constituent les entrées de deux

intégrateurs. Les valeurs des intégrateurs sont lues et quantifiées toutes les millisecondes avec deux convertisseurs analogiques-numériques de 12 bits. Les sorties numériques des convertisseurs constituent le signal Doppler numérique.

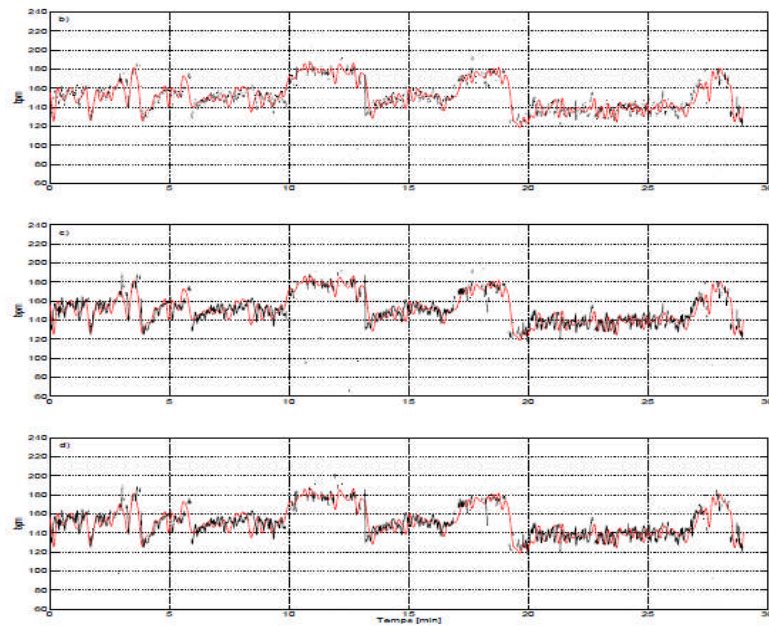


Figure B3 : Estimation du rythme cardiaque fœtal fourni par Oxford SONICAID avec : b) l'auto-corrélation; c) la corrélation-croisée; d) le coefficient de corrélation. La courbe en rouge est le rythme cardiaque fourni par le système Oxford SONICAID