



République Algérienne Démocratique et Populaire
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique



UNIVERSITE MOULOU D MAMMERI –TIZI-OUZOU
FACULTE DU GENIE DE LA CONSTRUCTION
DEPARTEMENT DE GENIE MECANIQUE

MEMOIRE DE MAGISTER

SPECIALITE : GENIE MECANIQUE

OPTION : MECANIQUE APPLIQUEE

THEME

**Méthode de figeage découpage dans
l'analyse expérimentale des contraintes**

PRESENTE PAR

TOUAHIR Kamel

Devant le jury d'examen composé de :

Mr. ABERKANE Meziane	Professeur	U.M.M.T.O	Président
Mr. BILEK Ali	Maitre de conférences A	U.M.M.T.O	Rapporteur
Mr. AZEM Said	professeur	U.M.M.T.O	Examineur
Mr. ZAZI Nacer	Maitre de conférences A	U.M.M.T.O	Examineur

Année 2014

Remerciements

Mes remerciements au Dieu de tout puissant qui ma donné la force et le courage de réaliser ce modeste travail.

J'adresse mes remerciements et l'expression de ma vive gratitude à Mr A.BILEK pour avoir proposé, dirigé et suivi constamment l'évolution de ce mémoire de magister.

Que messieurs le président et les membres du jury trouvent ici l'expression de ma gratitude pour m'avoir fait l'honneur d'accepter de lire et de juger ce mémoire.

Nous tenons aussi à remercier le personnel de la bibliothèque de Génie Mécanique sans oublier d'exprimer notre reconnaissance aux personnes qu'ont contribué de près ou de loin à la réalisation de ce travail.

Dédicaces

Je dédie ce modeste travail :

*à toute ma famille, qui m'a été la source d'encouragement et d'assurance
durant mon séjour à l'université*

Mes chers parents

Mon frère: Amar

Tous mes amis (es).

*Tous mes enseignants (tes) sans oublier les membres du laboratoire
de mécanique, structures et énergétique.*

SOMMAIRE

INTRODUCTION GÉNÉRALE	1
Chapitre I BIBLIOGRAPHIE	
I.1 Le problème du contact en mécanique des solides	3
I.2 Contraintes développées dans un contact de hertz	3
I.3 Méthode d'analyse des contraintes en photoélasticimétrie 2D	10
I.3.1 Méthodes utilisant plusieurs configurations de polariscope	11
I.3.2 Méthodes utilisant plusieurs longueurs d'ondes	11
I.4. Méthode d'analyse des contraintes en photoélasticimétrie 3D	17
I.4.1 La méthode de figeage et découpage	17
I.4.2 Méthode de découpage optique	19
I.5 Conclusion	32
Chapitre II LA PHOTOELASTICIMETRIE	
II.1 Introduction	33
II.2 Comportement de la lumière	33
II.3 Propagation d'une onde lumineuse dans un milieu isotrope et anisotrope	35
II.4 Phénomène de biréfringence	35
II.5 Banc expérimental de photoélasticimétrie	38
II.5.1. Différents types de polariscopes	38
II.5.2 Éléments constituant le polariscope	39
II.5.3 Notion de champ clair et de champ obscur	41
II.5.4 Différents procédés de la photoélasticimétrie	41
II.5.4.1 Principe	42
II.5.4.2 Effet de la biréfringence sur la lumière	43
II.5.4.3 Constantes de frange (f)	47
II.6 Observation des isochromes	48
II.7 CONCLUSION	49

Chapitre III ANALYSE NUMÉRIQUE ET EXPÉRIMENTALE DES CONTRAINTES FIGÉES DANS UNE POUTRE EN FLEXION TROIS POINTS

III.1 Introduction	50
III.2 Essai de flexion trois points	50
III.3 Détermination de la constante de frange à l'aide du disque en compression à température de figeage	54
III.4 Essai de flexion trois point à température de figeage	58
III.4.1 Résultat obtenu dans la phase expérimentale	60
III.4.2 Différence de contraintes principales suivant l'axe de symétrie vertical	60
III.4.3 Visualisation du réseau d'isochromes sur le modèle en champ claire	61
III.4.4 Calcul des valeurs de la différence des contraintes principales sur le segment [AB]	62
III.4.5 Visualisation des franges isoclines	63
III.4.6 Exploitation des isoclines pour tracer les isostatiques	63
III.5 Étude Numérique	66
III.5.1 Différence des contraintes principales suivant l'axe de symétrie vertical	69
III.6 Comparaison des résultats	69
III.6.1 Comparaison des isochromes	70
III.6.2 Comparaison des isoclines	70
III.6.3 Comparaison des courbes	72
III.7 Conclusion	72

Chapitre IV

ANALYSE DES CHAMPS DES CONTRAINTES DANS LE CAS TRIDIMENSIONNEL

IV.1 Introduction	73
IV.2 Fabrication d'éprouvette	74
IV.3 visualisation des contraintes résiduelles	74
IV.4 Elimination des contraintes résiduelles	75
IV.5 Visualisation sur le polariscope (élimination des contraintes résiduelles)	76
IV.6 Dispositif expérimental	76
IV.7 Figeage des contraintes (Mettre dans une étuve)	77
IV.8 Visualisation du modèle sur le polariscope	79
IV.9 Découpage mécanique	79

IV.10 Visualisation sur le polariscope	82
IV.11 État de surface sur les tranches découpées	83
IV.12 Visualisation les tranches découpées sur le microscope	83
IV.13 Visualisation les tranches découpées sur le polariscope	84
IV.14 Etat de surface après polissage	85
IV.15 Analyse des contraintes figées de la tranche la plus sollicité	85
IV.16 Analyse par éléments finis	88
IV.17 Comparaison des Résultats	89
IV.18 Conclusion	98
CONCLUSION GENERALE	99
REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES	100
ANNEXES	

NOMENCLATURE ET SYMBOLES

Lettres latines majuscules

$I(x, y)$	Intensité lumineuse
R	Rayon du cylindre
R_{eq}	Rayon de courbure équivalent
N	Ordre de frange du modèle
E_f	Module de Young à température de figeage
E_r	Module de Young à température ambiante
P_0	Pression à l'origine
W/L	Charge par unité de longueur
$E1, E2$	Modules de Young des deux cylindres en contact
E_{eq}	Modules de Young équivalent
C	Constantes optiques relatives du matériau biréfringent
C_1, C_2	Les Constantes photoélastiques absolues du matériau
C_0	La vitesse de la lumière dans le vide
V_1, V_2	Deux vibrations
$E1$	Module de Young du cylindre en aluminium
$E2$	Module de Young de l'époxy
H	Point de Hertz
F_N	Charge normale
F_T	Charge tangentiel
T	Période
U	Direction d'observation
V	Direction de propagation
X	Axe du polariseur
Y	Axe de l'analyseur
P	Charge appliquée sur le disque
L	Distance entre les appuis
Y_{max}	Flèche maximale
L_n	Charge normale par unité de longueur

$P(y)$	Répartition de pression sur l'aire de contact
X, y et z	Axes principaux
H	Écrouissage
$0.1E$	Module tangent
E/Y	Rapport
I_0	L'intensité de lumière dans le vide
K	Constante sans dimension, fonction du matériau
F	charge appliquée
$2D$	Deux dimension
$3D$	Trois dimension
C	Constante photoélastique du matériau considéré
CL	Conditions aux limites
N	Ordre de frange
T	Effort tranchant
D	Diamètre du disque
T	Température
I	moment d'inertie
M_{fle}	Moment fléchissant
M_{max}	Moment fléchissant maximal
Q	Charge tangentiel
\underline{H}	Champ magnétique
\underline{E}	Champ électrique

Lettres latines minuscules

f_f	Constante de frange à température de figeage
f_r	Constante de frange à température ambiante
n_0	Indice de réfraction du milieu au repos (sans contrainte)
n_1, n_2, n_3	Indice principaux de réfraction du milieu sous contraintes
x	Distance le long du diamètre du disque mesuré à partir du centre du disque
r_1, r_2	Les retards relatifs de l'onde
e	Epaisseur du modèle

a	Demi largeur de contact plan sur plan
b	Demi-largeur de contact cylindre sur plan
h_c	Point de Hertz
d	Diamètre
c	Vitesse de propagation de la lumière
w	Pulsation de la lumière
f	Fréquence de la lumière
t	Temps
fr	frange

Lettres grecques

γ	Facteur de corrélation des deux champs de granularité
α, φ	Paramètres caractéristiques
ϑ_1, ϑ_2	Coefficient de poisson
$\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$	Contraintes principales dans le modèle
λ	Longueur d'onde
δ	Biréfringence (Différence de chemin optique entre deux rayons)
φ	Déphasage entre les deux rayons (biréfringence angulaire)
σ_{xx}	Contrainte normale sur la face xx
σ_{zz}	Contrainte normale sur la face zz
σ_{xz}	Contrainte normale sur la face xz
σ_{yy}	Contrainte normale sur la face yy
σ_{rr}	Contrainte normale sur la face rr
$\sigma_{\theta\theta}$	Contrainte normale sur la face $\theta\theta$
τ_{xy}	Contrainte de cisaillement
τ_1, τ_{max}	Contraintes de cisaillement maximales
$\sigma_1, \sigma_2,$	Contraintes principales dans le modèle
$(\sigma_1 - \sigma_2)$	Différence des contraintes principales
$\varepsilon_1, \varepsilon_2$	Déformations principales
η	Indice de réfraction
v_1	Vitesse de la lumière dans le milieu considéré
σ_1, σ_2	Contraintes principales dans le modèle
μ	Coefficient de frottement

LISTE DES FIGURES

CHAPITRE I : BIBLIOGRAPHIE

Figure I.1 Contact entre deux cylindres le long de leurs génératrices et distribution de la pression dans la zone de contact	4
Figure I.2: Contrainte cylindre sur plan	5
Figure I.3: Contact de deux cylindres à axes parallèles. (a) Contraintes le long de l'axe de symétrie z, (b) Contours d'égales contraintes de cisaillement maximales	7
Figure I.4: Franges isochromes en photoélasticimétrie bidimensionnelle (Contours des contraintes de cisaillement maximales) pour (a) une charge ponctuelle, (b) une pression uniforme, (c) un poinçon rigide plat et (d) un contact de deux cylindres	8
Figure I.5-1 : modèle maillé	9
Figure I.5-2 : Calculateur de conception	9
Figure I.6 : Relation entre les modules tangent et les contraintes pour différents matériaux	9
Figure I.7 : Relation entre le module tangent et le diamètre de contact	10
Figure I.8 : Maillage raffiné au voisinage du contact	10
Figure I.9: Réseaux de franges en photoélasticimétrie à deux longueurs d'ondes	12
Figure I.10 : Isochromes relevées expérimentalement	13
Figure I.11: Isochromes simulées et traitées avec SURFER	13
Figure I.12: Isoclines obtenues sur le polariscope en lumière plane	13
Figure I.13 : Banc d'essai photoélastique et montage 2D	14
Figure I.14 Franges photoélastiques 2D en lumière monochromatique	14
Figure I.15 Validation des franges : vis à billes une rangée	15
Figure I.16: Dispositif de l'essai sur un banc photoélasticimétrique	15
Figure I.17: Isochromes simulées avec Castem et traitées avec SURFER (en présence d'un effort tangentiel)	16
Figure I.18: Isochromes relevées expérimentalement en présence d'un effort tangentiel	16
Figure I.19: Superposition des courbes numérique et expérimentale contact avec un effort normal et un effort tangentiel	16
Figure I.20: Simulations numériques et image expérimentale pour une plaque soumise à un essai de flexion	17

Figure I.21 : Méthode des sous tranches	18
Figure I. 22: Découpage optique à l'aide de deux plans lasers	20
Figure I.23 : Appui ponctuel sur un barreau de section carrée	21
Figure I.24: Schémas des trois modèle utilisés (a) charge normale (cylindre sur demi espace), (b) charge normale et tangentielle, (c) charge axiale (poinçon cylindre sur plan)	22
Figure I.25: Dispositif expérimental pour le calcul du coefficient de frottement	23
Figure I.26: Franges expérimentales le long du cylindre en isolant une tranche d'épaisseur 6.5 mm	24
Figure I.27 : Franges éléments finis le long du cylindre en isolant une tranche d'épaisseur 6.5 mm	24
Figure I.28 Dispositif expérimental d'un cylindre rigide sur un parallélépipède déformable	24
Figure I.29 : Franges expérimentales obtenues pour une tranche de 10mm d'épaisseur située le long de la direction de la charge	25
Figure I.30: Franges simulées pour une tranche de 10 mm d'épaisseur située le long de la direction de la charge	25
Figure I.31 Éléments de la rotule	26
Figure I.32 Montage de photoélasticimétrie 3D	26
Figure I.33 Franges photoélastiques pour une charge de 500 daN, (a) expérimentales et (b) numériques sur le bord, (c) expérimentales et (d) numériques dans le plan médian	26
Figure I.34 : Franges photoélastiques pour une charge de 1000 daN, (a) expérimentales et (b) numériques sur le bord, (c) expérimentales et (d) numériques dans le plan médian	27
Figure I.35: Franges simulées et expérimentales obtenues pour un barreau à section carrée sollicité en torsion	28
Figure I.36 : Franges photoélastiques de l'essai de compression à touche sphérique	29
Figure I.37 : Franges isochromes obtenues sur un feuillet dans le plan médian de l'éprouvette	29
Figure I.38 : Zoom sur la zone de contact (échelle 1x10mm), (a) cas sans frottement, (b) cas avec frottement	31
Figure I.39 : (a)Franges expérimentales, (b) franges simulées	31

Chapitre II : LA PHOTOELASTICIMETRIE

Figure II.1 : Propagation des deux champs électrique et magnétique	34
Figure II.2: Forme de lumière polarisée	35
Figure II.3: Modèle sous contraintes planes	37
Figure. II.4 : Deux polaroïds à axes (de polarisation) parallèles ou perpendiculaires	40
Figure II.5 Disposition de lames quartes d'ondes dans le polariscope à transmission	41
Figure II.6 : Polariscopes à transmission	42
Figure II.7 Polariscopes rectilignes (champ obscur)	43
Figure II.8: Tracé des isostatiques	45
Figure II.9 : Observation des franges isochromes générées sur un modèle disque soumis à des forces de compression F sur un polariscopes à transmission	48
Figure II.10 : visualisation du champ d'isochromes d'un disque en compression (polariscopes circulaire)	49

Chapitre III : ANALYSE NUMÉRIQUE ET EXPÉRIMENTALE DES CONTRAINTES FIGÉES DANS UNE POUTRE EN FLEXION TROIS POINTS

Figure III.1 : Dispositif expérimental d'une poutre en flexion trois points	51
Figure III.2 : Epruvette en flexion	51
Figure III.3 : Diagramme de l'effort tranchant et du moment fléchissant	52
Figure III.4 : Dispositif mécanique d'un disque en compression à l'intérieur de l'étuve	54
Figure III.5 : Frange isochromes sur le disque en compression	55
Figure III.6 : Visualisation de la poutre en flexion sur le polariscopes en champ sombre	58
Figure III.7 : Traitement thermique pour figer des contraintes (Graphique)	59
Figure III.8 : Traitement thermique pour figer des contraintes (Tableau)	59
Figure III.9 Le dispositif à l'intérieur de l'étuve	60

Figure III.10 : Visualisation des contraintes figées sur le modèle en champ claire	60
Figure III.11 : Réseau d'isochromes sur le modèle	61
Figure III.12: Courbe de variation de la différence des contraintes principales	62
Figure III.13: Relevé des isoclines par rotation des polaroids par pas de 10 Degrés	63
Figure III.14 : Localisation des isoclines correspondant aux directions principales	64
Figure III.15 Tracé des Isoclines et détermination des points appartenant aux isostatiques pour la flexion trois points	65
Figure III.16 : Isoclines et isostatiques pour la flexion trois points	66
Figure III.17: Modèle éléments finis de la poutre en flexion trois points	67
Figure IV.18: Représentation de la déformée	67
Figure III.19 : Tracé des isochromes	67
Figure III.20 : Tracé des isochromes traitées avec Photoshop	68
Figure III.21: Tracé par pas de 10 degrés de l'angle isoclines α	68
Figure III.22: Isoclines traitées avec Photoshop	68
Figure III.23: Courbe de variation de la différence des contraintes principales	69
Figure III.24: Isochromes simulées sous Castem et traitées avec PHOTOSHOP	70
Figure III.25: Isochromes relevées expérimentalement	70
Figure III.26: Superposition des isochromes relevées expérimentalement et des isochromes calculées avec CASTEM et traitées avec PHOTOSHOP	70
Figure III.27 : Superposition de l'isocline obtenue numériquement et traitée avec Photoshop avec sa correspondante obtenue expérimentalement	71
Figure III.28 : Superposition des courbes expérimentales et numériques	72

Chapitre IV : ANALYSE DES CHAMPS DES CONTRAINTES DANS LE CAS TRIDIMENSIONNEL

Figure IV.1: La pièce au moment d'usinage	74
---	----

Figure IV.2: Visualisation des contraintes résiduelles	74
Figure IV.3 : Traitement thermique de relaxation pour l'élimination des contraintes résiduelles (Graphique)	75
Figure IV.4 : Traitement thermique de relaxation pour l'élimination des contraintes résiduelles (Tableau)	75
Figure IV.5 : Visualisation du modèle sous le polariscope après élimination des contraintes résiduelles	76
Figure IV.6: Dispositif de chargement	77
Figure IV.7: Traitement thermique pour figer des contraintes(Graphique)	78
Figure IV.8: Traitement thermique pour figer des contraintes(Tableau)	78
Figure IV.9: le dispositif de deux cylindres orthogonaux dans l'étuve	78
Figure IV.10 : Visualisation du modèle sur le polariscope après figeage des contraintes	79
Figure IV.11 : la direction choisie pour le découpage en tranche	79
Figure IV.12: découpage du modèle avec l'outil à gorge	81
Figure IV.13 : Visualisation des tranches sous le polariscope en champ clair	82
Figure IV.14 : Rugosimètre mesurant l'état de surface des tranches découpées	82
Figure IV.15 : les moyennes de l'état de surface (Ra)	83
Figure IV.16 : Etat de surface sur le microscope	83
Figure IV.17 : Polissage les tranches sur la polisseuse	84
Figure IV.18 : Frange obtenue expérimentalement le long du cylindre en isolant des tranches différentes d'épaisseurs	84
Figure IV.19 : Etat de surface après polissage	85
Figure IV.20 : Franges isochromes en champ clair	86
Figure IV.21 : Courbe de variation de la différence des contraintes principales	88
Figure IV.22 : Modèle éléments finis du contact cylindre rigide sur cylindre déformable	88
Figure IV.23: Représentation de la surface maillée	89
Figure IV.24: Représentation de la surface maillée symétrie	89

Figure IV.25 : Représentation de la surface totale maillée	89
Figure IV.26 : Représentation de la déformée	90
Figure IV.27: Tracé des isochromes	91
Figure IV.28: Tracé des isochromes traitées sur PHOTOSHOP	91
Figure IV.29 Relation de déplacement des nœuds en contact	91
Figure IV.30 Relation de déplacement des nœuds en contact (vue de face-vue de droite) 2D	92
Figure IV.31: Relation de déplacement des nœuds en contact 3D	92
Figure IV.32 : Franges isochromes obtenues par éléments finis le long du cylindre	94
Figure IV.33 : Franges isochromes relevées par éléments finis et traitées avec le logiciel Photoshop obtenue le long du cylindre en isolant des tranches de différentes épaisseurs	94
Figure IV.34 : Évolution de la différence des contraintes principales suivant un segment situé le long de la direction de la charge	95
Figure IV.35 : Franges obtenues expérimentalement et par éléments finis long du cylindre	96
Figure IV.36 : Isochromes relevées expérimentalement et des isochromes calculées avec CASTEM et traitées avec le logiciel Photoshop	96
Figure IV.37: Superposition des courbes analytique, expérimentale et numérique	97

LISTE DES TABLEAUX**CHAPITRE I : BIBLIOGRAPHIE**

Tableau I.1: Intensité lumineuse pour différentes configurations du polariscope	11
Tableau I.2 Incidence du frottement sur les résultats de la simulation	30

Chapitre III : ANALYSE NUMÉRIQUE ET EXPÉRIMENTALE DES CONTRAINTES FIGÉES DANS UNE POUTRE EN FLEXION TROIS POINTS

Tableau III.1 : Caractéristique mécanique de l'époxy	57
Tableau III.2 : Valeurs de la différence de contraintes relevées expérimentalement	62

Chapitre IV : ANALYSE DES CHAMPS DES CONTRAINTES DANS LE CAS TRIDIMENSIONNEL

Tableau IV.1 : Valeurs de la différence des contraintes principales relevées sur le segment [AB]	87
Tableau IV.2: Extraction des efforts correspondant au déplacement imposé	93

INTRODUCTON GENERALE

Le contact mécanique entre les composants des structures mécaniques est à l'origine de divers problèmes rencontrés en engineering telles que l'usure, la dégradation et l'amorçage des fissures. Afin d'évaluer l'usure et les dégradations il est donc primordial d'étudier le contact et évaluer les types et les amplitudes des contraintes imposées. Les champs de contraintes développées dans les structures mécaniques sont régis par des équations aux dérivées partielles. La résolution de ces dernières peut être faite analytiquement, expérimentalement ou numériquement. L'approche analytique est utilisée dans des cas restreint vu sa complexité et sa difficulté de résolution. Par contre l'approche numérique qui est basée sur la méthode des éléments finis est très rependue de nos jours vu sa fiabilité et sa rapidité d'exécution. De façon complémentaire à ses deux approches, l'approche expérimentale est couramment utilisée dans l'industrie, elle permet de visualiser l'état de contraintes du matériau et de vérifier les résultats numériques et analytiques. Parmi ces techniques expérimentales, la photoélasticimétrie occupe une place importante. C'est une méthode optique non destructive se basant sur la biréfringence acquise par les matériaux soumis à des contraintes. Elle permet d'obtenir un champ de franges isoclines et isochromes. Les isoclines et les isochromes nous permettent de déterminer respectivement les trajectoires des directions principales appelées isostatiques et les valeurs des contraintes.

Le but de ce travail est d'analyser le champ des contraintes figées dans un modèle en utilisant la méthode de figeage et découpage mécanique. Dans cette étude nous avons conçu et réalisé un dispositif mécanique qui permet de mettre en contact deux cylindres orthogonaux, l'un rigide et l'autre déformable.

Le champ de contraintes sera figé dans le modèle à l'aide d'un traitement thermique. Le modèle est ensuite découpé en tranches. Cependant, cette procédure peut introduire des contraintes résiduelles lors du découpage, ce qui a nécessité une opération de polissage de toutes les tranches afin d'observer les contraintes figées. Cette méthode photoélastique permet d'obtenir les franges isoclines et isochromes qui sont ensuite exploitées pour déterminer l'orientation et les valeurs des contraintes.

Le travail effectué dans le cadre de ce mémoire est réparti en quatre chapitres.

Le premier chapitre porte sur les différents travaux réalisés sur l'analyse des contraintes dans le problème de contact.

Le deuxième chapitre est un rappel sur le phénomène de la biréfringence et les lois fondamentales de la photoélasticité avec les différents arrangements des polaroids et des quarts d'ondes permettant d'obtenir la lumière plane et la lumière circulaire.

Le troisième chapitre nous permet de montrer un exemple d'analyse des champs de contraintes figées dans un cas bidimensionnel. Cet exemple est une analyse expérimentale et numérique des contraintes figées dans une poutre en flexion trois points.

Le quatrième chapitre décrit la méthode de figeage et découpage mécanique. La méthode est appliquée à l'étude du contact d'un cylindre rigide sur un cylindre déformable. Les franges photoélastiques obtenues expérimentalement sont comparées à celles obtenues par calcul à l'aide de la méthode des éléments finis en utilisant le logiciel CASTEM. Après analyse et comparaison des différents résultats expérimentale et numérique, on termine par une conclusion générale.

Chapitre I

BIBLIOGRAPHIE

I.1 Le problème du contact en mécanique des solides

Le contact mécanique demeure, encore aujourd'hui, le problème de mécanique des solides qui présente les non-linéarités les plus difficiles à prendre en compte.

Les phénomènes de contact impliquant des corps déformables abondent dans l'industrie, notamment dans les structures mécaniques : ils sont variés, fortement non linéaires et complexes. La problématique du contact est essentiellement de savoir comment réagissent les structures lorsqu'elles subissent des forces. Le caractère de ce contact peut jouer un rôle fondamental dans le comportement de la structure : sa déformation, son mouvement... Les problèmes de contact étant non linéaires, la modélisation des phénomènes de contact pose des difficultés.

Lorsque deux surfaces sont mises en contact, des sollicitations mécaniques sont imposées aux massifs et peuvent donner lieu à des dégradations. La détérioration de la surface du contact peut prendre différentes formes : déformation plastique, usure, fatigue de contact, etc. Pour assurer une bonne fiabilité du contact et en améliorer les performances il est nécessaire de déterminer la distribution des forces sur l'aire de contact et le champ des contraintes au voisinage de cette zone.

La mécanique de contact est la première tentative sérieuse pour faire converger les formalismes du frottement et de l'usure. La mécanique de contact débute en 1670 avec les travaux de Newton qui pressait des sphères de verre sur des plans métalliques. Ensuite la progression a été constante tant sur le plan des modèles que sur celui des outils de calculs; plusieurs travaux ont été consacrés à l'analyse des problèmes de contact [1-2]. Hertz, en 1882, est le premier à avoir formulé une analyse satisfaisante du problème de contact entre deux solides [3]. Il a formulé les conditions qui doivent être satisfaites concernant le déplacement des surfaces. Il a posé comme hypothèse que chacun des deux corps peut être considéré comme un espace semi infini élastique chargé sur une surface elliptique relativement très faible devant les dimensions des solides en contact. Basé sur ces hypothèses, les contraintes sont analysées sur toute la surface du modèle et principalement au voisinage de la zone de contact.

I.2 Contraintes développées dans un contact de hertz

Distribution des contraintes du contact cylindre sur cylindre

La connaissance de la distribution et de l'évolution des contraintes dans les contacts mécaniques est très importante, du fait qu'au voisinage de la surface du contact, des endommagements importants sont observés en surface par usure ou en subsurface par fissure et par fatigue.

On considère deux cylindres élastiques, d'axes parallèle, de rayons R_1 et R_2 , de module d'élasticité E_1 et E_2 , de coefficient de Poisson ν_1 et ν_2 , de longueur infinie, chargé par une force par unité de longueur perpendiculaire à leur plan tangent (Fig. I.1)

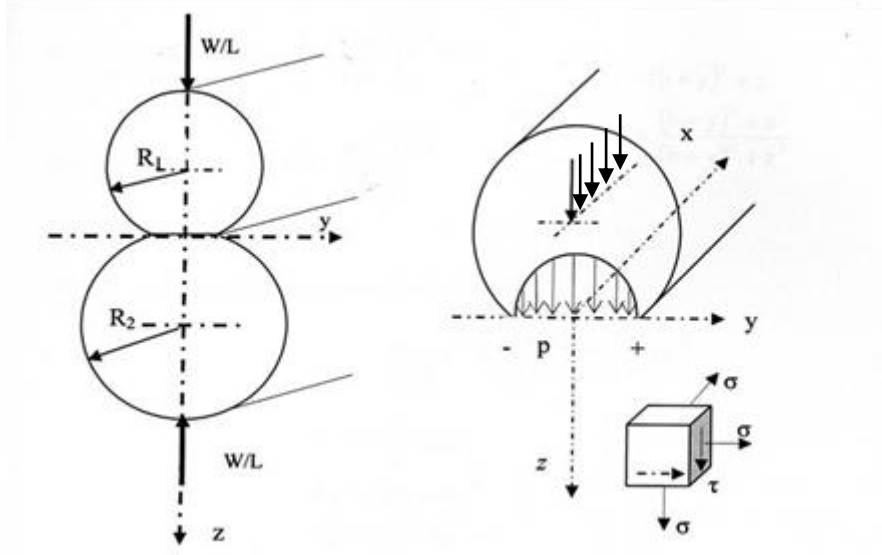


Figure I.1 Contact entre deux cylindres le long de leurs génératrices et distribution de la pression dans la zone de contact [4]

L'équation générale du problème s'écrit :

$$\left(\frac{1-\nu_1^2}{\pi E_1} + \frac{1-\nu_2^2}{\pi E_2} \right) \int_{-b}^{+b} \frac{p(\eta)}{(y-\eta)} = -By^2 + \delta \tag{I.1}$$

Avec la condition

$$L \int_{-b}^{+b} p(\eta) d\eta = W \tag{I.2}$$

En posant :

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}; \tag{I.3}$$

R_{eq} : Rayon de courbure équivalent

$$\frac{1}{E_{eq}} = \frac{1-\nu_1^2}{E_1} + \frac{1-\nu_2^2}{E_2}; \tag{I.4}$$

E_{eq} : Module d'élasticité équivalent

Le problème du contact cylindre sur cylindre est équivalent au problème du contact cylindre sur plan en faisant tendre le rayon d'un cylindre vers l'infini.

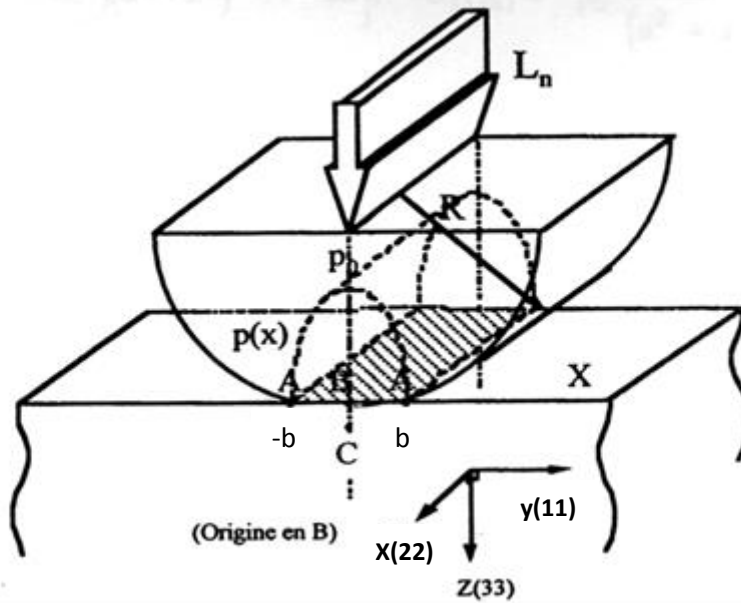


Figure I.2: Contrainte cylindre sur plan [5]

La théorie de Hertz pour les contacts élastiques avec les hypothèses ci-dessous énumérées donne les relations de calcul ci-après pour le calcul de la pression, de la demi largeur de contact et des contraintes développées à l'intérieur des modèles en contact.

Les hypothèses posées par Hertz :

- Les surfaces sont continuées et non-conformes
- Les allongements sont petits.
- Chacun des solides en contact peut être considéré comme un demi-espace élastique.
- Les surfaces sont sans frottement.

La répartition de pression sur l'aire de contact est alors donnée par [4] :

$$P(y) = p_0 \left(1 - \frac{y^2}{b^2}\right)^{1/2} \quad \text{I.5}$$

Où P_0 désigne la pression au centre du contact et b la demi largeur de pression. Les valeurs de P_0 et b sont données par les relations suivantes où E_{eq} est le module d'élasticité équivalent et R_{eq} le rayon de courbure équivalent.

$$P_0 = \frac{2W}{\pi b L} \quad \text{I.6}$$

$$b = 2 \sqrt{\frac{WR_{eq}}{\pi E_{eq} L}} \quad \text{I.7}$$

Champ de contraintes dues aux pressions Hertiennes

Dans le cas du cylindre sur plan, le champ de contraintes à l'intérieur du volume du parallélépipède dû aux pressions Hertiennes s'écrit alors :

$$\sigma_y = -\frac{p_0}{\pi} z \left(\frac{b^2 + 2y^2 + 2z^2}{b} Q - \frac{2\pi}{b} - 3yR \right) \quad \text{I.8}$$

$$\sigma_z = -\frac{p_0}{\pi} z (bQ - 3yR) \quad \text{I.9}$$

$$\sigma_x = \nu(\sigma_y + \sigma_z) \quad \text{I.10}$$

$$\tau_{yz} = -\frac{p_0}{\pi} z^2 R \quad \text{I.11}$$

$$\tau_{xy} = 0 \quad \text{I.12}$$

$$\tau_{xz} = 0 \quad \text{I.13}$$

Où il est posé :

$$R = \frac{\pi}{\omega \varepsilon} (1 - \varepsilon) \left[\varepsilon^2 + 2\varepsilon + \left(1 - \frac{4b^2}{\omega} \right) \right]^{1/2} \quad \text{I.14}$$

$$Q = \frac{\pi}{\omega \varepsilon} (1 + \varepsilon) \left[\varepsilon^2 + 2\varepsilon + \left(1 - \frac{4b^2}{\omega} \right) \right]^{1/2} \quad \text{I.15}$$

Avec

$$\omega = (b + y)^2 + z^2$$

$$\varepsilon^2 = \frac{(b - y)^2 + z^2}{(b + y)^2 + z^2}$$

Sur l'axe oz, le champ des contraintes s'écrit :

$$\sigma_y = -\frac{p_0}{\pi} z \left(\frac{b^2 + 2y^2 + 2z^2}{b} Q - \frac{2\pi}{b} \right) \quad \text{I.16}$$

$$\sigma_z = -\frac{p_0}{\pi} zbQ \quad \text{I.17}$$

$$\sigma_x = \nu(\sigma_y + \sigma_z) \quad \text{I.18}$$

$$\tau_{yz} = \tau_{xy} = \tau_{xz} = 0 \quad \text{I.19}$$

Sur l'axe oz, les axes x, y et z sont des axes principaux. La différence des contraintes principales est maximale pour $z = h_c = 0,78b$ (point de hertz) et la valeur de la contrainte tangentielle est égale à $0,3P_0$.

La figure I.3 ci-dessous montre un exemple de contact entre deux cylindres à axes parallèles. Les contraintes développées au voisinage de la zone de contact à l'intérieur du modèle sont représentées sur la moitié gauche de la figure. On remarque qu'effectivement la contrainte de cisaillement maximale est nulle à l'origine puis augmente et atteint un maximum correspondant au point de Hertz, étant la demi-largeur de contact. Sur la partie droite du graphe on remarque les contours d'égales contraintes de cisaillement maximal. Ces contours sont comparables aux franges isochromes obtenues en photoélasticimétrie.

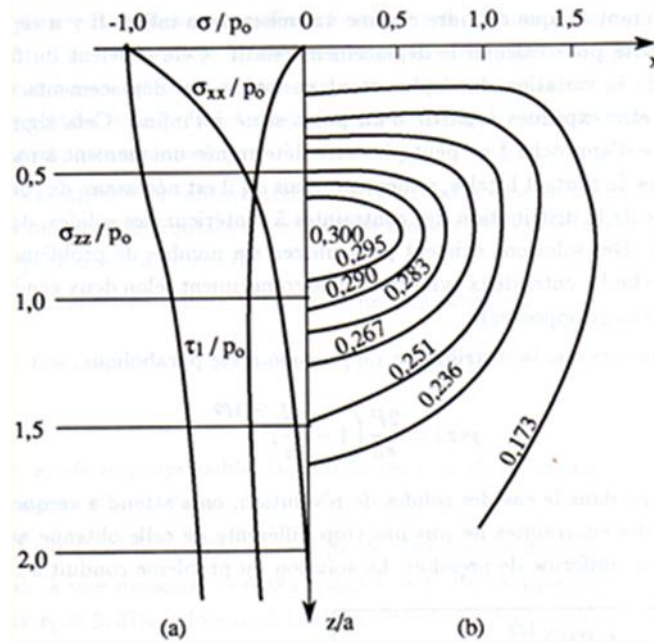


Figure I.3: Contact de deux cylindres à axes parallèles. [4]

(a) Contraintes le long de l'axe de symétrie z , (b) Contours d'égales contraintes de cisaillement maximales

La théorie de Hertz pour les contacts a été confirmée grâce à la photoélasticimétrie. La figure I.4 montre les réseaux d'isochromes (lieu des contraintes maximales de cisaillement) pour les cas cités précédemment.

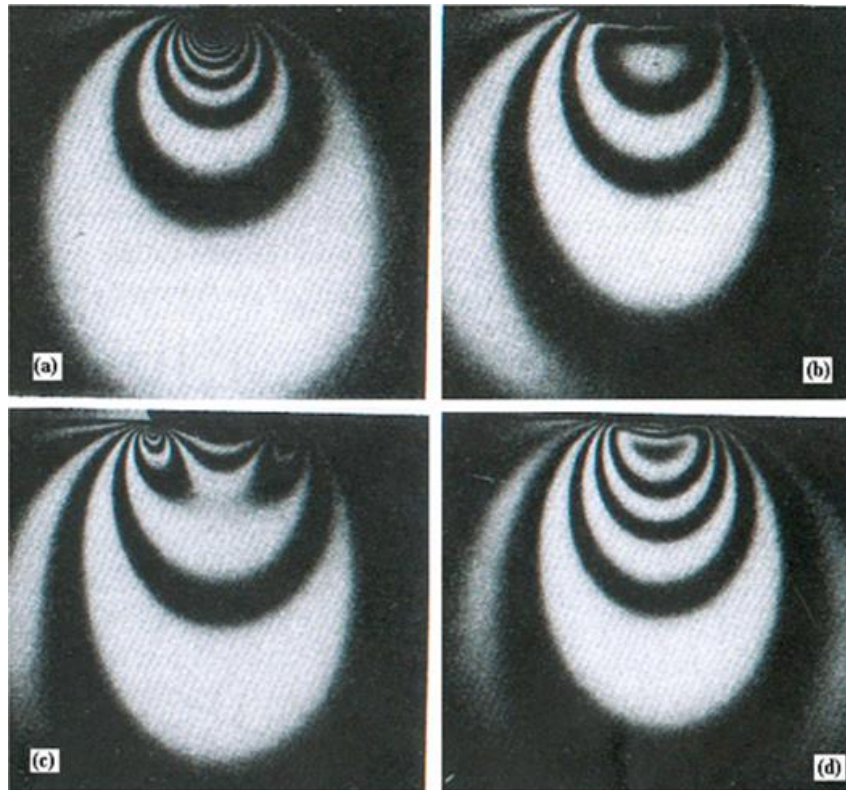


Figure I.4: Franges isochromes en photoélasticimétrie bidimensionnelle (Contours des contraintes de cisaillement maximales) pour (a) une charge ponctuelle, (b) une pression uniforme, (c) un poinçon rigide plat et (d) un contact de deux cylindres [4]

Pour le premier cas de la charge ponctuelle figure 1.4.a, les franges isochromes sont concentrées au niveau du point d'application de la charge. Le deuxième cas utilisant une pression uniforme (figure 1.4.b) se traduit par des franges presque horizontales dans la zone d'application de la charge. Pour le cas du poinçon rigide plat (figure 1.4.c), on observe une concentration des contraintes sur les bords du poinçon.

Quelques travaux réalisés dans le problème de contact

L'analyse de contact a été étudiée par Hertz depuis 1882, en étudiant le contact élastique entre deux lentilles de verre. La théorie de Hertz est limitée aux contacts sans friction normale entre élastique demi-espace avec une petite déformation. Le contact d'une sphère et d'un plat est un problème fondamental dans la mécanique de contact. Plusieurs publications ont été dédiées à ce sujet.

S. Gandhi [2] a présenté une étude en considérant une analyse de contact élasto-plastique, d'une sphère rigide sur un plat déformable, en utilisant l'analyse par éléments finis. L'effet du module tangent sur le comportement du matériau dû à un frottement minime de contact élasto-plastique adhésif a été analysé à l'aide d'un logiciel d'éléments finis appelé ANSYS. Le résultat obtenu dans [2] montre clairement que, pour différents modules tangents, le matériau subit différentes valeurs de contraintes. Lorsque ce module tangent augmente la valeur de dureté du matériau augmente également. Avec

l'augmentation du module tangent, l'écroutissement (résistance à la déformation d'un matériau) accroît et le matériau devient capable de supporter de grandes charges dans une zone de contact plus petite.

La figure I.5-1 illustre le maillage du contact d'une sphère rigide sur un plat déformable en utilisant le logiciel ANSYS. La figure I.5-2 montre un exemple de calculateur qui nous permet de calculer les influences des paramètres de contact. On introduit des données : le module de Young, le diamètre de la sphère et la charge appliquée.

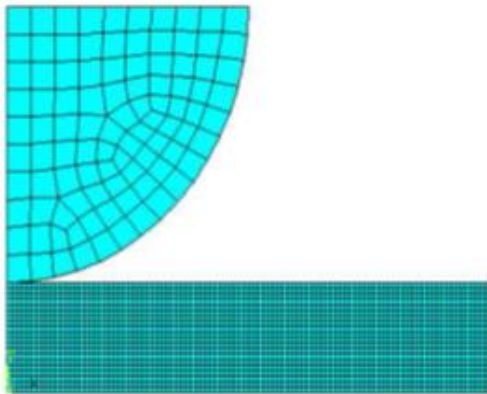


Figure I.5-1 : modèle maillé [2]

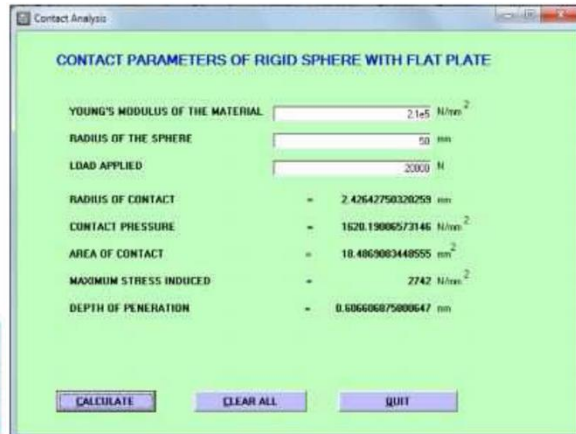


Figure I.5-2 : Calculateur de conception [2]

La figure I.6 montre la relation entre la contrainte et le module tangent. l'augmentation de la valeur du module tangent engendre d'augmentation de la contrainte du matériau $E/Y < 1000$ jusqu'à $0.5E$, après on observe que la contrainte décroît avec l'augmentation du module tangent. La contrainte augmente jusqu'à $0.3 E$ dans le matériau $E/Y > 1000$ on observe que la contrainte décroît avec l'augmentation du module tangent. De se fait on constate que la plus grande contrainte se développe dans le matériau $E/Y < 1000$ avec l'écroutissement $H=1$ et $H=0.43$ pour le matériau $E/Y > 1000$.

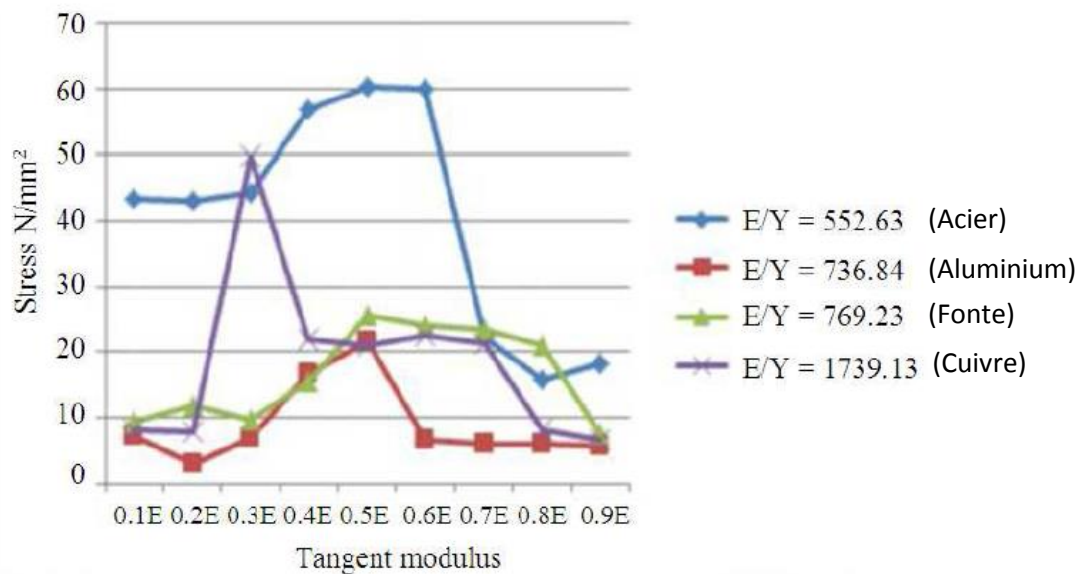


Figure I.6 : Relation entre les modules tangent et les contraintes pour différents matériaux [2]

La figure I.7 illustre la relation du module tangent et le diamètre de la surface du contact. Le module tangent augmente, le diamètre du contact diminue.

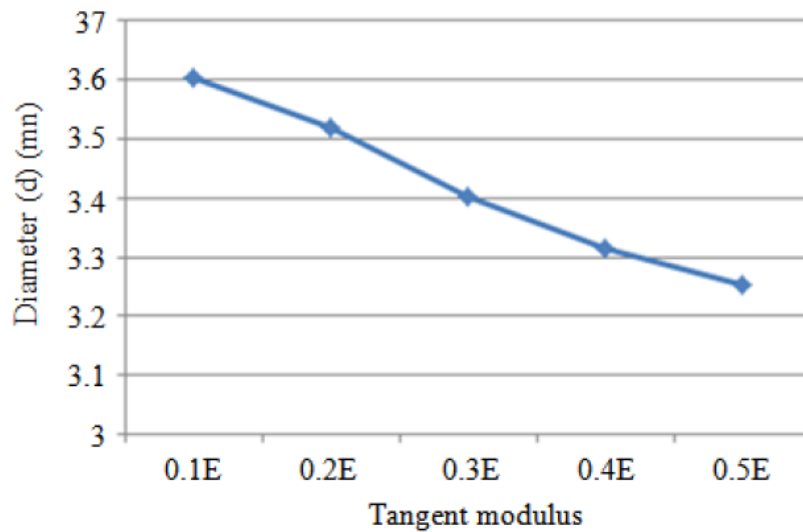


Figure I.7 : Relation entre le module tangent et le diamètre de contact [2]

Les conditions de contact sont sensibles à la géométrie des surfaces en contact, ce qui signifie que le maillage éléments finis à proximité de la zone de contact doit être hautement raffiné Figure I.8.

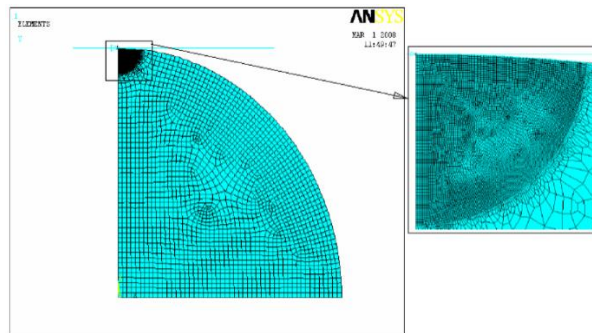


Figure I.8 : Maillage raffiné au voisinage du contact [6]

I.3 Méthode d'analyse des contraintes en photoélasticimétrie 2D

La photoélasticimétrie 2D peut s'appliquer uniquement dans le cas des matériaux transparents et biréfringents.

La photoélasticimétrie bidimensionnelle s'applique dans le cas où on a un problème plan où les contraintes ne varient pas suivant l'épaisseur du modèle étudié. Elle consiste à mettre un modèle, que l'on peut considérer bidimensionnel (de petite épaisseur) sous chargement, dans un polariscope puis observer le phénomène de biréfringence qui se traduit par l'apparition de franges sur l'image du modèle.

La photoélasticimétrie est une méthode largement utilisée dans l'analyse expérimentale des contraintes en deux et trois dimensions. La méthode classique de détermination des paramètres en photoélasticité, basée sur une méthode manuelle de détermination des positions des franges isoclines et isochromes, est souvent longue. De nouvelles méthodes d'acquisition de données voient le jour. De

nouvelles techniques d'analyse de franges isoclines et isochromes se développent et l'automatisation de ces méthodes devient évidente.

I.3.1 Méthodes utilisant plusieurs configurations de polariscope

Des méthodes utilisant plusieurs configurations de polariscope, permettent de déterminer les paramètres isoclines α et isochromes φ en exploitant la valeur de l'intensité lumineuse émergente. A chaque configuration correspond une forme particulière de l'expression générale de l'intensité. La combinaison de plusieurs de ces équations permet de calculer les paramètres isoclines α et isochromes φ , en tout point du modèle.

L'intensité lumineuse $I(x, y)$ pour les différents types de polariscopes étant connue (polariscope rectiligne, polariscope circulaire, en champ clair et en champ sombre).

L'expression de l'intensité est toujours en fonction du paramètre isocline α et du paramètre isochrome φ (Tableau I.1).

Type de polariscope	Champ clair	Champ sombre
Rectiligne	$I(x, y) = I_0 - I_0 \cdot \sin^2 2\alpha \cdot \sin^2 \frac{\varphi}{2}$	$I(x, y) = I_0 \cdot \sin^2 2\alpha \cdot \sin^2 \frac{\varphi}{2}$
Circulaire	$I(x, y) = I_0 \cdot \cos^2 \frac{\varphi}{2}$	$I(x, y) = I_0 \cdot \sin^2 \frac{\varphi}{2}$

Tableau I.1: Intensité lumineuse pour différentes configurations du polariscope

I.3.2 Méthodes utilisant plusieurs longueurs d'ondes

Les franges isochromes sont obtenues à partir d'une image du modèle placé dans un polariscope circulaire en champ sombre à plusieurs longueurs d'onde. Pour déterminer leurs ordres de franges, on étudie l'évolution des franges en fonction de la longueur d'onde. En effet, pour deux longueurs d'onde différentes (λ_1, λ_2), les réseaux d'isochromes observés sont différents, puisque la valeur de la constante de frange est inversement proportionnelle à la longueur d'onde. La seule frange qui ne change pas avec la longueur d'onde est la frange d'ordre zéro, elle est donc facilement observable. Ils enregistrent donc deux réseaux d'isochromes obtenus pour deux longueurs d'ondes différentes. Ils les superposent pour identifier les franges d'ordre zéro, qui sont les seules à se superposer parfaitement. Ensuite, partant de ces franges, un programme numérique identifie les autres franges en comparant les deux réseaux entre eux (figure I.9).

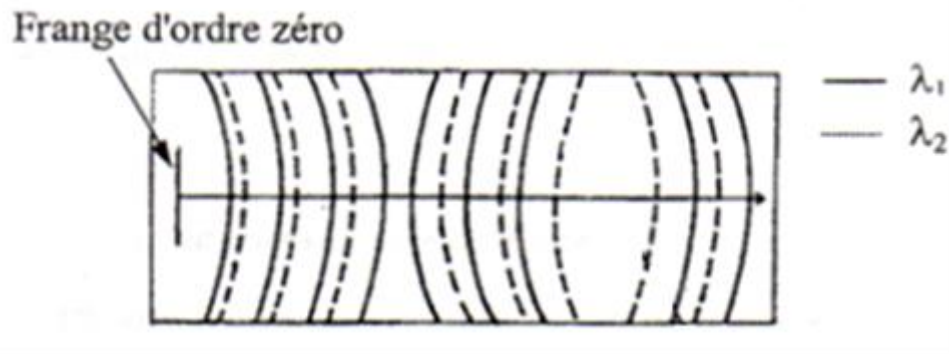


Figure I.9: Réseaux de franges en photoélasticimétrie à deux longueurs d'ondes [7]

En un point donné de l'éprouvette, l'état de contrainte est le même quel que soit la longueur d'onde, pourtant l'ordre de frange est différent. C'est pour cela qu'on écrit :

$$(\sigma_1 - \sigma_2) = \frac{N_1 \lambda_1}{C.e} = \frac{N_2 \lambda_2}{C.e} = \dots \frac{N_i \lambda_i}{C.e} \quad \text{I.20}$$

Mais s'il n'y a pas de frange d'ordre zéro, il faut déterminer la frange d'ordre le plus faible par un autre moyen, pour qu'ensuite le programme puisse identifier les autres franges. Lorsque chaque frange a été identifiée, ils trouvent les valeurs des points situés entre les franges par interpolation linéaire.

En conclusion, cette méthode permet d'extraire les lignes centrales des franges de manière plus précise que la technique d'amincissement, dans le cas d'images non bruitées. Une fois les franges obtenues, à partir des isochromes ils déterminent automatiquement les ordres de franges en utilisant deux longueurs d'ondes, s'il y'a une frange d'ordre zéro. Autrement ils doivent intervenir directement dans le procédé pour donner l'ordre de frange le plus faible [7].

Quelques travaux réalisés à l'aide de la méthode de photoélasticimétrie bidimensionnel

F. Djéddi [8] a utilisé la photoélasticimétrie et la méthode des éléments finis (CASTEM) pour l'étude du contact cylindre sur plan. La figure I.10 représente les franges isochromes relevées expérimentalement. La figure I.11 représente les franges isochromes calculées avec CASTEM et traitées avec SURFER.

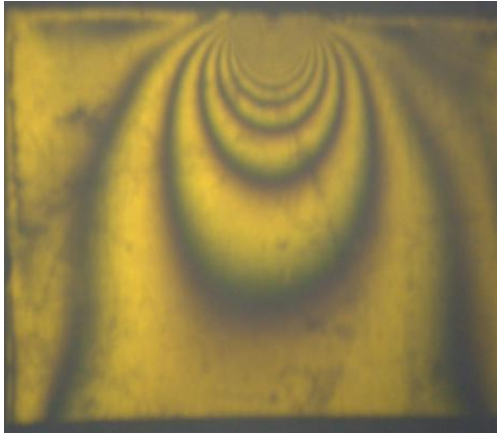


Figure I.10 : Isochromes relevées expérimentalement [8]



Figure I.11: Isochromes simulées et traitées avec SURFER [8]

L'image expérimentale obtenue par photoélasticimétrie est semblable avec l'image donnée par CASTEM et traitée avec le logiciel SURFER.

A. Bilek[9], dans son étude d'un emmanchement forcé de deux pièces cylindriques, a déterminé expérimentalement le champ des contraintes développé dans les deux pièces sous l'application de la pression après assemblage. Le logiciel PHOTO2D est utilisé pour le traitement des images recueillies sur le polariscope. Les deux pièces emmanchées sont disposées sur le polariscope pour l'enregistrement des différentes images pour le traitement. Le logiciel permet de calculer le paramètre isocline et le paramètre isochrome (figure I.12). La valeur de la différence des contraintes principales est déterminée automatiquement le long d'une ligne quelconque appartenant au modèle. Les réseaux des isostatiques sont tracés automatiquement par simple clique de la souris sur toute la surface du modèle.

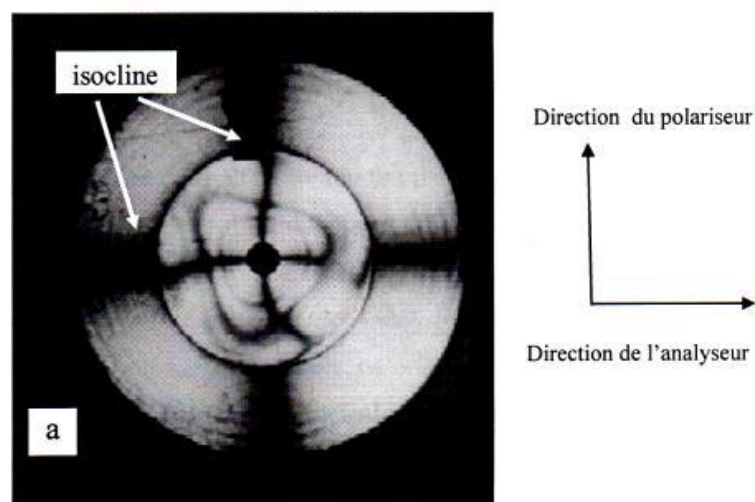


Figure I.12: Isoclines obtenues sur le polariscope en lumière plane[9]

R. Bertolaso [10] a utilisé la photoélasticimétrie bidimensionnel et la méthode des éléments finis (ABAQUS) pour l'étude de la répartition des contraintes dans une vis à bille.

Les matériaux des éprouvettes réalisées ont été choisis afin de répondre correctement aux exigences optiques de la photoélasticimétrie. Les éprouvettes usinées sont en PMMA. Elles ont pour épaisseur $e = 5$ mm avec un module de Young $E = 2,25$ GPa et un coefficient photoélastique $C = 4,9Bw$. La réalisation de l'éprouvette montre une forte sensibilité du matériau à l'usinage. Ils observent des précontraintes importantes au niveau des zones usinées. Un traitement thermique du matériau s'est avéré nécessaire afin d'éliminer ces précontraintes (contraintes résiduelles).

Le banc d'essai représenté sur la Figure I.13, correspond à un polariscope circulaire associé à un système d'enregistrement des résultats (caméra CDD) et d'un système de charge.

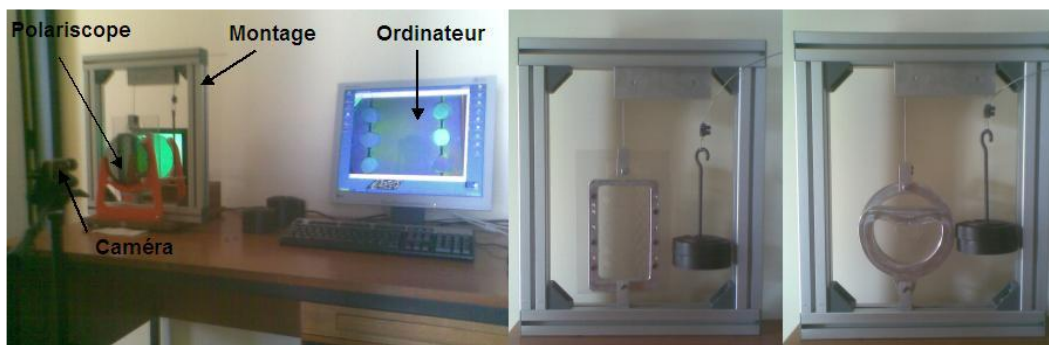


Figure I.13 : Banc d'essai photoélastique et montage 2D [10]

L'éprouvette a été mise sous charge de $F = 0N$ à $F = 50N$ dans le cas de la vis à billes composée d'une rangée de billes. Chaque image de la Figure I.14 correspond à un cas de charge différent.

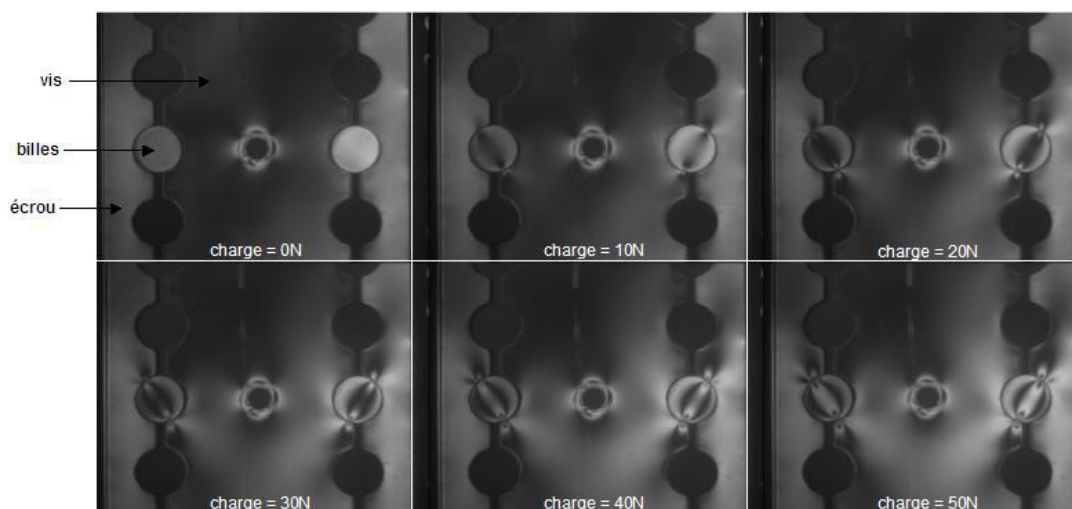


Figure I.14 Franges photoélastiques 2D en lumière monochromatique [10]

La figure I.15.2 représente les franges isochromes relevées expérimentalement. La figure I.15.1 représente les franges isochromes calculées avec ABAQUS.

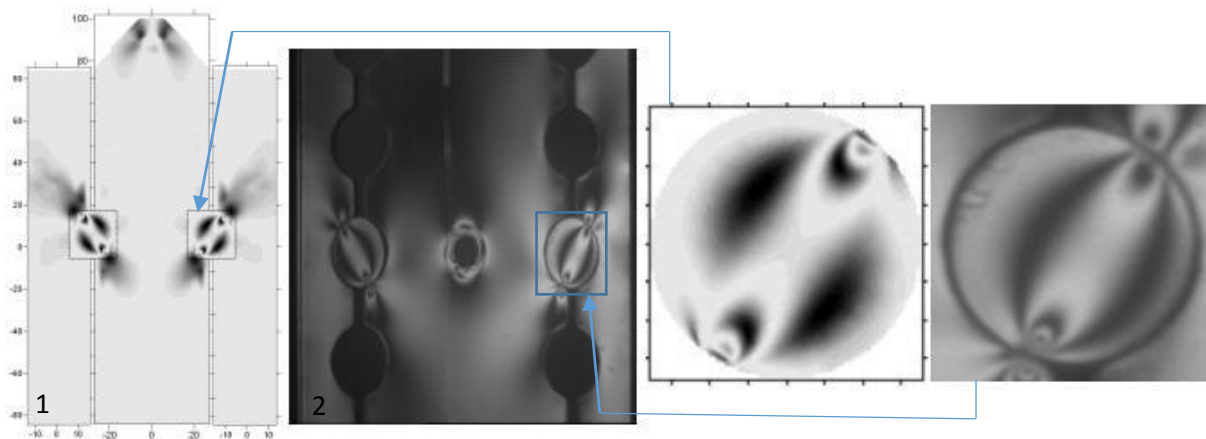


Figure I.15 Validation des franges : vis à billes une rangée [10]

A. Bilek [11] a étudié l'analyse des contraintes dans les pièces mécaniques à l'aide de la photoélasticimétrie et de la méthode des éléments finis (CASTEM). Le dispositif expérimental est composé d'un dispositif de chargement, et d'un polariscope (Figure I.16).

Le cylindre rigide a été utilisé pour appliquer une charge normale de 11.77 N. Le déplacement de la table mobile a permis d'appliquer la charge tangentielle de 2.78 N.

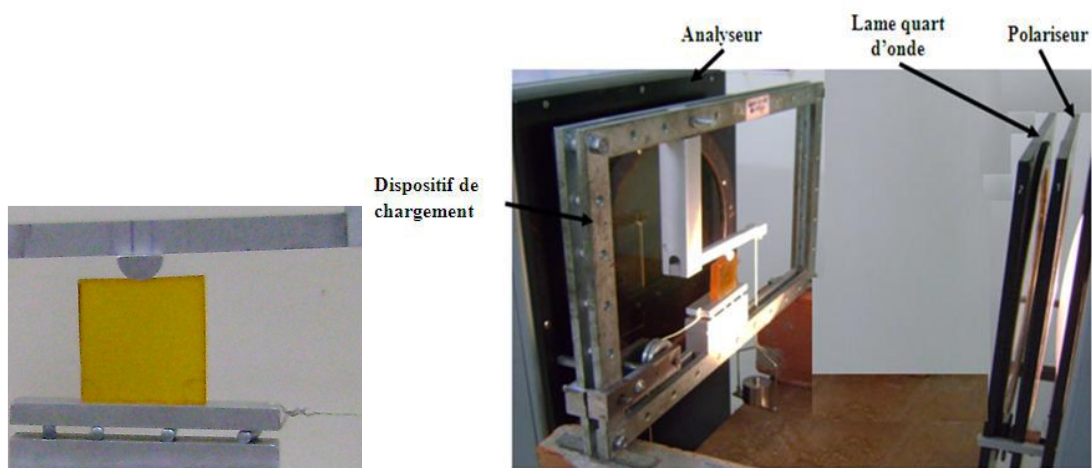


Figure I.16: Dispositif de l'essai sur un banc photoélasticimétrique [11]



Figure I.17: Isochromes simulées avec Castem et traitées avec SURFER (en présence d'un effort tangentiel) [11]

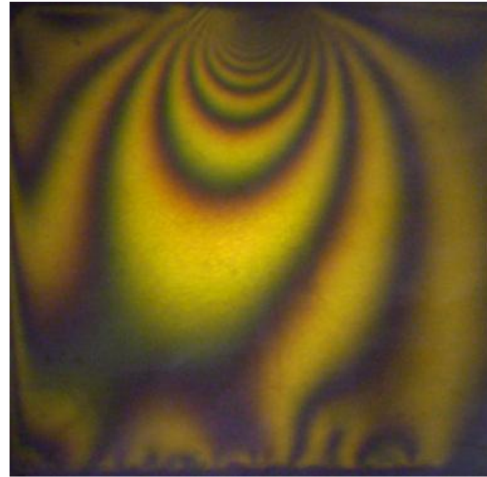


Figure I.18: Isochromes relevées expérimentalement en présence d'un effort tangentiel [11]

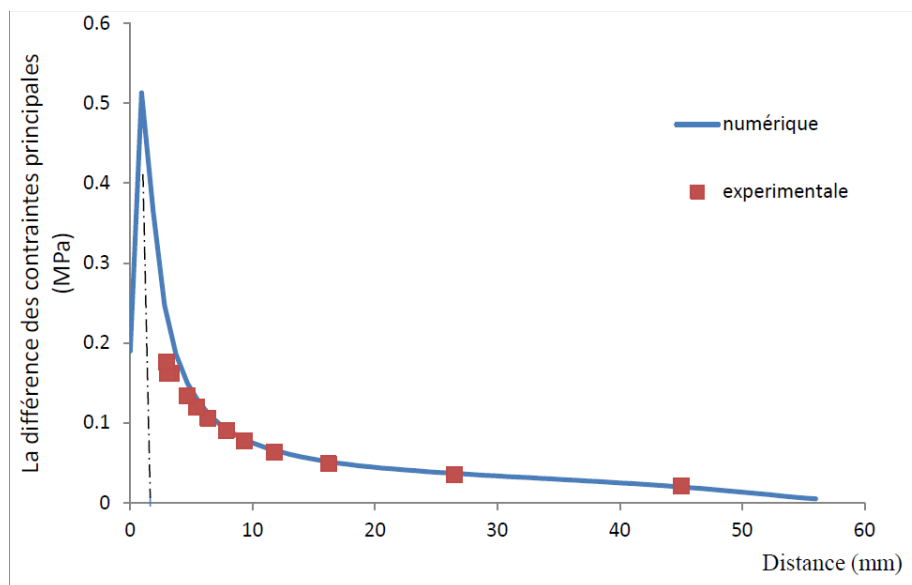


Figure I.19: Superposition des courbes numérique et expérimentale contact avec un effort normal et un effort tangentiel [11]

A. Zénina [12] a montré que pour un essai de flexion trois points, des différences très nettes peuvent apparaître dans les figures de franges selon le type de maillage et les conditions aux limites posées dans la simulation numérique (Figure I.20).

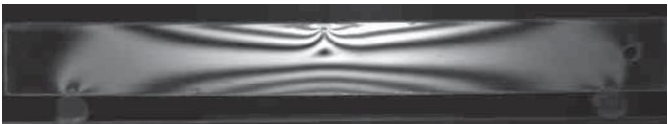




Franges expérimentales	
Franges simulées avec un maillage rectangulaire (100×40nœuds)	1 
Franges simulées avec un maillage triangulaire (100×40nœuds)	2 
Franges simulées avec un maillage rectangulaire (30×8nœuds)	3 
Franges simulées avec maillage rectangulaire (100×40nœuds) et autres CL	4 

Figure I.20: Simulations numériques et image expérimentale pour une plaque soumise à un essai de flexion [12]

Après avoir établi un modèle numérique correspondant au cas réel, il est possible de visualiser en chaque point du maillage l'intensité lumineuse. En effet, à partir des contraintes obtenues en chaque nœud, donnant ainsi les variations des franges au sein de la zone que l'on souhaite étudier. Une étude expérimentale est menée, faisant apparaître à son tour les franges photoélastiques. Celles-ci sont alors comparées à celles obtenues numériquement avec l'une des quatre schématisations. Cette procédure de comparaison est appliquée par exemple pour valider un modèle numérique (ses conditions aux limites, son maillage, la loi de comportement utilisée, etc). On observe bien une différence entre les franges simulées dans l'image (3,4) et les franges expérimentales ce qui a nécessité un recalage des conditions aux limites pour avoir ensuite des franges dans l'image en (1,2) plus proches du cas réel.

I.4. Méthode d'analyse des contraintes en photoélasticimétrie 3D

I.4.1 La méthode de figeage et découpage

a. Figeage des contraintes

Cette méthode consiste à figer les contraintes dans le volume du modèle en utilisant les propriétés des chaînes moléculaires de certains polymères. G. Oppel 1936 est l'un des premiers à décrire ces propriétés intéressantes. Lorsque le modèle est chargé dans l'état hautement élastique, puis refroidi

lentement jusqu'à la température ambiante, il conserve presque en totalité la biréfringence acquise dans l'état hautement élastique.

Cette technique de figeage des contraintes est basée sur le comportement diphasique de certains matériaux lorsqu'ils sont chauffés à une température critique. Ces polymères sont composés de deux types de chaînes reliant les molécules entre elles : les chaînes principales et les chaînes secondaires. A température ambiante les deux types de chaînes résistent aux charges appliquées au modèle. Lorsque la température du polymère augmente jusqu'à la température de transition vitreuse (environ 130°C pour l'époxy), les chaînes secondaires cèdent et les chaînes principales supportent alors seules les contraintes. La charge étant maintenue, en diminuant lentement la température du polymère jusqu'à la température ambiante, les chaînes secondaires se reforment entre les chaînes principales fortement déformées. Quand la charge est retirée, les chaînes principales se détendent légèrement, mais une proportion considérable de la déformation est conservée. Les déformations élastiques des chaînes principales sont alors figées dans le volume du modèle de manière permanente grâce aux chaînes secondaires reformées. Cette propriété est utilisée pour l'étude des contraintes dans les pièces tridimensionnelles.

b. Découpage

Une fois le modèle refroidi et les contraintes figées, il est découpé en tranches de faibles épaisseurs. Si possible, les tranches sont découpées suivant des plans particuliers, tels que plans de symétries, plans méridiens, etc. Elles sont étudiées par une méthode de photoélasticimétrie bidimensionnelle, sans oublier de considérer les contraintes normales à leurs plans comme non nulles. Ces contraintes normales sont obtenues à partir d'autres coupes, par exemple, perpendiculaires aux précédentes, ou en découpant la tranche en « sous tranches », pour pouvoir l'observer dans les directions perpendiculaires (figure I.21).

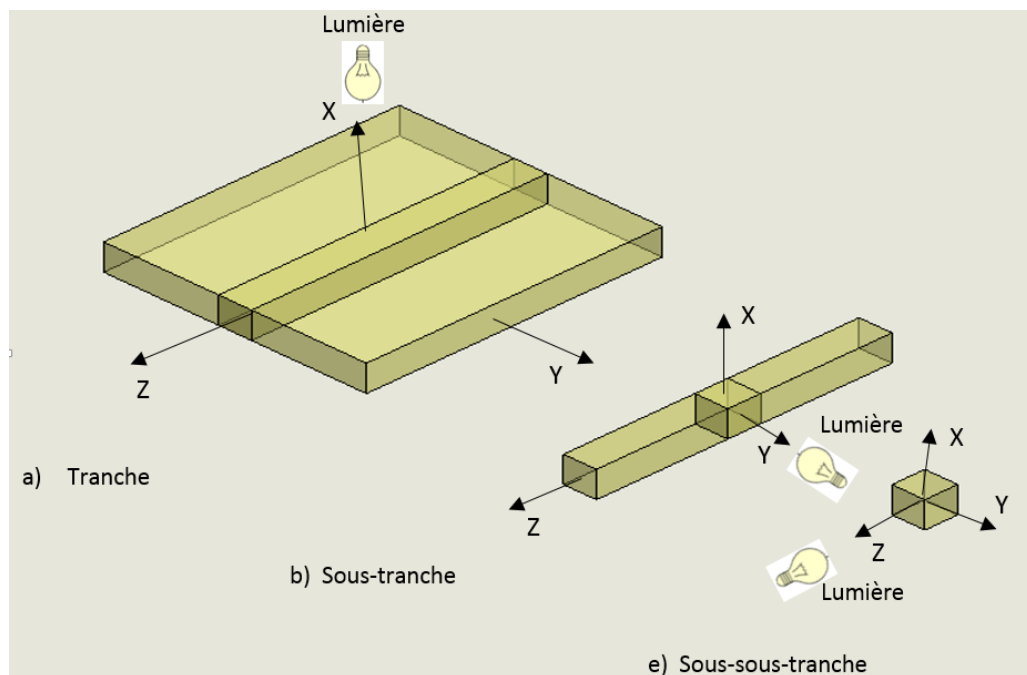


Figure I.21 : Méthode des sous tranches

Cependant cette méthode présente les inconvénients suivants :

- Le découpage mécanique peut perturber les mesures
- Elle nécessite deux à trois maquettes pour l'étude d'un cas général.

Malgré ces inconvénients cette méthode est très utilisée.

L'analyse du réseau de franges est effectuée manuellement par mesure ponctuelle, ce qui nécessite beaucoup de temps. Avec le développement de l'informatique et des techniques d'acquisition et de traitement d'images plusieurs méthodes ont été développées [7.9].

I.4.2 Méthode de découpage optique

Il s'agit d'une méthode non destructive de photoélasticimétrie tridimensionnelle à champ complet, utilisant le principe de découpage optique développé par R. Desailly [13]. Le principe consiste à isoler à l'aide de deux plans lasers parallèles une tranche à l'intérieur d'un modèle biréfringent (figure I.22). Lorsqu'un faisceau plan de lumière cohérente traverse un milieu diffusant, chaque point de la section éclairée se comporte comme une source lumineuse. Ces sources cohérentes entre elles interfèrent et peuvent donner naissance à des régions d'intensités maximales ou minimales qui constituent le champ de granularités. Les possibilités d'interférences des rayonnements des deux sections éclairées dépendent de la biréfringence du feuillet ainsi isolé.

Perpendiculairement aux faisceaux plans. On observe donc un champ de granularité provenant de l'interférence des rayonnements diffusés par chacune des deux sections éclairées. Cependant, expérimentalement, la visualisation des franges isoclines et isochromes est impossible. Pour extraire ces informations il est nécessaire d'étudier les caractéristiques de la lumière diffusée.

Ce phénomène a été étudié par R. Desailly. Il a proposé une première méthode utilisant un rayonnement monochromatique pour obtenir les deux faisceaux plans. Il enregistre le champ résultant diffusé sur film holographique. Après développement, il obtient le contraste du champ de granularité par filtrage optique et visualise ainsi les franges. Le contraste de franges photoélastique obtenu avec un rayonnement monochromatique étant faible, Desailly améliore le contraste en proposant une deuxième méthode en utilisant un rayonnement polychromatique. Il met en évidence les franges liées aux facteurs de corrélation par un filtrage optique. Les franges isochromes et isoclines du feuillet isolé optiquement ont meilleur contraste. Cette méthode offre donc la possibilité d'isoler optiquement un feuillet biréfringent à l'intérieur d'un modèle tridimensionnel. Les franges isoclines et isochromes peuvent être obtenues pour toute tranche isolée du modèle, néanmoins la méthode est très complexe et très longue à mettre en œuvre. Avec le développement du rayon Laser et des moyens informatiques de traitement d'images, une nouvelle technique de découpage optique a été développée au laboratoire de Poitiers.

La nouvelle technique consiste à remplacer l'enregistrement holographique par une acquisition par caméra CCD et le filtrage optique par un traitement numérique pour calculer le facteur de corrélation. Ce facteur de corrélation sera utilisé par le logiciel PHOTO3D pour calculer les isoclines et les isochromes. Les champs des contraintes développées dans le modèle pourront ainsi être analysés.

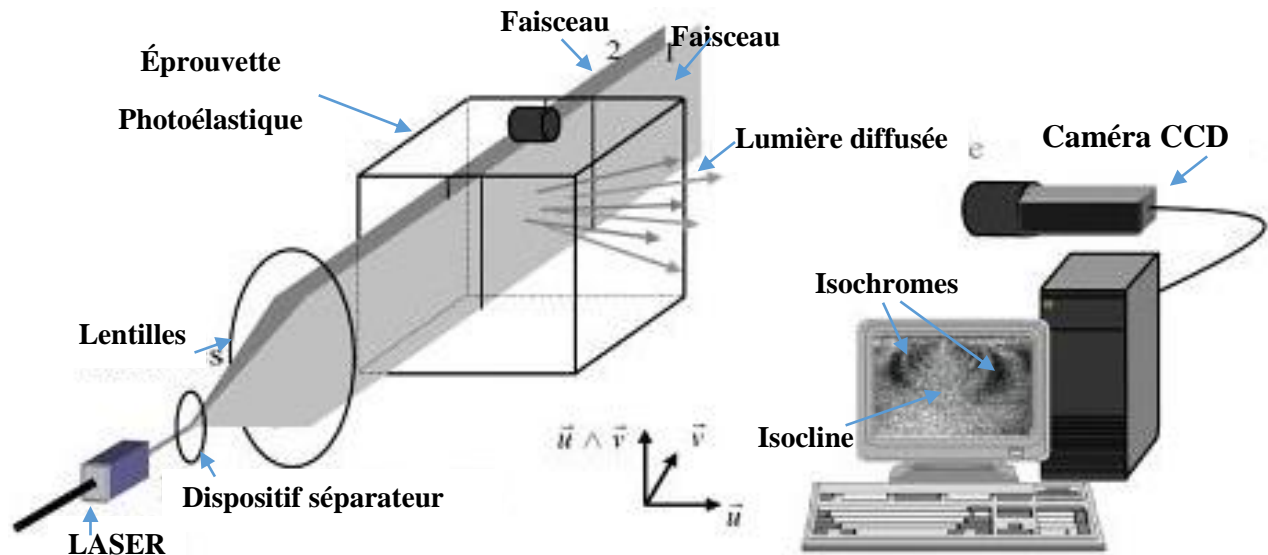


Figure I. 22: Découpage optique à l'aide de deux plans lasers [14]

Quelques travaux réalisés à l'aide de la méthode de photoélasticimétrie tridimensionnelle

J.C. Dupré et A. Lagarde [15] ont présenté une méthode de visualisation des franges isochromes et isoclines développées dans les solides en contact en utilisant le phénomène de diffusion et les propriétés de superposition de ces champs lumineux. Le modèle à analyser est découpé optiquement à l'aide de deux faisceaux lasers. Le champ de contraintes peut être ainsi analysé dans tout le volume des solides en contact. Pour illustrer la méthode une application a été faite sur un parallélépipède chargé par une force centrée en son milieu. L'évolution des franges le long de l'axe longitudinal (figure I.23) montre la variation des contraintes dans le volume de la pièce. On voit bien que les contraintes sont concentrées au voisinage immédiat de la zone de contact. Couplée avec une caméra CCD et un ordinateur, la méthode de découpage optique nécessite quelques secondes pour obtenir les mêmes résultats que la méthode de figeage découpage qui nécessite plusieurs heures.

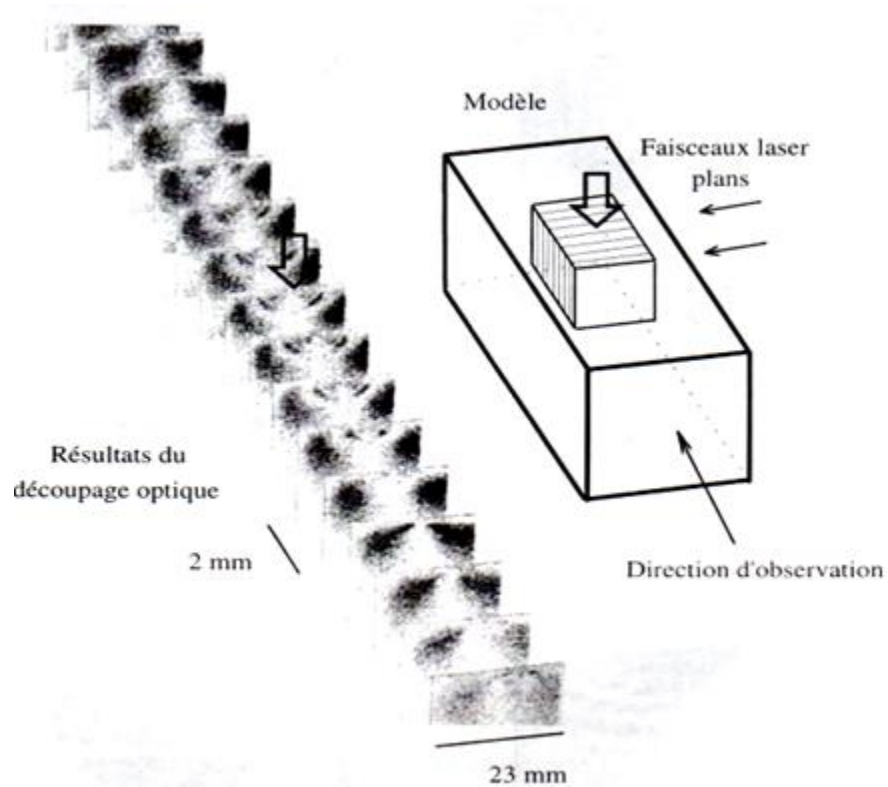


Figure I.23 : Appui ponctuel sur un barreau de section carrée [15]

R.L Burguete et E.A Paterson [16] ont utilisé la photoélasticimétrie 3D pour l'étude du contact cylindre sur plan. En utilisant la méthode de figeage découpage couplée avec un polariscope automatique relié à une caméra CCD monochromatique qui permet des prises de vue. Trois cas de chargement ont été étudiés (figure I.24) un cylindre reposant le long de sa génératrice supportant une charge perpendiculaire au plan, un cylindre reposant le long de sa génératrice supportant une charge perpendiculaire au plan et une charge tangentielle et finalement un cylindre reposant sur son extrémité sur un plan soumis à une charge de compression normale similaire donc à un poinçon. Les deux modèles analysés ont été fabriqués en résine époxy.

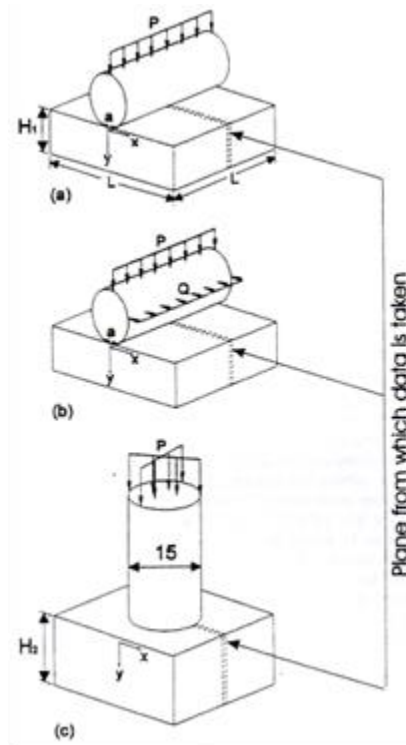


Figure I.24: Schémas des trois modèles utilisés (a) charge normale (cylindre sur demi espace), (b) charge normale et tangentielle, (c) charge axiale (poinçon cylindre sur plan) [16]

Après le figeage de contraintes [9], une tranche de 0,5 mm d'épaisseur est découpée dans chacun des modèles le long de la direction d'application de la charge et ensuite analysé sur le polariscope automatique. La distribution des contraintes de cisaillement maximales est obtenue en utilisant la méthode de figeage. Les résultats ont montré une confirmation par l'expérience des résultats obtenus par d'autres chercheurs. Les auteurs ont montré l'efficacité avec laquelle peuvent être étudiés les problèmes de contact à l'aide de la méthode de figeage découpage en photoélasticité tridimensionnelle. Cependant, la méthode prend beaucoup de temps du fait qu'il est nécessaire de découper plusieurs tranches pour pouvoir faire une analyse complète du champ des contraintes développé à l'intérieur du modèle. De plus, durant le processus de découpage, de nouvelles contraintes apparaissent dans des tranches à analyser perturbent le champ des contraintes figées.

En parallèle avec l'étude effectuée sur le contact cylindre sur plan, Burguete et E.A.Paterson ont calculé la variation du coefficient de frottement pour différentes valeurs de rugosité de surface. Deux blocs d'époxy sont disposés l'un sur l'autre (figure I.25), coupés d'une même pièce de résine époxy. La surface est préparée soigneusement pour enlever toute imperfection. Après le polissage avec différents papiers abrasif de granulométrie différente (400, 800, 1200), les surfaces sont rincées avec une solution de trichloéthane.

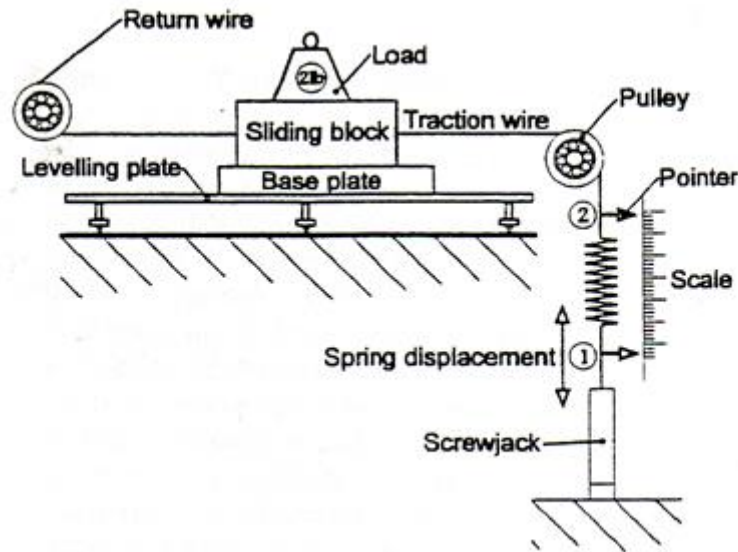


Figure I.25: Dispositif expérimental pour le calcul du coefficient de frottement [16]

Avant le chargement, les contraintes résiduelles sont éliminées par un cycle thermique de relaxation. Les modèles sont placés dans une étuve, on élève la température à 120°C en la maintenant à cette température pendant 12 heures. Après cela on fait descendre la température avec une vitesse de 5°C par heure jusqu'à la température ambiante. Les tests pour déterminer le coefficient de frottement s'effectuent sous différents lubrifiants, (un fluide, huile hydraulique et trois poudres: une poudre graffite, du talc et une poudre Climax Molybdenum).

Les trois modèles sont analysés l'un après l'autre, en les mettant entre l'analyseur et le polariseur d'un polariscope circulaire à champ sombre sous lumière monochromatique.

Les images sont récupérées sur le semi espace (plan) au voisinage de la zone de contact.

A. Bilek [9] a fait une étude sur le phénomène de contact de 2 cylindres ; l'un rigide en aluminium de diamètre 15 mm ; l'autre déformable en époxy, et ce, en appliquant sur le premier cité un chargement de 20 N. Les contraintes ont été figées à l'intérieur du volume du cylindre à l'aide du processus de figeage. Le cylindre est ensuite introduit dans la cuve à liquide d'indice puis analysé en isolant des tranches de 6.5 mm d'épaisseur à l'aide des plans laser. La figure I.26 montre les différentes images des franges expérimentales.

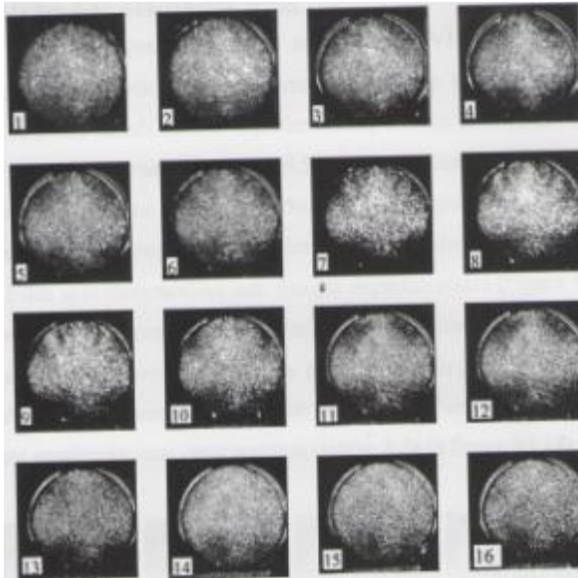


Figure I.26: Franges expérimentales le long du cylindre en isolant une tranche d'épaisseur 6.5 mm [9]

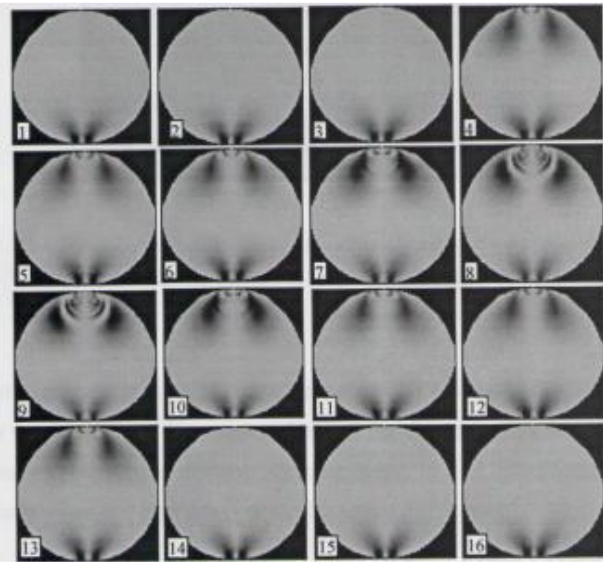


Figure I.27 : Franges éléments finis le long du cylindre en isolant une tranche d'épaisseur 6.5 mm [9]

Les contraintes développées dans les différentes tranches diminuent en s'éloignant de la direction d'application de la charge. Par contre, les franges photoélastiques sont visibles et sont les mêmes sur la partie inférieure du modèle.

Les images représentées sur la figure I.27 ont été obtenues par analyse numérique à l'aide d'un programme écrit sous CASTEM. Elles sont comparables aux franges expérimentales représentées par la figure I.26.

Par ailleurs, la même étude a été faite par A. Bilek sur un échantillon parallélépipédique déformable en contact avec un cylindre rigide en aluminium de 10 mm sur lequel est appliqué un chargement de 200 daN (fig. I.28).

L'analyse expérimentale est réalisée à l'aide de la méthode de découpage optique. Les franges obtenues sont représentées sur la figure I.29.

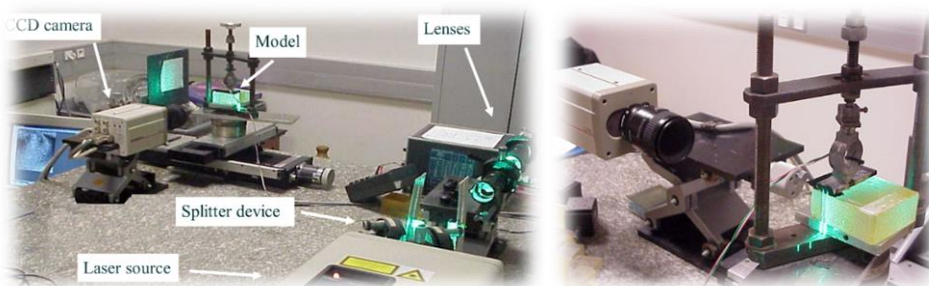


Figure I.28 Dispositif expérimental d'un cylindre rigide sur un parallélépipède déformable [9]

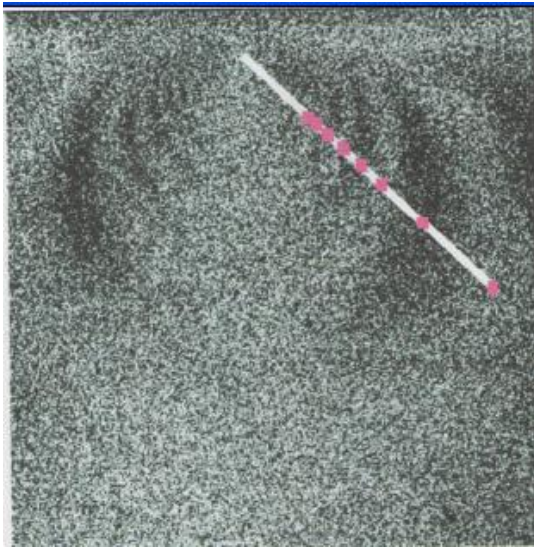


Figure I.29 : Franges expérimentales obtenues pour une tranche de 10mm d'épaisseur située le long de la direction de la charge [9]

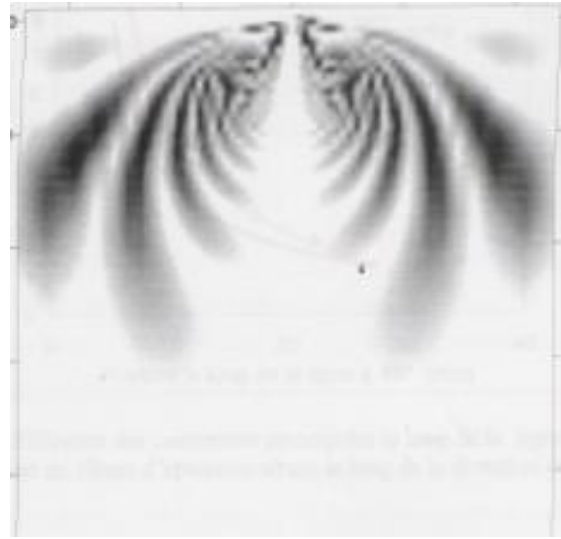


Figure I.30: Franges simulées pour une tranche de 10 mm d'épaisseur située le long de la direction de la charge [9]

Les franges isochromes obtenues ne se referment pas sur elles même ; l'isocline cache les isochromes au centre de l'image.

Une étude par éléments finis réalisée avec le logiciel CASTEM a été utilisée pour obtenir le champ de contraintes développé à l'intérieur du modèle. Dans le calcul par éléments finis, le comportement du modèle a été considéré isotrope et purement élastique. Les fichiers images obtenues à l'aide de CASTEM ont été traités à l'aide du logiciel SURFER pour obtenir des franges en noir et blanc pour permettre la comparaison avec les franges expérimentales. Les franges simulées (figure I.30) sont relativement comparables aux franges expérimentales (figure I.29).

P. François [17] a étudié une rotule aéronautique qui se compose de quatre éléments : une cage, deux demi-billes et un axe (Figure I.31). Ces pièces ont été réalisées en résine époxy. Elles contiennent des particules nécessaires à la diffusion de la lumière. Une charge radiale est appliquée sur cette rotule par l'intermédiaire d'un logement en PMMA lié à un vérin hydraulique pouvant appliquer un effort de 2000 daN (Figure I.32). L'axe est inséré par ses deux extrémités dans deux parois en PMMA qui, avec deux autres parois, forment un récipient dans lequel un liquide d'indice immerge la rotule afin d'éliminer les phénomènes de réflexion et réfraction. Pour cette étude, le découpage optique est réalisé avec un feuillet d'épaisseur 4 mm en partant du bord de l'éprouvette et en allant vers le plan médian. Le modèle numérique est réalisé sous ABAQUS.

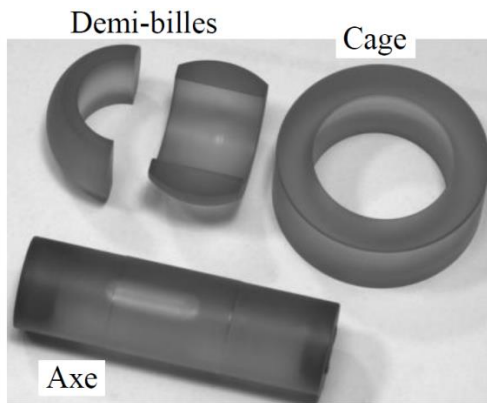


Figure I.31 Éléments de la rotule [17].

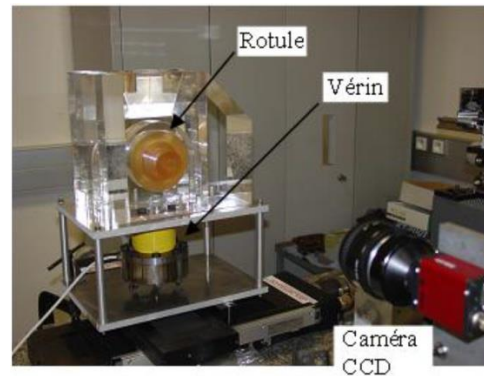


Figure I.32 Montage de photoélasticimétrie 3D [17]

Pour cet essai expérimental, la jonction entre les deux demi-billes est orientée verticalement. Les Figures I.33 et I.34 montrent les franges obtenues par découpage optique pour une charge de 500 daN sur le bord (Figure I.32-a) et dans le plan médian (Figure I.33-c) puis pour une charge de 1000 daN (Figure I.34-a et c).

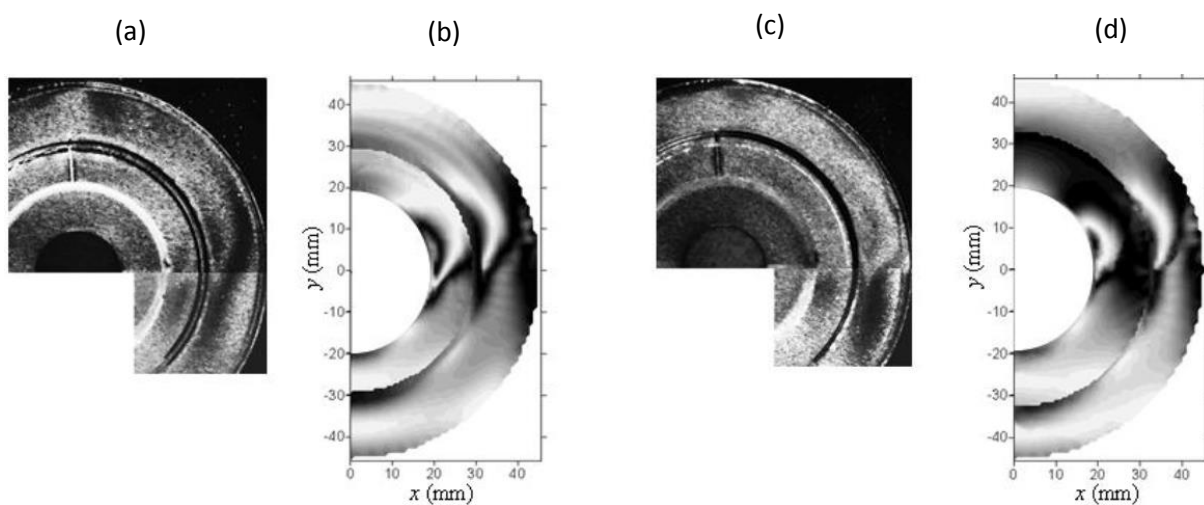


Figure I.33 Franges photoélastiques pour une charge de 500 daN, (a) expérimentales et (b) numériques sur le bord, (c) expérimentales et (d) numériques dans le plan médian [17]

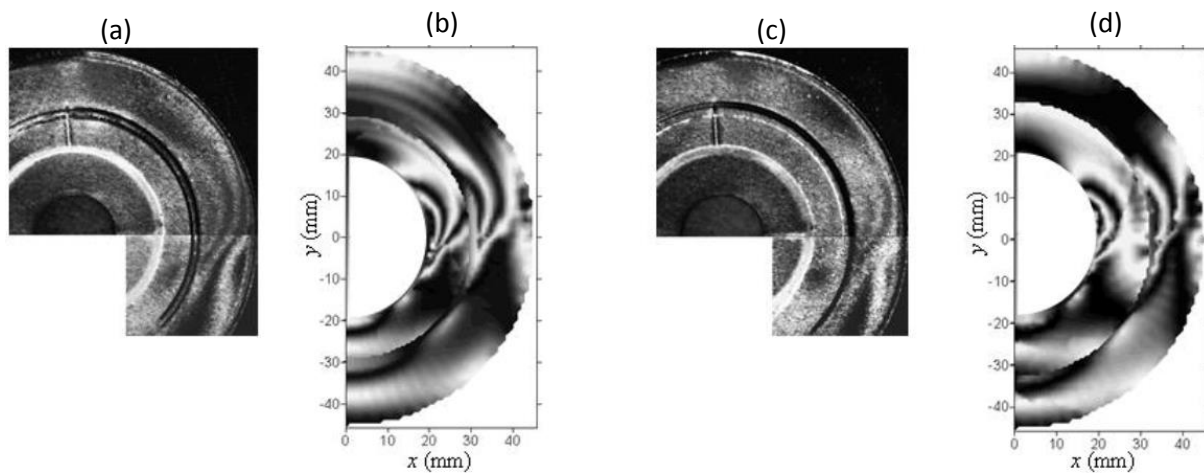


Figure I.34 : Franges photoélastiques pour une charge de 1000 daN, (a) expérimentales et (b) numériques sur le bord, (c) expérimentales et (d) numériques dans le plan médian [17]

Cette procédure de comparaison de franges a été utilisée par A. Zénina pour comparer les trois schématisations pour un milieu photoélastique (schématisation 2D, schématisation 3D par H. Aben et schématisation 3D discrétisée), permettant ainsi d'établir le domaine de validité pour chacune d'entre elles (Figure I.35) [12-18]. Cette comparaison a été effectuée en regard d'un essai expérimental utilisant la méthode par découpage optique sur un barreau à section carrée sollicité en torsion. A travers son étude, il a démontré que les deux schématisations 3D donnaient des résultats plus proches de ceux obtenus expérimentalement. Afin de distinguer les différences entre ces deux schématisations tridimensionnelles, A. Zénina a en plus effectué cette même expérience pour deux épaisseurs de feuillet différentes (2mm et 8mm).


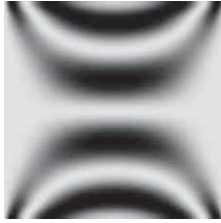
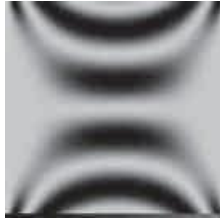
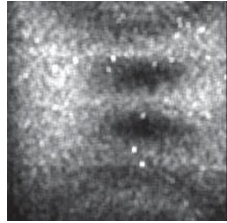

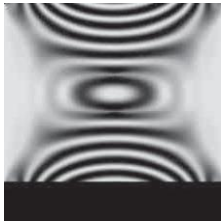
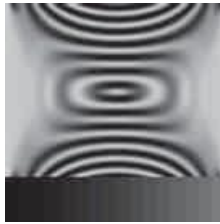
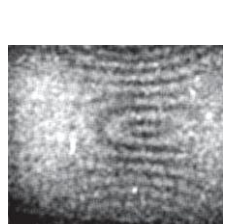
	Schématisation2D	Schématisation3D parH.Aben	Schématisation3D discrétisée	Images expérimentales
e=2mm				
e=8mm				

Figure I.35: Franges simulées et expérimentales obtenues pour un barreau à section carrée sollicité en torsion [12-18]

M. Berdjane [19] a étudié aussi un cas de contact sphère rigide sur plan déformable, avec les deux méthodes expérimentales par photoélasticimétrie 3D et numérique (Abacus).

La (Figure I.36) montre les réseaux de franges photoélastiques obtenus sur plusieurs feuillets successifs suivant l'épaisseur de l'éprouvette pour les deux incidences des faisceaux laser.

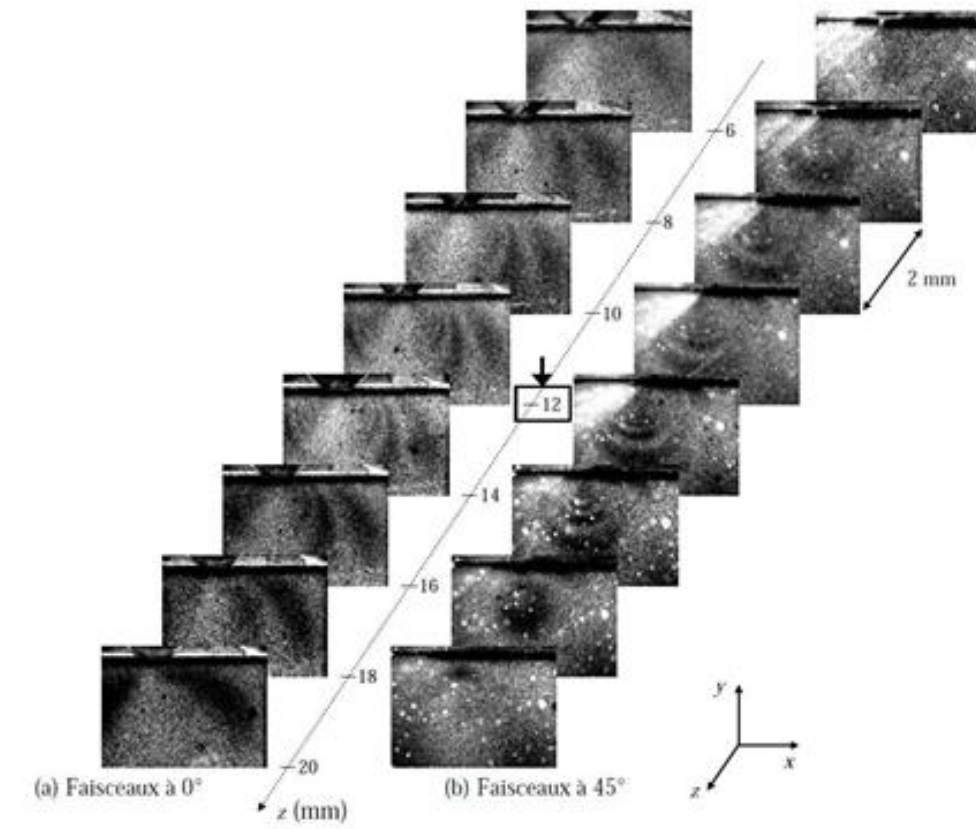


Figure I.36 : Franges photoélastiques de l'essai de compression à touche sphérique [19]

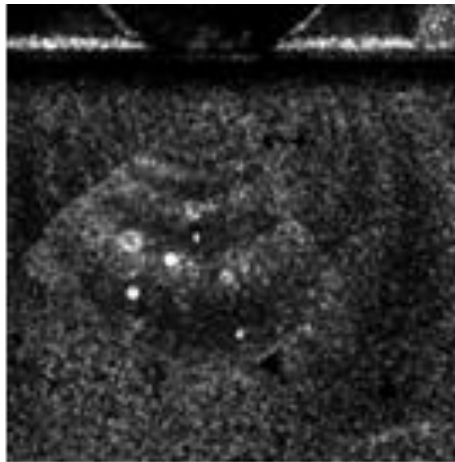


Figure I.37 Franges isochromes obtenues sur un feuillet dans le plan médian de l'éprouvette [19]

Dans le tableau suivant nous présentons les résultats de deux simulations avec, le même chargement et les mêmes conditions aux limites, à la seule différence que dans l'une il a pris en compte le frottement et dans l'autre il l'a négligé.

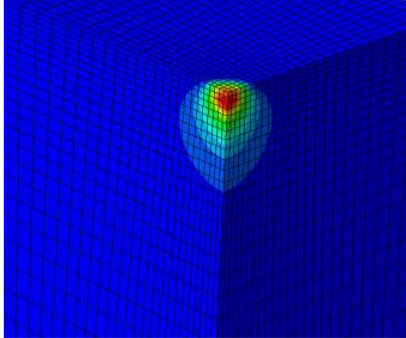
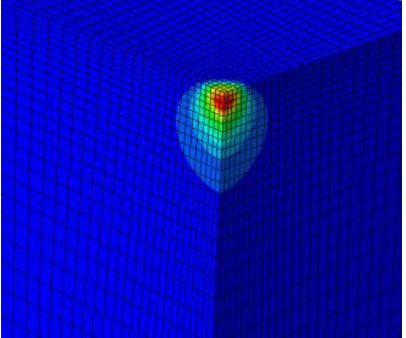
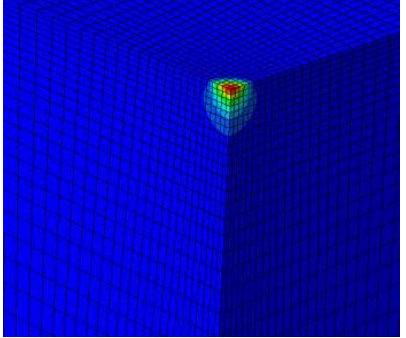
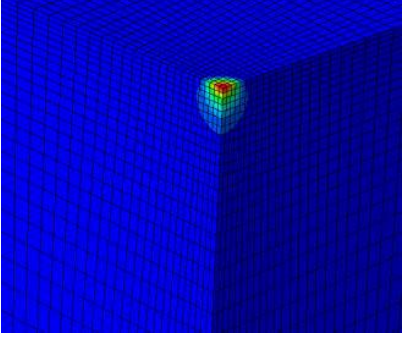
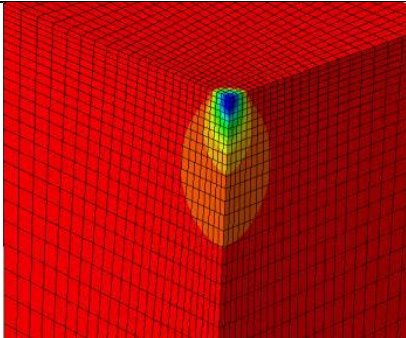
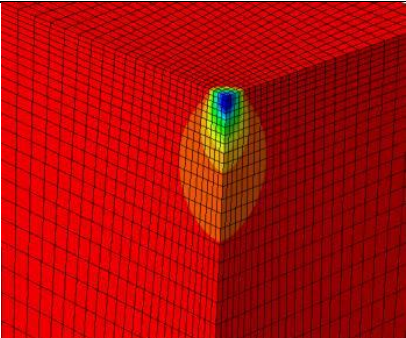
Gradeurs mesurées	Force imposée $F=150\text{ N}$; coefficient de frottement $f = 0.3$	Force imposée $N = 150\text{N}$, sans frottement.
Contraintes Von Mises (MPa)		
Pression de contact (MPa)		
Déformation suivant l'axe de chargement		

Tableau I.2 Incidence du frottement sur les résultats de la simulation [19]

La figure I.37 : représente un zoom sur la zone de contact pour les contraintes de Mises, où l'on peut voir une légère différence d'intensité de contraintes sur les deux surfaces.

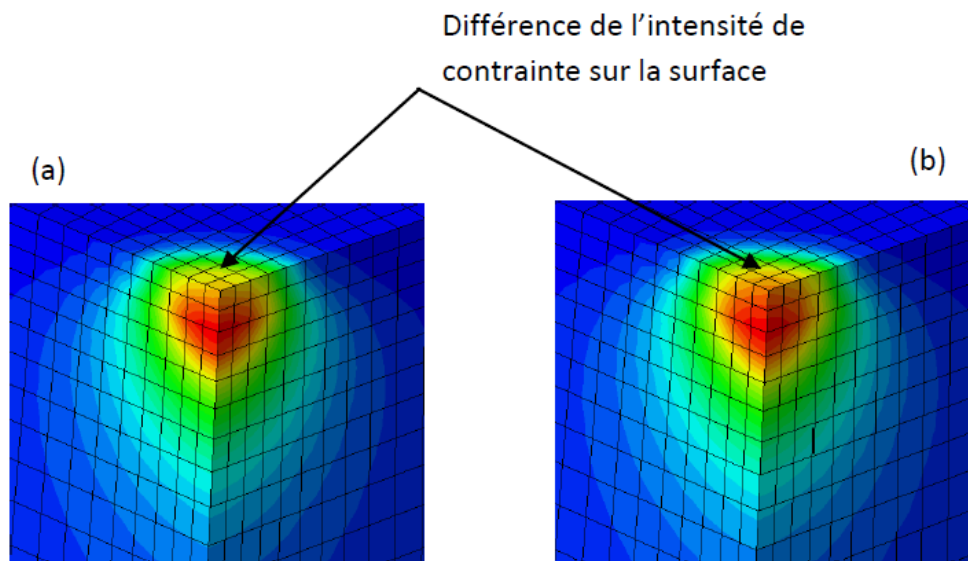


Figure I.38 : Zoom sur la zone de contact (échelle 1x10mm), (a) cas sans frottement, (b) cas avec frottement [19]

Dans cette figure I.38, au voisinage du contact, on voit bien que la contrainte maxi n'est pas sur la surface mais en subsurface ce qui est conforme aux prédictions de la théorie de Hertz, cela nous permet de dire que le contact hertzien est correctement géré sous Abacus.

Dans la figure I.39 nous présentons les franges obtenues expérimentalement sur un feuillet de 4mm d'épaisseur découpé optiquement sur la zone de contact et les franges simulées d'un feuillet de même épaisseur et découpé au même endroit.

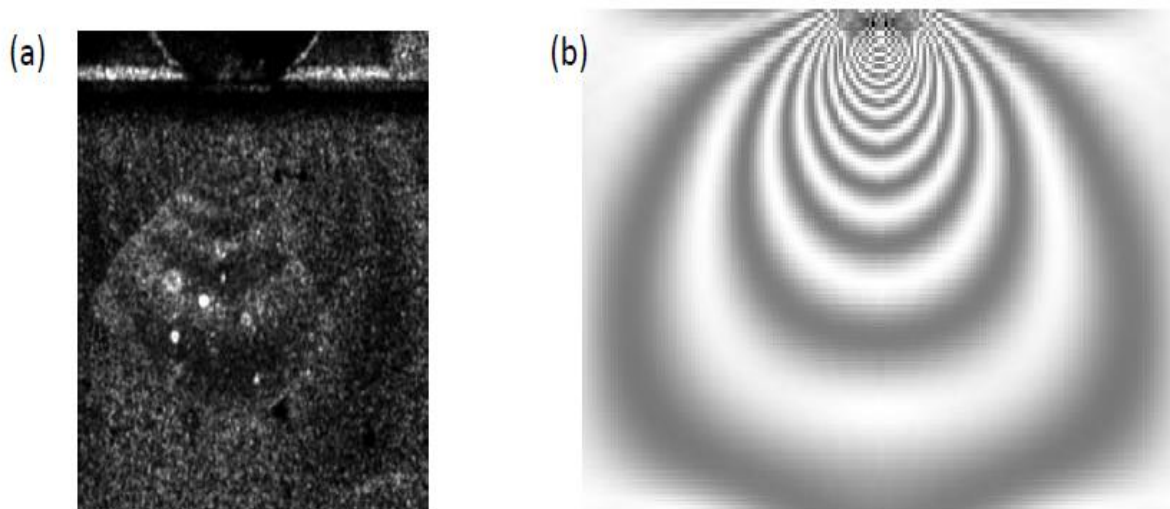


Figure I.39 : (a) Franges expérimentales, (b) franges simulées [19]

Conclusion

Pour l'étude expérimentale du problème de contact, nous disposons de deux types de méthodes : destructive et non destructive. La méthode destructive de figeage découpage est largement utilisée malgré ces inconvénients. Après figeage des contraintes à l'intérieur d'une étuve, le modèle est découpé en tranches minces qui sont ensuite étudiées sur un polariscope 2D en lumière plane ou lumière circulaire avec champ clair ou obscur. Les valeurs de cisaillement et les directions principales des contraintes peuvent ainsi être obtenues pour tout le volume du modèle étudié. La technique non destructive de découpage optique à champ complet développée au laboratoire de Poitiers permet de visualiser les franges isoclines et isochromes.

Grâce au progrès de l'informatique et au développement des logiciels de simulations, le problème de contact mécanique peut être analysé numériquement. L'étude expérimentale prend en charge le problème de contact mécanique en utilisant la méthode de la photoélasticimétrie qui exploite le caractère biréfringent des modèles en époxy pour visualiser les réseaux d'isochromes et d'isoclines. Le traitement des images recueillies sur le polariscope, grâce encore une fois au développement de l'informatique et de caméras CCD a diversifié les méthodes de photoélasticimétrie et automatiser l'acquisition et le traitement des images. Dans notre laboratoire on dispose d'un polariscope non muni d'un outil informatique et les images sont recueillies à l'aide d'un simple appareil photo numérique. Le traitement des images se fera manuellement pour le tracé des isoclines et des isostatiques.

Chapitre II

LA PHOTOELASTICIMETRIE

II.1 Introduction

La photoélasticimétrie est une technique industrielle de prévision des contraintes qui vient compléter des méthodes numériques telles que la méthode des éléments finis.

La photoélasticité est une méthode expérimentale qui permet l'analyse des contraintes sur toute une région d'un modèle. C'est une méthode principalement optique qui se base sur la biréfringence acquise par les matériaux soumis à des contraintes.

Pour valider les résultats expérimentaux et numériques en utilisant la méthode des éléments finis à l'aide du logiciel CASTEM.

Notre travail consiste principalement à étudier les problèmes de contact dans les pièces mécaniques à l'aide de la photoélasticimétrie bidimensionnelle et tridimensionnelle utilisant les principes de la biréfringence et du découpage mécanique. Les champs des contraintes figées dans les différents modèles en matière biréfringentes seront analysés dans le but de déterminer les isochromes et les isoclines à l'intérieur des modèles.

Ce chapitre est consacré au rappel du phénomène de biréfringence accidentelle ainsi qu'aux équations classiques utilisées en photoélasticimétrie bidimensionnelle. Le principe d'appariation des franges photoélastiques y est expliqué en suivant le trajet de la lumière à travers les polaroids le modèle et les lames quart d'onde.

II.2 Comportement de la lumière

La théorie électromagnétique apportée par Maxwell permet de décrire les phénomènes photoélastiques. Selon lui, la lumière est une onde électromagnétique composée à la fois d'un champ électrique E et d'un champ magnétique H . Ces deux vecteurs sont en phase, perpendiculaires à la direction de propagation et perpendiculaires entre eux (Figure II.1).

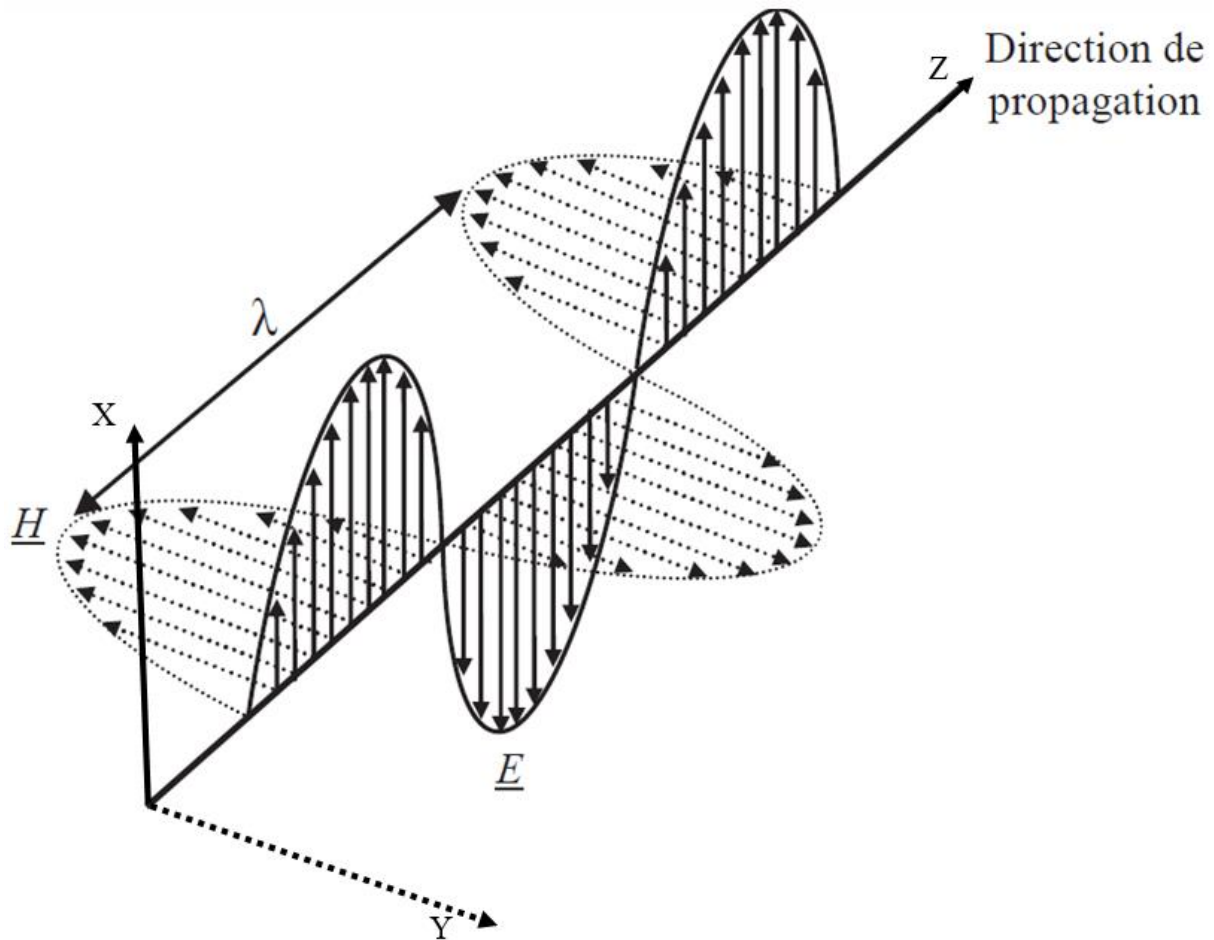


Figure II.1 : Propagation des deux champs électrique et magnétique

Grâce à ces propriétés, la connaissance d'un seul des deux vecteurs est suffisante pour décrire la lumière. Si on choisit le vecteur de champ électrique E , alors on peut exprimer son amplitude par la relation suivante :

$$E = a \cos \frac{2\pi}{\lambda} c \cdot t = a \cos 2\pi f \cdot t = a \cos \omega \cdot t$$

Avec

a : amplitude du vecteur lumineux

λ : longueur d'onde

c : vitesse de propagation de la lumière

t : temps

f : fréquence de la lumière

ω : pulsation de la lumière

Pour une lumière quelconque, le vecteur lumineux peut être considéré comme composé d'un nombre arbitraire de vibrations transverses. Chaque composante a une longueur d'onde différente, une amplitude différente, une orientation différente et une phase différente.

Si la lumière est composée de vibrations décrivant toutes les longueurs d'ondes à l'intérieur du spectre visible (compris entre 380 et 770 nm), la lumière est appelée lumière blanche. Si la lumière n'a qu'une seule longueur d'onde, c'est une lumière monochromatique.

Quand l'onde lumineuse est décrite par un vecteur dont l'orientation est constante, on a une lumière polarisée rectiligne.

La superposition de deux lumières polarisées rectilignes ayant même fréquence, mais placées dans des plans de vibrations perpendiculaires, donne d'autres formes de lumières polarisées. Le plus souvent, cette superposition produit une lumière polarisée elliptique.

Par contre, si l'amplitude de ces deux ondes est identique, et si leur déphasage est égal à $\frac{\pi}{2}$, alors la lumière résultante sera polarisée circulaire. Si la différence de phase est égal à π , on retrouve une lumière polarisée rectiligne [7].

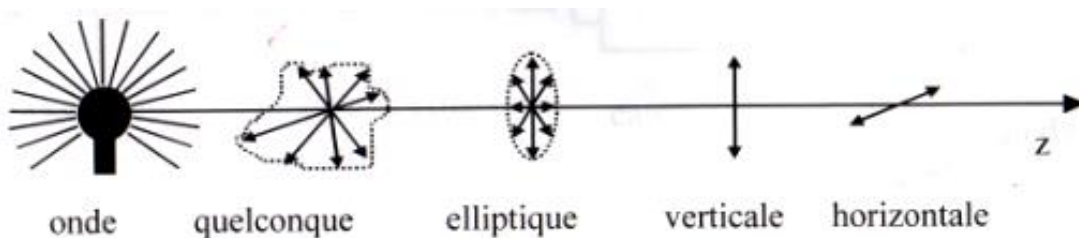


Figure II.2: Forme de lumière polarisée [20]

II.3 Propagation d'une onde lumineuse dans un milieu isotrope et anisotrope

La vitesse de la lumière dans un milieu dépend des propriétés physiques de ce milieu. Dans un corps transparent isotrope, ces propriétés optiques sont identiques dans toutes les directions. Dans le cas d'un cristal, il n'en va pas de même. Sa structure lui donne des propriétés élastiques différentes selon les directions. La vitesse de propagation de la lumière dans un cristal dépendra des propriétés élastiques de ce dernier [21].

II.4 Phénomène de biréfringence

On définit la biréfringence comme le fait de transmettre deux rayons distincts polarisés dans deux plans perpendiculaires et qui se propagent dans un cristal à des vitesses différentes. Certaines matières ne présentent ce phénomène que lorsqu'elles sont soumises à des contraintes. Le rayon lumineux qui arrive sur le modèle transparent se trouve décomposé en deux rayons distincts autonomes. Chacun de ces rayons se déplace à une vitesse propre à sa direction de propagation. C'est cette propriété qui est utilisée en photoélasticimétrie pour mesurer les contraintes apparaissant dans un modèle.

- **La biréfringence naturelle ou permanente**

Un milieu est dit isotrope optiquement lorsqu'il possède les mêmes propriétés optiques quelque soit la direction d'observation. Lorsqu'un faisceau lumineux le traverse, il se propage avec la même vitesse dans toutes les directions. Dans un milieu cristallin, ou anisotrope, la vitesse de propagation varie suivant les directions propres du milieu. Ce phénomène est appelé biréfringence naturelle. La vitesse de propagation dans une direction donnée est inversement proportionnelle à l'indice de réfraction correspondant à cette direction.

- **Biréfringence accidentelle**

Rappelons d'abord que l'indice de réfraction n d'un milieu transparent est le rapport de la vitesse C_0 de la lumière dans le vide et la vitesse de la lumière dans le milieu. Un matériau isotrope, transparent, non chargé à la propriété de devenir biréfringent lorsqu'il est soumis à un état de contraintes.

Maxwell et Neumann mènent indépendamment l'un de l'autre, une étude théorique de ce phénomène, et montrent dans les années 1840-1850, qu'il existe des lois simples reliant la biréfringence aux contraintes (Maxwell) et aux déformations (Neumann).

La photoélasticité obéit aux lois générales suivantes [22] :

- En tout point d'un solide transparent contraint, les axes de polarisation d'une lumière sont parallèles aux directions des contraintes principales, dans le plan de vibration en ce point.
- Au point considéré, la différence des vitesses des deux ondes polarisées dans deux directions principales est indépendante des contraintes perpendiculaires au plan de vibration.
- Dans le cas particulier d'un matériau transparent soumis à une contrainte normale simple σ , on constate que :
 - Le matériau se comporte comme un cristal uniaxe, la direction de σ correspond à l'axe optique du cristal.
 - Si la lumière passe à travers une lame parallèle d'un tel matériau, contraint dans une direction perpendiculaire à celle de σ , celle-ci sera polarisée suivant deux ondes dont les vibrations sont respectivement parallèles et normales à σ .
 - Le retard introduit par la contrainte sur chacune des deux ondes est proportionnel à la contrainte, mais la constante de proportionnalité est différente pour chacune d'elles.

Il est aussi proportionnel à l'épaisseur du modèle traversée par la lumière.

Ainsi, la lumière traversant un modèle d'épaisseur e , dans une direction perpendiculaire à une tension simple σ produite sur le modèle, C_1 et C_2 étant les constantes de proportionnalité pour chacune des deux ondes polarisées, les retards r_1 et r_2 sont donnés par :

$$r_1 = C_1 \cdot \sigma \cdot e$$

$$r_2 = C_2 \cdot \sigma \cdot e$$

Le retard relatif de l'onde (1) par rapport à l'onde (2) est égal à :

$$\delta = r_1 - r_2 = (C_1 - C_2) \cdot \sigma \cdot e = C \cdot \sigma \cdot e$$

C_1 et C_2 sont appelés les constants photoélastiques absolus du matériau, C la constante photoélastiques relative. Ce retard δ est une caractéristique du phénomène de biréfringence.

- **Indice de réfraction**

L'indice de réfraction d'un milieu transparent est le rapport des vitesses de la lumière dans le vide et dans ce milieu

$$\eta = C_0 / v_1$$

Où : C_0 : vitesse de la lumière dans le vide.

v_1 : vitesse de la lumière dans le milieu considéré.

Considérons un modèle en matériau isotrope sous un état de contraintes planes soumis aux contraintes principales σ_I et σ_{II} représentées sur la figure suivante :

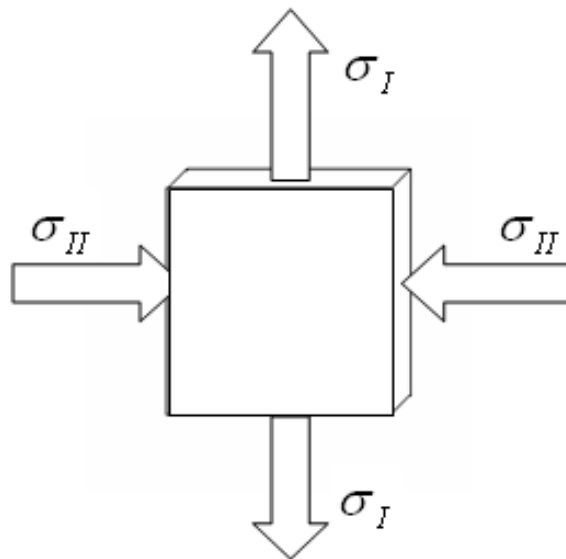


Figure II.3: Modèle sous contraintes planes [21]

Soit un point A du modèle à analyser, les directions privilégiées de la biréfringence accidentelle coïncident en A avec les directions des contraintes principales. Le modèle est donc traversé en A par deux vibrations V_1 et V_2 : à la vibration V_1 parallèle à σ_I correspond une vitesse v_1 et un indice de réfraction $\eta_1 = C_0 / v_1$ et à V_2 correspond une vitesse v_2 et un indice de réfraction $\eta_2 = C_0 / v_2$ [21]

Soit C_1 et C_2 les coefficients de Brewster homologues par symétrie du module de Young et du coefficient de Poisson ; et soit η_0 l'indice de réfraction du modèle à l'état non contraint. Neumann spécifia les relations existant dans le milieu entre les indices de réfraction et la valeur des déformations ; Maxwell exprime ces relations en se référant aux contraintes.

La loi de Maxwell s'énonce :

$$\eta_1 - \eta_0 = C_1 \sigma_1 + C_2 \sigma_2$$

$$\text{et } \eta_2 - \eta_0 = C_2 \sigma_1 + C_1 \sigma_2$$

La soustraction membre à membre de ses deux équations donne :

$$\eta_1 - \eta_2 = (C_1 - C_2)(\sigma_1 - \sigma_2) = C(\sigma_1 - \sigma_2)$$

$$\eta_1 - \eta_2 = C(\sigma_1 - \sigma_2) \quad (\text{II.2})$$

C : Constante optique relative du milieu

De la même façon la loi de Neumann s'énonce

$$\eta_1 - \eta_2 = K(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)$$

Avec K constante sans dimension, fonction du matériau

$\varepsilon_1, \varepsilon_2$ Les déformations principales

On déduit donc que la biréfringence d'un modèle en état de contrainte plane est proportionnelle à la différence des contraintes principales $(\sigma_1 - \sigma_2)$.

Par convention on prend $\sigma_1 > \sigma_2$ donc $\eta_1 - \eta_2 > 0$ d'où $v_1 < v_2$

C'est-à-dire que la vibration V_1 suivant σ_1 met plus de temps pour traverser le modèle que la vibration V_2 suivant σ_2 . On dit dans ce cas que la direction de la contrainte principale σ_1 est l'axe de la biréfringence [21].

II.5 Banc expérimental de photoélasticimétrie

Un banc de photoélasticimétrie comprend un appareil dénommé polariscope, qui assure la production (polariseur) et la détection (analyseur) de la lumière polarisée, et un montage d'application de la charge. Il nous permet l'analyse expérimentale des contraintes sur des modèles par photoélasticimétrie 2D.

II.5.1. Différents types de polariscopes

Il existe plusieurs types de polariscopes dont on cite :

- Le polariscope à réflexion
- Le polariscope à transmission
- Le polariscope à faisceau laser

II.5.2 Éléments constituant le polariscope

- **Sources de lumière**

En photoélasticimétrie, trois sortes de sources de lumière peuvent être utilisées :

Source de lumière blanche

Il s'agit d'une lampe ordinaire dont la lumière sert à l'observation des lignes isoclines et des lignes isochromatiques.

La lumière blanche a comme désavantage de ne pouvoir permettre l'observation des franges d'ordre supérieur à 4 ou 5, plus l'ordre est élevé plus les franges sont pâles.

Source de lumière monochromatique

Obtenu par filtration de la lumière blanche à l'aide de filtres monochromatiques, celles-ci permettent l'observation aisée des isochromes avec la lumière circulaire, les isoclines étant éliminées.

En lumière monochromatique, on peut observer nettement un nombre important de franges et contrairement à la lumière blanche pour laquelle chaque contrainte est régie par une couleur spécifique, le spectre des couleurs caractérisant les chargements est constitué de bandes alternativement, noires et blanches.

Lumière à vapeur de mercure

C'est une lumière qui permet de visualiser nettement les ordres de franges élevés. Il est préférable d'utiliser la lumière à vapeur de mercure quand l'ordre de frange (N) est supérieur à (10).

- **Filtres polariseur et analyseur (polaroïds)**

Ils ont pour fonction de filtrer la lumière incidente et ne laisser qu'une seule composante de cette lumière qui correspond à l'axe optique du polaroïd.

La lumière émergente est polarisée rectilignement.

Deux polaroïds successifs dont les axes de polarisation sont parallèles laissent passer la lumière (figure II.4.b).

Deux polaroïds successifs croisés, c'est-à-dire à axes perpendiculaires ne laissent passer aucune lumière car le faisceau polarisé par le premier a une composante nulle suivant l'axe du second polaroïd (figure II.5.a).

D'une manière générale, on utilise seulement la position polariseur et analyseur croisés.

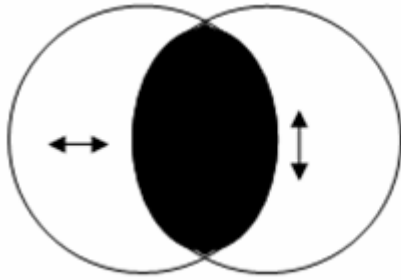


Figure II.4.a Axes de polarisation perpendiculaires

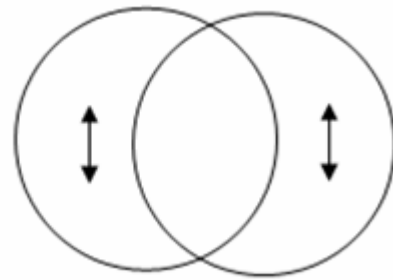


Figure II.4.b Axes de polarisation parallèles

Figure. II.4 : Deux polaroïds à axes (de polarisation) parallèles ou perpendiculaires

Les deux polaroïds peuvent être entraînés en rotation par un dispositif mécanique qui les rend solidaires. Ils peuvent ainsi tourner en conservant leurs positions angulaires relatives.

Les polariseurs les plus communément utilisés sont de minces feuilles d'alcool polyvinylique chauffées et étirées avant collage sur un support constitué par une feuille d'acétate de cellulose. La face d'alcool polyvinylique est ensuite colorée à l'aide d'un liquide contenant de l'iode.

- **Lames quart d'onde**

Une lame quart d'onde est une lame de mica ou une mince feuille d'alcool polyvinylique orientée comprise entre deux feuilles d'acétate de cellulose.

On peut adjoindre au polariscope deux lames quart d'onde intercalées entre les polaroïds qui ont pour fonction de transformer une vibration rectiligne en une vibration circulaire et vis versa, ce changement dans le mode de vibration est assuré par une différence de marche introduite par la traversée de cette lame entre deux composantes perpendiculaires de la lumière polarisée. Cette différence de marche est égale au quart d'onde de la lumière polarisée.

Les lames quart d'onde sont croisées entre elles et toujours intercalées avec leurs axes optiques à 45° de ceux du polariseur et de l'analyseur. L'effet de la seconde lame est de restituer une lumière polarisée plane.

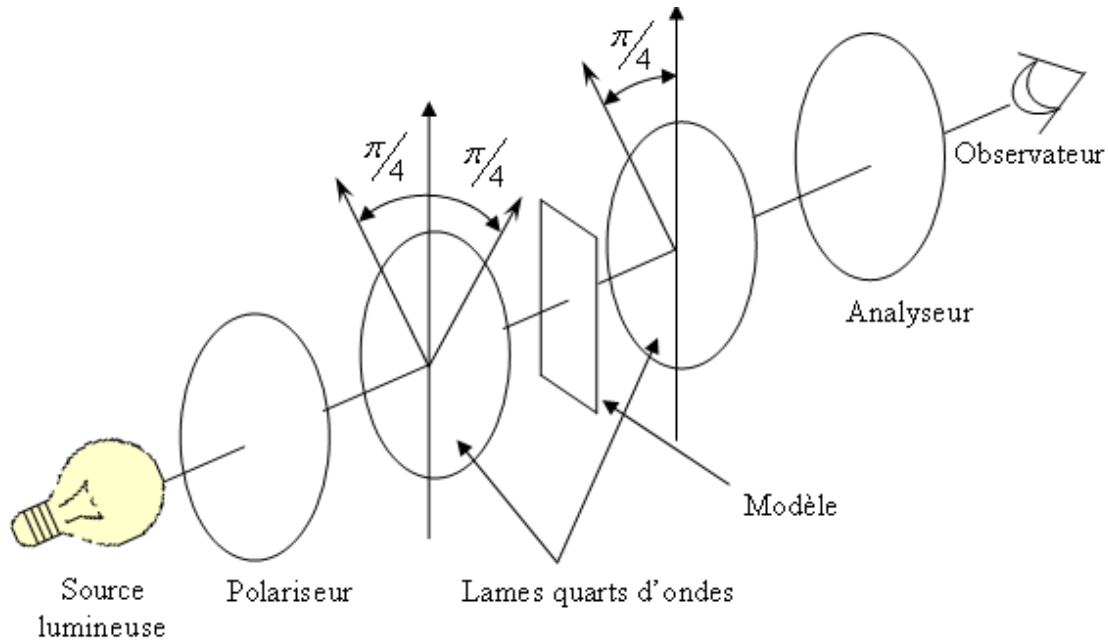


Figure II.5 Disposition des lames quarts d'ondes dans le polariscope à transmission [23]

II.5.3 Notion de champ clair et de champ obscur

- **Polariscope plan**

Polariseur et analyseur croisés \Rightarrow **champ obscur**

Polariseur et analyseur parallèles \Rightarrow **champ clair**

- **Polariscope circulaire**

Polariseur et analyseur croisés et lames quart d'onde croisées \Rightarrow **champ obscur**

Polariseur et analyseur parallèles et lames quart d'onde croisées \Rightarrow **champ clair**

II.5.4 Différents procédés de la photoélasticimétrie

- Photoélasticimétrie par transmission
- Photoélasticimétrie par réflexion

- **Photoélasticimétrie par transmission**

La photoélasticimétrie par transmission utilise des modèles 2D ou des tranches découpées dans des modèles 3D figés (figure II.6). Ces modèles peuvent être modifiés rapidement et à peu de frais en vue du choix d'une géométrie optimale. On a la possibilité de mesurer les contraintes à l'intérieur de la masse du modèle ainsi que la possibilité d'étudier la répartition des contraintes sur un modèle obtenu par similitude, plus grand ou plus petit que l'objet réel, en vue de faciliter les essais.

Composantes d'un polariscope à transmission

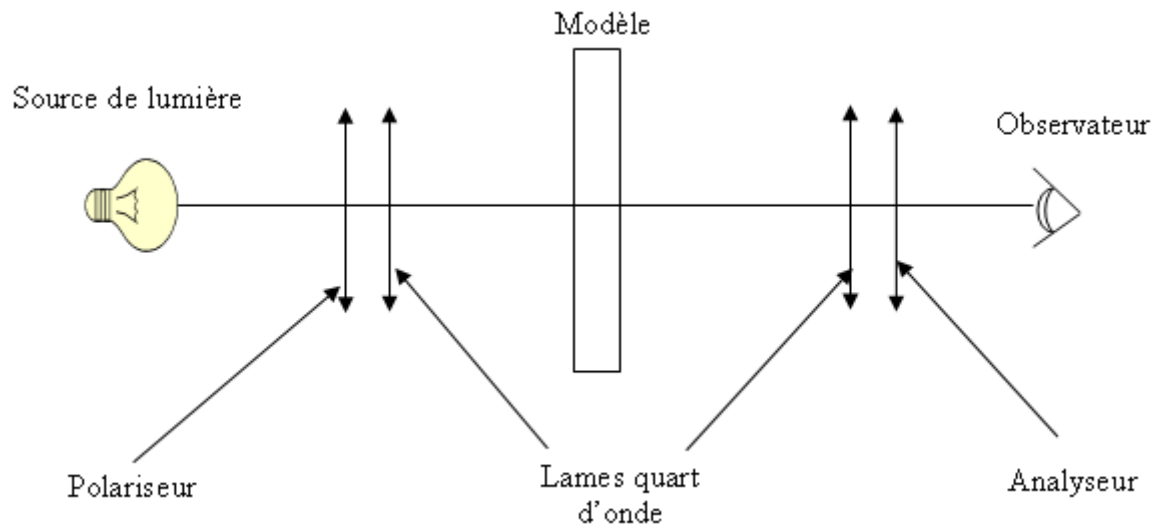


Figure II.6 : Polariscopes à transmission

Composé essentiellement d'une source de lumière diffuse ou ponctuelle, d'un filtre analyseur et d'un filtre polariseur, de deux lames quart d'onde et d'un dispositif de mise en charge. Sur un écran on peut observer le réseau de franges et le dessiner puis l'enregistrer à l'aide d'un appareil photo, d'un microscope, d'une caméra...etc.

II.5.4.1 Principe

Le modèle en matériau photoélastique biréfringent est placé entre les deux polarisateurs pendant qu'on lui applique les efforts.

La loi qui lie les contraintes et la biréfringence accidentelle en tous points du modèle photoélastique est la loi de Maxwell :

$$\delta = C e (\sigma_1 - \sigma_2) \quad (\text{II.3})$$

Dans laquelle on trouve :

δ : Retard optique relatif entre les deux composantes de la vibration incidente.

C : Constante photoélastique du matériau considéré, elle est exprimée en Brewster où (1 Brewster = 10^{-12} m² / Newton).

e : Épaisseur du modèle utilisé.

$(\sigma_1 - \sigma_2)$: Différence des contraintes principales.

A ce retard optique δ correspond un retard angulaire φ tel que :

$$\varphi = \frac{2 \pi \delta}{\lambda} \quad (\text{II.4})$$

λ étant la longueur d'onde de la radiation monochromatique utilisée.

II.5.4.2 Effet de la biréfringence sur la lumière

Sur le polariscope, sortant du polariseur, une lumière (polarisée) portée par \vec{Ox} a comme amplitude en un point ($x = A \cos \omega t$). La direction de polarisation \vec{Ox} fait un angle α avec l'une des directions des contraintes principales du modèle.

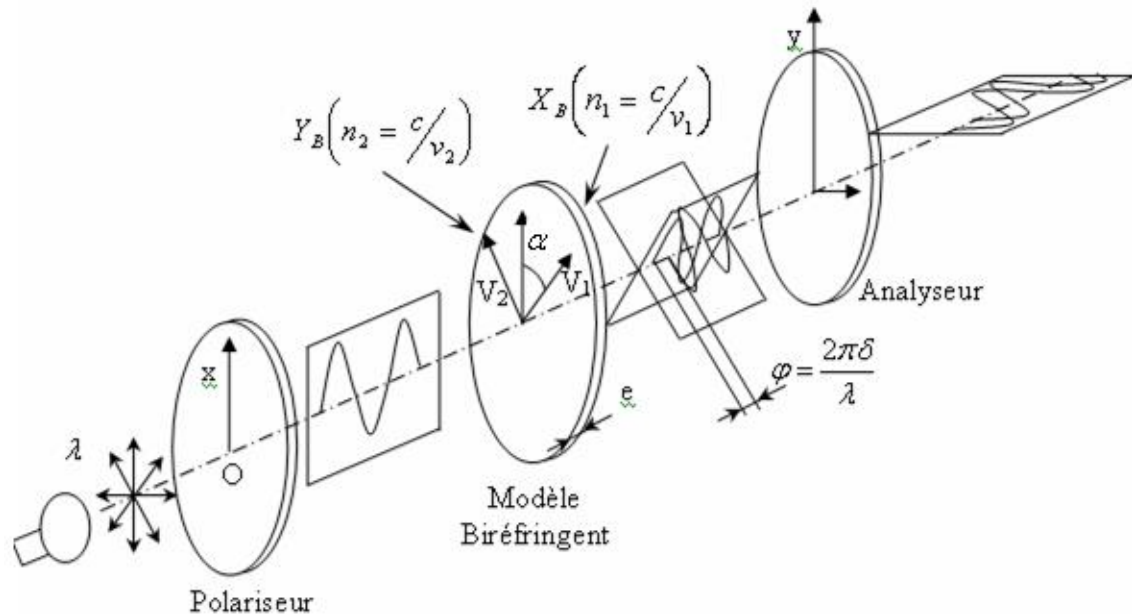


Figure II.7 Polarisateur rectiligne (champ obscur)

Afin de simplifier les calculs, posant $A=1$ et $T = \omega t$ dans la forme précédente de l'amplitude X , l'onde polarisée se présente alors devant le modèle sous forme ($X = \cos T$).

Par rapport aux axes du modèle biréfringent

$$X = \cos \alpha \cos T$$

$$Y = \sin \alpha \cos T$$

Après avoir traversé le modèle, elle subit un retard φ , on a donc à la sortie

$$X = \cos \alpha \cos\left(T - \frac{\varphi}{2}\right), \quad Y = \sin \alpha \cos\left(T + \frac{\varphi}{2}\right)$$

En revenant sur les axes primitifs on aura

$$x = \cos T \cos \frac{\varphi}{2} + \cos 2\alpha \sin T \sin \frac{\varphi}{2}, \quad y = \left(\sin 2\alpha \sin \frac{\varphi}{2} \right) \sin T$$

L'axe du deuxième polaroïd étant croisé avec le premier, seule passe la composante suivant $O\vec{y}$, l'amplitude de l'onde incidente est : $\left(\sin 2\alpha \sin \frac{\varphi}{2} \right)$

L'intensité « I » de la lumière varie comme le carré de cette amplitude on aura donc

$$I = \left(\sin 2\alpha \sin \frac{\varphi}{2} \right)^2 = \sin^2(2\alpha) \sin^2 \left(\frac{\pi \delta}{\lambda} \right) \quad (\text{II.5})$$

Cette intensité est nulle pour :

- $\sin 2\alpha = 0$: les lieux d'extinction correspondants sont les isoclines.

La condition $\sin 2\alpha = 0$ en un point du modèle signifie qu'en ce point les directions des contraintes principales sont parallèles aux deux directions perpendiculaires de polarisation du polariseur et de l'analyseur. Cette propriété est indépendante de la longueur d'onde, de l'épaisseur et du caractère biréfringent du modèle.

Le lieu de ses points de même direction de contraintes principales apparaît sous forme de ligne noire appelée isocline.

En faisant varier les orientations de l'analyseur et du polariseur (ceux-ci restant croisés), on obtient le réseau d'isoclines. La détermination des isoclines n'a pas un grand intérêt mais elle sert en réalité d'étape intermédiaire pour obtenir (par une construction graphique) les lignes isostatiques : lieux d'égale valeur de contrainte principale. La carte des isostatiques s'avère utile pour les problèmes d'optimisation de forme d'une pièce ou pour le placement de jauges de contrainte.

- **Exploitation des isoclines**

Les directions principales des contraintes sont utiles soit pour des considérations théoriques soit en vue de mesures ultérieures par séparation oblique ou par jauges de contraintes.

Les isoclines relevées par procédé photoélastique sont représentées avec la valeur de l'angle correspondant par rapport à une référence.

On peut tracer les trajectoires des contraintes principales appelées aussi isostatiques à partir de la connaissance des isoclines.

- **Propriétés des isoclines**

1. Les isoclines ne se coupent jamais (sauf dans les points isotropes où les contraintes principales sont les mêmes dans toutes les directions).
2. Un contour libre d'une pièce est une isocline
3. Un axe qui est symétrique simultanément à l'application de la charge et à la pièce coïncide avec une isocline.

- **Elimination des isoclines**

En lumière polarisée plane, les deux types de frange (isoclines et isochromes) coexistent d'une manière indiscernable, ceci peut fausser l'étude, ce qui nous conduit à supprimer les franges isoclines par l'utilisation d'une onde polarisée circulaire pour laisser place aux isochromes ; ainsi la répartition des contraintes dans le modèle est obtenue. Pour ce faire, il suffit de placer entre le polariseur et le modèle

d'une part, entre le modèle et l'analyseur d'autre part une « lame quart d'onde » dont les axes sont à $\alpha = \frac{\pi}{4}$ de ceux du polariseur [23].

- **Tracé des trajectoires des contraintes principales**

Les isoclines nous donnent l'ensemble des points parallèles ou perpendiculaires à une direction repérée sur le polaroid.

Ceci ne donne pas une bonne image de l'orientation des contraintes principales. Pour mieux voir les trajectoires des contraintes principales on trace les lignes isostatiques.

Définition : Une isostatique est une courbe telle qu'en chacun de ses points l'une des directions principales lui est tangente l'autre normale. Les isostatiques constituent donc deux réseaux de courbes orthogonales.

Tracé

Le tracé des isostatiques ou des trajectoires des contraintes principales peut être construit directement à partir du tracé des isoclines. On peut procéder comme le montre l'exemple ci-dessous.

Le réseau des isoclines a été relevé de 10 en 10 degré (figure II.8)

Dans cette construction, les trajectoires des contraintes principales débutent par des points arbitrairement espacés A, B, C, D, E sur l'isocline de paramètre zéro. Les lignes repérées par (1) et orientées à zéro degré à partir de la normale coupent l'isocline de paramètre 10 degrés en A', B', C', D'.

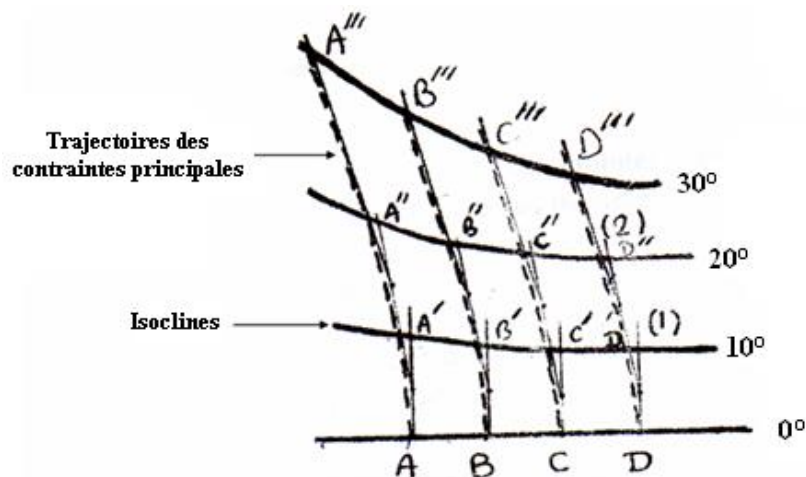


Figure II.8: Tracé des isostatiques [23]

Du milieu des lignes (1) on trace de nouvelles lignes (2) inclinées de 10 degrés par rapport à la normale.

Ces lignes (2) coupent l'isocline de paramètre 20 degrés en A'', B'', C'', D''

Ces lignes (3) coupent l'isocline de paramètre 30 degrés en A''', B''', C''', D'''.

Cette opération est répétée jusqu'à ce que le champ entier soit couvert.

Les trajectoires des contraintes principales est la tangente aux lignes (1), (2), (3), (4) représentée par les pointillées sur la figure II.8.

- **Propriétés des isostatiques**

Pour avoir une idée sur la variation des contraintes principales sans faire de calculs au préalable, la réponse se trouve dans l'allure des rayons de courbure des isostatiques.

Lorsque une isostatique présente une forte courbure, la contrainte principale qui lui est perpendiculaire varie rapidement dans le voisinage de cette région.

Cette variation est d'autant plus rapide que le rayon de courbure est plus faible.

Lorsque sur une portion de la courbe, un isostatique est rectiligne la contrainte principale qui lui est perpendiculaire reste constante.

- **Points isotropes**

Lorsqu'en un point du modèle toutes les contraintes sont égales et toutes les directions sont principales, ce point est appelé point isotrope. Ceci est équivalent à une pression hydrostatique.

- **Points singuliers**

Le point singulier est un point isotrope particulier où les contraintes principales sont nulles. Il se trouve généralement sur le contour des pièces sollicitées.

➤ $\sin \frac{\varphi}{2} = 0$: les lieux d'extinction correspondants sont les isochromes.

Cette condition se traduit par : $\varphi = 2\pi N$ avec $N = 1, 2, 3, \dots$

Le lieu des points pour lesquels $N=1$ constitue la frange de 1^{er} ordre. Ceux pour lesquels $N=2$ sont situés sur la frange de second ordre et ainsi de suite.

L'observation de ces isochromes est différente suivant que l'on opère en lumière blanche ou en lumière monochromatique.

On sait que : $\varphi = \frac{2\pi\delta}{\lambda}$ avec $\delta = C e (\sigma_1 - \sigma_2)$

On a donc :

$$\sigma_1 - \sigma_2 = \frac{\delta}{C e} = \frac{\varphi \lambda}{2\pi e C} = \frac{2\pi N \lambda}{2\pi e C} = \frac{N \lambda}{C e}$$

La frange ou l'isochrome d'ordre N , qui dépend de la longueur d'onde, est un lieu d'extinction des points vérifiant :

$$\sigma_1 - \sigma_2 = \frac{N \lambda}{C e} \quad (\text{II.6})$$

Le rapport $\frac{\lambda}{C e}$ est habituellement désigné par la lettre f et dénommé constante de frange pour le matériau du modèle utilisé correspondant à la longueur d'onde λ qui sera employée sur le banc photoélasticimétrique.

On peut donc exprimer la loi de Maxwell sous la forme suivante :

$$\sigma_1 - \sigma_2 = \frac{N}{e} f \quad (\text{II.7})$$

Sur un polariscope à analyseur et polariseur parallèles avec lames quart d'ondes, ceci est vérifié quand :

$$\sigma_1 - \sigma_2 = \frac{2N + 1}{2e} f \quad (\text{II.8})$$

Pour une valeur donnée de λ , l'isochrome d'ordre N correspond à une ligne d'égale valeur de $\sigma_1 - \sigma_2$, c'est-à-dire, à un facteur 1/2 près, à une ligne d'égale valeur du cisaillement maximum, puisque

$$\tau_{\max} = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} \quad (\text{II.9})$$

Les isochromes ne dépendent dans ce cas que de la contrainte et par conséquent, ne se déplacent pas.

Lors de l'analyse des contraintes, La différence des contraintes $(\sigma_1 - \sigma_2)$ donnée par les formules (II.7) ou (II.8) est suffisante dans de nombreux cas pratiques, en particulier :

- a) Partout où l'état de contraintes est nécessairement uniaxial $\sigma_1 = 0$ ou bien $\sigma_2 = 0$ c'est le cas sur les bords libres des modèles et des revêtements photoélastique. Ces zones sont d'ailleurs les plus intéressantes, d'un point de vue pratique puisque c'est le long de ces bords que l'on trouve généralement les concentrations de contraintes les plus importantes.
- b) Partout où le rapport des contraintes principales est connu à priori du fait de la géométrie de la structure ou du mode de chargement, par exemple flexion, traction ou compression pure, torsion, enceinte minces sous pression, etc....
- c) Partout où le critère limite de résistance du matériau et celui du cisaillement maximum comme c'est le cas des matériaux ductiles.

II.5.4.3 Constantes de frange (f)

Les lois d'optiques que nous avons vues comprennent des coefficients de sensibilité obtenue empiriquement. Ces coefficients sont des facteurs de proportionnalité entre les ordres de frange et les niveaux de déformations ou de contraintes qui sont la cause. Comme c'est le cas ici pour la constante de frange.

En effet d'après l'équation de MAXWELL.

$$\sigma_1 - \sigma_2 = \frac{N}{e} f \Rightarrow f = \frac{e}{N} (\sigma_1 - \sigma_2) \quad (\text{II.10})$$

On voit bien que la connaissance du coefficient (f) est nécessaire pour le calcul de $(\sigma_1 - \sigma_2)$

Définition

La constante de frange (f) est le rapport entre la différence des contraintes principales sur l'unité d'ordre de frange en un point du modèle ayant comme épaisseur l'unité.

Remarque : En champ obscur les bandes noires correspondent aux ordres de frange entier; en champ clair, les bandes noires quant à elles correspondent aux $\frac{1}{2}$ d'ordres de frange, c'est-à-dire (1/2, 3/2...).

II.6 Observation des isochromes

Le réseau d'isochromes est analysé en repérant la valeur de l'ordre de frange N (N : entier en champ sombre, N : demi-entier en champ clair)

L'observation des isochromes est différente suivant que l'on opère en lumière blanche ou en lumière monochromatique.

En lumière blanche, toutes les couleurs du spectre de la lumière naturelle sont représentées et le phénomène de biréfringence accidentelle produit sur l'écran des franges colorées.

Chaque ligne isochrome apparaît avec une teinte spécifique selon la position qu'elle occupe dans le modèle contraint alors que l'ordre zéro est toujours noir. Voir ci après le résultat obtenu sur un disque sous compression.

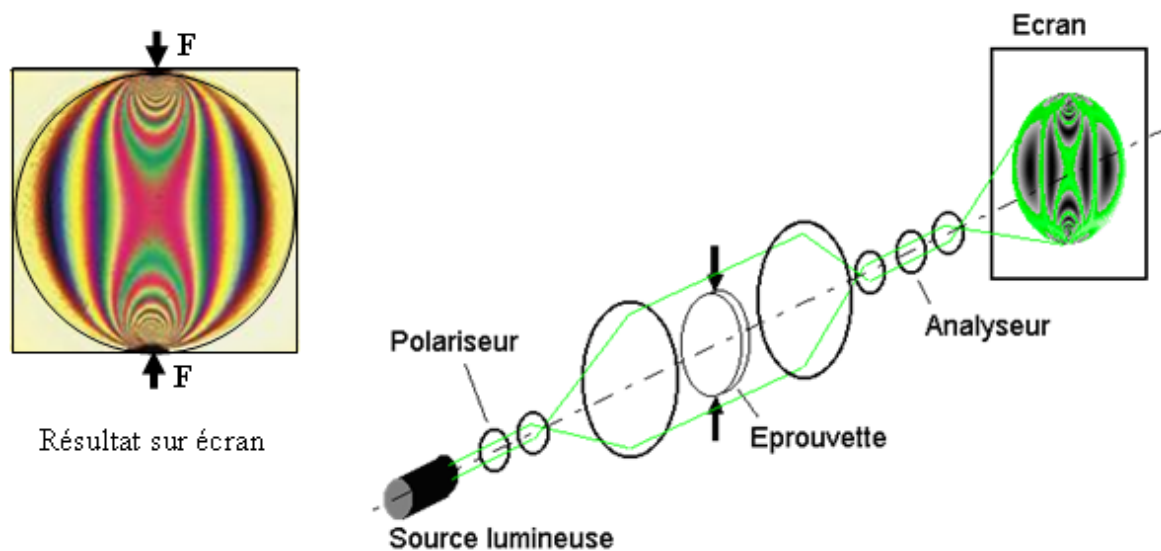


Figure II.9 : Observation des franges isochromes générées sur un modèle disque soumis à des forces de compression F sur un polariscope à transmission [20].

En lumière monochromatique, l'ordre zéro correspond à la première frange qui apparaît (absence de chargement)

Dans le cas d'un polariscope rectiligne, l'analyse des isochromes est rendue difficile du fait de la présence des lignes isoclines noires. Pour visualiser uniquement les isochromes, on ajoute les lames quart

d'onde entre l'analyseur et le polariseur. On obtient une polarisation circulaire. La figure II.10 illustre un exemple d'images isochromes en champ sombre et en champ clair d'un disque en compression.

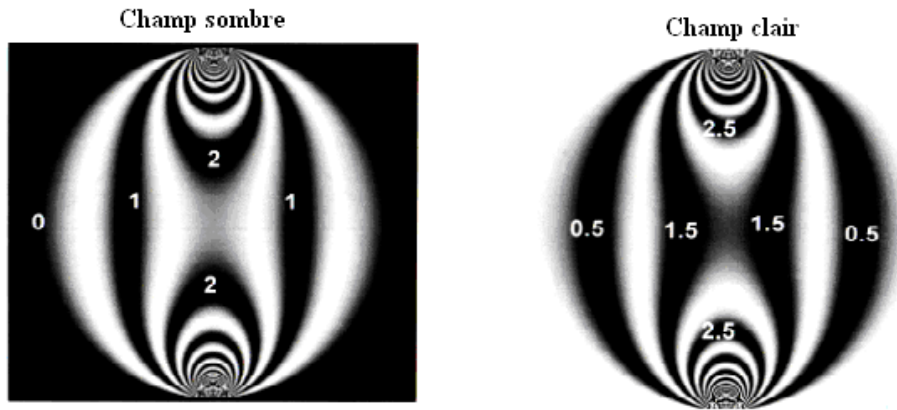


Figure II.10 : visualisation du champ d'isochromes d'un disque en compression (polariscope circulaire) [20].

II.7 CONCLUSION

Dans ce chapitre on a rappelé essentiellement le phénomène de biréfringence utilisé en photoélasticité bidimensionnelle pour analyser des contraintes dans les modèles sollicités. On a expliqué aussi le principe du polariseur qui permet d'utiliser ce phénomène de biréfringence en lumière plane ou en lumière circulaire. Les franges isoclines et les franges isochromes ainsi obtenues permettent de déterminer respectivement les directions des contraintes principales et les valeurs des contraintes de cisaillement maximales dans les modèles étudiés.

*Chapitre III**ANALYSE NUMÉRIQUE ET EXPÉRIMENTALE DES CONTRAINTES
FIGÉES DANS UNE POUTRE EN FLEXION TROIS POINTS.*

III.1 Introduction

Avant d'aborder le problème tridimensionnel du contact mécanique à l'aide de la méthode de figeage et découpage mécanique, on commencera d'abord par traiter un problème bidimensionnel. On utilisera ici la méthode développée par G.Oppel pour figer les contraintes dans le volume du modèle.

Une fois les contraintes figées dans le volume du modèle, on examinera ensuite le modèle dans un polariscope circulaire ou rectiligne pour déterminer les contraintes.

L'objectif de cette partie du travail est d'appliquer les deux méthodes, expérimentale et numérique pour analyser des contraintes figées d'une poutre en flexion trois points. La méthode expérimentale utilisée est une méthode non destructive.

La comparaison des résultats, se fera d'une part par la superposition des courbes de la variation des différentes contraintes principales, suivant l'axe de symétrie vertical passant par le point de contact, obtenu par les deux méthodes, et d'autre part en analysant les images des isochromes relevées sur le polariscope et les images obtenues numériquement avec le logiciel CASTEM et traitées avec le logiciel Photoshop.

III.2 Essai de flexion trois points

L'essai de flexion est souvent utile pour mesurer les caractéristiques mécaniques d'un matériau, tels que le module de Young, la résistance en flexion et la flèche maximale.

Principe

Le principe de cet essai consiste à mettre une éprouvette, reposant sur deux appuis cylindriques, sous chargement imposé au milieu de cette dernière (Fig. III.1).

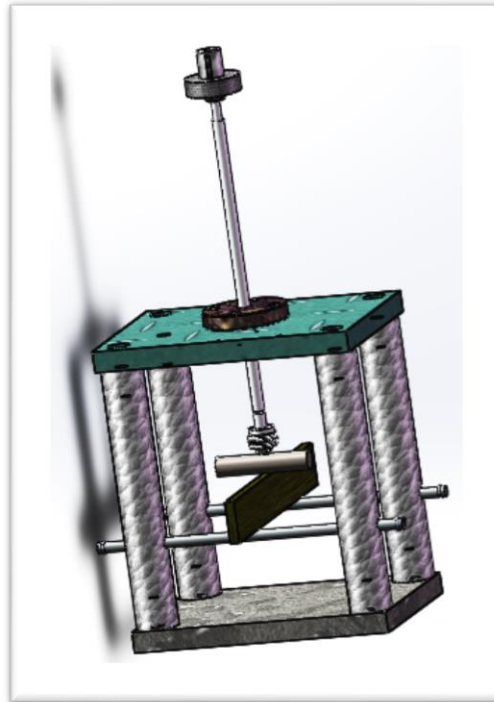


Figure III.1 : Dispositif expérimental d'une poutre en flexion trois points

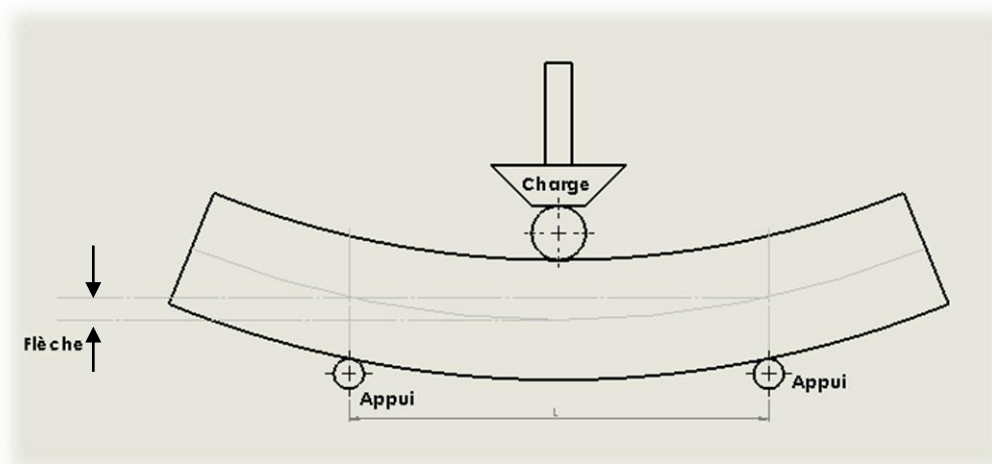


Figure III.2 : Epreuve en flexion

La valeur de la contrainte à la rupture d'une éprouvette à section rectangulaire, la flèche maximale et le module d'élasticité E sont obtenus par le calcul suivant :

Soit une poutre de longueur L , de section droite constante, de hauteur h et de moment d'inertie I , qui supporte en son milieu une charge P (figure III.3).

- **Efforts tranchant (T) :**

$$\text{Entre A et C : si } 0 < x < \frac{L}{2} \quad T = -\frac{P}{2}$$

$$\text{Entre C et B : si } \frac{L}{2} < x < L \quad T = -\frac{P}{2} + P = \frac{P}{2}$$

- **Moments fléchissant (M) :**

Entre A et C : si $0 < x < \frac{L}{2}$, $M = -\frac{P \cdot x}{2}$

Entre C et B : Si $\frac{L}{2} < x < L$, $M = \frac{P \cdot x}{2} + P \left(x - \frac{P}{2} \right) = -\frac{P}{2} (L - x)$

Le moment fléchissant est maximal au milieu de la poutre ($x = \frac{L}{2}$). Donc :

$$M_{max} = \frac{P \cdot L}{4}$$

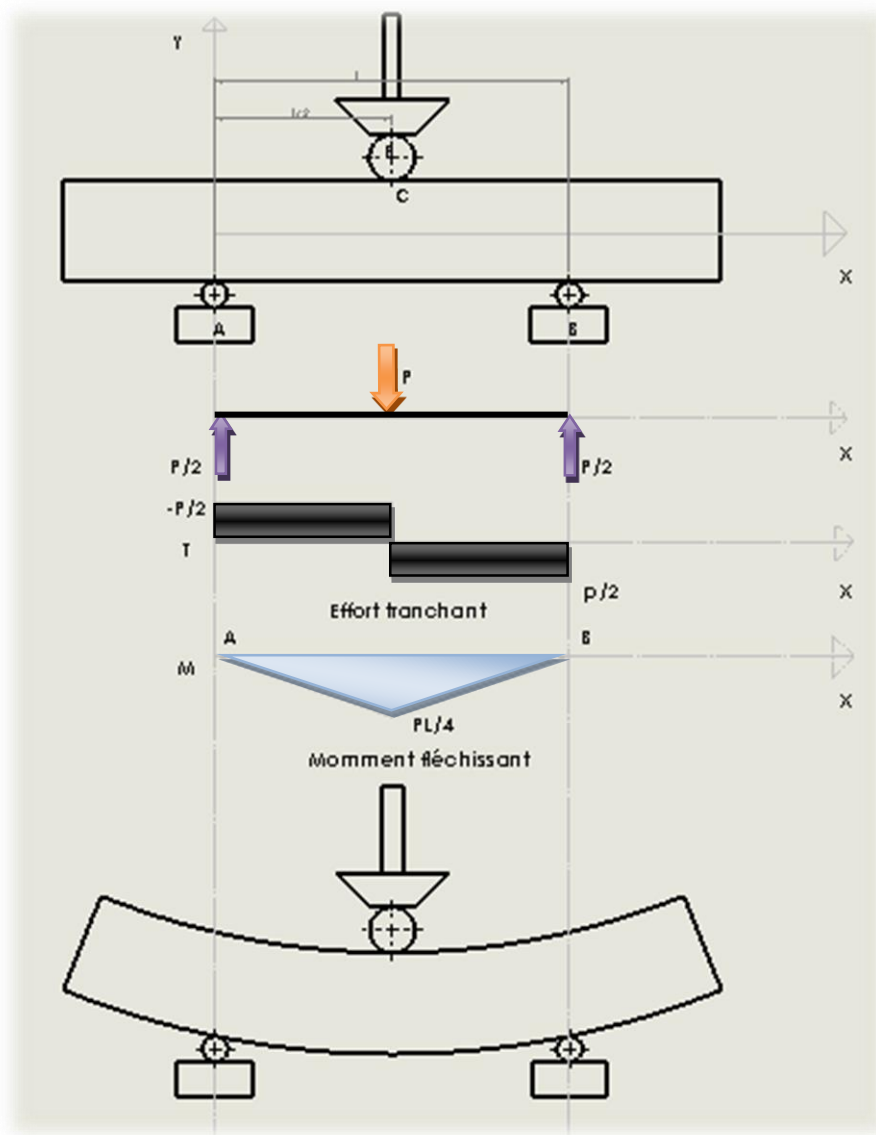


Figure III.3 Diagramme de l'effort tranchant et du moment fléchissant

Calcul de la flèche :

On sait que $y'' = -\frac{M_{fle}}{E \cdot I}$

$$\begin{aligned} \text{Entre A et C :} \quad & \text{Si } 0 < x < \frac{L}{2} \quad M = -\frac{P \cdot x}{2} \\ \text{Donc} \quad & E.I.y'' = -M = \frac{P \cdot x}{2} \end{aligned}$$

La première intégration donne

$$E.I.y' = \frac{P \cdot x^2}{4} + C_1$$

La flèche est maximale pour $x = \frac{L}{2}$, ce qui donne $y' = 0$.

$$\text{D'où : } E.I.y' = \frac{P \cdot x^2}{4} + c_1 = 0 \Rightarrow c_1 = -\frac{P \cdot L^2}{16}$$

$$E.I.y' = \frac{P \cdot x^2}{4} - \frac{P \cdot L^2}{16}$$

Une deuxième intégration donne :

$$E.I.y = \frac{P \cdot x^3}{12} - \frac{P \cdot L^2}{16}x + c_2$$

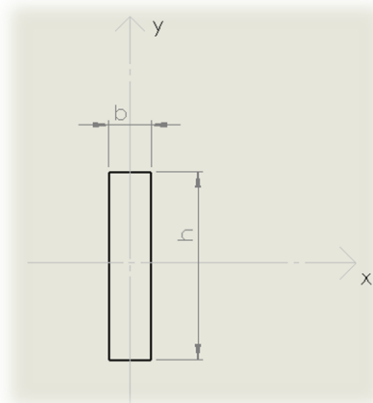
$$\text{Pour } x = 0, y = 0 \Rightarrow c_2 = 0$$

Pour $x = \frac{L}{2}$, la flèche est donné par la relation suivante :

$$y_{max} = -\frac{1}{E.I} \left(\frac{P}{12} \cdot \frac{L^2}{8} - \frac{P \cdot L^2}{16} \cdot \frac{L}{2} \right)$$

$$y_{max} = \frac{P \cdot L^3}{48 \cdot E \cdot I}$$

I : moment d'inertie de la poutre. Pour une section rectangulaire il est donné par la relation suivante :



$$I = \frac{b \cdot h^3}{12}$$

D'où le module de Young est donné par la relation :

$$E = \frac{P \cdot L^3}{48 \cdot I \cdot y_{max}} = \frac{P \cdot L^3}{4 \cdot b \cdot h^3 \cdot y_{max}}$$

$$E = \frac{P \cdot L^3}{4 \cdot b \cdot h^3 \cdot y_{max}}$$

III.1

Avec

P : charge à la rupture.

b : épaisseur de l'éprouvette.

h : largeur de l'éprouvette.

L : distance entre les appuis.

y : flèche maximale.

III.3 Détermination de la constante de frange à l'aide du disque en compression à température de figeage

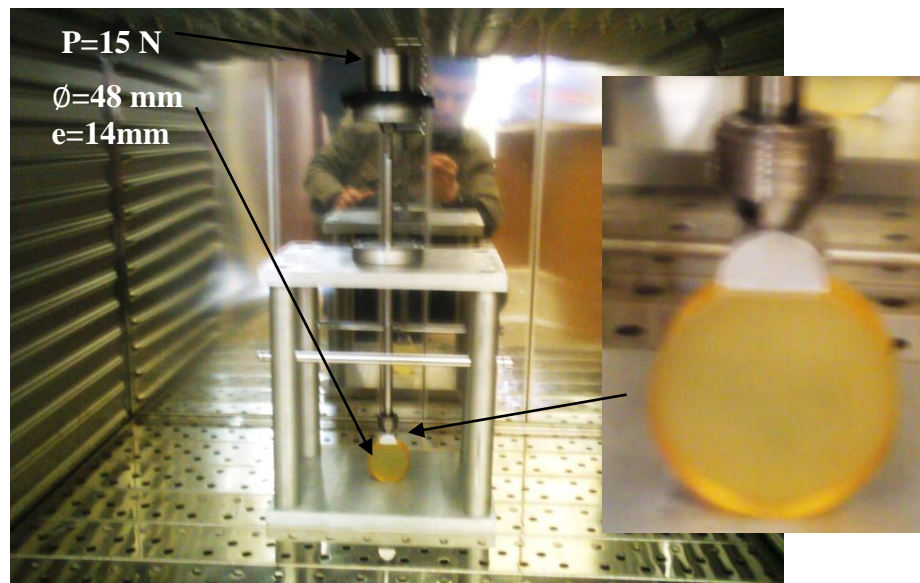


Figure III.4 : Dispositif mécanique d'un disque en compression à l'intérieur de l'étuve

Un test utilisant un disque en compression à l'intérieur de l'étuve a été utilisé pour déterminer la constante de frange à température de figeage (Figure III.4).

Le disque a été porté à 130°C (température de figeage des contraintes) dans l'étuve en augmentant la température de quatre degrés par heure.

Le disque est ensuite chargé en compression par une charge de 15 N.

L'étuve est ensuite réglée pour descendre en température de trois degrés par heure jusqu'à la température ambiante de 22°C.

Les contraintes sont ainsi figées dans le disque et peuvent être exploitées ultérieurement en observant le model en lumière circulaire.

La différence des contraintes principales dans un disque en compression le long du diamètre horizontal est donnée par la relation suivante [24].

$$\sigma_1 - \sigma_2 = \frac{8.P}{\pi.e.D} \frac{(D^4 - 4D^2x^2)}{(D^2 + 4x^2)^2} = \frac{Nf}{e}$$

Avec

P : charge appliquée sur le disque.

D : diamètre du disque

x : distance le long du diamètre du disque mesurée à partir de son centre.

e : épaisseur du modèle

N : ordre de frange

f : constante de frange

La contrainte de frange sera donc donnée par :

$$f = \frac{8.P}{\pi.D.N} \frac{(D^4 - 4D^2x^2)}{(D^2 + 4x^2)^2}$$

La valeur de l'ordre de frange relevée au centre du disque étant de N=2,5 (Figure III.5).

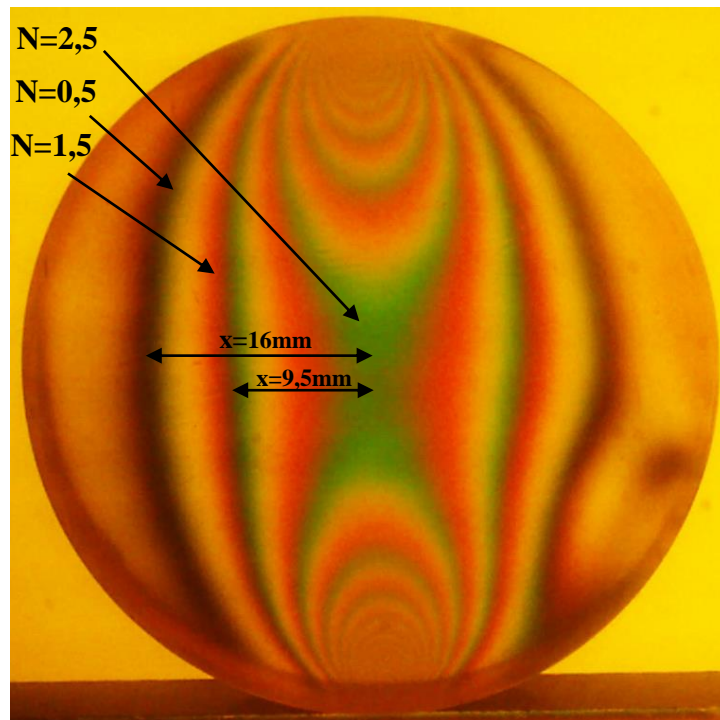


Figure III.5 : Frange isochromes sur le disque en compression

Pour $x = 0$

N=2,5

P=15

$$f = \frac{8.15}{3,14.48.2,5}$$

$$f = 0.318 \text{ N/mm/frange}$$

Pour $x = 16$

$N=0,5$

$P=15$

$$f = \frac{8.15}{3,14.48.0,5} \frac{(48^4 - 4.48^2.16^2)}{(48^2 + 4.16^2)^2}$$

$$f = 0.42 \text{ N/mm/frange}$$

Pour $x = 9,6$

$N=1,5$

$P=10$

$$f = \frac{8.15}{3,14.48.1,5} \frac{(48^4 - 4.48^2.9,6^2)}{(48^2 + 4.9,6^2)^2}$$

$$f = 0.33 \text{ N/mm/frange}$$

$$f_{\text{moy}} = \frac{0.318+0.42+0.33}{3} = 0.36 \text{ N/mm/frange}$$

✚ Calcul de la flèche à température ambiante

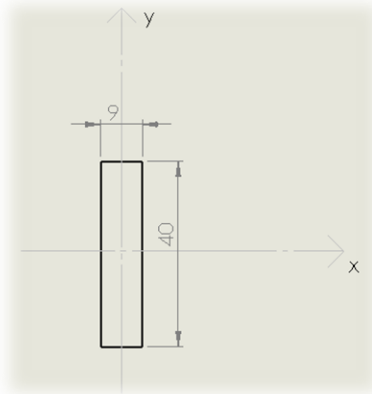
BILEK [10] a déterminé les caractéristiques mécaniques des modèles utilisés; notamment la constante de frange, le module de Young et le coefficient de poisson à température ambiante et à température de figeage. Ces valeurs sont nécessaires pour le calcul analytique et numérique des contraintes, à partir de représentation de la courbe de déformation, la pente de la droite de lissage donne directement la valeur du module de Young. Une valeur avec un essai de compression à température ambiante a été trouvée, cette valeur sera introduite dans les équations de calcul de la flèche (III.1).

Pour ce qui est de la température de figeage, il a utilisé un dispositif expérimental pour déterminer les caractéristiques du matériau à température de figeage (120°) (Tableau III .1).

	Module de Young (E) [MPa]	Coefficient de poisson (ν)	La constante de frange(f) [N/mm/ frange]
A température ambiante	2425	0.37	10.3
A température de figeage	15.9	0.45	0.4

Tableau III .1 : Caractéristique mécanique de l'époxy.

Les données :



$P = 15\text{N}$: charge à la flexion.

$b = 9\text{mm}$: épaisseur de l'éprouvette.

$h = 40\text{mm}$: largeur de l'éprouvette.

$L = 140\text{mm}$: distance entre les appuis.

Puisque le module de Young a été calculé, $E=2425\text{Mpa}$ Donc on peut calculer la flèche maximale.

A partir de l'équation (III.1) on distingue la flèche

$$(III.1) \Rightarrow y_{max} = \frac{P.L^3}{4.b.h^3.E}$$

Application numérique :

$$y_{max} = \frac{15.140^3}{4.9.40^3.2425} = \frac{4116.10^4}{55872.10^5}$$

$$y_{max} = 0,0736\text{mm.}$$

✚ Calcul de la flèche à température de figeage

$E=15.9\text{MPa}$.

A partir de l'équation (III.1) on distingue la flèche

$$(III.1) \Rightarrow y_{max} = \frac{P.L^3}{4.b.h^3.E}$$

Application numérique :

$$y_{max} = \frac{15.140^3}{4.9.40^3.15,9} = \frac{4116.10^4}{366336.10^2}$$

$$y_{max} = 1,123\text{mm}$$

III.4 Essai de flexion trois point à température de figeage

Ce test est effectué sur une éprouvette rectangulaire reposant sur deux appuis cylindriques à l'intérieure de l'étuve. Avant de figer les contraintes, il est nécessaire de vérifier la présence des contraintes résiduelles à l'aide d'un polariscopes. Afin d'éliminer ses contraintes résiduelles on soumet l'éprouvette à un cycle thermique (recuit) dans l'étuve.



Figure III.6 : Visualisation de la poutre en flexion sur le polariscopes en champ sombre

Dans la figure III.6, l'éprouvette rectangulaire n'a pas de contraintes résiduelles donc on passe à une autre étape.

Nous appliquons maintenant les étapes suivantes :

1. Il faut connaître la température de transition vitreuse ou la température de figeage qui dans notre matériau est de 130°C .
2. Il faut connaître le traitement thermique (la trempe, le revenu, le recuit) nous nous intéresserons au recuit car c'est le seul cycle qui élimine les contraintes résiduelles et qui fige les contraintes.

3. Il faut connaître aussi la vitesse de chauffage, de maintien et de refroidissement.

- Chauffage de la $T = 22^{\circ}\text{C}$ jusqu' à la $T^{\circ} = 130^{\circ}\text{C}$ pendant 26 heures (4°C/h) ;
- Maintien isothermique à cette T° , de durée variable, ou des oscillations autour de cette $T^{\circ} = 130^{\circ}$ pendant 4 heures (3°C/h).
- Refroidissement lent $T^{\circ} = 130^{\circ}\text{C}$ jusqu' à la température ambiante est $T^{\circ} = 22^{\circ}\text{C}$ pendant 28 heures (3°C/h).

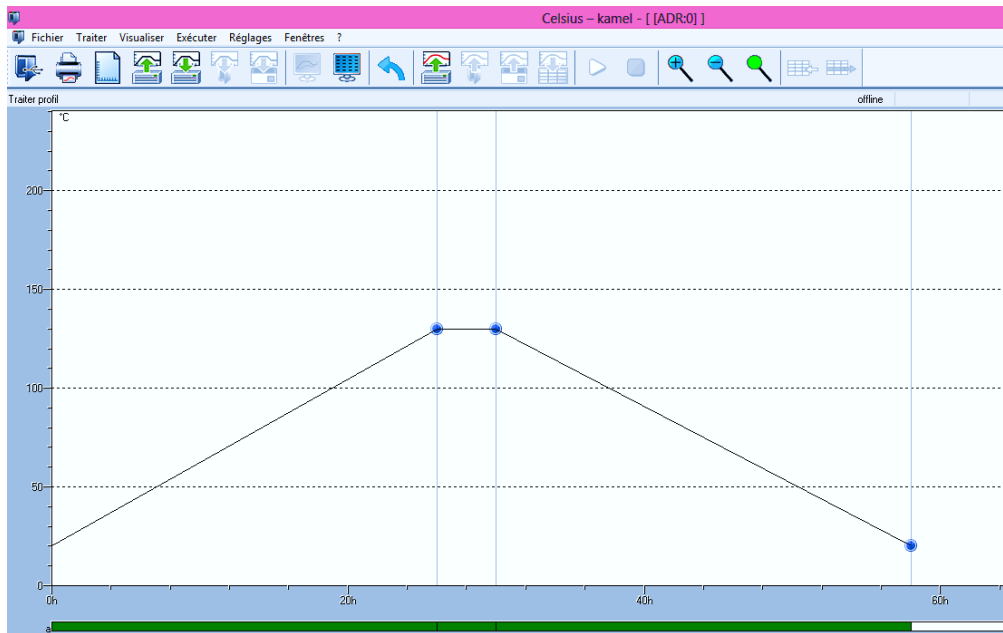


Figure III.7 : Traitement thermique pour figer des contraintes (Graphique).

Le tableau ci-dessous résume les paramètres du traitement thermique :

	Heure hh:mm	Durée hh:mm	Temp °C	Type	a
1	26:00	26:00	130.0	next	<input checked="" type="checkbox"/>
2	30:00	4:00	130.0	next	<input checked="" type="checkbox"/>
3	58:00	28:00	20.0	end	<input checked="" type="checkbox"/>
4					<input type="checkbox"/>

Figure III.8 : Traitement thermique pour figer des contraintes (Tableau).

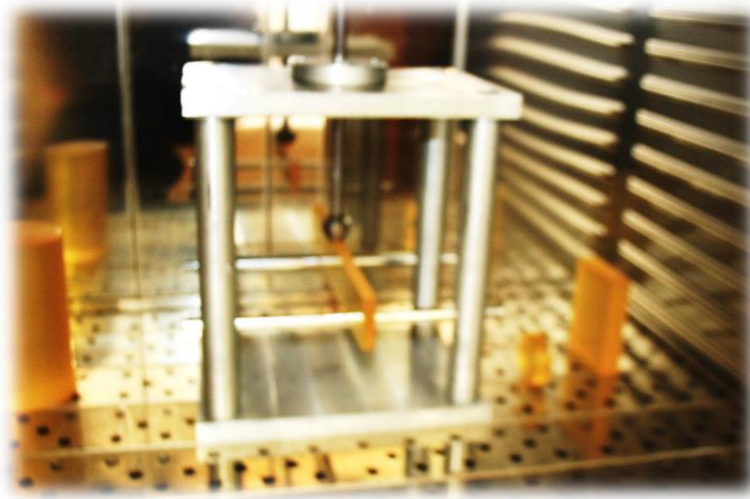


Figure III.9 : Le dispositif à l'intérieur de l'étuve

La figure III.9 montre le dispositif qu'on a réalisé (annexe A) à l'intérieur de l'étuve pour un essai d'une poutre en flexion trois points afin de figer les contraintes. D'autre part, on a d'autres modèles à l'intérieur de l'étuve, le cylindre, le disque et le plan. Tout pour éliminer les contraintes résiduelles en même temps.

III.4.1 Résultat obtenu dans la phase expérimentale

Une fois le cycle thermique est terminé, on va mettre l'éprouvette entre l'analyseur et le polariseur du polariscope en faisant des photos pour comparer aussi les résultats expérimentales avec les résultats numériques.



Figure III.10 : Visualisation des contraintes figées sur le modèle en champ clair

III.4.2 Différence de contraintes principales suivant l'axe de symétrie vertical

Pour la détermination de la variation de la différence des contraintes principales, on doit d'abord visualiser le réseau d'isochromes sur le polariscope, ici en lumière monochromatique et en champs clair. Puis repérer chaque frange avec son ordre correspondant et en appliquant les lois de Maxwell, on détermine ces contraintes.

III.4.3 Visualisation du réseau d'isochromes sur le modèle en champ clair

On définit le segment [AB] au niveau du plan de symétrie du modèle donné avec les isochromes visualisés où A désigne le point de contact et B un point du bord comprimé.

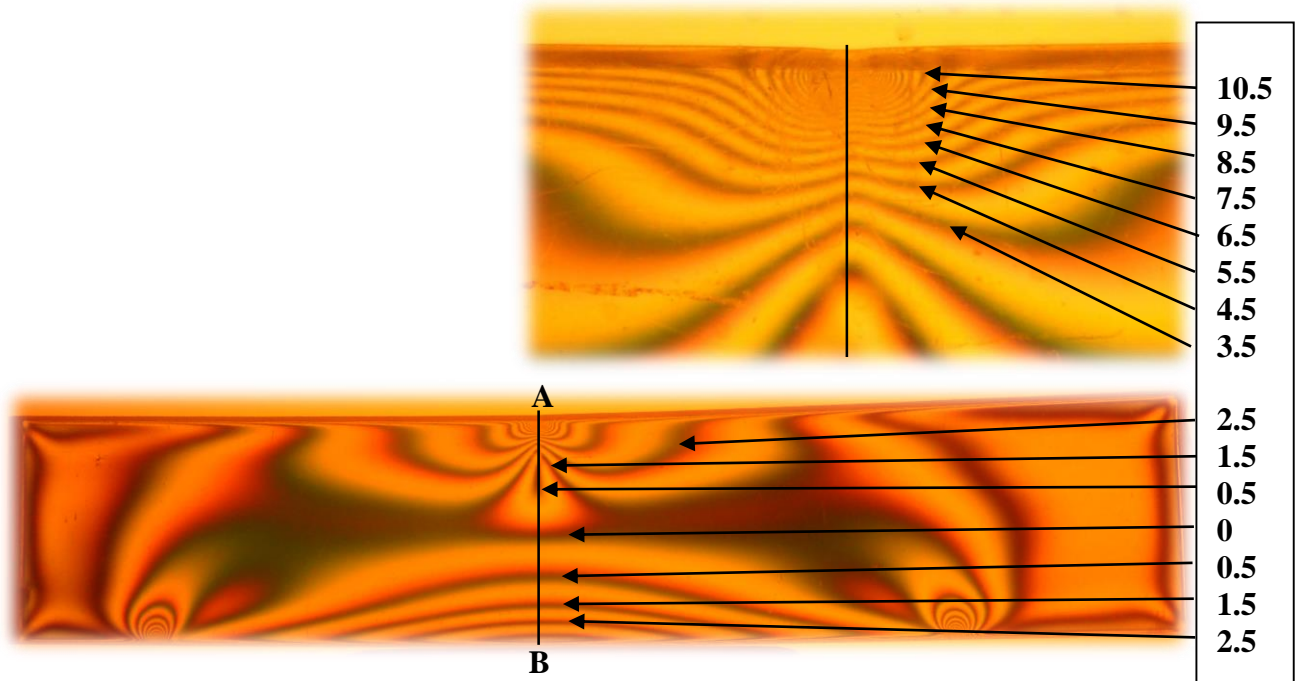


Figure III.11 : Réseau d'isochromes sur le modèle

La Différence des contraintes suivant le segment [AB] est donnée par la relation de Maxwell :

$$\sigma_1 - \sigma_2 = \frac{N \cdot f}{e}$$

Avec :

N : Ordre de frange

f : Constante de frange

e : Epaisseur du modèle

A l'intersection du segment [AB] avec les franges isochromes, on relève les distances correspondantes par rapport au point de contact. Sachant qu'on a utilisé un champ clair, la première frange, en partant du bord libre supérieur correspond à une valeur d'ordre de frange $N=0$. Les autres franges peuvent ensuite être repérées (Figure III.11) sur toute la surface du modèle. Ces valeurs sont portées sur un tableau à partir duquel on trace le graphe de l'évolution de la différence des contraintes principales.

III.4.4 Calcul des valeurs de la différence des contraintes principales sur le segment [AB]

Les résultats obtenus sont données sur le tableau suivant :

$f = 0,36 \text{ N/mm/frange}$; $e = 9 \text{ mm}$

N : Ordre de frange	La distance sur l'image (mm)	Distance réelle (mm)	Différence des contraintes (MPa)
6,5	3,76	2,51	0,26
5,5	4,33	2,88	0,22
4,5	5,00	3,33	0,18
3,5	5,85	3,9	0,14
2,5	7,03	4,68	0,1
1,5	9	6	0,06
0,5	15,5	10,33	0,02
0	29	19,33	0,0001
0,5	39,5	26,33	0,02
1,5	47,5	31,66	0,06
2,5	52	34,66	0,1

Tableau III.2 : Valeurs de la différence de contraintes relevées expérimentalement

Les variations de la différence des contraintes principales est donnée par la courbe suivante :

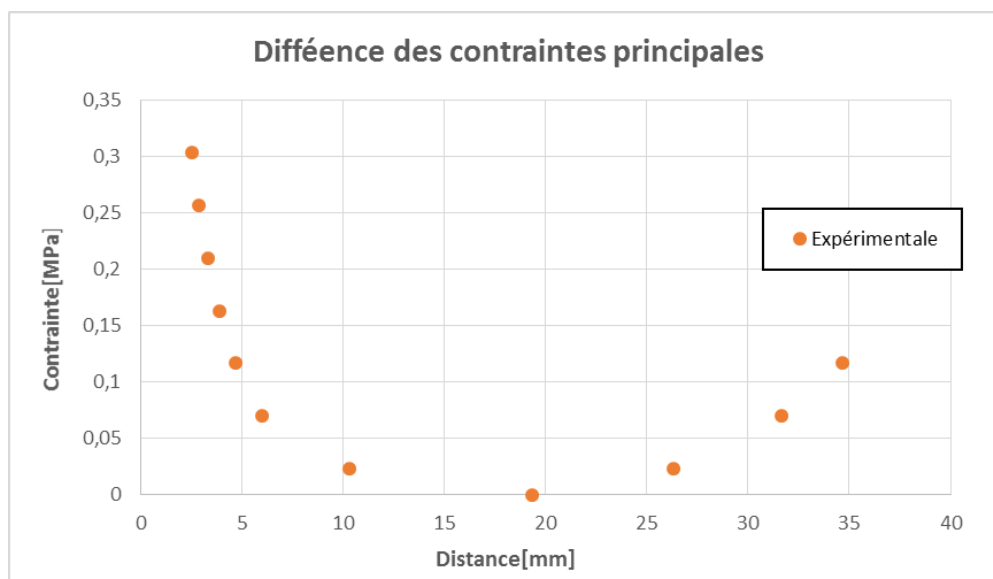


Figure III.12: Courbe de variation de la différence des contraintes principales

III.4.5 Visualisation des franges isoclines :

En faisant tourner les deux polaroïds simultanément on visualise les franges isoclines (figure III.13) qui apparaissent une à une suivant l'angle de rotation. On remarque qu'en faisant tourner les deux polaroïds, les franges isoclines apparaissent en zones sombres très visibles sur les images et qui changent de position suivant l'angle de rotation. On rappelle que les isoclines ne dépendent pas de l'intensité du chargement, donc l'étude relative aux isoclines se fera pour un seul cas de chargement.

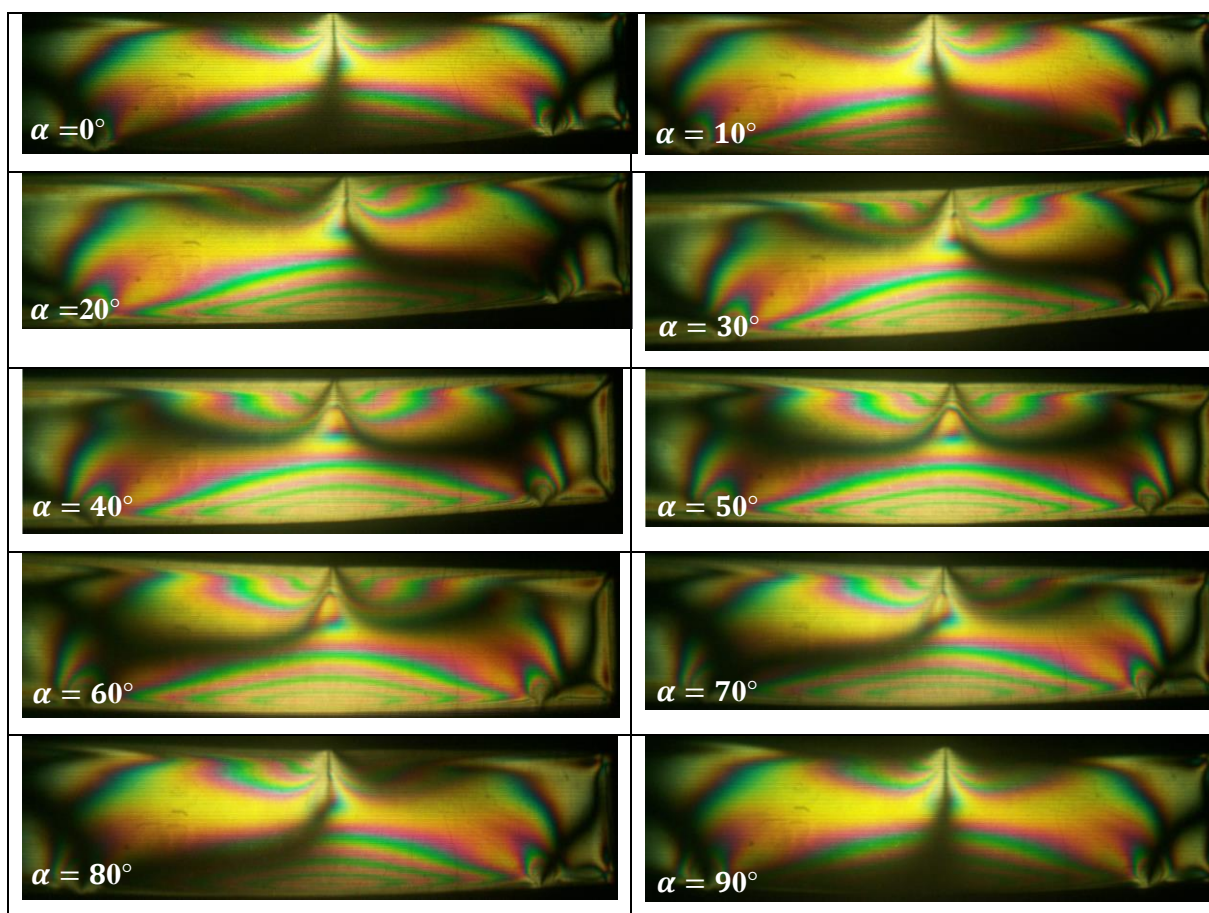


Figure III.13: Relevé des isoclines par rotation des polaroïds par pas de 10 Degrés

III.4.6 Exploitation des isoclines pour tracer les isostatiques

L'exploitation des isoclines permet de déterminer les directions principales des contraintes. On peut tracer les trajectoires des contraintes principales appelées aussi isostatiques à partir de la connaissance des isoclines. La figure III.14 représente le tracé de chaque isocline correspondant à l'angle de rotation des deux polaroïds, qui dans ce cas correspond à un pas de 10 degrés.

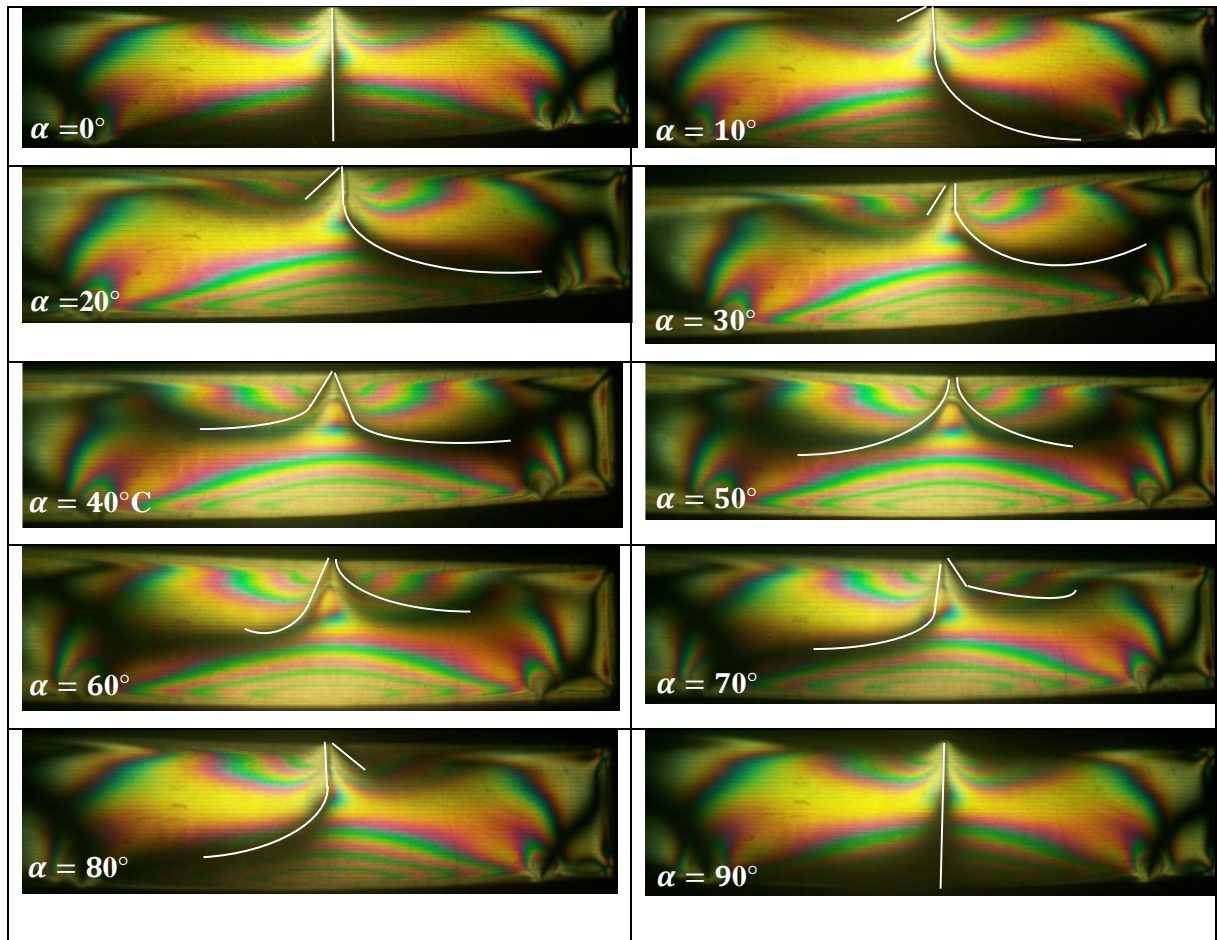
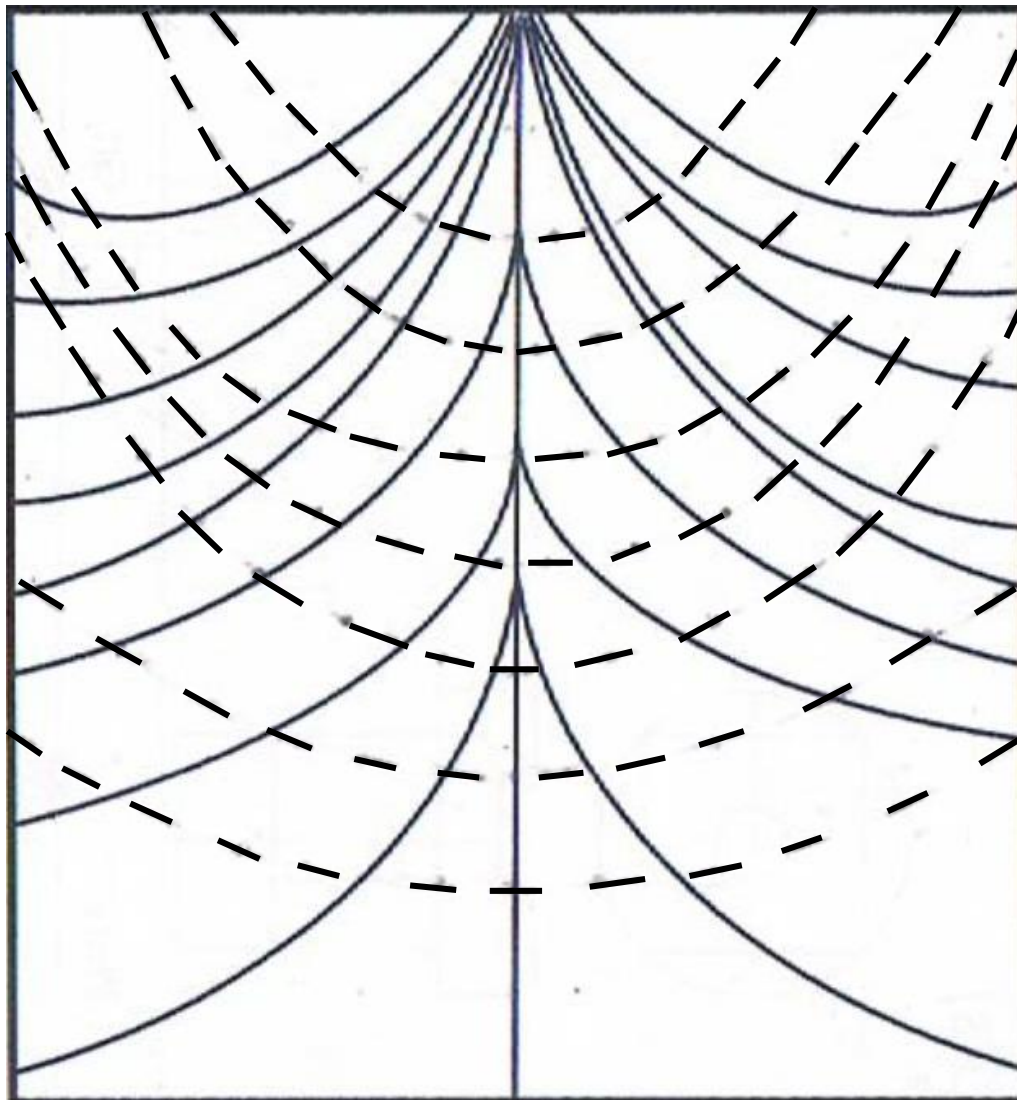


Figure III.14 : Localisation des isoclines correspondant aux directions principales

On rassemble d'abord toutes ces isoclines sur la même figure (Figure III.14). Les trajectoires des isostatiques débutent par des points arbitrairement espacés A, B, C, D et E sur l'isocline correspondant à 0° . A partir de ces points on trace des lignes orientées de 10° par rapport à la normale. Les lignes coupent l'isocline suivante correspondant à 10° en A', B', C', D', E'...etc. Du milieu de ces lignes on trace des nouvelles lignes inclinées de 10° par rapport à la normale. On répète cette opération jusqu'à ce que le champ entier soit couvert (figure III.15). La figure III.16) représente les isoclines et les isostatiques tracées manuellement.



----- Isostatiques

————— Isoclines

Figure III.16 : Isoclines et isostatiques pour la flexion trois points.

III.5 Étude Numérique :

Une analyse par éléments finis conduite avec le logiciel CASTEM est utilisée pour obtenir le champ des contraintes développées à l'intérieur du Modèle. Dans les calculs par éléments finis, on a considéré le comportement du modèle isotrope et élastique.

Le maillage a été raffiné au voisinage du contact (Figure III.17) pour obtenir une meilleure approximation.

Dans notre cas le chargement est appliqué au milieu de la poutre posée au point C. Les deux appuis A et B sont les conditions aux limites.

La figure III.17 représente le modèle éléments finis d'une poutre en flexion trois points avec la surface maillée.

La valeur correspond approximativement à la charge imposée par unité de longueur pour l'étude expérimental et analytique qui est de $15/9 = 1,66$ N/mm. Sachant que 9 mm est l'épaisseur du modèle.

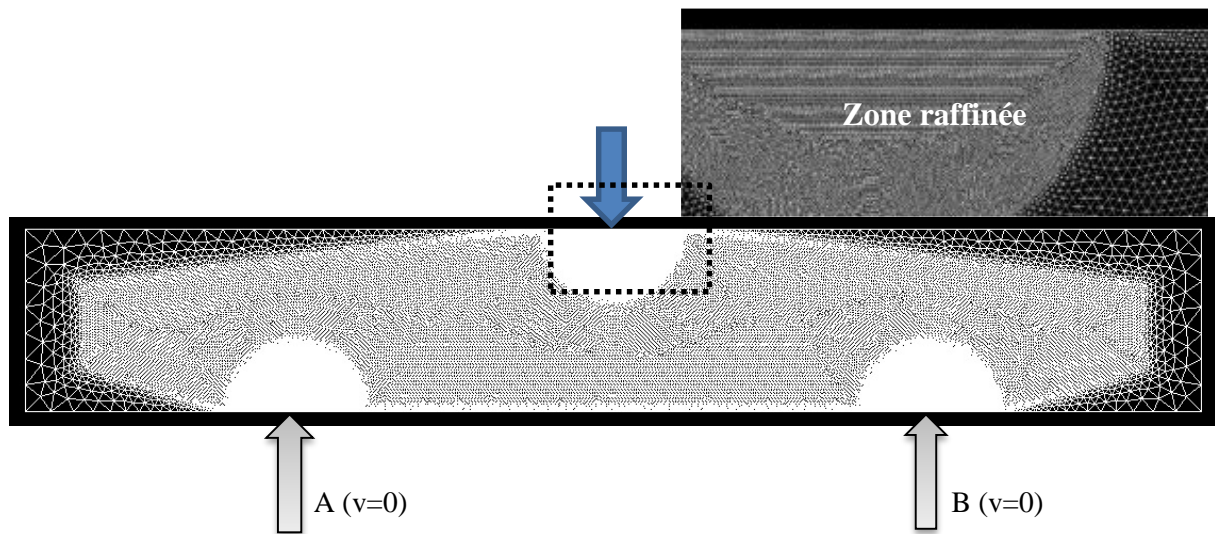


Figure III.17: Modèle éléments finis de la poutre en flexion trois points

L'opérateur DEFORME construit la déformée de la structure à partir de la géométrie initiale et du champ de déplacement. Le maillage initial est représenté en couleur blanche et la déformée en couleur rouge (Figure III.18).

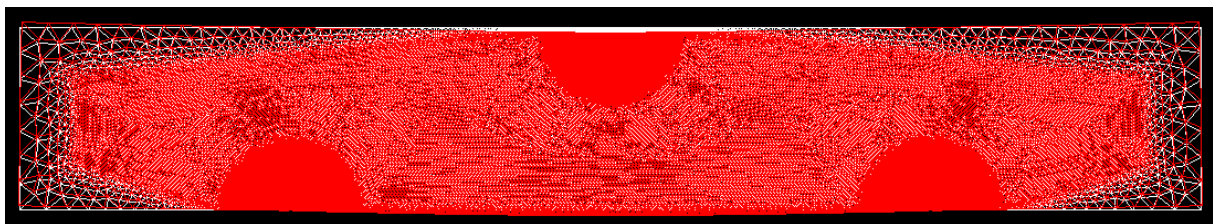


Figure III.18: Représentation de la déformée

La figure III.19 représente les isochromes calculées numériquement qui sont tracées avec une échelle de couleur dont le bleu correspond aux franges noires relevées sur le polariscope en champ clair et la couleur rouge correspond aux franges blanches. La figure III.20 représente les isochromes traitées à l'aide du logiciel Photoshop qui donne une échelle de couleur en noir et blanc.

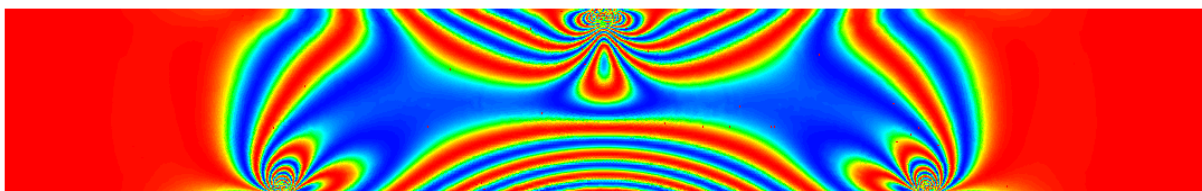


Figure III.19 : Tracé des isochromes

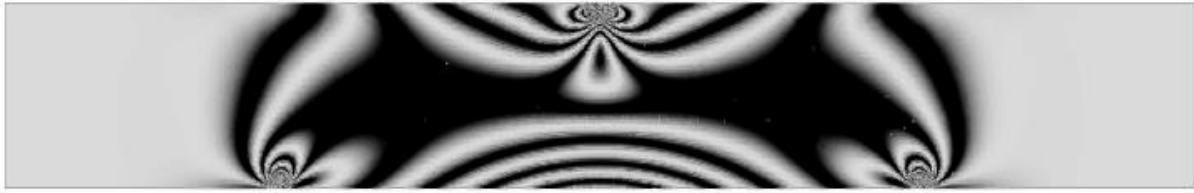


Figure III.20 : Tracé des isochromes traitées avec Photoshop

Le programme nous donne la valeur de $\sin^2(2\alpha)$ en chaque point du modèle, ce qui permet de tracer les isoclines qui correspondent à $\sin^2(2\alpha) = 0$. On simule la rotation des polaroids en augmentant successivement l'angle isocline de 10 degrés. La figure III.21 représente les différentes franges isoclines obtenues pour les différentes valeurs de l'angle isocline (0, 10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80 et 90 degrés). La figure III.22 représente le traitement de ces isoclines par Photoshop.

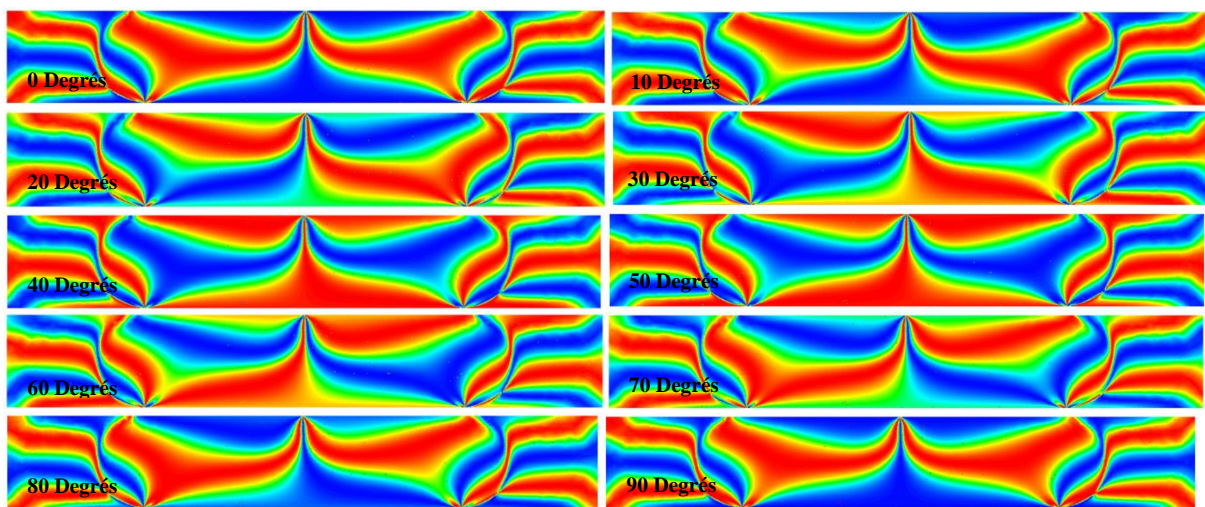


Figure III.21: Tracé par pas de 10 degrés de l'angle isoclines α

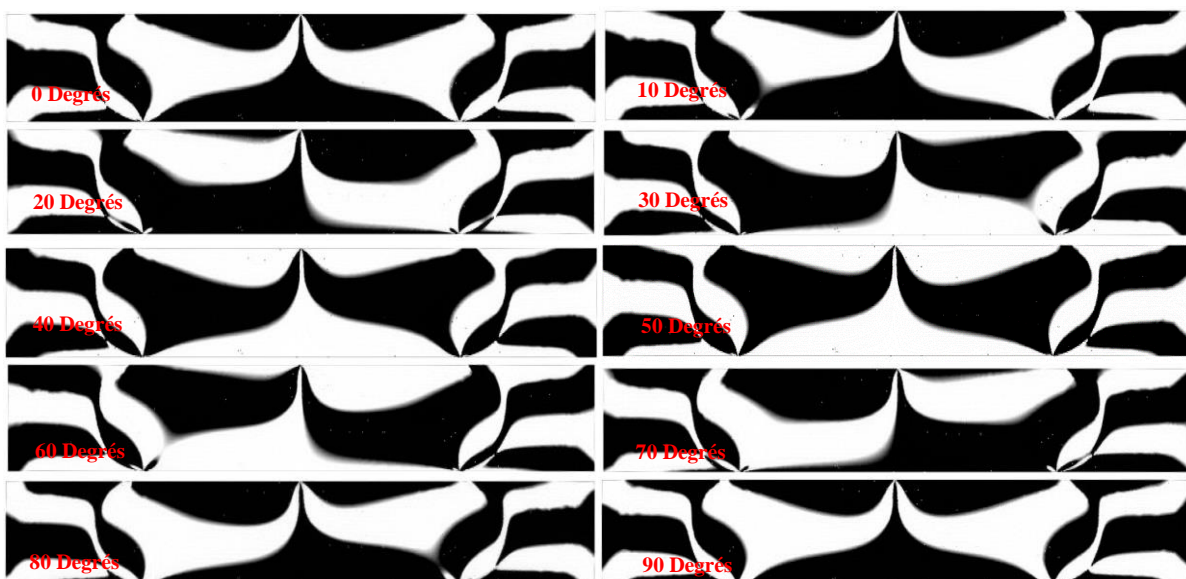


Figure III.22: Isoclines traitées avec Photoshop

III.5.1 Différence des contraintes principales suivant l'axe de symétrie vertical.

Les valeurs de la différence des contraintes principales suivant l'axe de symétrie vertical sont récupérées numériquement. La variation de la différence des contraintes principales obtenues numériquement est donnée par la Figure III.23.

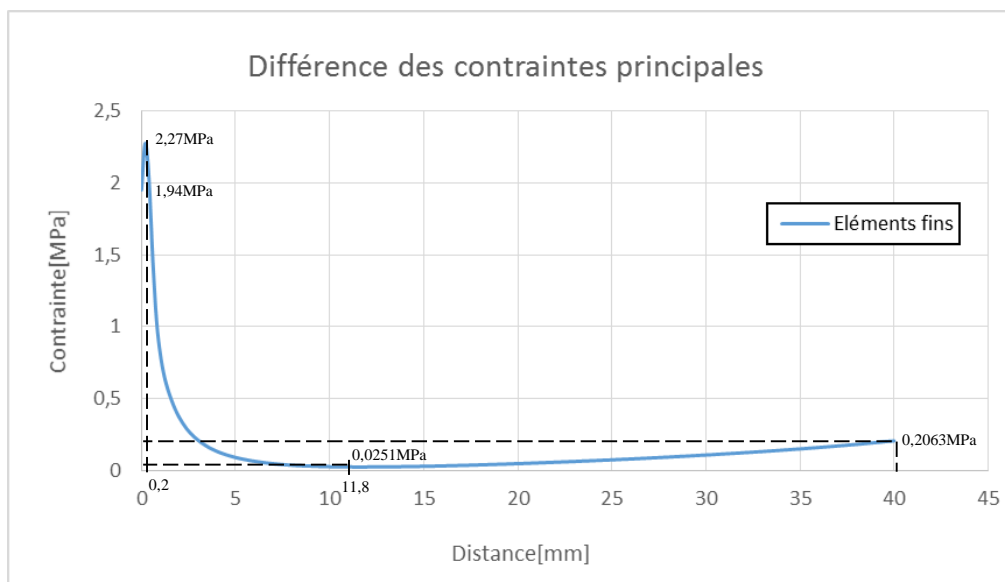


Figure III.23: Courbe de variation de la différence des contraintes principales.

On constate qu'elle augmente d'une valeur environ égale à 2,27 MPa à l'origine vers une valeur 1,94 MPa à une distance de 0,2 mm (compression). Elle diminue progressivement pour atteindre la valeur de 0,0251 MPa à 11,8 mm au niveau de la ligne neutre de la poutre, alors que vers l'extrémité elle augmente progressivement pour atteindre une valeur de 0,2063 MPa à une distance 40 mm en traction.

III.6 Comparaison des résultats

Le but de cette comparaison est de valider les résultats éléments finis par l'expérimentale. Deux comparaisons sont possibles. La première sera faite entre les images des isochromes et isoclines relevées expérimentalement et celles simulés numériquement, la deuxième sera faite entre les courbes de la variation de la différence des contraintes principales.

III.6.1 Comparaison des isochromes

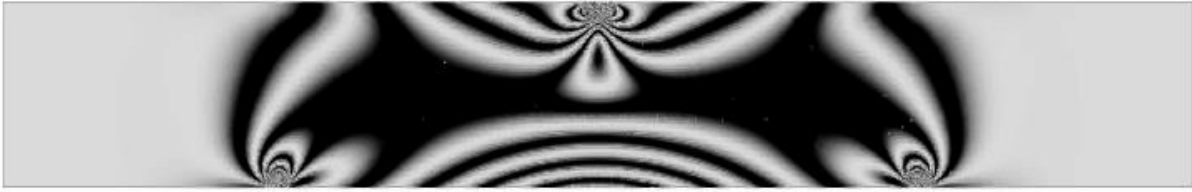


Figure III.24: Isochromes simulées sous Castem et traitées avec PHOTOSHOP

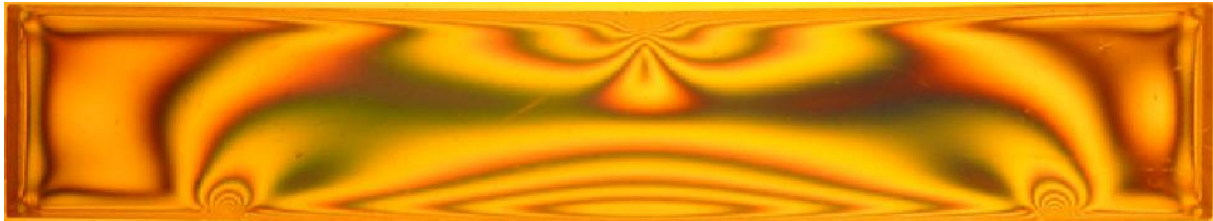


Figure III.25: Isochromes relevées expérimentalement

D'après les figures (III.24, III.25 et III.26) on voit que les images obtenues expérimentalement avec la photoélasticimétrie sont comparables avec les images obtenues sous CASTEM et traitées avec Photoshop.

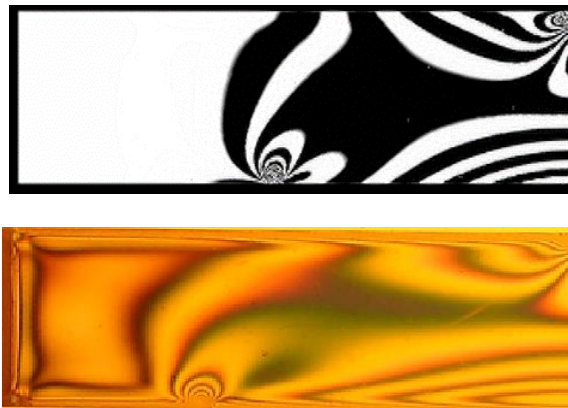


Figure III.26: Superposition des isochromes relevées expérimentalement et des isochromes calculées avec CASTEM et traitées avec PHOTOSHOP

III.6.2 Comparaison des isoclines

Pour la comparaison des isoclines obtenues numériquement et expérimentalement pour les différentes rotations de l'angle, la partie sombre de chaque image correspond à l'isocline, zone où l'une des directions principales est parallèle à l'un des axes des polaroids.

La figure III.27 représente la superposition des isoclines obtenues numériquement et traitées avec le logiciel PHOTOSHOP (à droite de chaque image) avec les isoclines correspondantes obtenues

expérimentalement (à droite de chaque image). On remarque qu'il est impossible de séparer le réseau isochrome du réseau isocline dans les images obtenues expérimentalement. On remarque que les isoclines sur la partie gauche et la partie droite de chaque image sont semblables et concordent.

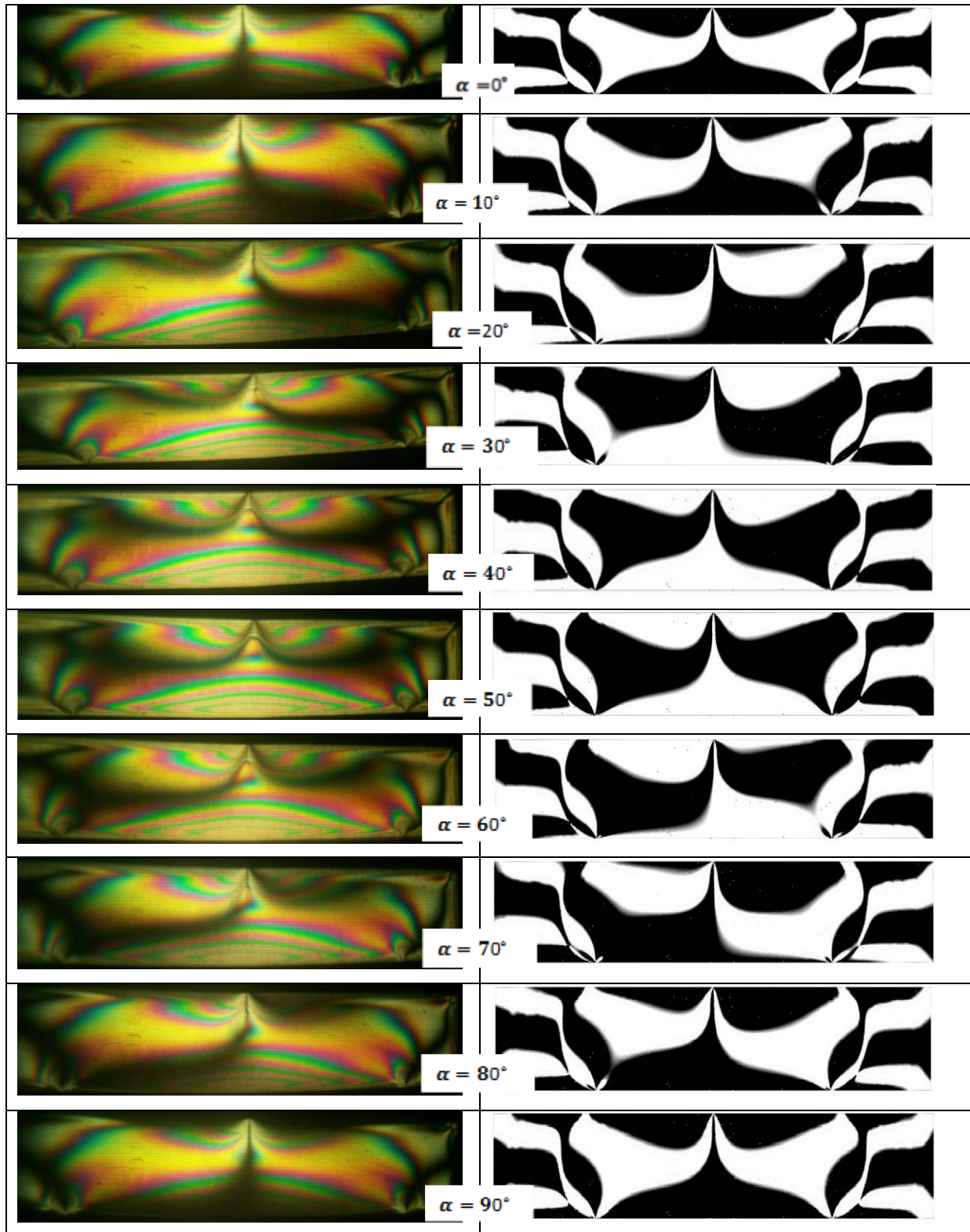


Figure III.27 : Superposition de l'isocline obtenue numériquement et traitée avec Photoshop avec sa correspondante obtenue expérimentalement

III.6.3 Comparaison des courbes

La figure III.28 représente la superposition des courbes expérimentales et numériques de la différence des contraintes principales.

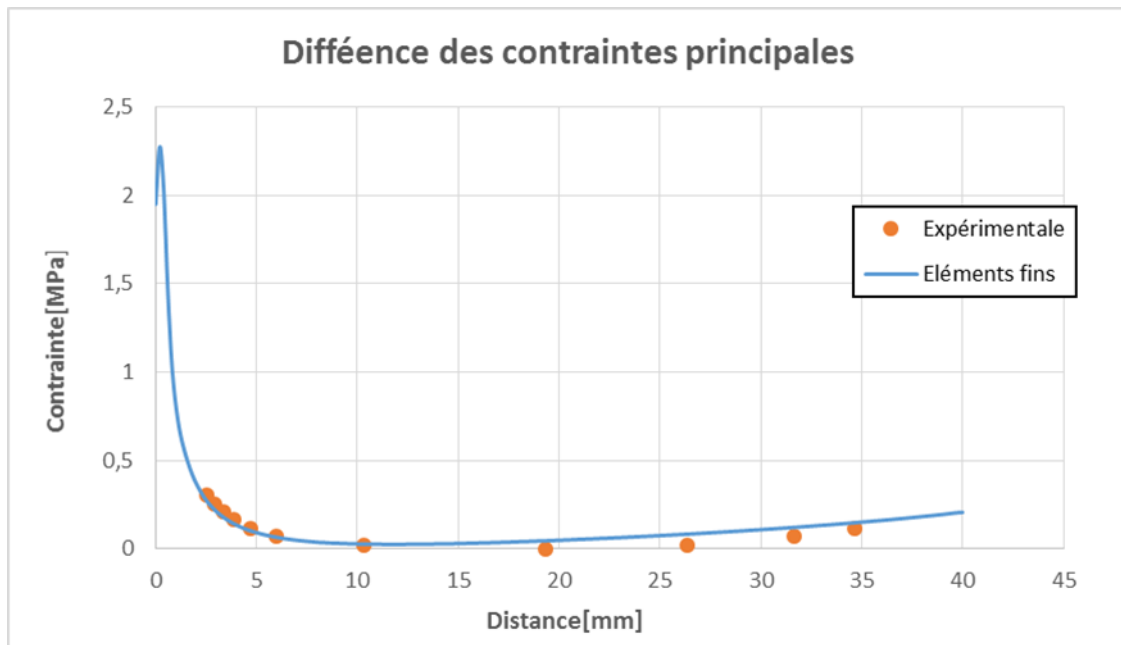


Figure III.28 : Superposition des courbes expérimentales et numériques

On constate qu'il existe une bonne concordance entre les courbes obtenues par les deux méthodes.

III.7 Conclusion

Dans ce chapitre on a utilisé la photoélasticimétrie bidimensionnelle pour analyser les contraintes figées dans une poutre en flexion trois points. On a réussi à figer les contraintes développées dans le modèle. Pour valider les résultats numériques, une analyse expérimentale à l'aide de la photoélasticimétrie des contraintes figées a été faite. Principalement on a montré que les franges isoclines et isochromes sont similaires aux réseaux des franges obtenues numériquement. Une autre comparaison a été faite entre la différence des contraintes principales le long d'une droite [AB]. Les résultats obtenus ont révélé relativement une bonne concordance entre les valeurs numériques et expérimentales.

On peut désormais passer à la deuxième étape qui est l'analyse des contraintes figées dans le cas tridimensionnel dans les cylindres orthogonaux.

*Chapitre IV**ANALYSE DES CHAMPS DES CONTRAINTES DANS LE CAS TRIDIMENSIONNEL*

IV.1 Introduction

L'étude expérimentale du contact entre deux solides dans les modèles tridimensionnels sous sollicitation reste encore un problème. Plusieurs méthodes expérimentales et numériques [4-15] ont été utilisées pour obtenir la distribution expérimentale des contraintes à l'intérieur des modèles, principalement aux voisinages des zones de contact.

Pour réaliser nos expériences on appliquera la méthode expérimentale la plus utilisée appelée le figeage des contraintes associée à un découpage mécanique en tranches. Dans ce présent travail nous montrons les possibilités de cette méthode expérimentale de découpage mécanique dans l'étude du problème de contact entre un modèle rigide et un modèle déformable. Les champs de contraintes seront figés dans les différents modèles à l'aide de traitements thermiques. Les modèles seront ensuite découpés suivant des plans choisis pour étudier la répartition des contraintes et déterminer ainsi les zones les plus sollicitées.

Cependant cette procédure peut introduire des contraintes résiduelles lors du découpage et plusieurs modèles peuvent être nécessaires pour une étude complète. On comparera ensuite les résultats expérimentaux aux résultats numériques.

Cette méthode photoélastique permet d'obtenir les franges isoclines et isochrones qui peuvent ensuite être exploitées pour déterminer l'orientation et les valeurs des contraintes. Des études ont été réalisées pour séparer les contraintes et obtenir leurs orientations (intégration des équations de l'équilibre) [25] pour les comparer ensuite avec des résultats simulés. Cependant une grande précision de mesure est nécessaire. Une autre comparaison peut être faite entre les valeurs des différents des contraintes principales relevées le long d'une droite quelconque dans une section donnée du modèle étudié.

Procédure expérimentale :**IV.2 Fabrication d'éprouvette**

On a réalisé un cylindre sur un tour parallèle à trois Mors par une opération de dressage des deux surfaces planes afin d'obtenir la longueur de 90 mm et d'une autre opération de chariotage afin d'obtenir aussi le diamètre de 48 mm au niveau de l'atelier de Oued-Aissi de l'université Mouloud Mammeri à Tizi-Ouzou (Figure IV.1). Ensuite on a poli le modèle.



Figure IV.1: La pièce au moment d'usinage

Polissage

Pour obtenir un bon état de surface désiré, on a fait un polissage sur le tour avec une vitesse $100 \frac{\text{tr}}{\text{mn}}$, on a effectué les différents polissages avec du papier abrasif à différentes dimensions des grains de 80 jusqu'à 4000.

IV.3 Visualisation des contraintes résiduelles

Une fois la pièce finie et passée sur le polariscope, il s'avère que des franges isochromes apparaissent sans aucun chargement, donc la pièce présente à ce stade l'élaboration des contraintes résiduelles. Ces dernières peuvent être visualisées sur polariscope (Figure IV.2).



Figure IV.2: Visualisation des contraintes résiduelles

IV.4 Elimination des contraintes résiduelles

Pour éliminer les contraintes résiduelles, on a procédé à un traitement thermique de relaxation adapté à ce genre de matériau. On a utilisé un cycle thermique pour le recuit.

Le modèle est réintroduit dans l'étuve. La température est ensuite augmentée à 130°C à raison de 4°C par heure (Figure IV.3). Le modèle reste dans le four 81 heures pour homogénéisation de la température de refroidissement. Puis, refroidi avant d'être retiré de l'étuve.

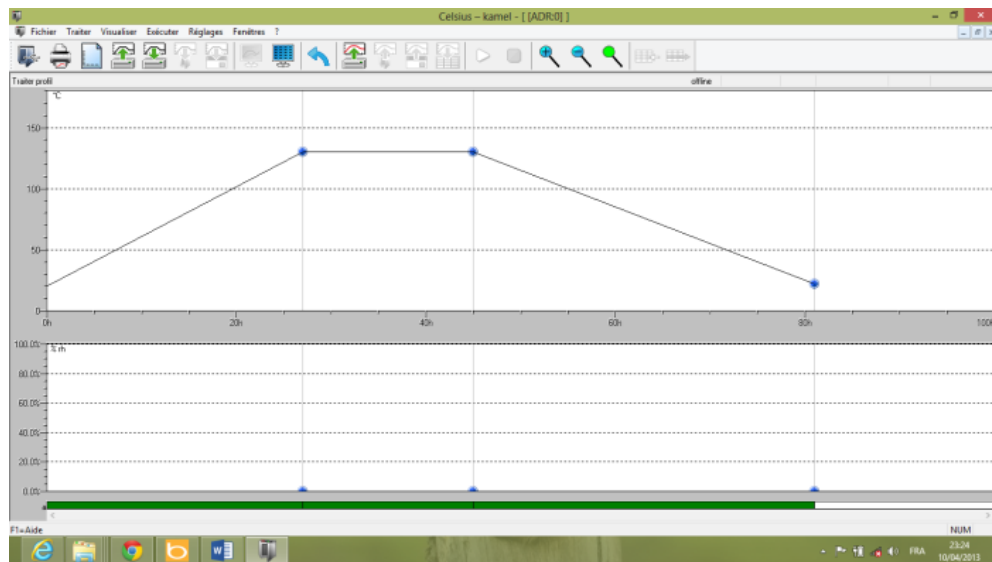


Figure IV.3 : Traitement thermique de relaxation pour l'élimination des contraintes résiduelles (Graphique).

Traiter profil					
	Heure hh:mm	Durée hh:mm	Temp °C	Type	a
1	27:00	27:00	130.0	next	<input checked="" type="checkbox"/>
2	45:00	18:00	130.0	next	<input checked="" type="checkbox"/>
3	81:00	36:00	22.0	end	<input checked="" type="checkbox"/>
4					<input type="checkbox"/>

Figure IV.4 : Traitement thermique de relaxation pour l'élimination des contraintes résiduelles (Tableau).

IV.5 Visualisation sur le polariscope (élimination des contraintes résiduelles)

La figure suivante montre la disparition des contraintes résiduelles (Figure IV.5).



Figure IV.5 : Visualisation du modèle sous le polariscope après élimination des contraintes résiduelles

Après le traitement thermique, on a vu sur le polariscope qu'aucune contrainte résiduelle dans le modèle n'apparaît.

IV.6 Dispositif expérimental

Le dispositif expérimental est composé d'un dispositif de chargement dans un contact entre deux cylindres à axes orthogonaux (Figure IV.6). Le modèle est monté dans le dispositif de chargement. Un cylindre en acier de 18mm de diamètre est utilisé pour appliquer une charge de compression de 45 N sur le cylindre déformable. On récupèrera les résultats sur le polariscope après le figeage des contraintes et le découpage mécanique, sous forme d'image, à l'aide d'un appareil photo numérique, les isochromes et les isoclines. Ainsi les franges isochromes et les franges isoclines obtenues permettent d'analyser le champ des contraintes.

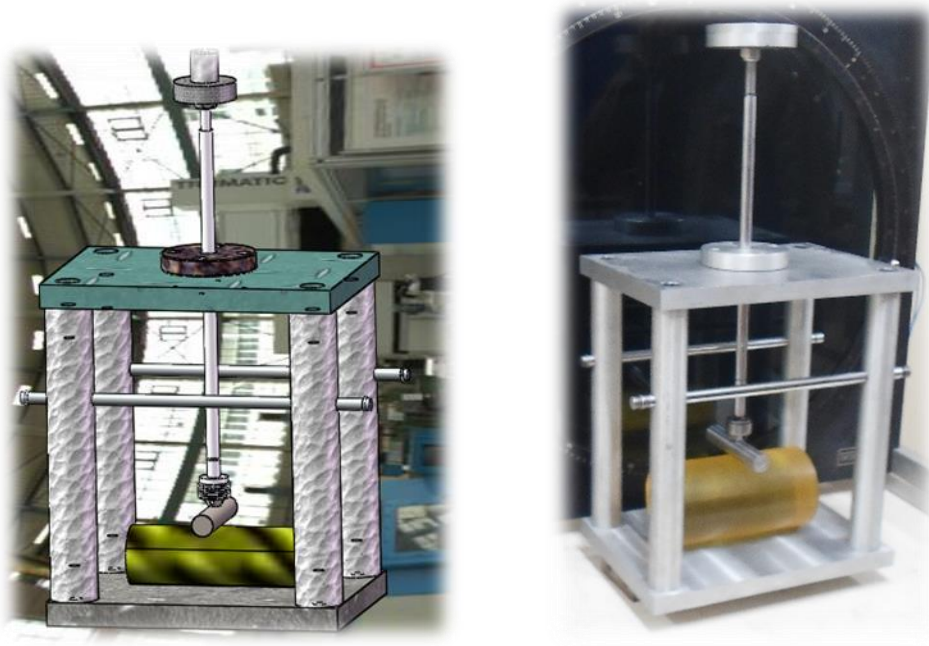


Figure IV.6: Dispositif de chargement

IV.7 Figeage des contraintes (Mettre dans une étuve)

En utilisant seulement le cycle de recuit comme suit, La température de l'étuve doit être portée de la température ambiante à la température de figeage (température de transition vitreuse). Une fois la charge appliquée, l'étuve doit être refroidie lentement jusqu'à la température ambiante en maintenant la charge. Le processus de figeage des contraintes est réalisé en respectant les étapes suivantes :

- ✚ Charger le modèle.
- ✚ Chauffer le modèle à une température de figeage.
- ✚ Laisser le modèle refroidir lentement jusqu'à la température ambiante en maintenant la charge appliquée.

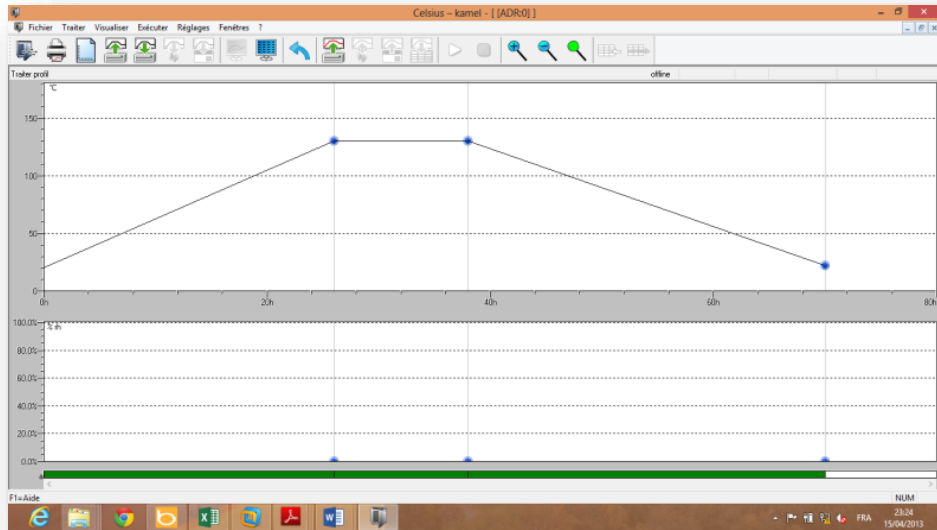


Figure IV.7: Traitement thermique pour figer des contraintes(Graphique).

	Heure hh:mm	Durée hh:mm	Temp °C	Type	a
1	27:00	27:00	130.0	next	<input checked="" type="checkbox"/>
2	39:00	12:00	130.0	next	<input checked="" type="checkbox"/>
3	71:00	32:00	22.0	end	<input checked="" type="checkbox"/>
4					<input type="checkbox"/>

Figure IV.8: Traitement thermique pour figer des contraintes(Tableau).



Figure IV.9: le dispositif de deux cylindres orthogonaux dans l'étuve.

Le dispositif dans l'étuve a un axe perpendiculaire à la plaque inférieure. Cette dernière est soumise à une charge de compression de 45N sur le cylindre en acier de 18 mm de diamètre qui est lui-même en contact avec le cylindre déformable de 48 mm de diamètre. Les axes des deux cylindres sont orthogonaux (Figure IV.9).

IV.8 Visualisation du modèle sur le polariscope

Après figeage des contraintes, on observe sur le polariscope, le réseau des franges isochromes en champ obscur. Les franges obtenues sont représentées sur la (figure IV.10).

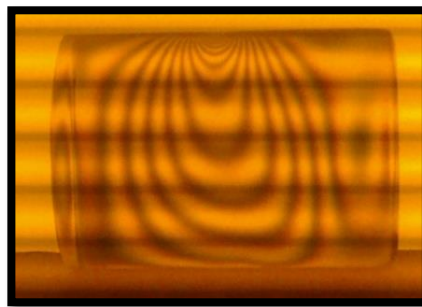


Figure IV.10 : Visualisation du modèle sur le polariscope après figeage des contraintes

IV.9 Découpage mécanique

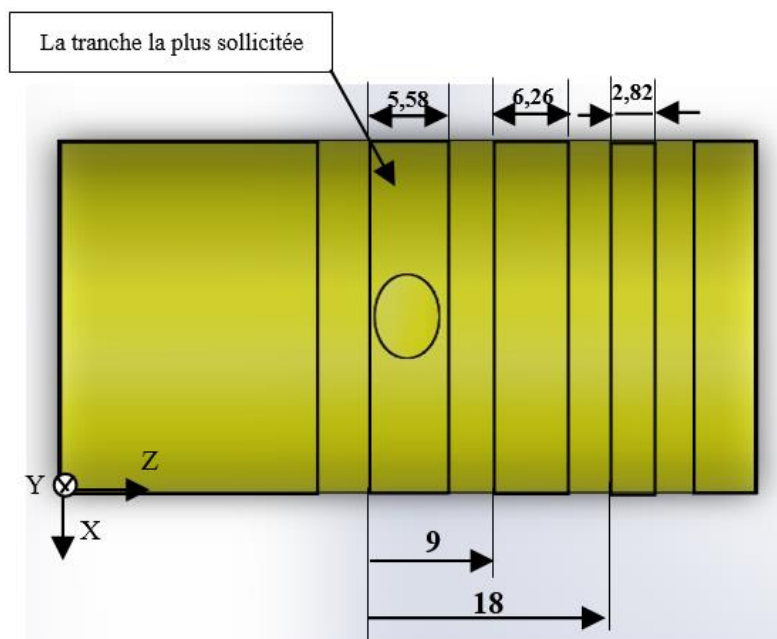


Figure IV.11 : la direction choisie pour le découpage en tranche

Après le figeage des contraintes et la visualisation du modèle sous polariscope, nous avons découpé mécaniquement en tranches suivant une direction choisie (figure IV.11).

Le découpage est fait sur un tour parallèle avec la vitesse de coupe 2000 tr/min, l'avance de l'outil est très faible et manuel. Sachant qu'on a effectué beaucoup de lubrification pour ne pas avoir des contraintes résiduelles. Nous avons utilisé un outil à gorge de 3,74 mm d'épaisseur (figure IV.12).

Les tranches obtenues seront alors analysées sur un polariscope.

- L'image 1 nous montre la fixation de la pièce sur le mandrin par trois mors. Le serrage n'est pas trop forcé de telle sorte à ne pas créer des contraintes résiduelles. Malgré ça des contraintes apparaissent au niveau du contact des mors. La fixation de l'outil à gorge est sur porte outil à l'aide de deux vis.

- L'image 2 montre la position de l'outil sur la pièce et la visualisation du point de contact.

- L'image 3 montre le découpage du cylindre avec lubrification.

- L'image 4 montre la deuxième tranche.

- L'image 5 montre la dernière tranche et ses fissures au moment du découpage.

- L'image 6 montre l'ensemble des tranches.

Pour ne pas endommager les tranches au moment de la fin découpage, on diminuera la vitesse de coupe vers 1500 tr/min.

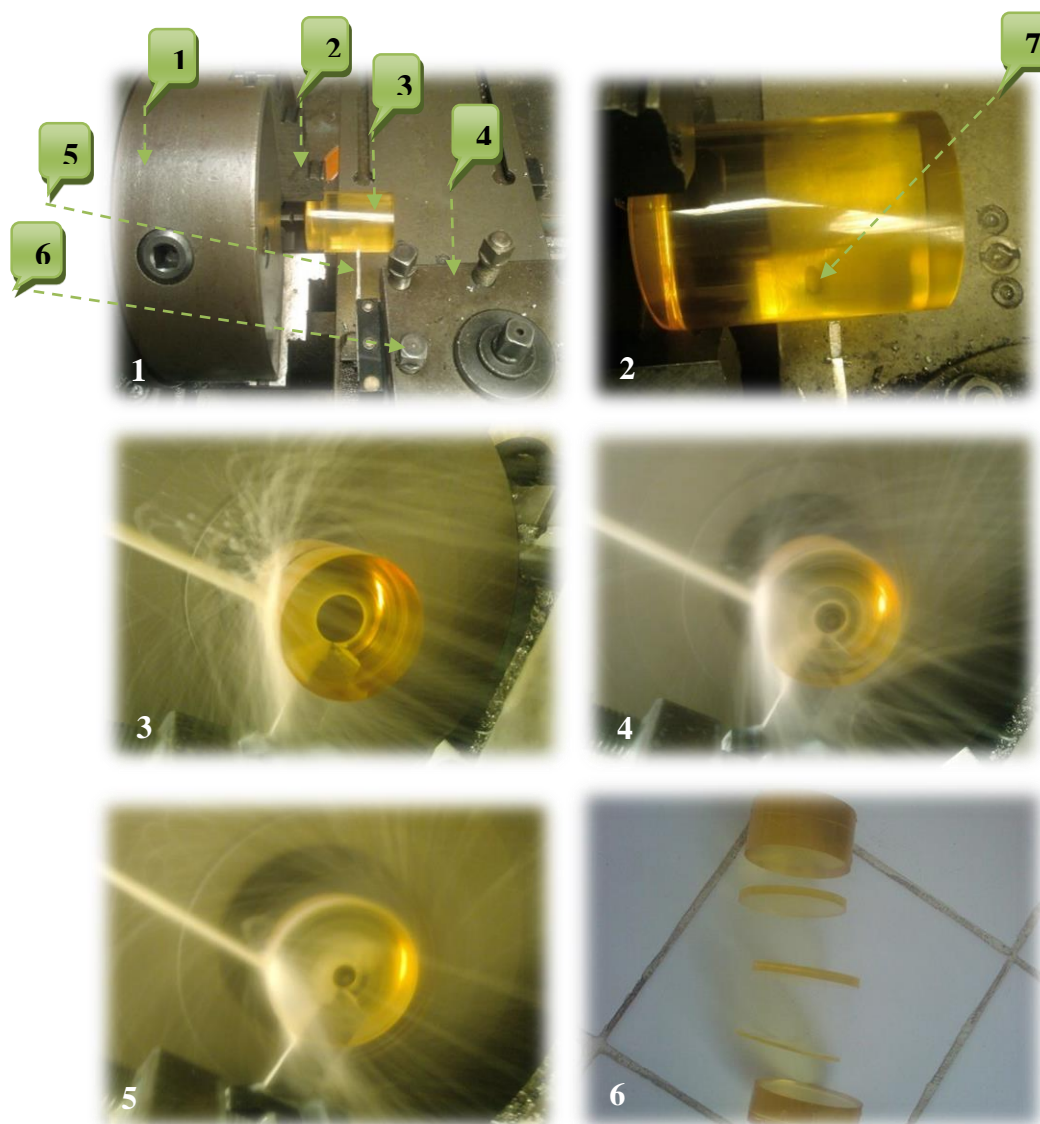


Figure IV.12: découpage du modèle avec l'outil à gorge

1. Mandrin
2. Mords
3. La pièce en époxy
4. Porte outil
5. Outil à gorge
6. Vis
7. Point de contact entre cylindre rigide et cylindre déformable.

IV.10 Visualisation sur le polariscope

Après le découpage mécanique, on observe sur le polariscope, le réseau des franges isochromes en champ clair. Les franges obtenues sont représentées sur la (figure IV.13).

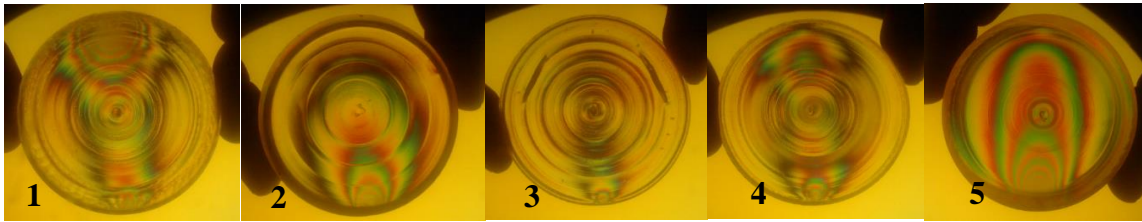


Figure IV.13 : Visualisation des tranches sous le polariscope en champ clair.

On remarque que les franges apparaissant sur polariscope ne sont pas claires. De même que l'outil ne coupe pas bien. Sachant que nous pouvons mesurer l'état de surface sur un appareil et voir l'état de surface sur un microscope.

IV.11 État de surface sur les tranches découpées

Pour connaître l'état de surface, nous avons utilisé un appareil appelé rugosimètre qui donne des valeurs en μm il affiche directement les résultats sur l'écran (Figure IV.14).

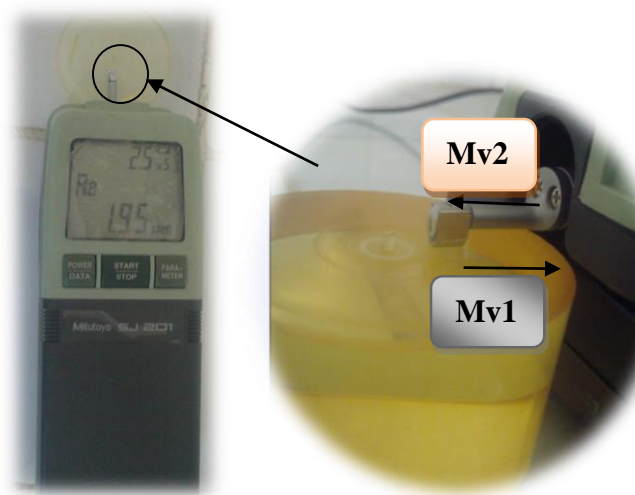


Figure IV.14 : Rugosimètre mesurant l'état de surface des tranches découpées

Après la mise en contact de la tête sur la tranche en position perpendiculaire (voir figure précédente). On démarre l'appareil ; la tête fait un mouvement oscillant (va et vient).

Mv1 mouvement un.

Mv2 mouvement deux.



Figure IV.15 : les moyennes de l'état de surface (Ra)

Après la procédure, l'appareil nous affiche directement les résultats sur l'écran, dans l'écran ça donne $Ra = 2,31\mu m$. Nous avons additionné 4 fois sur les côtés puis on a fait la moyenne (Figure IV.15).

IV.12 Visualisation les tranches découpées sur le microscope

Nous avons observé au microscope plusieurs surfaces et surtout la zone de fissure, le but est de voir l'outil au moment d'usinage.

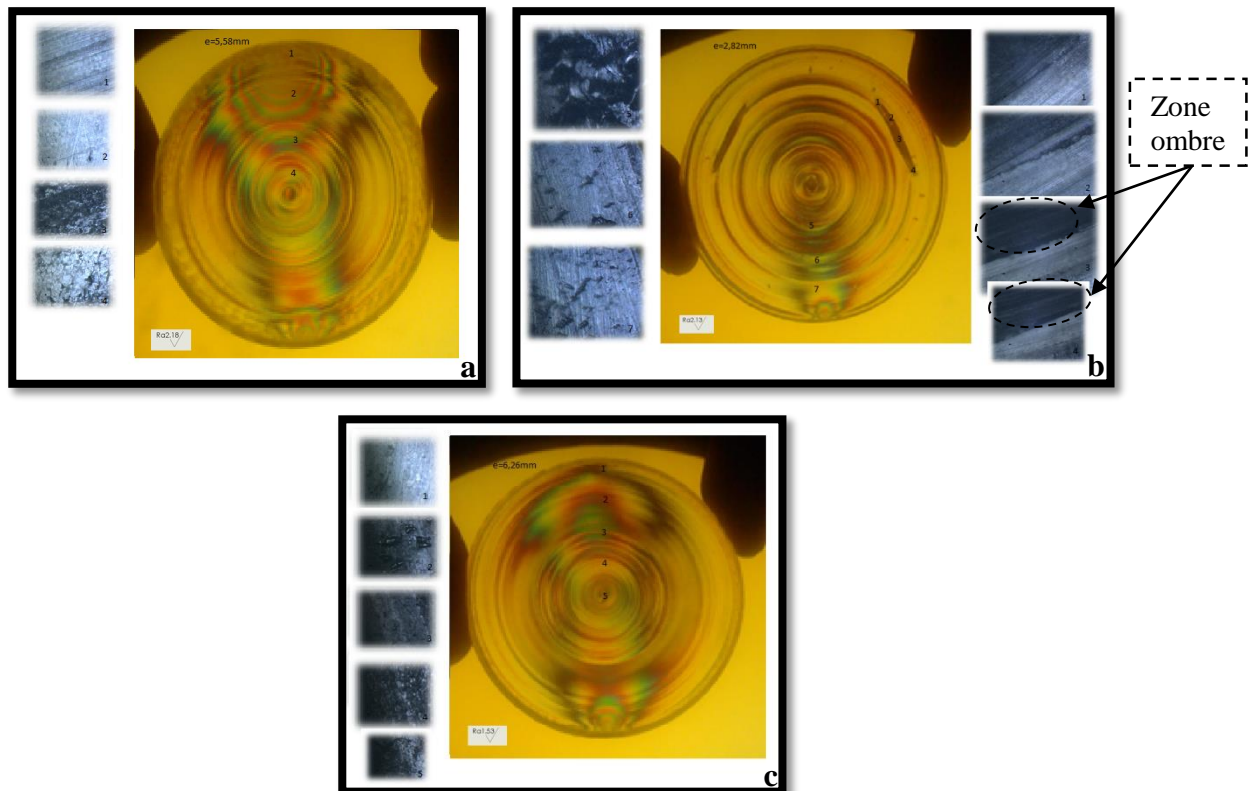


Figure IV.16 : Etat de surface sur le microscope

On remarque sur le microscope que l'outil ne coupe pas seulement, il arrache aussi la matière.

Pour la (Figure IV.16.b.1 ; 2), les surfaces sont identiques par rapport à la fissure. Par contre, dans la (Figure IV.16.b.3 ; 4), les zones ombres représentent le décalage de la surface fissurée.

Alors le découpage mécanique est fait manuellement. De ce fait, la précision est insuffisante pour l'observation au polariscope. C'est pour cela qu'on utilisera le polissage afin d'éliminer les contraintes superficielles.

Polissage

Pour obtenir un bon état de surface désirée, on a fait un polissage sur la polisseuse, on a effectué les différents polissages avec du papier abrasif à différentes dimensions des grains de 80 jusqu'à 4000 (Figure IV.17).



Figure IV.17 : Polissage les tranches sur la polisseuse

IV.13 Visualisation les tranches découpées sur le polariscope

Après le polissage, on observe sur le polariscope, le réseau des franges isochromes en champ clair. Les franges obtenues sont représentées sur les (Figure IV.18).

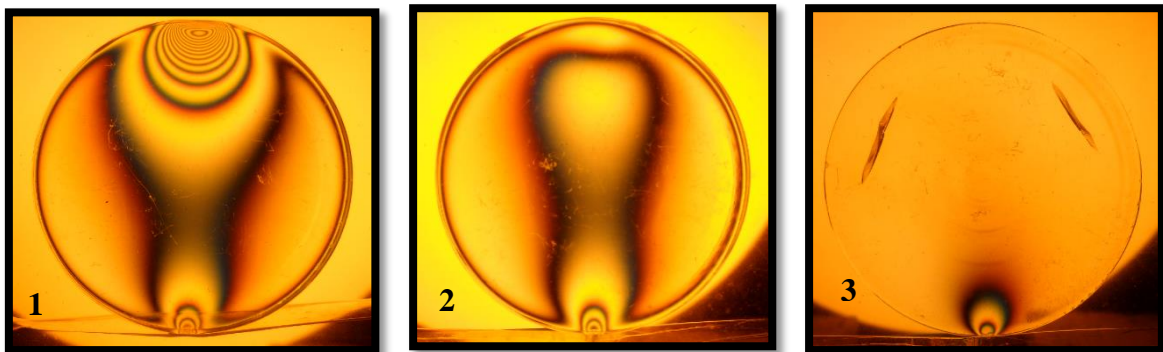


Figure IV.18 : Frange obtenue expérimentalement le long du cylindre en isolant des tranches différentes d'épaisseurs.

Les différentes images des franges représentées sur la (Figure IV.18) ont été obtenues expérimentalement.

Les franges obtenues correspondent donc aux contraintes développées dans les tranches successives isolées le long de l'axe du cylindre.

On constate que les contraintes apparaissant dans les différentes tranches diminuent en s'éloignant de la direction d'application de la charge.

Les franges photoélastiques sont visibles et sont les mêmes sur la partie inférieure du modèle. Ceci s'explique par le fait que la charge est uniformément répartie sur la longueur du cylindre.

Le cylindre est en contact sur toute sa longueur. Ce qui n'est pas le cas pour la partie supérieure pour laquelle la surface de contact est un cercle de rayon très faible.

Sur la partie supérieure du cylindre on constate donc que loin du point d'application de la charge, il y a absence de franges ; les contraintes sont nulles.

L'image 1 montre le point d'application de la charge, la tranche la plus sollicitée. On remarque que l'ordre des franges est maximal à cet endroit. Plus on se rapproche de la ligne d'action de la charge, plus les franges apparaissent (Figure IV.18. 2 ; 1). La somme des contraintes inférieures est égale à la somme des contraintes supérieures.

IV.14 Etat de surface après polissage

Pour connaître l'état de surface après polissage, nous avons utilisé un appareil appelé rugosimètre, qui donne des valeurs en μm il affiche directement les résultats sur l'écran.

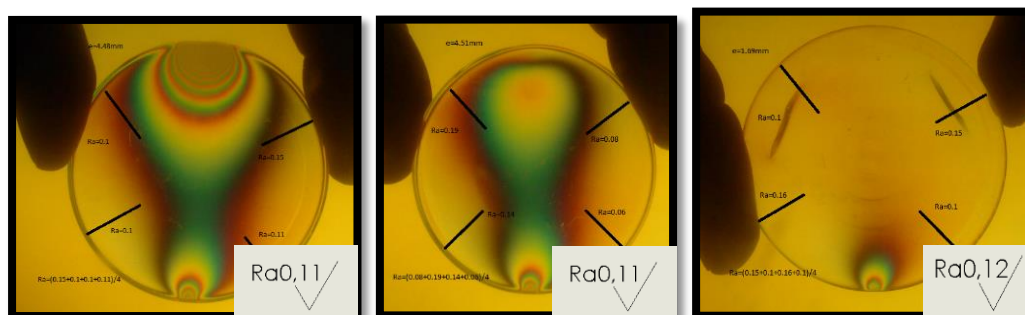


Figure IV.19 : Etat de surface après polissage

IV.15 Analyse des contraintes figées de la tranche la plus sollicitée :

On va choisir la tranche la plus sollicitée pour analyser ses contraintes figées.

• Différence de contraintes principales suivant l'axe de symétrie vertical

Pour déterminer la variation de la différence des contraintes principales, on doit d'abord visualiser le réseau d'isochromes sur le polariscope, ici en lumière monochromatique et en champs clair. Après la détermination des ordres des franges la loi de Maxwell peut être alors utilisée pour déterminer l'intensité des contraintes.

• **Visualisation du réseau d'isochromes sur la tranche la plus sollicitée en champ clair**

On définit un segment [AB] au niveau du plan de symétrie du modèle où A désigne le point de contact et B un point du bord comprimé.

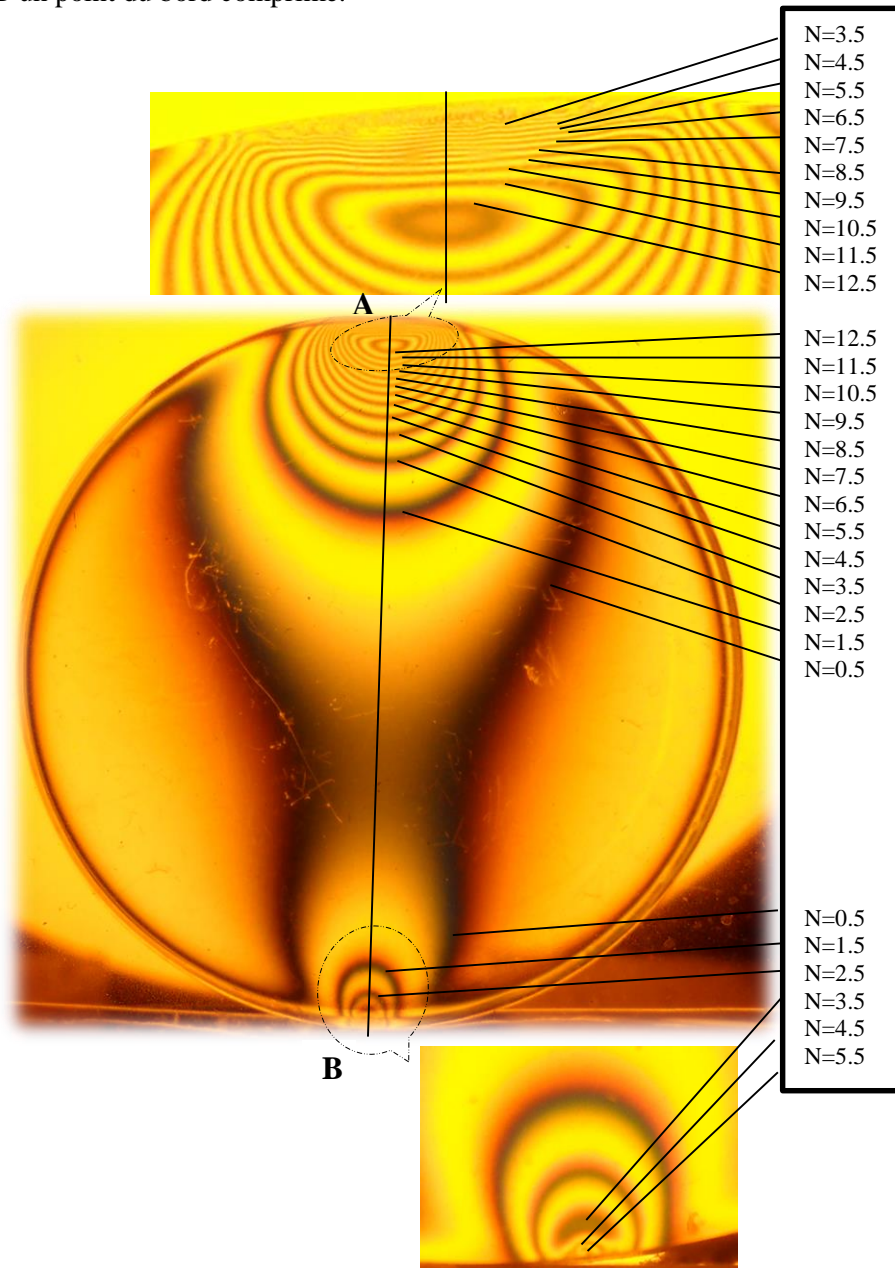


Figure IV.20 : Franges isochromes en champ clair

La différence des contraintes principales suivant le segment [AB] est donnée par la relation de Maxwell :

$$\sigma_1 - \sigma_2 = \frac{N \cdot f}{e}$$

Avec

N : Ordre de frange

f : constante de frange

e : épaisseur du modèle

A l'intersection du segment [AB] avec les franges isochromes, on relève les distances correspondant au point de contact A. Sachant qu'on a utilisé un champ clair, la première frange, en partant du bord libre supérieur correspond à une valeur d'ordre de frange $N=0.5$. Les autres franges peuvent ensuite être repérées (figure IV.20) sur toute la surface du modèle. Ces valeurs sont portées sur un tableau à partir duquel on trace le graphe de l'évolution de la différence des contraintes principales (Tableau IV.1).

• **calcul des valeurs de la différence des contraintes principales sur le segment [AB]**

Les résultats obtenus sont données sur le tableau suivant :

$f=0,36$ N/mm/frange ; $e=4.5$ mm.

N/Ordre de frange	La distance sur l'image (mm)	Distance réelle (mm)	Différence des contraintes (MPa)
3,5	0,63	0,18	0,28
4,5	0,84	0,24	0,36
5,5	1,05	0,30	0,44
6,5	1,47	0,43	0,52
7,5	1,89	0,55	0,6
8,5	2,31	0,68	0,68
9,5	2,52	0,74	0,76
10,5	3,36	0,99	0,84
11,5	4,8	1,41	0,92
12,5	5,89	1,73	1
12,5	8	2,35	1
11,5	10	2,94	0,92
10,5	11,2	3,29	0,84
9,5	12,5	3,68	0,76
8,5	14	4,12	0,68
7,5	15,8	4,65	0,6
6,5	17,5	5,15	0,52
5,5	20	5,88	0,44
4,5	23	6,77	0,36
3,5	27	7,95	0,28
2,5	33	9,71	0,2
1,5	45	13,25	0,12
0,5	97	28,56	0,04
1,5	148	43,58	0,12
2,5	155	45,64	0,2
3,5	159,45	46,95	0,28
4,5	161,36	47,51	0,36
5,5	162,04	47,71	0,44

Tableau IV.1 : Valeurs de la différence des contraintes principales relevées sur le segment [AB]

Les variations de la différence des contraintes principales sont données par la courbe suivant (Figure IV.21) :

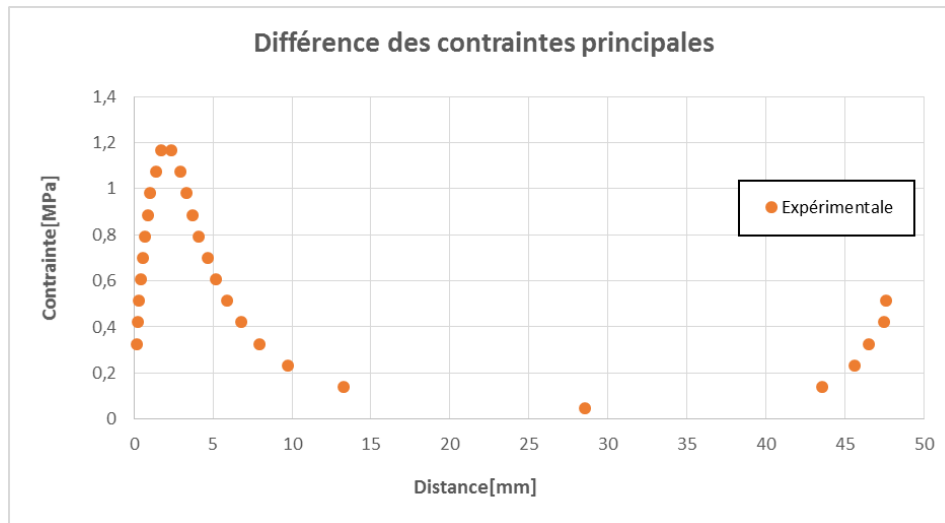


Figure IV.21 : Courbe de variation de la différence des contraintes principales

IV.16 Analyse par éléments finis

Une analyse par éléments finis conduite avec le logiciel CASTEM est utilisée pour obtenir le champ des contraintes développées à l'intérieur du Modèle. Dans les calculs par éléments finis, on a considéré le comportement du modèle isotrope et élastique.

Le maillage a été raffiné au voisinage du contact (Figure IV.22) pour obtenir une meilleure approximation. Dans notre cas, le chargement est donné par les conditions aux limites qui sont simplement le déplacement imposé. La valeur de la charge appliquée correspondant à un déplacement imposé est extraite des nœuds en contact. Pour réduire le temps de calcul on ne considère que la moitié du cylindre puis on trace l'autre moitié en utilisant l'opérateur SYME(TRIE) (Figure IV.24).

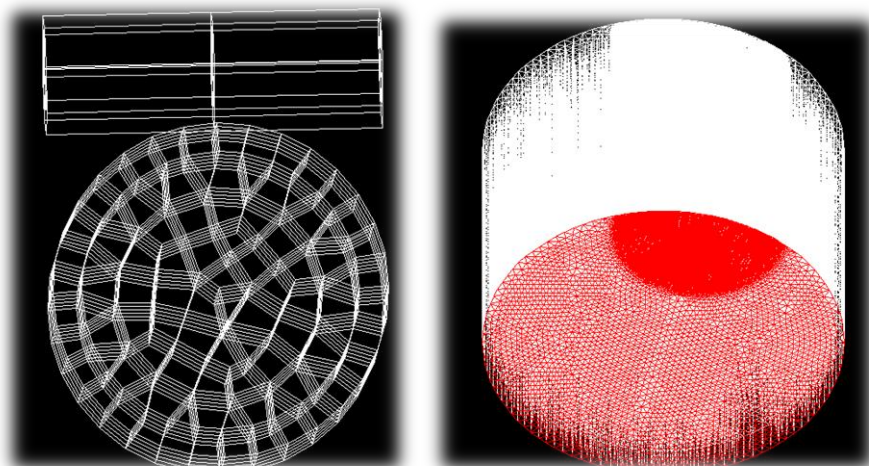


Figure IV.22 : Modèle éléments finis du contact cylindre rigide sur cylindre déformable.

La (Figure IV.23) représente la surface maillée et la (Figure IV.24) représente sa symétrie.

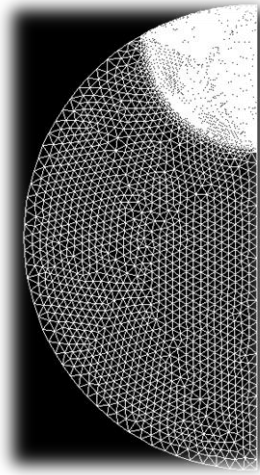


Figure IV.23: Représentation de la surface maillée

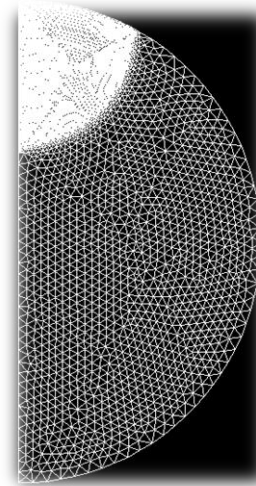


Figure IV.24: Représentation de la surface maillée symétrie

La Figure IV.25 représente la surface totale maillée qui montre un affinage du maillage au niveau de la partie mise en contact.

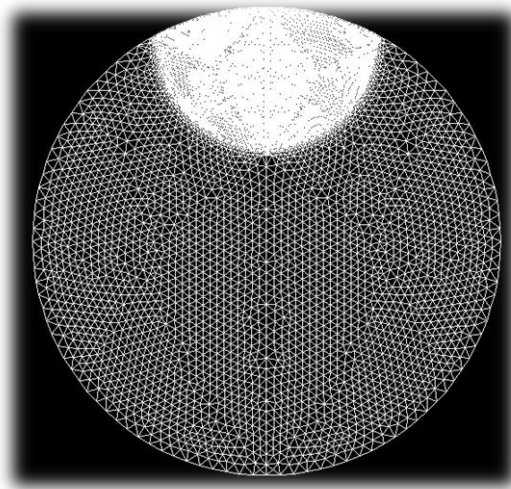


Figure IV.25 : Représentation de la surface totale maillée

L'opérateur DEFOR(ME) construit la déformée de la structure à partir de la géométrie initiale et du champ de déplacement. On peut aussi préciser certaines options comme la couleur. Ici le maillage initial en couleur blanche et la déformée en couleur verte (Figure IV.26).

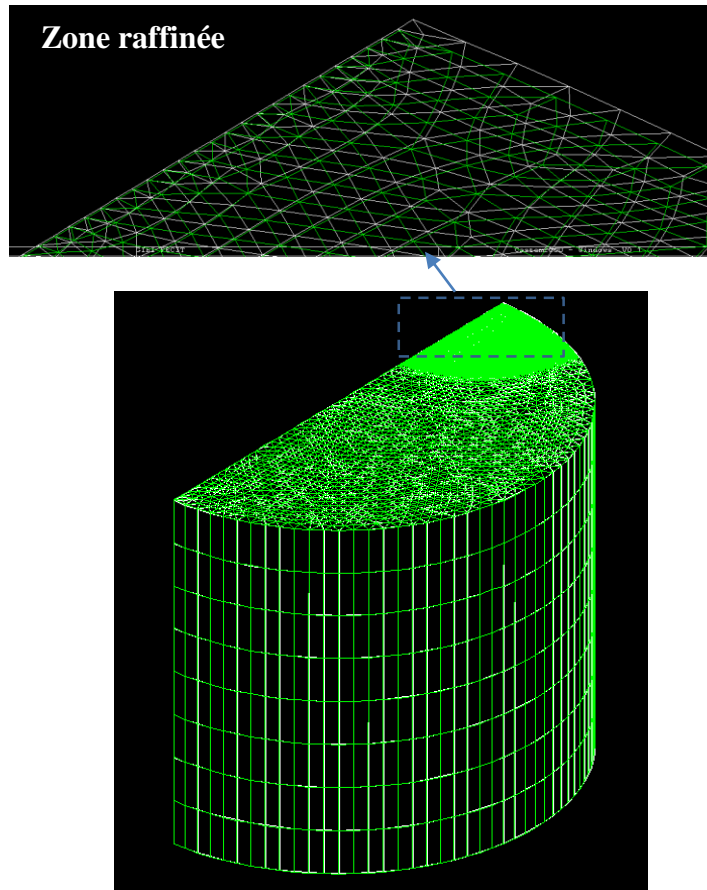


Figure IV.26 : Représentation de la déformée

L'opérateur SIGM(A) calcul le champ de contraintes à partir d'un champ de déplacement et l'opérateur EXCO crée à partir d'un champ, un champ de même type en extrayant une ou plusieurs composantes données. L'opération

$$\text{DIFCONTR} = (((\text{SX0} - \text{SY0}) ** 2) + (4 * (\text{SXY0} ** 2))) ** 0.5$$

Sur le cercle de Mohr nous donne la différence des contraintes principales ($\sigma_1 - \sigma_2$) en fonction des contraintes σ_x , σ_y et τ_{xy} .

Le réseau d'isochromes est obtenu pour $\sin^2\left(\frac{\varphi}{2}\right) = 0$ où φ représente la phase dont la formulation analytique est

$$\varphi = \frac{2 \cdot \pi \cdot e(\sigma_1 - \sigma_2)}{f}$$

Les isochromes sont tracées avec une échelle de couleur dont la couleur bleue correspond aux franges noires relevées sur le polariscope en champ sombre et la couleur rouge correspond aux franges claires.

Pour permettre une comparaison entre les isochromes calculées numériquement (Figure IV.27) et celles obtenues expérimentalement, le logiciel Photoshop permet de traiter les images obtenues avec une échelle de couleur pour les transformer en noir et blanc (Figure IV.28).

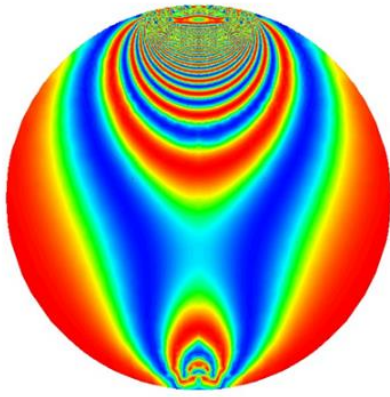


Figure IV.27: Tracé des isochromes

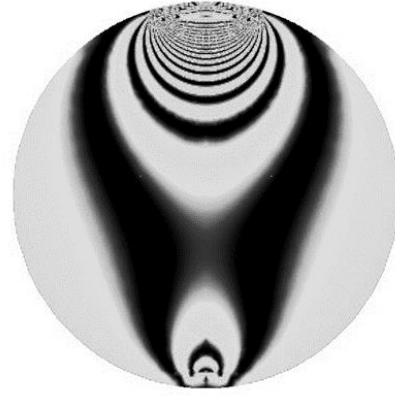


Figure IV.28: Tracé des isochromes traitées sur PHOTOSHOP

La mécanique des milieux continus donne des relations entre la force appliquée, le déplacement engendré et la déformation induite. Suivant le cas qui se présente, on peut calculer aisément une quantité connaissant l'autre. Dans le cas du contact cylindre rigide sur un cylindre déformable, il est facile d'imposer un déplacement connaissant la géométrie du contact que d'imposer une charge où la surface d'application varie avec la valeur de cette charge. Pendant la déformation la charge s'applique sur une surface qui dépend de la nature du contact. Dans ce cas les nœuds de la surface ne se déplacent pas de la même valeur (surface du cylindre). Chaque nœud se déplace de la valeur δ qui est une fonction de l'angle (Figure V.29). Le nœud O est le premier nœud qui entre en contact et se déplace de la valeur δ , le nœud O_1 se déplace de $(\delta - e_1)$, le nœud O_2 se déplace de $(\delta - e_2)$, le nœud O_i est le dernier nœud entrant en contact et son déplacement est nul. Au nœud O_{i+1} on quitte la zone de contact.

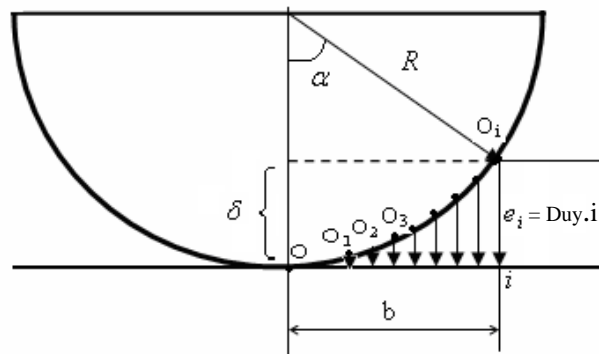


Figure IV.29 Relation de déplacement des nœuds en contact

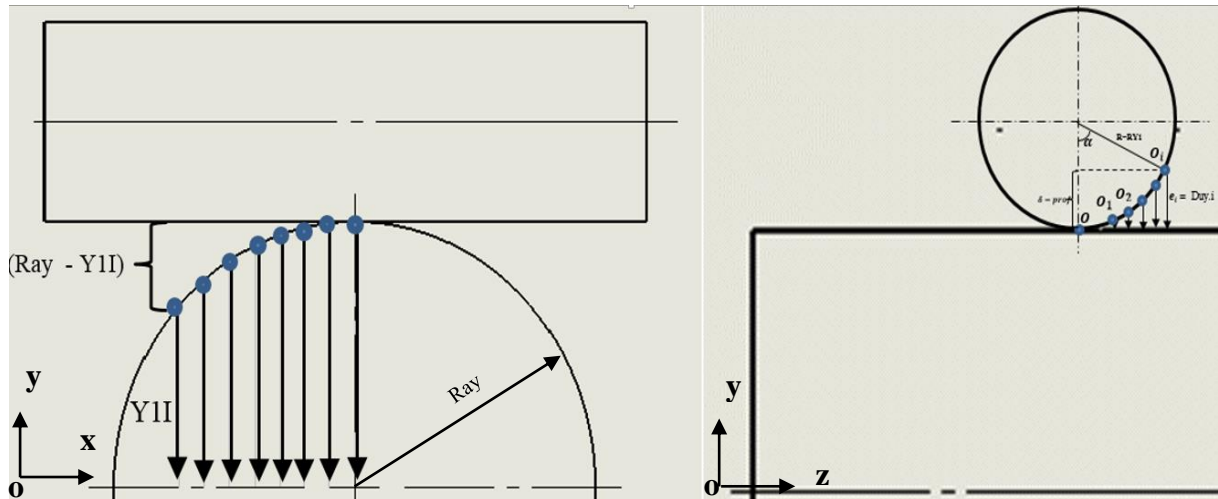


Figure IV.30 Relation de déplacement des nœuds en contact (vue de face-vue de droite) 2D

Le programme permet de calculer la valeur du déplacement de chaque nœud à l'aide de la relation donnée ci-dessous.

$$val.i = Ray - YII - prof + Duy.i$$

Avec :

val.i : les valeurs du déplacement de chaque nœud.

Ray : le rayon du cylindre déformable (cylindre inférieur).

YII : les coordonnées des distances du cylindre déformable (cylindre inférieur).

Duy.i : les distances entre les nœuds deux cylindres rigide et déformable (Figure IV.30).

La figure IV.31.a, b représente respectivement les déplacements des nœuds à température ambiante et à température de figeage.

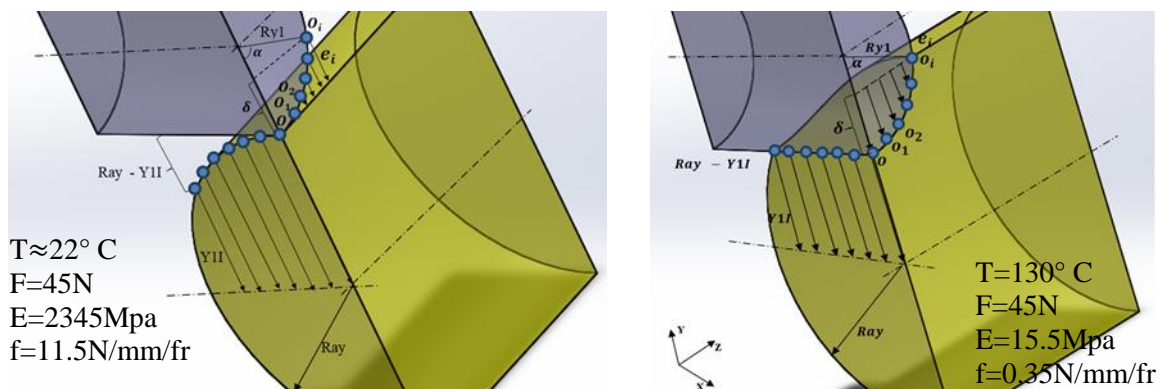


Figure IV.31: Relation de déplacement des nœuds en contact 3D

Avec le logiciel CASTEM on a choisi d'utiliser l'opérateur déplacement imposé (DEPI) qui permet de déplacer chaque nœud d'une valeur (val.i). Il permet aussi d'extraire les efforts appliqués.

Dans ce cas, la valeur de l'effort correspondant au déplacement imposé est relevée sur la base inférieure de 1/4 du cylindre.

Le logiciel donne le nombre de nœuds sur la base inférieure de 1/4 du cylindre, et fait une sommation des efforts appliqués sur les nœuds. L'effort total au dernier nœud est :

$$F = \sum_{i=1}^{i=15} \text{effort appliqué au nœud } N_i$$

Au premier nœud ($i = 1$) ; il récupère la valeur de l'effort, au second nœud ($i = 2$), il récupère la valeur de l'effort et lui additionne la valeur de l'effort au nœud précédent. Il répète cette opération jusqu'au dernier nœud où il affiche la valeur de l'effort total appliqué.

Dans ce cas au nœud 15 qui représente le point extrême inférieur illustré sur le (tableau IV.2) l'effort est $(0,11.10^2 \text{ Newton})$. Et l'effort total est de $0,112.10^2 \times 4 = 45,012 \text{ Newton}$. Cette valeur correspond approximativement à la charge imposée par unité de longueur pour l'étude expérimentale et analytique qui est de 45 Newton.

Indice	Valeur	Objet
1	0.11253085E+02	FLOTTANT
2	0.43763208E+00	FLOTTANT
3	0.68305051E+00	FLOTTANT
4	0.86529207E+00	FLOTTANT
5	0.96647471E+00	FLOTTANT
6	0.98101507E+00	FLOTTANT
7	0.16892498E+01	FLOTTANT
8	0.30987275E+01	FLOTTANT
9	0.44929700E+01	FLOTTANT
10	0.58640223E+01	FLOTTANT
11	0.72052908E+01	FLOTTANT
12	0.85013647E+01	FLOTTANT
13	0.97222157E+01	FLOTTANT
14	0.10812045E+02	FLOTTANT
15	0.11253085E+02	FLOTTANT

Tableau IV.2: Extraction des efforts correspondant au déplacement imposé

Répartition des contraintes le long de l'axe longitudinal du cylindre

Les différentes images représentées sur la (Figure IV.32) ont été obtenus par analyse numérique à l'aide d'un programme écrit sous CASTEM. Pour pouvoir comparer les résultats numériques et expérimentaux, comme pour le cas expérimental, les calculs ont été faits avec des tranches de 5.58, 5.26 et 2.82 mm d'épaisseur en déplaçant les sections après chaque analyse d'une valeur de 3.74mm. Les franges obtenues correspondent donc aux contraintes développées dans les tranches successives isolées le long de l'axe du cylindre. Elles sont comparables aux franges expérimentales (Figure IV.18). Loin de la zone de contact, les contraintes sont nulles sur la partie supérieure de la tranche isolée. Ensuite elles augmentent pour les tranches successives graduellement pour atteindre leurs valeurs maximales à l'endroit de la ligne d'action de la charge, l'ordre de frange étant maximum dans cette position (Figure IV.32.1).

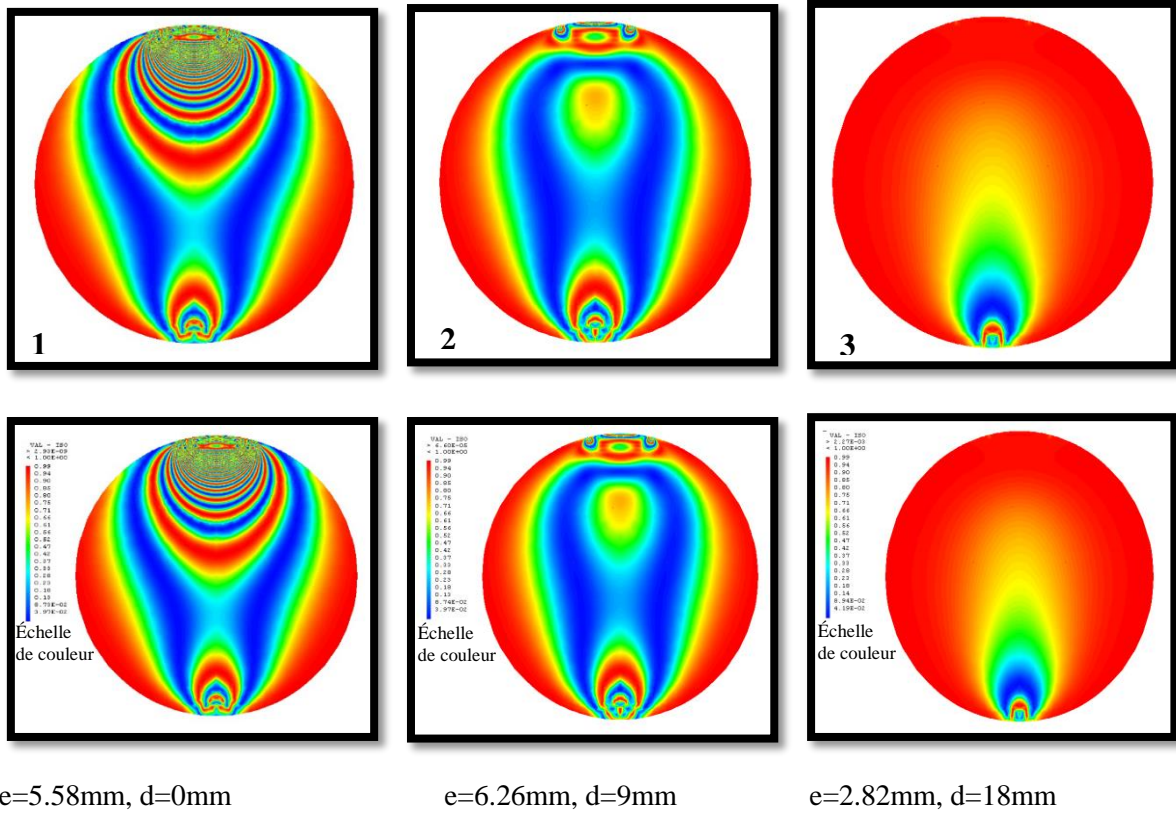


Figure IV.32 : Franges isochromes obtenues par éléments finis le long du cylindre

Quand on trouve des franges isochromes et isoclines, CASTEM utilise une échelle de couleur pour afficher les contraintes. Pour CASTEM c'est juste une couleur ; une intensité de lumière dans un point, c'est une matrice qu'il fait correspondre à la valeur de l'intensité.

Si par exemple l'intensité de lumière est nulle, CASTEM la représente en bleu.

Si l'intensité de lumière est maximale, CASTEM la représente en rouge.

CASTEM possède quatre couleurs bleu, vert, jaune et rouge.

L'intensité de lumière est variable entre 0 et 1.

Les images obtenues à l'aide de CASTEM sont traitées à l'aide du logiciel Photoshop pour obtenir les franges en noir et blanc (figure IV.33).

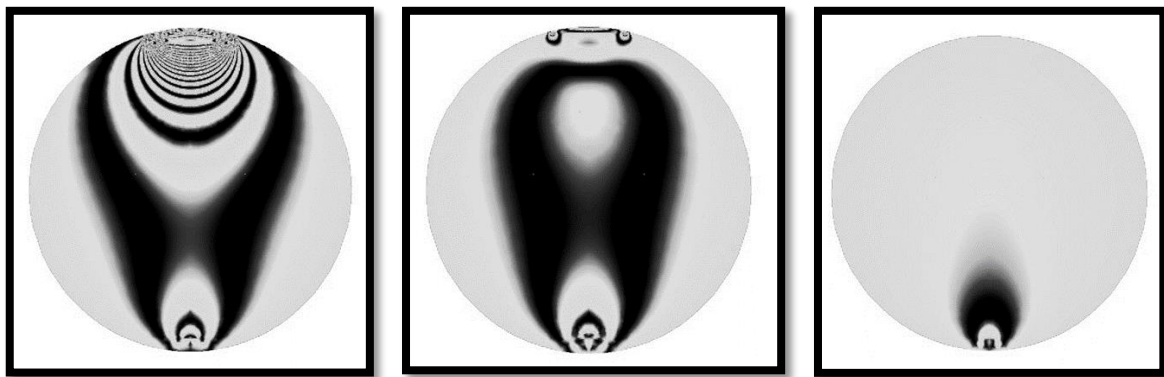


Figure IV.33 : Franges isochromes relevées par éléments finis et traitées avec le logiciel Photoshop obtenue le long du cylindre en isolant des tranches de différentes épaisseurs

Le graphe (Figure IV.34) montre clairement l'évolution de la différence des contraintes principales le long d'une droite verticale située le long de la direction de la charge appliquée.

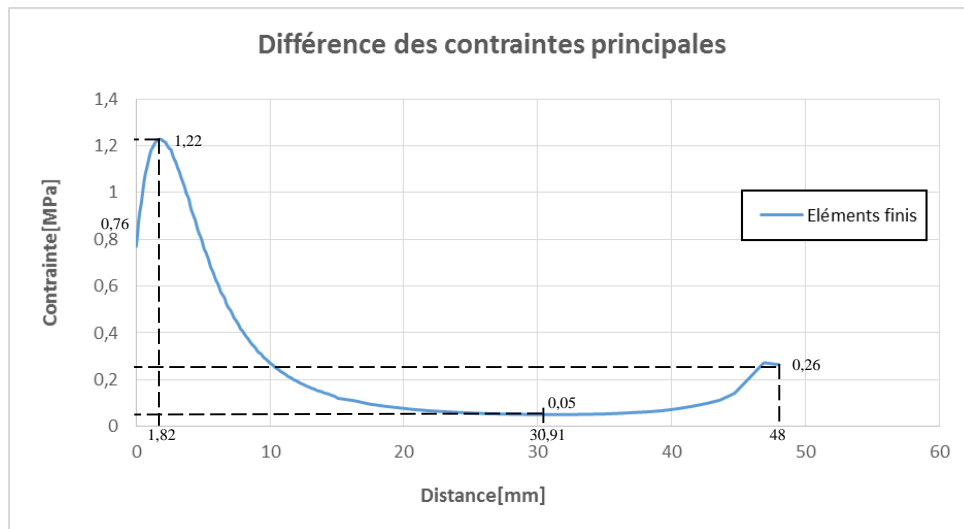


Figure IV.34 : Évolution de la différence des contraintes principales suivant un segment situé le long de la direction de la charge

La différence des contraintes principales augmente d'une valeur environ égale à 1,22 MPa à l'origine vers une valeur d'environ 0,76 MPa à une distance de 1,82 mm. Elle diminue progressivement pour prendre une valeur de 0,05 MPa à 30,91 mm et ensuite elle augmente pour atteindre une valeur de 0,26 MPa à une distance 48 mm.

IV.17 Comparaison des Résultats

- **Superposition et comparaison des images isochromes**

La Figure IV.35 représente la superposition des isochromes relevées expérimentalement et des isochromes calculées avec CASTEM et traitées avec Photoshop.

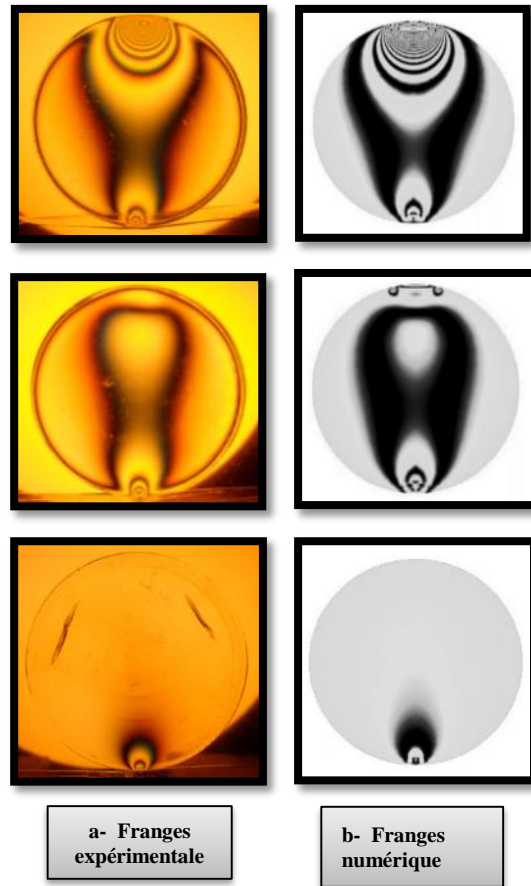


Figure IV.35 : Franges obtenues expérimentalement et par éléments finis long du cylindre.

Les franges numériques sont comparables aux franges expérimentales dans les parties inférieures et supérieures du modèle. Loin de la zone de contact la plus sollicitée, les contraintes diminuent.

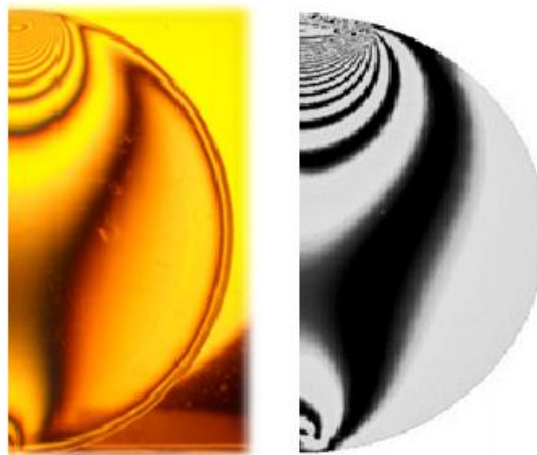


Figure IV.36 : Isochromes relevées expérimentalement et des isochromes calculées avec CASTEM et traitées avec le logiciel Photoshop

Nous constatons que l'image expérimentale obtenue par photoélasticimétrie se superpose largement avec l'image donnée par CASTEM et traité avec le logiciel Photoshop.

- **Superposition des courbes de la différence des contraintes principales au milieu du contact suivant l'axe de symétrie vertical**

La Figure IV.37 représente la superposition des courbes expérimentale et numérique de la différence des contraintes principales.

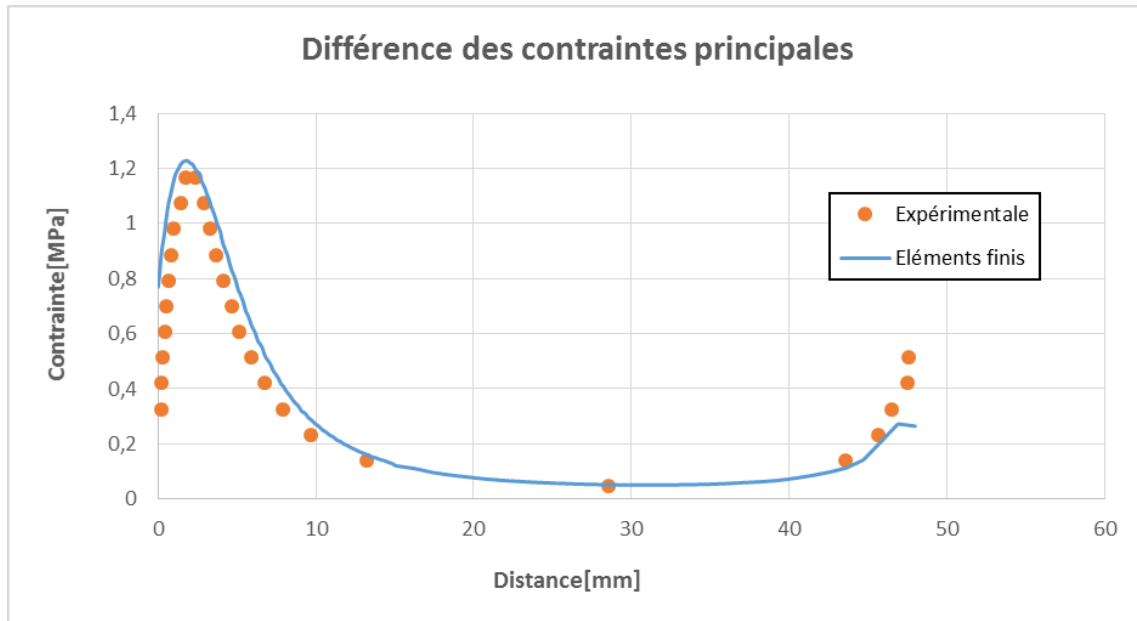


Figure IV.37: Superposition des courbes expérimentale et numérique

On constate qu'il existe une bonne concordance entre les courbes obtenues par les deux méthodes.

IV.18 Conclusion :

Dans ce chapitre nous avons montré que la méthode de figeage découpage mécanique peut être utilisée pour l'étude du contact entre solides pour déterminer le champ de contraintes développées au voisinage des zones de contact. Une telle méthode de découpage mécanique, permettant l'analyse complète d'un modèle en plusieurs heures.

Pour valider les résultats expérimentaux on a résolu le problème de contact entre deux solides numériquement à l'aide du logiciel CASTEM. Principalement on a montré que les franges obtenues expérimentalement sont similaires aux réseaux de franges obtenues numériquement.

Nous avons utilisé la méthode de figeage découpage mécanique pour étudier le problème de contact entre solide rigide et un solide déformable.

CONCLUSION GENERALE

Le but de ce travail a été l'étude des champs de contraintes figées dans des modèles en contact à l'aide de la photoélasticimétrie.

Les contraintes sont figées dans les modèles à l'aide du procédé de figeage des contraintes. Les modèles sont ensuite découpés, suivant des directions bien choisies en tranche de faibles épaisseurs. Chaque tranche ainsi obtenue est ensuite analysée sur un polariscope à lumière plane ou circulaire pour retrouver les franges isochromes et isoclines qui permettent de déterminer les valeurs et les directions des contraintes principales.

Nous avons étudié, à travers deux cas de contact entre solides, les champs de contraintes figées bidimensionnelles et tridimensionnelles développés dans les modèles. Les franges isochromes et isoclines sont déterminées expérimentalement pour différentes positions des tranches le long des modèles. Les franges ainsi obtenues sont comparées aux franges obtenues numériquement à l'aide de la méthode des éléments fins.

Les franges sont ensuite exploitées pour déterminer les valeurs des contraintes de cisaillement le long des lignes droites. On dispose ainsi d'une autre possibilité de comparer les résultats expérimentaux et les résultats numériques.

Une analyse par éléments finis, à l'aide de programmes écrits sous CASTEM, nous a permis d'obtenir les franges photoélastiques sur les tranches successives isolées dans les modèles. De même que pour la partie expérimentale, les valeurs des contraintes de cisaillement sont obtenues le long des lignes droites.

Une comparaison à l'aide des franges est faite entre les résultats expérimentaux et les résultats numériques.

Principalement, on a montré que les résultats expérimentaux et les résultats obtenus par éléments finis sont relativement en bonne concordance. Cette étude peut être étendue à d'autre problème de contact mécaniques qui sont très variés et très important à analyser.

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- [1] P. Bussetta1 Résolution du problème de contact mécanique frottant 1 Université du Québec à Chicoutimi (Canada) 555, boulevard de l'Université Chicoutimi (Québec, Canada) G7H 2B1{Philippe_Bussetta, Daniel_Marceau}@uqac.ca.
- [2] Analysis of Elastic-Plastic Contact Performance of Rigid Sphere Against a Deformable Flat-Effect of Strain Hardness 1Sathish Gandhi, V.C., 2S. Ramesh and 3R. Kumaravelan Department of Mechanical Engineering, Anna University of Technology Tirunelveli (Nagercoil Campus), Konam, Nagercoil-629004, Tamilnadu, India 2012.
- [3] Budimir Mijovic and Mustapha Dzoclo, "Numerical contact of hertz Contact between two elastic solids", Eng. Modeling V.13(2000) 3-4, pp.(11-117).
- [4] K. L. Johnson, « Contact mechanics », edition Cambridge University press 1985.
- [5] Gérald Zambelli Léo Vincent. Matériaux et contacts, Edition 1998, Presse Polytechniques et Universitaires Romondes.
- [6] B. Chatterjee, « Effect of Strain Hardening on Unloading of a Deformable Sphere Loaded against a Rigid Flat– A Finite Element Study Department of Mechanical Engineering, Jadavpur University Kolkata 700032, India 2010.
- [7] N. Poluzennec, "Développement de processus d'analyse en photoélasticimétrie par un Feuille Plan Obtenu par découpage mécanique et optique », Thèse de l'université de Poitier, Décembre 1996.
- [8] F. Djeddi : « Détermination numérique et expérimentale de contraintes dans le problème de contact mécanique » Mémoire de Magister université de Tizi-Ouzou 2007.
- [9] A.BILEK "Méthode non destructives de découpage optique en photoélasticimétrie tridimensionnelle. Application au problème fondamental du contact", Thèse de doctorat d'état Université de Tizi-Ouzou 2007.
- [10] R. Bertolaso «Étude bidimensionnelle de la répartition des charges dans une vis à billes par photoélasticimétrie » CROMeP (Mines Albi) Université de Toulouse, Mines Albi, CROMeP, Campus Jarlard, 81013 Albi cedex 09, France{bertolas,mcheikh}@enstimac.fr.
- [11] A. BILEK "Photoelastic and numerical stress analysis of a pin on a plan contact subjected to a normal and a tangential load" Laboratoire d'Energétique, Mécanique et Matériaux, U.M.M.T.O Tizi-ouzou, 15000 Algérie 2012.

- [12] Zénina A. « Analyse par photoélasticimétrie d'une pièce tridimensionnelle : modélisation numérique et expérimentalement. »Thèse de doctorat. Université de Poitiers 1998.
- [13] R. Desailly et A. Lagarde, « sur une méthode de photoélasticité Tridimensionnelle non destructive à champ complet », journal de mécanique appliquée, Vol.n°1, pp.3-30,1980.
- [14] GERMANEAU A« Développement de techniques de mesure dans le volume : Application à l'étude des effets mécaniques 3D dans les structures et les biomatériaux », Thèse de doctorat, Université de Poitiers, novembre 2007.
- [15] J.C. Dupré and A.Lagarde, “photoelastic Analysis of a three Dimensional Specimen by optical Slising and Digital Image processing”, Experimental Mechanics Vol.37,no,4,December 1997,pp.393-397.
- [16] R.L. Burguette and E.A., Patterson, “A photoelastic Study of Contact between a Cylinder and Half-space”, Experimental Mechanic Vol.7, N°3 September 1997.
- [17] François Peyruseigt « Etude de la répartition des efforts dans les rotules aéronautiques : Modélisation numérique et validation expérimentale »Airbus France - TYEN - E5002 316, route de Bayonne - 31060 Toulouse Cedex, France Francois.Peyruseigt@airbus.comaoût 2007.
- [18] Zénina A., Dupré.J.C.,Lagarde A. « Optical approaches of a photoelastic medium for theoretical and experimental stufy of the stresses in a three dimensional specimen”. IUTAM Symposium on advanced Optical Method and Application in solid Mechanics, Poitiers, France,31 aout 4 - September, 1998.
- [19] BERDJANE Mohand Ouali« Etude du contact entre solides déformables : Expérimentation – modélisation »Mémoire de Mastère université de Tizi-Ouzou 2011.
- [20] Fabrice BREMAND, « photoélasticimétrie plane », laboratoire de mécanique des solides, atelier photomécanique 6-12juillet 2004, Saint-Etienne.
- [21] Didier BELLET-Jean Jacques Barrau, « Cours d'élasticité » (photoélasticité) Editions CERADUES-Aout 1966.
- [22] D.DARTUS, « Élasticité linéaire », Edition CERADUES-janvier 1995.
- [23] Jean Avril et collaborateurs, « Encyclopédie d'analyse des contraintes », Edition Brodbeck 1966.
- [24] W.James, « Experimental stress analysis », Editor B.J. Clark and Madelaine Eichberg: B1978.
- [25] M. Favre, “Sur une methode de determination des Tensions Intérieures dans les Solides à Trois Dimentions”, C.R.A.S., T190, PP.1182-1184,1930.

Annexe A

A.1 Conception d'un dispositif mécanique pour figer les contraintes de différents types d'éprouvettes

Dans cette étude on cherche les différents dispositifs à réaliser pour faire des essais de figeage des contraintes sur différents types d'éprouvettes.

L'étude de notre travail dans cette annexe est basée sur la conception d'un dispositif mécanique qui nous permet de procéder aux essais de compression, d'un cylindre déformable par un cylindre rigide, les deux sont orthogonaux. Le principe est d'avoir la charge répartie sur toute la surface de contact (Figure A.1).

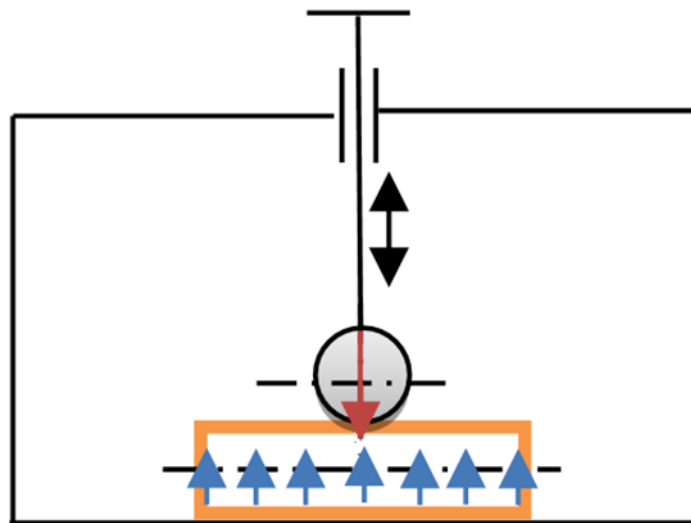


Figure A.1 Schéma cinématique

Nous avons utilisé le logiciel SOLIDWORKS pour concevoir les pièces. Il y a trois étapes essentielles :

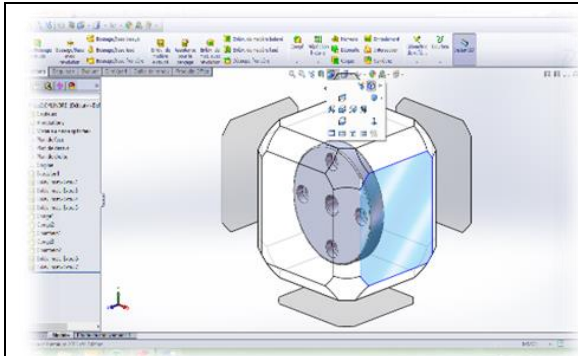
- La pièce
- L'assemblage
- La mise en plan

A.1.1 Les pièces

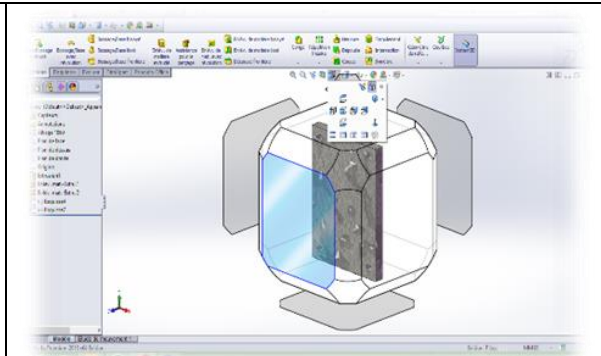
Dans cette conception, pour la création de pièces, nous avons étudié les outils les plus utilisés du logiciel SOLIDWORKS. Ces outils sont utilisés pour de nombreuses pièces.

- **Représentation en 3D d'un simple composant de conception.**

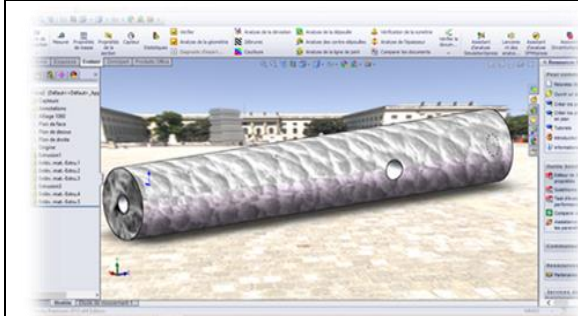
On a conçu plusieurs pièces : la semelle supérieure et inférieure, Bague de Guidage, Colonne, Axe d'appui, porte charge, L'axe pour la flexion, Annaux élastiques (circlips) pour arbres, Écrou, Cylindre de contact, vis CHC, poutre en époxy (éprouvette), Disque en époxy (éprouvette), plaque en époxy (éprouvette), Cylindre plein (éprouvette) et Cylindre creux (éprouvette) voir les modèles en 3D.



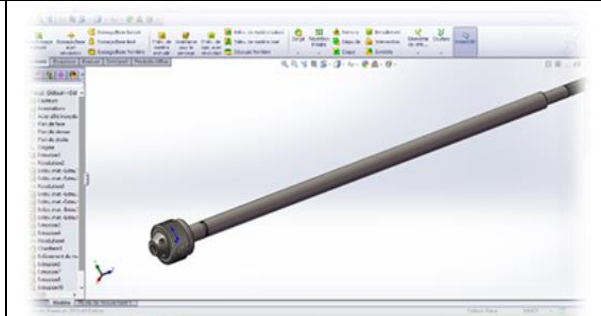
Bague de Guidage



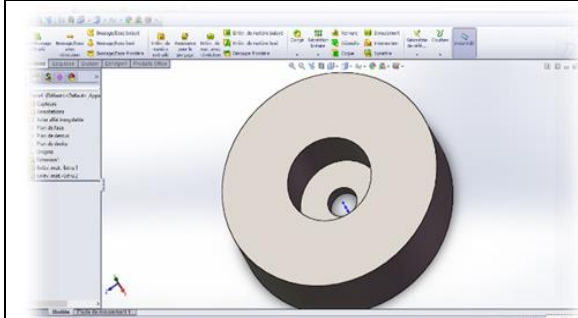
semelle supérieur



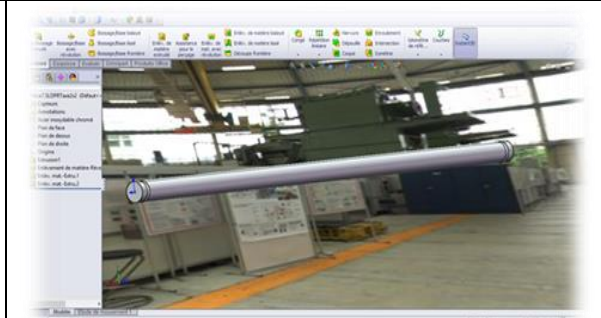
Colonne



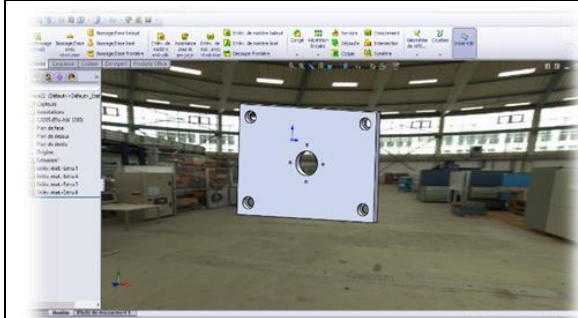
Axe d'appui



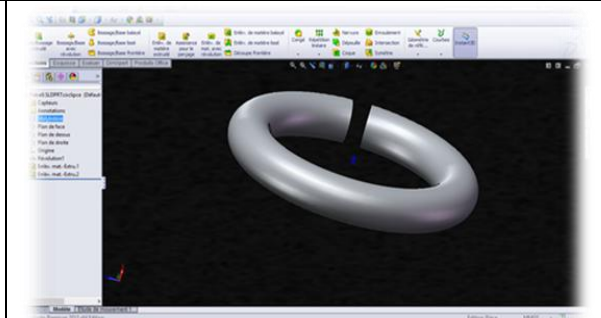
porte charge



L'axe pour la flexion



Semelle Supérieure



Annaux élastiques (circlips) pour arbre

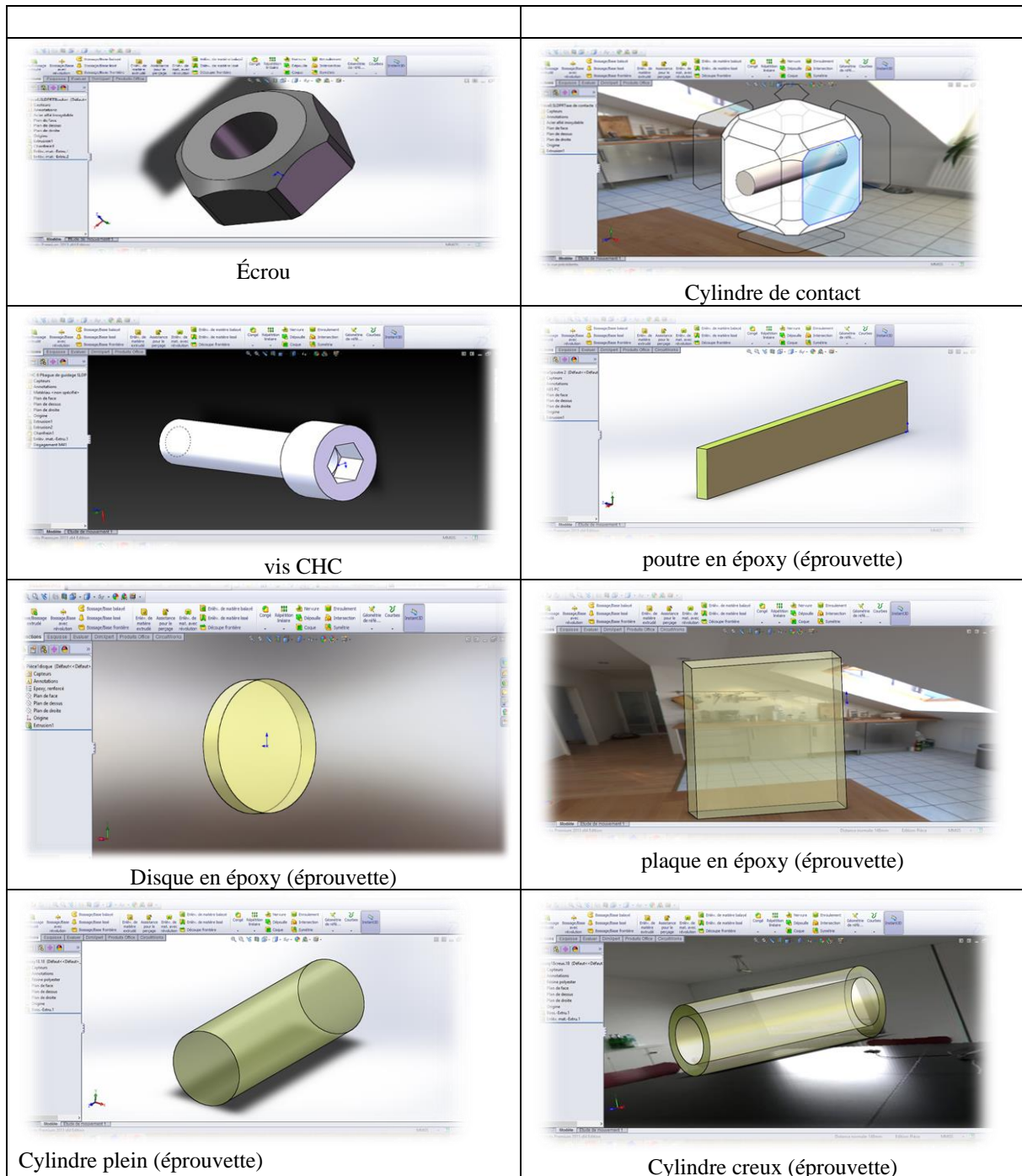


Figure A.2 : les modèles en 3D

A.1.2 Les assemblages :

Les assemblages sont obtenus par la juxtaposition de pièces. La mise en position de pièces est définie par un ensemble de contraintes d'assemblage associant, deux entités respectives par une relation géométrique (coïncidence, tangence, coaxialité...).

- Exemples de contacts du dispositif

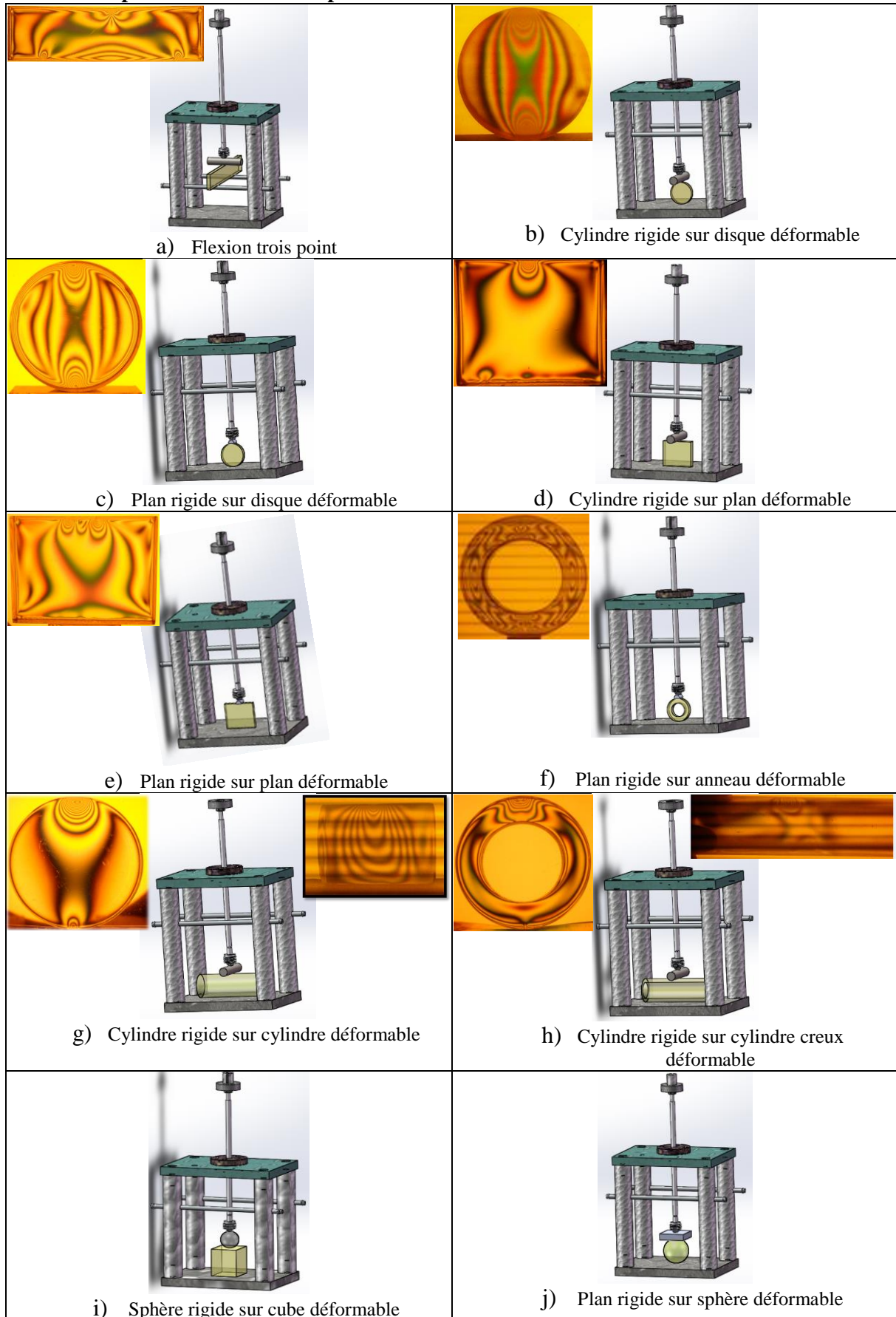


Figure A.4 Différents modèle de contact à figer

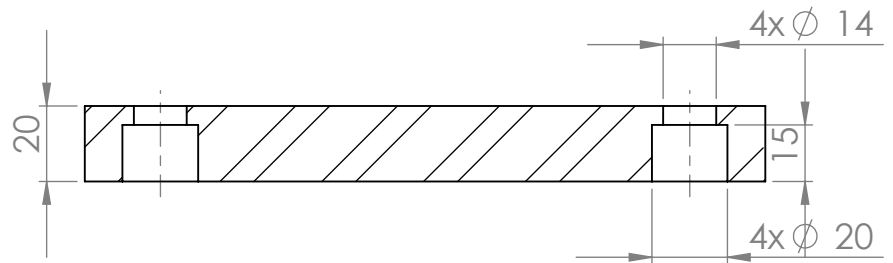
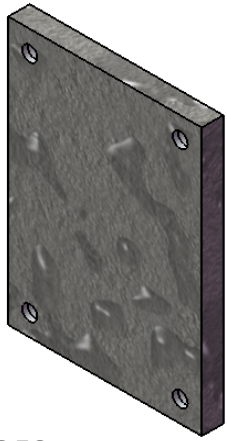
Dans cette conception, nous avons montré quelques exemples pour analyser les différents modèles après le figeage des contraintes. Sachant que dans ces exemples on peut distinguer deux cas différent :

- Le premier cas, on utilisera une méthode non destructive, bidimensionnel, on peut analyser les contraintes figé directement, sans détruire les modèles. Figure A.4 (a, b, c, d, e, et f).
- Le deuxième cas, on utilisera une méthode destructive mais aussi on peut utiliser une méthode non destructive, tridimensionnel, on va analyser la tranche la plus sollicitée après le découpage mécanique. C'est la transformation 3D vers 2D. Figure A.4 (f, g, h et j).

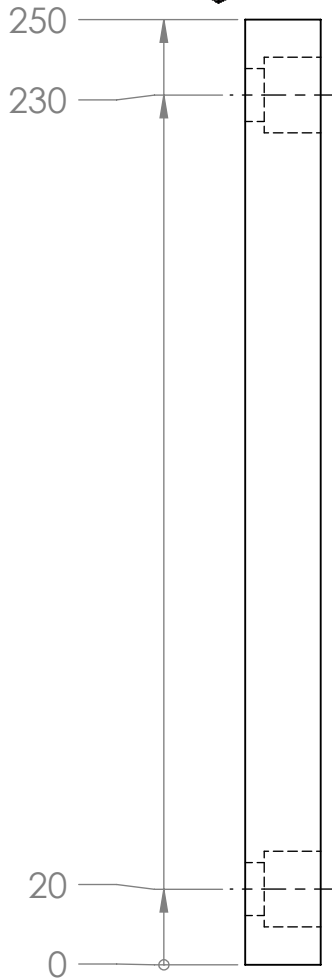
A.1.3 Les mises en plan

Les mises en plan concernent à la fois les pièces (dessin de définition) ou les assemblages (dessin d'ensemble). Pour aboutir à un plan fini d'une pièce on peut estimer mettre 2 fois moins de temps qu'avec un outil DAO. En effet, en DAO, chaque trait est indépendant, et c'est au dessinateur de savoir quelles entités graphique sont concernées par une modification. Le logiciel 3D ne fait qu'une projection de l'objet. Les modifications éventuelles sont opérées sur l'objet représenté, et ne concernent pas directement le plan.

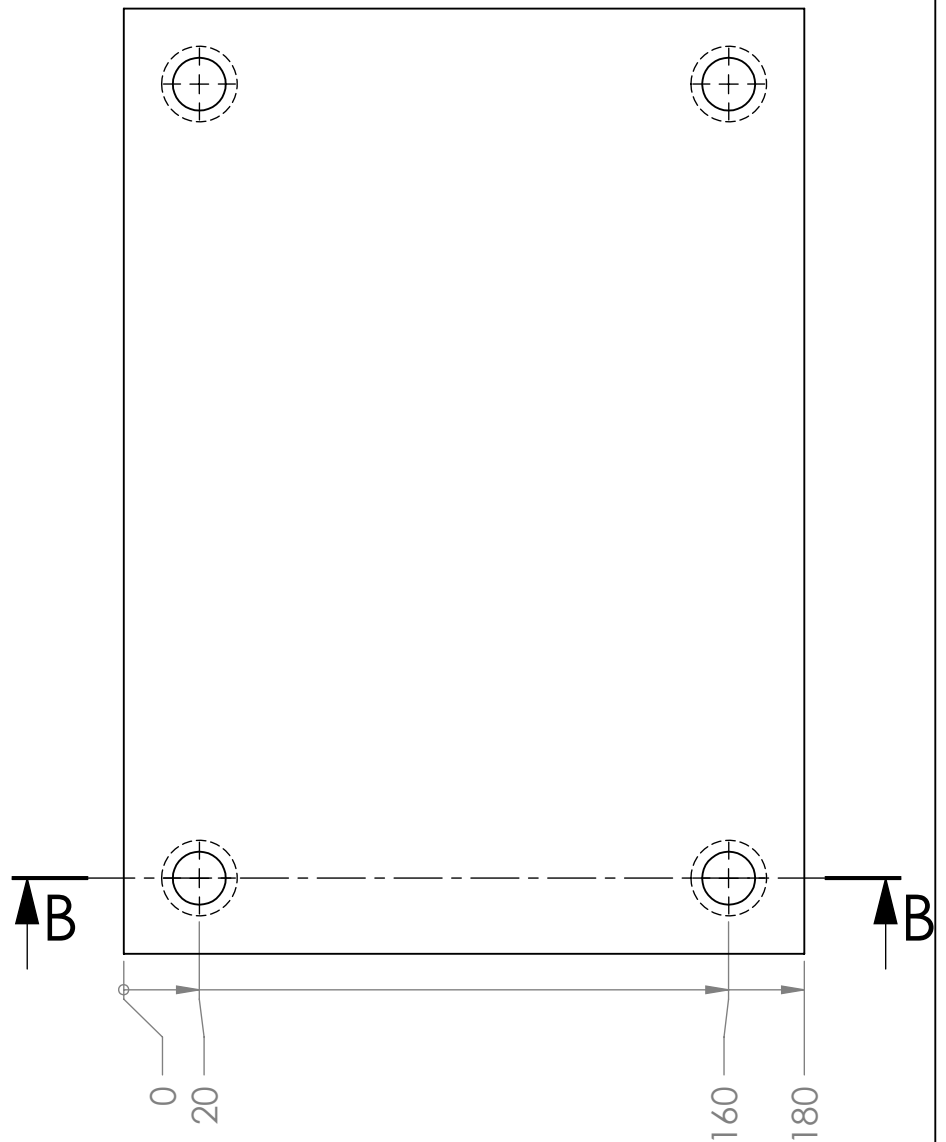
Pour passer à la réalisation il faut avoir le dessin de définition dans les différents formats soit A4, A3, A2, A1, A0 ; tout dépend des complexités des pièces, les dimensions, les échelles...

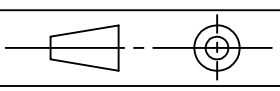


COUPE B-B
ECHELLE 1 : 2

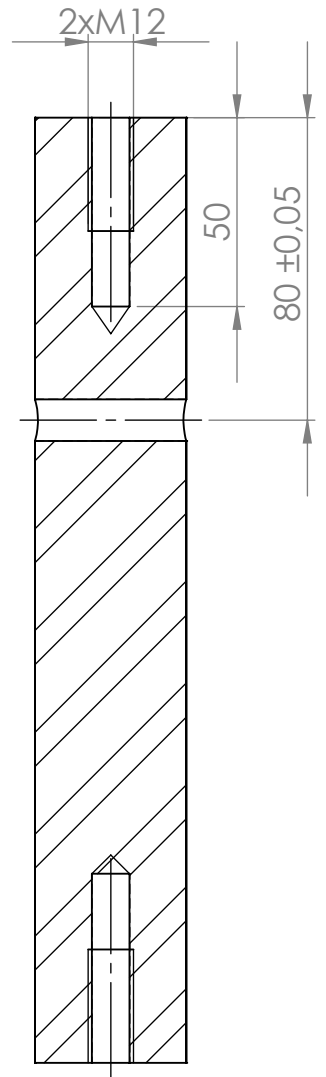
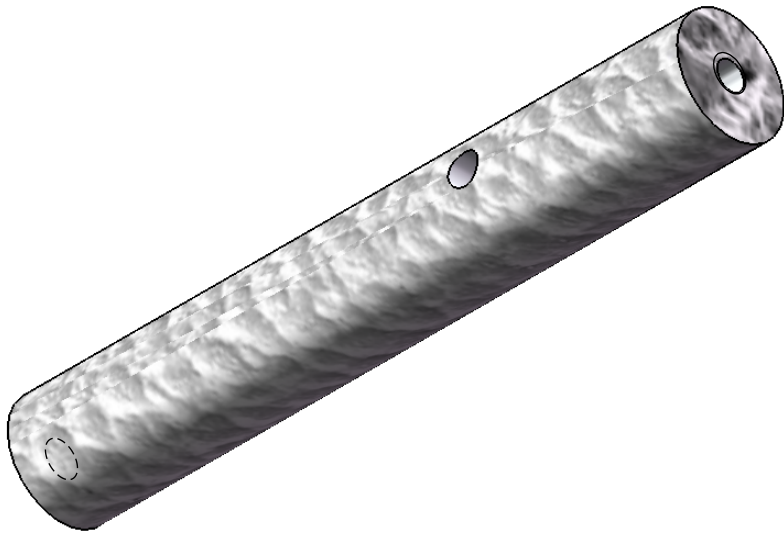


Cotes sans tolérances
IT=±0,1
Ra3,2

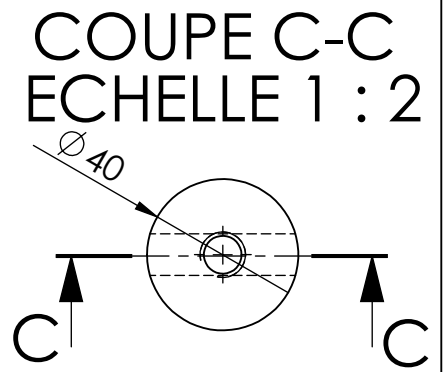
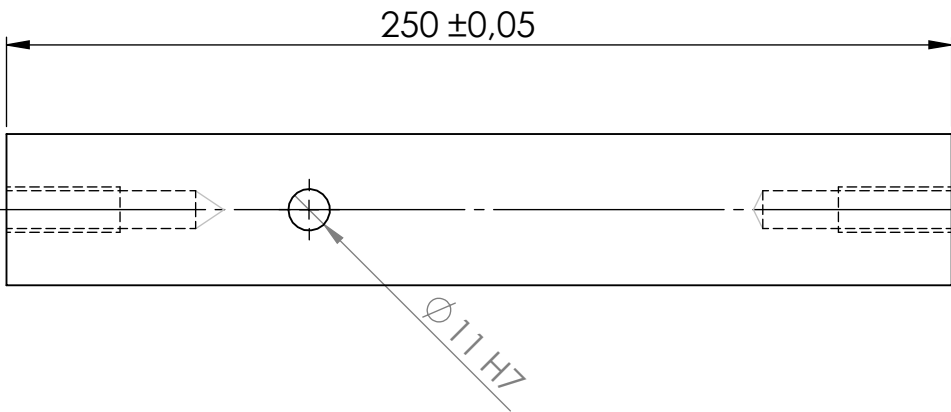


01	01	SEMELLE INFERIEUR	ALUMINIUM	
RF	NB	DESIGNATION	MATIERE	OBSERVATION
ECHELLE:		DEPT - GM - UMMTO		TOUAHIR KAMEL
1:2		DISPOSITIF EXPERIMENTAL		
				
A4				PRO 12-13
				MAG



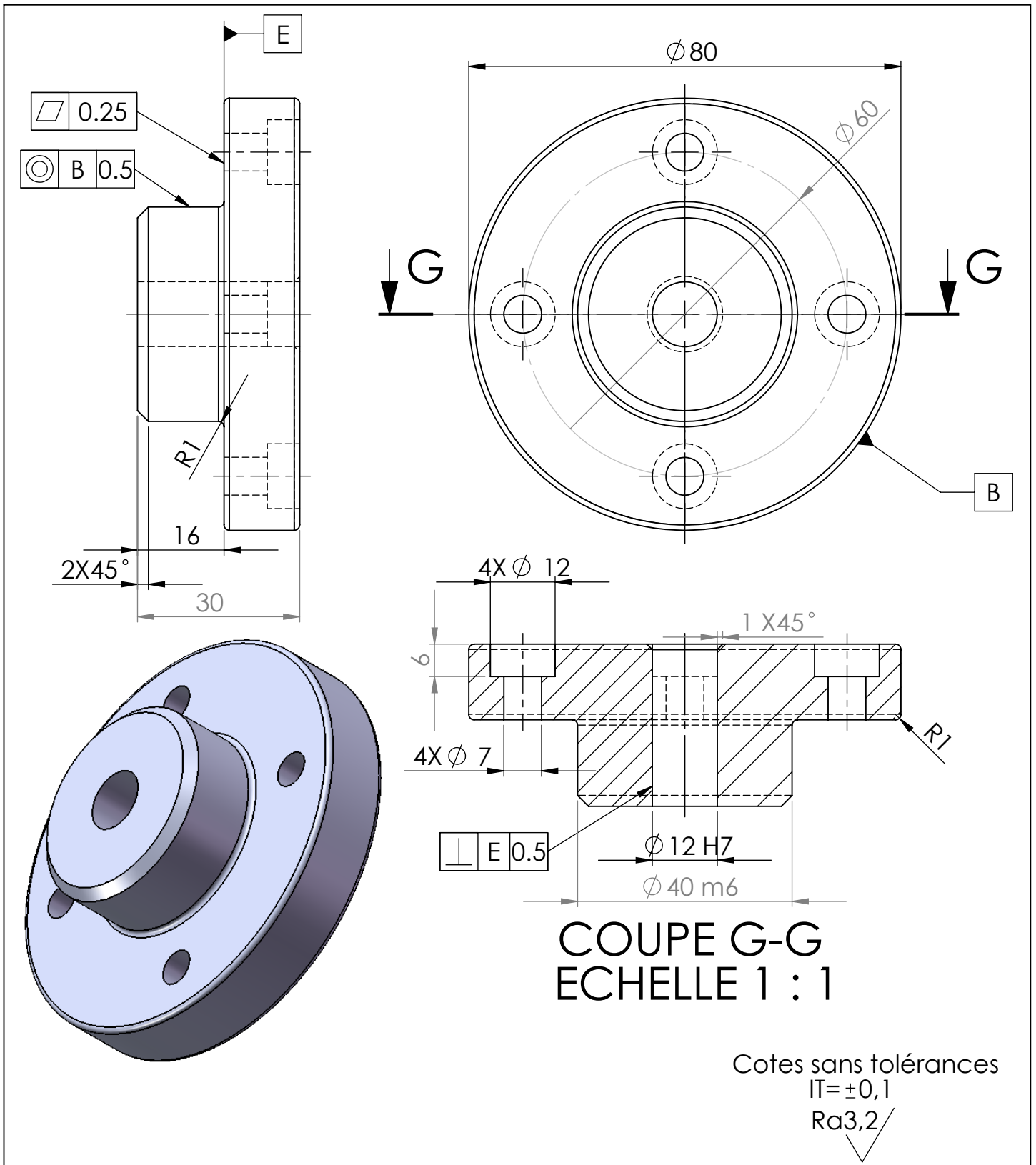


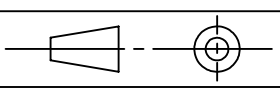
Cotes sans tolérances
 $IT = \pm 0,1$
 $Ra 3,2$



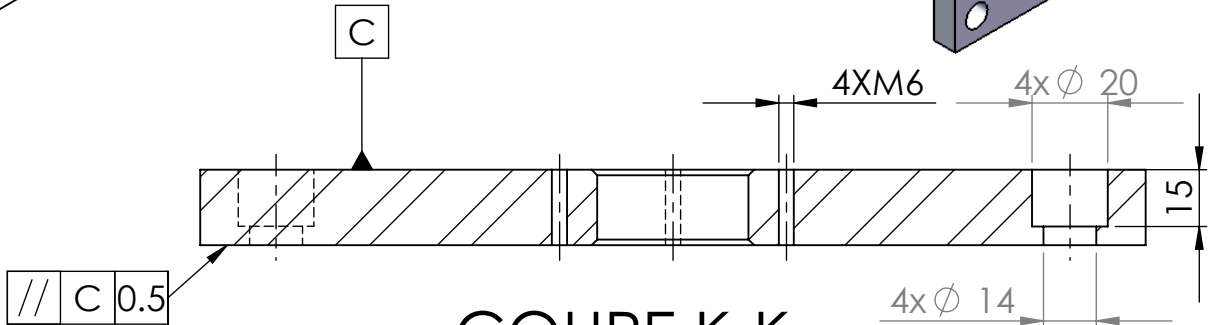
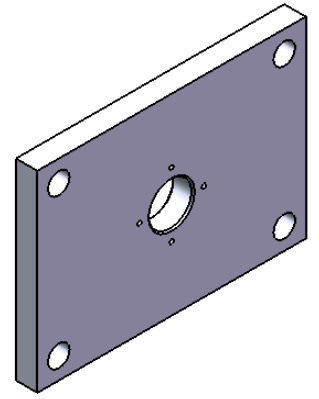
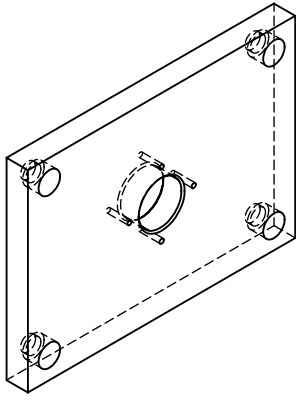
02	04	COLONNE	ALUMINIUM	
RF	NB	DESIGNATION	MATIERE	OBSERVATION
ECHELLE:		DEPT - G M - U M M T O		TOUAHIR KAMEL
1:2		DISPOSITIF EXPERIMENTAL		PRO 12-13
				MAG
A4				





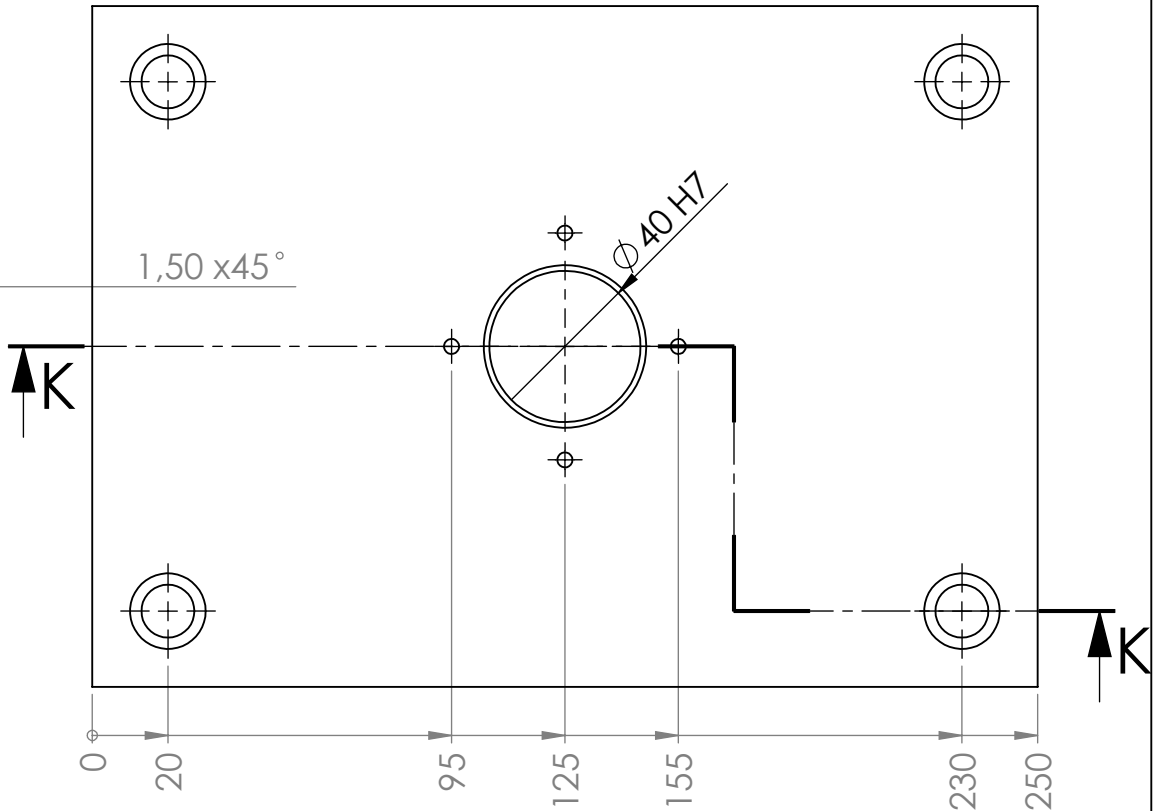
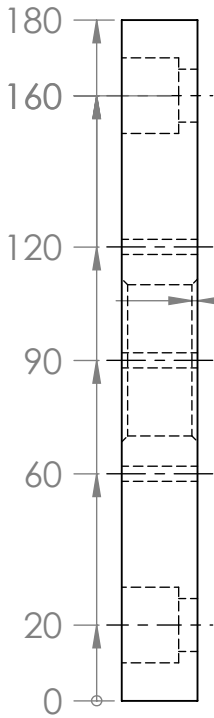
03	01	BAGUE DE GUIDAGE	ALUMINIUM	
RF	NB	DESIGNATION	MATIERE	OBSERVATION
ECHELLE:		DEPT - G M - U M M T O		TOUAHIR KAMEL
1:1		DISPOSITIF EXPERIMENTAL		PRO 12-13
 A4				MAG

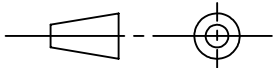
Cotes sans tolérances
 $IT = \pm 0,1$
 $Ra 3,2$



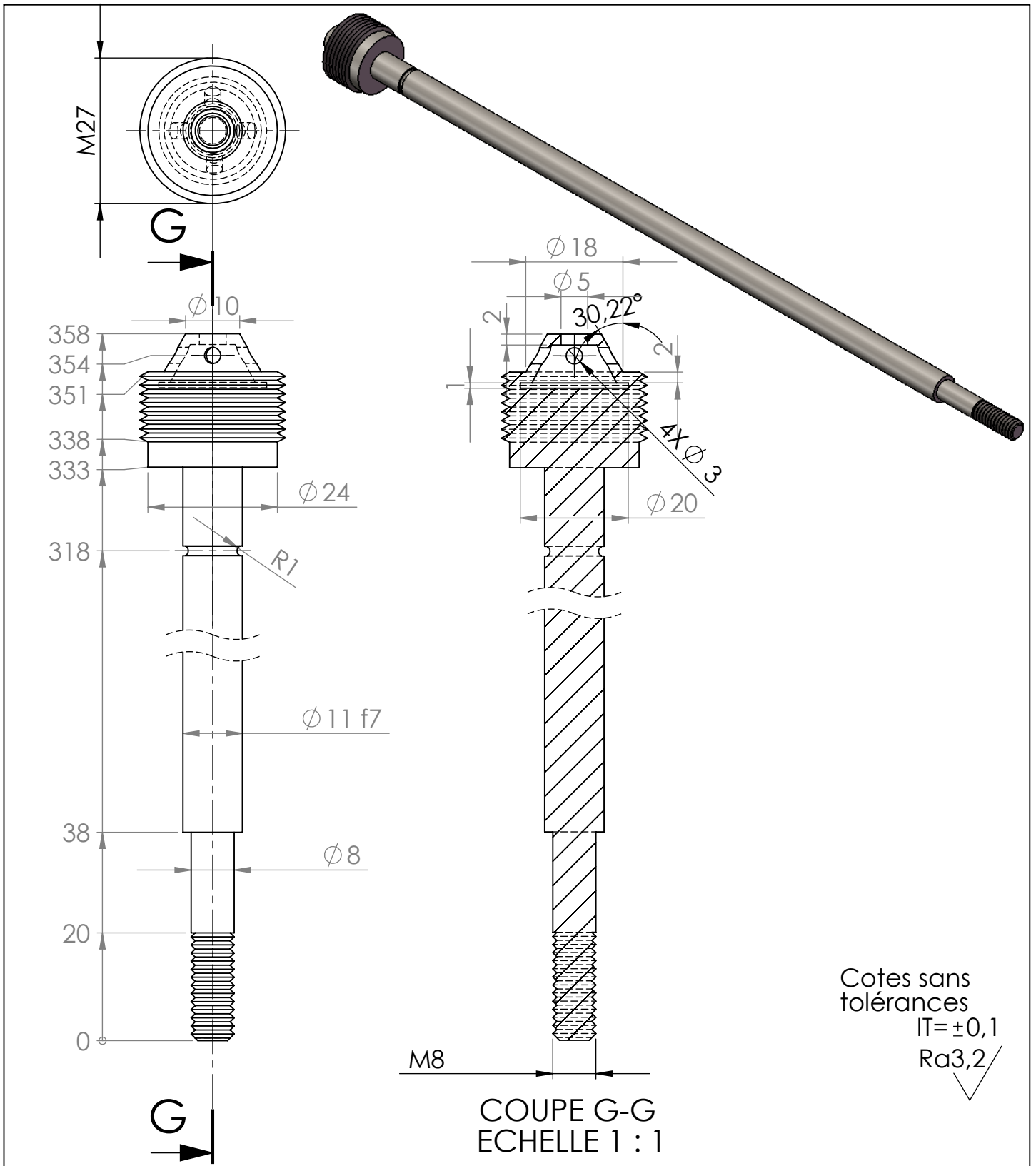
$\parallel C 0.5$

**COUPE K-K
 ECHELLE 1 : 2**

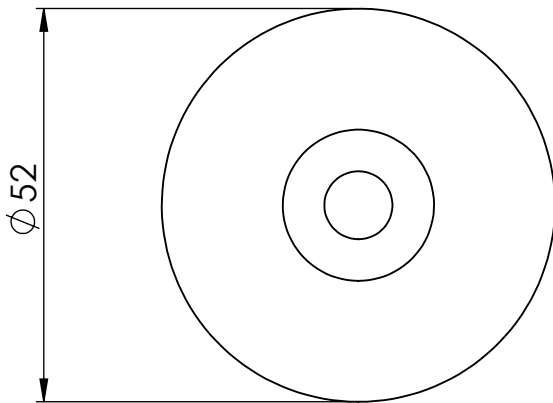
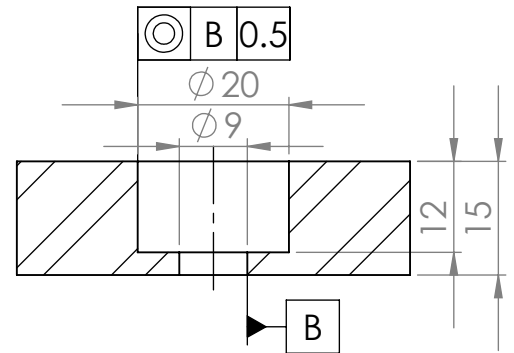
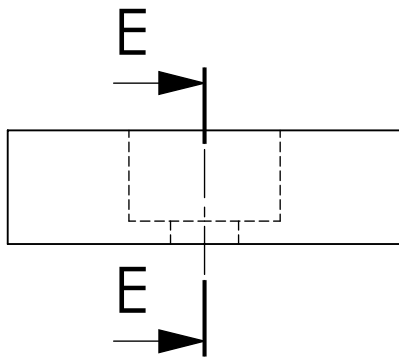
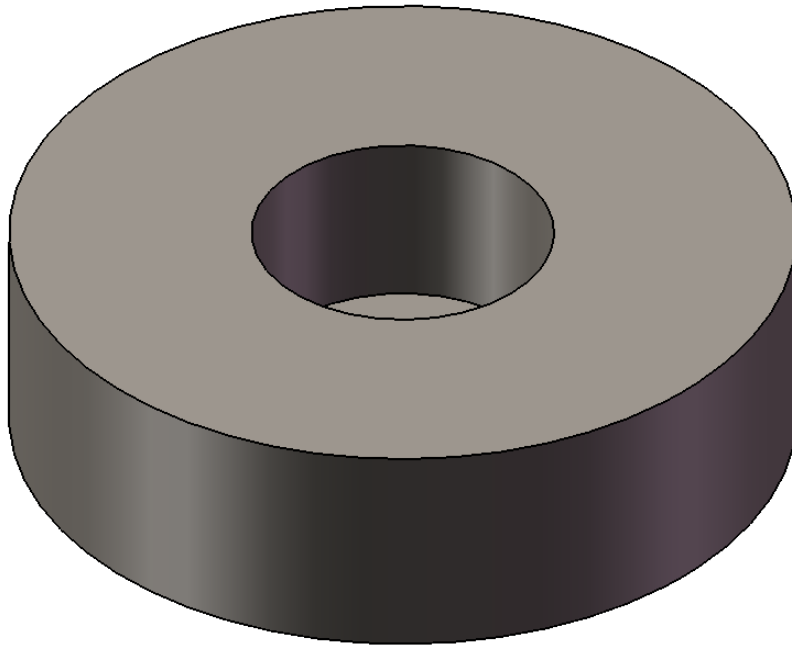


04	01	SEMELLE SUPERIEUR	ALUMINIUM	
RF	NB	DESIGNATION	MATIERE	OBSERVATION
ECHELLE:		DEPT - G M - U M M T O		TOUAHIR KAMEL
1:1		DISPOSITIF EXPERIMENTAL		
				
A4				PRO 12-13
				MAG



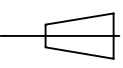


05	01	AXE D'APPUI	Acier allié	Cémenté et trempé
RF	NB	DESIGNATION	MATIERE	OBSERVATION
ECHELLE:		DEPT - G M - U M M T O		TOUAHIR KAMEL
1:1		DISPOSITIF EXPERIMENTAL		
A4				PRO 12-13
				MAG

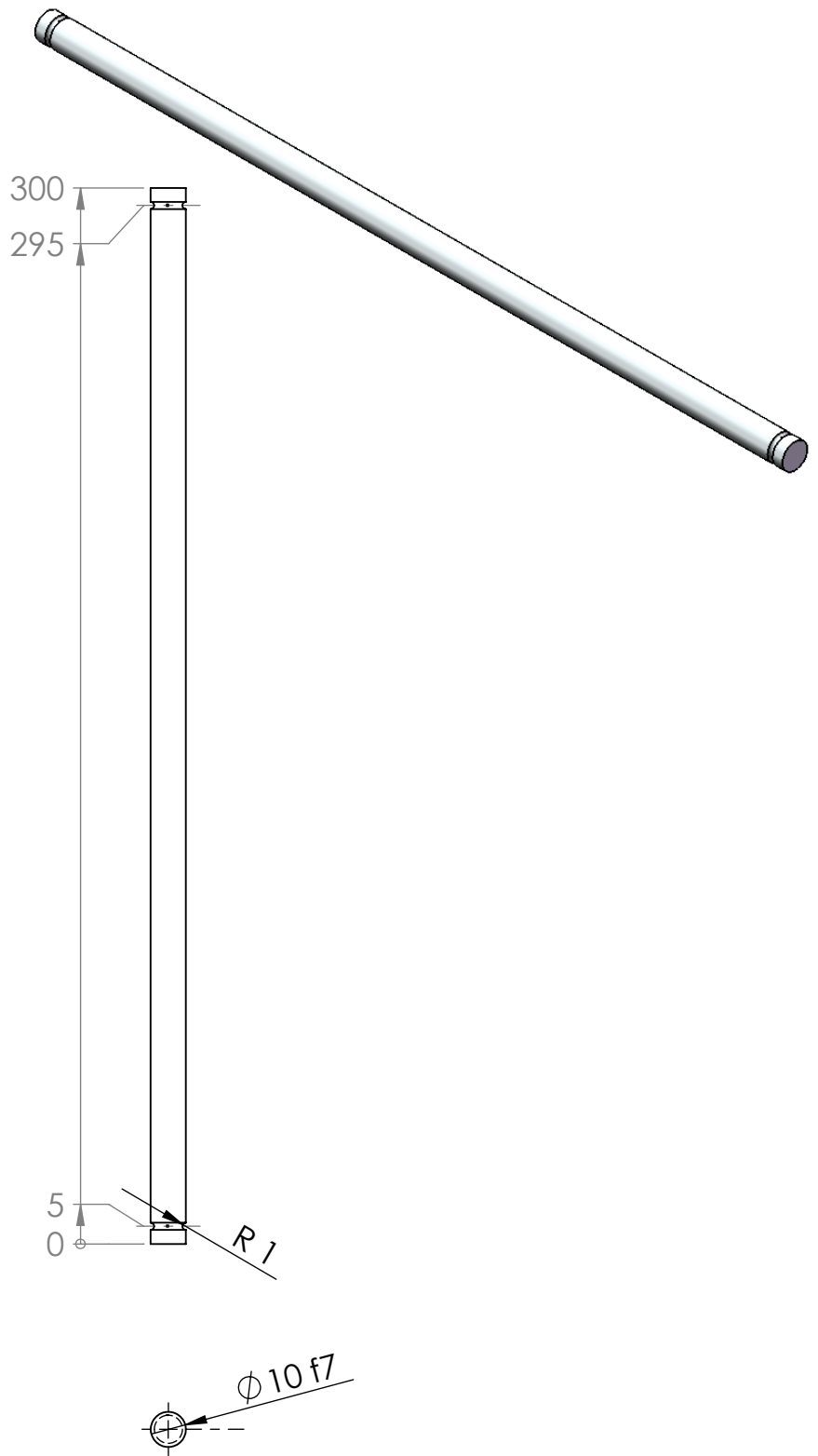


COUPE E-E
ECHELLE 1 : 1

Cotes sans tolérances
IT=±0,1
Ra3,2

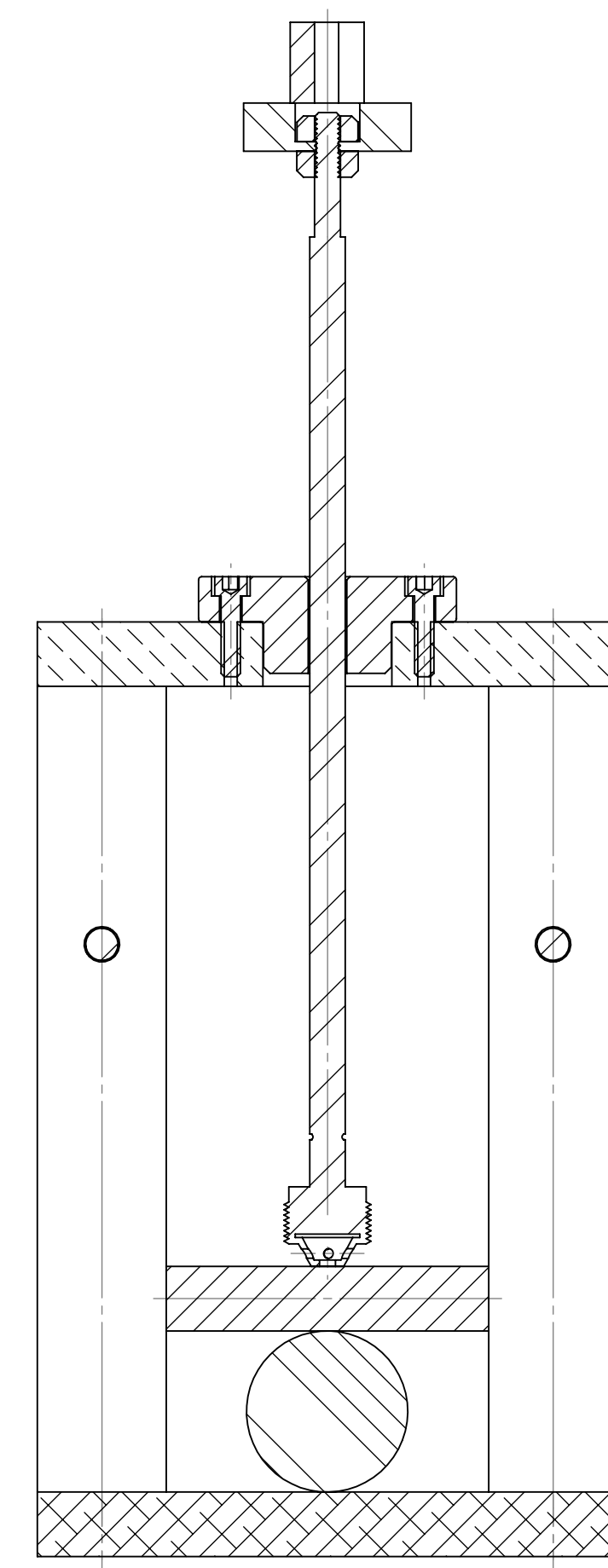
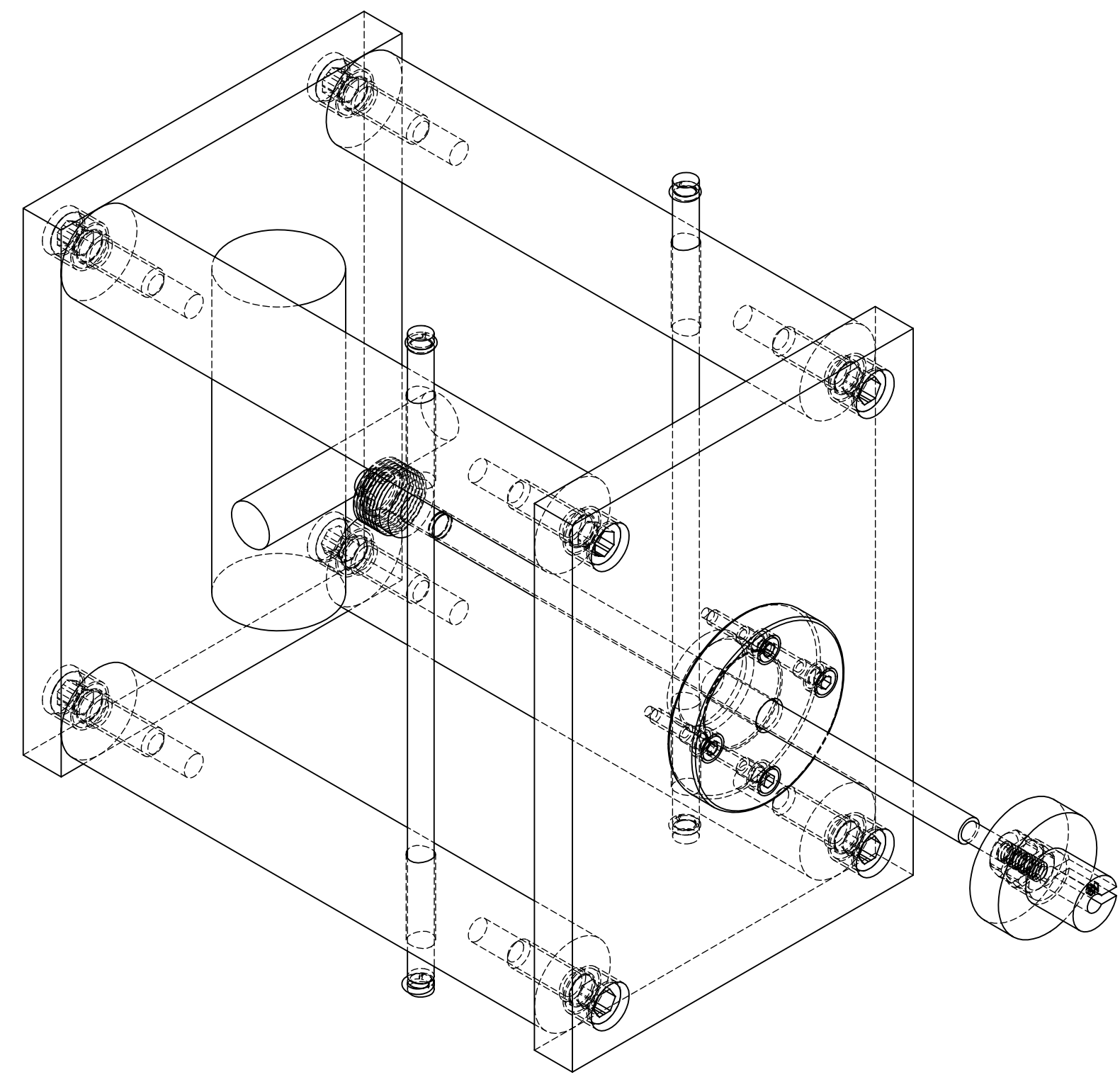
06	01	PORTE CHARGE	ALUMINIUM	
RF	NB	DESIGNATION	MATIERE	OBSERVATION
ECHELLE: 1:1		DEPT - G M - U M M T O		TOUAHIR KAMEL
		DISPOSITIF EXPERIMENTAL		PRO 12-13
A4				MAG



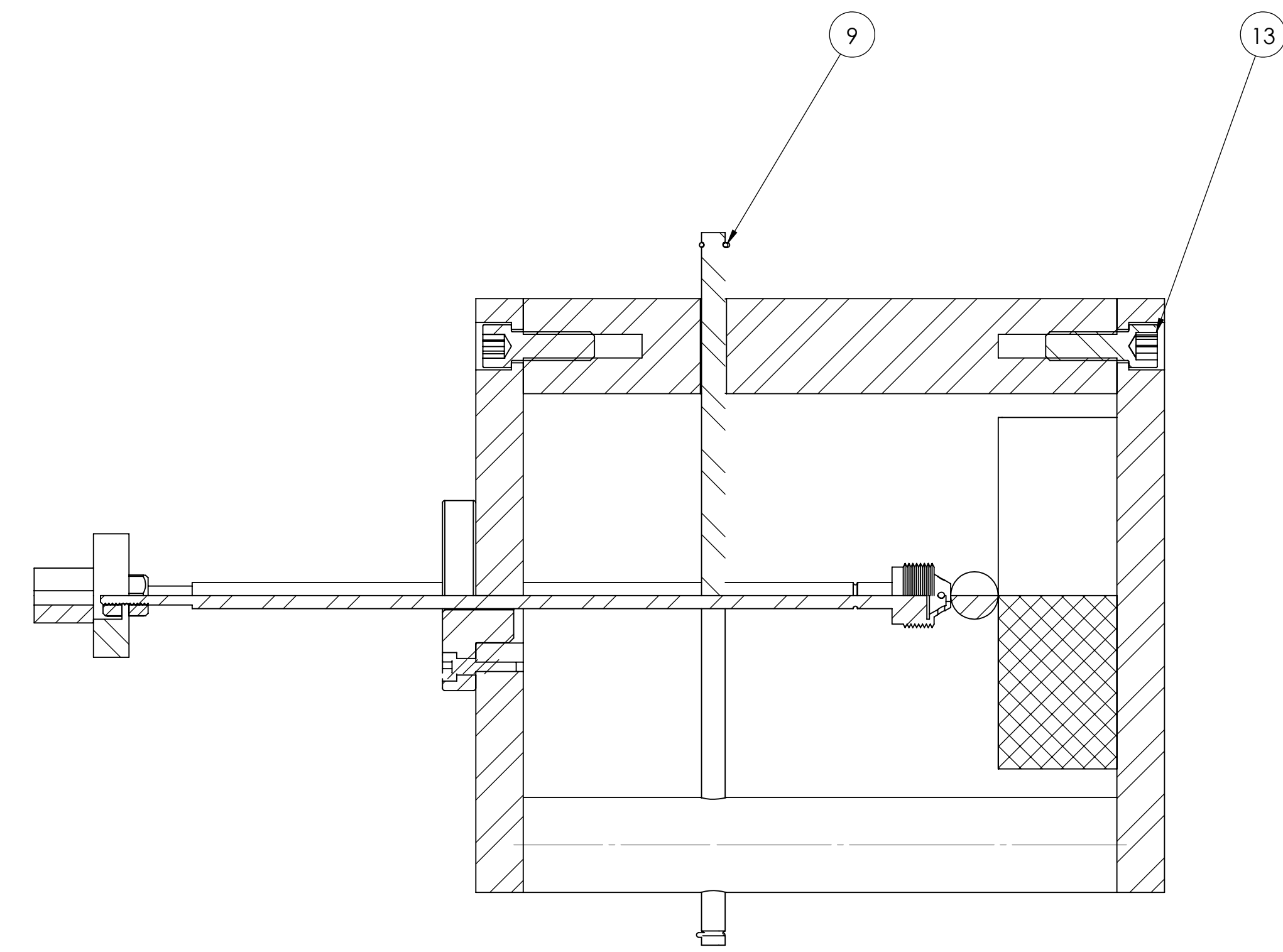
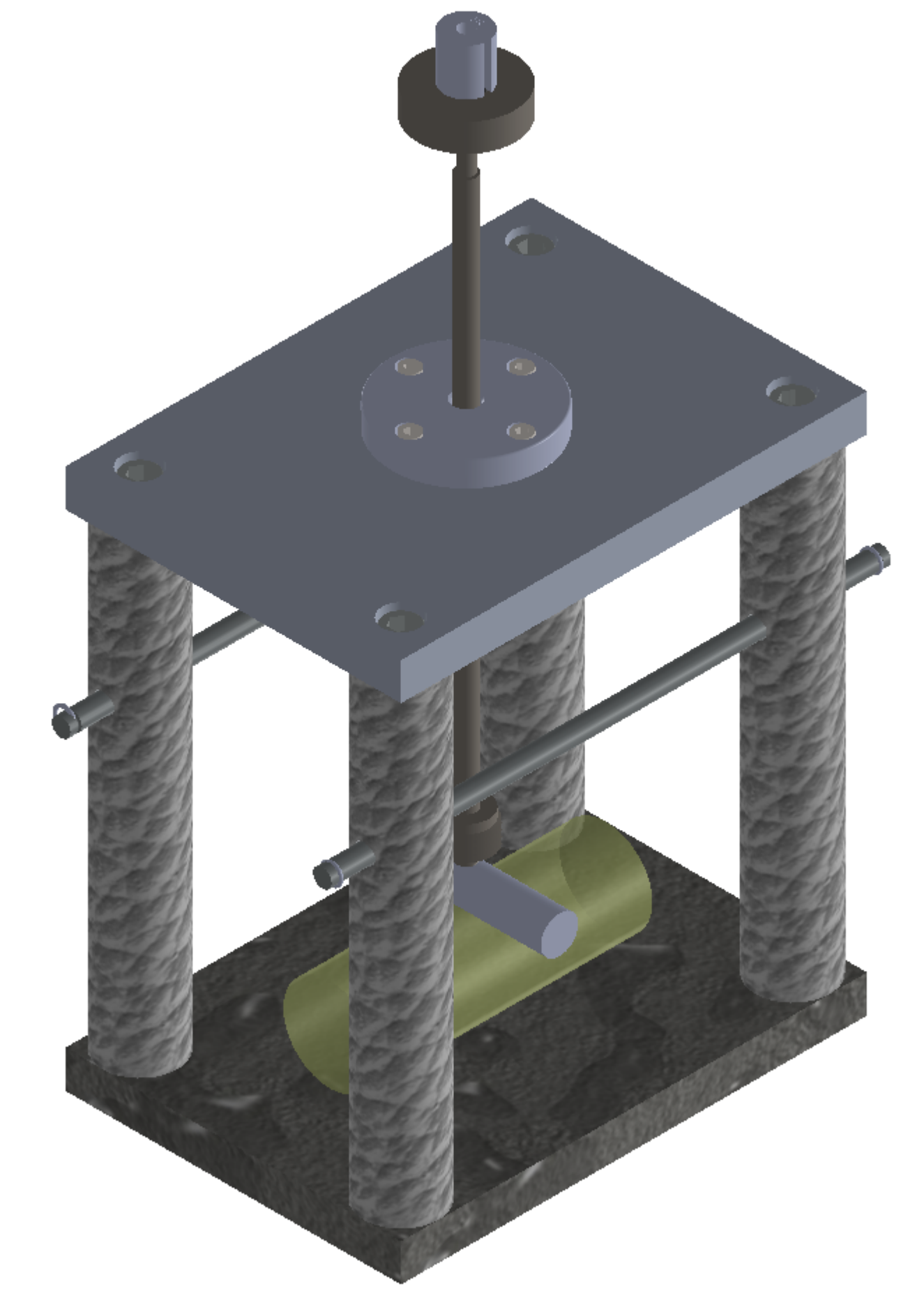


07	02	L'AXE POUR LA FLEXION	Acier allié	Cémenté et trempé
RF	NB	DESIGNATION	MATIERE	OBSERVATION
ECHELLE: 1:2		DEPT - G M - U M M T O		TOUAHIR KAMEL
		DISPOSITIF EXPERIMENTAL		PRO 12-13
A4				MAG

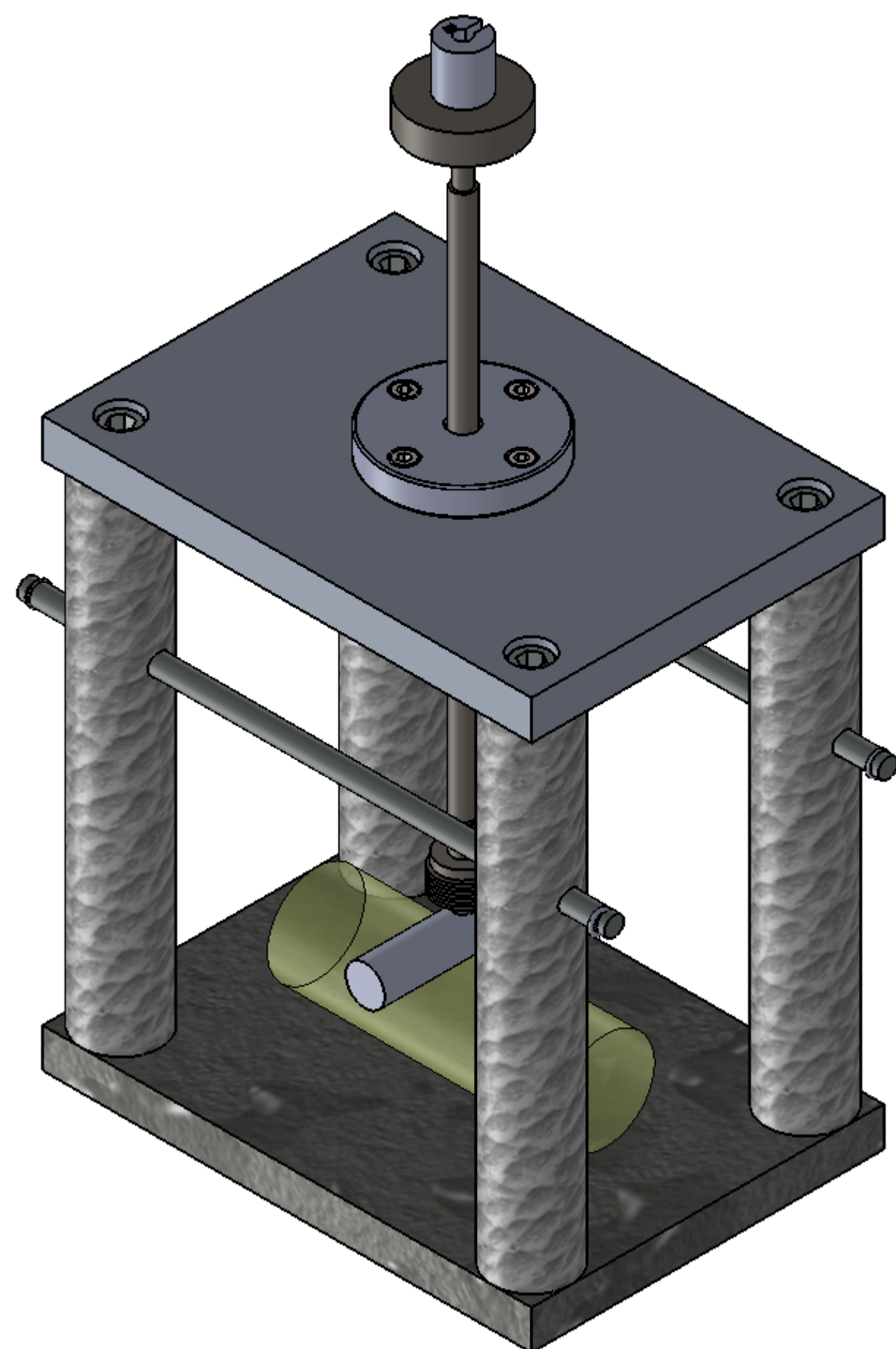
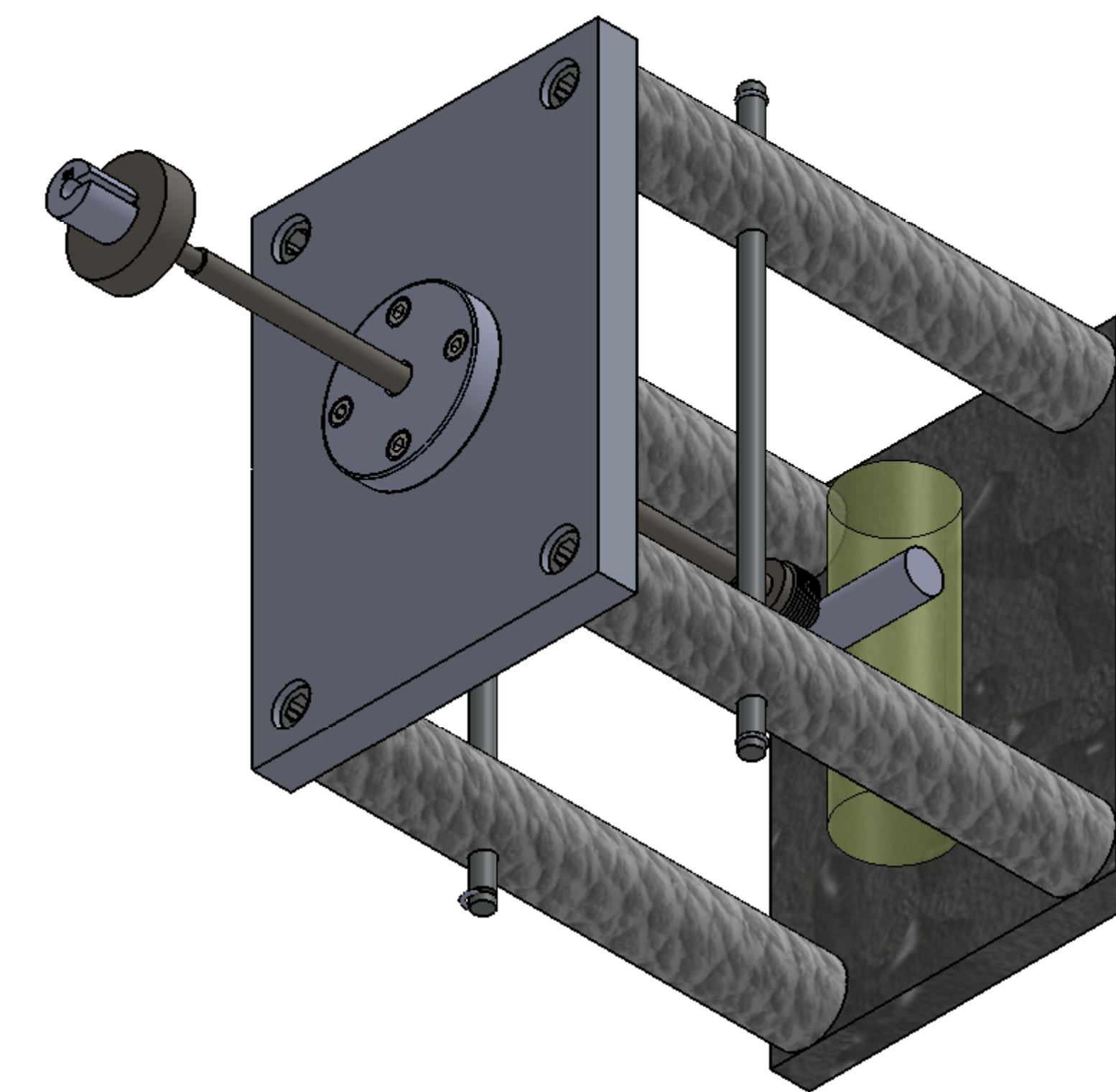
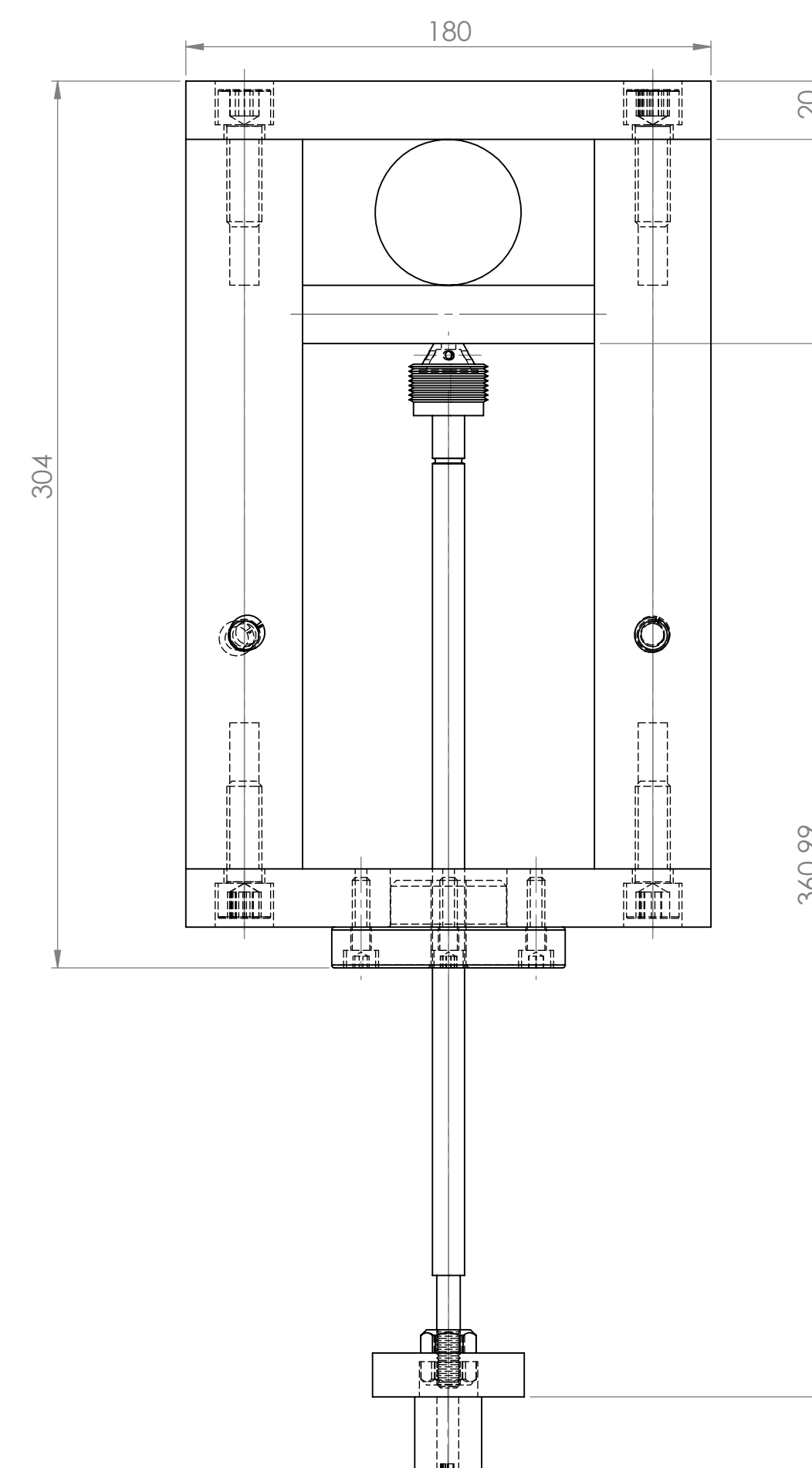
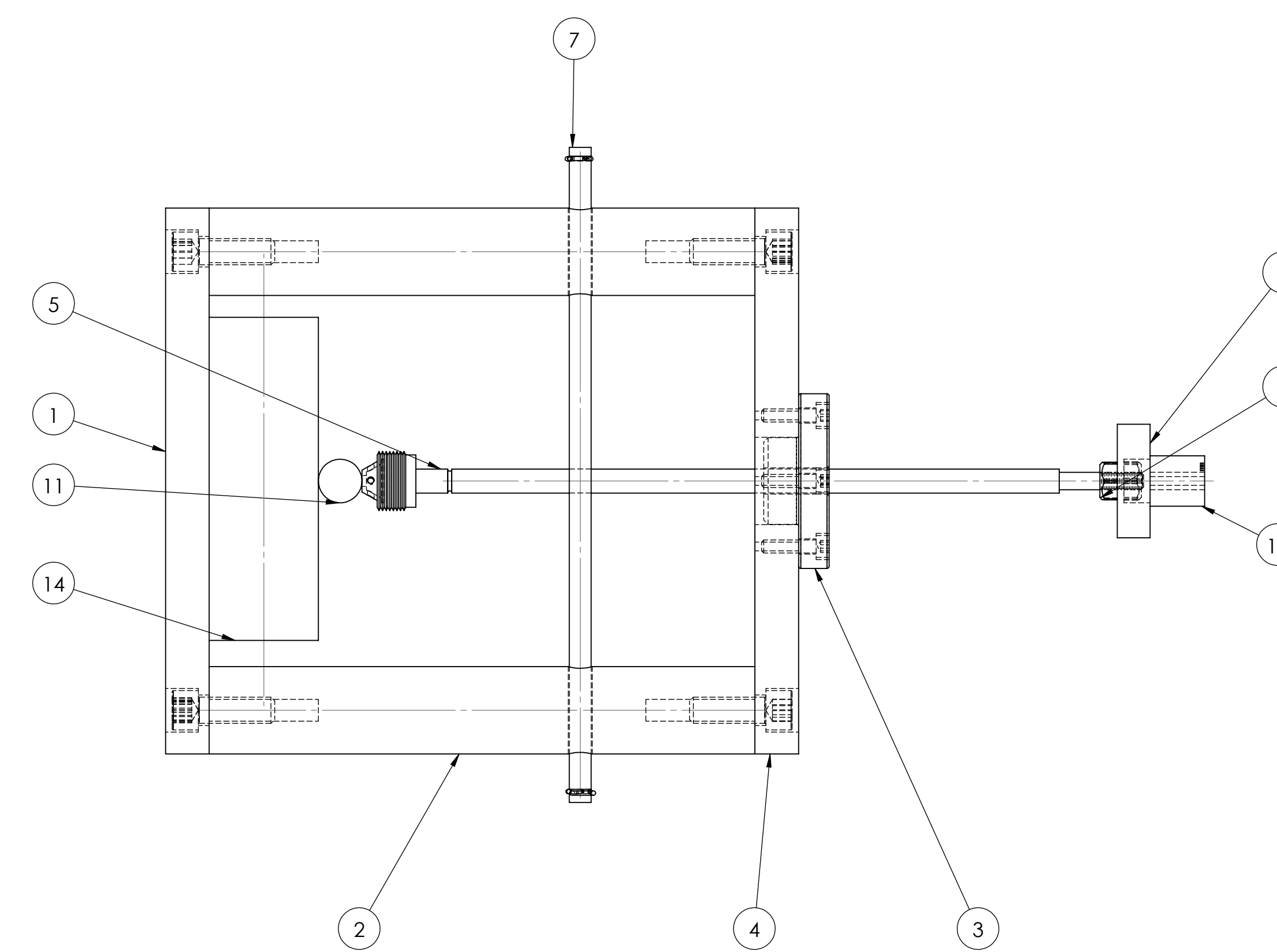
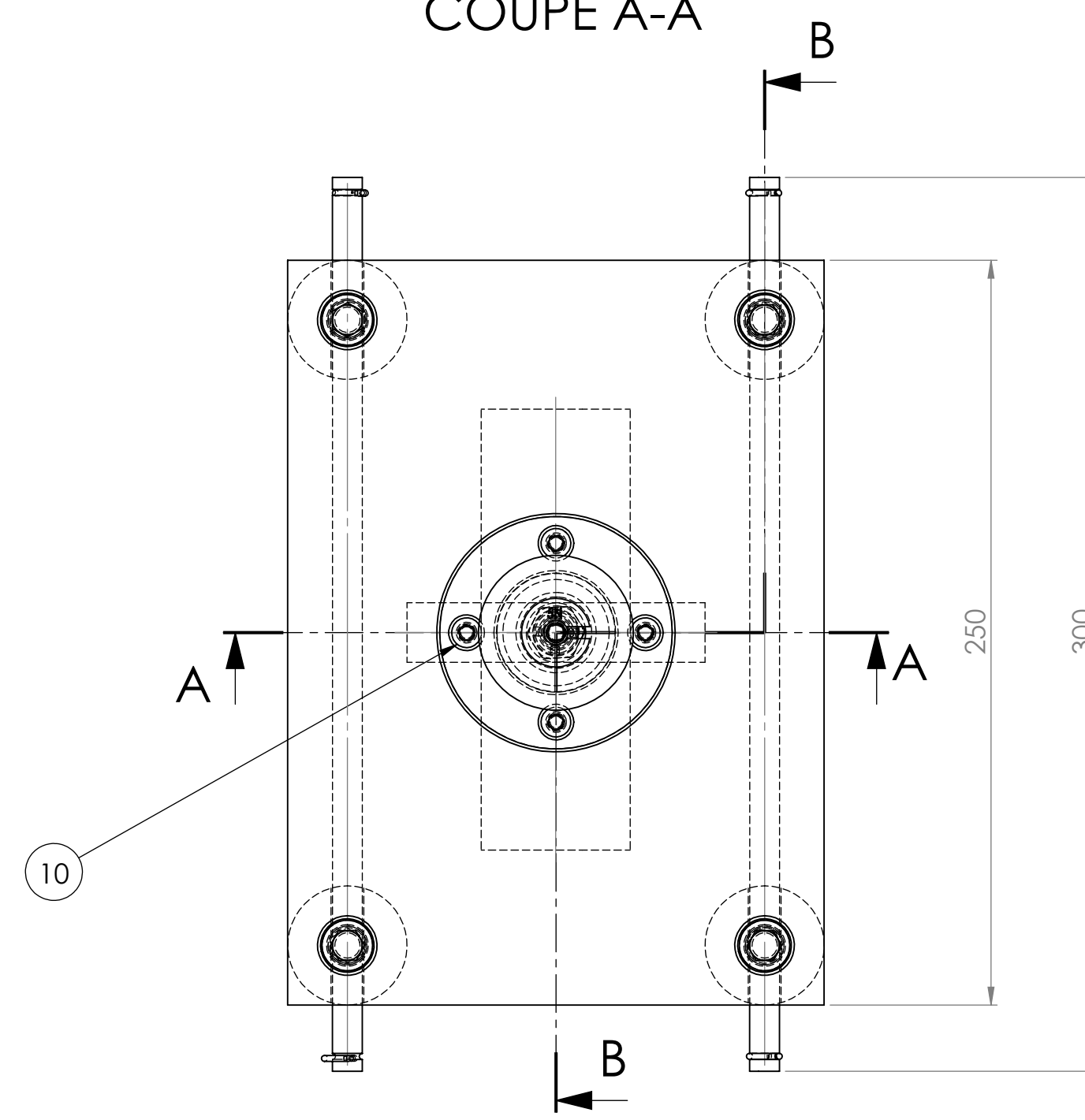




COUPE A-A



COUPE B-B



Les paramètres de l'etuve:
 • Etuve utilisé : Etuve Memmert 280°C
 • Encobrement du Dispositif :
 1. Epaisseur : 180mm
 2. Longueur : 390mm
 3. Largeur : 300 mm
 • Poids approximatif du dispositif 101030,36 grammes.
 • Matière utilisée: Epoxy
 • Diamètre de la pièce: 48mm
 • Poids de la pièce : 337,09 grammes.

14	01	CYLINDRE DEFORMABLE	EPOXY	
13	01	VIS CHc M6 x 20	36Ni Cr Mo 16	
12	08	POID	Acier allié	
11	04	CYLINDRE DE CONTACT	Acier allié	
10	08	VIS CHc M12 x 35	36Ni Cr Mo 16	C35 (XC38)
09	04	ANNAUX ELASTIQUE (CIRCLIPS)	42CrMo4	
08	02	ECROU	Acier allié	
07	02	L'AXE POUR LA FLEXION	Acier allié	Cémenté et trempé
06	01	PORTE CHARGE	ALUMINIUM	
05	01	AXE D'APUI	Acier allié	Cémenté et trempé
04	01	SEMELLE SUPERIEUR	ALUMINIUM	
03	01	BAGUE DE GUIDAGE	ALUMINIUM	
02	04	COLONNE	ALUMINIUM	
01	01	SEMELLE INFERIEUR	ALUMINIUM	
RF	NB	DESIGNATION	MATIERE	OBSERVATION
Echelle :		D E P T - G M - U M M T O		TOUAHIR Kamel
1:2		DISPOSITIF EXPERIMENTAL		PRO 12 - 13
A0				25/06/2012

A.2 La réalisation des pièces de dispositif expérimental

Après la mise en plan, nous avons réalisé les pièces du dispositif dans l'atelier HALL Technologie à Oued-Aissi de l'université mouloud Mammeri. Les différents usinages sont réalisés sur une fraiseuse, un tour et une perceuse (figure A.5).



Figure A.5 les pièces en usinages

A.3 Le Montage du dispositif expérimental

Une fois les pièces sont réalisées sur différentes machines d'usinage, on va procéder au montage du dispositif.



Figure A.6 Montage du dispositif expérimental

Le dispositif nous permet de figer les contraintes en compression et en flexion par différents contacts, en plus le contact entre deux matériaux différents pour chaque type d'essai.

A.4 Fabrication des Éprouvettes



Figure A.7 Réalisation sur un tour parallèle

Pour la fabrication des pièces en époxy qui serviront de modèles pour la réalisation de la partie expérimentale on a découpé les pièces de forme circulaire, carrée et rectangulaires de différentes épaisseurs à partir de lingots.

La première opération consiste au sciage à la scie mécanique en prenant la précaution de bien choisir les surépaisseurs.

La deuxième opération consiste à l'usinage des pièces brutes. L'usinage des disques est effectué sur un tour parallèle à trois mors par le dressage des deux surfaces planes afin d'obtenir l'épaisseur souhaitée. L'usinage des pièces carrées et des pièces rectangulaires s'effectue sur une fraiseuse universelle.



Figure A.8 polissage sur un tour parallèle

Pour obtenir un bon état de surface qui permettra de réduire le temps au polissage, un choix judicieux des paramètres de coupe s'impose. Pour cela, on a choisi des vitesses de coupe relativement grandes, une lubrification abondante et des passes très petites au niveau de l'atelier HALL Technologie à Oued-Aissi de l'université Mouloud Mammeri.

Pour l'obtention de l'état de surface désiré. Un polissage est nécessaire. Au niveau du laboratoire de métallurgie du département de mécanique on a effectué les différents polissages en utilisant une polisseuse avec du papier abrasif à différentes dimensions des grains et pour la super finition (80, 100, 120, 400, 800, 1000, 1200, 2000 et 4000), une polisseuse aux grains d'alumine. On a aussi effectué les différents polissages sur le tour directement. A la fin on va continuer le polissage en utilisant les pâtes et le coton pour obtenir un état de surface glacé pour éliminer les impuretés et poussières.

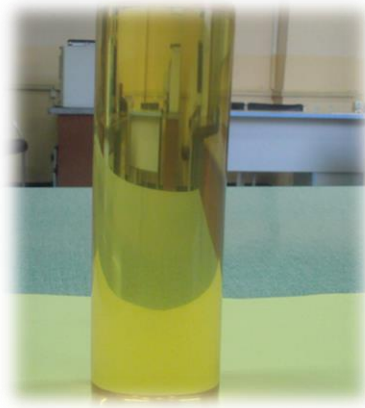


Figure A.9 La pièce finie

Une fois les pièces finies et passées au polariscope, il s'avère que des franges apparaissent sous aucun chargement, donc les pièces présentent à ce stade d'élaboration des contraintes résiduelles qu'il va falloir éliminer.

A.5 Définition des contraintes résiduelles

Ce sont des contraintes qui modifient les propriétés mécaniques des matériaux telles que la dureté et la résilience. Pour les métaux (acier, fonte,...), les contraintes résiduelles sont dues à l'orientation des plans (perturbation de réseau cristallin).

Les contraintes résiduelles se définissent comme des contraintes qui existent dans un matériau en l'absence de charges appliquées

L'époxy est un matériau polymère à résine thermoplastique (TD) à structure amorphe avec une température de transition vitreuse T_g d'environ 120°C . C'est une macromolécule à base de carbone formée par la réticulation de plusieurs monomères $(\text{CH}_2 - \text{O} - \text{CH})_n$. Les contraintes résiduelles sont dues à la structure de la résine (TD) et à l'élévation de la température qui est de l'ordre de T_g . Dans ce cas les contraintes résiduelles visualisées sous polariscope (Figure A.10) sont dues à l'usinage et au polissage.

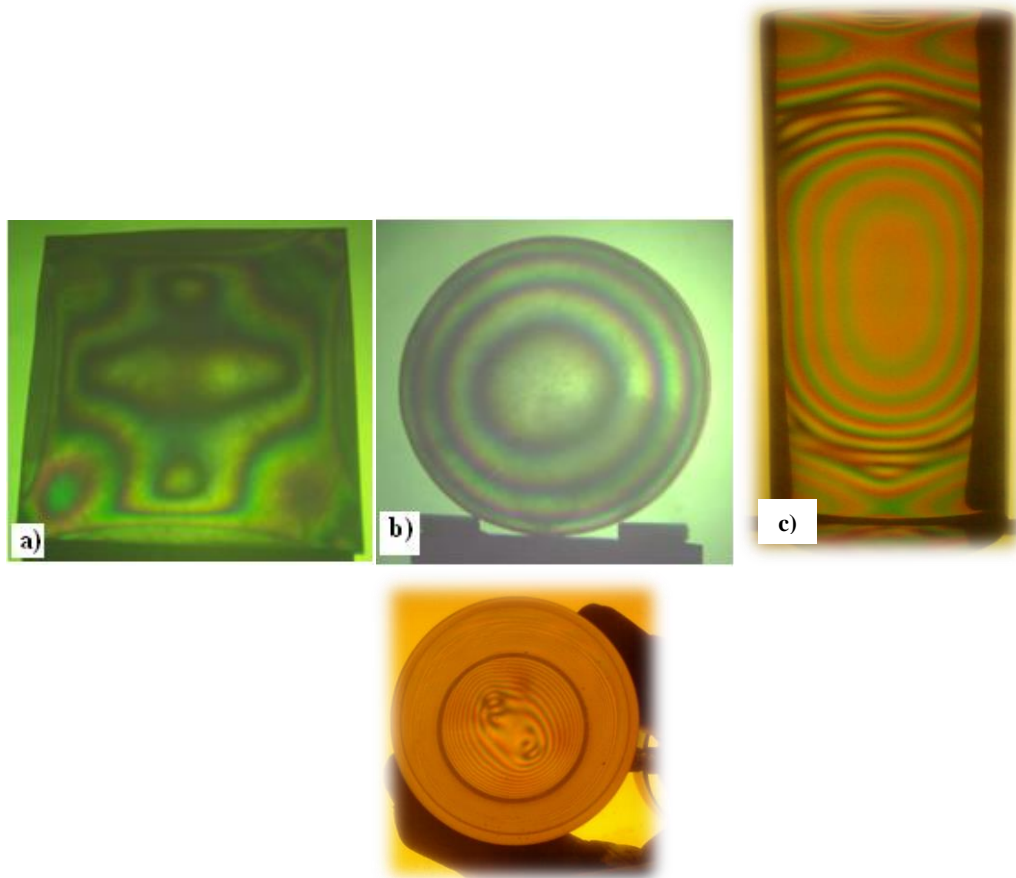


Figure A.10 Visualisation des contraintes résiduelles

La pièce rectangulaire ci-dessus (Figure A.10.a) représente des franges qui montrent que la pièce a subi des contraintes de torsion, ce qui s'explique par le fait que la pièce est usinée par fraisage.

La pièce circulaire ci-dessus (Figure A.10.b) présente des franges qui montrent que la pièce a subi des contraintes de compression radiale qui sont dues au serrage par les mors du mandrin lors du tournage.

La pièce cylindrique ci-dessus (Figure A.10.c) présente des franges qui montrent que la pièce a subi des contraintes de compression radiale qui sont dues au serrage par les mors du mandrin lors du tournage qui va créer des forces externes, déformations inélastiques, traitements thermiques

A.6 Élimination des contraintes résiduelles :

Pour éliminer les contraintes résiduelles, on procède à un traitement thermique de relaxation adapté à ce genre de matériau. Ce traitement consiste à chauffer le matériau dans une étuve.

- Traitements Thermiques :

La résistance à la fatigue est élevée par trempe et revenu, mais aussi en général la sensibilité à l'effet d'entaille. La cémentation et la nitruration améliorent la résistance à la fatigue et aux effets d'entailles, la décarburation superficielle abaisse la résistance à la fatigue.

les traitements thermique ont pour but, d'une part, de permettre la transformation des produits en homogénéisant la composition et la structure de fonderie et en supprimant l'écaillage dû aux déformations à froid, d'autre part, de conférer aux produit obtenus les caractéristique nécessaires à leur mise en œuvre et à leur utilisation, caractéristique mécanique, caractéristique électriques, ou caractéristiques de tenue à la corrosion, etc.

Recuit :

a) Définition : Le recuit est un T.T qui permet de faire disparaître les états hors d'équilibre résultants des traitements antérieurs, thermique ou mécanique, en réalisant un équilibre physico-chimique, mécanique et structural. L'état recuit correspond aux valeurs maximales des caractéristiques de ductilité et valeurs minimales des caractéristiques de résistance.

b) Cycle thermique : Le cycle thermique d'un recuit est composé d'un

- ▶ Chauffage jusqu' à la T° dite de recuit ;
- ▶ Maintien isotherme à cette T° , de durée variable, ou des oscillations autour de cette T°
- ▶ Refroidissement lent (moins rapide que le refroidissement critique de recuit l'air, dans le four, cendres. Le choix se fait selon la nuance du matériau étudié.

L'opération a été faite dans une étuve qu'on peut faire soit manuellement ou automatique, on a choisi un cycle thermique de recuit automatique,

- ▶ Chauffage jusqu' à la $T^\circ = 130^\circ\text{C}$ pendant 26 heures;
- ▶ Maintien isotherme à cette T° , de durée variable, ou des oscillations autour de cette $T^\circ = 130^\circ$ pendant 4 heures.
- ▶ Refroidissement lent $T^\circ = 130^\circ\text{C}$ jusqu'à la température ambiante $T^\circ = 22^\circ\text{C}$ pendant 28 heures.

Cette analyse est effectuée pour une éprouvette disque.

Les analyses pour les différentes autres éprouvettes sont montrées dans la légende suivante :

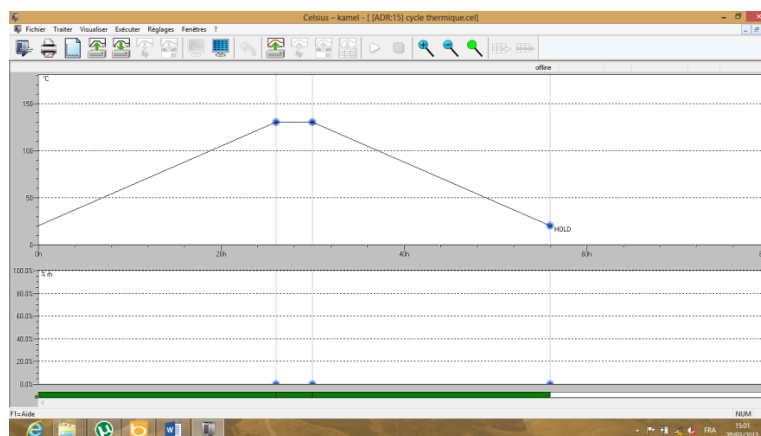
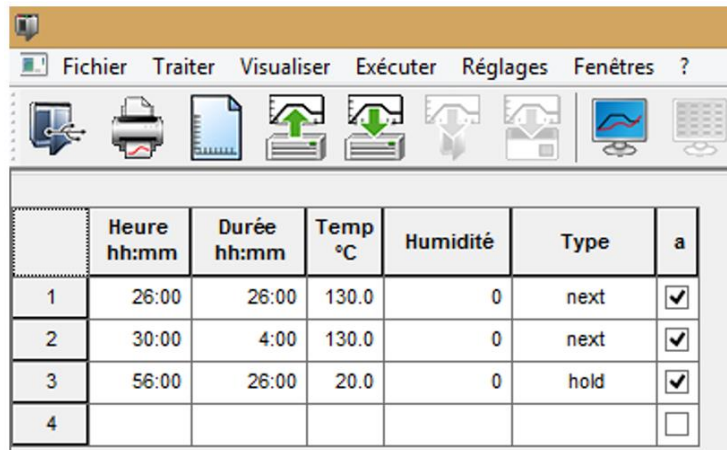


Figure A.11 : Traitement thermique de relaxation pour l'élimination des contraintes résiduelles (Graphique).



	Heure hh:mm	Durée hh:mm	Temp °C	Humidité	Type	a
1	26:00	26:00	130.0	0	next	<input checked="" type="checkbox"/>
2	30:00	4:00	130.0	0	next	<input checked="" type="checkbox"/>
3	56:00	26:00	20.0	0	hold	<input checked="" type="checkbox"/>
4						<input type="checkbox"/>

Figure A.12: Traitement thermique de relaxation pour l'élimination des contraintes résiduelles (Tableau).

Mettre l'éprouvette dans l'étuve et inséré les facteurs à l'aide d'un PC ou manuel Figure A.13.

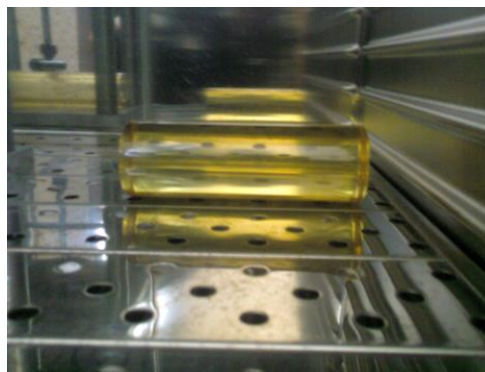


Figure A.13 Cylindre époxy dans l'étuve

On peut constater que ce traitement thermique a éliminé toutes les contraintes résiduelles sur les modèles traités (Figure A.14).

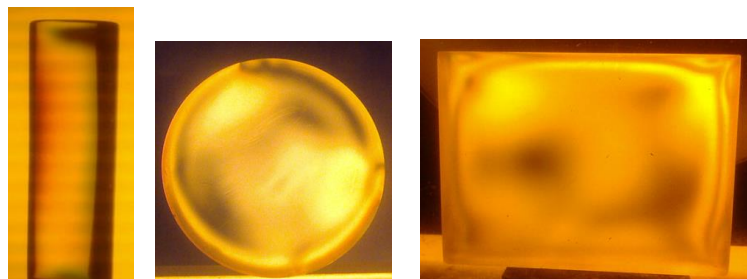


Figure A.14 Visualisation des modèles sous le polariscope après élimination des contraintes résiduelles.

Conclusion

Essentiellement, on a réalisé un seul dispositif mécanique qui nous permet de faire différents essais de contact en 2D et 3D, (mince et grosse épaisseurs) et figer les contraintes dans différents types d'éprouvettes.

Le dispositif peut être utilisé dans différents essais de laboratoire et peut être amélioré.

Annexe B

Pour raison de double symétrie, pour diminuer le temps de calcul, l'analyse des contraintes par la méthode des éléments finis se fait sur un quart du modèle.

Dans les programmes suivant écrits sous CASTEM, pour les deux différents cas de contact étudiés, on impose un déplacement vertical vers le bas. Après déroulement du programme, l'effort correspondant au déplacement imposé uniquement pour les deux cylindres orthogonal est obtenue en sommant les efforts élémentaires extraits aux niveaux des points de contact de la surface inférieure du modèle étudié avec le plan.

Une fois les différences des contraintes calculées, on trace les franges isochromes dans les différentes sections du modèle pour les comparer aux franges expérimentales. Le calcul de ces franges se fait dans la section situé au milieu de la tranche découpée par l'outil à gorge. Ce qui représente évidemment une solution approchée car les contraintes varient le long de l'épaisseur de la tranche.

* **Introduction au code de calculs par Éléments Finis CASTEM**

* **Maillage d'une éprouvette soumise à une flexion 3 points**

*-----

* **Options**

*-----

OPTI DIME 2 ELEM TRI3;

*-----

* **Paramètres**

*-----

h = 40.;

e = 10.;

L = 260.;

L1= 60.;

L2= 130.;

L3= 200.;

R = 15.;

L4= (L1-R).;

L5= (L1+R).;

L6= (L2-R).;

L7= (L2+R).;

DENSF=0.2;

DENSB=6.;

*-----

*** Description de la Géométrie - Maillage**

*-----

*=====

*** Points**

*=====

P1=0. h.;

P2=L. h.;

P3=L. 0.;

P4=0. 0.;

P5=L2. h.;

P6=L3. 0.;

P7=L1. 0.;

P8=L5. 0.;

P9=L1. R.;

P10=L4. 0.;

p11=L5. 0.;

p13=L6. h.;

p14=L2. 25.;

p15=L7. h.;

p16=(L3-R). 0.;

p17=(L3+R). 0.;

p18=L3. R.;

P19=L2. 0.;

*=====

***Les lignes**

*=====

LIG1=DROITE P1 P13 DINI DENSB DFIN DENSF;

LIG13=CER3 P13 P14 P15 DINI DENSF DFIN DENSF;

LIG2=DROITE P15 P2 DINI DENSF DFIN DENSB;

LIG3=DROITE P2 P3 DINI DENSB DFIN DENSB;

LIG4=DROITE P3 P17 DINI DENSB DFIN DENSF;

LIG17=CER3 P17 P18 P16 DINI DENSF DFIN DENSF;

LIG5=DROITE P16 P19 DINI DENSF DFIN DENSF;

LIG05=DROITE P8 P19 DINI DENSF DFIN DENSF;

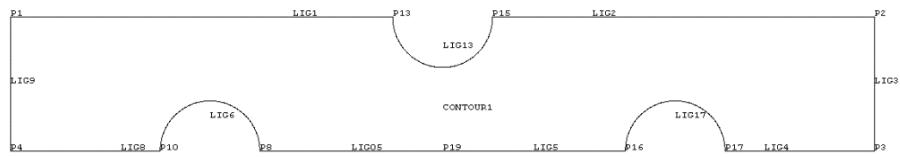
LIG6=CER3 P8 P9 P10 DINI DENSF DFIN DENSF;

LIG8=DROITE P10 P4 DINI DENSF DFIN DENSB;

LIG9=DROITE P4 P1 DINI DENSB DFIN DENSB;

CONTOUR1=LIG1 ET LIG13 ET LIG2 ET LIG3 ET LIG4 ET LIG17 ET LIG5
ET LIG05 ET LIG6 ET LIG8 ET LIG9;

trac CONTOUR1;



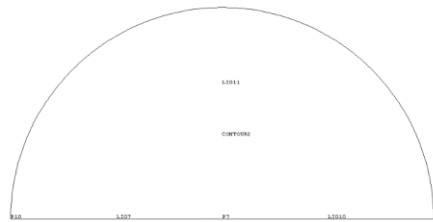
LIG7=DROITE P10 P7 DINI DENSF DFIN DENSEF;

LIG10=DROITE P7 P8 DINI DENSF DFIN DENSEF;

LIG11=CER3 P8 P9 P10 DINI DENSF DFIN DENSEF;

CONTOUR2=LIG7 ET LIG10 ET LIG11;

trac CONTOUR2;



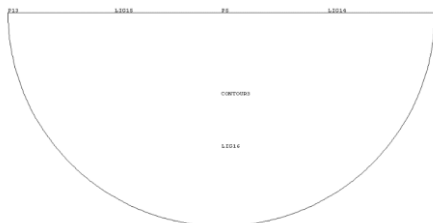
LIG14=DROITE P15 P5 DINI DENSF DFIN DENSEF;

LIG15=DROITE P5 P13 DINI DENSF DFIN DENSEF;

LIG16=CER3 P13 P14 P15 DINI DENSF DFIN DENSEF;

CONTOUR3=LIG14 ET LIG15 ET LIG16;

trac CONTOUR3;



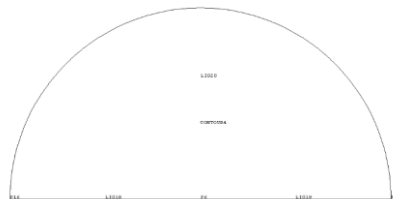
LIG18=DROITE P16 P6 DINI DENSF DFIN DENSEF;

LIG19=DROITE P6 P17 DINI DENSF DFIN DENSEF;

LIG20=CER3 P17 P18 P16 DINI DENSF DFIN DENSEF;

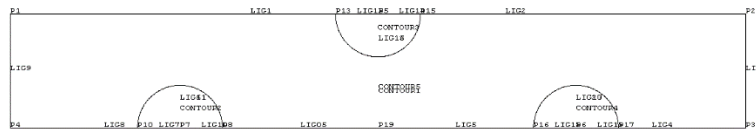
CONTOUR4=LIG18 ET LIG19 ET LIG20;

trac CONTOUR4;



CONTOUR5= CONTOUR1 et CONTOUR2 et CONTOUR3 et CONTOUR4;

trac CONTOUR5;

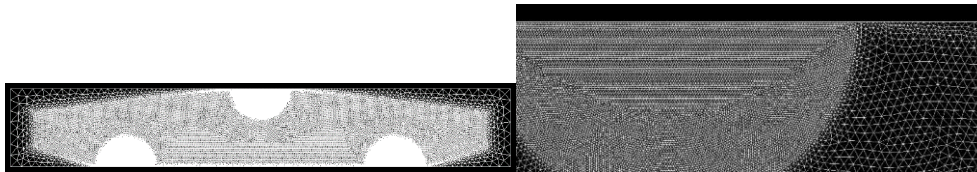


*** Maillage surface**

```

sur1 = SURF CONTOUR1 PLANE;
sur2 = SURF CONTOUR2 'PLANE';
sur3 = SURF CONTOUR3 'PLANE';
sur4 = SURF CONTOUR4 'PLANE';
SURFACE=ELIM 0.001 (SUR1 ET SUR2 ET SUR3 ET SUR4);
TRAC SURFACE;

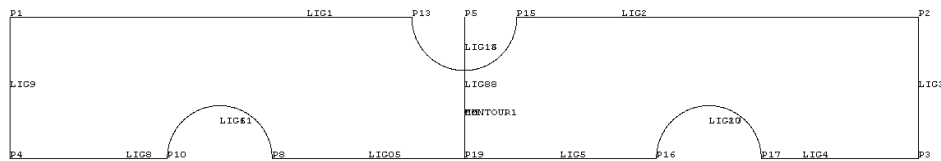
```



```
lig88=DROI 10 P5 P19;
```

```
mm= lig88 et contour1;
```

```
trac mm;
```



*** Description du matériau / création de la rigidité / chargement**

```
*=====
```

*** Choix du comportement**

```
*=====
```

```
MODELE=MODL SURFACE MECANIQUE ELASTIQUE;
```

```
f=0.36;
```

```
*=====
```

*** Données matériau**

```
*=====
```

```
MATERIAU=MATR MODELE YOUN 15.9 NU 0.45 ;
```

```
*=====
```

*** Conditions aux limites**

```
*=====
```

```
APP1=BLOQU UY P6;
```

```
APP2=BLOQU UY P7;
```

```
*=====
```

*** (Forces/déplacements) imposés**

```
*=====
```

```
CHARGE=FORC (0. -1.66) P5;
```

```
RIGID=RIGI MODELE MATERIAU;
```

```
RIGIDTOT=RIGID ET APP1 ET APP2 ;
```

```
*-----
```

```
* Calculs et résolution
```

```
*-----
```

```
*=====
```

```
* Calcul des déformations
```

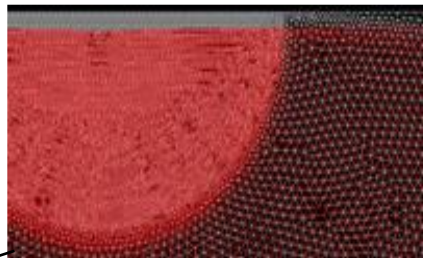
```
*=====
```

```
DEPL1=RESO RIGIDTOT CHARGE ;
```

```
DEF0=DEFO 0. DEPL1 SURFACE;
```

```
DEF1=DEFO 1. DEPL1 SURFACE ROUGE;
```

```
TRAC SURFACE (DEF0 ET DEF1);
```



```
*=====
```

```
* calcul des contraintes
```

```
*=====
```

```
CHACONTR=SIGM MODELE MATERIAU DEPL1;
```

```
CHANOEUD=CHAN NOEUD MODELE CHACONTR;
```

```
CHANPOIN=CHAN CHPO MODELE CHANOEUD;
```

```
*=====
```

```
* extraction des contraintes (SX,SY,SXY)
```

```
*=====
```

```
SY=EXCO CHANPOIN SMYY;
```

```
SX=EXCO CHANPOIN SMXX;
```

```
SXY=EXCO CHANPOIN SMXY;
```

```
DIFCONTR=((((SX-SY)**2)+(4*(SXY**2)))*0.5;
```

```
*-----
```

```
* Calcul du rapport I/O et traçage des isochromes
```

```
*-----
```

```
*=====
```

```
* Calcul de la phase
```

```
*=====
```

```
PHASE=360*e.*DIFCONTR/f;
```

```
*=====
```

```
* Calcul du rapport
```

```
*=====
```

```
RAPPORT=cos (PHASE/2.);
```

```
isoch=RAPPORT*RAPPORT;
```

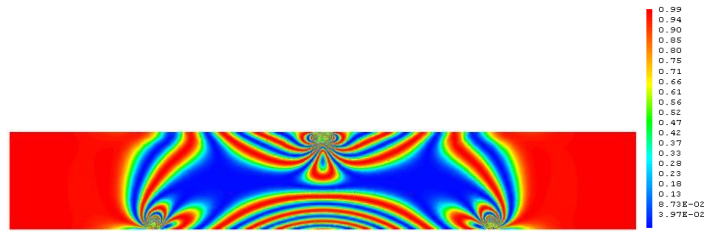
```
isoch=isoch;
```

```
*=====
```

```
* Tracé des isochromes
```

```
*=====
```

```
TRAC ECLA 0.0001 isoch SURFACE ;
```



```
intens1 = isoch;
```

```
option SORT 'c:\kameltou\isoch.res';
```

```
sort intens1 AVS ASCII;
```

```
*****
```

```
*TRACER LES ISOCLINES
```

```
*****
```

```
term1= (2. * SXY);
```

```
term2= (SX- SY);
```

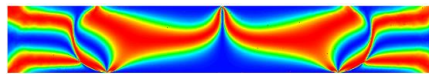
```
term3= (term1/term2);
```

```
ALPHA = (0.5) * (ATG term3);
```

```
ISOCL= sin(2. * ALPHA);
```

```
ISOCL= (ISOCL ** 2);
```

```
trac ECLA .0001 isocl SURFACE ;
```



```
intens2= isocl;
```

```
option SORT 'c:\surfer\isocl.res';
```

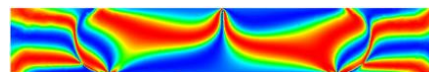
```
sort intens2 AVS ASCII;
```

```
ALPHA1= (ALPHA+10.);
```

```
ISOCL1= sin(2. * ALPHA1);
```

```
ISOCL1= (ISOCL1 ** 2);
```

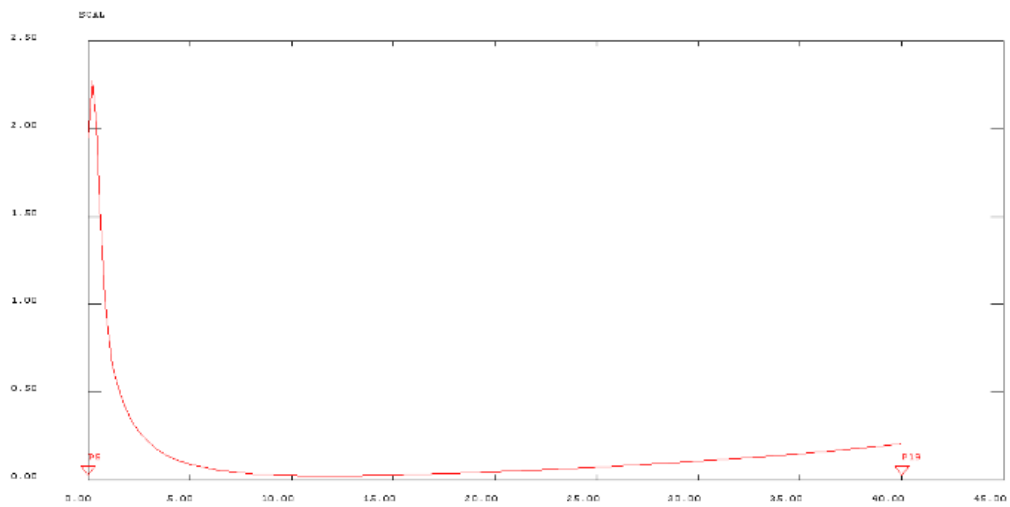
```
trac ECLA .0001 isocl1 SURFACE ;
```



```

intens11= isocl9;
option SORT 'c:\surfer\isocl9.res';
sort intens11 AVS ASCII;
*-----
* Evolutions des contraintes Sx Sy suivant LIG10
*-----
TOM=DIFCONTR ;
LIG10=DROITE P5 P19 DINI DENSF DFIN DENSF;
COMPTOM=INT_COMP SURFACE TOM LIG10;
EVOL11=EVOL ROUGE 'CHPO' LIG10 COMPTOM;
DESS EVOL11;

```



```

*option SORT 'c:\kameltou\isocl10.res';
*sort intens5 AVS ASCII;
*INTENS=RAPPORT2*100;
*OPTION SORT 'EPROUVETTE3.RES';
*SORT INTENS AVS ASCII;
@excel1 EVOL11 'c:\kme1 castem\cyl-cyl1';
*list depl1;
*ZZZ = EXTR depl1 COMP;
*list ZZZ;
LIST Seff;

```

CYLINDRE RIGIDE SUR CYLINDRE DEFORMABLE EN EPOXY

OPTI DIME 3 ELEM SEG2;

OPTI ECHO 1;

*** CONSTANTES DE CALCUL**

Ray1 = 9; COMM 'rayon du cylindre supérieur';

LONGP = 90.; COMM 'longueur du cylindre supérieur';

PROF = 0.688; COMM 'profondeur d enfoncement sur y';

RAY = 24.; COMM 'rayon du cylindre inférieur';

LONG = 74.; COMM 'longueur du cylindre inférieur sur z';

*** Création de la géométrie du maillage du cylindre**

PO = 0. 0. 0.;

PA = RAY 0. 0.;

PB = 0. RAY 0.;

PC = 0. ((-1)*RAY) 0.;

PM =(RAY * 0.7071) (RAY * 0.7071) 0.;

PN =(RAY * 0.7071) (-0.7071 * RAY) 0.;

BO = D 10 PB PO;

OC = D 10 PO PC;

CN = C 10 PC PO PN;

NA = C 4 PN PO PA;

AM = C 4 PA PO PM;

MB = C 10 PM PO PB;

L = (CN et NA et AM et MB et BO et OC);

Option DIME 2 ELEM SEG2;

R=24.;

alpha = 30.;

P2= (R * (sin alpha)) (R * (cos alpha));

P3= 0. (R * ((cos alpha) - (sin alpha)));

P4= 0. (-1*R);

P5= 0. R;

C1= 0. (R * (cos alpha));

Dr1= DROI 230 P5 P3;

Dr2= DROI 55 P3 P4;

trac (Dr1 et Dr2);



C2= 0. 0.;

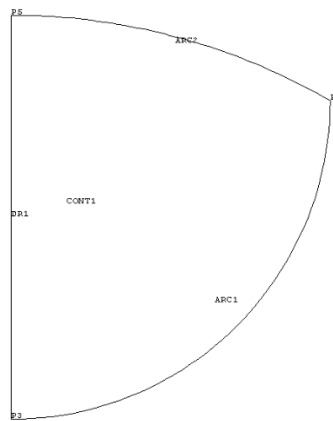
arc1=CERC 50 P3 C1 P2;

arc2=CERC 50 p2 C2 P5;

arc3=CERC 45 P2 C2 P4;

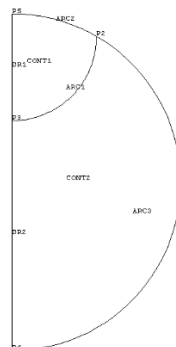
Cont1 = ELIM 0.001 (Dr1 et arc1 et arc2);

Trac cont1;



Cont2 = ELIM 0.001 (Dr2 et arc1 et arc3);

Trac (cont1 et cont2);



SUR2= Dr2 et arc2 et arc1;

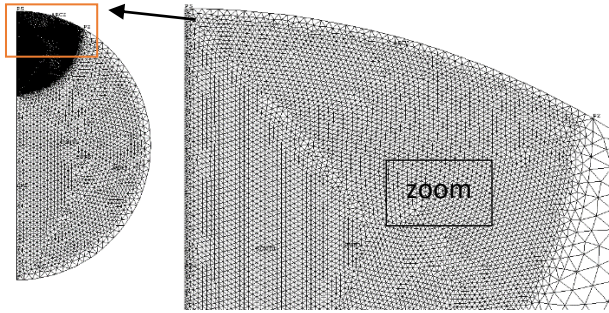
OPTI ELEM TRI3;

sur1 = SURF cont1 'PLANE';

sur2 = SURF cont2 'PLANE';

```
sect0 = ELIM 0.001 (sur1 et sur2);
```

```
TRAC sect0;
```

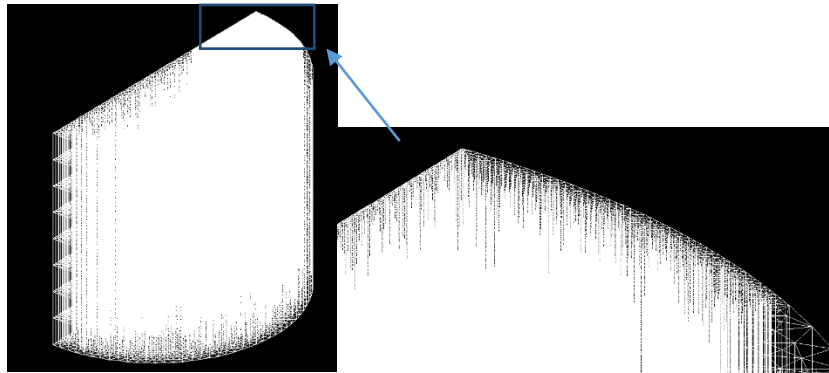


```
OPTI DIME 3 ELEM CUB8;
```

```
*****
```

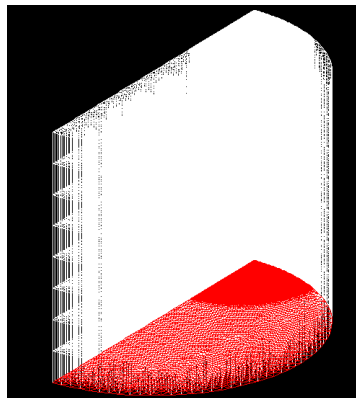
```
cyl = sect0 volu 8 TRAN (0. 0. (long/2.));
```

```
TRAC cyl;
```



```
sect0 = sect0 coule rouge;
```

```
trac ( sect0 et cyl);
```



- **Modèle mécanique**

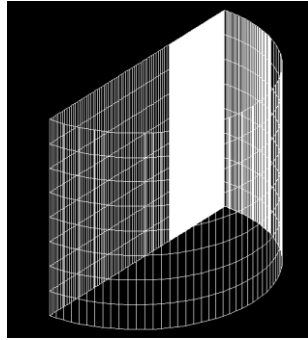
```
MOD = MODL cyl MECANIQUE ELASTIQUE;
```

```
MAT = MATR MOD YOUN 15.9 NU 0.45;
```

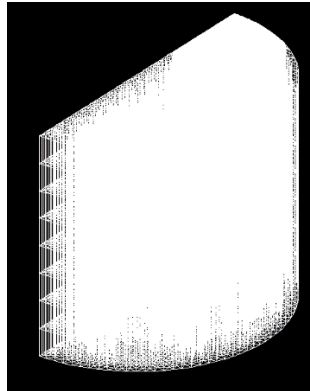
```
*EXTRACTION DES NOEUDS EN CONTACT AVEC LE POINCON *
```

```
sur1 = face 3 cyl;
```

```
Trac sur1;
```



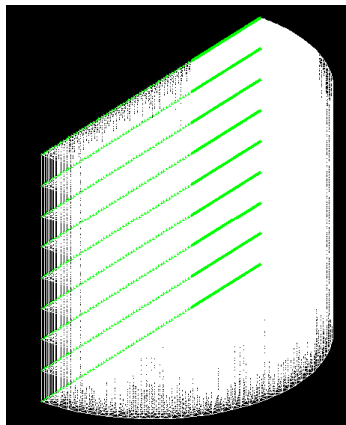
Trac (sur1 et cyl);



```

su1z = CHAN CHAM (COOR 3 sur1) sur1; COMM 'champ par éléments sur z';
su1x = CHAN CHAM (COOR 1 sur1) sur1; COMM 'champ par éléments sur x';
su1y = CHAN CHAM (COOR 2 sur1) sur1; COMM 'champ par éléments sur y';
sur2 = (su1x POINT COMPRIS (-0.01) (0.01));
sur2 = coul sur2 vert;
trac (sur2 et cyl);

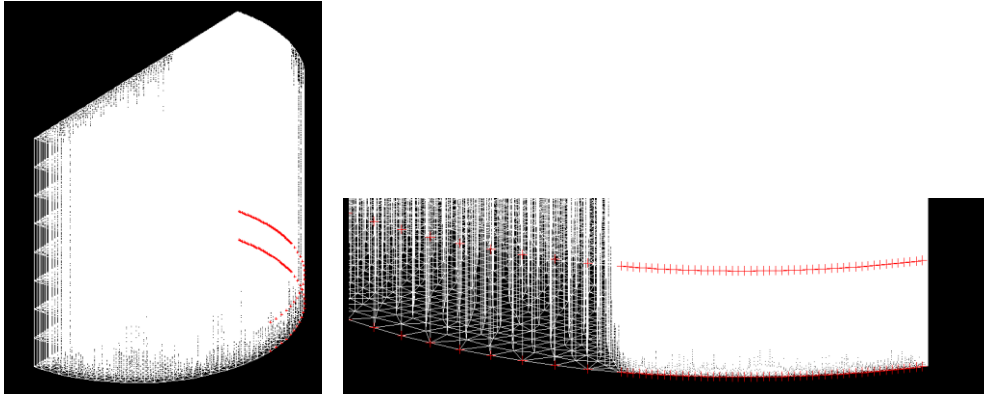
```



```

base1 = (su1z point COMPRIS 0. ray1)
      INTE
(su1x point COMPRIS 0.01 (longp/2))
      INTE
(su1y point COMPRIS 0. ray);
base1 = COUL base1 ROUGE;
trac (base1 et cyl);

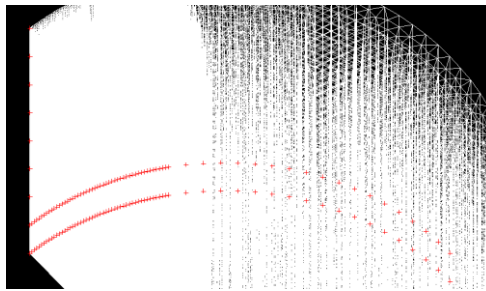
```



```

su2z = CHAN CHAM (COOR 3 sur2) sur2; COMM 'champ par éléments sur z';
su2x = CHAN CHAM (COOR 1 sur2) sur2; COMM 'champ par éléments sur x';
su2y = CHAN CHAM (COOR 2 sur2) sur2; COMM 'champ par éléments sur y';
base1 = base1 et ((su2z POINT COMPRIS (0.) (longp/2))
INTE
(su2y POINT COMPRIS (ray - 0.01) (ray + 0.01)));
base1 = COUL base1 ROUGE;
trac (base1 et cyl);

```



```

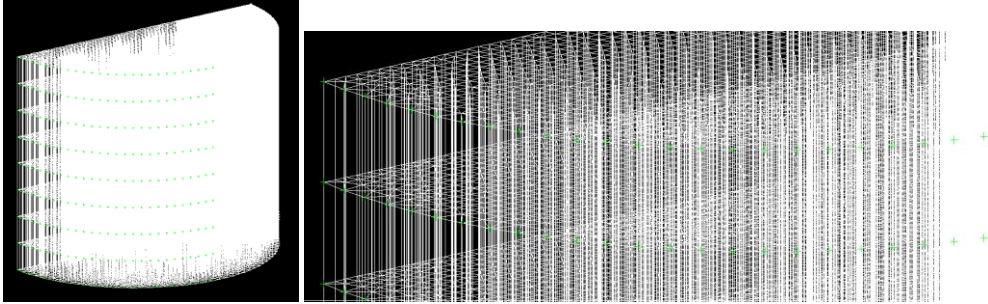
n1 = nbel base1;
mess 'n1=' n1;
base1 = MANU CHPO base1 3 UX 0 UY 0 UZ 0;
base1 = EXTR base1 'MAIL';
i = 0; To = TABLE;
REPETER BlocV (NBNO base1);
i = i + 1;
To.i = base1 POIN i;
FIN BlocV;
list to;

* EXTRACTION DES NOEUDS DE LA FACE INFERIEURE
base2 = (su1x point COMPRIS (0.01) (ray))
INTE
(su1y point COMPRIS ((-1)*ray) 0.);
base2 = base2 et
(su2y point COMPRIS ((-1)*ray - 0.01) ((-1)*ray + 0.01));

```

```
base2 = COUL base2 vert;
```

```
trac (base2 et cyl et base1);
```

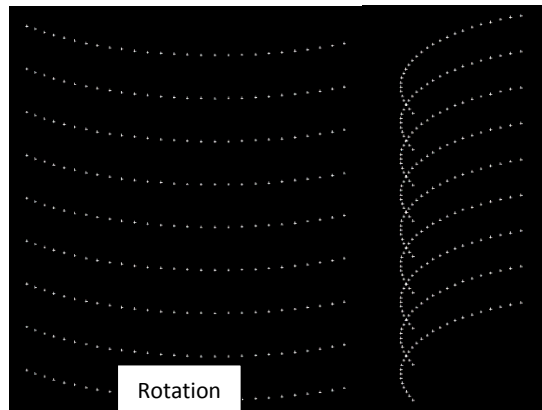


```
base2 = MANU CHPO base2 3 UX 0 UY 0 UZ 0;
```

```
base2 = EXTR base2 'MAIL';
```

```
n2 = nbel base2;
```

```
trac base2;
```



*** CONDITIONS AUX LIMITES face inférieure**

```
T2=table;
```

```
Y2=table;
```

```
CL2 = BLOQU UY PC;
```

```
I=0;
```

```
k=0;
```

```
REPETER BLOC2 N2;
```

```
I=I+1;
```

```
T2.I = POIN base2 I;
```

```
Y2.I = COOR T2.I 2;
```

```
val = (-1.)*RAy - Y2.I;
```

```
CLI = (BLOQU MINI UY T2.I);
```

```
CL2 = CL2 et CLI;
```

```
si (k < 1);
```

```
CHA2 = (depi CLI val);
```

```
k=2;
```

```
sinon;
```

```

CHA2 = CHA2 et (depi CLI val);
finsi;
FIN BLOC2;
* CONDITIONS AUX LIMITES de symétrie
CL3 = BLOQ UZ sect0;
CL4 = BLOQ UX sur2;

* DEPLACEMENT du cylindre superieur
CL1 = BLOQ ux Pb;
I=0;T1 = TABLE; val = table; Duy = TABLE;
k=0; ALPHA = TABLE; Z1 = TABLE;
REPETER BLOC1 (NBNO base1);
I = I+1;
T1.I = POIN base1 I;
Y1I = COOR T1.I 2;
Z1.I = COOR T1.I 3;
*Calcul de la valeur de Duy.i
valX = (Z1.i + 0.00001) / Ray1 ;
term1 = 1 - (valX ** 2);
term2 = (term1 ** 0.5);
term3 = term2 / valX;
ALPHA.i = ATG term3;
Duy.i = Ray1 * (1 - (SIN ALPHA.i));
*LIST ALPHA;
LIST duy;
val.i = Ray - Y1I - prof + Duy.i;
si (val.i < 0.);
CL1 = (BLOQU UY T1.I);
CL1 = CL1 et CLI;
si (k < 1);
CHA1 = (depi CLI val.i);
k=2;
sinon;
CHA1 = CHA1 et (depi CLI val.i);
finsi;
finsi;
FIN BLOC1;
* RIGIDITE ET CONDITIONS AUX LIMITES
*      INITIALES      *
*****
RIG1 = RIGI MOD MAT;

```

RIG2 = RIG1 ET CL1 et CL2 et cl3 et cl4;

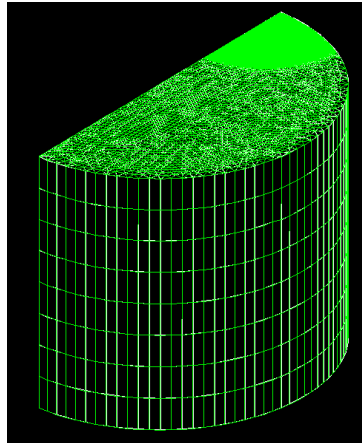
* RESOLUTION ET POST-TRAITEMENT *

DEPL1 = RESOU RIG2 (CHA1 et cha2);

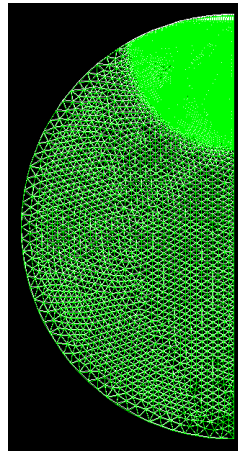
DEF0 = DEFO cyl DEPL1 0. BLANC;

DEF1 = DEFO cyl DEPL1 1. VERT;

TRAC cach (def0 ET def1);



TRAC cach (0. 0. -10000.) (DEF0 ET DEF1);



***extrait de depl1 les composantes suivant Y;**

Yyy = EXCO DEPL1 UY;

base2 = MANU CHPO base2 3 UX 0 UY 0 UZ 0;

base2 = EXTR base2 'MAIL';

i = 0; m = 0; n = 0;

PeC = TABLE; Poil = TABLE; Poill = TABLE;

* **Extrait de base2 les points qui ont leur coordonné Y égale à (-RAY) ce qui correspond aux points de base2 en contact avec le plan après chargement**

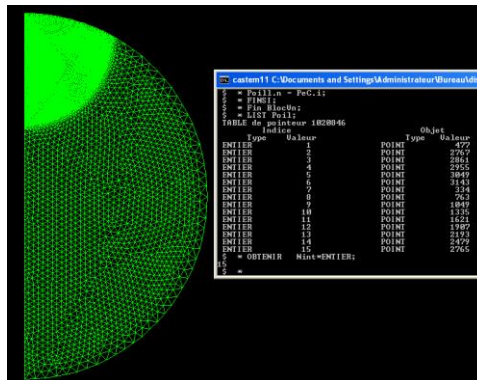
REPETER BlocVn (NBNO base2);

i = i + 1;

```

PeC.i = base2 POIN i;
yPeC = COOR 2 PeC.i;
Gr = yPeC + (EXTR DEPL1 UY PeC.i);
SI (Gr <EG (-1. * ray));
m = m + 1;
*points de base2 en contact avec le plan;
Poil.m = PeC.i;
SINON;
n = n + 1;
*points de base2 non en contact avec le plan;
Poill.n = PeC.i;
FINSI;
Fin BlocVn;
LIST Poil;

```



```

OBTENIR Nint*ENTIER;
TRAC cach (DEF0 ET DEF1);
CHACONTR= SIGM MOD MAT DEPL1;
CHANOEUDE=CHAN NOEUDE MOD CHACONTR;
CHANPOIN= CHAN CHPO MOD CHANOEUDE;
* Extraction de la force appliquée La boucle permet d'extraire toutes les forces élémentaires
FORC1=BSIGMA MOD CHACONTR;
i = 0; EffY = TABLE;
REPETER BlocFor Nint;
i = i + 1;
EffY.i = EXTR FORC1 FY Poil.i;
FIN BlocFor;
Seff = TABLE; Seff.1 = EffY.1;
PoilT = TABLE; PoilT.1 = Poil.1;
i = 1;
REPETER BlocSeff ( Nint - 1);
i = i + 1;
Seff.i = Seff.1 + EffY.i;

```

```

Seff.1 = Seff.i;
PoiIT.i = PoiIT.1 ET PoiI.i;
PoiIT.1 = PoiIT.i;
FIN BlocSef;
LIST Seff;

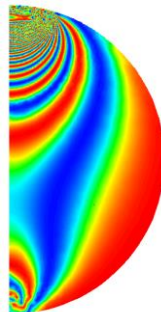
*Extraction des composantes des contraintes
SY=EXCO CHANPOIN SMYY ;
SX=EXCO CHANPOIN SMXX ;
SXY=EXCO CHANPOIN SMXY ;
DIFCONTR=((SX-SY)**2)+(4*(SXY**2))**0.5;
*CONT3=2*3.14*0.1*DIFCONTR;
CONT3=360*(1./0.36)*5.58*DIFCONTR;
CONT3=cos(CONT3/2.);
*CONT3=sin(CONT3/2.);
CONT3=CONT3*CONT3;
ISOC= CONT3;
isoch00 = INT_COMP cyl ISOC sect0;
*trac ECLA 0.0001 isoch00 sect0 ;

*****

*Interpolation des franges;
*****

*création d'une section sect1 à Z = 0. mm et *interpolation de difcontr *
d=0.;
sect1 = SECT0 PLUS (0. 0. d);
pb = 0. RAY (0. + d) ;
pc = 0. ((-1)*RAY) (0. + d);
sect1s = sect1 SYME 'DROIT' Pc Pb ;
isoch1 = INT_COMP cyl ISOC sect1;
trac ECLA 0.0001 isoch1 sect1 ;

```

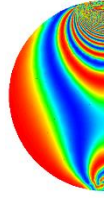


*** Tracer par symetrie par rapport à la droite pc pb les isochromes sur l'autre moitié de la section**

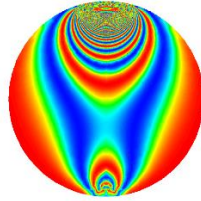
```

sect1s isoch1s = sect1 isoch1 SYME 'DROIT' Pc Pb;
TRAC ECLA 0.001 isoch1s sect1s;

```



trac ecla 0.0001 (isoch1 et isoch1s) (sect1 et sect1s);



*création d'une section sect2 à Z = 0. mm et interpolation de difcontr;

d=9.;

sect2 = SECT0 PLUS (0. 0. d);

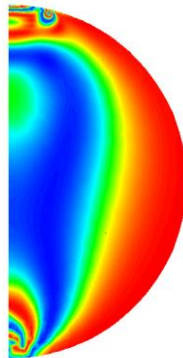
pb = 0. RAY (0. + d) ;

pc = 0. ((-1)*RAY) (0. + d);

sect2s = sect1 SYME 'DROIT' Pc Pb ;

isoch2 = INT_COMP cyl ISOC sect2;

trac ECLA 0.0001 isoch2 sect2 ;



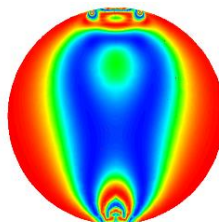
* Tracer par symetrie par rapport à la droite pc pb les *

* isochromes sur l'autre moitié de la section *

sect2s isoch2s = sect2 isoch2 SYME 'DROIT' Pc Pb;

TRAC ECLA 0.001 isoch2s sect2s;

trac ecla 0.0001 (isoch2 et isoch2s) (sect2 et sect2s);



*création d'une section sect1 à Z = 0. mm et *interpolation de difcontr *

d=18.;

sect1 = SECT0 PLUS (0. 0. d);

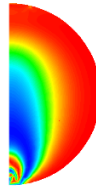
pb = 0. RAY (0. + d) ;

pc = 0. ((-1)*RAY) (0. + d);

sect1s = sect1 SYME 'DROIT' Pc Pb ;

isoch1 = INT_COMP cyl ISOC sect1;

trac ECLA 0.0001 isoch1 sect1 ;

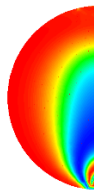


* Tracer par symetrie par rapport à la droite pc pb les *

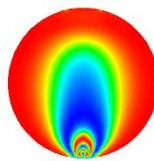
* isochromes sur l'autre moitié de la section *

sect1s isoch1s = sect1 isoch1 SYME 'DROIT' Pc Pb;

TRAC ECLA 0.001 isoch1s sect1s;



trac ecla 0.0001 (isoch1 et isoch1s) (sect1 et sect1s);



*création d'une section sect2 à Z = 0. mm et interpolation de difcontr;

d=25.;

sect2 = SECT0 PLUS (0. 0. d);

pb = 0. RAY (0. + d) ;

pc = 0. ((-1)*RAY) (0. + d);

sect2s = sect2 SYME 'DROIT' Pc Pb ;

isoch2 = INT_COMP cyl ISOC sect2;

trac ECLA 0.0001 isoch2 sect2 ;

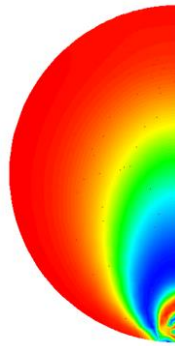


* Tracer par symetrie par rapport à la droite pc pb les *

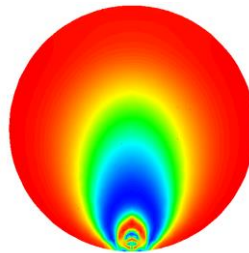
* isochromes sur l'autre moitié de la section *

sect2s isoch2s = sect2 isoch2 SYME 'DROIT' Pc Pb;

TRAC ECLA 0.001 isoch2s sect2s;



trac ecla 0.0001 (isoch2 et isoch2s) (sect2 et sect2s);



*** tracer des valeurs de la différence des contraintes le long de la droite pour différentes sections du modèle***

DOIT1= (0. ray 0.) DROI 500 (0. (-1*ray) 0.);

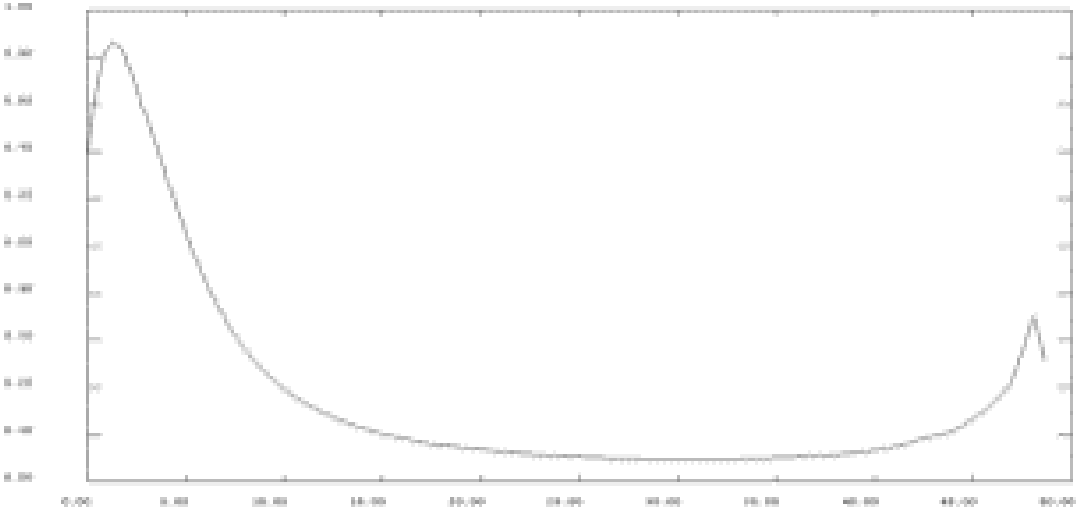
Pii = DOIT1 POIN 'INITIAL';

Pff = DOIT1 POIN 'FINAL';

int1 = INT_COMP cyl DIFCONTR DOIT1;

ev1 = EVOL CHPO DOIT1 int1;

dess (ev1);



Communications et publications

1- Communications internationales

K. TOUAHIR, A. BILEK, S. LARBI and S. DJEBALI << **The Birefringent Property of an Optical Resin for the Study of a Stress Field Developed in a Three Point Loading Beam** >>, Premières Journées Internationales de Physique de Constantine Université Constantine 1, JIPC1, 16-17 Décembre 2013.

K. TOUAHIR, A. BILEK, S. LARBI and S. DJEBALI << **The Birefringent Property of an Optical Resin for the Study of a Stress Field Developed in a loaded beam** >>, Troisième Rencontre Francophone sur les Matériaux Isolants, 3^{ème} RFMI, 27-29 mars 2014 – Hammamet – Tunisie.

A. BILEK, K. TOUAHIR, S. LARBI, S. DJEBALI << **PHOTOELASTIC ANALYSIS AND MODELING OF STRESSES LOCKED IN A BIREFRINGENT CYLINDER** >> 4TH INTERNATIONAL ADVANCES IN APPLIED PHYSICS AND MATERIALS SCIENCE CONGRESS & EXHIBITION, APMAS 2014 & INTERNATIONAL CONGRESS & EXHIBITION ON CURRENT TRENDS ON SCIENCE TECHNOLOGY EDUCATION, SCITEED 2014, APRIL 24-27 2014- Sentido Lykia Resort & Spa-Liberty Hotels Lykia, Oludeniz MUGLA /TURKEY.

2- Publications Internationales

K. TOUAHIR, A. BILEK, S. LARBI and S. DJEBALI << **The Birefringent Property of an Optical Resin for the Study of a Stress Field Developed in a Three Point Loading Beam** >>, International Journal of Computational Engineering Research || Vol, 04 || Issue, 3 ||, IJER, || Issn 2250-3005 || || March || 2014.