

MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE
UNIVERSITE MOULOD MAMMERI, TIZI-OUZOU



FACULTE DE GENIE ELECTRIQUE ET D'INFORMATIQUE
DEPARTEMENT AUTOMATIQUE

MEMOIRE DE MAGISTER

en Automatique

Option Traitement d'Images et
Reconnaissance de Formes

Présenté par

HAMDAD Nassima

Ingénieur UMMTO

Transformée de Huang-Hilbert: Application à la détection des défauts.

Mémoire soutenu le 07/03/2013 devant le jury d'examen composé de :

Mr DIAF Moussa	Professeur	UMMTO	Président
Mr. HAMMOUCHE Kamal	M.C.A	UMMTO	Rapporteur
Mr. HADDAB Salah	M.C.A	UMMTO	Examineur
Mr. MELLAH Rabah	M.C.A	UMMTO	Examineur
Mr. RACHEK M'hemed	M.C.A	UMMTO	Examineur

Remerciements

Je tiens tout d'abord à remercier Monsieur HAMMOUCHE, mon directeur de thèse et Maitre de conférence à l'université Mouloud Mammeri de Tizi Ouzou, pour la justesse de ses conseils, la pertinence de ses réflexions ainsi qu'au recul dont il est capable dans ses analyses. A cela s'ajoutent ses qualités de direction, notamment la grande liberté qu'il m'a laissé ainsi que sa constante disponibilité et sans qui cette thèse n'aurait jamais été.

Je remercie vivement Monsieur DIAF Moussa professeur à l'université Mouloud Mammeri de Tizi Ouzou de m'avoir fait l'honneur de présider mon jury et pour avoir accepté d'examiner mon travail.

Je veux remercier les membres du jury :

Mr. HADDAB Salah, Maitre de conférence à l'université Mouloud Mammeri de Tizi Ouzou

Mr. MELLAH Rabah, Maitre de conférence à l'université Mouloud Mammeri de Tizi Ouzou

Mr. RACHEK M'hemed, Maitre de conférence à l'université Mouloud Mammeri de Tizi Ouzou

Pour avoir pris le temps de soigneusement étudier ce manuscrit et qui m'ont fait l'honneur d'évaluer ce travail.

Je remercie Monsieur HAMDANI Samir Maitre de conférence à l'université de BAB EZZOUAR pour avoir accepté de me confier la base des signaux moteurs asynchrone et de m'avoir apporté son soutien.

Plus que tout autre, je veux remercier Monsieur RAVIDRAN KURUPATH enseignant au Collectif d'Insertion A des Recherches Appliquée (CIARA) pour le temps et l'attention qu'il m'a consacré et pour ses précieux conseils qui m'ont permis de préparer ma soutenance. Il m'a appris la rigueur et m'a transmis son goût pour la recherche.

A

Mes chers Parents
Mes chers frères et ma chère sœur
Mes amis (es) et toute ma famille
Mes collègues de la SONELGAZ

Je dédie ce travail

SOMMAIRE

INTRODUCTION GENERALE	1
CHAPITRE 1 : REPRESENTATION TEMPS FREQUENCE DU SIGNAL	4
1 .1 Introduction	5
1.2 Définitions	5
1.2.1 Système linéaire et non-linéaire	5
✓ Principe de superposition	5
1.2.2 Signaux aléatoires	6
✓ Signal stationnaire et non-stationnaire	6
1.2.3 Le principe d'incertitude d'Heisenberg	7
1.2.4 Signal multi-composantes et mono-composante	8
1.2.4. 1 Signal mono composante et largeur de bande	9
✓ Notion de bande étroite	9
1.2.4.2 Fréquence et Amplitude Instantanées (FI, AI)	9
1.3 Transformé de Fourier (TF)	10
1.3 Méthodes d'analyse Temps – Fréquence et temps échelle	11
1.4.1 Transformée de Fourier sur fenêtre glissante (TFCT)	11
1.4.2 Transformée en ondelettes (T.O)	13
1.4.2.1 Définition	13
1.4.2.2 Ondelette Mère	14
✓ Liens entre l'échelle (a) et la fréquence (f)	15
1.4.2.3 La Transformée en Ondelette Continue (TOC)	15
1.4.2.4 Transformée en ondelette discrète	17
1.4.2.5 Analyse Multi-Résolution	18
1.4.3 Transformée de WIGNER VILLE (TWV)	19
1.4.3.1 Distribution d'énergie	19
1.4.3.2 Manière d'obtenir la Transformée de Wigner-Ville (TWV)	20
1.4.3.3 Propriétés de la TWV	20
1.4.3.4 Transformée Pseudo Wigner-Ville	22
1.4.3.5 Pseudo-distribution de Wigner-Ville lissée (PDWVL)	22

1.4.4 Transformé de Huang Hilbert (HHT)	23
1.5 Conclusion	24
CHAPITRE 2 : TRANSFORME DE HILBERT HUANG	25
2.Introduction	26
2.2 Transformée de Hilbert	26
2.2.1 Introduction	26
2.2.2 Signal analytique	28
2.2.3 La transformé de Hilbert discrète	30
2.2.4 Implémentation du calcul de l'amplitude et de la fréquence instantanées	31
2.3 La décomposition modale empirique d'un signal	33
2.3.1 Introduction	33
2.3.2 Description de la décomposition modale empirique	33
2.3.3 Principe de la décomposition modale empirique	34
2.3.4 Calcul des extremums et de la moyenne	36
2.3.5 Processus de tamisage	37
2.3.6 Extraction de l' <i>IMF</i>	40
2.3.7 Définition d'une <i>IMF</i> (Intrinsic Mode Function)	41
2.3.7.1 Propriétés des <i>IMFs</i>	42
Adaptabilité	42
Localité	42
2.3.7.2 Critère d'arrêt pour le processus de Tamisage	42
2.3.7.2.1 Critère d'arrêt original proposé par Huang et al en 1998	43
2.3.7.2.2 Critère d'arrêt robuste proposé par Huang et al en 2003	43
2.3.7.2.3 Approche « locale »	44
2.3.8 Algorithme de Décomposition Modale Empirique adopté	45
2.3.9 Propriétés élémentaires de l'EMD	46
2.3.9.1 Multi résolution	46
2.3.9.2 Non linéarité	46
2.3.9.3 Orthogonalité	46
2.3.9.4 Localité	48
➤ Par rapport à la moyenne du signal	48
➤ Par rapport aux <i>IMFs</i>	48
2.3.9.5 Banc de filtres dyadiques	49

2.3.10 Différences entre DME et les Ondelettes	49
2.3.11 Transformée de Hilbert-Huang (HHT)	49
2.4 Conclusion	53
CHAPITRE 3 : APPLICATION DE HHT AU DIAGNOSTIC DE LA MACHINE	
ASYNCHRONE	54
3.1 Introduction	55
3.2 Machine asynchrone	55
3.2.1 Définition	55
3.2.2 Constitution de la machine asynchrone	55
3.2.3 Principaux défauts de la machine asynchrone triphasée à cage et leurs causes	57
3.2.3.1 Différentes causes des défauts moteurs	57
3.2.3.2 Types de défauts machine asynchrone	57
3.2.3.2.1 Défauts statoriques	58
3.2.3.2.1.1 Court-circuit entre spires	58
3.2.3.2.1.2 Court-circuit entre phases	58
3.2.3.2.1.3 Court-circuit phase/bâti	59
3.2.3.2.2 Défauts rotoriques	59
3.2.3.2.2.1 Ruptures de barres	59
3.2.3.2.2.2 Ruptures d'anneaux	60
3.2.3.2.2.3 Excentricité statique, dynamique et mixte	60
3.2.3.2.3 Défauts mécaniques	61
3.2.4 Méthodes de diagnostic de la machine asynchrone	64
3.2.4.1 Méthodes de diagnostic avec connaissance a priori	64
3.2.4.1.1 Méthodes de diagnostic basées sur des modèles paramétriques	64
3.2.4.1.2 Diagnostic basées sur un modèle de la machine en fonctionnement sain	65
3.2.4.2 Méthodes de diagnostic sans connaissance a priori	65
3.2.4.2.1 Analyses vibratoires de la machine	66
3.2.4.2.2 Analyse des flux	66
3.2.4.2.3 Analyse du couple électromagnétique	67
3.2.4.2.4 Détection des défauts par analyse des courants	67
3.3 Application de la HHT sur les signaux de défauts du moteur asynchrone	68
3.3.1 Elaboration d'une base de signaux	69
3.3.1.1 Présentation des bancs d'essais	71
3.3.1.2 Les signaux des différents modes de fonctionnement du moteur asynchrone	73

3.3.2 Application de l'EMD sur les signaux	75
3.3.3 Sélection des IMF les plus pertinentes	77
3.3.4 Application de la Transformé de Hilbert sur les IMF's sélectionnées	78
3.3.5 Extraction des attributs	79
3.3.6 Classification des signaux	80
3.3.6 .1 Méthode de la classification SVM	81
3.3.6 .2 Les SVM non linéaires	81
3.3.6.3 Phase de décision	83
3.3.6.4 Evaluation des performances du système de reconnaissance de formes	83
3.3.6.5 Résultats de classification	85
3.4 Conclusion	87
CONCLUSION GENERALE	88

NOTATIONS

a. Notations liées aux représentations temps fréquences :

TF : Transformée de Fourier

RTF : Représentation Temps Fréquence

RTE : Représentation Temps Echelle

DME : Décomposition Modale Empirique

IMF : Intrinsic Mode Functions

TH : Transformée d'Hilbert

THH : Transformation de Huang-Hilbert .

m_x : Moyenne statistique de $x(t)$

$E[x(t)]$: Moment d'ordre 1 de $x(t)$

X : Variable aléatoire

$p_X(x)$: Densité de probabilité de la variable X

$R_x(t)$: Corrélacion de $x(t)$

N_0 : Nombre de passage à zéro

N_1 : Nombre d'extrema

AM : Modulation d'amplitude

FM : Modulation de fréquence

$b(t)$: Bruit

$f_{ik}(t)$: Fréquence Instantanée FI

$a_k(t)$: Amplitude instantanée AI

$\omega(t)$: Pulsation

$f(t)$: Fréquence

$\theta(t)$: Phase

$X(f)$: Transformée de Fourier de $x(t)$

$G_x(f, t), G_x(k, f)$: Transformée de Fourier Court terme (TFCT) continue et discrète

$S_x(f, t), S_x(k, f)$: Spectrogramme de la (TFCT) continue et discrète

$\Psi(t)$: Ondelette mère de $x(t)$

$\psi_b^a(t)$: Transformée en ondelettes

b : Facteur de translation.

a : Facteur d'échelle.

c_ψ : Constant d'admissibilité

$CWT_x(a, b)$: Transformée en Ondelette Continue (TOC)

$SC_x(a, b)$: Le scalogramme de la TOC

E_x : Energie d'un signal $x(t)$

$\rho_x(t, f)$: Distribution d'énergie dans le plan temps-fréquence

$t_x(f)$: Retard de groupe

$W_x(t, f)$: Transformée de Wigner Ville

$PW_x(t, f)$: Pseudo Transformée de Wigner Ville

$PWL_x(t, f)$: Pseudo Transformée de Wigner Ville Lissée

$y(t)$: Transformée de Hilbert de $x(t)$
 $z_x(t)$: Signal analytique de $x(t)$
 VP : Valeur principale de Cauchy
 $m(t)$: Moyenne temporelle de $x(t)$
 $L(t)$: Enveloppe inférieure de $x(t)$
 $U(t)$: Enveloppe supérieure de $x(t)$
 $h_1(t)$: Composante fortement oscillante de $x(t)$
 SP: Sifting Process
 IO_{EMD} : Matrice d'orthogonalité
 i_0 : Indice d'orthogonalité
 $h(w)$: Spectre marginal
 $\rho_{x(t),IMF(t)}$: Coefficient de corrélation entre l'IMF et $x(t)$

b . Notations liées à la reconnaissance de forme :

X : Echantillon
 N : Taille de l'échantillon
 X_{ap} : Base d'apprentissage
 X_t : Base de test
 $T_B(\%)$: Taux d'observations bien classées
 $T_M(\%)$: Taux d'observations mal classées
 c_{ij} : Matrice de confusion
 α_i : Coefficients de Lagrange
 $K(x, y)$: Fonctions noyau
 d : Dimension de l'espace de représentation

c . Notations liées à la machine asynchrone :

f_s : Fréquence d'alimentation de la machine
 f_r : Fréquence de rotation du rotor
 C_{em} : Couple électromagnétique
 f_{sb} : Fréquence d'encoche au rotor
 g : Glissement

Introduction Générale

Le traitement du signal est la discipline qui développe et étudie les techniques de traitement, d'analyse et d'interprétation des signaux. Elle fait donc largement appel aux résultats des probabilités, des statistiques ainsi qu'à de nombreux autres domaines des mathématiques appliquées.

Les signaux à traiter peuvent provenir de sources très diverses, mais la plupart sont des signaux électriques ou devenues électriques à l'aide de capteurs et transducteurs (microphones, rétines, capteur : thermiques, optiques, de pression, de vitesse, accélération, position, et en général de toutes les grandeurs physiques et chimiques).

Habituellement, les signaux issus des phénomènes physiques sont de nature non stationnaire, voire également sous formes de plusieurs composantes fréquentielles (signaux multi-composantes). Ces signaux sont brefs, ne se répètent que rarement, et se manifestent par des oscillations évoluant au cours du temps. Parmi les signaux non-stationnaires, on peut citer les signaux de parole, de radar ou de sonar, biomédicaux, acoustiques. Dans de telles situations, la représentation temporelle classique du signal ne donne pas une bonne perception des composantes oscillantes multiples, tandis que la représentation fréquentielle (transformée de Fourier) ne permet pas la localisation temporelle de ces composantes.

Partant des propriétés de ces signaux et des limitations de la représentation temporelle et de la transformée de Fourier (TF), il est naturel de s'orienter vers un schéma d'analyse temps-fréquence. En effet par définition, les représentations temps-fréquence (RTF) sont des transformations conjointes du temps et de la fréquence et fournissent une information sur la façon dont la fréquence du signal varie au cours du temps. Vu que la TF est limitée aux signaux stationnaires et aux systèmes linéaires, alors toutes les méthodes, telles que le spectrogramme ou la distribution de Wigner-Ville, basées sur la TF auront intrinsèquement, plus ou moins, les mêmes limites. Par ailleurs, les ondelettes nécessitent la spécification d'un noyau ou d'une fonction de base. Or, il n'existe pas de noyau de base universel. Ainsi l'idéal est de trouver une décomposition adaptée au signal, ne nécessitant pas d'informations *a priori* sur ce dernier, et qui permet d'obtenir une description temps-fréquence.

Partant des limitations énumérées ci-dessus, Huang *et al* [Huang, 05] ont récemment proposé une méthode abordant sous un autre angle la problématique d'analyse des signaux non stationnaires : la décomposition modale empirique (EMD pour empirique mode décomposition). Contrairement aux RTF ou aux ondelettes, la base de décomposition de l'EMD est intrinsèque au signal. L'extraction des composantes oscillantes appelées modes empiriques

(IMF pour Intrinsic Mode Functions) est non-linéaire, mais leur recombinaison linéaire est exacte. L'EMD seule n'est pas une analyse temps-fréquence, mais sa combinaison avec la transformée d'Hilbert (*TH*) ou une autre méthode d'estimation de la fréquence instantanée (*FI*) permet d'obtenir une *RTF* [Cexus, 91]. Ainsi, l'EMD couplée avec la TH est une description temps-fréquence appelée Transformation de Huang-Hilbert (*THH*).

Au cours de nombreux travaux de diagnostic machine asynchrone, ces dernières années, le contrôle de l'état et des dommages des moteurs à induction a reçu une attention considérable. L'un des défauts moteur les plus couramment observés est les cassures de barres rotoriques, ce défaut peut causer des dommages graves au moteur si il n'est pas détecté à temps. Différentes techniques ont été développées pour le diagnostic des défauts de barres cassées, à savoir : les signaux de vibrations, la vitesse du rotor, le flux axial du moteur et l'analyse des flux radial, surveillance des courants du Vecteur Parc, et l'analyse du courant statorique. Parmi ces méthodes, l'analyse des signatures du courant moteur (MCSA) est la méthode la plus largement utilisée, en raison de son faible coût.

Dans l'analyse spectrale du courant statorique, le défaut cassure de barres rotorique se traduit par l'augmentation de l'amplitude des fréquences de la bande latérale. Le changement dans la bande latérale inférieure est spécifiquement dû à la barre cassée, tandis que les changements dans la bande latérale supérieure sont dus à des variations de vitesse qui en découlent. Les amplitudes des ces bandes latérales sont liées au nombre de barres cassées et à la charge du moteur.

L'analyse spectrale du courant moteur a été tout d'abord utilisée pour détecter une barre cassée du rotor par les harmoniques de la bande latérale près de la fréquence d'alimentation fondamentale. Cette méthode a montré des restrictions quant à la résolution spectrale et la contrainte inhérente de ne pas être applicable à analyser des signaux non stationnaires. Les harmoniques de la bande latérale dans le spectre de courant sont affectés par la charge mécanique du moteur, ce qui provoque le glissement du moteur. A côté de la condition de charge, les variations de la fréquence d'alimentation, régulée par un variateur de vitesse, influent également sur l'efficacité de l'analyse spectrale du signal courant qui est non stationnaire. Les techniques d'analyse temps-fréquence comme la transformée en ondelettes précédemment ces techniques s'avèrent inefficace pour ce type de diagnostic.

Pour pallier aux nombreuses limitations, une nouvelle approche pour l'analyse de la signature cassure de barres rotoriques est introduite dans le présent travail c'est une méthode de représentation temps-fréquence nommée « TRANSFOMEE DE HILBERT HUANG ». Le but de ce mémoire est d'étudier cette transformée et de l'appliquer à la détection des défauts dans

des systèmes en association avec les techniques de reconnaissance des formes .En effet, cette méthode est appliquée comme première étape dans le cadre du diagnostic des machines asynchrones triphasée à cage. Une méthode de classification supervisée appelée « SVM : Support Vector Machine » est ensuite utilisée dans le but de la classification des défauts. Les types de défauts analysés dans notre travail sont : cassure d'une barre rotorique, cassure de deux barres rotoriques et cassure d'anneau d'un moteur asynchrone,

Le mémoire comporte principalement trois chapitres. Le premier est consacré à la présentation des différentes méthodes de représentation temps fréquences. Le deuxième chapitre, introduit la méthode de Hilbert pour le calcul de l'amplitude et la fréquence instantanée, ainsi que la méthode de décomposition empirique pour le calcul des IMFs.

Dans le troisième chapitre, nous introduisons la machine asynchrone et rappelons les principaux défauts qui peuvent apparaître dans celle-ci, et leurs origines. Puis nous présenterons un bref état de l'art sur les différentes techniques de surveillance des machines asynchrones. Finalement, nous présentons la caractérisation des signaux de la machine asynchrone par la transformée de Hilbert Huang et leurs classifications par la méthode SVM en vue de reconnaître les différents modes de fonctionnement de la machine (sain ou avec défaut).

CHAPITRE 1

REPRESENTATION TEMPS FREQUENCE DU SIGNAL

1.1 Introduction

L'analyse d'un phénomène physique passe, souvent, par l'acquisition d'un tel signal temporel $x(t)$ monodimensionnel fonction du temps. Même si la représentation temporelle d'un signal est la plus naturelle, elle ne permet pas toujours une analyse complète.

L'analyse spectrale, basée sur la Transformée de Fourier, est un outil puissant du traitement du signal reposant sur le concept (représentation) physique de fréquence. Elle permet de fournir des informations auxquelles nous n'avons pas accès temporellement. Cependant, ces deux analyses, prises séparément, sont insuffisantes (inadaptées) pour une large classe de signaux [Cexus, 91]. Si on souhaite étudier un signal non stationnaire et détecter les variations de fréquence en les associant à un instant donné, la transformation de Fourier est sans intérêt. Pour remédier à ce problème, plusieurs méthodes d'analyses sont apparues, parmi elles nous pouvons citer, la transformation de Fourier à court terme, la transformé par ondelettes, la transformée de Wigner Ville et la transformée de Hilbert-Huang. Ces méthodes font référence à une représentation plus performante que celle de Fourier, c'est la représentation temps fréquence du signal, qui est une méthode plus adéquate pour la représentation plus au moins complète des informations que contient un signal non stationnaire. Avant de présenter les différentes méthodes de la représentation temps fréquence, nous commençons par rappeler quelques définitions utiles.

1.2 Définitions

1.2.1 Système linéaire et non-linéaire

Un système physique est dit linéaire quand la somme de causes produit une somme correspondante d'effets et il suffit d'étudier séparément les comportements individuels des composantes puis de les additionner pour déduire le comportement de tout le système.

✓ Principe de superposition

Lorsque l'on sollicite le système par une excitation $e_1(t)$, sa réponse est $x_1(t)$ et lorsque on le sollicite par une excitation $e_2(t)$, sa réponse est $x_2(t)$. Alors le système est dit linéaire si pour $(\lambda_1, \lambda_2) \in R^2$:

$$\lambda_1 e_1(t) + \lambda_2 e_2(t) \rightarrow \lambda_1 x_1(t) + \lambda_2 x_2(t) \quad 1.1$$

Si la réponse diffère de celle énoncée ci-dessus alors le système est dit non linéaire.

Contrairement aux courbes régulières obtenues lorsqu'on représente des équations linéaires, la représentation d'équations non-linéaires comprendra des cassures, des ruptures et des singularités.

1.2.2 Signaux aléatoires

Les signaux aléatoires sont ceux qui admettent une représentation probabiliste. On admet que le signal observé est membre d'une « famille » de signaux, définie par ses propriétés statistiques (densité de probabilité, fonction de répartition, moments, etc ...). Si les caractéristiques probabilistes ne dépendent pas d'une origine des temps, on les dira stationnaires, en précisant de quelle caractéristique il s'agit. Si les densités de probabilités ont cette propriété, on parlera de stationnarité « au sens strict », si seuls les moments ont cette propriété on parlera de stationnarité « au sens large », en précisant l'ordre.

✓ Signal stationnaire et non-stationnaire

La notion de stationnarité est une propriété relative aux processus aléatoires. Un signal est dit stationnaire si ses propriétés statistiques (moyenne, variance, écart type) sont invariantes par translation de l'origine des temps [Quinquis, 02]. Les signaux non-stationnaires sont donc caractérisés par une dépendance vis-à-vis du temps. Or, en pratique, la grande majorité des signaux rencontrés sont non-stationnaires [Cexus, 91] .

Un processus aléatoire est dit stationnaire au sens strict lorsque toutes ces caractéristiques statistiques c'est à dire tous ses moments sont indépendants de l'origine du temps. La stationnarité au sens strict implique la stationnarité au sens large, mais la réciproque n'est pas vraie. Un processus aléatoire $\{x(t), t \in R\}$; est dit faiblement stationnaire ou au sens large ou bien encore « stationnaire à l'ordre 1 » si $\forall t \in R$ il y'a invariance temporelle des moyennes [Auger 98] :

$$m_x = E[x(t)] = E[x] \quad 1.2$$

Sachant que $E[x] = \int_{-\infty}^{+\infty} xp(x)dx$ qui est le moment d'ordre 1. Ce moment correspond à la moyenne sur l'ensemble des événements possibles.

Si cette moyenne ne dépend pas du temps, on dit que le signal aléatoire est stationnaire à l'ordre 1. Si la moyenne est nulle, le signal aléatoire est dit centré.

Un processus aléatoire $\{x(t), t \in R\}$; est dit faiblement stationnaire « stationnaire à l'ordre 2 » ssi $\forall(t, t_1, t_2) \in R$ si il y'a, invariance temporelle des moyennes de l'équation (1.2), invariance temporelle des corrélations

La corrélation $x(t_1, t_2)$ correspond à la moyenne statistique du produit d'un échantillon du signal pris à des instants différents t_1, t_2 . [Auger 98] Ces quantités doivent dépendre que de la différence $(t_1 - t_2)$. On note alors:

$$R_x(t_1, t_2) = R_x(t_1 - t_2) = E[x(t_1).x(t_2)] \quad 1.3$$

1.2.3 Le principe d'incertitude d'Heisenberg

Le principe d'incertitude de Heisenberg vient de la mécanique quantique et décrit l'impossibilité, par exemple, de connaître simultanément la position et la vitesse d'une particule. Une représentation temps-fréquence donne une mesure pour une fréquence à un instant donné. Lorsque ces variables sont liées par la *TF*, on alloue une incertitude pour le temps et pour la fréquence : c'est le principe d'incertitude d'Heisenberg [SMAIL, 09], présent dans certaines les représentations conjointes en temps et en fréquence qui stipule que le produit bande passante support temporel du signal est minoré par l'énergie du signal au facteur $\frac{1}{4\pi}$ près et qui se traduit par la relation (aussi nommée inégalité temps-fréquence) :

$$\Delta t \Delta f \geq \frac{E_x}{4\pi} \quad 1.4$$

Où Δt et Δf représentent respectivement les supports temporel et fréquentiel.

Cette relation traduit le fait que pour améliorer la localisation en temps, il est nécessaire de diminuer la largeur de la fenêtre d'analyse fréquentielle, ce qui a pour conséquence de dégrader la localisation fréquentielle, cela est aussi vrai en fréquence, Cela signifie qui, dans le cas pratique, qu'il est impossible d'obtenir un signal dont les supports temporel et fréquentiel soient simultanément arbitrairement petits. Cette relation montre aussi qu'aucun signal ne peut être caractérisé à la fois par une durée $\Delta t = 0$ et une largeur de bande $\Delta f = 0$.

1.2.4 Signal multi-composantes et mono-composante

Les notions de mono/multi composantes d'un signal passent par la définition des signaux dits à Modulation d'Amplitude et/ou Modulation de Fréquence (*AM - FM*). Un signal *AM - FM* multi-composantes $x(t)$ peut être représenté par le modèle suivant [Rilling, 07] :

$$x(t) = \sum_{k=1}^N x_k(t) + b(t) \quad 1.5$$

Avec $b(t)$ un bruit additif (représentant toutes les composantes indésirables) et N le nombre de composantes. Dans cette représentation, $x_k(t)$ est un signal mono composante décrit par une Amplitude Instantanée (AI) $a_k(t)$ et une Fréquence Instantanée (FI) $f_{ik}(t)$ telle que la forme complexe $z_k(t)$ associée à $x_k(t)$ peut s'écrire :

$$z_k(t) = a_k(t) \cdot e^{jw_k(t)} \quad 1.6$$

avec :

$$w_k(t) = 2 \cdot \pi \cdot f_{ik}(t) \quad 1.7$$

Dans ce modèle, si $N = 1$, le signal est dit mono composante et si $N \geq 2$, le signal est dit multi composantes. Sur la figure (1.1) nous pouvons remarquer qu'un signal mono composant possède à un instant donné une et une seule valeur de la fréquence, contrairement au signal multi composantes où il y'a ou moins deux valeurs de fréquences correspondantes à un seul instant.

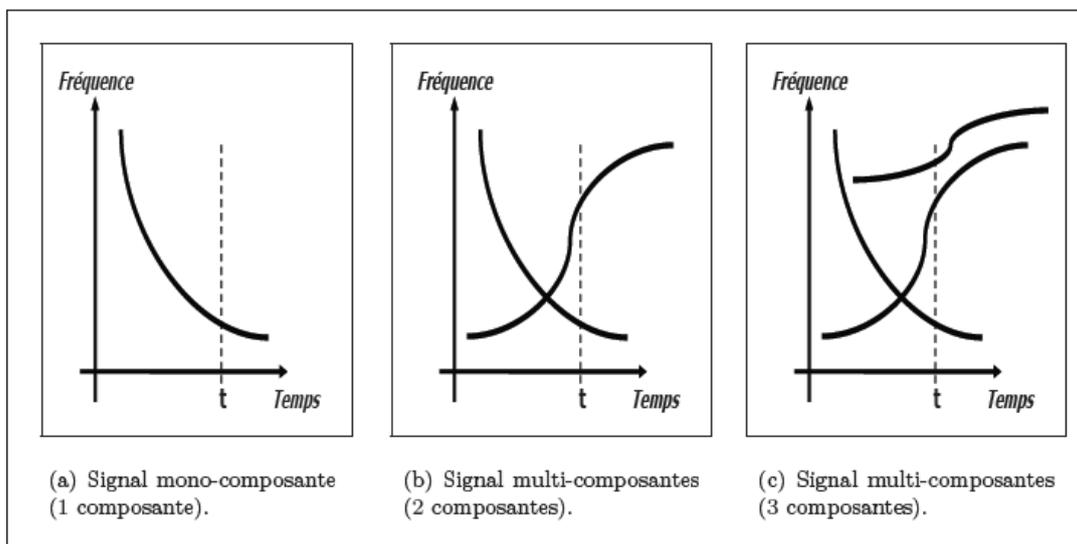


Fig. 1.1 : Exemple de signaux mono et multi-composantes : évolution théorique des FI au cours du temps.

1.2.4. 1 Signal mono composante et largeur de bande

La définition de la FI donnée ci-dessus suppose qu'à chaque instant, il y a une seule et unique fréquence lorsque le signal est mono-composante. A défaut d'une telle définition, on impose au signal d'être à bande étroite afin que la FI estimée à partir de $x(t) = a(t) \cdot \cos(\alpha(t))$ ait un sens physique.

$\alpha(t)$: est la phase instantanée du signal $x(t)$. En effet pour que *FI* se prête à une interprétation physique, le signal doit être à bande étroite qui est en relation directe avec le fait que le signal soit mono composante.

✓ **Notion de bande étroite**[Huang, 98], [Cexus, 91], [Samba, 09]

La largeur de bande d'un signal peut être définie par les moments pairs du spectre du signal. Le nombre de passages par zéro par unité de temps d'un signal est donné par :

$$N_0 = \frac{1}{\pi} \sqrt{\left(\frac{m_2}{m_0}\right)} \quad 1.8$$

et celui du nombre d'extrema est donné par :

$$N_1 = \frac{1}{\pi} \sqrt{\left(\frac{m_4}{m_2}\right)} \quad 1.9$$

m_i correspond au moment d'ordre i , tel que :

$$m_i = E[X^n] = \int_{-\infty}^{+\infty} x^n p_X(x) dx \quad \forall n \in \mathbb{N} \quad 1.10$$

$p_X(x)$ étant la densité de probabilité de la variable aléatoire X

Une mesure standard de la largeur de bande est définie par :

$$N_1^2 - N_0^2 = \frac{1}{\pi^2} \frac{m_4 m_0 - m_2^2}{m_2 m_0} = \frac{1}{\pi^2} L_b^2 \quad 1.11$$

Pour un signal à bande étroite, le paramètre L_b tend vers zéro et par conséquent le nombre d'extrema doit être égal au nombre de passages par zéro.

1.2.4.2 Fréquence et Amplitude Instantanées (FI, AI)

Afin de définir la notion de *FI* et de *AI*, il est commode de s'appuyer sur un signal $x(t)$ associée à une idée de régime permanent et de stabilité au cours du temps. Soit un signal strictement sinusoïdal (ou monochromatique) décrit par:

$$x(t) = a \cos(\omega t + \theta) \quad 1.12$$

Ce signal est caractérisé par trois paramètres : l'amplitude a , la fréquence f ou la pulsation ω définie par $\omega = 2\pi f$, et la phase à l'origine θ .

On pourrait imaginer étendre ce point de vue à des situations évolutives en rendant la constante a dépendante du temps et en introduisant dans la fonction cosinus un argument dont la dérivée serait aussi fonction du temps c'est-à-dire que le signal soit modulé en amplitude et en fréquence:

$$x(t) = a(t) \cos(\theta(t)) \quad 1.13$$

$\theta(t)$ est la phase instantanée du signal $x(t)$.

Il est clair que la connaissance de $a(t)$ et de $\theta(t)$ définit sans ambiguïté le signal $x(t)$. Malheureusement, cette expression n'est pas unique et à l'inverse du cas mono chromatique (sinusoïdal), il apparaît une infinité de couples $(a(t), \theta(t))$ capables de décrire le signal $x(t)$. De plus, toutes ces paramétrisations ne sont pas équivalentes du point de vue de l'interprétation et seules certaines peuvent effectivement être interprétées comme une amplitude et une phase instantanée. Par exemple, on peut tout à fait choisir comme paramétrisation $a(t) = x(t)$ et $\theta(t) = 0$.

Si l'on veut donc déterminer une paramétrisation pertinente du point de vue de l'interprétation, il faut introduire un certain nombre de conditions, permettant d'obtenir un seul et unique couple à partir de $x(t)$. Bien évidemment, l' AI doit être une grandeur positive et $\theta(t)$ définie *modulo* 2π [Rilling, 07]. La méthode la plus utilisée en supposant que le signal soit mono composante, repose sur la Transformée de Hilbert (TH) que nous verrons plus en détail dans les paragraphes suivants.

1.3 Transformé de Fourier (TF)

Soit $x(t)$ et $X(f)$ deux signaux représentant la même grandeur physique, mais dans deux domaines différents. $x(t)$ est le signal représentatif dans le domaine (amplitude- temps). $X(f)$ est le signal représentatif dans le domaine (amplitudes- fréquences). Lorsqu'on cherche la valeur de $X(f)$ pour une valeur f_0 de f , cela signifie que l'on cherche dans toute l'histoire de $x(t)$ ce qui correspond à la fréquence f_0 . L'analyse en fréquence de $x(t)$ nécessite donc sa connaissance totale.

$$X(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t)e^{-2\pi jft} dt \quad 1.14$$

De même, si l'on veut retrouver $x(t)$ à partir de $X(f)$, il faut connaître le spectre pour toutes les fréquences jusqu'à l'infini :

$$x(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} X(f)e^{2\pi jft} df \quad 1.15$$

Nous remarquons que c'est la même opération de filtrage infiniment sélectif qui intervient, les variables temps et fréquences étant permutées.

Le résultat obtenu par cette transformation est soit une fonction du temps soit une fonction de la fréquence ce qui interdit tout accès à une notion telle que la fréquence instantanée. L'exemple le plus souvent cité est celui du morceau de musique où chaque note est caractérisée par sa hauteur et son instant d'émission. Ces signaux, dits non stationnaires, ne peuvent être correctement traités par les méthodes usuelles d'analyse spectrale

(transformation de Fourier). En effet, la transformation de Fourier effectue une transposition de l'espace temps vers son espace dual des fréquences et perd de ce fait toutes les informations sur le séquençement temporel du signal. Ainsi, grâce à une analyse spectrale classique sur le signal de musique, on pourra déterminer si telle ou telle note a été jouée mais on ne saura, en aucun cas, préciser à quel moment celle-ci l'a été. Pour remédier à ces problèmes, plusieurs méthodes d'analyses Temps – Fréquence et temps échelle sont apparues.

1.4 Méthodes d'analyse Temps – Fréquence et temps échelle

L'analyse spectrale basée sur la Transformée de Fourier (TF), fournit une bonne description des signaux stationnaires et pseudo-stationnaires, mais présente de nombreuses limitations quand les signaux à analyser ne sont pas stationnaires. Dans ce cas, la solution serait d'utiliser ce qu'on appelle les outils d'analyse temps-fréquence. Parmi ces méthodes, on peut citer :

- la transformée de Fourier sur une fenêtre glissante,
- la transformée en ondelettes,
- la transformée de Wigner Ville et
- la transformée de Hilbert-Huang,

1.4.1 Transformée de Fourier sur fenêtre glissante (TFCT)

La limitation due au fait d'utiliser la transformée de Fourier pour les signaux non stationnaires étant un handicap, la solution la plus simple a été alors d'effectuer une analyse de Fourier non pas sur la totalité du signal mais sur une portion du signal. Cette solution est connue sous le nom de transformation de Fourier à court terme (TFCT). L'idée de base est de décomposer le signal en petits segments supposés stationnaires et d'appliquer, sur chacune des sections, la transformée de Fourier permettant ainsi une détermination pas à pas des propriétés fréquentielles du signal en obtenant ainsi le spectre "local". La totalité des spectres "locaux" indique alors comment le spectre varie au cours de temps [Quinquis, 02]. Ce concept est présenté sur la figure (1.2).

La formule utilisée pour calculer la TFCT continue est:

$$G_x(f, t) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(\tau) \cdot g(\tau - t) \cdot e^{-j2\pi f\tau} d\tau \quad 1.16$$

Où $x(\tau)$ est le signal, t représente le paramètre de localisation de la fenêtre $g(\tau)$.

$G_\tau(f, t)$ correspond au spectre du signal $x(\tau)$ autour de t . Pour obtenir la représentation spectrale autour de t , il suffit de déplacer par translation la fenêtre g et d'effectuer une

transformation de Fourier sur le signal ainsi fenêtré. En pratique, on utilise le spectrogramme (Eq.1.17) qui est le module au carré de $G_x(f, t)$. Lorsque les valeurs de la TFCT sont, en général, complexes, le module au carré nous assure que la valeur du spectrogramme sera toujours une valeur réelle. Le spectrogramme est alors défini comme une densité d'énergie soit :

$$S_x(f, t) = \left| \int_{-\infty}^{+\infty} x(\tau) \cdot g(\tau - t) \cdot e^{-j2\pi f\tau} d\tau \right|^2 \quad 1.17$$

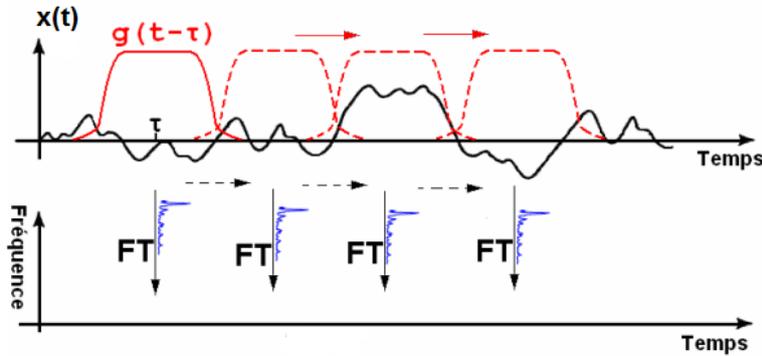


Fig.1.2 : Principe de la transformée de Fourier sur une fenêtre glissante [Sharabty, 07].

La discrétisation des expressions de la TFCT et du spectrogramme permet son implémentation sur des processeurs numériques. Ainsi, les expressions de la TFCT et du spectrogramme discrets sont respectivement:

$$G_x(k, f) = \sum_{n=0}^{N-1} x(n) \cdot g(n - k) \cdot e^{-j2\pi fn} \quad 1.18$$

$$S_x(k, f) = \left| \sum_{n=0}^{N-1} x(n) \cdot g(n - k) \cdot e^{-j2\pi fn} \right|^2 \quad 1.19$$

La TFCT ou le spectrogramme considère implicitement un signal non stationnaire comme une succession de situations quasi-stationnaires, à l'échelle de la fenêtre à court terme g . La résolution temporelle d'une telle analyse est fixée par la largeur de la fenêtre et la résolution fréquentielle étant fixée par la largeur de sa transformée de Fourier. Ces deux largeurs étant opposantes, on se trouve alors en présence d'un compromis entre les résolutions temporelle et fréquentielle c'est la relation d'incertitude d'Heisenberg qui stipule qu' il est impossible d'obtenir simultanément les deux résolutions, sachant que la forme et la longueur de la fenêtre, ainsi que le pas de déplacement, sont des paramètres qui doivent être fixés et restés constants tout le long de l'analyse.

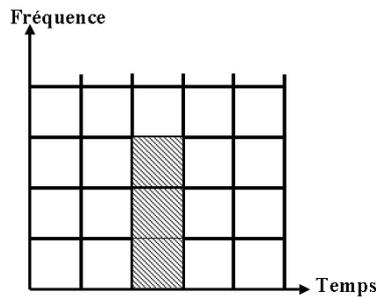


Fig.1.3 Représentation du pavage de la TFCT

D'après la figure 1.3 on constate que la transformation de Fourier à court terme offre des résolutions temporelles et fréquentielles identiques en tout point du plan temps-fréquence.

1.4.2 Transformée en ondelettes (T.O)

Le besoin d'améliorer l'analyse classique des méthodes du type transformation de Fourier à court terme se fit alors assez vite sentir. L'idée principale fut de définir une analyse du même type mais en faisant dépendre la largeur de la fenêtre d'analyse de sa position. On pouvait ainsi régler la finesse de l'analyse en temps ou en fréquence indépendamment l'une de l'autre. Il faut cependant garder à l'esprit que les relations d'incertitude sont toujours présentes.

1.4.2.1 Définition

La transformée en ondelette (T.O) est un outil mathématique qui décompose un signal en fréquences en conservant une localisation temporelle [Soltani, 11]. Le signal de départ est projeté sur un ensemble de fonctions de base qui varient en fréquence et en temps. Ces fonctions de base s'adaptent aux fréquences du signal à analyser. La fenêtre est de surface constante mais sa taille varie en fonction de la fréquence à analyser.

1.4.2.2 Ondelette Mère

L'analyse en ondelette est réalisée au moyen d'une fonction $\Psi(t)$ appelée ondelette de base (ou ondelette mère) qui permet de spécifier les caractéristiques du signal que l'on souhaite détecter. La TO permet de représenter n'importe quel signal de L2 par une base d'ondelettes qui ne sont que des versions dilatées et translatées de l'ondelette mère tel que [Chendeb, 06]:

$$\psi_b^a(t) = |a|^{-\frac{1}{2}} \psi\left(\frac{t-b}{a}\right) \quad 1.20$$

$\psi\left(\frac{t-b}{a}\right)$ Représente l'ondelette fille

b : Facteur de translation;

a : Facteur d'échelle;

$\psi(t)$: Ondelette mère;

$|a|^{-\frac{1}{2}}$: Facteur de normalisation de l'énergie afin que le signal transformé ait la même énergie à toutes les échelles ($a \neq 0$).

Notons que $\psi(t)$ est dite ondelette [Soltani, 11] si :

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \psi(t) dt = 0 \text{ A (moyenne nulle)} \quad 1.21$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} |\psi(t)|^2 dt < \infty \text{ A (énergie finie)} \quad 1.22$$

$$0 < c_\psi = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{|\psi(w)|^2}{|w|} dw < \infty \quad 1.23$$

c_ψ est la constante d'admissibilité (condition) et $\psi(w)$ la transformée de fourrier de $\psi(t)$.

Une caractéristique de l'ondelette dilatée est d'être plus diffuse dans le temps et donc d'avoir un spectre plus concentré autour de sa fréquence centrale. L'inverse est constaté pour l'ondelette contractée. Pour illustrer cette propriété, on considère une ondelette B-Spline cubique qui est une fonction polynomiale. Cette ondelette converge vers une fonction gaussienne modulée. La figure (1.4) présente les propriétés temporelles (image de gauche) et fréquentielles (image de droite) de 3 échelles différentes d'une ondelette (a étant le facteur d'échelle de l'ondelette mère) :

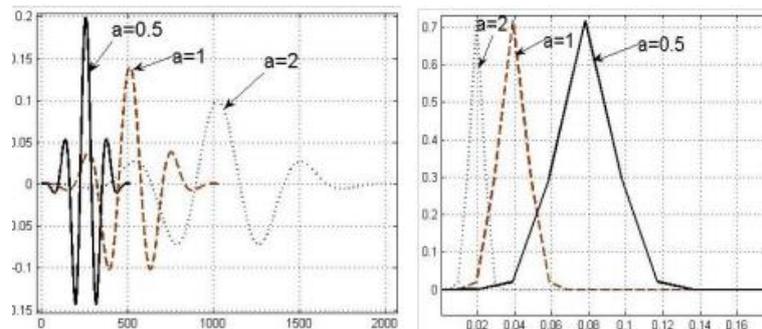


Fig. 1.4 : Propriétés d'une ondelette mère, contractée et dilatée [Sharabty, 07].

- $a=0.5$ correspond à une ondelette contractée,
- $a=1$ correspond à l'ondelette de base ou l'ondelette mère,
- $a=2$ correspond à une ondelette dilatée.

Il est donc facile de conclure que la transformation en ondelettes favorise la résolution temporelle lors de l'analyse des composantes hautes fréquences et privilégie la résolution

fréquentielle lors de l'analyse des composantes basses fréquences (Fig.1.5). On a ainsi toujours le respect de l'inégalité de Heisenberg.

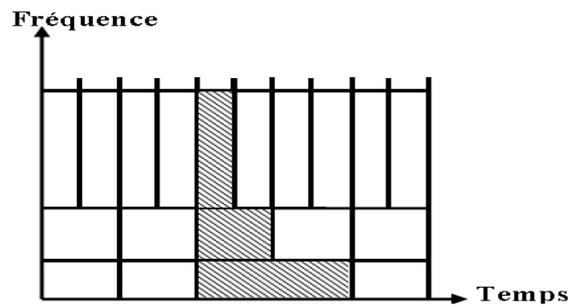


Fig.1.5 Plan temps fréquence de la transformée en ondelettes [**Chendeb, 06**]

✓ **Liens entre l'échelle (a) et la fréquence (f)**

L'ondelette est localisée autour de sa fréquence centrale f_0 , le fait de parcourir l'axe des échelles a revient à explorer l'axe des fréquences f . On fait alors correspondre au paramètre d'échelle a une fréquence $f = f_0/a$. La transformation temps-échelle devient une transformation temps fréquence au même titre que la transformation de Fourier à court terme [Auger 98].

1.4.2.3 La Transformée en Ondelette Continue (TOC)

La transformée en ondelette continue (TOC) utilise des translations et des dilatations de la fonction ondelette mère durant tout l'intervalle temporel de manière continue. Les coefficients d'ondelettes continus sont définie par :

$$CWT_x(a, b) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) \cdot \psi_b^a(t) dt \tag{1.24}$$

Le scalogramme, défini par le carré du module de la transformée en ondelettes continues, est :

$$SC_x(a, b) = |CWT_x(a, b)|^2 \tag{1.25}$$

La TO a la capacité de changer la taille de la fenêtre à différentes résolutions de temps fréquence. Grâce au changement d'échelle (en utilisant le facteur d'échelle a les fonctions de base d'ondelette peuvent être étirées ou comprimées dans la fenêtre d'analyse (Fig.1.4). Ceci aide à isoler des discontinuités du signal parce que de courtes fonctions de base sont employées pour obtenir l'information détaillée de fréquence tandis que de longues fonctions de base sont employées pour rechercher l'information approximative de fréquence du signal. La translation (en utilisant le facteur de translation b) est l'opération de glissement de l'ondelette tout au long du signal. C'est la technique similaire à celle de la TFCT.

La transformée en ondelettes inversée est:

$$x(t) = \frac{1}{c_\psi} \int_{a=0}^{+\infty} \int_{b=-\infty}^{+\infty} \frac{CWT_x(a,b)}{a^2} \psi_b^a(t) da db \quad 1.26$$

$\psi\left(\frac{t-b}{a}\right)$ représente l'ondelette fille et c_ψ : Constant d'admissibilité (condition)

La Transformée en Ondelette Continue se déroule selon les étapes suivantes (Fig.1.6)

1. Prendre une ondelette et la comparer à une section au début du signal original.
2. Calculer le coefficient $CWT_x(a, b)$.
3. Translater l'ondelette à droite et répéter l'étape 1 et 2 sur tout le signal.
4. Dilater ou compresser l'ondelette et répéter les étapes 1 à 3.
5. Répéter les étapes 1 à 4 pour toutes les échelles choisies.

Quand l'ondelette est dilatée, l'analyse explore les composantes du signal qui oscillent plus lentement. Quand elle est contractée, l'analyse explore les oscillations rapides comme celles contenues dans une discontinuité du signal. Par ce changement d'échelle (contraction - dilatation), la transformée en ondelettes amène à une décomposition temporelle du signal.

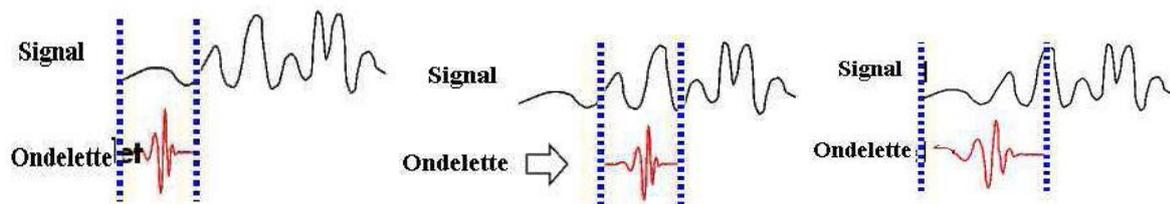


Fig.1.6 : Principe de la Transformée en Ondelette Continue [Soltani, 11]

1.4.2.4 Transformée en ondelette discrète

La transformée en ondelettes discrète (TOD) est produite pour surmonter le problème de la TOC. En effet il est évident que la TOC ne peut être manuellement calculée en utilisant les équations analytiques, le calcul intégral, etc, c'est donc aux ordinateurs de calculer cette transformées. Il devient donc nécessaire de discrétiser les transformées. La TOD, contrairement à la TOC, fournit suffisamment d'information, tant pour l'analyse que pour la reconstruction du signal original, en un temps de calcul notablement réduit. La TOD translate et dilate l'ondelette selon des valeurs discrètes des facteurs d'échelle et de translation telles que:

$$a = a_0^j \quad 1.27$$

$$d = kd_0 a_0^j \quad 1.28$$

Où

$$a_0 > 1; \quad d_0 > 0; \quad k, j \in Z$$

Les coefficients de la TOD sont définie par [Truchetet 98]:

$$D_x(a_0, b_0) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) \cdot \psi_{b_0}^{a_0}(t) dt \quad 1.29$$

$$\text{avec: } \psi_{d_0}^{a_0}(t) = |a_0^j|^{-\frac{1}{2}} \psi\left(\frac{t - kd_0 a_0^j}{a_0^j}\right) \quad 1.30$$

Dans la majorité des cas, on utilise $a_0 = 2$ et $b_0 = 2$ l'on obtient la transformée en ondelette discrète dyadique. Le signal original $x(t)$ peut être reconstruit à partir des coefficients obtenus par la transformée en ondelette discrète et il est donné par l'équation suivante:

$$x(t) = \sum_{j=-\infty}^{+\infty} \sum_{k=-\infty}^{+\infty} D_x(a_0, b_0) \cdot |a_0^j|^{-\frac{1}{2}} \psi\left(\frac{t - kd_0 a_0^j}{a_0^j}\right) \quad 1.31$$

Dans la transformation en ondelette discrète, on parle souvent d'approximation et de détail. L'approximation correspond à la haute échelle, c'est à dire aux composantes de basse fréquence du signal. Les détails sont à basses échelles c'est les composantes de hautes fréquences. Notons qu'approximation et détail émergent comme deux signaux lorsque le signal original traverse deux filtres complémentaires.

1.4.2.5 Analyse Multi-Résolution

Plusieurs approches d'analyse en ondelettes discrète ont été élaborées, parmi elles on retrouve l'analyse multi-résolution [Soltani, 11]. La théorie de l'analyse multi-résolution, développée par Y. Meyer et S. Mallat, permet d'exprimer une fonction $x(t)$ de L2 comme une suite d'approximations successives. Ces approximations n'ont pas la même résolution.

L'analyse s'effectue en calculant les détails qui permettent d'accéder à une représentation d'une qualité meilleure. Cette décomposition conduit à un algorithme général permettant une reconstruction qui conserve le nombre des échantillons du signal. En effet cette méthode peut être implémentée grâce à un banc de filtres comprenant un filtre passe bas (PB) et un filtre passe-haut (PH). La figure (1.7) illustre ces bancs de filtre, le signal d'entrée subit un filtre passe-haut et un filtre passe-bas. Après une opération de sous-échantillonnage, le filtrage reprend sur chaque sous-bande.

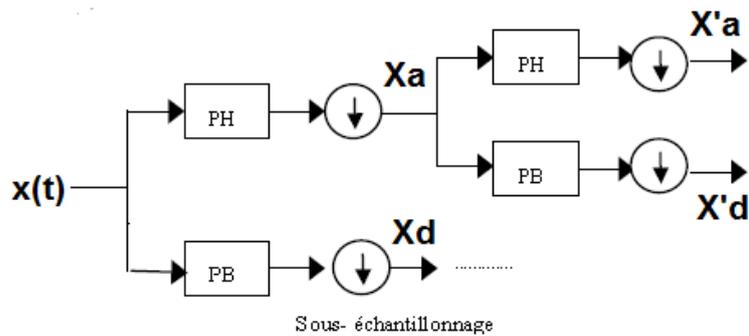


Fig.1.7 : Décomposition d'un signal en approximation et détails

La figure (1.8), montre le résultat de la décomposition d'un signal $x(t)$ en une série de détails $d(t)$ et une approximation $a(t)$, on remarque que les détails allons de $d1(t)$ à $d6(t)$ sont classés du signal oscillant le plus rapidement $d1(t)$ à celui oscillant le moins rapidement $d6(t)$, le signal approximation $a6(t)$ oscille plus lentement que le $d6(t)$. La somme des détails et l'approximation nous permet de reconstruire le signal $x(t)$.

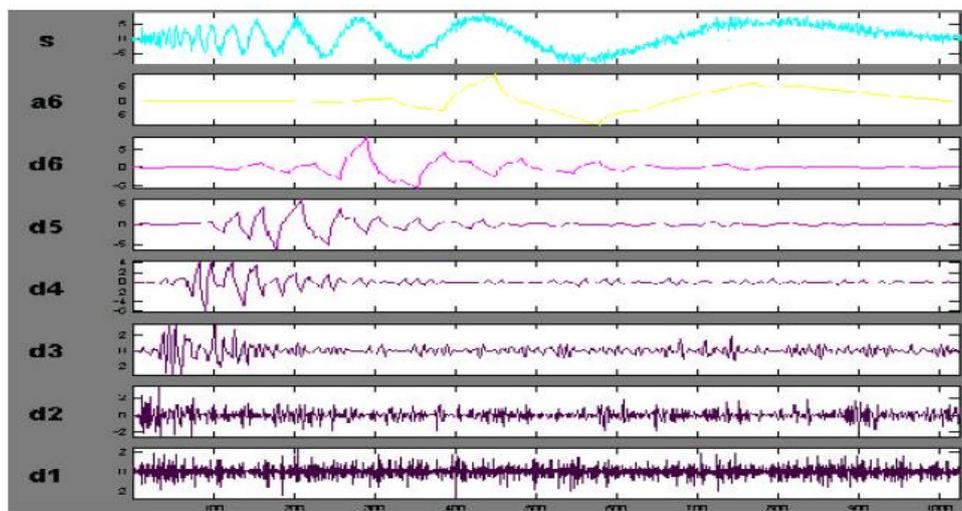


Fig.1.8 Exemple de la décomposition en ondelette, d'un signal [Quinquis, 02].

L'inconvénient majeur de la transformée en ondelettes est que son application nécessite la spécification de la fonction de base ou ondelette mère qui est difficile à choisir. De plus, l'ondelette mère doit être la même pour toute la durée du signal, ce qui n'est pas tout à fait juste vu le caractère non stationnaire du signal. La forme de l'ondelette mère est importante, mais il est important aussi de bien choisir sa durée et sa largeur de bande. Ces paramètres déterminent les résolutions de la transformée dans le temps et les fréquences. De plus cette méthode est conçue pour les signaux linéaires non stationnaires [Huang, 05].

1.4.3 Transformée de WIGNER VILLE (TWV) [Tan,11], [Debnath, 01], [Goncalves, 10]

1.4.3 .1 Distribution d'énergie

En contraste avec les représentations linéaires temps-fréquence, l'objet de la distribution d'énergie est de distribuer l'énergie du signal sur les deux variables : Le temps et la fréquence. L'énergie d'un signal $x(t)$ peut être déduite à partir du carré du module du signal ou de sa transformée de Fourier.

$$E_x = \int_{-\infty}^{+\infty} |x(t)|^2 dt = \int_{-\infty}^{+\infty} |X(f)|^2 df \quad 1.32$$

$|x(t)|^2$ et $|X(f)|^2$: densité d'énergie, respectivement, en temps et en fréquence.

Soit $\rho_x(t, f)$ une distribution d'énergie dans le plan temps-fréquence telle que :

$$E_x = \int_{-\infty}^{+\infty} |x(t)|^2 dt = \int_{-\infty}^{+\infty} |X(f)|^2 df = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \rho_x(t, f) dt df \quad 1.33$$

Cette distribution d'énergie dans le plan temps-fréquence est telle que:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \rho_x(t, f) dt = |X(f)|^2 \quad 1.34$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \rho_x(t, f) df = |x(t)|^2 \quad 1.35$$

Avec ces équations (1.34) et (1.35), la distribution $\rho_x(t, f)$ respecte le principe de conservation d'énergie. L'intégration de la représentation temps-fréquence sur l'axe du temps donne la densité spectrale d'énergie. L'intégration de la représentation temps-fréquence sur l'axe fréquentiel donne la puissance instantanée. Cela signifie que si l'on intègre la densité d'énergie temps-fréquence le long d'une variable, on obtient la densité d'énergie correspondant à l'autre variable.

1.4.3 .2 Manière d'obtenir la Transformée de Wigner-Ville (TWV)

Une distribution d'énergie temps-fréquence, particulièrement intéressant, est la transformée de Wigner-Ville qui fournit une décomposition temps fréquence sans aucune restriction sur les résolutions temporelles et fréquentielles. Elle est tout à fait adaptée à l'analyse des signaux non stationnaires puisque qu'elle ne nécessite pas d'hypothèses sur le signal lui-même. La TWV est défini dans le domaine temporel par :

$$W_x(t, f) = \int_{-\infty}^{+\infty} x\left(t + \frac{\tau}{2}\right) \cdot x\left(t - \frac{\tau}{2}\right) \cdot e^{-j2\pi f\tau} d\tau \quad 1.36$$

Cette formule représente l'énergie d'un signal $x(t)$ au temps t et à la fréquence f .

1.4.3.3 Propriétés de la TWV

La TWV fournit certaines propriétés [Auger 98] telles que :

- Réelle et satisfaisant le principe de la conservation de l'énergie.
- L'invariance par translation temporelle

$$W_x(t - t_0, f) = W_x(t, f) \quad 1.37$$

- L'invariance par translation fréquentielle

$$W_x(t, f - f_0) = W_x(t, f) \quad 1.38$$

- Accès à la fréquence instantanée $f_x(t)$ du signal $x(t)$ par :

$$f_x(t) = \frac{1}{2\pi} \frac{d}{dt} \arg x(t) = \frac{\int_{+\infty}^{-\infty} f W_{x_a}(t, f) df}{\int_{+\infty}^{-\infty} W_{x_a}(t, f) df} \quad 1.39$$

- Accès au retard de groupe : le retard de groupe peut être déterminé par:

$$t_x(f) = \frac{\int_{+\infty}^{-\infty} t W_{x_a}(t, f) dt}{\int_{+\infty}^{-\infty} W_{x_a}(t, f) dt} \quad 1.40$$

tel que $x_a(t)$ est le signal analytique de $x(t)$.

Les deux dernières propriétés sont importantes dans des applications où on cherche à estimer la fréquence instantanée d'un signal mono-composante.

Cependant la TWV répond à un principe de superposition quadratique et non linéaire. Ainsi, la transformée de Wigner-Ville de deux signaux ne se réduit pas à la somme des distributions individuelles de ces signaux, cette structure bilinéaire de la transformation introduit des termes d'interférences qui possèdent une structure fortement oscillatoire à l'inverse des composantes propres du signal qui possèdent une structure beaucoup plus régulière et laisse apparaître des énergies négative dans la distribution temps fréquence de l'énergie du signal (Eq.1.36). Ces phénomènes font apparaître des composantes fréquentielles qui n'existent pas dans la réalité et qui affectent considérablement l'interprétation des résultats de la représentation temps fréquence. En effet, on peut montrer l'existence d'un terme d'interférence comme suit:

$$w_{x+y}(t, w) = w_x(t, w) + w_y(t, w) + 2R\{w_{x,y}(t, w)\} \quad 1.41$$

Où

$$w_{x,y}(t, w) = \frac{1}{2\pi} \int x\left(t + \frac{\tau}{2}\right) \cdot y\left(t - \frac{\tau}{2}\right) e^{-jw\tau} d\tau \quad 1.42$$

Afin d'extraire des résultats fiables, il est nécessaire d'éviter les termes d'interférences entre toutes les composantes du plan temps-fréquence par un postraitement. Pour réduire l'influence de ces termes parasites d'interaction, une procédure appropriée de lissage en temps et en fréquence peut être utilisée. On est alors amené à utiliser des versions modifiées de la transformation, c'est la représentation Pseudo- Wigner-Ville et Pseudo- Wigner-Ville Lissée du signal $x(t)$.

1.4.3 .4 Transformée Pseudo Wigner-Ville (TPWV)

L'idée consiste à n'effectuer l'étude que sur un signal vu à travers une fenêtre de durée fixée et finie. La pseudo-distribution de Wigner-Ville est définie par:

$$PW_x(t, f) = \int_{-\infty}^{+\infty} x\left(t + \frac{\tau}{2}\right) \cdot x\left(t - \frac{\tau}{2}\right) h(\tau) e^{-2\pi j f \tau} d\tau \quad 1.43$$

$h(\tau)$: est la fenêtre réduisant les termes d'interférences dans le domaine temporel.

La distribution ainsi obtenue, tout en gardant l'esprit de la distribution de Wigner-Ville est une analyse par l'intermédiaire d'une fenêtre glissante à court terme, ce qui en fait une proche voisine du spectrogramme.

1.4.3 .5 Pseudo-distribution de Wigner-Ville lissée (PDWVL)

La pseudo-distribution de Wigner-Ville lissée est l'équivalent d'une TWV lissée en temps et en fréquence. Cette distribution atténue fortement les termes d'interférence présents dans la distribution originale et présente une meilleure résolution que la TFCT. Les lissages temporel et fréquentiel sont indépendants et peuvent être ajustés séparément. La PDWVL peut s'écrire comme suit [Szmajda, 10]:

$$PWL_x(t, f) = \int_{-\infty}^{+\infty} h(\tau) \left[\int_{-\infty}^{+\infty} g(t - t') \cdot x\left(t' + \frac{\tau}{2}\right) \cdot x\left(t' - \frac{\tau}{2}\right) \cdot dt' \right] e^{-2\pi j f \tau} d\tau \quad 1.44$$

$g(t)$ est la fenêtre réduisant les termes d'interférences dans le domaine fréquentiel et $h(t)$ la fenêtre réduisant les termes d'interférences dans le domaine temporel.

La fenêtre d'analyse doit être adaptée au type de signal analysé mais, il est évident que ces méthodes ont le défaut d'élargir les traces utiles temps-fréquence du signal (obtenues par exemple par Wigner-Ville) du fait du lissage temporel et fréquentiel. Ainsi, il n'est pas rare de devoir modifier à plusieurs reprises les paramètres de contrôle des fenêtres avant d'obtenir un résultat correct.

Nous constatons que la représentation de la PDWVL situe les différentes lois d'évolution (Fig.1.9 (c)) et le fait de filtrer en temps et en fréquence supprime en grande partie l'ensemble des interférences mais si on persiste à faire diminuer les interférences on peut pénaliser la résolution temps-fréquence. Nous remarquons aussi que les transitions sont assez difficiles à déterminer.

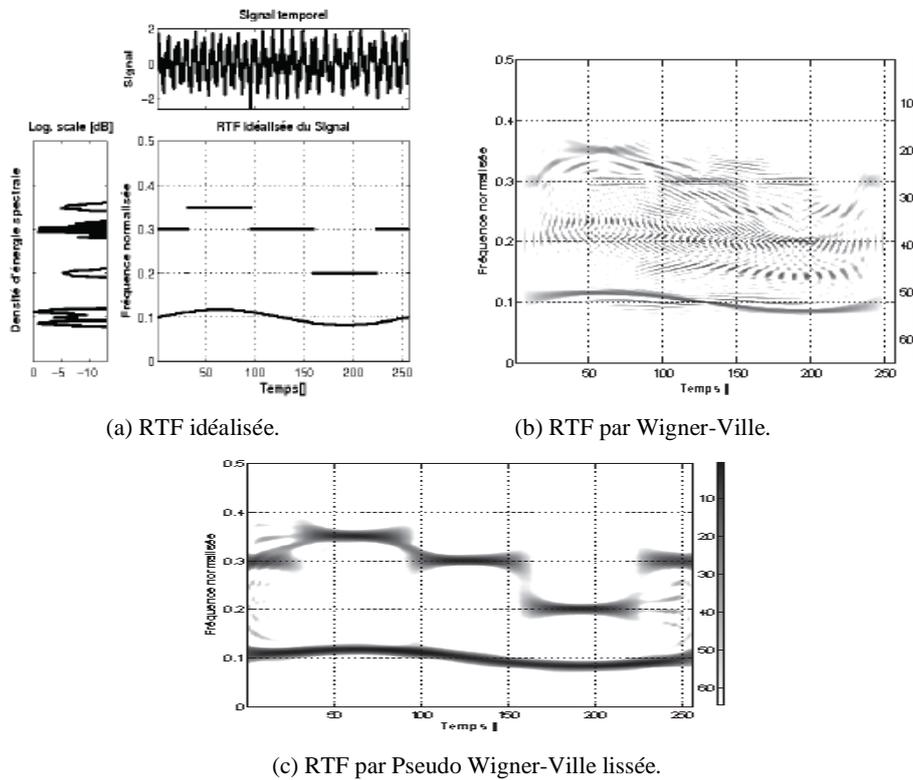


Fig. 1.9 : Description temps-fréquence d'un signal par la TWV [Cexus, 91]

1.4.4 Transformé de Huang Hilbert (THH)

La transformée de Hilbert Huang est une autre méthode d'analyse temps-fréquence introduite récemment et pour la première fois en 1998, par Norden E. Huang et al, pour calculer la distribution d'énergie d'un signal quelconque [Huang, 05].

Cette méthode est la somme de deux procédures, la première consiste à décomposer, de façon adaptative, le signal en une somme de composantes oscillantes, c'est la Décomposition Modale Empirique ou (DME), la second consiste à calculer la fréquence et l'amplitude instantanées de chacune de ces composantes en utilisant la transformée de Hilbert. Contrairement à la transformé de Fourier ou la transformé en ondelettes, la base de décomposition de la DME est propre au signal. Une des motivations du développement de la DME est la recherche d'une estimation de la fréquence instantanée du signal. En effet,

l'approche classique de l'estimation de la fréquence instantanée basée sur la transformée de Hilbert est strictement limitée aux signaux mono composantes [Cexus, 91] .

1.5 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté quelques notions sur les signaux aléatoires et les signaux mono et multi composantes, ainsi quelques transformées temps-fréquences bien connues comme la transformée de Fourier à court terme(TFCT), la transformée en ondelette (T.O), la transformée de Wigner-Ville (TWV) et la transformée de Hilbert Huang (THH). Ces transformées permettent de mieux analyser les signaux non stationnaires. La TFCT possède un inconvénient de taille qui est la fenêtre glissante utilisée est fixe pour toute la durée du signal temporel. La T.O permet une représentation temps échelle, mais possède un défaut qui est la difficulté de choisir l'ondelette mère et que cette dernière doit rester la même pour toute la durée du signal. La TWV présente des termes d'interaction qui faussent les résultats de la représentation et dans la TWVL et la PTWVL on revient au cas de la TFCT. Quand à la THH, elle permet de surmonter les inconvénients des différentes transformées citées précédemment. La THH, qui a été brièvement présentée et à laquelle se porte notre intérêt, va faire l'objet du deuxième chapitre.

CHAPITRE 2 :

TRANSFORMEE DE HILBERT HUANG

2.1 Introduction

Si la transformée de Fourier à fenêtre, la transformée de Wigner Ville ou en Ondelettes ont permis des avancées dans l'analyse temps-fréquence des signaux, aucune de ces méthodes n'est adaptée pour traiter correctement des signaux non-stationnaires et non-linéaires dont on ne connaît pas a priori les caractéristiques.

Nous allons expliquer en détails, dans ce chapitre, les deux étapes de la transformée de Hilbert Huang : La transformée de Hilbert et la décomposition modale empirique de Huang.

2.2 Transformée de Hilbert

2.2.1 Introduction

Tout signal sinusoïdal réel $A\cos(\omega t + \varphi)$ peut être transformé en un signal complexe $Ae^{j(\omega t + \varphi)}$ en générant une composante en quadrature de phase : $A\sin(\omega t + \varphi)$, servant de partie imaginaire :

$$Ae^{j(\omega t + \varphi)} = A\cos(\omega t + \varphi) + jA\sin(\omega t + \varphi) \quad 2.1$$

Pour les signaux plus compliqués, qui sont exprimables par une somme de plusieurs sinusoïdes, nous pouvons utiliser un filtre qui déphase chaque composante d'un quart de période, cette méthode est appelée la transformée de Hilbert [Sharabty, 07].

Soit $H[x(t)]$ la sortie à l'instant t du filtre quadrature de Hilbert appliqué au signal $x(t)$. Idéalement ce filtre a une magnitude de 1 pour toutes les fréquences et introduit un décalage de $-\frac{\pi}{2}$ pour chaque fréquence positive et $+\frac{\pi}{2}$ pour chaque fréquence négative. La transformée de Hilbert est définie par :

$$H\{x(t)\} = y(t) = \frac{1}{\pi} VP \int_{-\infty}^{\infty} \frac{x(t')}{t-t'} dt' \quad 2.2$$

VP est la valeur principale de Cauchy définie par :

$$VP \int_{-\infty}^{\infty} \frac{x(t')}{t-t'} dt' = \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \left[\int_{-\infty}^{t-\epsilon} \frac{x(t')}{t-t'} dt' + \int_{t+\epsilon}^{\infty} \frac{x(t')}{t-t'} dt' \right] \quad 2.3$$

$y(t)$: est le conjugué de $x(t)$

$x(t)$ peut être représentée comme étant l'inverse de la transformé de Hilbert de $y(t)$ [Todoran, 08] tel que :

$$x(t) = H^{-1}\{y(t)\} = -\frac{1}{\pi} VP \int_{-\infty}^{\infty} \frac{y(t')}{t-t'} dt' \quad 2.4$$

D'après la relation (2.2) nous pouvons observer que la fonction $y(t)$ est déterminée par la convolution de $x(t)$ avec la réponse impulsionnelle du filtre de Hilbert égal à $\frac{1}{\pi t}$:

$$y(t) = x(t) * \frac{1}{\pi t} \quad 2.5$$

Cette relation permet de calculer la densité spectrale de $y(t)$ qui est :

$$Y(jw) = TF\{y(t)\} = TF\{x(t)\}.TF\left\{\frac{1}{\pi t}\right\} \quad 2.6$$

Nous avons :

$$Y(jw) = X(jw).TF\left\{\frac{1}{\pi t}\right\} \quad 2.7$$

Le gain complexe du filtre de Hilbert est :

$$TF\left\{\frac{1}{\pi t}\right\} = -j\text{sgn}(w) \quad 2.8$$

Ainsi :

$$Y(jw) = X(jw).[-j\text{sgn}(w)] \quad 2.9$$

$$Y(jw) = \begin{cases} -jX(jw), & w > 0 \\ jX(jw), & w < 0 \end{cases} \quad 2.10$$

Comme résultat, nous pouvons dire que la fonction de la densité spectrale du signal conjugué de $x(t)$ est obtenu par le changement de phase de la densité spectrale de $X(jw)$ par $\mp \frac{\pi}{2}$.

Le résultat est :

$$H\{x(t)\} = y(t) = TF^{-1}\{Y(jw)\} \quad 2.11$$

La transformée inverse de Hilbert est défini dans la relation (2.4), nous donne :

$$x(t) = H^{-1}\{y(t)\} = -H\{y(t)\} \quad 2.12$$

En prenant en compte la relation 2.10, il en résulte que :

$$x(t) = \begin{cases} TF^{-1}\{jY(jw)\}, & w > 0 \\ TF^{-1}\{-jY(jw)\}, & w < 0 \end{cases} \quad 2.13$$

Afin d'introduire la méthode de Hilbert permettant l'estimation de la *FI* et de la *AI*, il est nécessaire d'associer à un signal réel $x(t)$ un signal analytique.

2.2.2 Signal analytique

Soit un signal $x(t)$ tel que :

$$x(t) = a(t)\cos\theta(t) \quad 2.14$$

Le signal analytique associé à $x(t)$ est :

$$z_x(t) = S [x(t)] \quad 2.15$$

$S(\cdot)$: Opération pour avoir le signal analytique

Il est alors nécessaire d'imposer au signal $z_x(t)$ les deux conditions ci-dessous.

- Premièrement, comme il s'agit d'une extension au cas général d'une approche qui doit s'appliquer au cas sinusoïdal, on impose la condition :

$$S [\cos (\omega t)] = \exp (j\omega t), \forall \omega > 0 \quad 2.16$$

- Deuxièmement, l'opération doit être linéaire : si l'*AI* de $x(t)$ est $a(t)$ alors celle de $\alpha \cdot x(t)$ doit être $\alpha \cdot a(t)$. Par extension, il suffit d'imposer que l'application $S [\cdot]$ soit un filtrage linéaire.

Un signal analytique $z_x(t)$ est défini par [**Huang, 98**], [**Rilling, 07**] , [**Todoran, 08**] [**Quinquis, 02**]:

$$z_x(t) = x(t) + iy(t) = x(t) + jH \{x(t)\} = a(t)e^{j\varphi(t)} \quad 2.17$$

et:

$$Z_x(jw) = F\{z_x(t)\} = X(jw) + jY(jw) \quad 2.18$$

On note que la partie réelle de $z_x(t)$ est $x(t)$ lui-même et que la partie imaginaire est obtenue à partir d'un filtre linéaire *de Hilbert* noté H en quadrature avec $x(t)$.La fonction $z_x(t)$ ainsi déterminée a la propriété de filtrer toutes les fréquences négatives de $x(t)$.

Les paramètres $a(t)$ et $\theta(t)$ du signal $x(t)$ peuvent alors être déterminés de manière claire comme le module et l'argument de $z_x(t)$ pour qui la transformée de Fourier est nulle pour les fréquences négatives [**Sharabty, 07**], [**Quinquis, 02**], [**Todoran, 08**]. Il est à mettre en

opposition avec un signal sinusoïdal réel (ex : $\cos(\omega t)$) dont le spectre est constitué de ω et $-\omega$.

En se référant à la relation (2.7), on a :

$$Z_x(j\omega) = X(j\omega) + j[-j\text{sgn}\omega]X(j\omega) = X(j\omega)[1 + \text{sgn}\omega] = 2X(j\omega)U(\omega) \quad 2.19$$

Où $U(\omega)$ désigne l'échelon unité de Heaviside qui est nul pour toutes les fréquences négatives et égal à un pour toutes les fréquences positives. $z_x(t)$ est complexe avec un encombrement spectral deux fois plus petit que celui du signal réel $x(t)$. La relation (2.19) revient à supprimer les fréquences négatives du spectre original ce qui ne diminue en rien l'information, puisque pour un signal $x(t) \in \mathbb{R}$, nous avons la relation suivante [Quinquis, 02] :

$$Z^*(j\omega) = X(j\omega) - jY(j\omega) \quad 2.20$$

$$\begin{cases} X(j\omega) = \frac{1}{2}[Z(j\omega) + Z^*(-j\omega)] \\ Y(j\omega) = \frac{1}{2j}[Z(j\omega) - Z^*(-j\omega)] \end{cases} \quad 2.21$$

Signal	Transformé de Hilbert
$u(t)$	$H(u)(t)$
$\sin(\omega t)$	$-\cos(\omega t)$
$\cos(\omega t)$	$\sin(\omega t)$
$\frac{1}{t^2 + 1}$	$\frac{t}{t^2 + 1}$
$\frac{\sin(\omega t)}{t}$	$\frac{1 - \cos(\omega t)}{t}$
$\text{Rec}(t)$	$\frac{1}{\pi} \ln \left \frac{t + \frac{1}{2}}{t - \frac{1}{2}} \right $
$\delta(t)$	$\frac{1}{\pi t}$

Tableau 2.1 Table des transformations usuelles de Hilbert dans le domaine continu

Ainsi par construction, les notions d'amplitude et de phase d'un signal réel $x(t)$ non-stationnaire sont associées à un unique signal complexe $z_x(t)$ dont le module et l'argument

[Cexus, 91][Todoran, 08] , [Huang, 05], [Sharabty, 07] , [Rilling, 07] définissent respectivement les grandeurs l'amplitude instantanée AI

$$AI = |z_x(t)| = \sqrt{x^2(t) + y^2(t)} \quad 2.22$$

Et la phase instantanée

$$\theta(t) = \arg z_x(t) = \arctan\left(\frac{y(t)}{x(t)}\right) \quad 2.23$$

La fréquence instantanée *FI* de $z(t)$, et donc de $x(t)$, n'est autre que la dérivée de la phase instantanée:

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \frac{d\theta(t)}{dt} \quad 2.24$$

La figure (2.1) résume le principe d'estimation de la FI et de l'AI par l'intermédiaire d'un signal analytique.

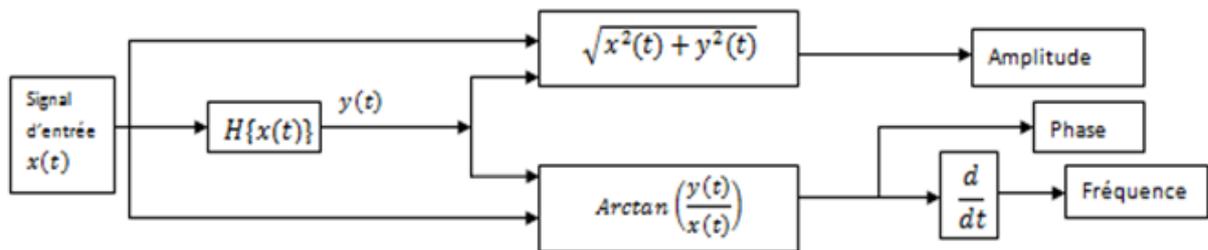


Fig. 2.1 : Principe d'estimation de la *FI* et de *AI* via le signal analytique $z_x(t)$ de $x(t)$

2.2.3 Transformé de Hilbert discrète

Dans le cas de la transformée de Hilbert discrète, le signal $x(t)$ doit être causal [$x(t) = 0$ pour $t < 0$] et le signal échantillonné $x[n]$ est donc une série non périodique réelle et causale [Todoran, 08]. Dans ce cas, le signal analytique complexe associé à la série $x[n]$ a un spectre différent de zéro seulement pour l'intervalle de fréquences positives. Lorsque $x(t)$ est un signal périodique alors $x[n]$ est une série périodique et nous ne pouvons plus parler de causalité (le terme périodique signifie que la série est étendue de $-\infty$ à $+\infty$). Un algorithme de calcul pour la transformée de Hilbert discrète impose que la transformée de Fourier de la série complexe analytique est égale à zéro pour l'intervalle des fréquences négatives et pour les fréquences positives le spectre de la série analytique est égale à deux fois le spectre du signal $x[n]$ [Todoran, 08] [Sharabty, 07]. Dans ce cas, la transformée de Hilbert peut être utilisée avec tous ses avantages concernant les signaux causaux.

La transformée de Hilbert discrète peut donc se résumer au calcul de la série discrète de Fourier du signal, puis à l'annulation des coefficients des fréquences négative, à la multiplication par deux des coefficients des fréquences positives, puis au calcul de la transformée inverse de Fourier du signal ainsi défini. A la fin de ce processus nous obtiendrons un signal complexe, le signal initial représentant la partie réelle et la transformée de Hilbert la partie imaginaire. [Sharabty, 07] L'algorithme de la figure (2.2) illustre le

principe de calcul de la TH et la figure (2.3) montre le résultat de cet algorithme sur un signal sinusoïdal.

2.2.4 Implémentation du calcul de l'amplitude et de la fréquence instantanées

Une fois le signal analytique généré, on peut calculer son amplitude et sa fréquence. Pour calculer l'amplitude nous implémentons directement l'expression théorique [Todoran, 08] [Sharabty, 07] :

$$a[n] = \sqrt{x^2[n] + y^2[n]} \quad 2.25$$

Pour calculer la fréquence, on peut utiliser l'expression:

$$w[n] = \arg(z[n]z^*[n-1]) \quad 2.26$$

$$f[n] = \frac{w[n]}{2*\pi} = \frac{\arg(z[n]z^*[n-1])}{2*\pi} \quad 2.27$$

avec :

$$\arg(z[n]z^*[n-1]) = \theta[n] - \theta[n-1] \quad 2.28$$

$$\begin{aligned} z[n]z^*[n-1] &= a[n]e^{j\theta(n)}a[n-1]e^{-j\theta(n-1)} \\ &= a[n]a[n-1]e^{j\theta(n)-j\theta(n-1)} \end{aligned} \quad 2.29$$

La transformée de Hilbert présente une limitation forte dans la mesure où elle n'est applicable qu'aux signaux qui peuvent se représenter par une fréquence unique à chaque instant [Cexus, 91] [Huang, 05]. En effet, si le signal contient deux composantes de cette forme, la définition du couple amplitude/fréquence instantanée à partir du signal analytique ne fournit qu'un seul couple amplitude/fréquence instantanées pour les deux composantes et l'interprétation de ce couple est alors loin des fréquences et amplitudes instantanées des deux composantes. Pour mettre éviter ce problème, une nouvelle méthode appelée DME pour « Empirical Mode Décomposition » a été développée afin de séparer les composantes d'un signal.

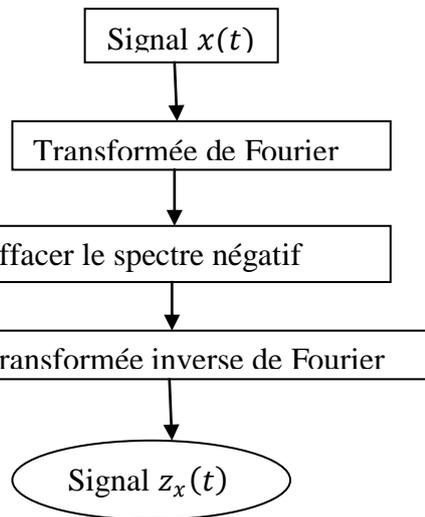


Fig.2.2 Diagrammes de blocs de l'implémentation de la transformée de Hilbert

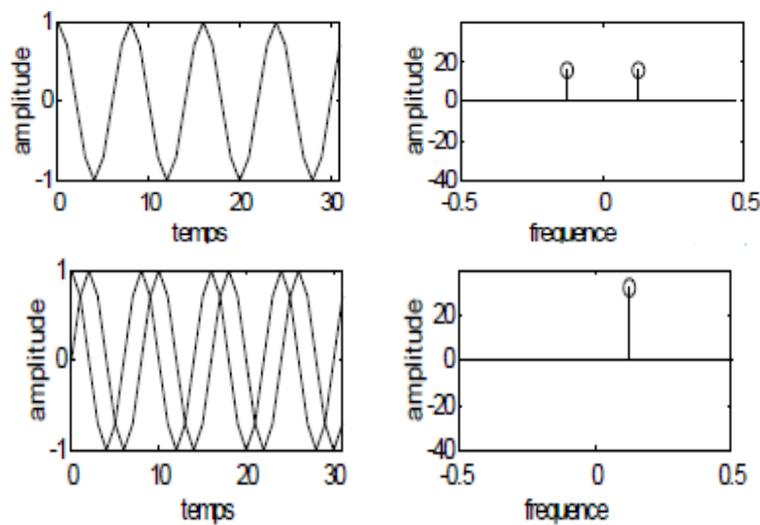


Fig. 2.3 : Calcul du signal analytique d'un signal sinusoïdal.

2.3 La décomposition modale empirique d'un signal

2.3.1 Introduction

La transformée de Hilbert à elle seule ne peut définir les fréquences et les amplitudes instantanées d'un signal multi composantes. En effet la détermination des fréquences et des amplitudes instantanées n'est possible qu'après l'intervention d'une méthode de décomposition de signal appelée « La décomposition modale empirique » qui a la possibilité de décomposer le signal en un nombre fini de signaux mono-composantes auxquels nous pouvons appliquer la transformée de Hilbert afin de déterminer leurs fréquences et amplitude instantanées [Cexus, 91] [Huang, 05]. [Sharabty, 07]

L'ensemble de ces deux étapes est une méthode appelée la Transformée de Hilbert Huang. Une des motivations du développement de la méthode de la DME est l'estimation de la FI du

signal. Ainsi, des contraintes sont imposées à ces composantes oscillantes pour estimer correctement la *FI* (avec un sens physique) propre à chaque composante présente dans le signal.

Le contexte dans lequel s'inscrit la méthode de décomposition modale empirique est généralement celui de l'analyse de données. Plus précisément, cette méthode a été introduite pour faire face à une contradiction courante dans ce domaine, à savoir que la grande majorité des outils utilisés sont basés sur des hypothèses de stationnarité et de linéarité qui ne sont en réalité jamais strictement vérifiées.

2.3.2 Description de la décomposition modale empirique

La décomposition modale empirique est une méthode algorithmique de décomposition spectrale adaptative (elle est entièrement pilotée par les données), qui est définie par un processus appelé tamisage (*sifting*) permettant de décomposer un signal en fonctions de base : au lieu d'analyser le signal dans une base fixe comme avec Fourier. Ces fonctions de base, appelées *IMF* pour Intrinsic Mode Function, sont des signaux de type *AM – FM* de moyenne nulle [Huang, 98] [Rilling, 07]

La méthode d'extraction des *IMF* est non-linéaire, mais leur recombinaison pour la reconstruction exacte du signal est linéaire. La décomposition en *IMFs* est locale, c'est-à-dire qu'on considère les signaux à l'échelle de leurs oscillations locales (la méthode opère à l'échelle d'une oscillation). En se basant essentiellement sur les variations (ou oscillations naturelles) du signal, la *DME* permet une interprétation des phénomènes physiques présents. Elle est aussi itérative, séquentielle et entièrement pilotée par les données. En plus de sa capacité à décrire ponctuellement et de manière instantanée les fréquences d'un signal, problème non résolu par l'analyse de Fourier, la *DME* est bien adaptée à l'étude des signaux non-stationnaires et/ou générés par des systèmes non-linéaires.

Cependant, comme nous l'avons mentionné, la *DME* est simplement définie par un algorithme et elle ne possède pas de cadre théorique pour le moment. Dans la plupart des cas, les études (performance, analyse . . .) menées sur la *DME* se font avec des simulations numériques extensives et dans des conditions contrôlées. Malgré le manque actuel de formalisme mathématique pour décrire la *DME*, il a été démontré que ce manque ne remet pas en cause les réelles capacités d'analyse des signaux par la *DME* ou par ses dérivées telle que la THH. En effet, cette technique a été appliquée avec succès à des données réelles et dans des domaines variés tels que l'étude l'environnement [Ramachandrad, 08], des phénomènes climatiques [Huang, 05], [Sole 09] en traitement d'image [Linderhed, 09] la médecine

[J. Andaloussi, 10], [Sharabty, 07], [Karagiannis, 11], le diagnostic des machines [Ruqiang, 06], [X. Xu, 09] , et dans l'étude des données sismiques [Bradley, 07].

2. 3.3 Principe de la décomposition modale empirique

L'EMD postule que tout signal réel $x(t)$ se décompose en une "moyenne locale" $m(t)$ et une composante fortement oscillante $h_1(t)$. Plus précisément, si on considère par exemple l'évolution du signal entre deux minima locaux successifs t_0 et t_1 , l'idée est en gros de considérer que le signal est sur cet intervalle la somme d'une composante oscillante $h_1(t)$ et d'une tendance lente $m(t)$ sur l'intervalle $[t_0 \ t_1]$ et apparentée à la valeur moyenne de $x(t)$ sur cet intervalle. On a ainsi :

$$x(t) = h_1(t) + m(t) \quad 2.30$$

On peut ensuite extraire le mode oscillant $h_2(t)$ de $m(t)$ et itérer le procédé jusqu'à n'obtenir qu'un résidu non oscillant $r(t)$.

En général la décomposition modale empirique peut être vue comme l'application récursive d'une opération de décomposition élémentaire permettant d'extraire de tout signal oscillant $x(t)$ sa composante qui oscille localement le plus rapidement $h_i(t)$. La différence

$$m(t) = x(t) - h_i(t). \quad 2.31$$

est alors la partie de $x(t)$ qui oscille plus lentement, dont on peut à nouveau extraire la partie oscillant localement le plus rapidement. La décomposition totale s'écrit alors :

$$x(t) = \sum_i h_i(t) + r(t) \quad 2.32$$

Cette décomposition est par nature exacte. Mais les notions de moyenne locale et de mode oscillant, bien qu'assez intuitives, sont très floues. Avant d'expliquer en détails ces deux notions, nous allons d'abord donner un algorithme global qui nous permet de calculer les IMFs à partir de la DME.

- 1-Initialisation $c(t) = x(t)$
- 2-Processus de tamisage $h(t) = c(t)$
 - a-Calculer les extremums de $h(t)$
 - b-Calculer la moyenne $m(t)$ du signal $h(t)$
 - c -Soustraire la moyenne $m(t)$ du signal $h(t)$: $h(t) = h(t) - m(t)$
 - d-Répéter les opérations a, b, c jusqu'à ce que $h(t)$ satisfait certaines conditions (critère d'arrêt du processus de tamisage)
- 3-Extraction de l' $IMF(t)$: $IMF(t) = h(t)$
- 4-Soustraire l' $IMF(t)$ du signal $c(t)$: $c(t) = c(t) - IMF(t)$
- 5-Répéter l'opération 2 jusqu'à ce que $c(t)$ contient que deux extremum au maximum
- 6-Déterminer le signal résidu $r(t)$: $r(t) = c(t)$

Algorithme 2.1 : Décomposition modale empirique

Nous allons détailler dans ce qui suit chaque étape de cet algorithme. Pour illustrer ces étapes, nous utilisons un exemple d'un signal $x(t)$ (Fig.2.4), composé de 3 sinusoïdes représentées sur la figure (2.5).

$$x(t) = x_1(t) + x_2(t) + x_3(t) \quad 2.33$$

Avec

$$\begin{aligned} x_1(t) &= \sin(2 * \pi * f_1 * t) \\ x_2(t) &= \sin(2 * \pi * f_2 * t) \\ x_3(t) &= \sin(2 * \pi * f_3 * t) \end{aligned}$$

Telles que: $f_1 = 60 \text{ Hz}$; $f_2 = 25 \text{ Hz}$; $f_3 = 10 \text{ Hz}$;

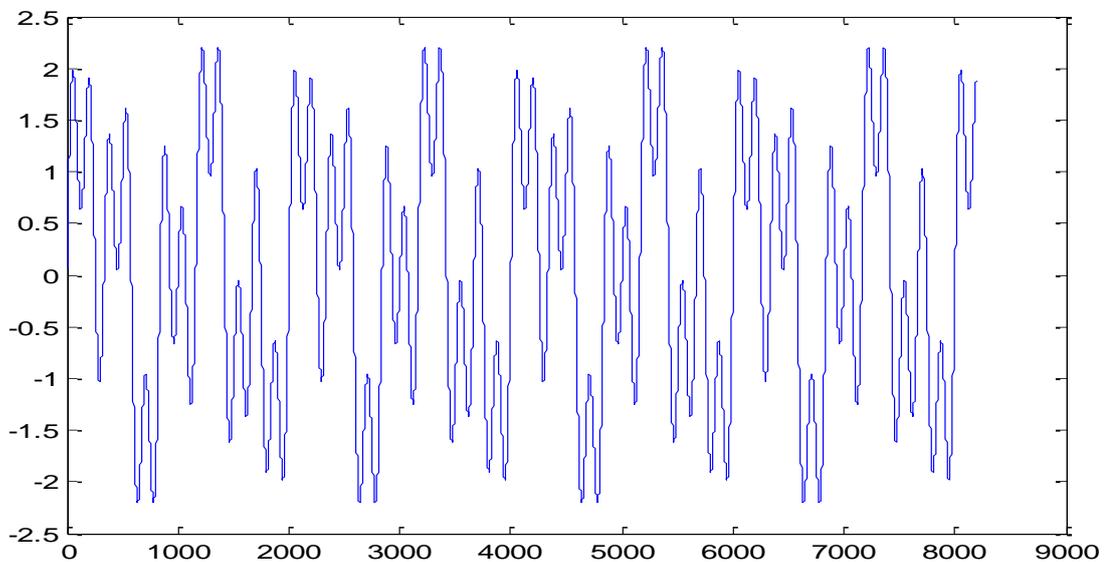


Fig. 2.4 Représentation du signal $x(t)$

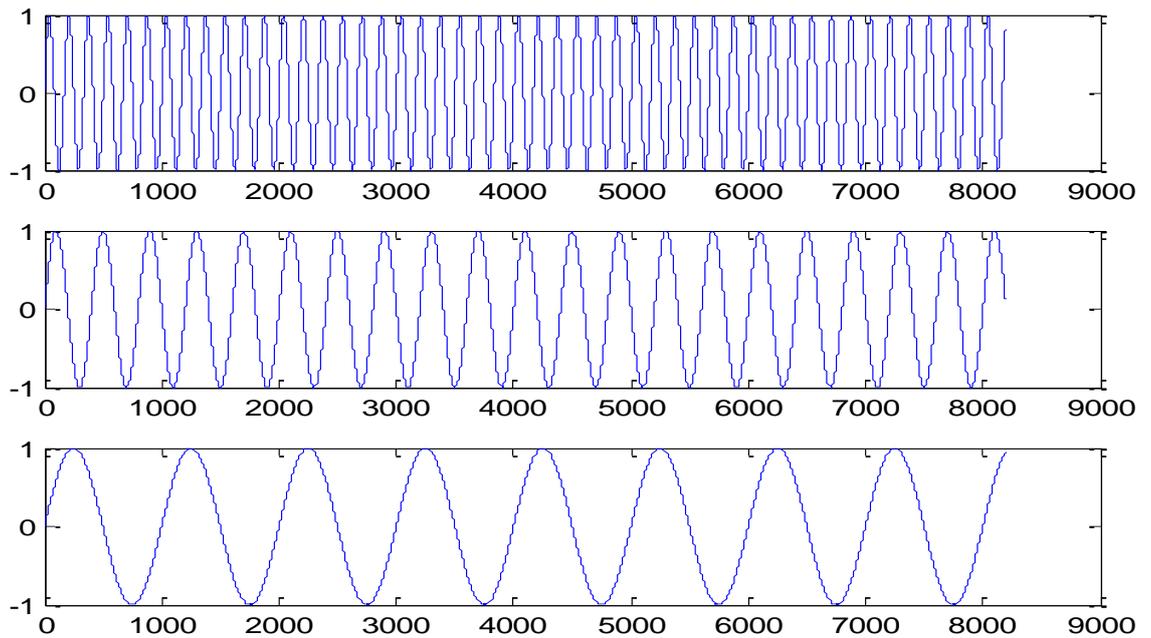


Fig. 2.5 Représentation des signaux $x_1(t)$ $x_2(t)$ $x_3(t)$ respectivement

2.3.4 Calcul des extremums et de la moyenne :

La première étape de l'algorithme consiste à déterminer la moyenne du signal. Celle-ci peut être déterminée localement géométriquement à l'aide de la notion intuitive d'enveloppes d'un signal oscillant. Plus précisément, ces enveloppes s'appuient sur les extrema locaux du signal, l'enveloppe supérieure notée $U(t)$ étant une courbe lisse interpolant les maxima et l'enveloppe inférieure notée $L(t)$, est une courbe lisse interpolant les minima. En pratique, les minima et les maxima locaux sont déterminés selon les testes suivantes:

$$\text{minima: } x(t - t_1) > x(t) < x(t - t_2) \quad 2.34$$

$$\text{maxima: } x(t - t_1) < x(t) > x(t - t_2) \quad 2.35$$

Par contre les enveloppes supérieures et inférieures sont le plus souvent calculées à l'aide d'une interpolation spline cubique dont les détails sont portés en annexe. La moyenne locale est simplement définie comme la demi-somme des deux enveloppes supérieures et inférieures.

$$m(t) = Env (moy) = \frac{U(t)+L(t)}{2} \quad 2.36$$

La figure (2.6) montre un exemple d'enveloppes supérieure et inférieure d'un signal obtenues par la méthode des splines cubiques ainsi que la moyenne du signal déterminée par l'équation (2.36).

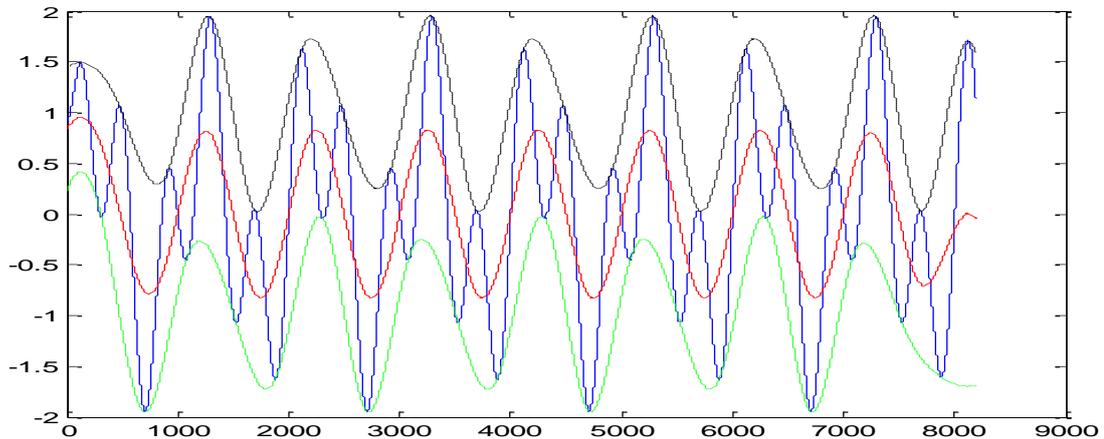


Fig. 2.6 Représentation de l'enveloppe supérieure et inférieure ainsi que la moyenne d'un signal

2.3.5 Processus de tamisage

on appelle le Sifting Process (SP) ou processus de tamisage l'opération qui consiste à soustraire à un signal $x(t)$ sa moyenne locale $m(t)$, plusieurs fois de suite jusqu'à obtenir une moyenne (quasi) nulle ou précisément jusqu'à ce qu'un critère d'arrêt en rapport avec la définition d'une *IMF* soit satisfait.

Une *IMF* (Intrinsic Mode Function) qu'on peut traduire par "Fonction Modale Empirique" correspond à un signal oscillant rapidement. En effet, la composante oscillant le plus rapidement peut être obtenue à partir du signal en lui soustrayant la moyenne de ses enveloppes. Cependant, rien ne garantit que la composante ainsi définie vérifie la définition d'une *IMF*. En effet, lorsqu'on soustrait la moyenne des enveloppes au signal, il est tout à fait possible de faire apparaître de nouveaux extrema qui ne sont pas nécessairement bien placés par rapport à la ligne zéro. Pour remédier à ce problème, il est proposé d'itérer l'opération de soustraction de la moyenne des enveloppes $m(t)$ jusqu'à ce que tous les maxima locaux soient strictement positifs et tous les minima locaux soient strictement négatifs. De plus, après un certain nombre d'itérations, on peut s'attendre à ce que la moyenne des enveloppes du signal soit proche de zéro $m_k \approx 0$, c'est-à-dire que les enveloppes sont presque symétriques par rapport à la ligne zéro.

La figure (2.7) illustre 3 itérations successives du processus de tamisages lors de l'extraction de la première composante $IMF1$ du signal $x(t)$ de la figure (2.4).

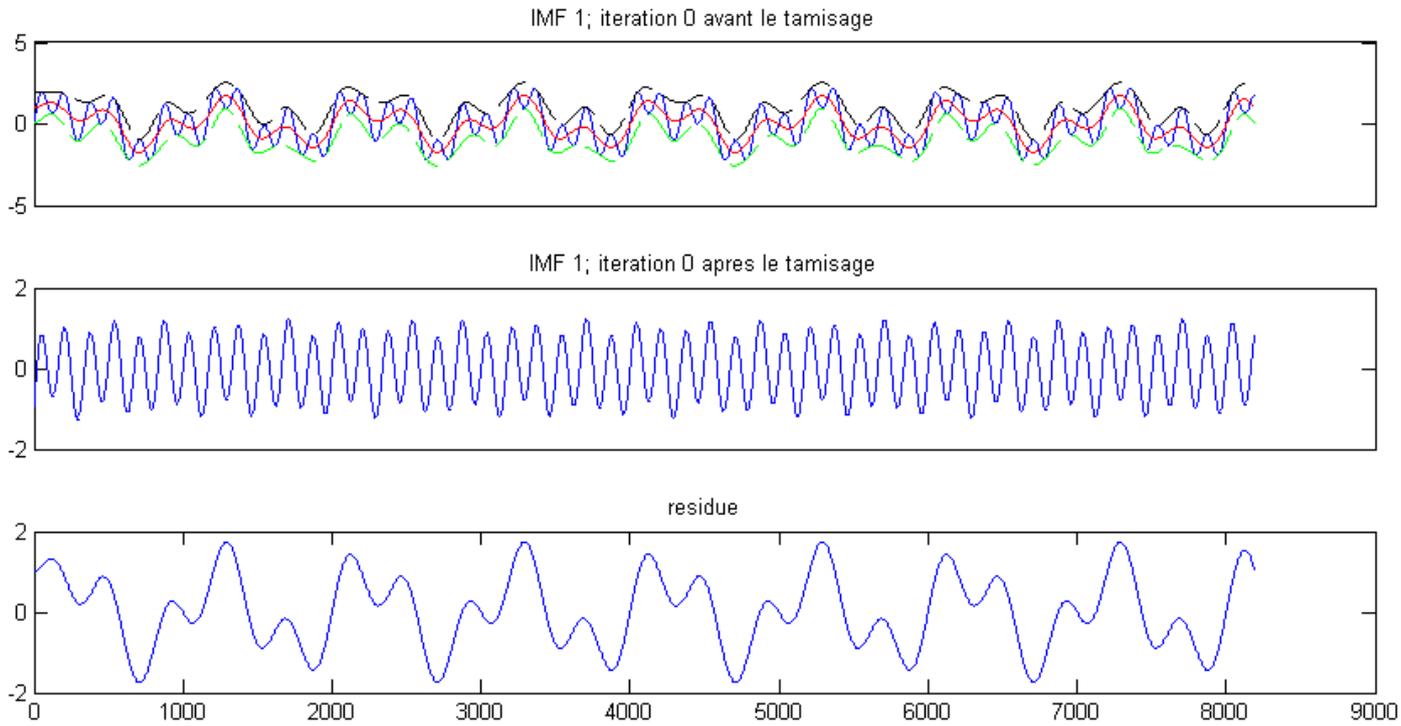


Fig. 2.7 Représentation de l'opération de soustraction du signal $h(t)$

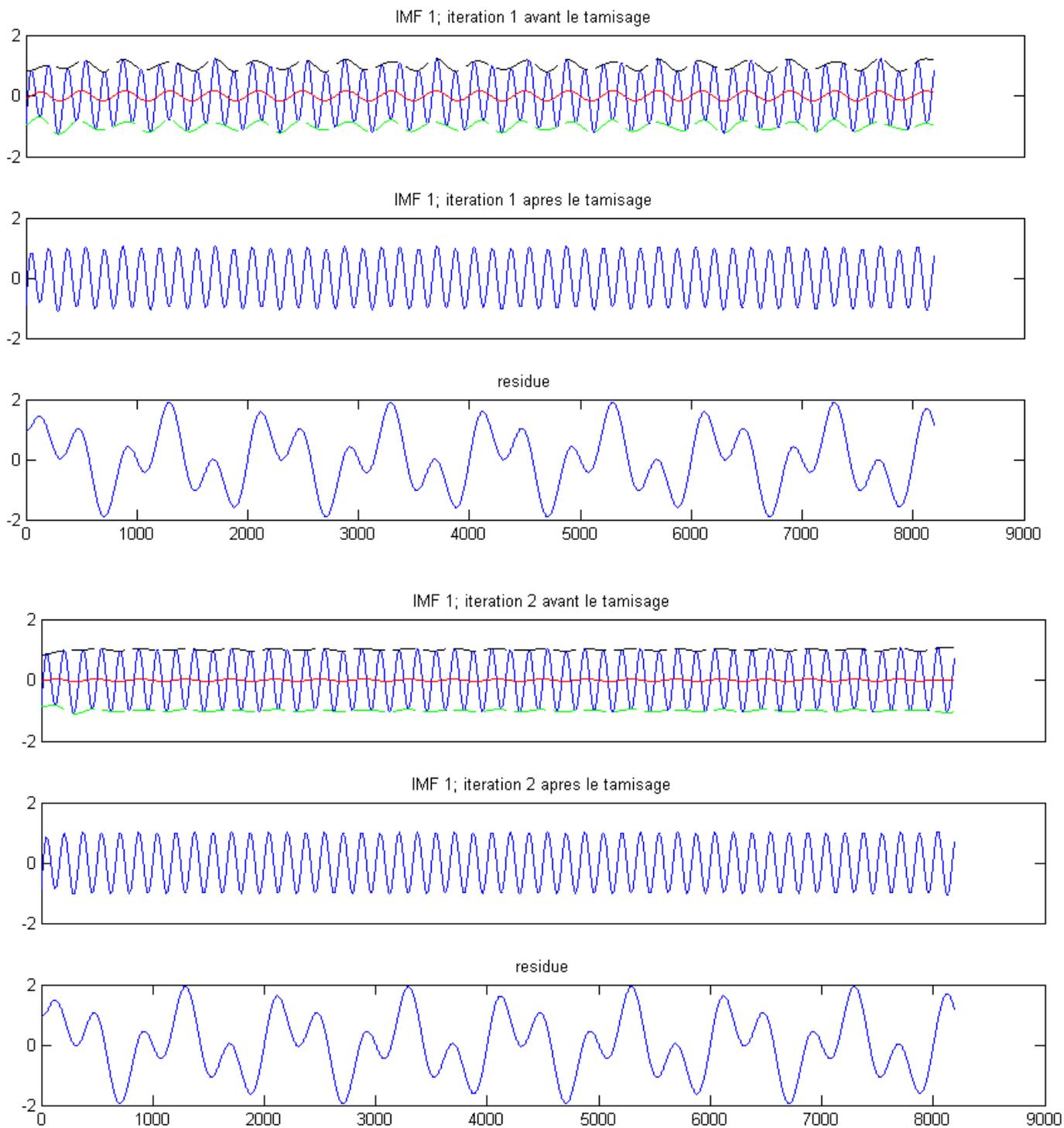


Fig. 2.8 Représentation des trois itérations nécessaires pour extraire l'IMF1 (opération de tamisage)

2.3.6 Extraction de l'IMF

A la fin du processus du tamisage, on récupère la première IMF ($IMF1$). On soustrait ensuite cette première composante du signal original, le signal résultant de cette opération est appelé résidu. Les figures (2.9) et (2.10) montrent les allures de la première composante $IMF1$ et du résidu. Le signal résidu est ensuite utilisé dans le processus de tamisage à la place du signal original pour extraire la deuxième composante IMF ($IMF2$).

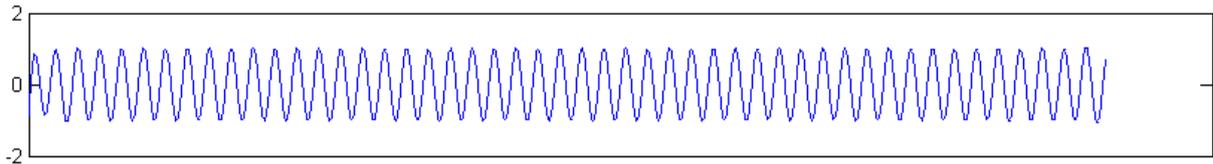


Fig. 2.9 Représentation de l'IMF1

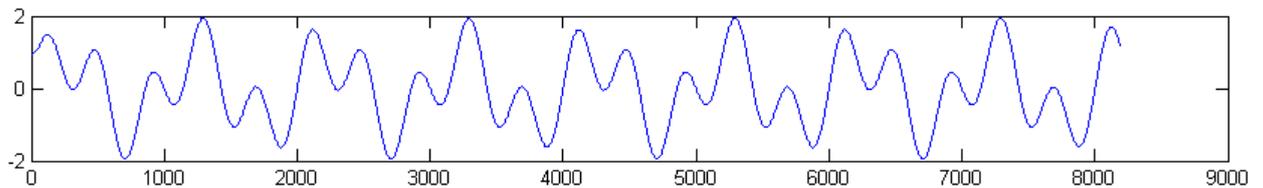


Fig.2.10 Représentation du résidu après extraction de l'IMF1

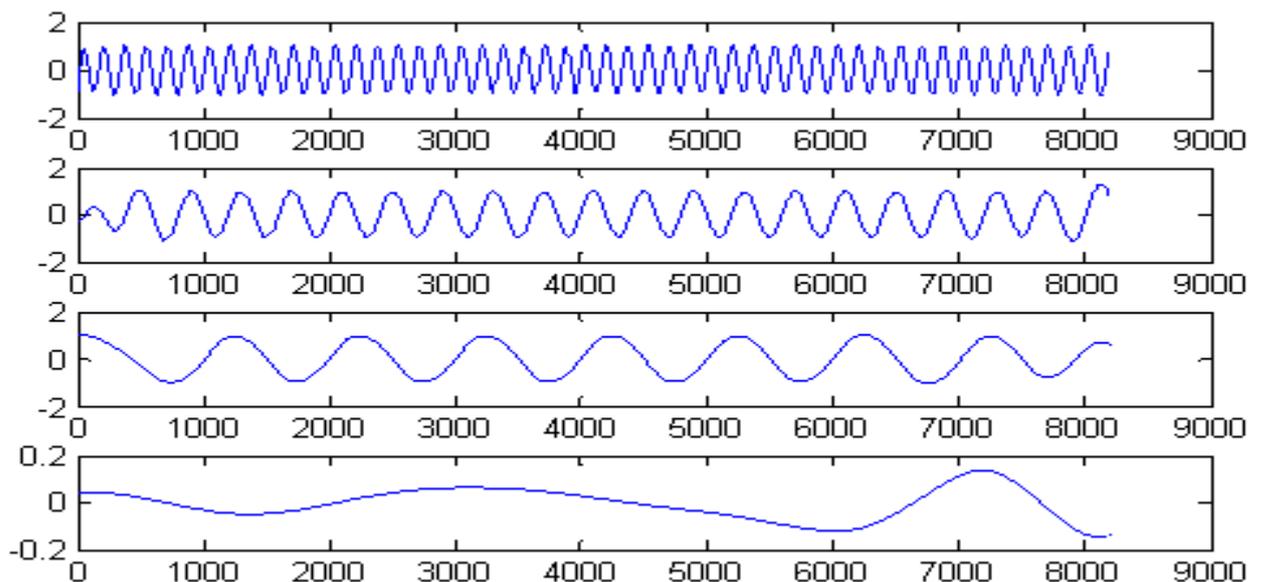


Fig. 2.11 Présentation des IMF's des signal $x(t)$

La figure (2.11) montre l'allure de l' IMF_2 . On répète ensuite l'opération de soustraction et de tamisage du résidu jusqu'à satisfaire un critère d'arrêt. La dernière IMF est appelée résidu final. La figure (2.11) montre l'ensemble des $IMFs$ et le résidu final obtenu sur le signal de la figure (2.4). Les 3 premières $IMFs$ sont semblables aux trois signaux constituant le signal original $x(t)$.

Dans la figure 2.11, on remarque que les 03 premières IMF's sont égales aux trois signaux constituant le signal $x(t)$, le dernier IMF représente le résidu.

2.3.7 Définition d'une IMF (Intrinsic Mode Function)

La DME s'articule principalement sur la notion d' $IMFs$. Un Mode Intrinsèque ou (IMF) est une composante modulée en amplitude et en fréquence pouvant être considérée à bande étroite. En effet, intuitivement le processus de tamisage élimine itérativement les tendances locales intrinsèques du signal, pour ne retenir que les composantes modulées en amplitude et en fréquence. Ces composantes doivent être oscillatoires (conditions sur les zéros et les extrema) et centrées (condition de nullité de la moyenne), donc représentables sous forme de produit d'une modulation d'amplitude et d'une modulation en fréquence de la forme :

$$IMF_k(t) = a_k(t) \exp(i\theta(t)) \quad 2.37$$

Rappelons qu'une fonction f dans R est une « fonction modale intrinsèque » si seulement si elle satisfait les deux conditions suivantes [Cexus, 91] [Huang, 05]

-Tous les maxima locaux de f sont strictement positifs, tous les minima locaux sont strictement négatifs, c.à.d entre deux extrema consécutifs, il y'a obligatoirement un passage à zéro, ou bien le nombre d'extrema et de passages à zéro doivent différer d'au plus un. Cette première condition est idéale pour que la largeur de bande soit étroite, elle garantie alors le critère de bande étroite défini dans l'équation (1.11).

-La moyenne locale f est nulle, c.à.d. que la moyenne de la somme de l'enveloppe supérieure interpolant les maxima de f et de l'enveloppe inférieure interpolant les minima est nulle. Cette deuxième condition assure que la fréquence instantanée (FI) n'inclus pas les fluctuations indésirables du signal, induites par les formes d'ondes asymétriques. Pour un signal mono-composante g , sa transformée de Hilbert et celle du signal $g+c$, avec c une constante réelle, sont les mêmes. Et que la transformée de Hilbert (qui a la même forme de son inverse) d'un signal constant est nul, par conséquent la moyenne de g est nulle. Ainsi, la définition de la fréquence instantanée s'en trouve simplifiée par le fait qu'il suffit de pouvoir l'estimer pour un signal à une constante près.

Les deux conditions réunies suffisent pour que la notion de *FI* ait un sens physique. Notons que la notion de *weak – IMF*, définit une fonction satisfaisant uniquement la première condition .

En pratique, la moyenne locale d'une *IMF* représentée par la somme de l'enveloppe supérieure et inférieure est nulle $|U(t) + L(t)| = 0$, est peu utilisable car cette clause est trop sévère. Pour pallier à ce problème, une solution qui consiste à remplacer le zéro par une quantité proportionnelle à une amplitude locale du signal a été proposée telle que :

$$\forall t \in [a; b]; |U(t) + L(t)| \leq \varepsilon |U(t) - L(t)| \quad 2.38$$

Si on remplace la deuxième clause de la définition d'une *IMF* par la nouvelle formulation (2.38), on obtient une définition relativement satisfaisante dans la mesure où elle est a priori utilisable en pratique sans trop contraindre les enveloppes et qu'elle respecte les exigences de localité nécessaires à un traitement adéquat des signaux non stationnaires.

2.3.7.1 Propriétés des *IMFs*

Adaptabilité, les échelles des *IMFs* sont déterminées par les échelles présentes dans le signal et non par une grille prédéterminée comme dans le cas des transformées en ondelettes discrètes.

Localité, l'échelle d'une *IMF* n'est pas définie de manière globale mais de manière locale.

2.3.7.2 Critère d'arrêt pour le processus de Tamisage

Différentes approches ont été proposées pour déterminer quand arrêter le processus de tamisage. De manière générale, elles remplissent toutes deux objectifs

1. Lors de l'arrêt du processus de tamisage, le signal en cours de traitement doit vérifier la définition d'une *IMF*.
2. Le tamisage ne doit pas être itéré un trop grand nombre de fois au risque de dénaturer l'information contenue dans les *IMFs*.

2.3.7.2.1 Critère d'arrêt original proposé par Huang et al en 1998

Essentiellement focalisée sur le premier objectif l'approche proposée dans la contribution d'origine consiste à arrêter le processus de tamisage dès que [Huang, 05], [SHARABTY, 07]:

1. Tous les maxima locaux sont strictement positifs et tous les minima locaux strictement négatifs
2. La différence entre deux opérations successives de tamisage mesurée par

$$SD(i) = \sum_{t=0}^T \frac{|h_{j,i-1}(t) - h_{j,i}(t)|^2}{(h_{j,i-1}(t))^2} < \epsilon \quad 2.39$$

T : longueur du signal et ϵ une petite valeur fixée préalablement.

Ce critère d'arrêt $SD(i)$ exprime la différence au carré normalisée entre deux opérations successives de tamisage. La valeur type de SD doit appartenir à un intervalle [0.2 0.3] [Huang, 98] .

-Ce critère ne dépend pas de la définition des *IMFs*. En effet, même si la différence au carré entre deux opérations de tamisage est petite, rien ne garantit que le nombre de passage à zéro de la fonction soit égal au nombre d'extremum de cette même fonction, par exemple. Devant cet inconvénient, Huang et al ont proposé un second critère robuste (2003) qui est basé sur l'accord du nombre de passage à zéro et le nombre d'extremum [Rilling, 07] .

2.3.7.2.2 Critère d'arrêt robuste proposé par Huang et al en 2003

Plus axée sur l'objectif de ne pas itérer le processus de tamisage plus que nécessaire, cette méthode détermine le nombre d'itérations qui ne vérifie explicitement que la première clause de la définition d'une *IMF*. Cette méthode consiste à arrêter le processus de tamisage quand pour un nombre donné S d'itérations successives.

-Tous les maxima sont positifs et tous les minima négatifs

- Le nombre d'extrema ne change pas

Etant donnée la difficulté qu'il peut y avoir à évaluer le degré de nullité de la moyenne d'une *IMF*, cette méthode propose tout simplement de ne pas le mesurer mais de supposer que S itérations de tamisage sont suffisantes pour que la moyenne soit suffisamment nulle.

En pratique, on observe que de faibles valeurs de S , entre 4 et 8 comme le suggèrent les auteurs [Huang, 05], permettent très souvent d'arriver à des nombres d'itérations raisonnables. L'inconvénient de ce critère est que l'utilisateur n'a pas de contrôle sur les caractéristiques des *IMFs* obtenus.

2.3.7.2.3 Approche locale

Une autre approche a été proposée dans [Rilling, 03] et qui est utilisée dans l'élaboration du processus de tamisage dans notre programme.

Ce critère s'appuie sur la définition d'une *IMF* car il contrôle directement les propriétés de l'*IMF*, muni d'une tolérance sur des intervalles de mesure. En effet, le processus de tamisage est arrêté dès que :

1. Tous les maxima locaux sont strictement positifs et tous les minima locaux strictement négatifs, autrement dit le nombre d'extremum est inférieur ou égal au nombre de passage à zéro ce qui veut dire :

$$|\text{Nombre d'extremum} - \text{Nombre de passage à zero}| \leq 1. \quad 2.40$$

2. Les enveloppes de l'IMF en cours vérifient :

$$|L(t) + U(t)| < \theta_1 |L(t) - U(t)| \quad 2.41$$

$$\frac{|L(t)+U(t)|}{|L(t)-U(t)|} < \theta_1$$

sur un ensemble de mesure supérieure à $(1 - \alpha)T$, avec T la durée totale du signal et

$$|L(t) + U(t)| < \theta_2 |L(t) - U(t)| \text{ pour tout } t \quad 2.42$$

$$\frac{|L(t)+U(t)|}{|L(t)-U(t)|} < \theta_2$$

Autrement dit, on vérifie que la condition de "moyenne locale nulle" est vérifiée partout à θ_1 près, sauf éventuellement sur un ensemble de mesure petite, où l'on tolère un seuil $\theta_2 > \theta_1$.

Les valeurs typiques de ces paramètres sont $\alpha = 0.05$ et $(\theta_1, \theta_2) = (0.05, 0.5)$.

Cela signifie que l'on impose la symétrie des enveloppes, sur 95% de la durée du signal. Cette définition du critère est conçue pour contrôler le plus localement possible la qualité de l'IMF en construction. Idéalement, on voudrait pouvoir imposer partout la même contrainte (Eq.2.41) mais on s'est aperçu, en pratique, que la quantité $\frac{|L(t)+U(t)|}{|L(t)-U(t)|}$ avait bien souvent tendance à présenter des pics très localisés alors que sa valeur ailleurs est relativement proche de 0. Comme l'imposition de la condition (Eq.2.41) partout avec un paramètre faible de l'ordre de $\theta_1 = 0.05$ avait tendance à aboutir à des nombres d'itérations importants, on a relâché un peu la contrainte en l'imposant, par exemple, sur seulement 95% de la durée du signal alors qu'ailleurs on impose une contrainte beaucoup moins forte avec par exemple $\theta_2 = 0.5$. Le simple fait d'accorder cette tolérance a permis de réduire fortement les nombres d'itérations.

2.3.8 Algorithme de Décomposition Modale Empirique adopté

Finalement, l'algorithme de la DME que nous avons implémenté dans notre travail suit les étapes suivantes :

1- Initialisation le signal original : $c(t) = x(t)$

2- Calcule de la $j^e IMF$: processus de tamisage

a-Poser : $h \leftarrow c$,

b-Trouver les extrema locaux (min et max) du signal $h : \{t_{max}, h_{max}\}, \{t_{min}, h_{min}\}$ (Eq.2.34), (Eq.2.35)

c- Estimer les enveloppes supérieure et inférieure par interpolation respective des maxima et minima locaux c'est-à-dire interpoler les ensembles de maxima locaux $\{t_{max}, h_{max}\}$ et les ensembles de minima locaux $\{t_{min}, h_{min}\}$ pour obtenir les enveloppes supérieure et inférieure : $U(t), L(t)$ respectivement, la méthode spline cubique est utilisée dans notre travail pour l'interpolation des deux enveloppes sus citées.

d-Estimer l'enveloppe moyenne locale à partir des enveloppes supérieure et inférieure

$$m(t) = (U(t) + L(t))/2$$

e- Mettre à jour le signal $h_p(t) = h(t)$

f- Soustraire l'enveloppe moyenne du signal d'entrée h_p :

$$h(t) = h_p(t) \ominus m(t)$$

g- Utiliser un critère d'arrêt pour l'extraction de la $j^e IMF$: le critère d'arrêt utilisé dans notre cas est celui énoncé dans la section (2.3.7.2.3)

h- Dès que le critère d'arrêt est vérifié (le signal obtenu remplit les critères d'une IMF) on pose:

$$IMF = h(t) = h_p(t) \ominus m(t)$$

Sinon on revient à l'étape (2.a)

3- Mettre à jour le signal c : $c(t) = c(t) \ominus IMF$

4- Répéter l'étape 2) jusqu'à ce que le nombre d'extrema dans $c(t)$ soit inférieur à 2, on met alors dans ce cas $IMF = c$ cette dernière IMF est appelée résidu

2.3.9 Propriétés élémentaires de la DME

2.3.9.1 Multi résolution

La *DME* réalise une décomposition multi-échelles, ou multi résolution, dans la mesure où elle explore successivement les échelles du signal de la plus fine, représentée par la première *IMF*, à la plus grossière, représentée par la dernière *IMF* ou le résidu [Rilling, 07] [Huang, 98]. Comme la transformée en ondelettes discrète, la *DME* propose une décomposition en échelles discrètes dans la mesure où la décomposition est constituée d'un nombre fini de composantes.

2.3.9.2 Non-linéarité

La *DME* est globalement non linéaire. En effet, la *DME* d'une somme de deux signaux est en général différente de la somme des *DME* des signaux séparés. En effet, le nombre d'*IMFs* de la somme n'est pas contrôlé par le nombre d'*IMFs* des signaux séparés, c'est-à-dire qu'une *IMF* de la somme n'est pas généralement descriptible en termes de somme d'un ensemble quelconque d'*IMFs* des signaux séparés ni même une combinaison linéaire [Cexus, 91].

On peut noter au plus trois sources de non-linéarité :

- La première et la plus importante est dans le fait de s'appuyer sur les extrema. En effet, le nombre et la position des extrema dans une somme de signaux sont en général différents de ceux des signaux pris individuellement. Cette source de non-linéarité est fondamentale dans la *DME* dans la mesure où on choisit explicitement de définir les enveloppes, à chaque échelle, d'un signal à l'aide de ses extrema.
- Les deux autres sources de non-linéarité éventuelles sont l'interpolation et le critère d'arrêt du processus de tamisage qui selon l'implantation peuvent être non linéaires.

2.3.9.3 Orthogonalité

L'orthogonalité des *IMFs* assure l'unicité de la décomposition [Ramachandrad, 08], [Tung-Shin, 05]. Ainsi, l'analyse est réversible dans le sens où le signal initial peut être reconstruit simplement à partir de l'ensemble des *IMFs*. L'orthogonalité permet de réduire la représentation et décrit le signal dans un espace optimal au sens du minimum de redondance d'information [Obrelin, 10]. L'orthogonalité de la décomposition est étroitement liée à son aspect multi résolution dans la mesure où le produit scalaire de deux ondes de fréquences différentes est habituellement faible et que les *IMFs* sont construites de telle manière qu'à tout instant ils oscillent avec des périodes différentes. Dans cet esprit, il est suggéré par les

auteurs que la décomposition en oscillations rapides et oscillations lentes serait (quasi-)orthogonale.

➤ Estimation de l'orthogonalité :

Il serait intéressant que la décomposition par *DME* soit orthogonale

$$\langle IMF_m | IMF_n \rangle = 0, \forall (m \neq n) \quad 2.43$$

avec $\langle . | . \rangle$ produit scalaire dans L^2 .

L'orthogonalité des composantes peut être estimée numériquement en définissant un indice d'orthogonalité, IO_{IMF_i, IMF_j} [Ramachandrad, 08]

Nous avons :

$$x(t) = \sum_{j=1}^{n+1} IMF_j(t) \quad 2.44$$

En formant le carré du signal :

$$x^2(t) = \sum_{j=1}^{n+1} IMF_j^2(t) + 2 \sum_{j=1}^{n+1} \sum_{k=1}^{n+1} IMF_j(t) \cdot IMF_k(t) \quad 2.45$$

Si la décomposition est orthogonale alors les termes croisés donnés dans l'équation (2.45) sur le côté droit devraient être nuls. Avec cette expression, un indice de l'orthogonalité IO est définie par :

$$IO = \sum_{t=0}^T \left[\frac{\sum_{i=1}^{n+1} \sum_{j=1}^{n+1} (IMF_i(t) \cdot IMF_j(t))}{x^2(t)} \right] \quad 2.46$$

avec IMF_i et IMF_j deux composantes estimées à partir du signal. Nous pouvons noter que si $i = j$ alors

$$IO_{IMF_i, IMF_j} = 1 \quad 2.47$$

Si nous considérons les N *IMFs* de l'expression (2.45), nous pouvons alors définir une matrice d'orthogonalité IO_{EMD} à partir de l'équation (2.46) définie par :

$$IO_{EMD} = \left[IO_{IMF_i, IMF_j} \right], \forall (i, j) \quad 2.48$$

On remarque que cette matrice IO_{EMD} est symétrique et que la diagonale principale est unitaire. Si la décomposition est strictement orthogonale, alors IO_{EMD} est égale à la matrice identité. Nous pouvons également définir un indice global d'orthogonalité à partir de la matrice IO_{EMD} (2.48) :

$$i_0 = \sum_{1 \leq i \leq j} (IO_{IMF_i, IMF_j})^2 \quad 2.49$$

Lors de l'estimation de l'orthogonalité, le résidu n'est pas pris en compte. Ainsi, grâce aux deux relations (2.48) et (2.49), le degré d'orthogonalité de la décomposition par la DME peut être totalement quantifié [Cexus, 91]. Si nous considérons, par exemple, le signal suivant :

$$x(t) = \cos(2\pi t) + 2 \cos(6\pi t) + 0.2t \quad 2.50$$

Alors le degré d'orthogonalité est donné par le tableau suivant :

	IMF_1	IMF_2
IMF_1	1, 0000	0, 0049
IMF_2	0, 0049	1, 0000
i_0		2, 380010–5

Tableau 2.2 : Exemple de matrice d'orthogonalité

2.3.9.4 Localité

La localité permet d'observer des états qui sont brefs, voire transitoires. Les caractéristiques locales du signal sont ainsi mises en exergue plus facilement. La méthode fonctionne à l'échelle d'une oscillation.

➤ Par rapport à la moyenne du signal

Une étape de la *DME*, consiste à soustraire au signal une moyenne locale ou plus précisément une moyenne à l'échelle locale car ce terme permet de mettre en évidence le fait que la moyenne locale est intimement liée à une échelle. Dans le cadre de la *DME*, l'échelle locale est définie par les extrema. En effet la moyenne locale est définie à partir des enveloppes du signal qui interpolent les maxima et les minima. La notion d'enveloppe étant intrinsèquement locale, on en déduit que la valeur, par exemple de l'enveloppe supérieure, en un point donné dépend essentiellement des deux maxima qui entourent ce point.

➤ Par rapport aux *IMFs*

La première IMF contient localement la gamme des oscillations qui sont les plus rapides par rapport aux autres IMF pour un même instant t considéré. Cette propriété d'oscillations locales reste d'ailleurs toujours vérifiée entre IMF's successives. Ce phénomène est illustré dans la figure (2.13) .

2.3.9.5 Banc de filtres dyadiques [Moghtaderi, 11]

On a vu dans la section 2.3.8.1 que la DME est une décomposition multi-échelles : elle extrait les modes du plus oscillant au moins oscillant, donc l'échelle caractéristique des modes augmente au cours du temps : on part des échelles fines pour arriver aux échelles grossières, puis au résidu [Flandrin, 04][Obrelin, 10]. Dans [Rilling, 03], les auteurs ont caractérisé la décroissance de cette échelle caractéristique, et ont montré que la DME imite le comportement de bancs de filtres dyadiques.

2.3.12 Différences entre DME et les Ondelettes

Le cadre général de la DME qui vient d'être présenté n'est pas le cadre de la transformée en ondelettes discrète. Cette dernière est en fait également réalisée en pratique de manière récursive : le signal est d'abord décomposé en détail et approximation, correspondant respectivement à une partie haute fréquence et une partie basse fréquence, puis la même décomposition est appliquée à la partie approximation. La différence entre transformée en ondelettes discrète et la DME se trouve en fait dans la manière dont est calculée la décomposition élémentaire en détail plus approximation ou oscillations rapides plus oscillations lentes. Pour la transformée en ondelettes discrète, les deux composantes sont calculées par une opération prédéfinie de filtrage linéaire invariante dans le temps dont la réponse en fréquence est simplement contractée d'un facteur 2 lorsque la décomposition est ensuite appliquée à la partie approximation. Les caractéristiques de la décomposition pour la DME sont à l'inverse déterminées par le signal et de manière locale. De plus, la transformée en ondelettes discrète est fondée sur une base mathématique bien établie alors que la DME n'est définie que par la sortie d'un algorithme [Rilling, 07]. La notion d'échelle dans la DME est associée à l'espacement entre les extrema. Cette notion diffère fortement de la notion d'échelle dans le cadre de la transformée en ondelettes où l'échelle est définie de manière relative par comparaison avec une forme d'onde donnée, à savoir l'ondelette.

2.3.11 Transformée de Hilbert-Huang (THH)

Pour résumer la THH permet de traiter les signaux non stationnaires et non linéaire, elle se déroule en deux étapes. La première étape est la décomposition empirique (DME) du signal multi composantes qui permet d'obtenir des signaux mono composantes. Dans la deuxième étape, ces signaux subissent une transformation de Hilbert afin de déterminer le FI et la AI de chaque IMF.

1. Appliquer la DME au signal: $x(t) \Rightarrow \{IMF_k(t); 1 \leq k \leq K\} \cup \{r(t)\}$ 2.51

2. Pour chaque $IMF_k(t)$, calculer la fréquence instantanée $f_k(t)$ et l'amplitude instantanée $a_k(t)$ par application de la transformée de Hilbert.

Chaque IMF peut alors être exprimé comme suit

$$IMF_k(t) = a_k(t) \exp(j \int w_k(t) dt) \quad 2.52$$

Avec $w_k(t) = 2 * \pi * f_k(t)$ et $\int w_k(t) dt = \theta(t)$

Nous pouvons ainsi exprimer le signal $x(t)$ [Huang, 08] comme suit :

$$x(t) = R[\sum_{k=1}^n a_k(t) \exp(j\theta(t))] \quad 2.53$$

Où $R[.]$ est la partie réelle d'un nombre complexe.

Les figures (2.12) et (2.13) montrent, respectivement, les résultats du calcul de l'amplitude et la fréquence instantanées des IMFs de la figure (2.11) en utilisant la transformée de Hilbert. Sur la figure (2.13) on remarque que les fréquences instantanées des IMFs sont constantes et égales aux fréquences de chaque composante du signal $x(t)$ à savoir : $f_1 = 60\text{Hz}$; $f_2 = 25\text{Hz}$; $f_3 = 10\text{Hz}$.

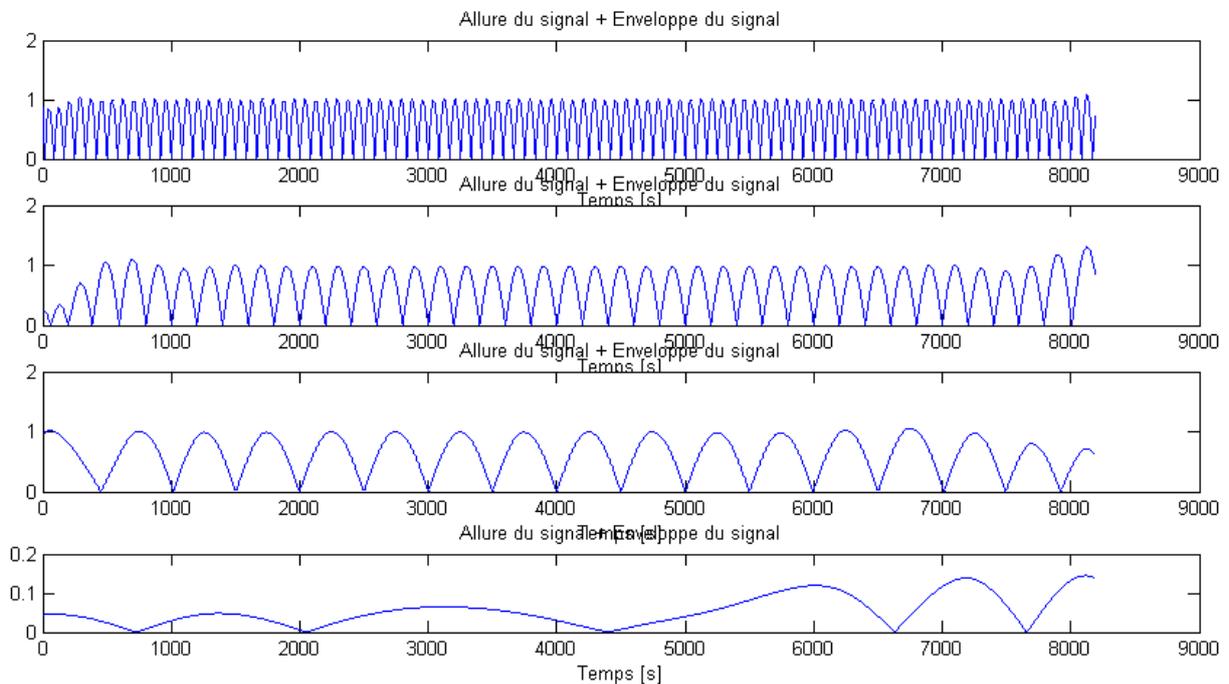


Fig. 2.12 : Amplitudes instantanées des IMFs

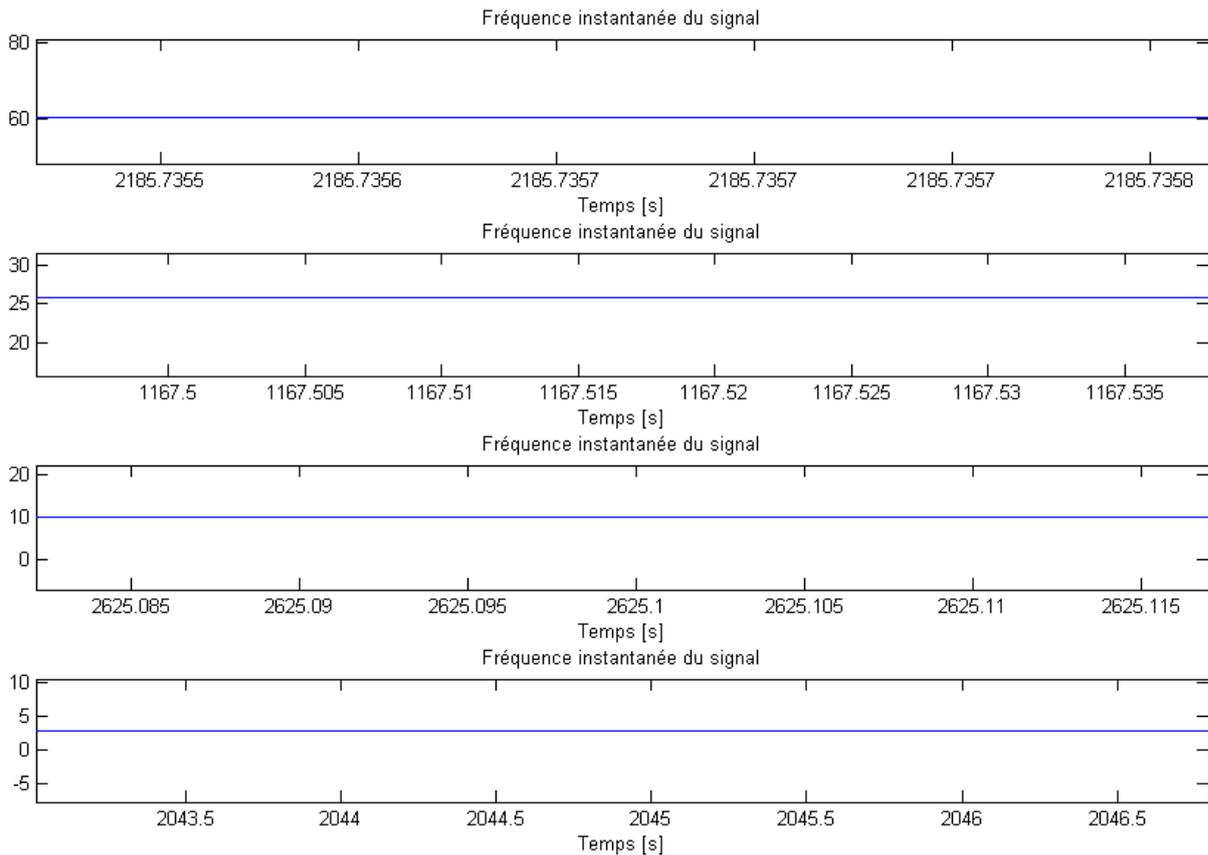


Fig. 2.13 : Fréquences instantanées des IMFs

Le résidu r n'est pas représenté dans l'expression (2.53), car c'est une fonction monotone ou une constante. Cette équation donne l'amplitude et la fréquence en fonction du temps de chaque composante IMF , les mêmes données développées dans le domaine de Fourier donne :

$$x(t) = \sum_{i=1}^{\infty} a_i \exp(jw_i t) \quad 2.54$$

Avec a_i et w_i des constantes. La différence entre les équations (2.53) et (2.54) est claire : les $IMFs$ représentent le développement de Fourier généralisé. L'amplitude variable et la fréquence instantanée n'ont pas seulement amélioré l'efficacité du développement mais elles ont permis à ce dernier d'accommoder les informations non linéaires et non stationnaires. Dans cette méthode de développement avec les $IMFs$, la modulation en amplitude et en fréquence sont aussi clairement séparées, ainsi la restriction de l'amplitude constante et de la fréquence fixe du développement de Fourier a été rompu avec une représentation de l'amplitude et fréquence variables [Huang, 05].

La distribution temps fréquence de l'amplitude est désignée comme le spectre d'amplitude de Hilbert $H(w, t)$. Si l'amplitude au carré est le meilleur moyen de représenter la densité

d'énergie, alors les valeurs au carré de l'amplitude peuvent être substituées pour obtenir le spectre d'énergie de Hilbert. Avec le spectre de Hilbert, nous pouvons aussi définir le spectre marginal $h(w)$ comme suit :

$$h(w) = \int_0^T H(w, t) dt \quad 2.55$$

Le spectre marginal offre une mesure de la contribution de l'amplitude totale (ou énergie) de chaque valeur de la fréquence. Ce spectre représente l'amplitude accumulée sur la durée de l'ensemble des données dans un sens probabiliste. Empiriquement, tous les tests indiquent que la THH est un excellent outil pour l'analyse temps-fréquence des données non linéaires et non stationnaires. Elle est basée sur une base adaptative, et la fréquence est définie par la transformé de Hilbert. Par conséquent il n'y a pas de limitation sur le principe d'incertitude résolution dans le temps ou la fréquence.

Le Tableau (2.3) montre l'avantage de la THH par rapport à la TF et à la TO [**Huang, 05**] [**Wu, 09**]. En effet, ce tableau montre que la HHT est une puissante méthode pour analyser les signaux non linéaires et non stationnaires, malgré qu'elle ne possède pas de base théorique.

	Fourier (TF)	Ondelettes (TO)	THH
Base	Apriori	Apriori	Adaptative
Fréquence	Convolution Global	Convolution Régional	Différentiation Locale
Présentation	Energie-Fréquence	Energie-Temps-Fréquence	Energie-Temps-Fréquence
No linéarité	Non	Non	Oui
Non stationnarité	Non	Oui	Oui
Extraction des caractéristiques	Non	Non (discret)- Oui (continu)	Oui
Base théorique	Complete	Complete	Empirique

Tableau 2.3 : Comparaison des différentes méthodes de représentation temps fréquences

2.4 Conclusion

Dans ce deuxième chapitre, nous avons présenté en détail la transformée de Hilbert Huang dans le but d'analyser un signal non stationnaire et non linéaire. Cette transformée est composée, comme son nom l'indique de deux transformées, la transformée de Huang suivi de la transformée de Hilbert. La transformée de Hilbert permet de calculer l'amplitude et la fréquence instantanées d'un signal temporel mono-composante. En effet cette méthode ne peut s'appliquer qu'aux signaux mono-composantes et pour pouvoir l'appliquer aux signaux multi-composantes, nous devons utiliser la méthode de Huang qui permet de décomposer un

signal multi-composantes en un nombre fini d'IMFs. Chaque IMF est un signal oscillant mono-composante caractérisée par une moyenne nulle et doit avoir un nombre d'extrema et de passage à zéro au plus supérieur à un. Les IMFs sont triées dans l'ordre décroissant allant de la plus haute fréquence à la plus basse fréquence. La dernière IMF, appelée résidu correspond à la composante de la fréquence la plus basse.

CHAPITRE 3 :

APPLICATION DE LA THH AU DIAGNOSTIC DE LA MACHINE ASYNCHRONE

3.1 Introduction

Dans ce chapitre nous allons appliquer la THH au diagnostic d'une machine asynchrone à cage d'écureuil. Dans un premier temps, nous introduirons la machine asynchrone et ses composants, les différents défauts que peuvent l'affecter sur une machine asynchrone ainsi que les méthodes classiques utilisées pour diagnostiquer ces défauts. Ensuite, nous appliquerons la méthode de Huang pour extraire les différentes IMFs des signaux de défauts. La méthode de Hilbert est ensuite utilisée pour le calcul des amplitudes instantanées des IMFs les plus pertinents, et enfin nous utilisons, pour la classification des défauts moteur, la méthode de diagnostic par reconnaissance de forme SVM (Support Vector Machine).

3.2 Machine asynchrone

3.2.1 Définition

Le moteur asynchrone ou moteur d'induction est actuellement le moteur électrique dont l'usage est le plus répandu dans l'industrie. Le domaine de puissance de ce type de moteur va de quelques watts à plusieurs mégawatts. Relié directement au réseau industriel à tension et fréquence constantes, il tourne à vitesse variable peu différente de la vitesse synchrone. Il est utilisé pour la réalisation de la quasi-totalité des entraînements à vitesse constante et pour les entraînements à vitesse variable. [Larabi, 05]

Le moteur asynchrone présente de nombreux avantages tels que sa structure simple, sa robustesse, sa facilité de mise en œuvre, son faible coût, etc.... L'apparition dans les années 1980 des variateurs permettant de faire varier la fréquence de rotation dans une large gamme a grandement favorisé son développement. En effet, il entre dans la conception de nombreux procédés industriels associant des convertisseurs statiques et des machines électriques (traction électrique, laminoirs, levage, pompage, etc....).

3.2.2 Constitution de la machine asynchrone

La machine asynchrone est constituée des principaux éléments suivants :

Stator (partie fixe où primaire), il est constitué d'un enroulement bobiné (chargé de magnétiser l'entrefer) réparti dans les encoches du circuit magnétique et reliés à la source. Ce circuit magnétique est constitué d'un empilage de tôles dans lesquelles sont découpées des encoches parallèles à l'axe de la machine (Fig. 3.1).



Fig. 3.1 : Stator de la machine asynchrone triphasée à cage.

Rotor (partie tournante où secondaire), le rotor est un anneau de tôles rainuré à l'extérieur est monté sur un axe de rotation, concentrique au primaire et séparé de ce dernier par un entrefer étroit d'épaisseur constante. Le rotor porte un enroulement polyphasé mis en court-circuit constituant le secondaire. On distingue principalement deux types de structures de rotors, le rotor bobiné et le rotor à cage d'écureuil. Le rotor bobiné porte un enroulement du même type que celui du stator, il permet, en reliant les trois bornes (si le bobinage est triphasé), à trois bagues sur lesquelles s'appuient trois balais, d'avoir accès aux phases rotoriques pour en modifier, par exemple, les caractéristiques. Dans le cas de rotors à cage d'écureuil (Fig.3.2), les conducteurs sont réalisés par des barres massives de cuivre introduites dans les encoches du rotor, ces barres sont reliées à leurs extrémités par deux anneaux qui les court-circuitent.

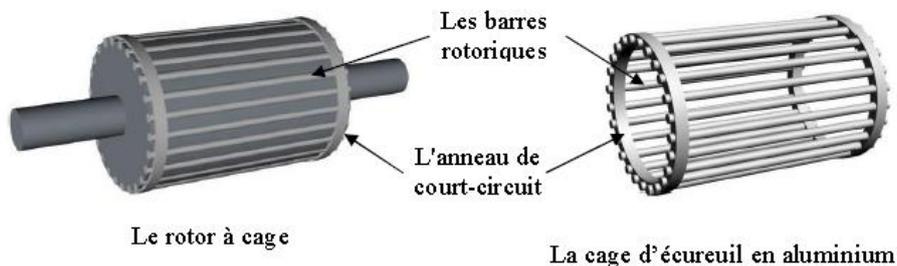


Fig. 3.2 : Rotor de la machine asynchrone triphasée à cage.

Les paliers, les paliers permettent de supporter et de mettre en rotation l'arbre rotorique, ils sont constitués de flasques et de roulement à billes insérés à chaud sur l'arbre. Les flasques, moulés en fonte, sont fixés sur le carter statorique grâce à des boulons ou des tiges de serrage.

3.2.3 Principaux défauts de la machine asynchrone triphasée à cage et leurs causes

3.2.3.1 Différentes causes des défauts moteurs

Les causes qui provoquent des défauts dans la machine asynchrone sont nombreuses et peuvent se classer en trois groupes [O'do, 85] [Bouchareb, 09] [Casimir, 03]

- Générateurs de pannes ou initiateurs de défauts : vibrations de la machine, forces électromagnétiques déséquilibrées, fluctuations de la charge; usure des éléments mécaniques (roulements à billes), rupture de fixations, dégradations d'isolement, décharges partielles, étincelles; court circuit, pertes dans le cuivre, manque de refroidissement général ou localisé; surchauffe du moteur, humidité, poussière...etc.
- Amplificateurs de défauts : Surcharge fréquente, vibrations mécaniques, environnement humide, échauffement permanent, mauvais graissage, vieillissement.
- Vices de fabrication et les erreurs humaines : Défauts de fabrication, composants défectueux, protections inadaptées, mauvais dimensionnement de la machine, etc.

3.2.3. 2 Types de défauts machine asynchrone [Bougerne, 09]

Une étude statistique, effectuée en 1988 par une compagnie d'assurance allemande de systèmes industriels sur les pannes des machines asynchrones a donné les résultats de la figure (3.3). Parmi ces défauts on distingue les défauts statorique des défauts rotoriques.

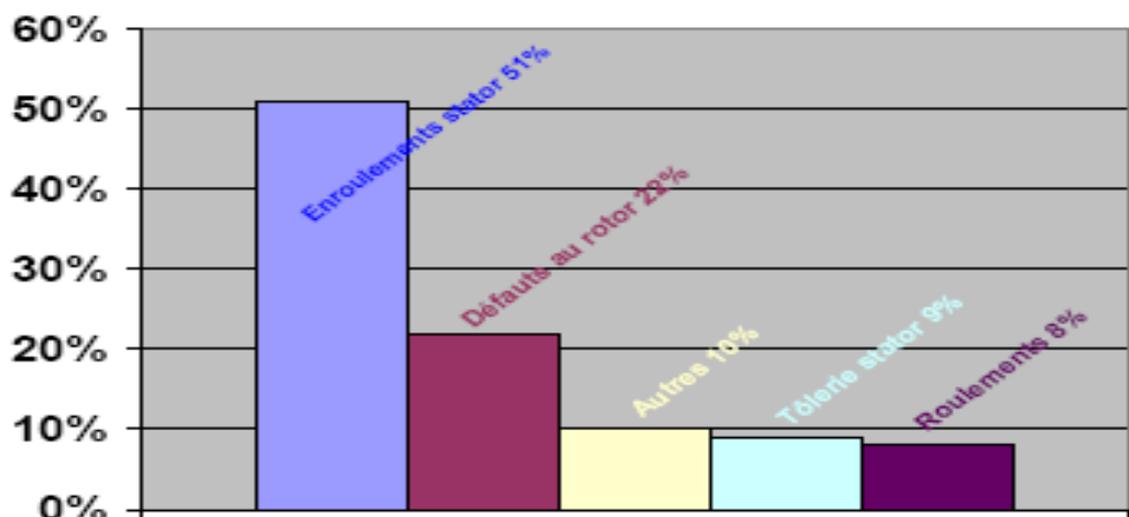


Fig. 3.3 : Répartition des pannes sur les machines de faibles et moyennes puissances

3.2.3.2.1 Défauts statoriques

Les défaillances au stator sont principalement dues à un problème : Thermique (surcharge,...), électrique (diélectrique,...), mécanique (bobinage,...), environnemental (agression,...). Les défauts qui sont les plus récurrents sont localisés au niveau du stator et peuvent être définis comme suit : court-circuit entre spires, court-circuit entre phases, court-circuit phase/bâti (Tableau.3.1).

3.2.3.2.1 .1 Court-circuit entre spires

Ils apparaissent à l'intérieur des encoches statoriques. Ce type de défaut peut être causé par une dégradation des isolants des spires du bobinage statorique (dans l'enroulement concerné). Ce défaut entraîne une augmentation des courants statoriques dans la phase affectée et une légère variation de l'amplitude sur les autres phases [Khatir, 09]. Il modifie le facteur de puissance et amplifie les courants dans le circuit rotorique. Ceci a pour conséquence une augmentation de la température au niveau du bobinage et, de ce fait, une dégradation accélérée des isolants, pouvant provoquer, ainsi, un défaut en chaîne (apparition d'un 2ème court-circuit) et la destruction complète de la machine. Dans le cas d'une spire court-circuitée, la machine peut continuer à fonctionner, mais si le courant de court-circuit est important, il peut entraîner une surchauffe de l'enroulement statorique et amplifier le défaut en produisant des courts circuits entre deux phases ou entre une phase et le neutre de la machine. Il est donc très important de détecter un tel défaut très rapidement avant la destruction complète de la machine [Bouchareb, 09].

3.2.3.2.1 .2 Court-circuit entre phases

Ce type de défaillance peut arriver en tout point du bobinage, cependant les répercussions ne seront pas les mêmes selon la localisation. L'apparition d'un court-circuit proche de l'alimentation entre phases, induirait des courants très élevés qui conduiraient à la fusion des conducteurs d'alimentation et/ou à la disjonction par les protections. D'autre part, un court-circuit proche du neutre entre deux phases engendre un déséquilibre sans provoquer la fusion des conducteurs. Les courants statoriques sont totalement déséquilibrés et ce déséquilibre est proportionnel au défaut qui apparaît. Les courants dans les barres ainsi que dans les anneaux sont augmentés lors de l'apparition de ce défaut. La détection de ce type de défaut peut reposer sur le déséquilibre des courants de phases.

3.2.3.2.1 .3 Court-circuit phase/bâti

Le bâti a généralement un potentiel flottant, mais pour des raisons de liaisons mécaniques, il est souvent relié à la masse. Si le potentiel est flottant, un court-circuit entre l'enroulement et le bâti n'a pas d'importance du point de vue matériel, excepté les effets capacitifs, le bâti prend alors le potentiel de l'enroulement à l'endroit du court-circuit. Par contre, au niveau de la sécurité des personnes, ce type de défaut peut être très dangereux et il est alors nécessaire de mettre en place des dispositifs de protection (disjoncteurs différentiels). En présence de ce type de défaillance, la tension de la phase concernée ne change pas. Cependant le courant circulant dans cette phase augmente avec la réduction de la résistance et de l'inductance. Cette augmentation du courant se traduit par une augmentation de la température pouvant entraîner des défauts d'isolant dans l'enroulement. Une mesure du courant de fuite pourrait permettre de détecter ce type de défaut.

3.2.3.2.2 Défauts rotoriques [Nandi, 99], [Bonnett, 92]

Pour le rotor, les défaillances sont essentiellement dues aux problèmes: thermique (surcharge,...), électromagnétique, résiduel (déformation,...), dynamique (arbre de transmission,...), mécanique (roulement,...), environnemental (agression,...). Les défauts rotoriques se situent au niveau de la cage ou au niveau de l'entrefer. Au niveau de la cage les défauts se résument à la rupture de barres de la cage ou à la rupture d'anneaux de court-circuit alors qu'au niveau de l'entrefer les défauts se manifestent par une excentricité statique, dynamique ou mixte. Le tableau (3.2) résume les différents défauts du rotor.

3.2.3.2.2.1 Ruptures de barres [Naï 00], [Khatir, 09], [Bouchareb,09], [Elk, 92]

La cassure ou la rupture de barre est l'un des défauts les plus fréquents au rotor. Elle peut se situer soit au niveau de son encoche, soit à l'extrémité qui la relie à l'anneau rotorique. La détérioration des barres réduit la valeur moyenne du couple électromagnétique et augmente l'amplitude des oscillations, qui elles-mêmes provoquent des oscillations de la vitesse de rotation. La grande amplitude de ces oscillations provoque des vibrations de la machine et accélère sa détérioration. Ainsi le couple diminue sensiblement avec le nombre de barres cassées induisant un effet cumulatif de la défaillance. L'effet d'une cassure de barre croît rapidement avec le nombre de barres cassées. Les barres cassées peuvent aussi toucher le stator et endommager l'isolation statorique.

3.2.3.2.2 Ruptures d'anneaux

La rupture de portion d'anneau est un défaut qui apparaît aussi fréquemment que la cassure de barres. Ces ruptures sont dues soit à des bulles de coulées ou aux dilatations différentielles entre les barres et les anneaux. Comme il est difficile de le détecter, ce défaut est généralement groupé, voir confondu, avec la rupture de barres dans les études statistiques [Yah, 95]. Ces portions d'anneaux de court-circuit véhiculent des courants plus importants que ceux des barres rotoriques. De ce fait, un mauvais dimensionnement des anneaux, une détérioration des conditions de fonctionnement (température, humidité,...) ou une surcharge de couple et donc de courants, peuvent entraîner leur cassure.

La rupture d'une portion d'anneau déséquilibre la répartition des courants dans les barres rotoriques et de ce fait, engendre un effet de modulation d'amplitude sur les courants statoriques similaire à celui provoqué par la cassure de barres [Ond, 06].

3.2.3.2.3 Excentricité statique, dynamique et mixte

La machine électrique peut être soumise à un décentrement du rotor par rapport au stator, se traduisant par des oscillations de couple (décalage entre le centre de rotation de l'arbre et le centre du rotor). Ce phénomène est appelé excentricité dont origine peut être liée à un positionnement incorrect des paliers lors de l'assemblage à un défaut de roulement (usure), à un défaut de charge ou à un défaut de fabrication.

Trois cas d'excentricités [Sob, 98], [Dev, 01] sont généralement distingués : excentricité statique, excentricité dynamique et excentricité mixte. Ce défaut modifie aussi le comportement magnétique et mécanique de la machine. En effet, l'augmentation de l'excentricité dans l'entrefer induit l'augmentation des forces électromotrices, ce qui agit directement sur le noyau statorique ainsi que l'enroulement correspondant, et engendre une dégradation de son isolation. D'autre part, cette augmentation peut avoir comme conséquences des frottements entre le stator et le rotor en raison des forces d'attraction magnétique qui déséquilibrent le système. Ceci donne naissance à des niveaux de vibration considérables dans les enroulements.

3.2.3.2.3 Défauts mécaniques [Thomson, 99], [Khatir, 09]

Les défauts mécaniques sont associés, généralement, aux défauts roulements qui est le plus fréquent sur les machines asynchrone. Il est généralement lié à l'usure du roulement et plus précisément à une dégradation des billes (Fig.3.4). Les causes possibles des défauts sont :

usure due au vieillissement, température de fonctionnement élevée, perte de lubrification, huile contaminée (par des paillettes métalliques issues de la dégradation des billes ou de la bande de roulement), défaut de montage. Les conséquences directes de cette défaillance sur les roulements sont : trous dans les gorges de roulement intérieures et extérieures, ondulation de leur surface de roulement, corrosion due à l'eau, défaut de graissage, problème dû à la température décollement, dégradation de surface provoqué par une surcharge. Sur le système, ce type de défaut se traduit par des oscillations du couple de charge et un jeu entre la bague interne et la bague externe du roulement entraînant des vibrations par les déplacements du rotor autour de l'axe longitudinale de la machine. Dans le cas le plus défavorable, la présence d'un roulement défectueux peut amener au blocage du moteur.

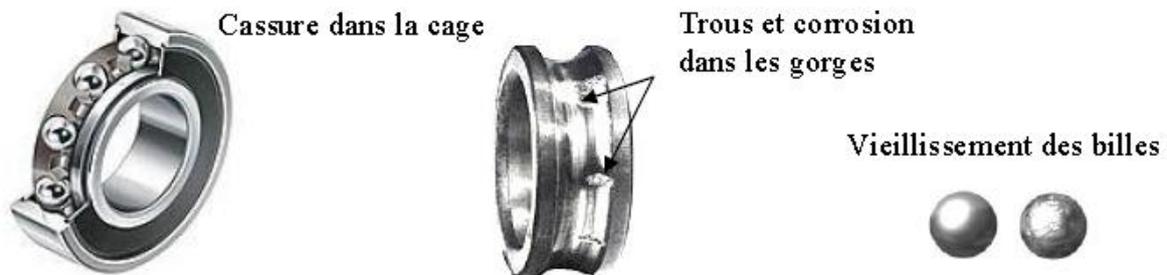


Fig. 3.4 : Différentes défaillances des roulements à billes [**Khatir, 09**]

Composants		Défaillances	Causes possibles	Effets sur le système	Observable
Machine asynchrone à cage d'écurueil	Stator	Isolant dans un enroulement	Dégradations de l'isolant à la fabrication Tension élevée Courant élevé Vibrations mécaniques Température élevée Vieillessement naturel	Court-circuit dans l'enroulement	- Température - Vibrations - Courants
		Court-circuit entre spires	Défaut d'isolants	↗ courants statoriques, variation d'amplitude sur les autres phases, modification de facteur de puissance, ↗ courants rotoriques	- Température - Vibration - Courant - Puissance instantanée
		Court-circuit entre phases	Décharge partielle	Dépend fortement de la localisation <u>Proche de l'alimentation :</u> Fusion des conducteurs Disjonction par les protections <u>Proche du neutre :</u> ↗ courants des les barres et les anneaux déséquilibre des courants statoriques	- courants (déséquilibre) - température - tension - puissance instantanée
		Court-circuit phase/bâti	Dégradation des isolants	↗ courant dans la phase ⇒ ↗ de la température ⇒ défauts d'isolants apparition d'une composante homopolaire ⇒ couple pulsatoire	- Courant de fuite
		Circuit magnétique		Dissymétrie du fonctionnement de la machine ⇒ surchauffe, surtension élévation du courant	- Température - Courants - Tensions
		Déséquilibre d'alimentation	Problème sur le réseau d'alimentation Défaillance du convertisseur	↗ des courants dans les autres phases ↗ vibrations ↗ de l'échauffement	- Vibrations - Courants - Tensions - Puissance

↗ : augmentation

↘ : diminution

⇒ : entraîne

Tableau. 3.1 Synthèse des défaillances du stator sur la machine asynchrone [Ond06], [Casimir, 03]

Composants		Défaillances	Causes possibles	Effets sur le système	Observable
Machine asynchrone à cage d'écuréuil	Rotor	Ruptures de barres	Surcharge	Réduction de la valeur moyenne de couple électromagnétique Oscillations de la vitesse Vibrations mécaniques	- Vibrations - Couple électromagnétique - Courant
		Ruptures d'anneaux	Bulles coulées Dilatations différentielles Surcharge du couple Détérioration des conditions de fonctionnement	Déséquilibre la répartition des courants ⇒ modulation d'amplitude des courants statoriques	- Courant - Vibrations
		Excentricité	Positionnement incorrect des paliers lors de l'assemblage Usure des roulements Défaut de charge Défaut de fabrication	Balourd (mécanique et magnétique) ⇒ oscillations de couple	- Vibrations - Courants - Couple
	Axe	Roulements	Usure Température élevée Perte de lubrification Défaut de montage Huile contaminée	oscillations du couple de charge ↗ pertes ↗ vibrations Altération de l'équilibre magnétique	- Vibrations - Courants - Puissance instantanée - Variables mécaniques

↗ : augmentation

↘ : diminution

⇒ : entraîne

Tableau. 3.2 Synthèse des défaillances du rotor sur la machine asynchrone [Ond 06], [Casimir, 03]

3.2.4 Méthodes de diagnostic de la machine asynchrone

En raison des conséquences importantes et coûteuses que peut engendrer l'apparition d'un défaut sur les processus industriels, le diagnostic des défauts a fait l'objet d'un enthousiasme prononcé depuis les deux dernières décennies. Fort heureusement que le grand développement qu'ont connu les équipements et les logiciels du traitement de signal a rendu le diagnostic des défauts dans les machines électriques possible. Un diagnostic fiable, nécessite une bonne connaissance des mécanismes des défauts à surveiller, ainsi que leurs conséquences sur les grandeurs électromagnétiques de la machine. Il existe plusieurs procédures de diagnostic. Le choix d'une approche est lié à la connaissance qu'on souhaite acquérir sur le système, mais aussi à la complexité de ce système [Casimir, 03].

3.2.4.1 Méthodes de diagnostic avec connaissance a priori

Ces méthodes supposent une connaissance à priori du système. Elles s'appuient sur le suivi de l'évolution des paramètres caractéristiques de la machine ou sur la différence entre le modèle et le processus (méthode des résidus). Une comparaison entre les paramètres mesurés ou calculés et ceux associés à un mode de fonctionnement normal (sain) nous renseigne sur la présence éventuelle d'un défaut. Parmi ces méthodes, nous trouvons [Casimir, 03].

3.2.4.1.1 Méthodes de diagnostic basées sur des modèles paramétriques

Deux approches peuvent être utilisées pour diagnostiquer les défauts à partir des modèles paramétriques. La première repose sur le suivi des paramètres électriques caractérisant les modèles. Il s'agit de détecter un écart entre l'évolution des paramètres au cours d'un fonctionnement sain et celle suivie par le système en présence de défauts. L'identification des paramètres peut se faire hors ligne. Elle se base alors sur un algorithme d'optimisation de l'erreur entre les paramètres du modèle et ceux du système étudié. Les paramètres peuvent aussi être identifiés en cours de fonctionnement à l'aide d'observateurs étendus [Fellouah, 07]. Le plus couramment utilisé est le Filtre de Kalman. La deuxième approche consiste à analyser les résidus générés à partir d'un modèle proche du système à surveiller. Le modèle de processus est constitué de relations de contraintes dynamiques liant deux types de variables : des variables inconnues (variables internes, perturbations, entrées inconnues, ...) et des variables connues (consignes, variables mesurées). Les résidus sont théoriquement

nuls en fonctionnement normal et différents de zéro lorsqu'une défaillance survient. La difficulté majeure consiste à faire la liaison entre le résidu établi et un défaut particulier.

3.2.4.1.2 Diagnostic basées sur un modèle de la machine en fonctionnement sain

La machine asynchrone à cage d'écurueil est constituée de trois enroulements logés symétriquement dans les encoches du stator et d'une cage d'écurueil conductrice au rotor. Cette dernière est assimilable à trois enroulements en court-circuit et identiques en fonctionnement sain. Le modèle triphasé-triphasé modélise les trois phases statoriques ce qui permet de différencier le comportement de chaque phase. Les enroulements rotoriques (barres+anneau) sont représentés par trois phases également. La modélisation des enroulements au stator (respectivement rotor) par des paramètres distincts permet de discriminer un comportement défectueux d'un comportement dû à un fonctionnement normal. En effet, les paramètres peuvent évoluer même dans lors d'un régime sain (exemple la résistance peut varier avec la température). L'une des défaillances les plus couramment étudiée dans la machine asynchrone à cage d'écurueil est la rupture de barres rotoriques. Grâce à l'estimation et à la surveillance de certains paramètres électriques nous pouvons détecter l'occurrence de ce défaut. En effet, l'estimation de la résistance statorique et du flux rotorique permet de voir que ceux-ci sont très sensibles aux défauts du rotor, la variation de la résistance rotorique est d'autant plus importante que le nombre de barres cassées augmente [Boumégoura, 99]. Les résistances rotoriques des trois phases sont identifiées en ligne par un filtre de Kalman étendu. Cette approche permet de différencier l'effet des défauts rotoriques par rapport aux autres phénomènes qui provoquent la variation simultanée et équilibrée des résistances. Ainsi, si le moteur est sain, les phases rotoriques seront équilibrées, d'où une égalité entre les trois résistances représentatives. Si un défaut rotorique survient, il provoque un déséquilibre électrique et induit une variation des valeurs de résistances qui ne seront plus égales entre elles.

3.2.4.2 Méthodes de diagnostic sans connaissance a priori

La première famille de méthodes de diagnostic nécessite la connaissance du comportement dynamique de la machine asynchrone. Une autre classe de méthodes s'intéresse aux résultats obtenus à partir du suivi direct des grandeurs telles que les courants, les vibrations, les flux et le couple [Nez, 06]. Ces méthodes dites « sans modèles » se basent sur l'analyse des signaux d'acquisition, l'information contenue dans ces signaux, n'étant pas filtrée par la modélisation, reste intacte.

3.2.4.2 .1 Analyses vibratoires de la machine

L'analyse des défaillances des moteurs électriques par les signaux vibratoires permet une détection de tous les défauts notamment ceux mécaniques, pouvant ce produire sur la machine [Casimir, 03]. Cette analyse peut être menée grâce à des accéléromètres placés sur les paliers dans les directions verticales, axiales et radiales (Fig.3.5).

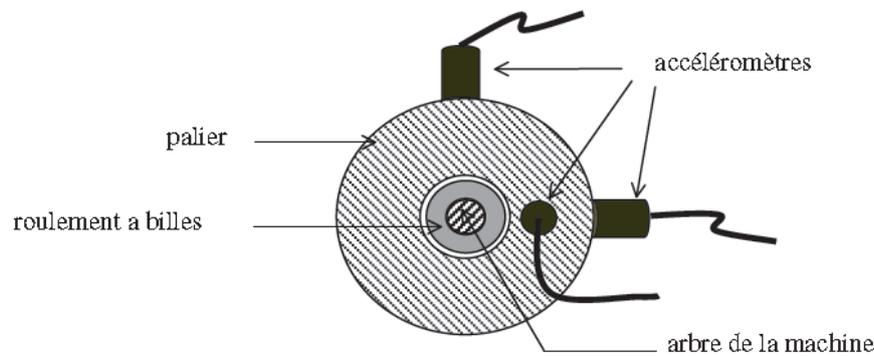


Fig.3.5 : Mesures vibratoires sur la machine asynchrone

3.2.4.2 .2 Analyse des flux

La conversion électromécanique de l'énergie est localisée dans l'entrefer. Cette conversion est donc affectée par tout déséquilibre magnétique, mécanique, électrique ou électromagnétique au rotor ou au stator. Le flux d'entrefer ainsi que l'induction magnétique dans cet entrefer, le flux contenu dans les enroulements statoriques ou encore le flux de fuite dans l'axe du rotor sont des paramètres qui, à cause de leur sensibilité à tout déséquilibre de la machine, méritent d'être analysés [Casimir, 03].

Ces grandeurs sont difficilement mesurables mais des études ont été menées pour extraire des signatures spécifiques à certains défauts. Le flux axial est toujours présent dans les machines électriques à cause des dissymétries inhérentes à leur fabrication. L'étude des variations de flux peut donc être une solution pour détecter et localiser un défaut au travers de l'utilisation de bobines exploratrices placées à l'extérieur de la machine, perpendiculairement à l'axe du rotor.

L'identification des courts circuits dans les enroulements statoriques est possible, par la visualisation des composantes fréquentielles du flux de fuite dans l'axe du rotor. Toutes ces composantes, déjà présentes dans le spectre du flux pour la machine saine, vont augmenter en présence du défaut. Par ailleurs, ces augmentations sont indépendantes du niveau de charge.

3.2.4.2 .3 Analyse du couple électromagnétique

Certains défauts mécaniques peuvent être détectés par la recherche d'harmoniques dans le spectre du couple électromagnétique (C_{em}) mesuré, résultant d'une interaction entre le flux et le courant. L'utilisation de ce signal peut s'avérer un bon choix pour la détection des défauts de charge. En effet, les variations du couple de charge vont induire des variations du flux et du courant dans la machine. De même, la torsion de l'arbre entraîne l'apparition d'harmoniques dans le spectre du couple. Les oscillations du couple peuvent aussi servir à détecter certains défauts rotoriques comme la cassure des anneaux d'une cage par exemple. Le problème peut être détecté en analysant les fréquences d'encoches présentes dans le spectre du (C_{em}).

3.2.4.2 .4 Détection des défauts par analyse des courants statoriques

Les signaux évoqués précédemment permettent de détecter un grand nombre de défauts sur la machine. Cependant, ces signaux nécessitent la mise en place d'un grand nombre de capteurs (couple mètre, accéléromètre...) souvent coûteux, sensibles et délicats à placer dans des environnements contraignant.

Pour tous ces inconvénients et pour extraire de manière précise les informations relatives aux défauts, les recherches ont été particulièrement dirigées vers le spectre des courants statoriques. Ces courants sont faciles à mesurer et fournissent des informations sur de nombreux défauts. Les défauts de la machine asynchrone se traduisent dans le spectre du courant statorique par :

- ✓ L'apparition des raies spectrales dont les fréquences sont directement liées à la fréquence de rotation de la machine, aux fréquences des champs tournants et aux paramètres physiques de la machine (nombre d'encoche rotorique et nombre de paires de pôles).
- ✓ Modification de l'amplitude des raies spectrales présentées dans le spectre du courant.

Cette approche de surveillance des entraînements électriques a été largement utilisée depuis ces dernières années, elle est connue sous le nom de MCSA (Motor Current Signature Analysis). Elle permet de détecter les défauts d'excentricité, des roulements et surtout de rupture de barres ou de portions d'anneaux.

La rupture de barres d'une machine asynchrone est un des défauts les plus couramment étudiés au laboratoire en raison de sa simplicité de réalisation, ce défaut induit des

modifications dans les courants statoriques et entraîne donc l'apparition d'harmoniques caractéristiques dans le spectre de ce signal. En effet, lorsqu'une barre est cassée, des harmoniques de flux correspondant sont produits et induisent des harmoniques de courant dans l'enroulement statorique aux fréquences [Thomson, 00] :

$$f = f_s(1 \pm 2.k g), \quad 3.1$$

Où f_s est la fréquence d'alimentation, $k = 1, 2, 3, \dots$, et g est le glissement du moteur

De plus les amplitudes des raies dans ces bandes latérales du fondamental augmentent avec le nombre de barres défectueuses.

L'avantage d'utiliser les courants statoriques comparé aux signaux précédents, est que les capteurs de courants sont désormais présents dans tous les systèmes de commande des entraînements électriques et offrent donc un accès aisé à la mesure sans une implémentation (de capteur) supplémentaire.

3.3 Application de la HHT sur les signaux de défauts du moteur asynchrone

L'élaboration d'un système de diagnostic par reconnaissance de formes (RdF) se déroule en trois phases : une phase de perception, une phase d'analyse et une phase d'exploitation. Dans notre cas, la phase d'acquisition consiste à construire une base de signaux représentant les modes de fonctionnement de la machine asynchrone avec cage d'écureuil. Ces modes correspondent au moteur sain, moteur avec une barre cassée, moteur avec deux barres cassées et moteur avec anneau cassé. Une fois la base de signaux construite et dans le but de déterminer l'espace de représentation (phase d'analyse), nous appliquons à chacun des signaux de la base la décomposition modale empirique (DME). Le résultat de cette application est la génération de plusieurs ensembles d'IMFs où chaque groupe est issu de la décomposition d'un seul signal de la base. Comme nous allons le voir un peu plus bas, ce n'est pas toutes les IMFs qui sont significatifs ou bien représentatifs, une étape de sélection des IMFs les plus performants s'impose. A la suite de cette étape, nous obtenons les IMFs les plus représentatifs des différents modes de fonctionnement du moteur. Nous appliquons ensuite à chaque signal IMF la transformée de Hilbert pour calculer leur amplitudes instantanées, puis nous calculons un ensemble de paramètres statistiques pour toutes ces amplitudes. Nous obtenons ainsi une base de données qu'on divise en une base d'apprentissage et une base test (phase d'exploitation). La base d'apprentissage va nous servir à délimiter les classes des données correspondant chacun à un mode de fonctionnement de la machine asynchrone. Cette étape est obtenue par la méthode de

classification supervisée en l'occurrence la méthode des séparateurs à vaste marge (SVM). Les signaux de la base de test sont utilisés pour évaluer la capacité des attributs issus des IMFs à discriminer les différents modes de fonctionnement. Un signal de cette base, supposé représenter un mode de fonctionnement de la machine asynchrone, est traité de la même manière que les signaux de la base d'apprentissage. C'est à dire qu'on lui applique la DME et les IMFs sélectionnées vont subir la transformée de Hilbert et le calcul des attributs. A partir de ces attributs le signal en question va être classé ou reconnu dans l'un des modes de fonctionnement selon la règle de décision liée au SVM. Toutes les étapes de la stratégie de la reconnaissance ou de la détection d'un défaut de la machine asynchrone est résumé dans le schéma de la figure (3.6), chaque étape de cette stratégie va être détaillé dans ce qui suit.

3.3.1 Elaboration d'une base de signaux

Il s'agit dans cette étape de construire une base de signaux à partir du banc d'essais de la réalisé au le LABORATOIRE de Recherche en Electrotechnique (LRE) de l'Ecole Nationale Polytechnique (ENP) d'Alger (Fig.3.7). Ces signaux correspondent aux courants statoriques de la machine asynchrone représentant quatre modes de fonctionnement (fonctionnement sain, avec une barre rotorique cassée, avec deux barres rotoriques cassées et avec un anneau cassé). Chaque mode de fonctionnement est représenté par 10 signaux, ce qui nous fait une base de signaux avec un total de 400 signaux pour tous les cas étudiés (Tableau .3.3) et où chaque signal est constitué de 4000 échantillons.

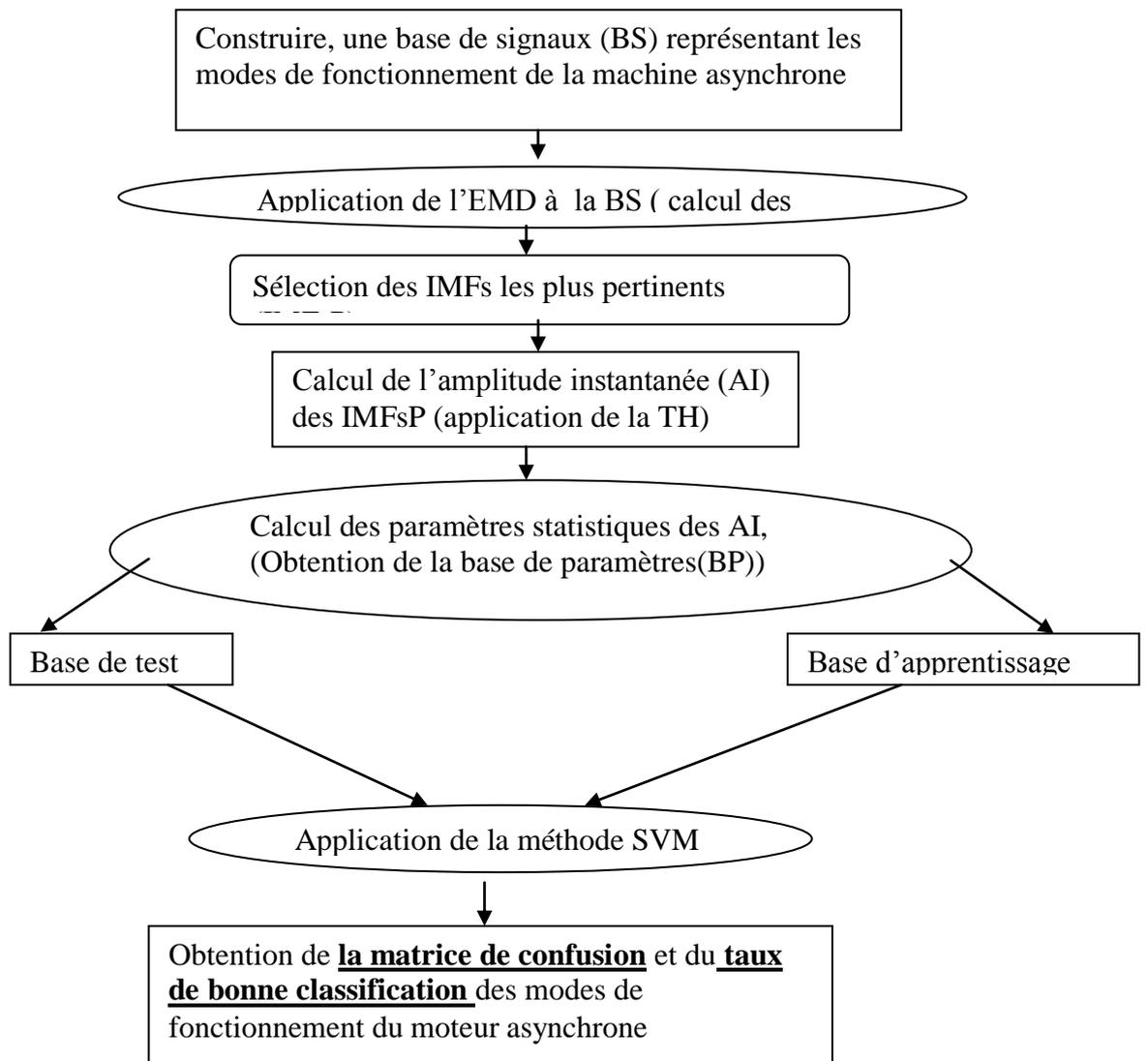


Fig. 3.6 : Organigramme de la méthode de détection des défauts par la DME et SVM

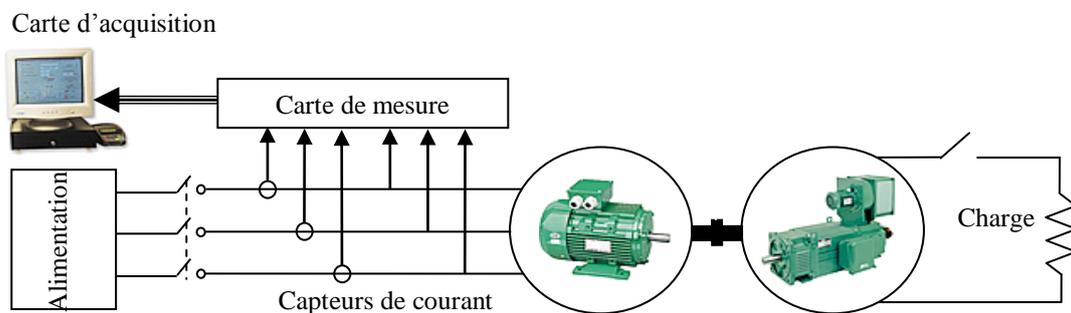


Fig. 3.7 : Schéma synoptique du banc d'essais

Mode de fonctionnement	Type de défaut	Nombre de signaux
Machine saine	Aucun défaut	100
1 barre cassée au rotor	Défaut rotorique (barres cassées)	100
2 barres cassées au rotor		100
1 anneau cassé au rotor	Défaut rotorique (anneau cassé)	100

Tableau 3.3 Modes de fonctionnement servant à constituer l'ensemble d'apprentissage et l'ensemble test

Chacun mode de fonctionnement est associé à une classe de données.

- Classe 01 : pour le moteur avec barres saines
- Classe 02 : pour le moteur avec 1 barre cassée.
- Classe 03 : pour le moteur avec 2 barres cassées.
- Classe 04 : pour le moteur avec 1 anneau cassé.

Chaque classe contient donc 100 signaux prototypes.

3.3.1.1 Présentation des bancs d'essais

Le banc d'essais de la figure (3.7) est constitué de quatre machines asynchrone triphasées à cage d'écureuil, de puissance 4 kW issues de même série. La première machine est saine, elle sert de référence pour la comparaison. Les trois autres machines ont respectivement une barre cassée, deux barres cassées et un segment d'anneau de court-circuit cassé. Ces défauts sont obtenus par perçage transversal comme illustré par la figure (3.8). Ces machines sont séparément couplées à une génératrice à courant continu à excitation indépendante qui débite sur une charge résistive variable permettant de changer le point de fonctionnement de ces machines. L'alimentation de ces machines est assurée par une source triphasée sinusoïdale. Les courants absorbés par la machine asynchrone sont mesurés par un capteur à effet hall de type LEM[®] LA-55P. Les signaux ainsi mesurés sont adaptés et transmis vers un PC équipée d'une carte PCI série 1000 de résolution 16 bits et de fréquence d'échantillonnage qui peut atteindre 200 kHz (Fig.3.9).

Les machines asynchrones du banc d'essais sont fabriquées à l'ENEL d' AZZAZGA et ont pour paramètres

- Puissance 4 kW

- Tension nominale 220/380 V
- Courant nominal 15.2/8.8 A
- Vitesse nominale 1435 tr/mn
- Nombre de paires de pôles 2
- Nombre d'encoches statoriques 36
- Nombre de barres au rotor 28



a) rotor sain

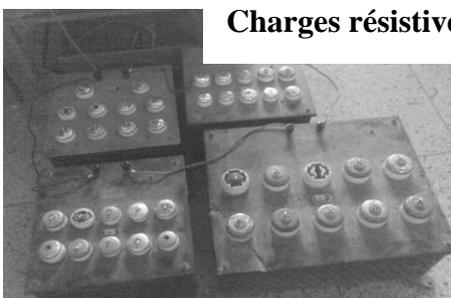
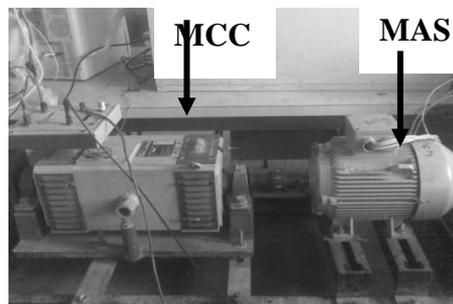
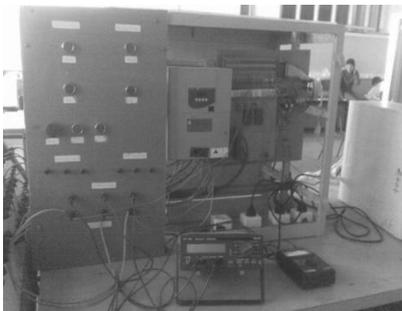


b) une cassée

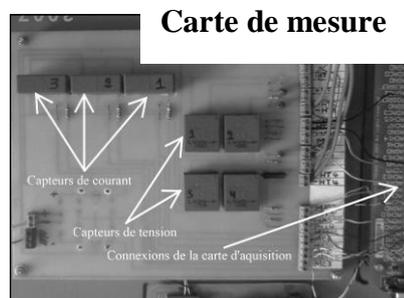


c) deux barres cassées

Fig.3.8 : Photo des rotors des machines asynchrones



Charges résistives



Carte de mesure

Fig.3.9 : Photos du banc d'essais du laboratoire ENP

3.3.1.2 Les signaux des différents modes de fonctionnement du moteur asynchrone

- **Cas d'une machine saine** : La figure (3.10) présente le signal temporel de la machine asynchrone saine.

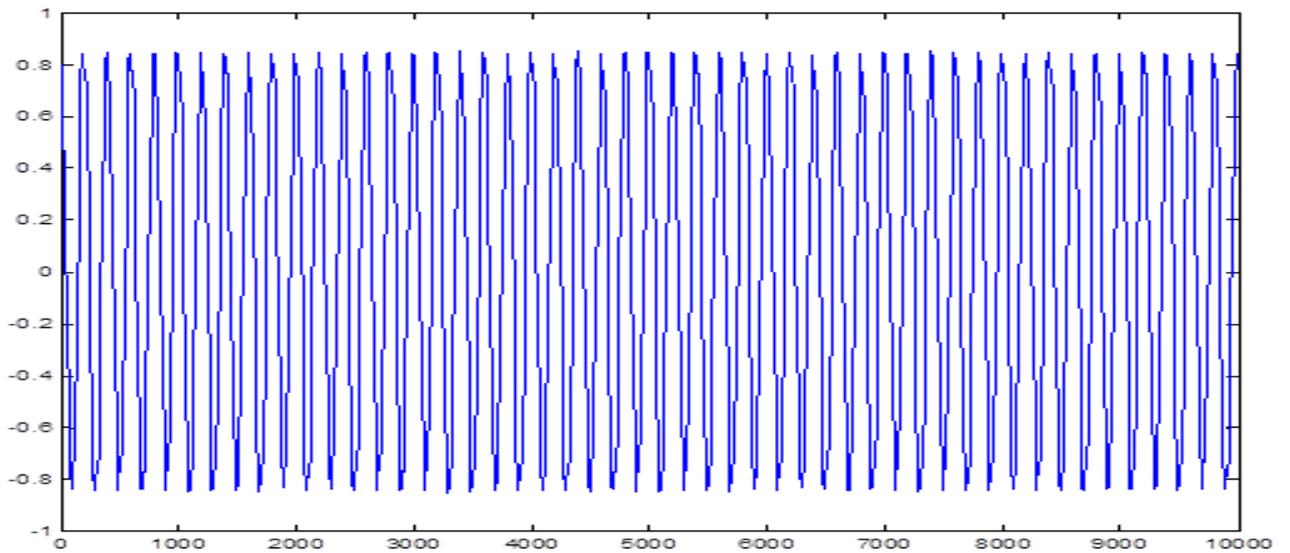


Fig.3.10 : Signal représentant la machine saine

- **Cas d'une machine avec une barre cassée:** La figure (3.11) présente le signal de la machine asynchrone avec une barre cassée.

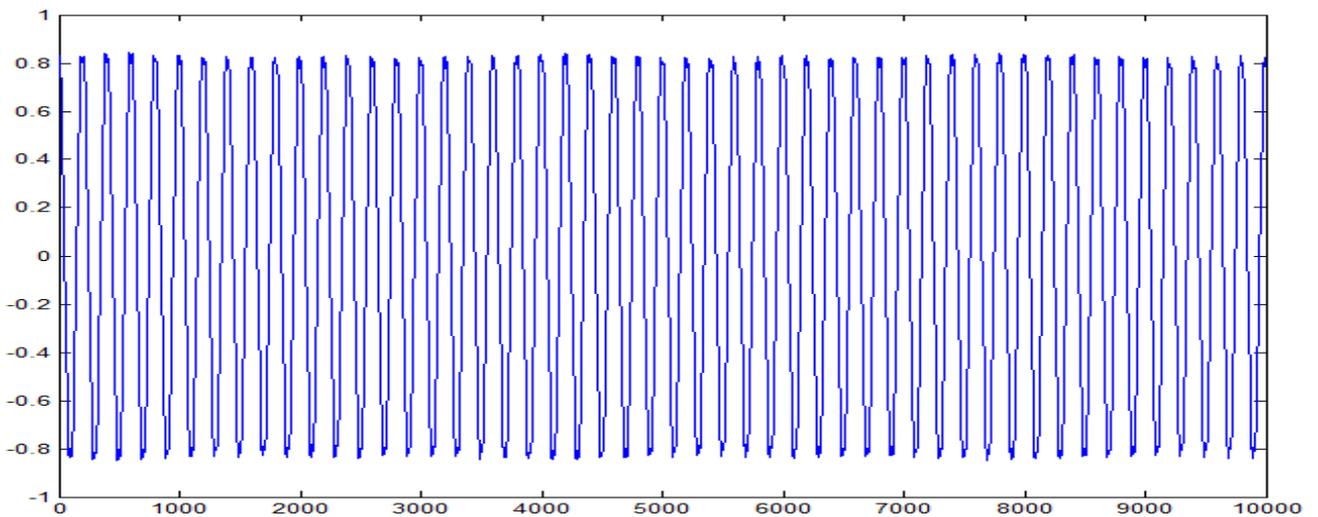


Fig.3.11 : Signal représentant la machine avec une barre cassée

- **Cas d'une machine avec deux barres cassées :** La figure (3.12) présente le signal de la machine asynchrone avec deux barres cassées.

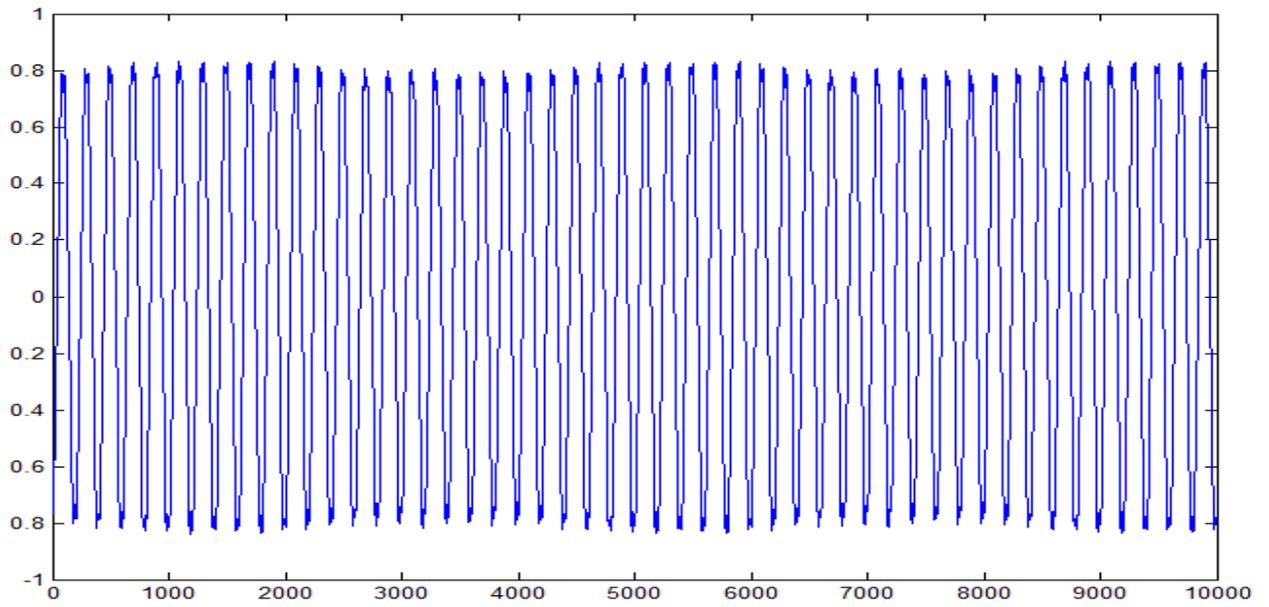


Fig.3.12 : Signal représentant la machine avec deux barres cassées

- **Cas d'une machine avec anneau cassé** : La figure (3.13) présente le signal temporel de la machine asynchrone avec anneau cassé.

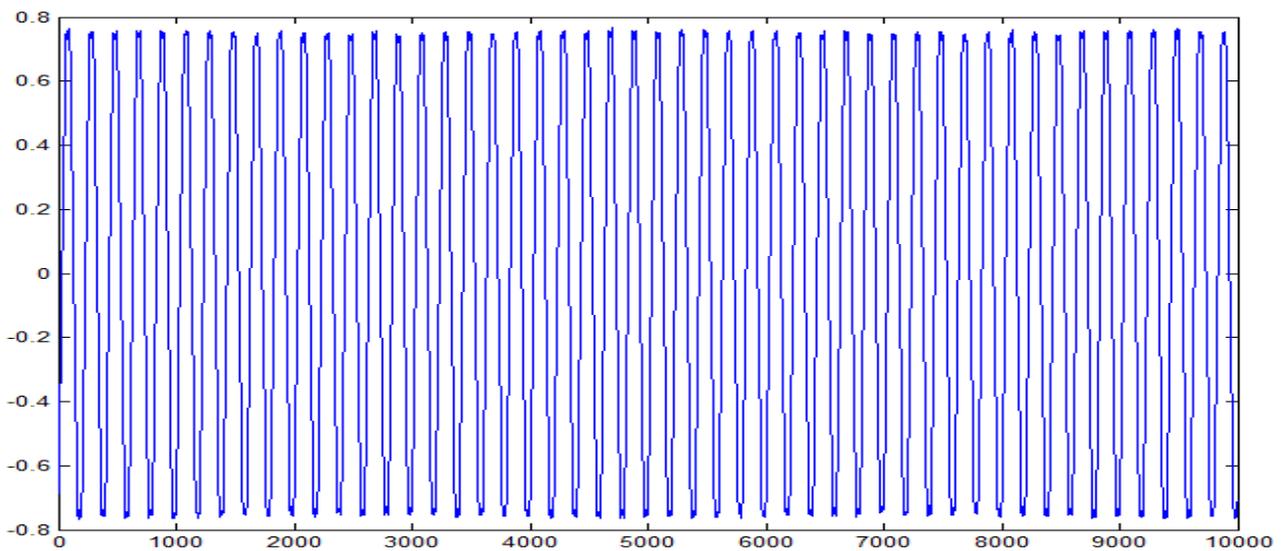


Fig.3.13 : Signal représentant la machine avec anneau cassé

3.3.2 Application de l'EMD sur les signaux

Après avoir récolté les signaux représentant les différents modes de fonctionnement de la machine, nous appliquons à chacun des signaux la décomposition en modes empirique. Comme résultat de cette étape plusieurs IMFs pour chaque signal sont obtenues.

➤ **Cas d'une machine saine :** La figure (3.14) présente le résultat de la décomposition en modes empiriques d'un signal de la machine asynchrone saine. Ce signal est décomposé en sept IMF's plus un résidu.

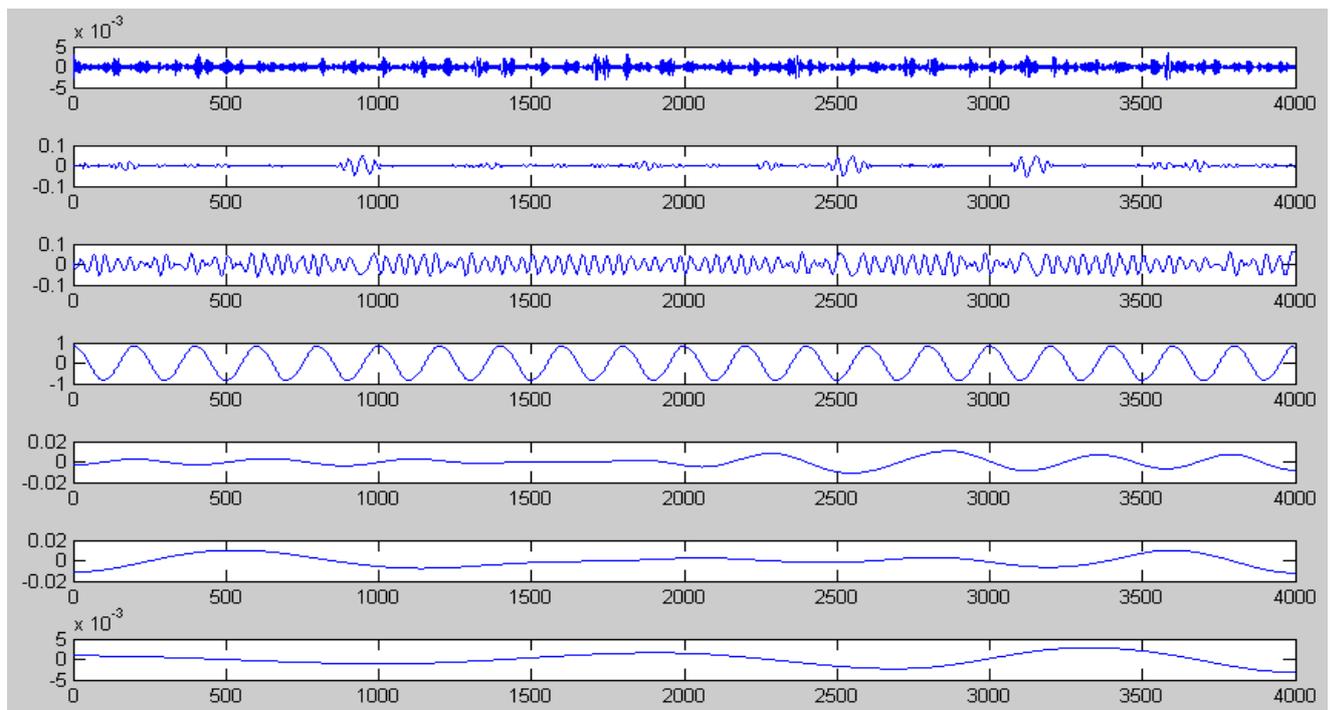


Fig.3.14 : DME d'un signal représentant la machine saine

➤ **Cas d'une machine avec une barre cassée:** La figure (3.15) présente le résultat de la décomposition en modes empiriques d'un signal de la machine asynchrone avec une barre cassée. Le signal est décomposé en sept IMF's et un résidu.

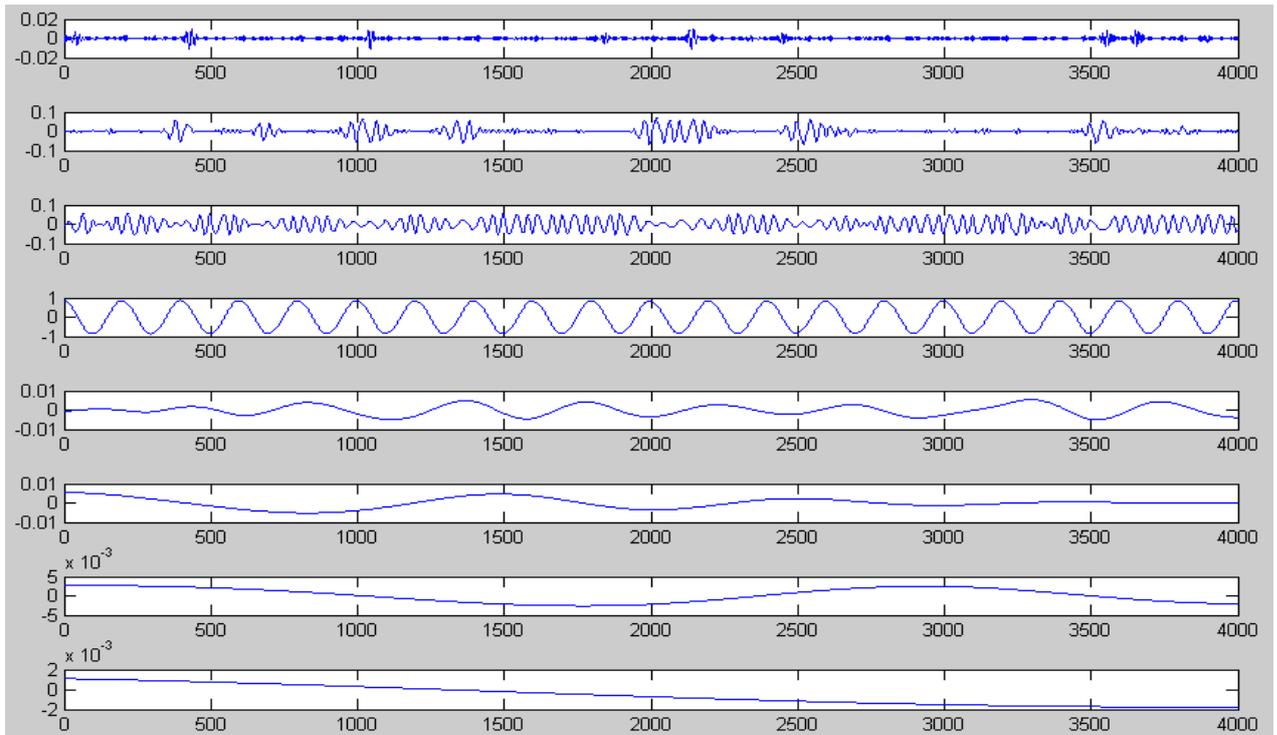


Fig.3.15 : DME d'un signal représentant la machine avec une barre cassée

➤ **Cas d'une machine avec deux barres cassées** : La figure (3.16) présente le résultat de la décomposition en modes empiriques du signal de la machine asynchrone avec deux barres cassées. Le signal est décomposé en sept IMF's et un résidu.

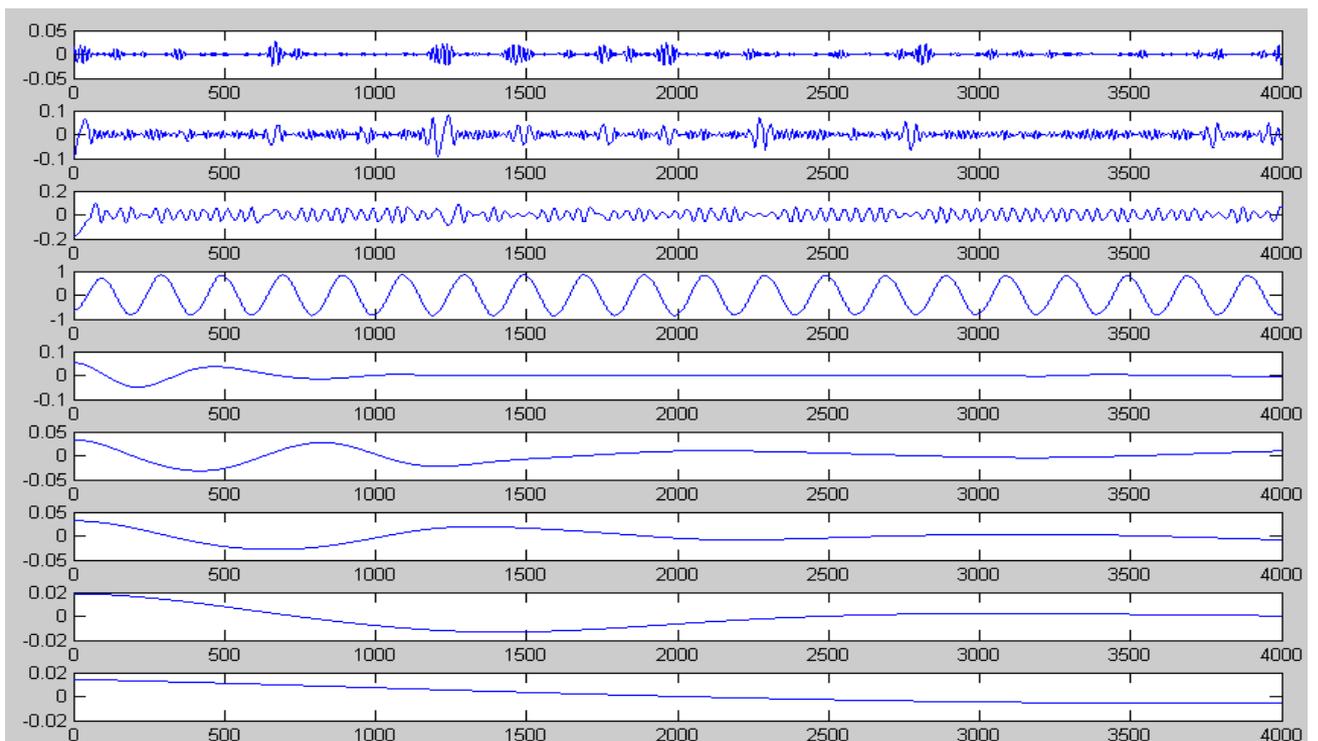


Fig.3.16 DME d'un signal représentant la machine avec deux barres cassées

➤ **Cas d'une machine avec anneau cassée** : Le résultat de la décomposition en modes empiriques d'un signal de la M.A avec anneau cassé est représenté sur la figure (3.17)

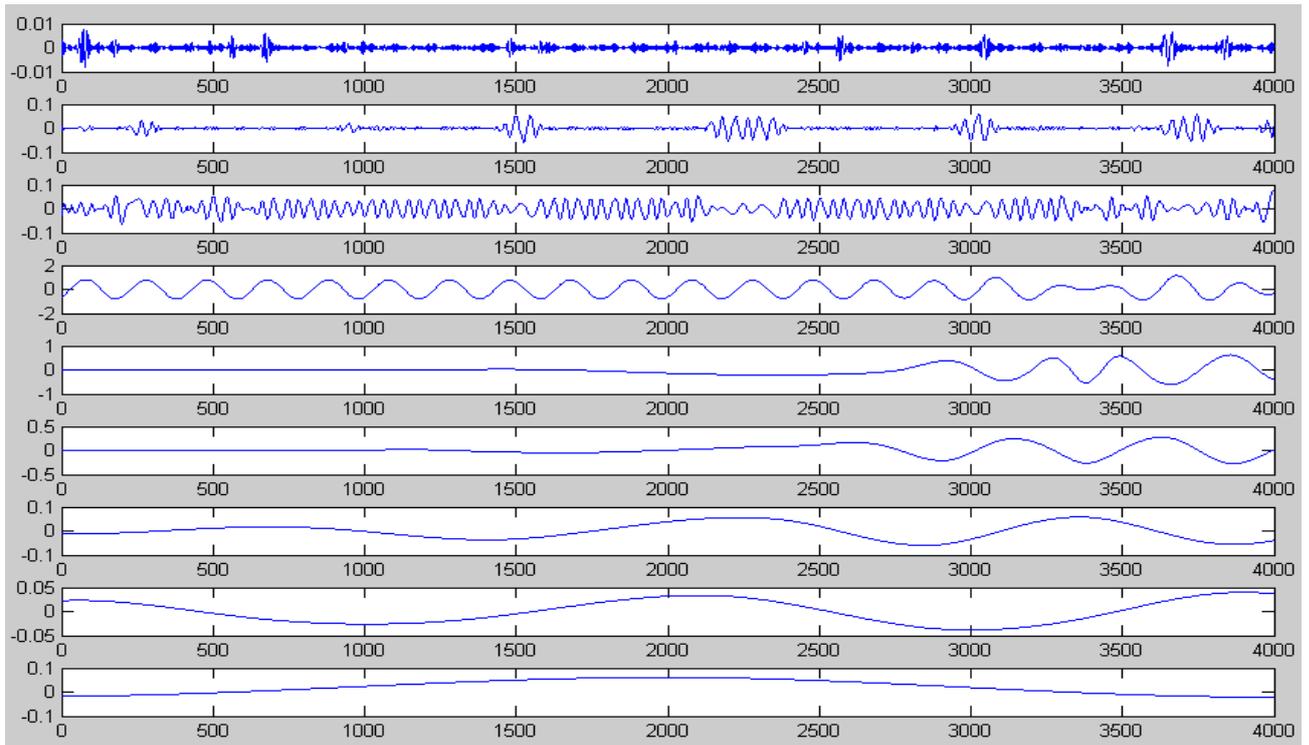


Fig.3.17 : DME d'un signal représentant la machine avec anneau cassé

3.3.3 Sélection des IMF les plus pertinentes

Après l'application de l'EMD sur un signal original, représentant chaque mode de fonctionnement de la machine asynchrone, une série d'IMFs est obtenue. L'information contenue dans les IMFs peut être redondante. Ces IMFs peuvent être donc corrélées et elles ne sont pas tous pertinents, on doit donc sélectionner les IMFs les plus discriminantes afin de différencier les différents modes de fonctionnement. La méthode de sélection des IMFs pertinentes est basée sur l'analyse du coefficient de corrélation, qui décrit la similarité entre deux signaux, étant donné que les IMFs ont été obtenus en décomposant un signal $x(t)$. Les IMFs ayant le plus grand coefficient de corrélation avec le signal original $x(t)$ sont choisis comme étant les plus performants. [Ruqiang, 08], [Wang, 11]

Le coefficient de corrélation est décrit comme suit :

$$\rho_{x(t),IMF(t)} = \frac{\sum_{t=1}^T (x(t) - \bar{x})(IMF_i(t) - \overline{IMF_i})}{[\sum_{t=1}^T (x(t) - \bar{x})^2 \sum_{t=1}^T (IMF_i(t) - \overline{IMF_i})^2]^{\frac{1}{2}}} \quad 3.2$$

Avec, \bar{x} et $\overline{IMF_i}$, la moyenne de $x(t)$ et de $IMF_i(t)$, respectivement.

Le calcul du coefficient de corrélation pour les IMFs obtenues avec le signal original de la base de données, montre que la valeur de ce dernier est plus importante pour l' $IMF_2(t)$, $IMF_3(t)$ et $IMF_4(t)$. Ainsi en se basant sur les résultats, nous avons sélectionné l' $IMF_2(t)$, $IMF_3(t)$ et $IMF_4(t)$ comme étant les IMFs les plus pertinentes.

3.3.4 Application de la Transformée de Hilbert sur les IMFs sélectionnées

Les amplitudes instantanées des IMFs sélectionnées peuvent être déterminées afin d'améliorer éventuellement la détection. Les amplitudes instantanées des IMFs représentatives des différents signaux de la machine asynchrone (sain, avec une barre cassée, avec deux barres cassées, avec anneau cassés) ont été calculées et les résultats sont présentés sur les figures (3.18) à (3.21) respectivement.

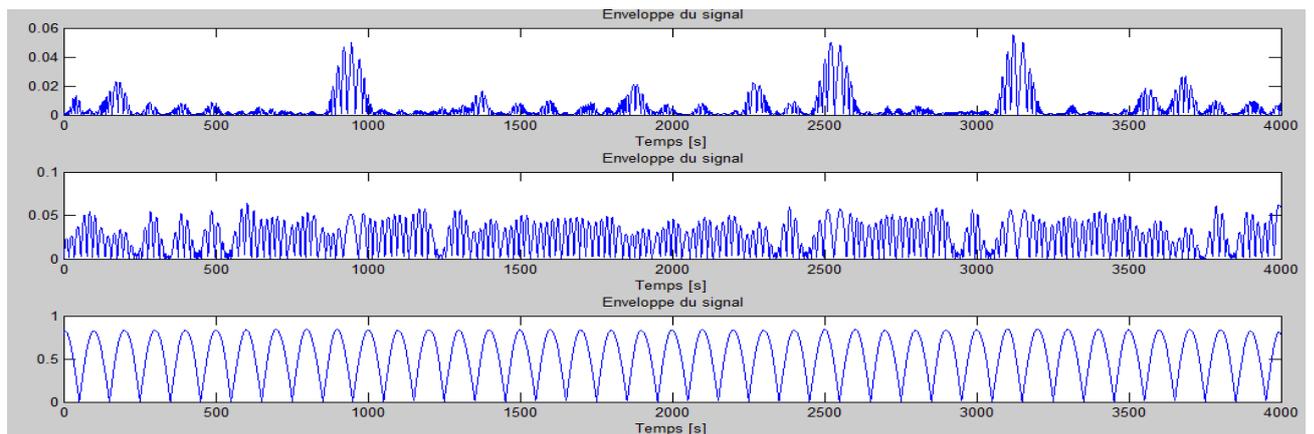


Fig.3.18 Amplitudes instantanées des IMFs 2, 3 et 4 de la figure (3.14)

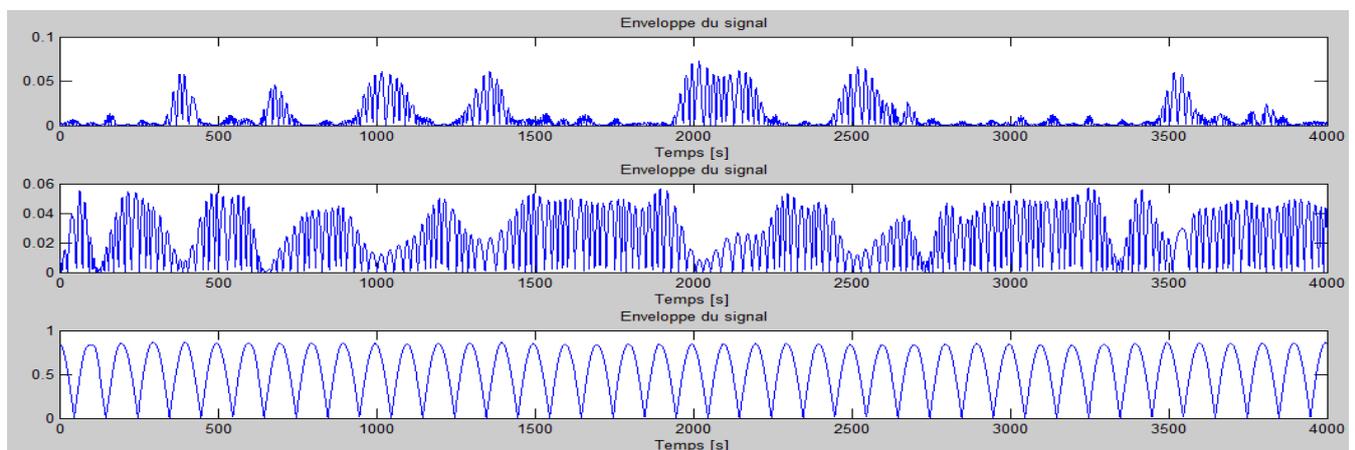


Fig.3.19 : Amplitudes instantanées des IMFs 2, 3 et 4 de la figure (3.15)

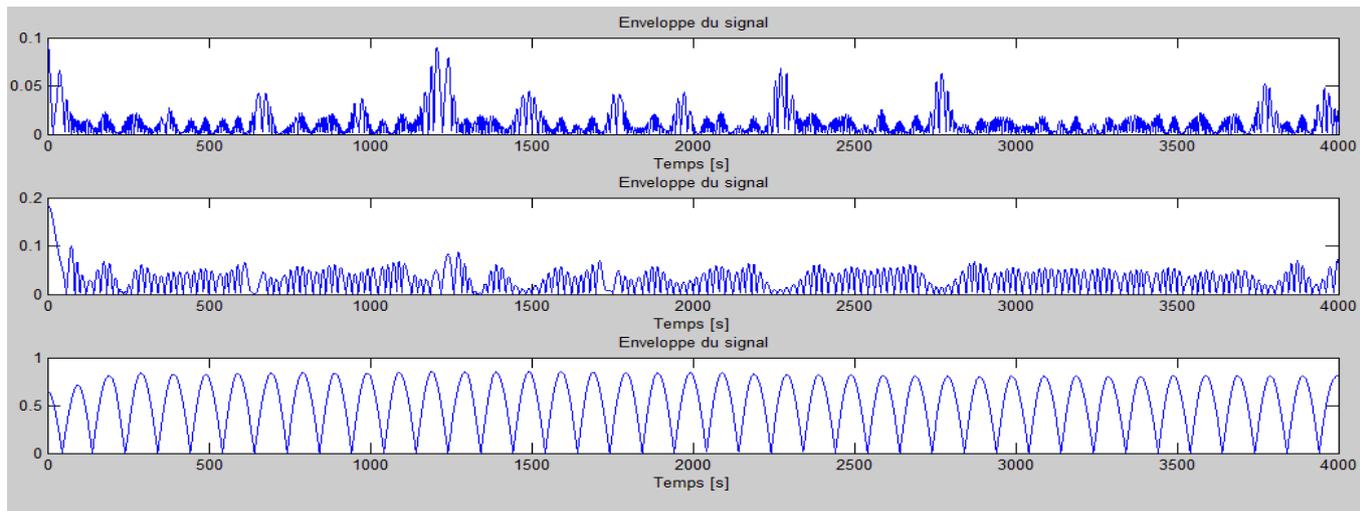


Fig. 3.20 : Amplitudes instantanées des IMFs 2, 3 et 4 de la figure (3.16)

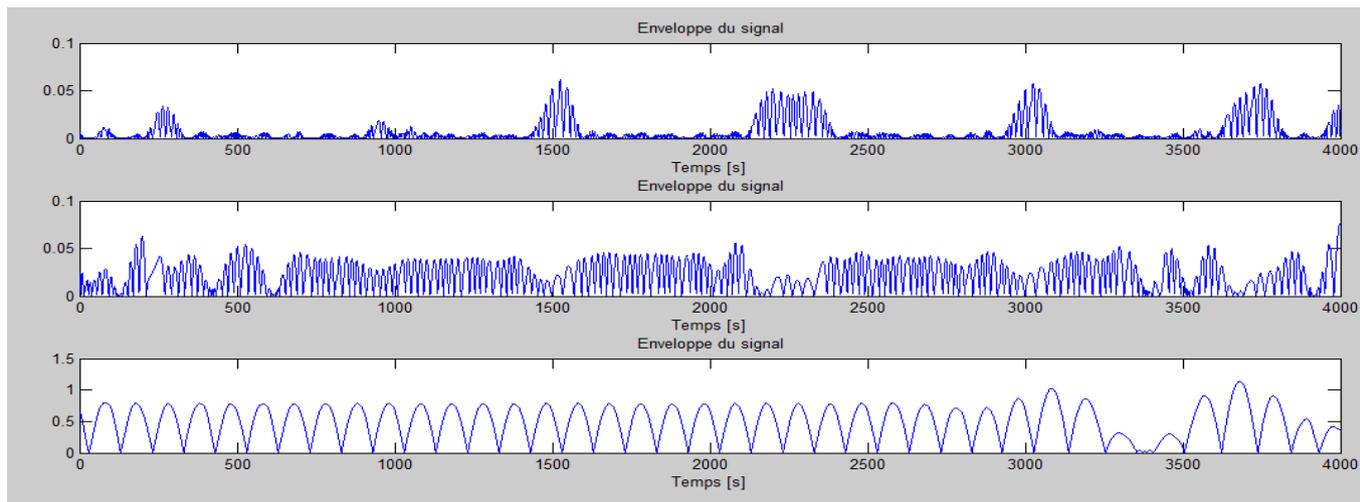


Fig.3.21 : Amplitudes instantanées des IMFs 2, 3 et 4 de la figure (3.17)

3.3.5 Extraction des attributs

Chaque signal décrivant un mode de fonctionnement de la machine asynchrone est représenté par 3 signaux (AI des *IMFs* : $IMF_2(t)$, $IMF_3(t)$ et $IMF_4(t)$), constitué chacun de 4000 échantillons. Chaque signal peut être alors caractérisé par un nombre très élevé d'attributs ($3 \times 4000 = 120000$). Afin de réduire le nombre, nous avons déterminé 15 attributs sur chacune des 3 *IMFs*. Ce qui nous au total un nombre de ($15 \times 3 = 45$) attributs pour caractériser chaque signal de la base. Ces 15 attributs sont regroupés dans le Tableau (3.4). Ils permettent de condenser l'information portée par chaque *IMF*.

Paramètres statistique	Equation
Moyenne	$x_m = \sum_{n=1}^N \frac{x(n)}{N}$

Ecart type	$\sigma' = \sqrt{\frac{\sum_{n=1}^N (x(n) - x_m)^2}{N}}$
Variance	$x_{var} = \frac{\sum_{n=1}^N (x(n) - x_m)^2}{N}$
Valeur efficace (RMS)	$x_{eff} = \sqrt{\frac{\sum_{n=1}^N (x(n))^2}{N}}$
Amplitude maximale	$x_{max} = \max x(n) $
Amplitude minimale	$x_{min} = \min x(n) $
Skewness(biais)	$x_{ske} = \frac{\sum_{n=1}^N (x(n) - x_m)^3}{(N - 1)\sigma^3}$
Kurtosis	$x_{kur} = \frac{\sum_{n=1}^N (x(n) - x_m)^4}{(N - 1)\sigma^4}$
Crest factor CF	$CF = \frac{x_{max}}{x_{eff}}$
Clearance factor CLF	$CLF = \frac{x_{max}}{\left(\frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \sqrt{ x(n) }\right)^2}$
Shape factor SF	$SF = \frac{x_{eff}}{\frac{1}{N} \sum_{n=1}^N x(n) }$
Impulse factor IF	$IF = \frac{x_{max}}{\frac{1}{N} \sum_{n=1}^N x(n) }$
Mean absolute deviation <i>MAD</i>	$MAD = \sum_{n=1}^N \frac{ \sum_{n=1}^N (x(n) - x_m) }{N}$
MOMENT Central <i>MC</i>	$MC = \sum_{n=1}^N \frac{\sum_{n=1}^N (x(n) - x_m)^p}{N}$ $p = 1, 2 \dots \dots$
Range	$x_{range} = x_{max} - x_{min} $

Tableau 3.4: Attributs statistiques

3.3.6 Classification des signaux

A l'issu des étapes précédentes, nous disposons d'une base de données X constituée de $N = 400$ signaux prototypes ou observations où chaque observation est caractérisée par un vecteur d'attributs de dimension $(15 * n)$. n : est le nombre d'IMFs utilisé (dans notre cas $n = 3$).

Cette base de donnée est divisée en deux sous ensembles : un sous ensemble d'apprentissage X_{ap} et un sous ensemble de test X_t de dimensions égale, soit (200, 45) pour chacun d'eux.

Nous allons à présent passer à la phase de classification où les observations de la base d'apprentissage sont utilisées pour délimiter les classes. Rappelons qu'une classe représente des observations qui ont les mêmes caractéristiques. La classification a aussi pour but de construire une règle de décision. Cette règle sera notamment utilisée lors de l'étape de test ou de décision qui va nous permettre d'affecter une observation inconnue dans l'une des classes définies lors de la phase d'apprentissage.

Dans notre cas, nous avons utilisé la méthode des séparateurs à vaste marges (SVM), comme méthode de classification.

3.3.6 .1 Méthode de la classification SVM

Les SVM sont des méthodes de classification supervisée qui permettaient initialement de prendre une décision binaire, c'est-à-dire de réaliser la classification d'une forme dans un espace de décision composé de deux classes au maximum [Hartert, 10]. Ils ont été ensuite étendus au cas de plusieurs classes.

On distingue, également les SVM linéaires [HAMOU MAMAR 08] dont les vecteurs de supports permettent de discriminer les classes en définissant une frontière de décision linéaire et les SVM non linéaires adaptés aux classes dont la séparation ne peut pas être linéaire sans transformation de l'espace de représentation, Dans notre travail nous nous intéressons au deuxième cas qui est les SVM non linéaires.

3.3.6.2 Les SVM non linéaires

Les SVM linéaires, utilisés pour générer un hyperplan de séparation optimal, ne sont pas adéquat lorsque la surface de séparation est non linéaire. L'extension des SVM pour un ensemble de données non linéairement séparable est basée sur la projection des variables d'entrées vers un espace de dimension supérieure par intermédiaire d'une fonction caractéristique ϕ et effectuer une classification linéaire dans cet espace [HAMOU MAMAR 08]. Le problème de l'application SVM aux cas non-linéairement séparables, se présente comme suit : étant donné un ensemble d'apprentissage de d observations dont les classes sont $\{(x_i, c_i), i = 1, \dots, N\}$ avec $x_i = (x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{iM})$ une observation de dimension M et $c_i \in \{+1, -1\}$, non linéairement séparable, on cherche une transformation $\phi : X \rightarrow$

ϕ telle que les nouvelles données $\{(\phi(x_i), c_i), i = 1, \dots, N\}$ soient linéairement séparables dans ϕ .

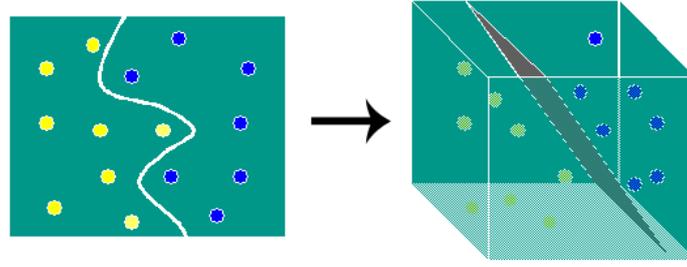


Fig.3.22 : Principes des SVMs non linéaires.

Généralement, le vecteur image $\phi(x)$ est de dimension N' supérieure à N , la dimension de l'espace d'origine. La formulation mathématique de la classification SVM non linéaire est similaire à la formulation dans le cas linéaire sauf qu'une observation x_i est remplacée par la fonction non linéaire (x_i) , et le problème dual est donné par :

$$\begin{cases} \max_{\alpha} \left\{ \sum_{i=1}^N \alpha_i - \frac{1}{2} \sum_{i,j=1}^N \alpha_i \alpha_j c_i c_j \langle \phi(x_i) \cdot \phi(x_j) \rangle \right\} \\ \forall i \alpha_i \geq 0 \quad i = 1 \dots \dots \dots N \\ \sum_{i,j=1}^N \alpha_i c_i = 0 \end{cases} \quad 3.3$$

Où $\langle ; \rangle$ dénote le produit scalaire. α : représente le coefficient de Lagrange

L'objection immédiate concerne le produit scalaire $\langle \phi(x_i) \cdot \phi(x_j) \rangle$ qui devient rapidement impossible à calculer quand la dimension de $\phi(x)$ augmente. Il se trouve que l'on peut court-circuiter le passage par les calculs dans l'espace de redescription. En effet, il existe des fonctions bilinéaires symétriques définies positives $K(x_i \cdot x_j)$, appelées fonctions noyau, faciles à calculer et dont il a été montré qu'elles correspondent à un produit scalaire dans un espace de grande dimension. Lorsqu'une telle correspondance est exploitable, le problème 3.14 est équivalent au problème suivant [Ziani, 07]:

$$\begin{cases} \max_{\alpha} \sum_{i=1}^N \alpha_i - \frac{1}{2} \sum_{i,j=1}^N \alpha_i \alpha_j c_i c_j K(x_i \cdot x_j) \\ \forall i \alpha_i \geq 0 \\ \sum_{i,j=1}^N \alpha_i c_i = 0 \end{cases} \quad 3.4$$

La solution du problème dual (3.4) donne les valeurs du multiplicateur de Lagrange α^* et du vecteur w^* qui détermine l'hyper plan séparateur optimal tel que :

$$w^* = \sum_{i=1}^N \alpha^*_i c_i \phi(x_i) \quad 3.5$$

Le terme b^* est déterminé par l'estimation de b obtenue pour toutes les observations vecteurs supports, c'est-à-dire avec $\alpha^*_j > 0$, où

$$b = c_j - \sum_{i=1}^N \alpha^*_i c_i K(x_i \cdot x_j) \quad 3.6$$

L'équation de l'hyperplan séparateur dans le nouvel espace est

$$h(x) = (w^* \cdot x) + b^* = \sum_{i=1}^N \alpha_i^* c_i \cdot \langle \phi(x_i) \cdot \phi(x_j) \rangle + b^* \quad 3.7$$

3.3.6.3 Phase de décision

Cette phase consiste à classer une nouvelle observation x_k en utilisant une règle de décision comme celle qui déduit du classifieur SVM obtenu avec la fonction noyau K et qui est définie par les vecteurs supports et les valeurs correspondantes des multiplicateurs de Lagrange α_j^* déterminés lors de la phase d'apprentissage. Ainsi, la classe d'une nouvelle observation x_k est déterminée par la règle suivante [Chendeb, 06]:

$$classe(x_k) = \text{signe}(\sum_{i=1}^d \alpha_i^* c_i K(x_i, x_k) + b^*) \quad 3.8$$

3.3.6.4 Evaluation des performances du système de reconnaissance de formes

Quelle que soit l'approche utilisée pour la mise en place du processus de diagnostic par reconnaissance des formes, il est primordial de justifier la robustesse du classifieur choisi ainsi que des attributs caractérisant chaque observation. En effet, des erreurs de diagnostic pourraient découler de mauvaises performances de la procédure de décision. De plus, les performances de la classification sont dépendantes (surtout en diagnostic) de la pertinence du vecteur – forme (attributs), autrement dit de la signature du système analysé. Il est donc couramment utile d'appliquer une phase de test pour estimer l'erreur réelle de classement (taux de mauvais classement) [Zang, 10], [Casimir, 03].

Dans notre cas, on prend un échantillon X de taille N , de l'ensemble des données disponibles $X = \{x_1, x_2, \dots, x_N\}$ dont sont connues les classes d'appartenance. De cet échantillon peut être extrait une partie X_{ap} , réservée à l'apprentissage et une autre partie X_t constituée de vecteurs réservés au test. Ces deux ensembles sont disjoints.

L'ensemble X_{ap} constituant la base d'apprentissage est utilisé pour construire la règle de la décision, tandis que l'ensemble test X_t est utilisé pour évaluer les performances de la règle de décision. Pour évaluer ces performances, on peut utiliser deux démarches dans le choix de X_{ap} et X_t .

- X_t est constitué d'un seul vecteur à la fois et X_{ap} contient tous les $(N - 1)$ autres vecteurs tel que $X_{ap} = (X_1, X_2, \dots, X_{k-1}, X_{k+1} \dots X_N)$, et $X_t = X_k$. Dans ce cas la règle de décision est appliquée pour chacune des $N - 1$ partitions. Les taux d'erreur de classification pour chaque observation X_t sont moyennés afin d'évaluer le taux d'erreur de la procédure de

classification. C'est la méthode du leave one out. L'inconvénient de cette méthode est son coût calculatoire même si elle fournit une bonne estimation du taux d'erreur.

- X_t est constitué d'un nombre non négligeable d'observations, n'appartenant pas à l'ensemble d'apprentissage. Cette méthode peut être lancée à plusieurs reprises en sélectionnant aléatoirement les données X_{ap} et X_t . Les taux d'erreur de classification pour chaque observation X_t sont moyennés afin d'évaluer le taux d'erreur de la procédure de classification. Pour alléger les calculs, un seul tirage peut être utilisé. Le taux d'erreur ou le taux de classification reste cependant proche de celui obtenu avec plusieurs tirages. C'est pour cette raison que nous avons adopté cette dernière démarche.

Le critère permettant d'évaluer les performances de la règle de décision choisie par rapport au problème posé est défini par le taux d'observations bien classées (taux de classification):

$$T_B(\%) = \frac{\text{Nombre d'observations bien classées}}{N_{total}} \quad 3.9$$

Ou le taux d'observations mal classées (taux d'erreur) :

$$T_M(\%) = \frac{\text{Nombre d'observations mal classées}}{N_{total}} \quad 3.10$$

Si le taux de classification est proche de 100 %, alors on peut estimer que non seulement, "en amont", le vecteur - forme caractérise bien l'ensemble d'apprentissage, mais aussi que la règle de décision est adaptée. Parallèlement, il est souhaitable d'avoir une valeur très faible de la probabilité de mauvaise classification lors de la phase de test afin d'avoir un minimum d'erreur de diagnostic concernant les nouvelles observations.

Le taux d'erreur ou de classification peut être déduit à partir d'une matrice de confusion notée C :

$$C = \begin{bmatrix} c_{11} & \cdots & c_{1K} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ c_{K1} & \cdots & c_{KK} \end{bmatrix} \quad 3.11$$

Un élément c_{ij} de la matrice de confusion C représente le nombre d'observation appartenant initialement à la classe c_i et qui ont été assignées à la classe c_j par la règle de décision. La somme des éléments hors diagonaux est égale au nombre d'observations mal classées et la somme des éléments diagonaux nous donne le taux de bonne classification. En plus du taux d'erreur ou de classification, cette matrice permet de connaître quelles sont les classes confuses et les observations mal classées.

3.3.6.5 Résultats de classification

Nous avons appliqué la phase d'apprentissage et la phase de test à la base de données préalablement construite. Le tableau (3.5) montre la matrice de confusion ainsi que le taux de bonne classification obtenu. Le taux de classification obtenu sans utiliser la DME, c'est-à-dire, les attributs statistiques sont calculés directement sur les courants statoriques, est de 86%. Lorsque les attributs statistiques sont calculés sur tous les IMFs obtenues par l'application de la DME sur les courants statoriques le taux de classification atteint 91%. En introduisant la transformée de Hilbert, c'est-à-dire, en appliquant le calcul des attributs sur l'amplitude instantanée de toutes les IMFs, ce taux de classification augmente légèrement pour atteindre 92,5%. Cependant, la caractérisation des IMFs sélectionnées par la procédure décrite à la section (3.3.5), permet d'améliorer le taux de classification à 94.5%. Ce taux de classification est encore amélioré lorsqu'on calcul les attributs statistiques sur les amplitudes instantanées des IMFs pertinentes pour atteindre 95%. Pour ce dernier cas, nous pouvons déduire de la matrice de confusion que 2 signaux de la machine saine sont reconnus comme signaux de la machine asynchrone ayant une barre cassée et 4 signaux de défaut (1 barre cassée) sont reconnus comme signaux de la machine saine, 3 signaux de défaut (2 barres cassées) sont reconnus comme signaux de la machine saine.

Finalement, ces résultats montrent bien l'intérêt de la procédure de sélection des IMFs et la nécessité de combiner la DME avec la TH.

Résultats de la classification	Pour les amplitudes des IMFs pertinents	Pour les amplitudes de tous les IMFs	Pour les IMFs pertinents	Pour tous les IMFs	Pour les signaux temporels
Matrice de confusion C	$\begin{bmatrix} 48 & 2 & 0 & 0 \\ 4 & 46 & 0 & 0 \\ 3 & 0 & 47 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 50 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 50 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 48 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 48 & 2 \\ 3 & 8 & 0 & 39 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 47 & 2 & 1 & 0 \\ 5 & 45 & 0 & 0 \\ 3 & 0 & 47 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 50 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 50 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 48 & 0 & 0 \\ 5 & 0 & 45 & 0 \\ 6 & 5 & 0 & 39 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 50 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 50 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 22 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 50 \end{bmatrix}$
Taux de bonne classification	95.5%	92.5%	94.5%	91%	86%

Tableau 3.5: Résultat de la classification par la méthode SVM

3.4 Conclusion

L'objectif de ce dernier chapitre était d'évaluer les performances de la méthode de Hilbert Huang en association avec la méthode de classification SVM, pour diagnostiquer les différents modes fonctionnement de la machine asynchrone. Les résultats de la classification obtenus montrent bien l'utilité et l'importance de l'utilisation de la Décomposition Modale Empirique (DME) avec la transformée de Hilbert (TH) dans le diagnostic des défauts d'une machine asynchrone. En effet, dans le cas de non utilisation de la DME le taux de bonne classification reste faible par rapport au taux obtenu lors de l'utilisation DME, ce taux est encore amélioré lorsque la classification se fait avec les amplitudes instantanées, calculées via la Transformée Hilbert, des IMFs. Par ailleurs, nous avons constaté une légère amélioration des résultats de la classification lorsqu'on procède à la sélection des IMFs pertinentes.

CONCLUSION GENERALE

CONCLUSION GENERAL

Le travail présenté dans ce mémoire porte sur l'étude de la Transformée de Hilbert Huang (THH) et son apport au diagnostic des défauts de la machine asynchrone.

L'étude que nous avons menée montre que Transformé de Hilbert Huang qui fait partie des méthodes utilisées pour la représentation temps fréquences des signaux temporels, à l'instar des méthodes classiques de la représentation temps fréquences, tel que la méthode TFCT, Ondelette, Wigner Ville, en suite nous nous sommes intéressés de près et en détails à la méthode de Hilbert Haug puis nous avons montré par un exemple de représentation temps fréquence via la THH que la transformée de Hilbert Huang est de loin la plus adaptée à l'analyse des signaux non linéaires et non stationnaires.

Pour montrer l'intérêt de la THH nous l'avons appliqué pour le diagnostic de la machine asynchrone à cage d'écureuil, afin de détecter les différents défauts pouvant avoir lieu à l'intérieur de cette machine. Notre intérêt s'est porté essentiellement sur les défauts de barres et anneau cassées au niveau de la cage d'écureuil en appliquant la THH dans une approche de diagnostic basée sur un système de reconnaissance des formes.

Comme le mécanisme de mise en place d'un système de diagnostic à base de reconnaissance de formes nécessite l'existence d'une bibliothèque de mesure réalisées sur le système et totalement étiquetées. Une base de signaux comportant des courants de phase statorique des différents modes de fonctionnement du moteur asynchrone (sain, une barre cassée, deux barres cassées et anneau cassé) a été mise à notre disposition par le LABORATOIRE de Recherche en Electrotechnique (LRE) de l'Ecole Nationale Polytechnique. La méthode de la DME a été appliquée directement sur l'ensemble des signaux de la base, nous avons alors obtenu pour chaque signal un ensemble d'IMFs et pour chacune des ces IMFs nous avons calculé l'amplitude instantanée en utilisant la transformée de Hilbert. Comme toutes les IMFs ne sont pas significatives nous avons procédé alors, par l'intermédiaire d'un coefficient de corrélation, à la sélection des IMFs les plus pertinentes. Pour chaque signal des amplitudes instantanées des IMFs sélectionnées un vecteur d'attributs a été calculé, afin de caractériser chaque signal de défaut par un ensemble d'attributs de taille réduite.

Sur la base de cette signature est alors construit un espace de décision permettant d'identifier une structure de classes caractérisant géométriquement les différents modes de fonctionnement de l'ensemble d'apprentissage. Une règle de décision permet alors de classer automatiquement une mesure ou observation(courant statorique). L'approche consistant à

partitionner l'espace de décision au moyen de frontières de séparation établie par l'algorithme SVM, est utilisée pour la partie classification.

Les résultats de la classification obtenus montrent l'apport de la Décomposition Modale Empirique (DME) ainsi que de la Transformée de Hilbert (TH) dans le diagnostic des défauts d'une machine asynchrone. En effet, dans le cas de non utilisation de la DME le taux de bonne classification reste faible par rapport au taux obtenu lors de l'utilisation de la DME, le taux obtenu lors de l'utilisation DME est encore amélioré lorsque la classification se fait avec les amplitudes instantanées des IMFs calculées via la Transformée de Hilbert. Par ailleurs, nous avons constaté une légère amélioration des résultats de la classification lors de la sélection des IMFs pertinentes.

Enfin ce travail a permis de montrer que la Transformée de Hilbert Huang en association avec la méthode de classification SVM, est un bon outil de diagnostic pour les machines asynchrones.

Comme perspective, nous proposons d'améliorer la base de signaux de défauts en ajoutant d'autres types de défauts tel que : les défauts des roulements les défauts de court circuit. Aussi nous suggérons l'application de la méthode THH à d'autres types de machines comme la machine synchrone, la machine à courant continu, le transformateur. Ce qui sera plus intéressant et de faire une comparaison, dans le cas du diagnostic machine, entre la THH et une des méthodes de représentation temps fréquence, tel que les ondelettes.

Annexe A

A Méthode d'interpolation par spline cubique

A.1 Introduction

Le type d'interpolation utilisé pour calculer les différentes enveloppes à partir des minima et des maxima est important, dans la mesure où il conditionne la forme des IMFs et certaines de leurs propriétés (par exemple, l'utilisation d'une interpolation linéaire par morceaux conduirait à une décomposition en un trop grand nombre de composantes). Dans la littérature, l'interpolation par des splines cubiques est souvent utilisée, grâce au compromis réalisé entre la qualité de l'interpolation et la simplicité du calcul.

Il a déjà été constaté que l'utilisation de polynômes de degré élevé est délicate et mène parfois à des oscillations de grande amplitude. Les polynômes de degré élevé sont alors peu adéquats. On peut mesurer la régularité d'une fonction par le biais de ses dérivées. En effet, plus une fonction est différentiable, plus la courbe qui lui est associée est lisse et plus la fonction est régulière. Le problème, lorsque l'on utilise des polynômes de faible degré, provient du fait qu'il faut en utiliser plusieurs pour relier tous les points. C'est le cas de l'interpolation linéaire par morceaux, illustrée à la figure (1.1), qui consiste à relier chaque paire de points par un segment de droite. On utilise aussi l'appellation *splines linéaires*. La spline linéaire est continue mais n'est pas dérivable.

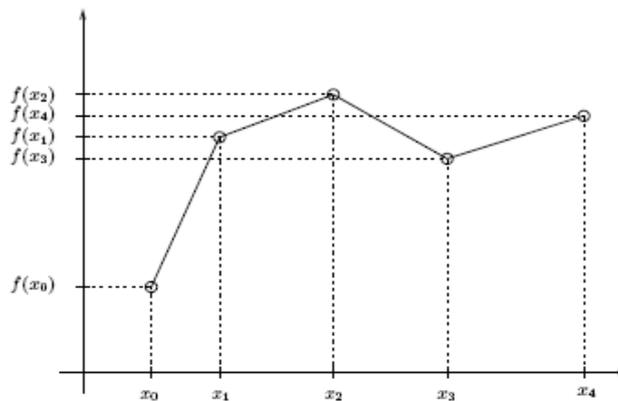


Fig. A.1 Interpolation linéaire par morceaux

A.2 Méthode des splines cubique

Spline cubique est une méthode d'interpolation polynômiale qui assure une variation lente de la première dérivée et une seconde dérivée continue, dans notre cas cette méthode est utilisée afin de relier entre les maxima du signal d'une part et les minima d'une autre part, cette procédure nous permet de construire l'enveloppe supérieure pour les max du signal et l'enveloppe inférieure pour les min du même signal. Les splines cubiques représentent un compromis très intéressant entre la régularité de la courbe obtenue et le degré des polynômes utilisés. On a choisi la méthode d'interpolation par des splines car on a besoin d'avoir des courbes lisses afin de ne pas ajouter des irrégularités dans le signal.

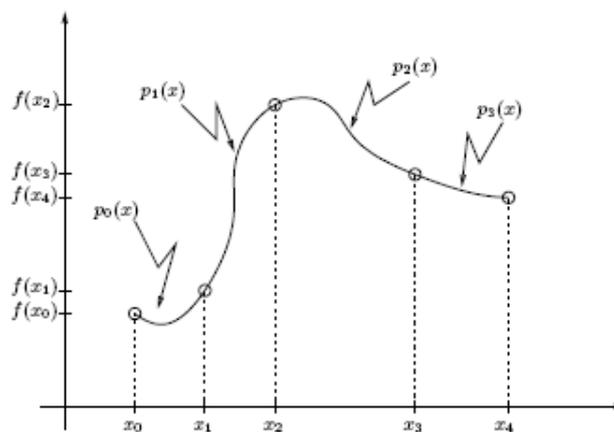


Fig. A.2 : Splines cubiques : 4 polynômes de degré 3

La situation est décrite à la figure (A.2) utilise 04 polynômes de degré 3. Les spline cubiques relient entre ces différents polynômes de façon à ce que la courbe résultante soit deux fois différentiable.

A.3 Présentation de la méthode :

Soit $x = [x_1, x_2, \dots, x_n]$ et $y = [y_1, y_2, \dots, y_n]$ les abscisses et les ordonnées des points à Interpoler est de calculer une fonction interpolante S :

$$S(x) = \begin{cases} s_1 & \text{si } x_1 \leq x \leq x_2 \\ s_2 & \text{si } x_2 \leq x \leq x_3 \\ \dots & \dots \\ s_{n-1} & \text{si } x_{n-1} \leq x \leq x_n \end{cases} \quad \text{A.1}$$

Où les s_i sont des polynômes de degré 3.

Défini par :

$$s_i(x) = a_i(x - x_i)^3 + b_i(x - x_i)^2 + c_i(x - x_i) + d_i \quad \text{A.2}$$

pour $i = 1.2 \dots n - 1$

La première et la deuxième dérivé de ces $n - 1$ équations sont :

$$s'_i(x) = 3a_i(x - x_i)^2 + 2b_i(x - x_i) + c_i \quad \text{A.3}$$

$$s''_i(x) = 6a_i(x - x_i) + 2b_i \quad \text{A.4}$$

pour $i = 1.2 \dots n - 1$

Les quatre propriétés de la spline cubiques sont :

- La fonction $S(x)$ doit interpoler tous les points
- $S(x)$ doit être continue sur l'intervalle $x = [x_1, x_2, \dots, x_n]$
- $S'(x)$ doit être continue sur l'intervalle $x = [x_1, x_2, \dots, x_n]$
- $S''(x)$ doit être continue sur l'intervalle $x = [x_1, x_2, \dots, x_n]$

Puisque la fonction d'interpolation $S(x)$ peut interpoler tous les points de données, nous pouvons poser :

$$S(x_i) = y_i \quad \text{A.5}$$

pour $i = 1.2 \dots n - 1$

$$\text{Si } x_i \in [x_i, x_{i+1}] \quad S(x_i) = s_i(x_i), \quad \text{A.6}$$

En utilisant l'équation (A.2) nous avons :

$$y_i = s_i(x_i) \quad \text{A.7}$$

$$y_i = a_i(x_i - x_i)^3 + b_i(x_i - x_i)^2 + c_i(x_i - x_i) + d_i \quad \text{A.8}$$

$$y_i = d_i \quad \text{A.9}$$

pour $i = 1.2 \dots n - 1$

Du moment que $S(x)$ doit être continu sur toute la totalité de l'intervalle $[x_1, x_2, \dots, x_n]$, il est possible de conclure que :

$$s_i(x_i) = s_{i-1}(x_i) \quad \text{A.10}$$

pour $i = 1.2 \dots n - 1$

De l'équation (A.2), nous avons :

$$s_i(x_i) = d_i \quad \text{A.11}$$

$$\text{Et } s_{i-1}(x) = a_{i-1}(x - x_{i-1})^3 + b_{i-1}(x - x_{i-1})^2 + c_{i-1}(x - x_{i-1}) + d_{i-1} \quad \text{A.12}$$

Alors nous avons :

$$d_i = a_{i-1}(x - x_{i-1})^3 + b_{i-1}(x - x_{i-1})^2 + c_{i-1}(x - x_{i-1}) + d_{i-1} \quad \text{A.13}$$

pour $i = 1.2 \dots n - 1$

Si on pose $r = (x - x_{i-1})$, on aura :

$$d_i = a_{i-1}.r^3 + b_{i-1}.r^2 + c_{i-1}.r + d_{i-1} . \quad \text{A.14}$$

pour $i = 1.2 \dots n - 1$

Également, pour rendre la courbe lisse à travers l'intervalle $[x_1, x_2, \dots, x_n]$, les dérivés doivent être égales au point x_i :

$$s'_{i-1}(x_i) = s'_i(x_i) \quad \text{A.15}$$

Et par l'équation (A.3) nous avons :

$$s'_i(x_i) = 3a_i(x_i - x_i)^2 + 2b_i(x_i - x_i) + c_i \quad \text{A.16}$$

$$s'_i(x_i) = c_i \quad \text{A.17}$$

Et

$$s'_{i-1}(x_i) = 3a_{i-1}(x_i - x_{i-1})^2 + 2b_{i-1}(x_i - x_{i-1}) + c_{i-1} \quad \text{A.18}$$

$$c_i = 3a_{i-1}(x_i - x_{i-1})^2 + 2b_{i-1}(x_i - x_{i-1}) + c_{i-1} \quad \text{A.19}$$

Si on pose $r = (x - x_{i-1})$, on aura :

$$c_i = 3a_{i-1}r^2 + 2b_{i-1}.r + c_{i-1} \quad \text{A.20}$$

pour $i = 1.2 \dots n - 1$

Par l'équation (A.4) nous avons :

$$s''_i(x) = 6a_i(x - x_i) + 2b_i \quad \text{A.21}$$

pour $i = 1.2 \dots n - 1$

$$s''_i(x_i) = 6a_i(x_i - x_i) + 2b_i \quad \text{A.22}$$

$$s''_i(x_i) = 2b_i \quad \text{A.23}$$

pour $i = 1.2 \dots n - 1$

Enfin, puisque $s''_i(x)$ doit être continue sur l'intervalle :

$$s''_i(x_i) = s''_{i+1}(x_i) \quad \text{A.24}$$

L'équation (A.21), nous donne :

$$s''_i(x_{i+1}) = 6a_i(x_{i+1} - x_i) + 2b_i \quad \text{A.25}$$

$$s''_{i+1}(x_{i+1}) = 6a_i(x_{i+1} - x_i) + 2b_i \quad \text{A.26}$$

En utilisant l'équation (A.21) et (A.26) et en posant $r = (x - x_{i-1})$, nous avons :

$$s''_{i+1}(x_{i+1}) = 6a_i(x_{i+1} - x_i) + 2b_i \quad \text{A.27}$$

$$2b_{i+1} = 6a_i \cdot r + 2b_i \quad \text{A.28}$$

Ces équations peuvent être simplifiées en posant :

$$M_i = s''_i(x_i) \quad \text{A.29}$$

l'équations ci-dessus s'exprime alors en termes de M_i et y_i . Cela rend la détermination des poids a_i , b_i , c_i , et d_i une tâche beaucoup plus facile. Chaque b_i peut être représentée par

$$s''_i(x_i) = 2b_i \quad \text{A.30}$$

$$M_i = 2b_i \quad \text{A.31}$$

$$b_i = \frac{M_i}{2} \quad \text{A.32}$$

Il a déjà été démontré que :

$$y_i = d_i \quad \text{A.33}$$

Le coefficient a_i peut être écrit comme suit :

$$2b_{i+1} = 6a_i \cdot r + 2b_i \quad \text{A.34}$$

$$6a_i \cdot r = 2b_{i+1} - 2b_i \quad \text{A.35}$$

$$a_i = \frac{2b_{i+1} - 2b_i}{6 \cdot r} \quad \text{A.36}$$

$$a_i = \frac{2\left(\frac{M_{i+1}}{2}\right) - 2\left(\frac{M_i}{2}\right)}{6 \cdot r} \quad \text{A.37}$$

$$a_i = \frac{M_{i+1} - M_i}{6 \cdot r} \quad \text{A.38}$$

Le coefficient c_i peut être écrit comme suit :

$$d_{i+1} = a_i \cdot r^3 + b_i \cdot r^2 + c_i \cdot r + d_i \quad \text{A.39}$$

$$c_i \cdot r = -a_i \cdot r^3 - b_i \cdot r^2 - d_i + d_{i+1} \quad \text{A.40}$$

$$c_i = \frac{-a_i \cdot r^3 - b_i \cdot r^2 - d_i + d_{i+1}}{r} \quad \text{A.41}$$

$$c_i = -a_i \cdot r^2 - b_i r + \frac{-d_i + d_{i+1}}{r} \quad \text{A.42}$$

$$c_i = -a_i \cdot r^2 - b_i r + \frac{-y_i + y_{i+1}}{r} \quad \text{A.43}$$

$$c_i = \frac{y_{i+1} - y_i}{r} - \left(\frac{M_{i+1} - M_i}{6 \cdot r}\right) \cdot r^2 - \left(\frac{M_i}{2}\right) r \quad \text{A.44}$$

$$c_i = \frac{y_{i+1} - y_i}{r} - \left(\frac{M_{i+1} + 2M_i}{6}\right) \cdot r \quad \text{A.45}$$

Ainsi nous avons déterminé tous les poids a_i , b_i , c_i , et d_i des polynômes d'interpolation $s_i(x)$ du système $S(x)$

$$a_i = \frac{M_{i+1} - M_i}{6 \cdot r} \quad \text{A.46}$$

$$b_i = \frac{M_i}{2} \quad \text{A.47}$$

$$c_i = \frac{y_{i+1} - y_i}{r} - \left(\frac{M_{i+1} + 2M_i}{6} \right) \cdot r \quad \text{A.48}$$

$$d_i = y_i \quad \text{A.49}$$

Sachant que le système $S(x)$ est sous déterminé $i = 1, 2, \dots, n - 1$

Deux autres conditions doivent être imposées au système, à savoir :

Pour la spline naturelle on pose :

$$M_1 = 0 \quad \text{A.50}$$

Et

$$M_n = 0 \quad \text{A.51}$$

Pour la Parabolic Runout spline on pose :

$$M_1 = M_2 \quad \text{A.52}$$

Et

$$M_n = M_{n-1} \quad \text{A.53}$$

Pour la Cubic Runout Spline spline on pose :

$$M_1 = 2M_2 - M_3 \quad \text{A.54}$$

Et

$$M_n = 2M_{n-1} - M_{n-2} \quad \text{A.55}$$

$$\text{Sachant que } M_i = s''_i(x_i) \quad \text{A.56}$$

BIBLIOGRAPHIE

- [Auger 98] F. Auger, P. Flandrin, P. Gonçalvès et O. Lemoine: Time-frequency toolbox for use with matlab, tutorial. Rapport technique, GdR-PRC ISIS, 1998.
- [Bradley, 07] B.M Bradley, C. Knapp. T.McGee, and V. Goebel. Application of the empirical mode decomposition and Hilbert-Huang transform to seismic reflection data, GEOPHYSICS, Vol. 72, no. 2, pp.29–37,2007
- [Bonnett, 92] A. H. Bonnett and G. C. Soukup. Cause and analysis of stator and rotor failures in three-phase squirrel cage induction motors. IEEE Transactions on Industry Applications, Vol.28, no.4, pp 921-937, 1992
- [Bouchareb, 09] Bouchareb Ilhem Modélisation et Simulation de Défauts D'une Machine Synchrone à Réductance Variable. Thèse magister, 2009. Université de Constantine.
- [Bougerne, 09] A. Bougerne. Diagnostic automatique des défauts des moteurs asynchrones. Thèse de Magister, 2009. Université MENTOURI.
- [Boumegra, 99] T.Boumegre, H.Yahoui, G.Clerc, G.Grellet, Observation des paramètres du moteur asynchrone à cage d'écureuil avec un observateur non linéaire : Colloque EF'99, pp 375-379, 1999.
- [Casimir, 03] R.Casimir. Diagnostic des défauts des machines asynchrones par reconnaissance des formes. Thèse de doctorat, 2003. Ecole Centrale de Lyon.
- [Chendeb, 06] M. Chendeb. Détection et classification des signaux non stationnaires par utilisation des ondelettes. Application aux signaux électromyographiques utérine. Thèse de doctorat, 2006. Université de technologie de troyes.
- [Cexus, 91] J.Cexus. Analyse des signaux non-stationnaires par Transformation de Huang, Opérateur de Teager-Kaiser, et Transformation de Huang-Teager (THT). Thèse de doctorat ,2005. Université de Rennes 1.
- [Debnath, 01] L.Debnath. Recent developments in the Wigner-Ville Distribution and Time-Frequency Signal Analysis. PINSA,68, N°1, pp.35-56, 2001.
- [Dev, 01] V. Devanneaux, H. Kabbaj, B. Dagues et J. Faucher. An accurate model of squirrel cage induction machines under static, dynamic or mixed eccentricity. Proc. IEEE International Symposium on Diagnostics for Electric Machines, Power Electronics and Drives, pp.121-126, Italie, 2001.

[Elk, 92] N. M. Elkasabgy, A. R. Eastham, G. E. Dawson. Detection of broken bars in the cage rotor on an induction machine. IEEE Transactions on Industry Applications, Vol.28, no.1, Part 1, pp. 165-171, 1992.

[Flandrin, 04] P. Flandrin . G. Rilling, and P. Gonçalvés Empirical Mode Decomposition as a Filter Bank. IEEE SIGNAL PROCESSING LETTERS, Vol. 11, N°. 2, 2004

[Fellouah, 07] R. Fellouah. Contribution au Diagnostic de Pannes pour les Systèmes Différentiellement Plats. Thèse de doctorat, 2007. Université de Toulouse.

[Goncalves, 10] P. Goncalves. Analyse temps-fréquence et modèles d'invariance d'échelle Contribution à l'étude de systèmes complexes. Thèse de doctorat, Ecole Normale Supérieure de Lyon, 2010.

[HAMOU MAMAR 08] Z. HAMOU MAMAR. Analyse Temps-Échelle et Reconnaissance des Formes pour le Diagnostic du Système de Guidage d'un Tramway sur Pneumatiques. Thèse de doctorat, 2008. Université de BLAISE PASCAL - CLERMONT II

[Hartert, 10] L. Hartert. Reconnaissance des formes dans un environnement dynamique appliquée au diagnostic et au suivi des systèmes évolutifs, Thèse de doctorat, 2010. Université de Reims Champagne-Ardenne

[Huang, 98] N. E.HAUNG, Z. SHEN. S. R.Long, M. C. Wu, H. H. Shih, Q. Zheng, N.C Yen, C. C Tung and H. H. Liu. The empirical mode decomposition and the Hilbert spectrum for non linear and non stationary time series analysis. vol. 454 no. 1971, pp 903-995,1998.

[Huang,05] N.E Huang, S.S P Shen. Hilbert-Huang Transform and its applications Interdisciplinary Mathematical Sciences. Vol 5, series Editor: Jinqiao Duan(Illinois Inst. Of. Tech. USA), 2005.

[Huang,08] N. E. Haung. Z. WU A review on Hilbert Huang Transform: Method and its applications to geophysical studies. Rev. GEOPHYSICS. Vol 46, RG2006, pp. 1 - 23. 2008.

[Huang,05] Norden Huang Et Nii O. Attoh-Okine The Hilbert-Huang Transform in Engineering. Published by CRC Press Taylor & Francis Group in 2005

[Jai Andaloussi, 10] S. Jai Andaloussi. Indexation de l'information médicale Application à la recherche d'images et de vidéos par le contenu. Thèse doctorat, 2010. Université Matisse de Rennes 1.

[Karagiannis,11] A. Karagiannis, P. Constantinou. A prediction model for the number of *intrinsic mode* functions in biomedical signals: The case of electrocardiogram. Biomedical Signal Processing and Control. Elsevier Science, Vol 6, pp. 231-243, 2011.

[Khatir, 09] K. Abdelfatah Etude comparative des modèles des machines asynchrones utilisés en diagnostic des défauts. Thèse de magister, 2009. Université de Sétif.

[LARABI, 05] M. Larabi et B. Saïd Rouidi. Diagnostique neuro flou application à la machine synchrone. Thèse d'ingénieur, 2005. Université de SKIKDA.

[Linderhed, 09] A. Linderhed. Image empirical mode decomposition. A new tool for image processing. Advances in Adaptive Data analysis. Vol.1, n°2, pp 265-294, 2009.

[Moghtaderi, 11] A. Moghtaderi . P. Flandrin . P. Borgnat Trend filtering via empirical mode decompositions. Science Direct. Computational Statistics & Data Analysis. Elsevier Science . Vol 58, pp 114–126.2011

[Nandi, 99] S. Nandi, H. A. Toliyat. Condition monitoring and fault diagnosis of electrical machines – a review. IEEE Industry Applications Conference. Vol.1, pp.197-204, Phoenix, USA, 1999.

[Naï 00] M. S. Naït-Saïd, M. E. H. Benbouzid et A. Benchaïb. Detection of broken bars in induction motors using an extended kalman filter for rotor resistance sensorless estimation. IEEE Transactions on Energy Conversion, Vol.15, no 1, pp.66-70, 2000.

[Nez 06] M. Nezar. Diagnostic des associations convertisseurs statiques – machine asynchrone en utilisant les techniques de l'intelligence artificielle. Thèse de doctorat, 2006 Université de Batna.

[Niang 07] O. Niang. Décomposition Modale Empirique. Contribution à la Modélisation Mathématique et Application en Traitement du signal et de l'Image. Thèse de doctorat, 2007 Université PARIS XII-VAL DE MARNE.

[Obrelin, 10] Thomas Oberlin. Approches mathématiques pour la décomposition modale empirique, Rapport de stage. Master Recherche Mathématiques Appliquées, 2010. Université Joseph Fourier.

[O'do 85] P. O'Donnell, Report of large reliability survey of industrial and commercial installations, IEEE Transaction on Industry Applications, Vol. IA 21, N° 4, pp 853 – 864, 1985.

[Ond, 06] O. Ondel. Diagnostic par reconnaissance des formes : application à un ensemble convertisseur machine asynchrone . Thèse de doctorat, 2006 Ecole centrale de Lyon.

[Quinquis, 02] A. Quinquis et L. CORNEL. Représentation temps fréquence et temps échelle, ENSIETA, BREST France centre de recherche .Extraction et Exploitation de l'Information en Environnements Incertains, 2002.

[Ramachandrad, 08] R. Ramachandrad et EN.CHING. Hilbert-Huang. Transform and its analyse for hydrological and environmental time series . vol 60. Published by Springer, 2008.

[Rilling, 03] G. Rilling, P. Flandrin, and P. Gonçalves. On empirical mode decomposition and its algorithms. In *Proceedings of IEEE-EURASIP workshop on nonlinear signal and image processing*. Article de conférence, 2003.

[Rilling, 07] M. G. Rilling. Décompositions Modales Empiriques Contributions à la théorie, l'algorithmie et l'analyse de performances. Thèse de doctorat, 2007. Université de Lyon.

[Ruqiang, 06] Y. Ruqiang and R. X. Gao. Hilbert–Huang Transform-Based Vibration Signal Analysis for Machine Health Monitoring. *IEEE transactions on instrumentation and measurement*, vol. 55, no. 6, 2006.

[Ruqiang, 08] Y. Ruqiang and R X. Gao. Rotary Machine Health Diagnosis Based on Empirical Mode Decomposition *J. Vib. Acoust* Vol. 130, 2008.

[Samba, 09] D. Samba. Modèles AM-FM et approche par équations aux dérivées partielles de la décomposition modale empirique pour l'analyse des signaux et des images. Thèse doctorat, 2009. Université de Rennes 1.

[Sharabty, 07] H. Sharabty. Diagnostic de la somnolence d'un opérateur : Analyse des signaux physiologiques. Thèse de doctorat, 2007. Université Paul Sabatier Toulouse III

[SMAIL, 09] N.SMAIL. Contribution à l'analyse et à la recherche d'information en texte intégral. Application de la Transformée en Ondelettes pour la recherche et l'analyse de textes. Thèse de doctorat, 2009. Université Paris-Est.

[Sob 98] T. J. Sobczyk, A. Izworski. Recognition of rotor eccentricity of induction motor based on the fourier spectra of phase currents. *Proc.* Vol 1, pp. 408 – 413, 1998.

[Sole 09] J. Sole, A.Turiel, M.Estrada, C. Llebot, D. Blasco, J. Camp, M.Delgado, M. Fernandez-Tejedor, J.Diogene. Climatic forcing on hydrography of a Mediterranean bay (Alfacs Bay). Continental Shelf Research. Elsevier Science. Vol 29, pp 1786-1800, 2009.

[Soltani, 11] O. Soltani. Restauration D'Images Satellites Via la Transformée en Ondelette .Thèse de Magister, 2011. Université de Batna.

[Szmajda, 10] M.Szmajda, K.Górecki, J.Mroczka.GABOR Transform, SPWVD, Gabor-Wigner Transform and Wavelet Transform - Tools for power quality monitoring. Metrol. Vol. XVII No. 3, pp. 383-396, 2010.

[Tan, 11] J.L.Tan and A. Zuri bin Sha'ameri. Research Article Adaptive Optimal Kernel Smooth-Windowed Wigner-Ville Distribution for Digital Communication Signal. Journal: Signal Processing , vol. 91, no. 4, pp. 931-937, 2011

[Thomson, 00] W.T. Thomson, M. Fenger. Industrial application of current signature analysis to diagnose faults in 3-phase squirrel cage induction motors. Pulp and Paper Industry Technical Conference. Conference Record of 2000, pp 205 -211, 2000.

[Thomson, 99] W. T. Thomson, A review of on-line condition monitoring techniques for three-phase squirrel-cage induction motors: Past, present and future. Proc. IEEE SDEMPED 1999 – Symposium on Diagnostics for Electric Machines, Power Electronics and Drives, pp.3-18,Gijon, Espagne, 1999.

[Todoran,08] G.Todoran, R.Holonec and C.IAKAB. Discret Hilbert transform Numeric Algorithms- Mediamira Science Publisher. Vol 49 .N°4, pp 1-6. 2008

[Truchetet 98] F. Truchetet. Ondelettes pour le signal numérique. Editions Hermes, 1998

[Tsakalozos 12] N. Tsakalozos, K.Drakakis, S. Rickard. A formal study of the nonlinearity and consistency of the Empirical *Mode* Decomposition. Signal Processing. Vol 92, pp 1961-1969, 2012.

[Tung-Shin, 05] H.Tung-Shin. An Introduction of Hilbert/Huang Transformation Analysis And Its Applications. Spring. pp 25-26, 2005.

[Wang, 11] J Wang, R X. Gao, and RYan. Broken-Rotor-Bar Diagnosis for Induction Motors, Journal of Physics: Conference Series **305** (2011) 012026, pp 1-11. DAMAS, 2011.

[Wu, 09] M-C Wu and N. E. Huang, Biomedical. Data Processing Using HHT: Chapter 16. A Review Berlin Heidelberg. Springer, 2009.

[Xin XUE Xu,09] X. Xue, V. Sundararajan. Induction motor multi-fault analysis based on intrinsic mode functions in hilbert-huang transform. ASME 2009 International Design Engineering Technical Conferences (IDETC) & Computers and Information in Engineering Conference (CIE) 2009, San Diego, CA, USA.

[Yah 95] H. Yahoui, J. Seetohul, G. Grellet, A. Jammal. Detection of broken bar or ending fault in asynchronous machines by spectrum analysis of the observed electromagnetic torque through supply cable. Revue Européenne de Diagnostic et Sûreté de Fonctionnement, Vol.5, no.4, 1995

[Zang,10] N. Zang. Détection et isolation des pannes basées sur la platitude différentielle application aux engins atmosphérique. Thèse de doctorat, 2010. Université de Toulouse.

[Ziani, 07] R. Ziani, A. Felkaoui, R. Zegadi. Performances de la classification par les Séparateurs à Vaste Marge (SVM): application au diagnostic vibratoire automatisé. 4th International Conference on Computer Integrated Manufacturing CIP, 2007. Université Ferhat Abbas.