

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique
Université Mouloud Mammeri de Tizi-Ouzou
Faculté du Génie de la Construction
Département de Génie Mécanique



Thème

Modélisation du comportement à la rupture des
élastomères chargés.

Mémoire de fin d'études

Présenté et soutenu publiquement le 30 octobre 2011

Par

MECHERAK Youcef

en vue de l'obtention

du diplôme de *Master Académique en Génie Mécanique*

Option : *Construction Mécanique*

Devant le jury composé de :

**FERHOUM
OULD OUALI
DJERIDI
HACHOUR**

**Rabah
Mohand
Rachid
Kamel**

**Président
Directeur de mémoire
Examineur
Examineur**

PROMOTION 2010/2011

Remerciements

Je remercie tout d'abord le bon dieu de m'avoir donné la force, la volonté et le courage pour l'élaboration de ce travail.

Je remercie mon promoteur Mr M.OULD OUALI pour avoir bien voulu m'encadrer et pour ses précieux conseils et orientations.

Je remercie mes quatre très proches amis

Je remercie mes camarades

Mes remerciements vont également à tous mes enseignants, les responsables et personnel du département de Génie mécanique.

J'adresse mes plus vifs remerciements à tous ceux qui ont contribué de près ou de loin à la réalisation de ce modeste travail.

Je dédie ce modeste travail

A ma mère

A la mémoire de mon père

A mes frères et sœurs

A toute ma famille

A tous mes amis

Sommaire

Introduction générale 1

Chapitre I : Comportement des élastomères

1. Introduction.....3

2. Définition d'un élastomère 3

2.1. Effets thermo-élastiques 7

2.2. La physique des élastomères 7

2.3. Constitution chimique des élastomères 7

2.4. La cristallinité et la transition vitreuse. 9

3. Renforcement des élastomères.....11

4. Les phénomènes physiques 12

4.1. L'effet Mullins..... 12

4.2. L'élasticité non-linéaire 14

4.3. La viscoélasticité15

4.5. L'effet Payne 16

4.4. L'amplification des déformations..... 16

5. Généralités sur le comportement des élastomères 17

5.1. Description d'un élastomère.....	17
5.2. Grandes déformations.....	18
5.3 Incompressibilité.....	18
5.4. Viscosité.....	19
6. Elastomères et calcul de structure.....	19
6.1. Approche du comportement de ces matériaux	20
6.2. Comportement adopté dans notre étude.....	22
7. Conclusion	24

Chapitre II : Mécanique de la rupture cas des élastomères

1. Introduction.....	25
2. Observation type, présentation macroscopique.....	25
2.1. Test Classique	26
3. Approches énergétiques.....	29
3.1. Cas élastique	29
3.2. Cas anélastiques	32
3.2.1. Les modèles viscoélastiques	34
3.2.2. Les calculs d'Andrews	36
4. L'Effet Mullins et phénomène d'endommagement.	37
4.1. Nature directionnelle de l'effet Mullins.....	40

5. Synthèse	42
6. Conclusions.....	44

Chapitre III : Fonctionnement du code de calcul Abaqus

1. Introduction.....	45
2. Généralités sur Abaqus	45
3. Présentation du logiciel Abaqus	47
4. Comment créer un modèle dans Abaqus.....	49
5. Mécanique de la rupture	51
5.1. Energie et domaine d'intégral	52
6. Conclusion	56

Chapitre IV : Résultats et discussions

1. Introduction.....	57
2. Concept théorique	59
2.1. J-intégral de Rice.....	59
3. Procédure expérimentale	62
3.1. Spécimen.....	62

3.2. Matériau	64
4. Analyse expérimentale	64
4.1. Détermination de la loi constitutive du matériau.....	64
5. Calibration des modèles hyper-élastiques	65
6. Modèle numérique.....	67
7. Analyse numérique.....	69
8. Résultats et discussions	71
8.1. Détermination expérimentale de J en utilisant une forme séparable de l'énergie de traction complémentaire.	71
8.2. Valeur numérique de J	73
8.3. Identification de $k(W_0)$ et le facteur d'étalonnage $F(a/w)$	77
9. Conclusion	77
Conclusion générale	80

Bibliographie

Liste des symboles

Symbole	Signification
T_g	La température de transition vitreuse.
T_f	La température de fusion.
λ	Extension.
ε_r	Déformation a la rupture.
$\bar{\bar{C}}$	Tenseur des dilatations.
$\bar{\bar{F}}$	Tenseur gradient de transformation.
ψ	Dilatation volumique.
$\bar{\bar{E}}$	Tenseur de Green-Lagrange.
$\bar{\bar{I}}$	Tenseur d'identité.
$\bar{\bar{\pi}}$	Tenseur de Piola-Lagrange.
$\bar{\bar{\sigma}}$	Tenseur des contraintes de Cauchy.
W	Densité d'énergie.
T_r	La trace.
T_r	Le taux de déformation.
∇	Le gradient Lagrangien.
U_K	Énergie stockée.
U_d	Énergie dissipée.
U_{elas}	Énergie stockée.
∂U_{ext}	Énergie cinétique.
$J:G:J':J_2$	Définissent le taux de restitution d'énergie.
Γ	Surface entourant la fissure.
\bar{n}	Vecteur normal.

a : Longueur de fissure.

B : L'épaisseur de spécimen.

d : Déplacement.

p : La charge appliquée.

d_0 : endommagement initial.

W_0 : Densité d'énergie.

J : Intégrale de Rice.

$k(W_0)$: Fonction de la densité d'énergie de déformation.

$k(\lambda)$: Fonction d'extension.

T : L'énergie de déchirure.

U : L'énergie de déformation.

U^* : L'énergie de déformation complémentaire.

l_0 : La longueur dans un état non déformé.

l : La longueur dans un état déformé.

S_0 : La section dans un état non déformé.

F : Charge.

ε_{eq} : Déformation équivalente.

σ_{eq} : Contrainte équivalente.

a/w : Rapport de largeur.

R_{ij} : Paramètre de séparation.

K_I, K_{II}, K_{III} : Facteurs d'intensités de contraintes.

J_c : Paramètre de déclenchement de fissure.

Introduction Générale

Introduction générale

L'utilisation des matériaux élastomères, de plus en plus répandue dans de nombreux domaines d'industrie, nécessite une bonne compréhension de leur comportement et endommagement. La représentation théorique du comportement élastique de ces matériaux peut être abordée par une approche macromoléculaire ou par une approche phénoménologique.

Ce mémoire est consacré à l'étude du comportement d'élastomères dans des domaines de chargements ultimes. Son but essentiel est de caractériser une structure en élastomère proche de la rupture. La compréhension des phénomènes de propagation de fissure est donc un enjeu très important.

L'élastomère est un assemblage d'une variété de charges renforçantes, astucieusement agencés pour répondre à des impératifs de sécurité mais aussi de confort ou de rendement. Le développement de ces matériaux et leur validation est généralement une tâche fastidieuse.

Dans ce travail on se propose d'étudier le comportement à la rupture des matériaux hyper-élastiques. Dans un premier temps, nous étudierons la réponse de ces matériaux dans le cas d'essais de traction normalisés. Puis, nous étudierons la réponse d'éprouvettes utilisés pour caractériser ces matériaux à la rupture.

Le premier chapitre de ce mémoire dresse un état de lieu des connaissances sur la nature et la structure moléculaire des polymères amorphes (les élastomères). Les caractéristiques physiques, chimiques, et mécaniques sont présentées.

Le deuxième chapitre constitue d'un certain point de vue le corps de notre travail. Nous y traçons un bilan des méthodes d'investigations de la propagation de fissures dans les élastomères. L'approche énergétique fondée sur la notion de taux de restitution d'énergie est d'abord présentée. Nous

Introduction générale

présentons également les effets Mullins, qui sont définis comme un phénomène dissipatif par endommagement. Ensuite, nous validons notre modèle en se servant des modèles disponibles dans le code de calcul Abaqus.

Le troisième chapitre présente le principe de fonctionnement du code de calcul que nous avons utilisé (ABAQUS), afin de vérifier l'endommagement de ces matériaux en utilisant la simulation numérique.

Le dernier chapitre est consacré à la détermination numérique de l'intégrale J. Après calibration des paramètres matériaux des lois de comportement retenues dans cette étude, nous présentons une comparaison entre les résultats expérimentaux et numériques concernant essentiellement l'estimation de l'intégrale J de Rice, qui contrôle l'amorçage d'une fissure. Nous terminons ce chapitre avec quelques discussions suite aux résultats obtenus.

Chapitre I

Comportement des élastomères

1. Introduction

Bien que faisant partie d'une seule et même grande famille, celle des polymères, les élastomères ont un comportement très particulier et très différent des matières plastiques, ou plastomères.

Pour qu'un matériau soit mécaniquement reconnu comme un élastomère, il doit être :

1. souple, c'est-à-dire de faible rigidité (quelques méga pascals).
2. hautement déformable, c'est-à-dire capable de supporter de très grandes déformations ou d'atteindre des allongements plus de 100(%), tout en possédant, à son allongement maximal, une résistance à la rupture relativement élevée.
3. élastique ou résilient, c'est-à-dire capable de retrouver sa géométrie initiale, après cessation d'une sollicitation, tout en restituant quantitativement au milieu l'énergie qui lui a été fournie pour le déformer.

La recherche d'une loi de comportement capable de décrire les observations ci-dessus est donc nécessaire pour la validité de notre étude.

2. Définition d'un élastomère [1]

Le matériau original connu sous le nom de caoutchouc (ou avec précision le « india-rubber ») est obtenu sous forme de latex de l'arbre d'hévéa Brésilienne. Le terme plus expressif « caoutchouc », dérivé des mots indiens de Maya signifiant « le bois pleurant ».

Dans l'usage courant le terme caoutchouc n'est pas limité au caoutchouc naturel original, mais il est appliqué aléatoirement à tout matériau ayant les propriétés mécaniques essentiellement assimilées à ceux d'un caoutchouc naturel, indépendamment de sa constitution chimique. Cependant, il sera généralement évident de savoir si le mot caoutchouc est employé dans le sens général ou dans

le sens le plus restreint ; dans les cas où la confusion pourrait surgir il sera suffisant de se rapporter à la gomme naturelle.

Les raisons de ce choix ne sont pas entièrement verbales. Il est au moins également justifiable du point de vue scientifique pour définir un caoutchouc en termes de ses propriétés physiques ainsi que sa constitution chimique. En effet, nous serons concernés beaucoup plus sur ces principaux aspects structurels dans lesquels tous les caoutchoucs peuvent être considérés essentiellement les mêmes avec les configurations particulières plus détaillées dans lesquelles ils diffèrent les uns des autres.

Le plus évident et également la caractéristique physique la plus importante, qui est le niveau important de déformabilité montré sous l'action des tensions comparativement faible.

Une courbe de force-prolongement pour le caoutchouc naturel est montrée sur la fig. I.1.

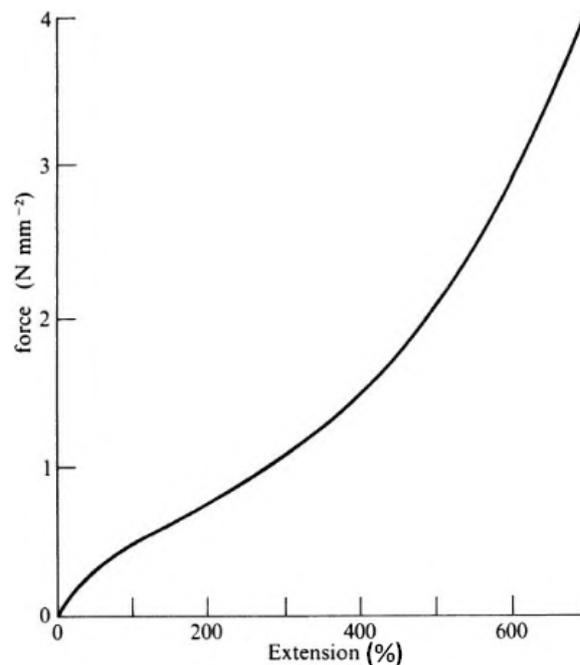


Fig. I.1 : Courbe force-prolongement pour le caoutchouc naturel.

L'extensibilité maximum fait partie d'une gamme de 500-1000 (%). La courbe est nettement non-linéaire (c.-à-d. la loi de Hooke ne s'applique pas),

par conséquent il n'est pas possible d'assigner une valeur bien déterminée au module de Young excepté dans la région de petites contraintes. Dans cette région sa valeur (représentée par la tangente) est de l'ordre de 1.0 N mm^{-2} . C'est la propriété de la « haute-extensibilité » avec un module très faible, qui peut être différent des propriétés d'un solide dur (par exemple l'acier), pour lequel la valeur du module de Young est de $2.0 \times 10^5 \text{ N mm}^{-2}$ et l'extensibilité élastique maximum correspondante environ 1.0 (%). Il y a ainsi une énorme différence entre les caoutchoucs d'une part et les solides durs (cristaux, métaux, etc.) de l'autre part.

Dans les polymères les élastomères occupent une situation intermédiaire ; ce sont des polymères thermodurcissables à très faible taux de réticulation.

Les liaisons covalentes qui pontent les macromolécules sont peu nombreuses et très éloignées les unes des autres. Ceci laisse subsister de longues portions de chaînes libres de se déployer sous l'effet d'une contrainte appliquée, et de se replier dans leur configuration d'énergie minimale lorsque la contrainte est supprimée ; c'est là l'origine du comportement « super-élastique » de ces matériaux. La rigidité d'un élastomère peut donc être ajustée en jouant sur son taux de réticulation : les élastomères à faible taux de réticulation présentent une température de transition vitreuse, au-dessous de laquelle ils ont un comportement de solide vitreux relativement fragile ; les élastomères à fort taux de réticulation sont analogues à des thermodurcissables.

Les élastomères ont des propriétés mécaniques et physiques extrêmement variables en fonction de leur taux de réticulation, c'est-à-dire de la densité de liaisons transversales qui réticulent les chaînes principales.

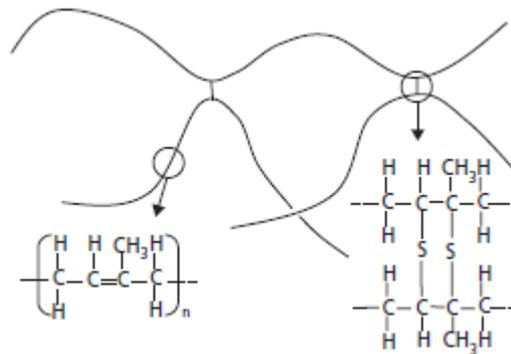


Figure I.2 Exemple de réticulation des macromolécules d'un élastomère : vulcanisation du poly-isoprène (caoutchouc naturel) par des atomes de soufre.

Leur déformation élastique de grande amplitude étant non-linéaire, elle ne peut donner lieu qu'à la définition d'un module de Young tangent à l'origine. De plus, le retour élastique donne lieu à une hystérésis mécanique (dissipation d'énergie mécanique sous forme thermique).

Ce phénomène se manifeste dans tous les polymères au-dessus de leur température de transition vitreuse, mais il est particulièrement prononcé pour les élastomères, en raison de leur forte amplitude de déformation. Cette particularité les fait utiliser pour la fabrication d'organes d'amortisseurs destinés à absorber les vibrations.

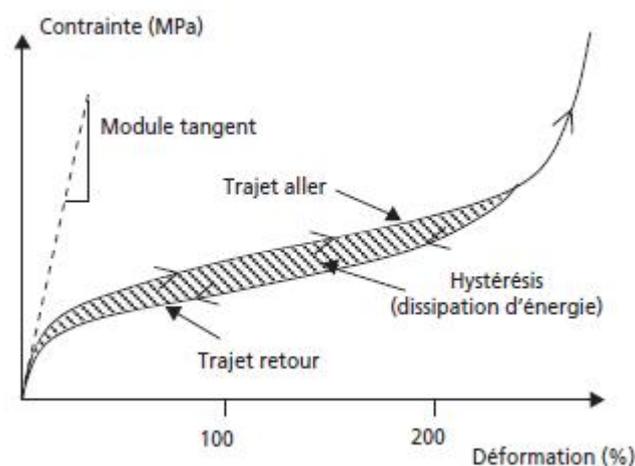


Figure I.3 Allure schématique de la courbe de traction d'un élastomère (charge-décharge). [8]

2.1. Effets thermo-élastiques

En plus de ces propriétés mécaniques familières il est nécessaire de souligner que le caoutchouc possède également un certain nombre d'autres propriétés moins connues, à savoir, les propriétés thermiques ou thermo-élastiques, qui sont aussi d'une grande importance scientifique.

2.2. La physique des élastomères

Les élastomères sont des matériaux présentant des caractéristiques multiples et complexes liés à leur nature chimique (réseau de chaînes moléculaires).

Dans un premier temps on se focalise sur les notions chimiques générales relatives à l'ensemble de ces matériaux. Puis, dans un second temps, nous décrirons les principaux phénomènes physiques observés à une échelle macroscopique lorsque les élastomères sont soumis à des sollicitations mécaniques.

2.3. Constitution chimique des élastomères

Le caoutchouc naturel est essentiellement un hydrocarbure, dont la constitution a été établie par Faraday (1826) pour être compatible à la formule ($C_5 H_8$). Le caoutchouc existe dans le latex sous forme de petits globules, ayant des diamètres dans la gamme 0.1-1.0 μm . À partir de ce latex le caoutchouc solide peut être obtenu par le séchage de l'eau ou par la précipitation avec un acide. Le dernier traitement rapporte le caoutchouc plus pur, puisqu'il laisse la plupart des constituants de non-caoutchouc dans un sérum. Chimiquement, l'hydrocarbure en caoutchouc est un polymère d'isoprène ($C_5 H_8$) accumulé sous forme de chaîne continue ayant La Structure montrée dans la fig. 1.5.

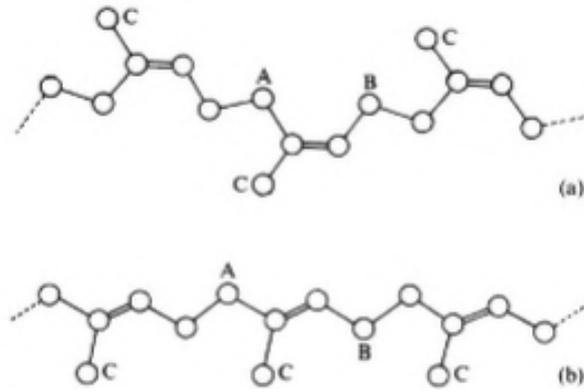


Fig. I.4. La structure moléculaire de, (a) gomme naturelle et (b) gutta-percha (gomme issue du latex naturel). [1]

A-B = unité d'isoprène. C = groupe méthylique.

La succession des unités d'isoprène dans la chaîne est parfaitement régulière, avec chaque quatrième atome de carbone on trouve à côté le groupe méthylique (CH₃). La présence du lien double est très significatif, puisque ceci qui détermine en grande partie la réactivité chimique de la molécule et de sa capacité de réagir avec du soufre ou d'autres réactifs dans le procédé de vulcanisation. Le lien double est également responsable de la susceptibilité de la molécule en caoutchouc à l'oxydation ou à d'autres réactions dégradantes menant à une détérioration des propriétés physiques (vieillessement).

Les réactions chimiques aboutissent à la création de longues chaînes macroscopiques de longueurs différentes enchevêtrées de manière aléatoire. Les statisticiens évaluent alors que la distance entre les deux extrémités d'une même chaîne est de l'ordre de 5 à 10% de la longueur totale de la chaîne. Cet enchevêtrement physique contribue en partie à la cohésion de l'ensemble. Néanmoins, cette cohésion est renforcée par des liaisons inter-chaînes, comme des interactions entre dipôles de chaînes polarisées, ou par des ponts physiques entre chaînes liés à la formation de pré-réticulation. Cette pré-réticulation est rendue possible grâce à la formation d'un réseau tridimensionnel où les chaînes moléculaires ne sont plus linéaires mais ramifiées.

2.4. La cristallinité et la transition vitreuse.

Dans certains polymères, des édifices tridimensionnels ordonnés peuvent apparaître dans des proportions variant de 0 à 90% du volume du matériau. Ils sont alors constitués d'une phase amorphe et d'une phase cristalline. Notons que le caoutchouc naturel présente une structure moléculaire régulière (stéréorégularité) qui favorise la cristallinité partielle. Dans les élastomères la phase cristalline est minoritaire et la température de fusion T_f de la phase cristalline est proche de la température ambiante.

Certains élastomères (comme le caoutchouc naturel) présentent une aptitude à se cristalliser sous contraintes (lorsqu'ils sont très étirés). Ce phénomène est généralement imputé à l'alignement progressif des chaînes étirées qui s'empilent tendant ainsi à minimiser leur énergie de conformation.

Le taux de cristallinité semble cependant être de l'ordre de 10% pour des déformations de l'ordre de 500% pour le caoutchouc naturel, alors qu'il peut atteindre 30% pour des déformations de l'ordre de 400% pour un PET à 75°C.

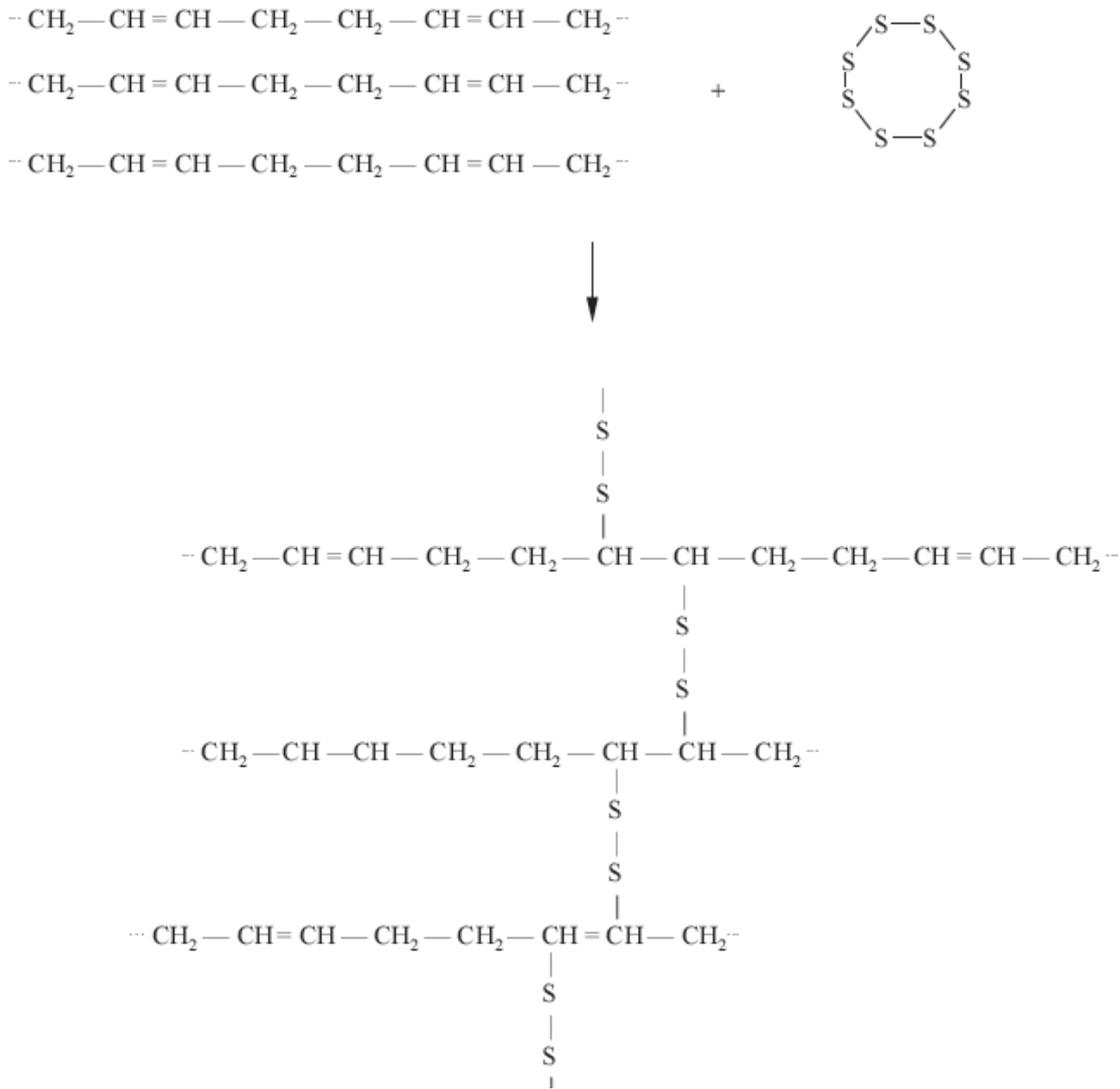


Figure I. 5 : Formation de ponts de réticulation disulfures [11]

Outre la température de fusion de la phase cristalline T_f , les élastomères sont caractérisés par une température de transition vitreuse, notée généralement T_g . C'est la température en dessous de laquelle l'agitation thermique est trop faible pour compenser les forces d'interactions entre segments de chaînes qui confèrent au matériau un comportement de solide « rigide » élasto-(visco) plastique. Les élastomères présentent toujours une valeur de T_g très inférieure à la température ambiante ce qui leur confère un état caoutchoutique à la température ambiante.

3. Renforcement des élastomères [9]

Afin d'améliorer les caractéristiques mécaniques des élastomères (raideur fig. (1), résistance à la rupture fig. (2)), des agents renforçant sont généralement introduits. Il s'agit, dans la majorité des cas, des particules de noir de carbone, la silice, l'argile et des billes de verre.

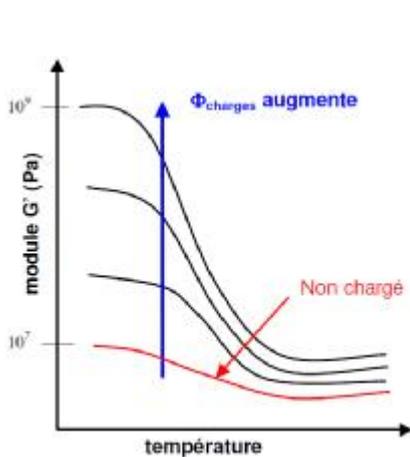


Fig. (1). Raideur

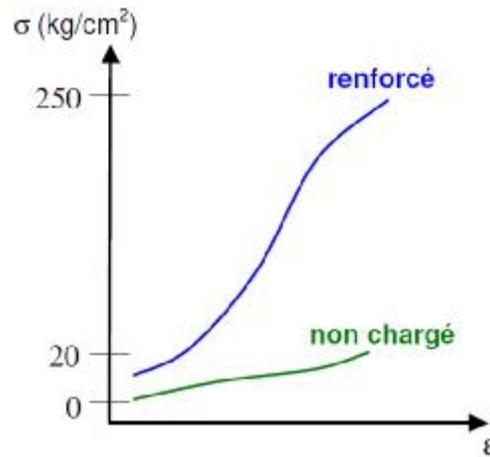


Fig. (1). Résistance à la rupture

Le renforcement des élastomères par les remplisseurs particuliers a été intensivement étudié dans le passé. La raison est naturellement les changements énergiques des propriétés mécaniques, où plusieurs applications habituelles des élastomères ne pourraient pas être envisagées sans utilisation des charges.

Le rôle des particules de renfort est multiple. Elles permettent de favoriser la déformation plastique de la matrice environnante en raison de leur rôle de concentration de contrainte, elles génèrent de la cavitation, phénomène suivi d'une augmentation de volume dans le polymère conduisant à un plus facile écoulement de la matrice, et elles stabilisent l'élastomère déformé.

De plus, l'ajout de particules dans une matrice amorphe présente certains inconvénients. Du point de vue des propriétés mécaniques, certaines particules de renforcement diminuent la rigidité du système, limitant ainsi le domaine d'application. Par rapport aux propriétés optiques, l'élastomère résistant mal

aux ultraviolets (UV), et la transparence du système diminue au cours du temps. Certains inconvénients ont pu être évités en incorporant des particules plus complexes telles que les particules multicouches (par Exp. Avec un cœur dur et une écorce molle).

4. Les phénomènes physiques [11]

Les élastomères se distinguent par cinq grands phénomènes mécaniques macroscopiques dont les origines ne sont toujours pas clairement identifiées. Ces phénomènes sont l'effet Mullins, l'élasticité caoutchoutique, la viscoélasticité, l'amplification des déformations et l'effet Payne.

4.1. L'effet Mullins

Ce phénomène consiste en un adoucissement de la loi de comportement après une première sollicitation. Le matériau peut être considéré comme un matériau viscoélastique non-linéaire pour des déformations inférieures à la déformation maximale de la première sollicitation. Cet adoucissement fut apparemment observé pour la première fois par Bouasse et Carrière et a été longuement étudié par Mullins. Il suggéra quelques interprétations physiques de ce phénomène qui porte aujourd'hui son nom.

Une bonne description du phénomène est résumée sur la figure I.5.

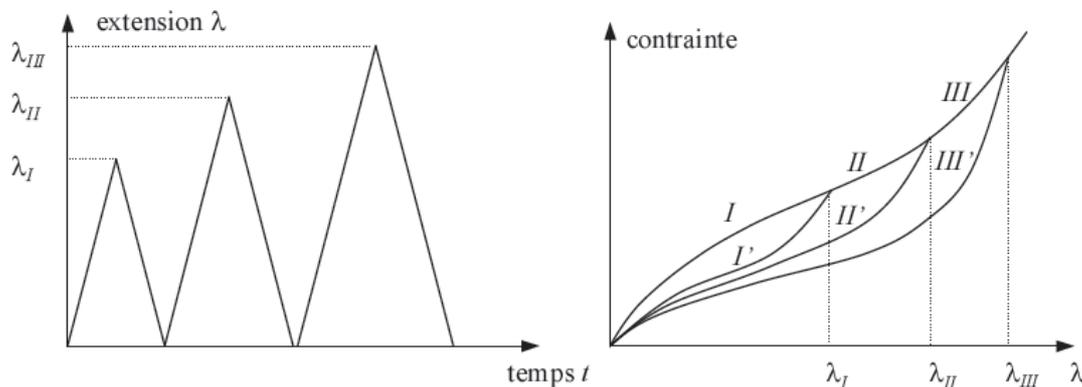


Figure I.6 : Effet Mullins

Considérons un élastomère soumis à une histoire de déformation uniaxiale quasi-statique telle que celle illustrée par le graphe de gauche de la figure I.5. Le matériau vierge de toute déformation est d'abord étiré jusqu'à une extension λI . Les contraintes correspondantes suivent alors la courbe dénotée I sur le graphe de droite de la figure I.5. La décharge à partir de l'extension λI se fait en suivant la courbe I'. Lorsqu'une deuxième charge de 0 à $\lambda II > \lambda I$ est appliquée, les contraintes suivent à nouveau le chemin I' jusqu'à $\lambda = \lambda I$ puis suivent le chemin II qui prolonge la courbe I suivant le chemin I - II - III qui est la courbe de traction dite de première charge. La deuxième décharge, à partir de l'extension λII suit le parcours II', qui est différent de I' et situé en dessous. En poursuivant le processus, la charge correspondant à l'extension jusqu'à λIII suit les courbes II' - III. Et la décharge suit le chemin III'. Les courbes et I', I I' et III' peuvent être considérées comme des courbes d'élasticité. En effet, si le matériau n'est plus jamais soumis à une extension supérieure à λIII il se comportera de manière élastique et restera sur la courbe III'.

Mullins a démontré que les caoutchoucs recouvraient partiellement ou totalement leur comportement d'origine de façon lente (plusieurs jours) à température ambiante. Néanmoins, Bueche et Mullins observèrent que le recouvrement était grandement accéléré par la température et que 50% de la raideur était recouverte après une heure à 100°C. Mullins et James et Green ont également mis en évidence que le degré d'adoucissement n'était pas identique dans toutes les directions et qu'un comportement mécanique anisotrope se développe lorsque le matériau est sollicité. L'adoucissement dans la direction perpendiculaire à l'extension est inférieure à la moitié de l'adoucissement dans la direction d'étirement.

En réalité, le phénomène présenté ci-dessus est idéalisé, et l'adoucissement n'est pas complet pendant la première charge. En fait, lors de chargements cycliques à déformation maximale constante, un adoucissement continu dans le temps est observé. Cependant 90% de l'adoucissement apparaît

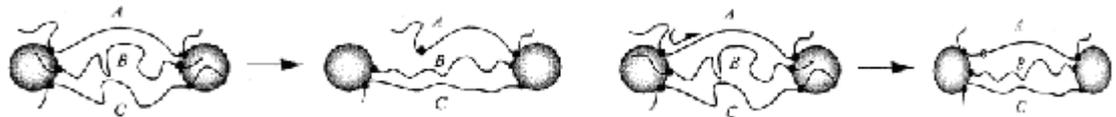
pendant le premier cycle, puis l'adoucissement se stabilise au bout de trois à quatre cycles.

Ce phénomène est observable sur l'ensemble des élastomères, mais il est plus prononcé dans les élastomères chargés que dans les caoutchoucs non-chargés. Pour cette raison il a fait l'objet de plusieurs investigations et la plupart des auteurs s'accordent pour attribuer ce caractère spécifique des élastomères à un phénomène d'endommagement.

Ainsi parmi les mécanismes micro-moléculaires qui ont été proposés pour expliquer ce phénomène, on peut citer pour les élastomères chargés (Fig. I.7):

– le modèle de BUECHE qui attribue l'effet Mullins à une rupture de chaînes entre deux charges voisines ;

– le modèle de DANNENBERG et BOONSTRAT qui propose un mécanisme de glissement de chaînes au niveau de la surface de charge.



(a) Rupture de chaînes : Modèle de Bueche

(b) Glissement de chaînes : Modèle de Dannenberg et Boonstrat

Figure I.7 Mécanismes micro-moléculaires d'assouplissement

4.2. L'élasticité non-linéaire

Un autre phénomène caractéristique des élastomères, est leur comportement quasi-statique élastique non-linéaire. En effet, l'élasticité linéaire droite est quasiment irréversible, alors que dans le cas des élastomères, un comportement élastique non linéaire les caractérise jusqu'à la rupture.

4.3. La viscoélasticité

En chargement dynamique, le comportement des élastomères s'éloigne du comportement hyperélastique du fait de l'existence de processus irréversibles. En effet, les élastomères, largement utilisés dans le domaine antivibratoire, sont connus pour leur aptitude à dissiper de l'énergie.

Ce processus se traduit par une augmentation de la température sous chargement adiabatique. Il est alors considéré viscoélastique non-linéaire, ce qui se traduit par deux types de phénomène mis en évidence par l'expérience.

Le premier est, le fluage sous déformation constante, tel qu'il est illustré sur la figure I.8. Le second, est un comportement hystérique sous chargement cyclique comme le montre la figure I.9.

Ces deux types de comportement viscoélastique se combinent en général et un chargement cyclique répété présentera une réponse dont la boucle d'hystérésis se décalera vers le bas.

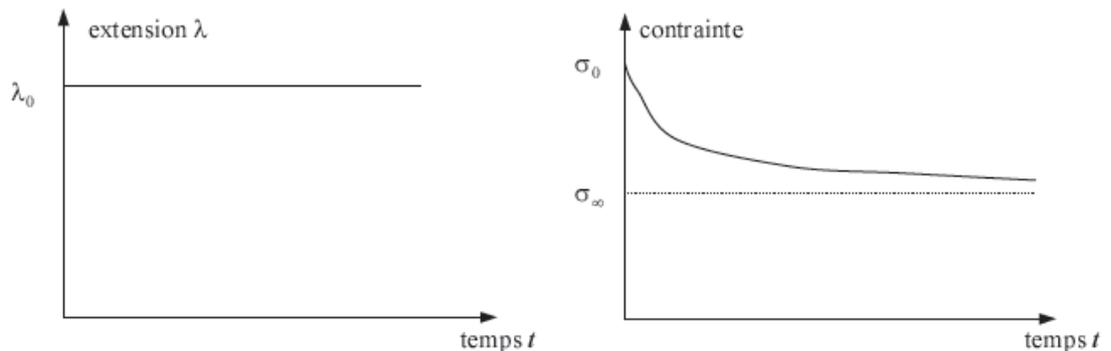


Figure I.8 : Phénomène de relaxation

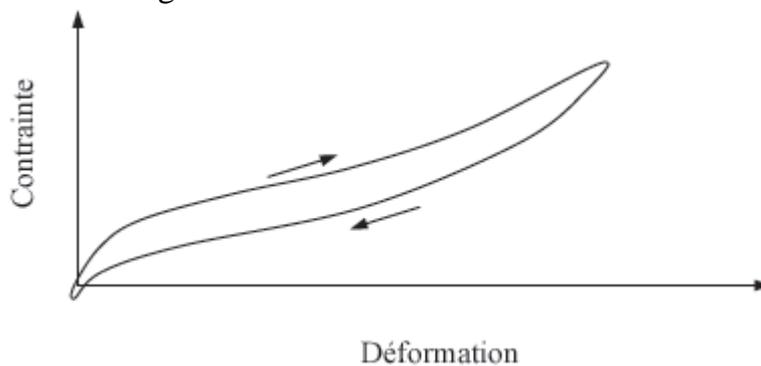


Figure I.9 : Courbe d'hystérésis d'un élastomère

4.4. L'amplification des déformations

La présence des charges dans l'élastomère peut provoquer des amplifications de déformation par effet composite.

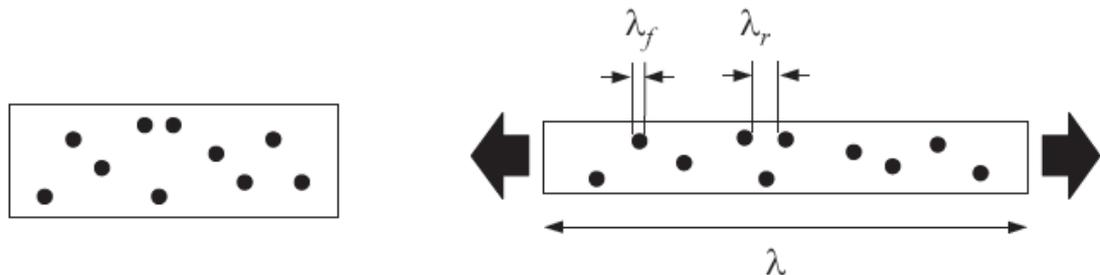


Figure I.10 : Phénomène d'amplification de déformation

La plupart de ces théories dérivent des travaux d'Einstein sur les particules en suspension dans un liquide. Elles considèrent que les déformations macroscopiques peuvent être décomposées en déformation de la matrice et en déformations des charges, figure I.8. Les charges (noirs de carbone) étant infiniment rigides devant la matrice polymérique, l'extension des charges λ_f (rapport de la longueur déformée sur la longueur initiale) est considérée égale à 1. La loi de comportement de la matrice étant supposée connue, trouver le comportement du matériau chargé revient à connaître les déformations réelles de la matrice (λ_r) en fonction des déformations macroscopiques λ du matériau chargé et du taux volumique de charge v . On peut remarquer que λ_r est nécessairement supérieur à λ puisque les charges sont considérées indéformables. Il y a donc amplification des déformations dans la matrice. Kilian et al. Proposent un modèle suivant cette approche et permettant de reproduire avec une bonne corrélation la tendance du matériau à se renforcer en fonction du taux de charges.

4.5. L'effet Payne

Le cinquième phénomène caractéristique des élastomères, que nous donnons à titre indicatif, concerne la variation du module complexe en fonction de l'amplitude de déformation et de la proportion de charges dans la matrice.

Il se manifeste dans le domaine de déformations inférieures à 100%. La matrice élastomère montre un comportement linéaire, tandis que l'introduction des charges conduit à une non-linéarité du comportement et l'apparition d'un comportement viscoélastique marqué, qui est habituellement étudié par des mesures viscoélastiques dynamiques.

L'effet Payne est très étudié dans le domaine vibratoire et il est largement accepté comme conséquence mécanique de destruction progressive du « réseau de renforcement » sous la contrainte de cisaillement.

5. Généralités sur le comportement des élastomères [2]

5.1. Description d'un élastomère

Un élastomère comme il est défini précédemment est un ensemble de chaînes de polymères linéaires ou ramifiées dont la caractéristique est de pouvoir supporter de très grandes déformations. Pour bien comprendre sa propriété fondamentale, on peut se représenter la structure à l'état brut comme la résine d'hévéa qui fournit le caoutchouc naturel et qui est obtenue en laissant s'écouler la résine par une incision dans les troncs. Ce matériau est d'abord un fluide viscoélastique non-newtonien. On peut figer cette propriété par une cuisson prolongée notamment avec du soufre. A haute température, une réaction chimique entre le polymère et le soufre permet de créer des liaisons chimiques entre les chaînes. Ces liaisons limitent leurs mouvements relatifs : le polymère perd son aptitude à s'écouler au profit d'une aptitude à supporter de grandes déformations et garde une viscoélasticité marquée. On parle d'élastomère ou de caoutchouc pour le produit obtenu.

Chaque chaîne peut s'allonger par réorganisation des liaisons entre les monomères et passer d'une situation de repos très repliée, appelée pelote statistique, à une configuration extrême où la pelote est presque complètement étendue. Ce dépliage des chaînes se fait seulement par re-conformation des liaisons entre monomères : chaque changement de conformation nécessite de franchir une barrière de potentiel. Au delà d'une certaine température, dite de transition vitreuse (notée T_g), les changements de conformation sont aisés. Le

matériau est dit dans un état caoutchoutique, il se déforme facilement. En dessous de cette température, les changements de conformation sont très difficiles. Le matériau devient vitreux. Il se déforme difficilement, ne supporte plus les grandes déformations, et son module d'Young gagne une valeur d'environ 1 000 par rapport au module dans l'état caoutchoutique.

5.2 Grandes déformations

Un élastomère est d'abord un matériau qui peut subir de très grandes déformations. Les valeurs typiques de déformations à rupture dépendent beaucoup de la matrice caoutchoutique, de la nature et quantité de charges, du taux de réticulation et de la nature des réticulations. Le tableau (I.1) fixe néanmoins quelques valeurs indicatives.

Matériaux	Déf. rupture
NR	$\varepsilon_r \simeq 1000\%$
SBR	$\varepsilon_r \simeq 600\%$
PU	$\varepsilon_r \simeq 200\%$

Tab. I.1: Quelques valeurs indicatives des déformations à rupture que l'on peut observer aux points chauds des structures pour un caoutchouc naturel, un SBR ou un polyuréthane.

On appellera module (ou module d'Young) le module du matériau, mesuré dans un essai de petite déformation, ce module est parfois appelé zéro-module. En grande déformation, il est important de bien distinguer ce module du module tangent (dont nous ne nous servirons pas pour éviter toute confusion). Le module d'Young des élastomères est de l'ordre de 10 MPa.

5.3 Incompressibilité

Nous considérerons que les élastomères chargés de charges renforçantes sont des matériaux incompressibles. Il s'agit d'une situation que l'on réalise assez facilement dans les situations de faibles pressions hydrostatiques. C'est l'une des grandes différences entre les modélisations de notre matériau et les modélisations des propergols (solides qui sont des matériaux beaucoup plus

chargés que les élastomères (par exemple 80 % en volume)). Dans le cas des propergols, ce sont la taille et la nature des charges qui induisent une compressibilité du matériau. Heulliet et Dugautier montrent que l'hypothèse d'incompressibilité n'est valable que si la pression hydrostatique n'est pas trop élevée. Pour les essais de laboratoire, cette hypothèse sera toujours vérifiée. L'incompressibilité sera souvent à l'origine de difficultés de convergence de calculs de structure dans les cas de très grandes déformations. Pour les dépouillements expérimentaux, cela demeure une hypothèse de travail commode pour caractériser l'état de déformation des éprouvettes.

5.4. Viscosité

La viscosité est la troisième propriété fondamentale de nos matériaux. Nous en avons vu une explication qualitative dans la description du matériau : la viscosité est la trace du caractère non-newtonien du fluide originel. C'est une propriété qui dépend largement de la distance de la température de sollicitation à la température de transition vitreuse. Nous nous placerons toujours à des températures assez élevées par rapport à cette température de transition, de sorte que les matériaux seront toujours dans un état caoutchoutique (soit $T > T_g + 50^\circ$). C'est près de la T_g que les effets viscoélastiques sont les plus sensibles. Cependant, sur le plateau caoutchoutique, la viscosité est faible mais existe toujours.

6. Elastomères et calcul de structure

Les élastomères sont des matériaux à comportement aux caractères fortement non-linéaires. Ces matériaux subissent des grandes déformations, leur comportement est essentiellement de nature élastique non-linéaire, voire viscoélastique.

On est obligé de travailler avec les outils fondamentaux de la mécanique, dans le cadre le plus général où les possibilités analytiques demeurent limitées, et où l'incompressibilité - pourtant si appréciable pour

analyser les résultats expérimentaux - vient parfois compliquer les modélisations numériques à mettre en œuvre.

Depuis quelques années, les classiques du comportement hyper-élastique -densité de Mooney-Rivlin ou d'Ogden- sont implantés dans les grands codes industriels. Ils permettent dans des formulations non-linéaires de tenir compte également de l'incompressibilité. Certains codes supportent aussi les calculs avec de la viscoélasticité linéaire. Le calcul de structure est fiable, robuste, parfois rapide, par exemple un calcul néo-hookéen est un calcul linéaire. Il devient possible d'aborder des thèmes de recherche jusque là cantonnés dans le domaine expérimental avec l'usage d'un code pour dimensionner, mettre au point des cahiers des charges, qui est actuellement passé dans le domaine courant.

Entre le premier calcul par éléments finis réalisé par Lindley en 1972 et les publications suivantes exploitant des résultats de calcul de structure, plus de 30 ans se sont écoulés. Il ne s'agit pas pour nous de critiquer cet état de fait. Il témoigne des grandes difficultés que l'on a pu rencontrer dans le passé pour faire du calcul numérique. Nous voulons simplement souligner que de nombreux résultats n'ont, jusqu'à ce jour, toujours pas été vérifiés ou même complétés.

6.1. Approche du comportement de ces matériaux

De nombreuses méthodes permettent, à partir de résultats expérimentaux, de proposer une loi de comportement. Les seules contraintes à respecter sont assez vagues : premier et second principes avant toute chose, objectivité ensuite... Il faut s'adapter au matériau plutôt que de vouloir le classer dans des cadres qui n'ont jamais été pensés pour lui. Ainsi, nous serons amenés à rejeter des comportements type Mooney-Rivlin, qui ne pourront jamais tenir compte d'aspects très précis et très présents dans le comportement de certains élastomères (la statistique non-gaussienne). Nous ne ferons pas de

rappel sur la théorie des grandes déformations, encore moins sur la thermodynamique.

Les grandes déformations imposent des mesures de déformations non-linéaires. Nous choisissons d'utiliser dans tout notre mémoire une description simple de la déformation :

- nous utiliserons $\bar{\bar{F}}$ le tenseur gradient de transformation, et la dilatation volumique.

$$\psi = \text{Det}(\bar{\bar{F}}) \quad I.1$$

- le tenseur des dilatations sera : $\bar{\bar{C}} = \bar{\bar{F}}^t \cdot \bar{\bar{F}}$;

- le tenseur des déformations sera le tenseur de Green-Lagrange :

$$\bar{\bar{E}} = \frac{1}{2}(\bar{\bar{C}} - \bar{\bar{I}}).$$

Dans le cas hyperélastique, il est possible de calculer les différentes mesures de contraintes duales des quantités ci-dessus. Nous utiliserons essentiellement :

1. le tenseur de Piola-Lagrange : $\bar{\bar{\pi}} = \frac{\partial W}{\partial \bar{\bar{E}}}$;
2. le tenseur des contraintes de Cauchy : $\bar{\bar{\sigma}} = \frac{1}{\psi} \frac{\partial W}{\partial \bar{\bar{F}}} \cdot \bar{\bar{F}}^t$

Dans le cas d'un matériau de comportement hyperélastique isotrope, on montre que le choix d'une densité d'énergie sous la forme :

$$W = W(I_1, I_2, I_3) \quad I.2$$

Est pertinent, avec :

$$\begin{cases} I_1 = T_r[\bar{\bar{C}}] \\ I_2 = \frac{1}{2}([T_r \bar{\bar{C}}]^2 - T_r[\bar{\bar{C}}^2]) \\ I_3 = \text{Det}[\bar{\bar{C}}] \end{cases}$$

Où T_r est l'application trace. Dans le cas des matériaux incompressibles, la dilatation volumique ne travaille pas :

$$W = W(I_1, I_2) \quad I.3$$

Il s'agit d'un cadre possible d'étude dans lequel l'isotropie et l'objectivité sont automatiquement respectées, mais ce n'est pas le seul. Ainsi, Valanis et Landel proposent plutôt de chercher les lois de comportement sous la forme :

$$W = w(\lambda_1) + w(\lambda_2) + w(\lambda_3) \quad I.4$$

Où les λ_i sont les élongations principales. L'objectivité est à vérifier par ailleurs. Il s'agit d'un cadre proposé par les auteurs aux seuls fins de dépouillements expérimentaux. Notre cheminement nous amènera à privilégier un modèle type Valanis-Landel.

Dans le cas de nos matériaux, on distingue essentiellement une méthode pour aborder le comportement :

- Les méthodes phénoménologiques essayent de rendre compte directement du comportement mécanique, soit par des approches mathématiques (hypothèse de séparabilité de Valanis-Landel, densité de Mooney-Rivlin, densité d'Ogden...), soit par des modèles rhéologiques (Arruda et Boyce par exemple).

6.2. Comportement adopté dans notre étude

La loi de comportement que nous devons utiliser est intimement liée au phénomène que nous voulons modéliser. Nous voulons nous intéresser notamment à La propagation droite de fissure, mode plus courant de fissuration, on se servant d'une méthode énergétique qui conduit à la définition d'une certaine intégrale « J » de Rice-Eshelby, dont l'interprétation est le taux de restitution d'énergie potentielle ou complémentaire. L'analyse mécanique de la propagation des fissures dans un milieu élastique a permis la modélisation de la rupture fragile.

Il faut bien constater que depuis longtemps il existe des modèles beaucoup plus complets qui peuvent avoir une incidence sur la modélisation de la propagation de fissure.

La contrepartie de ces modélisations évoluées réside dans leur complexité et notre manque d'expérience quant à leur usage. Il s'agit donc pour nous d'essayer de simplifier la modélisation et d'observer leurs conséquences sur la fissuration.

Nous imposons quelques impératifs qui vont orienter notre démarche :

1. rester dans un cadre numériquement viable : lois de comportement 3D, convergence d'un code de calcul. Il est en effet illusoire de chercher une loi de comportement à partir de laquelle des calculs analytiques sont possibles en mécanique de la rupture ;
2. ne pas chercher à faire un lien direct entre le comportement et des aspects microstructuraux.
3. profiter du point précédent pour proposer une densité d'énergie avec peu de paramètres pour simplifier la démarche d'identification. De même, limiter le nombre de variables internes.

A cette dernière contrainte vient se greffer le problème du choix des essais représentatifs, que nous souhaitons limiter en ayant directement un modèle fiable, ainsi que le problème de l'identification des paramètres du comportement.

Pour une structure fissurée comme une éprouvette lanière, l'amorçage est modélisé par des petites déformations globales et grandes déformations locales ; la propagation par des grandes déformations globales et parfois des très grandes déformations locales. L'état de déformation local est par ailleurs complexe et doit être bi-axial. Nous nous intéresserons uniquement à des éprouvettes de laboratoire planes pour lesquelles on peut faire l'hypothèse de contraintes planes.

Nous modéliserons les essais en supposant avoir atteint l'état de relaxation par une traction quasi-statique.

Enfin, notre loi de comportement ne nous permettra pas de modéliser des essais trop complexes, par exemple trop multiaxiaux. De même, elle ne sera pas exploitable pour les essais cycles.

7. Conclusion

Dans ce chapitre nous nous sommes fixés les objectifs et les limites de l'étude de la rupture des élastomères chargés. Nous allons essayer d'introduire dans la suite une analyse de la modélisation (physique) du comportement en essayant de détailler la démarche de recherche des paramètres matériau à introduire dans un code de calcul. Il ne s'agit pas pour nous de fournir une nouvelle loi de comportement, mais d'explicitier des lois déjà existantes dans le code de calcul Abaqus.

Chapitre II

Mécanique de la rupture cas des élastomères

1. Introduction

Nous abordons essentiellement la mécanique de la rupture en grandes déformations et en contraintes planes. On peut utiliser de nombreux protocoles expérimentaux pour étudier la propagation de fissure dans les élastomères. Dans un premier temps, nous montrons qu'il existe différents modes de propagation de fissure. Puis nous nous arrêtons un peu sur le plus atypique.

La méthode expérimentale usuelle d'étude de la propagation de fissures dans les élastomères consiste, à évaluer la propagation d'une fissure et à la reporter sur un graphique en fonction d'une quantité caractéristique de l'énergie rapportée au système - le taux de restitution d'énergie. Nous présentons d'abord la définition thermodynamique de cette grandeur, puis la définition des expérimentateurs. La confrontation des deux permet de mieux comprendre les résultats expérimentaux.

L'ensemble de cette présentation nous permet de tracer un plan d'étude de la propagation des fissures dans les élastomères.

2. Observation type, présentation macroscopique [2]

Le solide sera pré-fissuré selon une direction droite que l'on prendra comme axe des abscisses (axe 1). L'axe perpendiculaire dans le plan sera l'axe des ordonnées (axe 2).

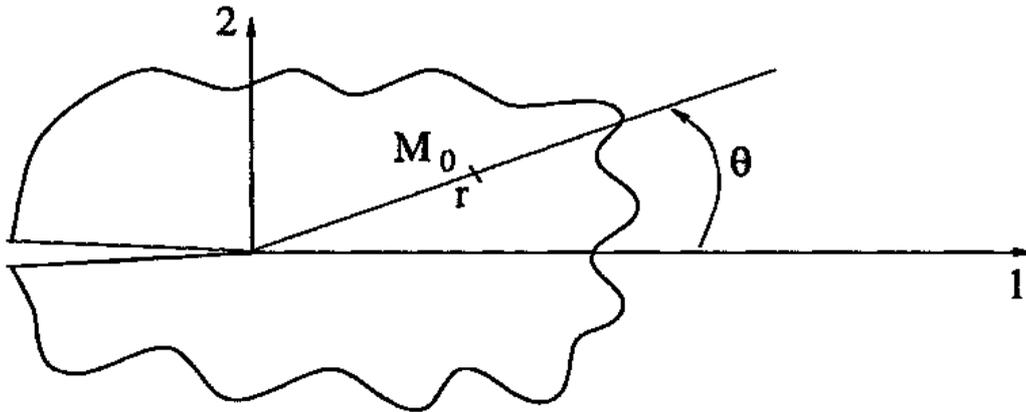


FIG. II.1: Présentation du problème. Un solide élastique fissuré est soumis à une sollicitation.

2.1. Test Classique

On considère un élastomère chargé par du noir de carbone. Soit une éprouvette de ce matériau, dite éprouvette lanière, de longueur utile 5cm, de largeur 2cm, d'épaisseur 2mm, présentant une pré-entaille droite à mi-hauteur (voir figure II.2). Cette éprouvette est montée sur un banc d'essai de machine de traction. On réalise un essai de traction uni-axiale à température ambiante et l'on observe le déplacement pour lequel l'éprouvette rompt. Ce type de test entre couramment dans le protocole d'étude de la résistance à la déchirabilité des élastomères.

Les élastomères sont des matériaux qui peuvent supporter de très grandes déformations : le déplacement à rupture est très important et un essai peut être assez long (cela peut durer plusieurs heures), pour décrire le déroulement d'un essai de déchirabilité.

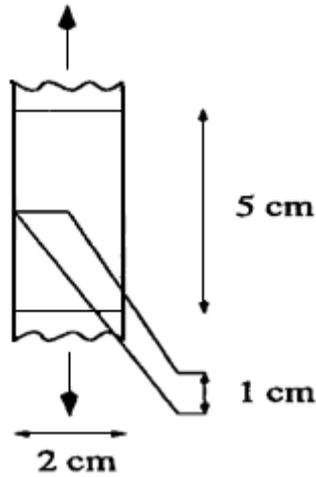


FIG. II.2:schéma de principe de l'essai de propagation de fissure sur éprouvette lanière sollicitée en traction uni-axiale.

Dans un premier temps, l'éprouvette se déforme et la fissure s'ouvre. Vers 40 % de déformation, on commence à déceler l'amorçage de la propagation par l'apparition d'une petite irrégularité en pointe de fissure. Puis, selon la vitesse, on peut observer trois déroulements types de l'essai jusqu'à la rupture.

1. Le front de fissure se propage, mais l'ouverture de la fissure reste bien symétrique. En général, la vitesse de propagation est faible et n'accélère sensiblement que lorsque le ligament devient très petit. Quand la fissure a complètement traversé le ligament, elle coupe la lanière par moitié. Chaque morceau se rétracte rapidement. Selon les matériaux, cette déformation peut aller de 50 à 250 %. Les deux morceaux d'éprouvette récupérés s'assemblent parfaitement et montrent que la propagation, vue en configuration initiale, était une propagation droite. Le graphe (II. 3) résume ce mode de déchirement.



Figure II. 3 : représentation schématique de l'évolution du fond de fissure dans le cas d'une propagation droite. Etat initial, ouverture avant amorçage et ouverture en cours de propagation [2]

2. Dans le second cas, l'ouverture de la fissure ne reste pas symétrique. On remarque aussi que le trajet de propagation semble sortir du plan initial de la pré-fissure. La rupture se produit comme précédemment après propagation lente d'une fissure jusqu'au bout du ligament. Les schémas de la figure (II. 4) montrent la légère différence avec la propagation droite.

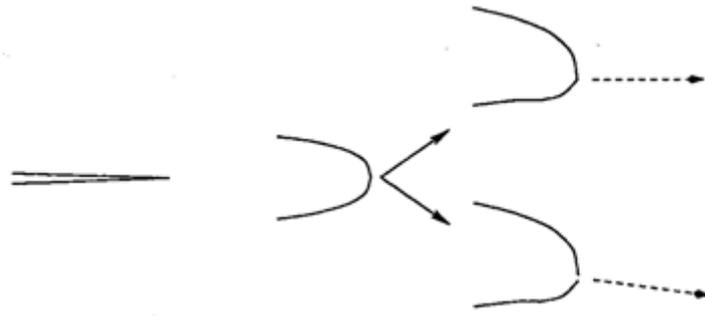


Figure II. 4 : développement d'une fissure. Tout se passe comme pour une propagation droite, mais la fissure n'est pas symétrique et le trajet de propagation peut apparaître comme dévié du plan de la pré-fissure [2]

3. Enfin, le dernier mode de propagation est le plus caractéristique. Après l'amorçage, il semble apparaître une zone plate en fond de fissure, puis deux bourrelets de matière relâchée de part et d'autre de ce front plat. Ces bourrelets se développent très lentement, tout se passe comme si l'on avait deux fissures se propageant par pelage lent dans la direction de plus grande déformation macroscopique. Les deux portions relâchées peuvent prendre une extension particulière, comme illustré par la figure

(II. 5). Enfin l'éprouvette rompt par une propagation catastrophique qui s'initie sur la partie plate du fond de fissure.

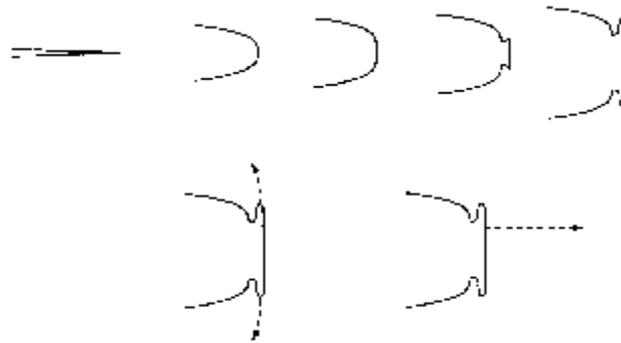


Figure II. 5 : Développement d'une propagation en moustache. Les flèches indiquent les sens de développement des fissures [2]

Ces trois modes de propagation sont rencontrés usuellement dans les caoutchoucs pneumatiques :

1. le premier cas pour les grandes vitesses de traction;
2. le second cas pour les vitesses de traction modérées ;
3. le dernier cas pour les faibles vitesses de traction.

3. Approches énergétiques [2]

L'approche énergétique est fondée sur l'expression des principes de la thermodynamique. Elle établit des conditions nécessaires que doit respecter une structure fissurée pour qu'une propagation de fissure soit possible.

3.1. Cas élastique

Dans le cas d'un matériau élastique, la fissure qui se propage est la seule source de dissipation possible. Supposons que la fissure de longueur A se propage d'une longueur δA (condition nécessaire d'étude). Dans ce cas, un bilan d'énergie donne :

$$\partial U_{ext} = \partial U_{elas} + \partial U_d + \partial U_K \quad (II. 1)$$

Avec ∂U_{ext} , U_{elas} , ∂U_d et ∂U_k quantités d'énergie apportée, stockée, dissipée et variation d'énergie cinétique pendant l'incrément de propagation. On appelle G la grandeur définie par :

$$G = \frac{\partial U_{ext}}{B\partial A} - \frac{\partial U_{elas}}{B\partial A}, \quad R = \frac{\partial U_d}{B\partial A} \quad (II.2)$$

L'équation ci-dessus devient :

$$G = R + \frac{\partial U_K}{B\partial A} \quad (II.3)$$

En l'absence de propagation, l'énergie cinétique du système est identiquement nulle. Une condition nécessaire de propagation est $\frac{\partial U_K}{B\partial A} > 0$, soit $G > R$.

La fissure ne peut être stable que si $G = R$ avec en outre $\frac{\partial G}{B\partial A} < \frac{\partial R}{B\partial A}$. On définit ainsi G comme le taux de restitution d'énergie de la structure pour une sollicitation donnée.

Le graphe (II. 6) permet de bien cerner ce qui se passe. Supposons que la longueur de fissure A soit la seule variable d'étude. Dans le cas de l'élasticité, à la date actuelle seule la longueur actuelle de fissure décrit l'état du système. On suppose que l'on peut remonter aux différentes énergies $G(A)$ et $R(A)$. Ces deux fonctions sont supposées se comporter comme sur le graphe (II. 6). En A_1 , un léger accroissement de la longueur de fissure augmente l'écart $G - R$, de sorte que la fissure accélère. Dans ce cas, A_1 n'est pas stable. En A_2 en revanche, un accroissement de A implique un ralentissement de la propagation de la fissure. Dans le cas quasi-statique qui nous occupe, où les variations d'énergies cinétiques sont toujours négligeables devant les variations de G , la fissure est stable en A_2 . Dans le cas général, la fissure ralentit en A_2 .

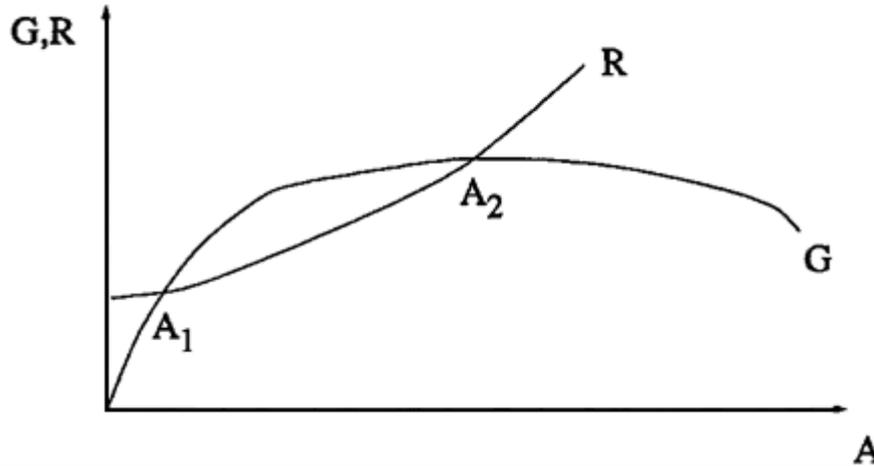


FIG. II. 6 : Un exemple qui illustre les variations possibles de G et R . On peut montrer qu'une fissure en A_2 est stable, tandis qu'une fissure en A_1 instable. [2]

L'approche thermodynamique repose sur la détermination de R . Nous ne connaissons pas de modèle phénoménologique ou physique qui permette de définir un R non-constant. Des raffinements de la présentation ci-dessus sont possibles, par exemple à partir de l'inégalité de Clausius-Duhem pour dissocier clairement les phénomènes thermiques dans le bilan, mais posent toujours le même problème crucial de la forme de R sans pouvoir y répondre. R doit-il dépendre du type de sollicitation? Si oui, peut-on prédire cette dépendance ?

Notre présentation ne fait pas référence à l'amplitude des déformations. Le cadre standard est bien entendu le cadre des petites déformations pour un matériau élastique linéaire. Dans ce cas, on peut voir notamment que l'hypothèse de rupture fragile conduit à une fissure soit stable soit qui se propage de façon catastrophique. Entre petites et grandes déformations, ce qui change est essentiellement la façon d'estimer la quantité G .

Comme nous l'avons dit précédemment, la propagation de fissure est la seule source de dissipation pour les matériaux élastiques. On suppose toujours qu'il existe une zone d'élaboration dans laquelle se crée la fissure. Cette zone est considérée comme très petite, compatible avec les dimensions du volume élémentaire, plus petit volume pour lequel le comportement du matériau est

supposé homogène. De façon habituelle, on sait que l'on peut faire un bilan d'énergie en volume en repérant la quantité d'énergie produite (ou disparue).

En mécanique de la rupture, ce bilan est réalisé par l'intégrale de Rice. Le résultat est bien connu en petites déformations. Mais il est aussi valable en grandes déformations.

En petites déformations, on définit l'intégrale de Rice par :

$$J = \int_{\Gamma} \left(W \cdot n_1 - \bar{n} \cdot \bar{\sigma} \cdot \frac{\partial \bar{u}}{\partial x_1} \right) da \quad (II.4)$$

Où Γ est une surface entourant la fissure, \bar{n} vecteur normal sortant de Γ , la fissure se propage dans la direction 1. En grandes déformations, la même intégrale est définie à partir des grandeurs lagrangiennes.

$$J = \int_{\Gamma_0} \left(W \cdot N_1 - \bar{N} \cdot \bar{\pi} \cdot \frac{\partial \bar{u}}{\partial X_1} \right) dA \quad (II.5)$$

Où Γ_0 et \bar{N} sont les homologues lagrangiens des quantités définies précédemment. Le résultat fondamental dans le cas élastique est bien sûr que :

$$G = J$$

en petites et en grandes déformations.

3.2. Cas anélastiques

Dans les cas anélastiques, la fissure n'est plus la seule source de dissipation. Par exemple, la plasticité écrête le champ de contrainte localement et s'accompagne d'une évolution de la microstructure : ce n'est plus le même matériau qui est sollicité localement et dans lequel la fissure se propage. De même la viscosité écrête le champ de déformation localement. Comme précédemment, un bilan d'énergie conduit à :

$$\partial U_{ext} = \partial U_{elas} + \partial U_f + \partial U_d + \partial U_K \quad (II.6)$$

Où ∂U_d et ∂U_f sont les quantités d'énergie dissipées dans la structure globalement et très localement en pointe de fissure, dans la mesure où ces deux quantités peuvent être distinguées.

On peut encore définir un taux de restitution noté J' :

$$J' = \frac{\partial U_{ext} - \partial U_{els}}{b \partial A} = - \frac{\partial P}{b \partial A} \quad (II.7)$$

Où P est l'énergie potentielle du système, avec d'autre part :

$$R = \frac{\partial U_f - \partial U_d}{b \partial A} \quad (II.8)$$

La propagation de la fissure est encore régie par le bilan :

$$J' = R + \frac{\partial U_K}{b \partial A} \quad (II.9)$$

Pour une structure donnée et un type de chargement donné, un critère du type $J' = G_c$ est encore plausible. Mais ce critère ne peut plus s'appliquer pour une autre structure ou une sollicitation qui modifie la dissipation volumique.

Plusieurs situations doivent être distinguées :

1. Le lieu où le comportement est anélastique est confiné en pointe de fissure. Dans ce cas, on peut penser que la dissipation engendrée par ce comportement reste caractéristique de la fissure. C'est par exemple l'échelle de la zone de dissipation évoquée en élasticité.

2. La dissipation n'est plus confinée (de taille inférieure ou égale au volume élémentaire) autour de la fissure mais reste locale (de la taille de quelques volumes élémentaires). Il existe une zone élastique qui englobe la fissure. Dans ce cas, l'intégrale de Rice est encore valable pour tout pourtour défini dans le domaine élastique et mesure alors le bilan J' .

3. Enfin, la dissipation peut être globale. C'est un cas courant en viscoélasticité pour lequel on ne sait rien dire. Il peut même se compliquer, par exemple quand une plasticité locale vient s'associer à une viscosité globale.

Il n'est pas de notre ressort de faire un bilan des méthodes utilisées dans ces cas pour rendre compte des situations rencontrées. Nous nous limiterons au cas de la viscoélasticité pour lequel, pour notre problème, on trouve une bonne unité des résultats.

3.2.1. Les modèles viscoélastiques

La définition de J ci-dessus est intéressante parce qu'elle peut être associée à un dépouillement graphique des résultats expérimentaux.

Quand la dissipation est globale (i.e. cas typique de la viscoélasticité) on comprend que la dissipation en volume existe en soi, indépendamment de la présence de la fissure. Ce qui compte, c'est ce qui reste disponible très localement pour faire propager la fissure. On modifie donc la définition de J en écrivant le bilan quasi-statique sous la forme :

$$J_2 = \frac{\partial U_{ext} - \partial U_{els} - \partial U_d}{b\partial A} \quad (II.10)$$

Avec d'autre part :

$$R = \frac{\partial U_f}{b\partial A}$$

Les méthodes développées permettent d'évaluer directement cette quantité. Une première méthode est proposée par Schapery. Elle s'adapte très bien aux matériaux viscoélastiques qui présentent une zone d'élaboration de la fissure au comportement complexe, par exemple de type crazing dans certains polymères. Le formalisme de Barenblatt permet de donner une évaluation du taux de restitution d'énergie qui régularise la contrainte dans la zone d'élaboration. Le théorème de correspondance viscoélastique permet de fournir une extension viscoélastique au calcul et d'obtenir J_2 . Schapery développe ensuite des méthodes d'approximation de J_2 et applique ses calculs avec succès à quelques matériaux aux déformations faibles à modérées. Son modèle est cependant restreint au cas de la propagation droite stationnaire.

Un modèle simplifié est proposé par Mueller et Knauss dans le cas des petites déformations. Il peut être étendu aux grandes déformations à partir d'outils analytiques. Sur le plan théorique, le modèle proposé est comparable à celui de Schapery, mais a priori beaucoup plus général. On remarque en particulier que la prise en compte des grandes déformations intervient seulement par un facteur multiplicatif et conduit aux mêmes conclusions qu'en petites déformations.

D'une manière générale, on exprime le bilan d'énergie par la formule :

$$J_2 = \alpha G f(v) \quad (II.11)$$

Avec α constante du modèle, liée au comportement, G une quantité homogène à un taux de restitution, caractéristique du chargement, f une fonction décroissante de la vitesse de fissuration. Le modèle de Mueller et Knauss montre par exemple que :

$$f(v) = \frac{1}{t} \int_0^t \left(1 - \frac{u}{t}\right) \frac{D(u)}{D(0)} du \quad (II.12)$$

Avec, $t = \delta/v$, δ taille caractéristique, D fonction de fluage du matériau.

Les modèles utilisent alors un critère de propagation simple, analogue au critère de propagation catastrophique. On suppose que la propagation a lieu si J_2 atteint une valeur critique J_c . Dans ce cas, la propagation est caractérisée par la vitesse v telle que :

$$J_c = \alpha G f(v) \quad (II.13)$$

Un artifice de présentation permet d'écrire ce critère sous la forme :

$$G_0 = \alpha' G f(v) \quad (II.14)$$

Où G_0 est le taux de restitution d'énergie à vitesse nulle. On peut montrer que dans le cas quasi-statique, le taux de restitution est astreint à rester dans

l'intervalle $\left[G_0, G_0 \frac{D(\infty)}{D(0)}\right]$. La limite supérieure n'est pas significative et devrait être évaluée par un calcul dynamique complet.

Dans le cas particulier de nos matériaux, le domaine défini par $\left[G_0, G_0 \frac{D(\infty)}{D(0)}\right]$ est très faible (par exemple $[G_0, 1.2G_0]$) : le matériau flue très peu. Or on rencontre usuellement des plages de vitesse très larges, par exemple de $10^{-10}m.s^{-1}$ à $10^{-3}m.s^{-1}$ qui correspondent à une plage de taux de restitution beaucoup plus importante que celle prédite (dans un rapport de 1 à 1 000 par exemple). On voit clairement que les modèles viscoélastiques ne peuvent pas rendre compte de telles variations de vitesse, voire que vis-à-vis des vitesses constatées, tout se passe comme si le matériau demeurait élastique.

3.2.2. Les calculs d'Andrews [2]

Andrews donne une méthode de calcul du taux de restitution d'énergie qui peut tenir compte de la nature dissipative du comportement à partir d'un calcul discrétisé sur l'ensemble des points de la structure et de la variation de leur état de contrainte pendant la propagation. Nous ne développerons pas ses calculs qui deviennent naturels voire évidents quand on utilise les calculs de structure.

Andrews montre que dans le cas général on peut découpler la contribution de la structure de celle de la sollicitation dans le calcul du taux de restitution sous la forme :

$$G = k(\lambda)W(\lambda) \quad (II.15)$$

Avec λ paramètre de chargement. De même dans le cas d'une propagation déviée d'un angle θ :

$$G(\theta, \lambda) = k(\theta, \lambda)W(\lambda) \quad (II.16)$$

Où W est la densité d'énergie et k est fonction de la structure.

4. L'Effet Mullins et phénomène d'endommagement.

Pour aborder l'effet Mullins, nous donnons sur le graphe (II. 7) le résultat d'un essai cycle de traction uni-axiale sur un élastomère chargé. Cet essai est idéalisé sur les graphes successifs (II. 7-1), (II. 7-2) et (II. 7-3).

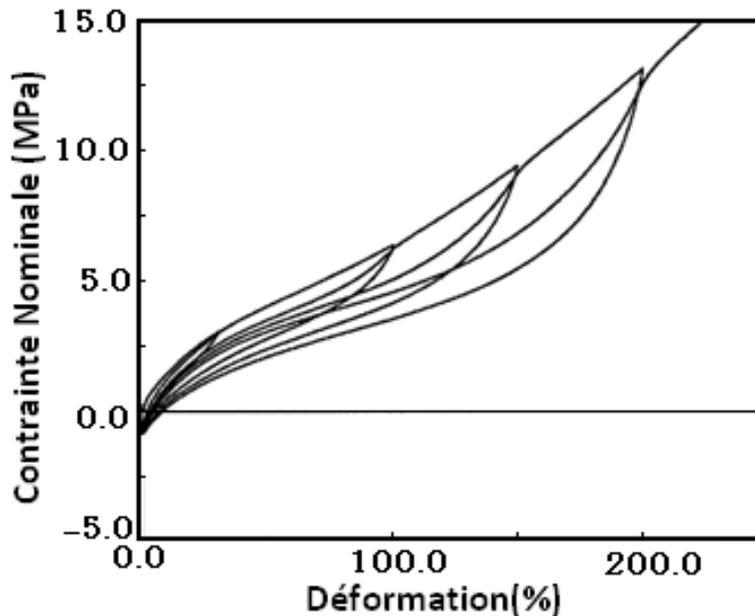


Figure. (II. 7) : Exemple d'essai de traction. Résultat d'un l'essai de traction d'un élastomère à $7.710^{-2} \text{ s}^{-1}$ [2]

Un cycle de déformation à partir de l'état naturel montre que le matériau est dissipatif. On peut montrer plus précisément qu'il y a deux formes de dissipation :

4. une dissipation visqueuse ;
5. une dissipation qui existe même pour un essai quasi-statique.

On appelle effet Mullins comme il a été défini précédemment, la dissipation obtenue sur un cycle de déformation depuis l'état naturel. Selon les auteurs, l'effet Mullins est soit spécifiquement la dissipation observée en quasi-statique, soit l'ensemble des deux dissipations ci-dessus.

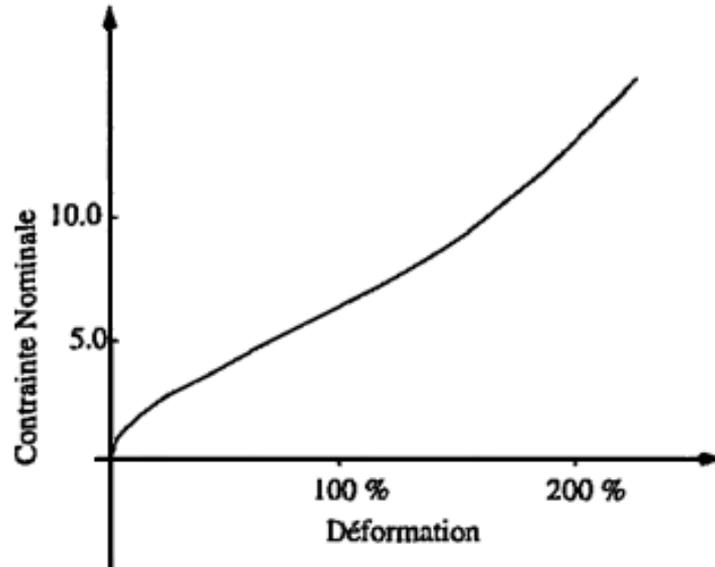


FIG. (II. 7-1) : Essai de traction [2]

Tant que l'on ne mesure pas ce qui se passe quand on décharge l'éprouvette, on voit seulement que le matériau supporte des grandes déformations. L'essai de traction uni-axial monotone est souvent réalisé seul pour déterminer une loi de comportement hyper-élastique.

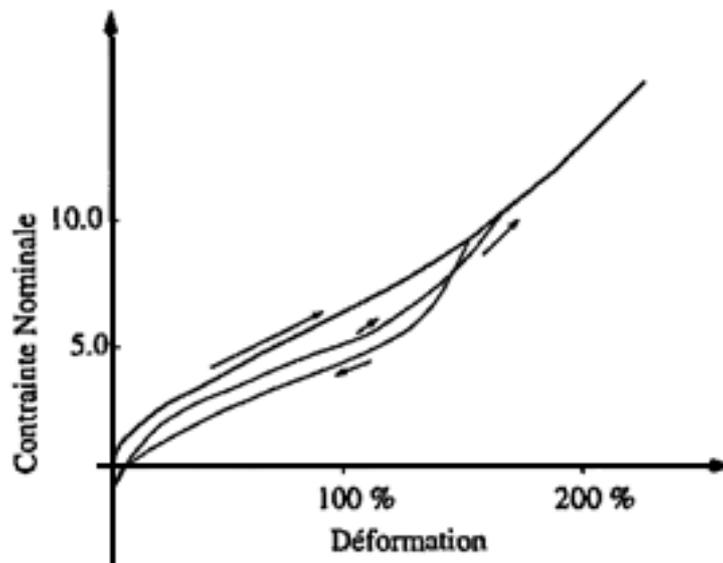


FIG. (II. 7-2) : Même essai pour la figure (II. 7-1), mais avec un cycle à 150 % de déformation. Les flèches indiquent le sens de parcours sur les courbes [2]

Sur la figure II. 7-1, l'effet Mullins apparaît quand on commence à décharger le matériau. Un effet essentiellement visqueux est visible quand on réalise une

seconde traction. Dans ce cas, on observe que si l'on dépasse la déformation maximale du précédent cycle, on retrouve rapidement la courbe de traction.

Deux formes de dissipation quasi-statique coexistent.

1. Certains matériaux ont la propriété de se cristalliser sous contrainte. Il y a toutes formes de cristallisation possible selon les polymères. Dans le cas des élastomères, ce sont par exemple les caoutchoucs naturels et certains polybutadiènes qui ont tendance à se cristalliser. Il s'agit d'une évolution de la microstructure qui s'ordonne sous traction. Cela se traduit dans le comportement par une dissipation que l'on intègre souvent à l'effet Mullins. Nous considérerons toujours des élastomères synthétiques qui ne se cristallisent pas sous contrainte : nous supposerons toujours qu'il n'y a pas de cristallisation.

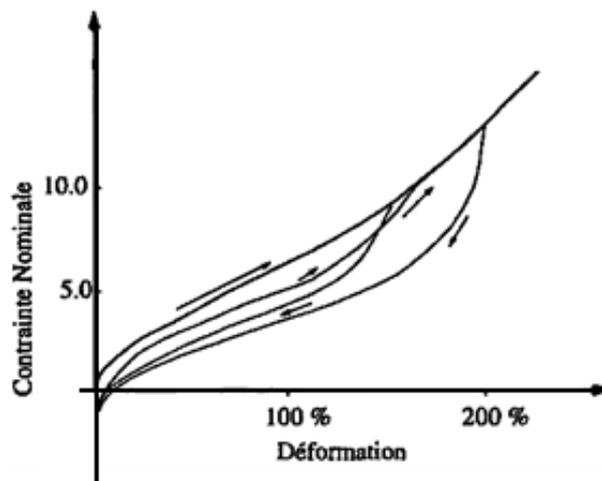


FIG. (II. 7-3) : Même essai pour la figure (II. 7-2), mais avec un second cycle. On peut montrer que la phase de décharge du second cycle est indépendante de l'existence du premier cycle [2]

La littérature fait quand même souvent référence à des caoutchoucs naturels. Il sera nécessaire parfois de prendre en compte ce phénomène. Un modèle capable de rendre compte de l'effet Mullins au sens de Kraus permet au moins phénoménologiquement de modéliser toutes les dissipations prises ensembles.

2. L'effet Mullins est aussi une caractéristique des élastomères chargés. Les études de Bueche ont permis au moins qualitativement de comprendre que le phénomène était en grande partie dû à la décohésion gomme charge sous traction.

L'effet Mullins est considéré comme un endommagement par les caoutchoutiers. Il s'agit là d'une terminologie qui ne doit pas être rapprochée de l'endommagement dans les métaux. Si le phénomène ressemble plus à de la plasticité, on conserve la notion d'endommagement pour rappeler qu'il peut correspondre localement à des ruptures de chaînes ou d'interactions physiques.

Pour bien comprendre la caractéristique de l'effet Mullins, considérons l'essai complet de la figure (II. 7). Après un premier cycle de traction, on peut réaliser un deuxième cycle. On observe alors que la contrainte nominale en traction est intermédiaire des contraintes du premier cycle en charge et décharge. Très rapidement après la fin du premier cycle, la contrainte nominale rattrape une courbe de traction qui correspond à la courbe de traction du matériau depuis l'état naturel. Une décharge redonne des contraintes plus faibles qu'à la charge par effet Mullins. On peut montrer que la deuxième décharge est bien indépendante de la première décharge. Tout se passe comme si le fait de déformer à nouveau le matériau, mais à une déformation plus grande que la déformation maximale du cycle précédent avait effacé toute trace de l'endommagement précédent. La similitude de ce résultat par rapport à la plasticité est frappante. Pourtant la dégradation de la microstructure n'est pas visible comme pour un matériau élasto-plastique.

4.1. Nature directionnelle de l'effet Mullins

On dispose d'une plaque carrée d'élastomère. Par un procédé analogue à celui décrit par Davet, on déforme la plaque d'abord dans une direction, puis dans l'autre par des essais cycles. La reproductibilité de ce type de test est vérifiée par ailleurs. Dans les essais réalisés, il s'agit d'un cisaillement pur : deux bords opposés sont étirés à vitesse constante, les deux bords adjacents

sont maintenus pour assurer une déformation nulle orthogonalement à la traction. Un cycle est réalisé jusqu'à une déformation λ_m donnée. Puis on reproduit le même type de cycle, mais sur la plaque tournée à 90° et en choisissant une déformation maximale plus ou moins grande. Si l'endommagement est isotrope, tant que la déformation maximale du second cycle n'est pas égale à la déformation maximale du premier cycle, le comportement sur le cycle doit être comme accommodé. En particulier le comportement sur la phase de décharge doit être proche du comportement sur la phase de décharge du premier cycle. On reporte sur le graphe (II. 8) un résultat de cette série d'expérience. Le premier cycle de cisaillement est réalisé avec une déformation maximale de 250 %. Le second cycle sur l'axe orthogonal est choisi avec une déformation maximale de 150 %. Seules les décharges des deux cycles sont mesurées. On peut voir sur le graphe que la courbe de décharge du second cycle ne coïncide pas avec la courbe de décharge du premier cycle. L'écart entre les deux courbes n'est pas dû à une incertitude expérimentale. Ces résultats montrent que l'endommagement dû à l'effet Mullins est un endommagement directionnel. Ce type de résultat expérimental est assez méconnu. Mullins est le premier à les avoir réalisés.

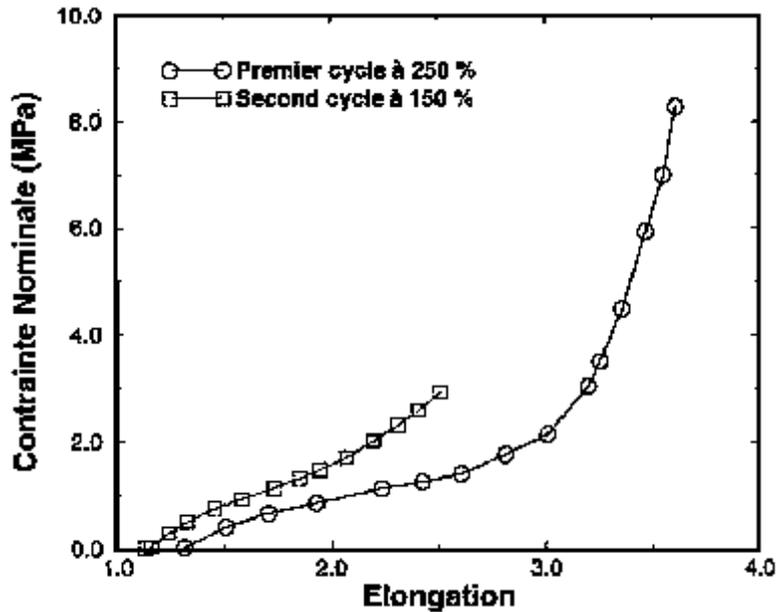


FIG. (II. 8) : Résultat de deux essais de cycle de cisaillement pur sur une plaque de caoutchouc, réalisés dans des directions orthogonales. Les déformations maximales des cycles sont choisies très différentes, celle du second cycle nettement plus faible. Ce choix permet de montrer que l'endommagement n'est pas isotrope. L'écart entre les deux courbes ne peut venir d'un flou de mesure [2]

Remarque : Si l'on suppose que l'effet Mullins est lié à un phénomène dédommagement, alors l'essai ci-dessus montre clairement que cet endommagement n'est pas isotrope.

5. Synthèse

A partir de l'approche utilisée pour l'étude de la propagation de fissure dans les élastomères, nous avons construit un modèle de propagation de fissure. Ce modèle utilise d'abord les résultats du calcul asymptotique de Geubelle et Knauss, d'autre part l'hypothèse d'existence d'un champ d'endommagement. Le cadre d'étude est un cadre semi-analytique où l'on se donne la sollicitation à l'infini, et où l'on recherche les temps successifs de rupture aux nœuds de fond de fissure.

Le schéma (II. 9) présente la façon dont s'effectue la modélisation. La variable de contrôle est le taux de restitution d'énergie, soit G dans notre analyse hyper-élastique, soit J_2 dans le cas général. G est relié au mode de

chargement par la loi de comportement, de sorte qu'il est équivalent (en hyper-élasticité) de contrôler l'une ou l'autre variable. G donne ensuite accès aux champs locaux.

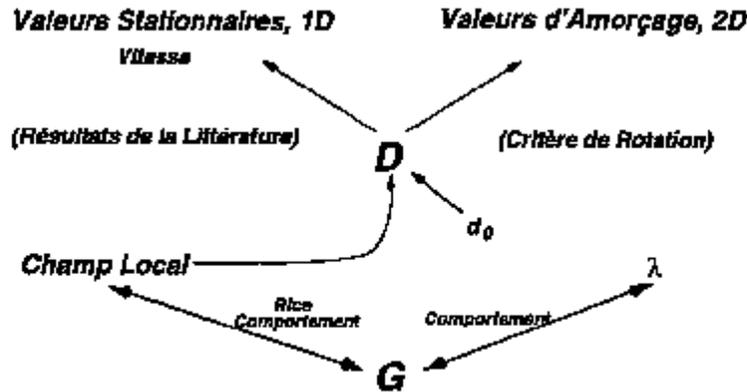


FIG. (II. 9) : Articulation du comportement et du champ d'endommagement dans le modèle simplifié de propagation de fissure.

Cette première étape est l'étape de comportement. C'est là que vont intervenir l'influence d'une accommodation ou d'autres sollicitations préliminaires dans la rupture de l'éprouvette.

Le champ de déformation local permet de calculer le champ d'endommagement dans la structure. Un champ d'endommagement initial (d_0) peut exister, par exemple comme conséquence de pré-tractions.

La littérature fait essentiellement état de résultats entre une vitesse stationnaire ou moyenne de propagation de fissure et un taux de restitution. C'est ce que nous allons étudier ici.

Avec le critère de rotation, nous pourrions regarder plus particulièrement ce qui se passe à l'amorçage, instant où le phénomène de rotation de fissure apparaît.

Le cadre proposé permet d'accéder à une distinction très claire entre l'influence d'une modification du comportement et l'évolution des propriétés intrinsèques de déchirabilité du matériau.

6. Conclusions

La mécanique de la rupture s'articule autour de trois approches : locale, énergétique et expérimentale. Dans le cas de nos matériaux, c'est l'approche expérimentale qui est essentiellement connue et développée. Elle a jusqu'à présent fait l'économie des résultats théoriques, négligeant par nécessité les phénomènes dissipatifs.

Il reste à chercher des extensions des développements asymptotiques à d'autres comportements et surtout il convient de demander plus d'informations sur les protocoles expérimentaux et les résultats obtenus.

Dans notre cas il nous semble que la tendance est à l'élaboration de comportements plus fins, de bilans plus justes et de meilleures estimations de J_c . C'est bien là le domaine d'étude et le cadre d'une approche de mécanicien. Mais le point clé de ces méthodes est l'évaluation de R . En mécanique, on ne peut pas faire autre chose que de lui donner une forme a priori ou phénoménologique ou l'obtenir comme résultat d'une mesure. R ne peut être prédit théoriquement que par une approche physique.

Chapitre III

Fonctionnement du code de calcul Abaqus

1. Introduction

L'approche numérique est aujourd'hui reconnue comme étant un outil pouvant largement faciliter la conception de pièce/produits. La généralisation de l'utilisation des outils virtuels pour l'optimisation des pièces mécaniques a été possible grâce à l'apparition de logiciels performants et flexibles. Pour mener à bien notre étude, nous avons retenu le code de calcul Abaqus. Ce choix résulte surtout d'une question d'opportunité. Dans ce qui suit nous décrivons ce logiciel, sans discuter des intérêts respectifs des codes concurrents. Nous donnons donc essentiellement la définition des quantités exigées par le code et les expressions, notamment tensorielles, qui permettent de calculer certaines grandeurs souvent exprimées sous forme incrémentale.

2. Généralités sur Abaqus [5]

ABAQUS a été développé par Hibbit, Karlson & Sorensen (HKS) (devenue ABAQUS) depuis 1978 a été amélioré au fur et à mesure pour intégrer toutes les nouveautés de la théorie et des besoins de l'entreprise, jusqu'à ce que l'entreprise soit rachetée par Dassault industries en Octobre de l'année 2005. En cette année même, Abaqus/Inc a été acquis par Dassault Systèmes et est devenu SIMULIA.

ABAQUS est avant tout un logiciel de simulation par éléments finis de problèmes très variés en mécanique. Ses types d'analyse dans le Domaines physiques sont :

- Mécanique
- Thermique
- Électrique (piézo et thermique)
- Problèmes couplés

Ainsi que les problèmes qui peuvent être simulés sont :

- Statique et dynamique
- Linéaires et non linéaires

- Dynamique des corps rigides depuis V6.1

Il est connu et répandu, en particulier pour ses traitements performants de problème non-linéaires, pour le comportement des matériaux :

- Hyper-élastique
- Plastique
- Viscoplastique
- Endommagement

Et nous offre la possibilité de programmer de nouvelles lois de comportement (en ForTran).

À partir d'un fichier de données (caractérisé par extension .inp), qui décrit l'ensemble du problème mécanique, le logiciel analyse les données, effectue les simulations demandées et fournit les résultats dans un fichier d'extension .odb.

Deux tâches à accomplir :

- générer le fichier de données : cela s'appelle aussi effectuer le prétraitement, exploiter les résultats contenus dans le fichier .odb (ou post traitement). La structure du fichier de données peut se révéler rapidement complexe : elle doit contenir toutes les définitions géométriques, les descriptions des maillages, des matériaux, des chargements, etc., suivant être effectués par d'autres logiciels. ABAQUS propose le module ABAQUS CAE, interface graphique qui permet de gérer l'ensemble des opérations liées à la modélisation

- la génération du fichier de données,
- le lancement du calcul proprement dit,
- L'exploitation des résultats.

une syntaxe précise. Il faut savoir que le prétraitement et le post traitement peuvent

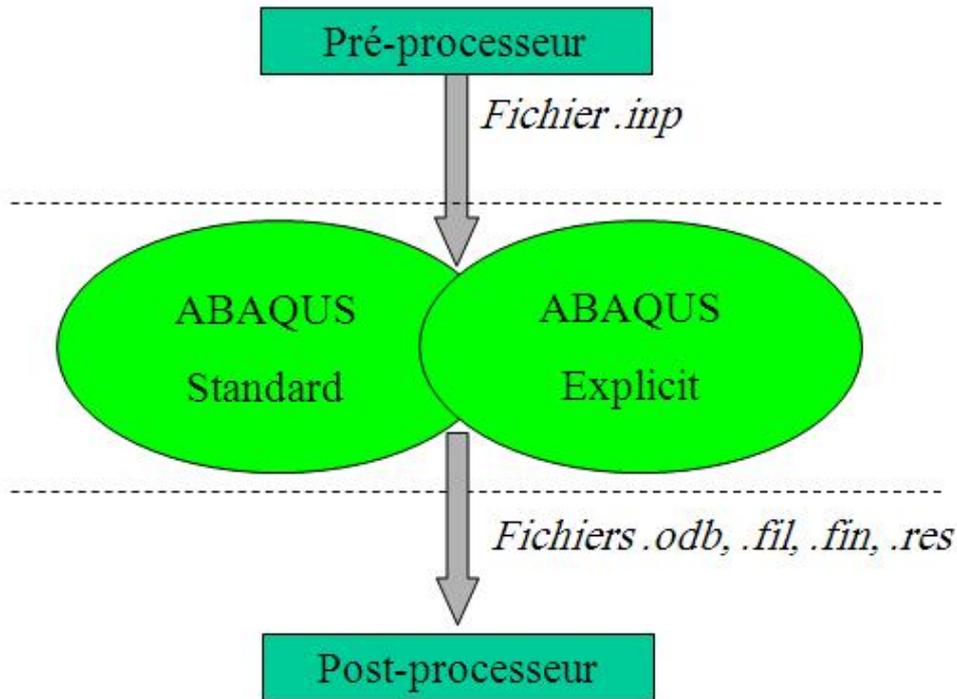


Figure (III-1) : Traitement des différents fichiers dans ABAQUS

3. Présentation du logiciel Abaqus [4]

Abaqus est un logiciel de simulation par éléments finis de problèmes mécanique. Il se compose de trois produits : Abaqus /Standard, Abaqus /Explicit et Abaqus /Cae.

- **Abaqus /CAE** constitue une interface intégrée de visualisation et de modélisation pour lesdits solveurs.

Poste traitement

- **Le solveur Abaqus /Standard** est un solveur généraliste qui recourt à un schéma traditionnel d'intégration implicite.
- **Le solveur Abaqus /Explicit** emploie un schéma d'intégration explicite pour résoudre des problèmes dynamiques ou quasi-statiques non-linéaires.

Chacun de ces produits est complété par des produits additionnels ou/et optionnels, spécifiques a certaines applications.

En raison du large spectre de ces capacités d'analyse et sa bonne ergonomie il est très largement utilisé dans les industries automobiles et aéronautiques. Il se prête bien pour l'analyse des comportements non-linéaires. Il possède une vaste gamme de lois de comportement.

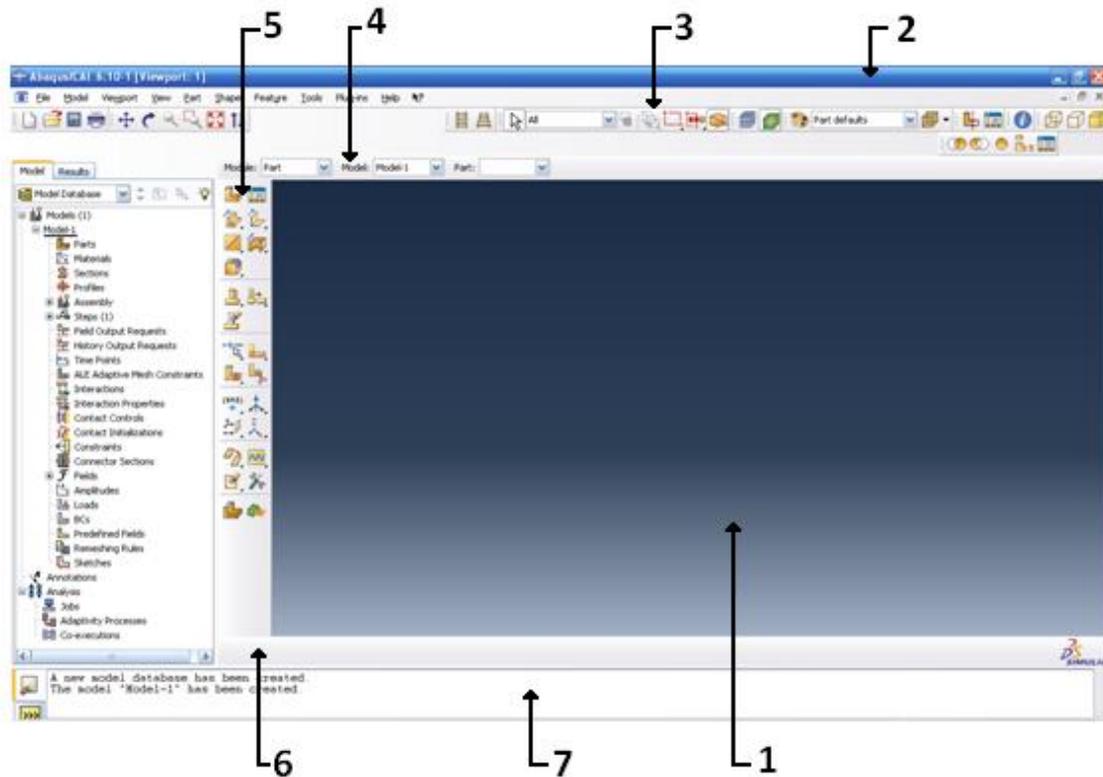


Figure (III-2) : L'interface d'Abaqus/Cae version 6.10

On retrouve dans l'interface les éléments essentiels suivant :

1. : la fenêtre d'affichage graphique.
2. : une première barre de menus en haut, ces menus sont relatifs au module dans lequel on se trouve.
3. : une deuxième barre horizontale d'outils, y sont disposées les icônes correspondant aux commandes les plus courantes, c'est-à-dire les commandes d'ouvertures et de sauvegarde de fichiers, et les commandes réglant l'affichage des vues (perspective, ombrage, zoom, rotations, etc.).

4. : une troisième barre de menus déroulant permettant d'accéder aux autres modules, ou de sélectionner le modèle ou la pièce sur lesquels on souhaite travailler.
5. : on dispose à gauche d'une colonne d'icônes permettant d'accéder aux outils disponibles à l'intérieur du module dans lequel on se trouve.
6. : l'espace juste sous la fenêtre d'affichage graphique est celui dans lequel Abaqus vous parle : les messages affichés à cet endroit sont faits pour vous guider dans l'action que vous avez entreprise.
7. : enfin, une fenêtre en dessous sur fond blanc est utilisée pour afficher des messages informatifs : réponses à des questions posées, avertissements liés à des problèmes rencontrés, etc.

4 . Comment créer un modèle dans Abaqus [4]

Ø **Dessiner le modèle** : le module **PART** permet de créer tous les objets géométriques nécessaires au problème, soit en les dessinant dans Abaqus Cae, soit en les important d'un autre logiciel de dessin.

- Dessiner le profil 2D de la forme voulue
- Le développer en 3D
- Rajouter les détails manquants.

Ø **Affecter les propriétés matériau à l'objet** : le module **PROPERTY** permet, comme son nom l'indique, de définir toutes les propriétés matérielles d'un objet géométrique ou d'une partie de ces objets

- Créer le matériau
- Créer les sections sur lesquelles appliquer es matériaux
- Affecter les matériaux aux sections correspondantes

∅ **Assembler le modèle** : le module **ASSEMBLY** permet d'assembler les différents objets géométriques créés dans un même repère de coordonnées global. Un modèle Abaqus contient un seul assemblage.

- créer les instances
- les positionner dans le repère général

∅ **Définir les pas d'analyse** : le module **STEP** permet de définir toutes les requêtes pour le post traitement. Notamment le (temps) à partir duquel une force est appliqué et jusqu'à quand, il est aussi possible de créer des forces ou des conditions limites qui s'activent à des moments données.

∅ **Créer les interactions entre les instances**: le module **INTERACTION** permet de spécifier toutes les interactions entre les différentes parties et régions du modèle, elles peuvent être de différentes natures mécaniques, thermiques ou autres. Il faut savoir qu'Abaqus ne prend en compte que les interactions explicitement définies, la proximité géométrique n'étant pas suffisantes.

- Créer les surfaces
- Définir les types de contacts
- Associer des surfaces avec des types de contact

∅ **Appliquer les conditions aux limites et les chargements** : le module **LOAD** permet de spécifier tous les chargements, conditions aux limites et champs. Il faut que les chargements et les conditions limites sont dépendants des steps, par exemple une force est appliquée au step 1 mais inactive au step 2.

- Définir les pas d'application
- Définir les types de CL ou chargement

∅ **Mailler le modèle** : le module **MESH** contient tous les outils

nécessaires pour générer un maillage éléments finis sur une pièce ou un assemblage.

- Partitionner le modèle
- Choisir les techniques de maillage
- Choisir les types de maille (éléments)
- Discrétiser le modèle
- Mailler le modèle

Ø **Créer et lancer un calcul** : une fois que toutes les tâches de définition du modèle ont été réalisées, il faut utiliser le module **JOB** pour analyser ce modèle. Abaqus va alors réaliser tous les calculs nécessaires et post traiter les résultats demandés.

Ø **Visualiser les résultats** : le module **VISUALIZATION** permet de visualiser le modèle et les résultats, les courbes de charges, les déformations...

Ø **Le module « SKETCH »** : ce module permet de créer des formes bidimensionnelles qui ne sont pas associées à un objet. Il peut être utilisé pour des extrusions par exemple.

5 . Mécanique de la rupture

Abaqus / Standard fournit les méthodes suivantes pour effectuer des études de la mécanique de la rupture:

- Début de fissures.
- La propagation des fissures.
- Éléments Ligne à ressort.
- Méthode des éléments finis étendue (XFEM).

Dans notre cas la méthode de début de fissuration est étudiée en quasi-statique en utilisant les intégrales de contour (J-Intégrale).

L'intégrales de contour peut être utilisé en 2D et 3D.

5.1 Energie et domaine d'intégral [5]

L'intégrale J est généralement utilisée dans l'analyse du taux de fractures quasi-statique pour caractériser la libération d'énergie associée à la propagation des fissures. Elle peut être liée au facteur d'intensité de contrainte si la réponse est linéaire.

En 2D, dans des conditions quasi-statiques, J peut être exprimé par :

$$J = \int_{\Gamma} \lambda(s) n \cdot H \cdot q d\Gamma \quad (III.1)$$

Où $d\Gamma$ est un élément de surface entourant la fissure, n est la normale extérieure, q est la direction locale de l'extension de fissure virtuelle. H est donnée par :

$$H = \left(W I - \sigma \cdot \frac{\partial u}{\partial x} \right) \quad (III.2)$$

Pour le comportement des matériaux élastiques W est l'énergie de déformation élastique, car le comportement du matériau élasto-plastique ou élasto-viscoplastique W est définie comme la densité d'énergie de déformation élastique, plus la dissipation plastique, ce qui représente l'énergie de déformation dans un "matériau élastique équivalent." Par conséquent, l'intégrale J calculée ne convient que pour le chargement monotone de l'élasto-plasticité des matériaux.

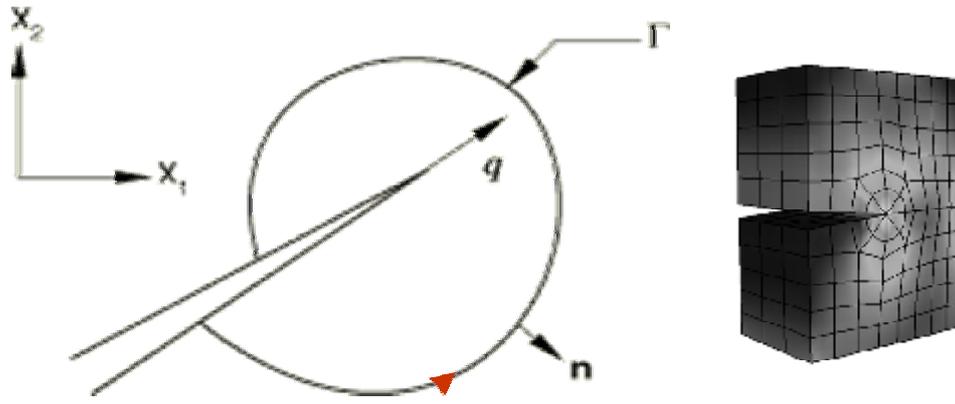


Figure (III-3) : Domaine d'intégration [5]

Donc : $H = WI - \Delta u^t \sigma$ (III.3)

Où : W : est la densité d'énergie de déformation.

σ : est le tenseur des contraintes de Cauchy.

Δu^t : est le tenseur gradient de déformation.

Avec q en direction de x_1 et les quantités exprimées en composantes matricielle, on a :

$$\mathbf{q} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \mathbf{n} = \begin{bmatrix} n_1 \\ n_2 \end{bmatrix} \quad \mathbf{H}^T = \begin{bmatrix} w & 0 \\ 0 & w \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} s_{11} & s_{12} \\ s_{21} & s_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial u_1}{\partial x_1} & \frac{\partial u_1}{\partial x_2} \\ \frac{\partial u_2}{\partial x_1} & \frac{\partial u_2}{\partial x_2} \end{bmatrix}$$

$$\text{Ainsi : } n \cdot \mathbf{H}^T \mathbf{q} = [n_1 \quad n_2] \begin{bmatrix} w & 0 \\ 0 & w \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} - [n_1 \quad n_2] \begin{bmatrix} s_{11} & s_{12} \\ s_{21} & s_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial u_1}{\partial x_1} & \frac{\partial u_1}{\partial x_2} \\ \frac{\partial u_2}{\partial x_1} & \frac{\partial u_2}{\partial x_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

En forme indicielle, nous obtenons L'expression de J-Intégrale sous la forme suivante :

$$J = \lim_{G \rightarrow 0} \int_G \left(w n_1 - s_{ij} n_i \frac{\partial u_j}{\partial x_1} \right) ds \quad (III.4)$$

$$n_1 ds = dx_2 \equiv dy$$

Avec :

Cette équation n'est pas adaptée à une analyse numérique de J, ce qui nécessite sa Transformation en un intégral de domaine.

Donc on a :

$$J = \lim_{\Gamma \rightarrow 0} \int_{\Gamma} n \cdot H^T q \, ds \quad (III.5) \quad |q| = 1$$

$$J = \int_{C+C_++\Gamma+C_-} m \cdot (H^T \bar{q}) \, ds - \int_{C_++C_-} t \cdot (\nabla u \bar{q}) \, ds \quad (*)$$

Où m: normal vers l'extérieur sur le contour fermé, $C + C_+ + \Gamma + C_-$.

$t = \sigma \cdot m$: La traction de surface au le front de fissure.

$$\bar{q} = \begin{cases} q \text{ sur } \Gamma \\ 0 \text{ sur } C \end{cases}$$

Notons que, $\bar{q} = q(x_i)q$ avec $q(x_i) = \begin{cases} 1 \text{ sur } \Gamma \\ 0 \text{ sur } C \\ \text{arbitraire ailleurs} \end{cases}$

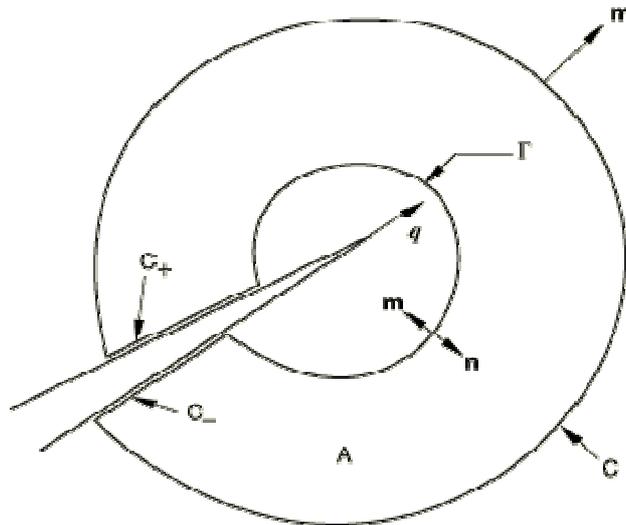


Figure (III-4). $m = -n$ Sur le contour Γ

Dérivation de l'intégrale de l'expression (*) :

$$J = -\int_C m. (H^T \bar{q}) ds - \int_{C_+} m. (H^T \bar{q}) ds - \int_{\Gamma} m. (H^T \bar{q}) ds - \int_{C_-} m. (H^T \bar{q}) ds \\ + \int_{C_+ + C_-} m. (H^T \bar{q}) ds$$

$C + C_+ + \Gamma + C_-$ ligne d'intégrale le long du contour fermé entourant la région Γ .

Soulignant que,

$$\int_{C_+ + C_-} m. (H^T \bar{q}) ds = \int_{C_+ + C_-} m. ((WI - \nabla u^T \sigma)^T \bar{q}) ds \quad \text{puisque } \sigma^T = \sigma \\ = \int_{C_+ + C_-} m. ((WI - \sigma \nabla u) \bar{q}) ds \\ = \int_{C_+ + C_-} w m. \bar{q} ds - \int_{C_+ + C_-} m. \sigma (\nabla u \bar{q}) ds \\ = -\int_{C_+ + C_-} m. \sigma (\nabla u \bar{q}) ds \\ = -\int_{C_+ + C_-} (\sigma^T \cdot m). (\nabla u \bar{q}) ds \quad \text{puisque } t = \sigma \cdot m \\ = -\int_{C_+ + C_-} t. (\nabla u \bar{q}) ds$$

En utilisation le théorème de la divergence, l'intégrale de contour devient :

$$J = -\int_A \text{div}(H^T \bar{q}) dA - \int_{C_+ + C_-} t. (\nabla u \bar{q}) ds$$

Où $\int_{C_+ + C_-} t. (\nabla u \bar{q}) ds$ contribue à l'apparition de la fissure.

Afin de définir le modèle dans ABAQUS on procède d'une manière que l'intégrale est évaluée en utilisant des éléments de couronne entourant la fissure.

Différents contours sont alors créés, pour générer un maillage suffisamment raffiner qui nous permet d'avoir des résultats avec une bonne précision, Figure (III-4).

D'abord le premier contour qui est l'élément directement reliés à la pointe de fissure, tandis que le second contour est l'élément de partage des nœuds avec le premier, etc.

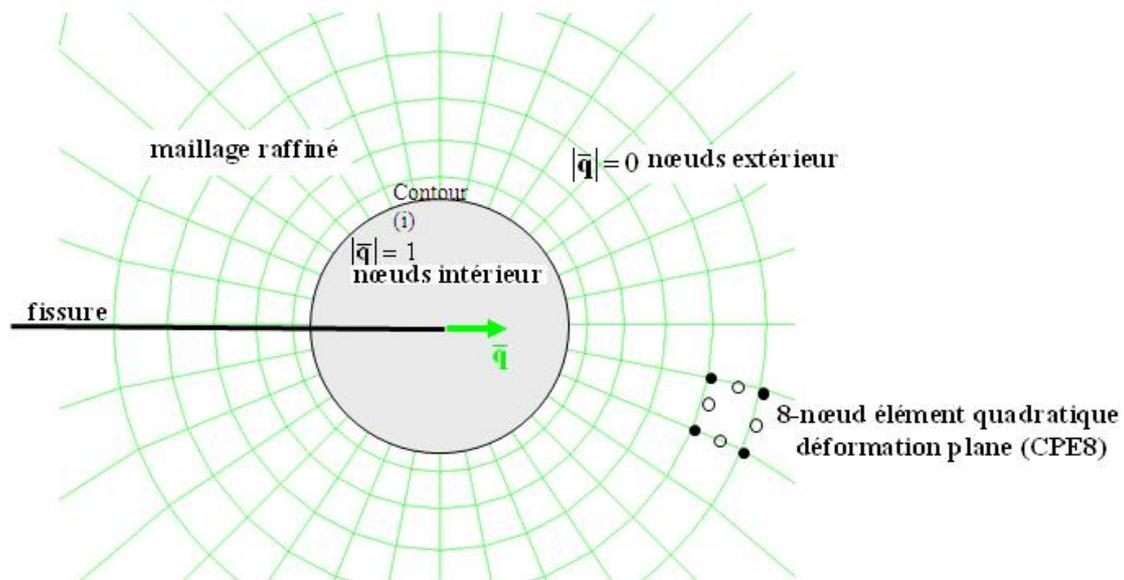


Figure (III-5). Illustration des contours d'intégrale

6. Conclusion

La simulation numérique par éléments finis des pièces et produits est aujourd'hui une réalité industrielle. Elle permet de mettre au point, les produits tout en évitant de recourir à la méthodologie expérimentale et empirique d'erreur-correction qui est beaucoup plus coûteuse. Ainsi, la modélisation de ces phénomènes permet de simuler correctement la mise en forme d'un matériau et de jouer sur certains paramètres (géométriques, rhéologiques...) afin d'optimiser le procédé. La simulation de l'endommagement dans les procédés de mise en forme a pour but de prédire et/ou de contrôler le processus de dégradation quand un endommagement significatif apparaît. Pour ce faire, les principaux phénomènes et leurs interactions doivent être correctement pris en compte.

Chapitre IV

résultats et discussions

L'utilité de notre étude réside dans la détermination du paramètre d'énergie J , qui est exprimé sous une forme multiplicative dans laquelle un facteur de calibrage est introduit afin de tenir compte des dimensions finies du spécimen. Le paramètre J , obtenu par des essais de rupture réalisés sur un spécimen de caoutchouc E.P.D.M (éthylène-propylène-diène) est comparé à l'intégrale J qui est calculée suivant un procédé des éléments finis pour les matériaux élastiques non linéaires hautement déformables.

1. Introduction [6]

L'étude de la rupture des matériaux caoutchoutique est généralement abordée en employant un élan global, caractérisé par un paramètre d'énergie J , dont la valeur critique est J_c qui contrôle le déclenchement d'une fissure préexistante. Un des avantages principaux au sujet du choix d'un tel élan est le fait que le paramètre J peut être expérimentalement évalué, indépendamment de la singularité de champ de contrainte près du bout de fissure, et il peut être numériquement calculé sans aucune difficulté.

Ce paramètre, qui est une évaluation de J -intégral du régime d'énergie potentielle, est défini par :

$$J = -[(\partial U/B. \partial a)]|_d, \quad (IV. 1)$$

Lorsque la dérivation est prise au déplacement constant. Alternativement, à une charge constante, il peut être décrit par :

$$J = [(\partial U^*/B. \partial a)]|_p, \quad (IV. 2)$$

Où U et U^* sont, respectivement, l'énergie de déformation et l'énergie de déformation complémentaire (fig. 1). (B) est l'épaisseur de spécimen, (d) le déplacement, (a) la longueur de fissure et le (p) c'est la charge appliquée.

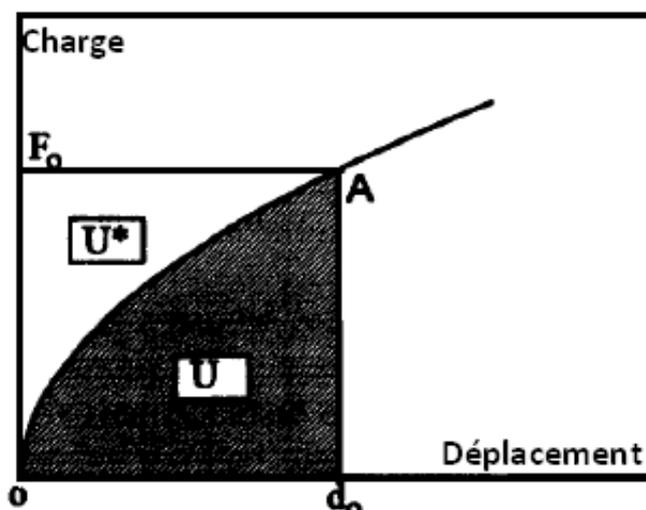


Fig.IV. 1. Schéma de définition de l'énergie dissipée U et de l'énergie complémentaire U^* [6]

Selon ces définitions, J peut être expérimentalement évalué par la procédure de plusieurs spécimens avec différent longueur de fissure.

Dans cette perspective, Rivlin et Thomas et L'approche élargie de Griffith, pour le déchirement du caoutchouc, ont exprimé l'énergie de déchirure, noté T , qui est équivalente à J , comme étant proportionnelle à la densité d'énergie de déformation (W_0), qui est exprimer par :

$$T = [dU^*/(B \cdot da)]|_p = -[dU/(B \cdot da)]|_a = 2 \cdot k(\lambda) \cdot W_0 \cdot a \quad (IV.3)$$

Dans l'éq. (IV.3), $k(\lambda)$ est une fonction du rapport d'extension λ . Cette fonction a été calculée théoriquement et déterminée expérimentalement.

Dans sa théorie généralisée de mécanique de la rupture, Andrews se termine par une représentation similaire, dans le cas d'une plaque infinie contenant une fissure, et a proposé d'exprimer J par :

$$J = 2 \cdot k(W_0) \cdot W_0 \cdot a \quad (IV.4)$$

Où $k(W_0)$ est une fonction de la densité d'énergie de déformation, (W_0) et elle est équivalente à $k(\lambda)$ puisque W_0 et λ sont particulièrement liées.

Mais pour le spécimen de laboratoire, un facteur correctif, tenant compte des effets de dimensionnement, doit être introduit.

Dans l'analogie, on a proposé une expression alternative de J dans laquelle J a été écrit comme :

$$J = 2 \cdot k(W_0) \cdot W_0 \cdot a \cdot F(a/w, a/h, \dots) \quad (IV.5)$$

Ou, sous une forme équivalente :

$$J = H(W_0) \cdot G(a/w, a/h, \dots) \quad (IV.6)$$

Dans cette expression, H est seulement une fonction de W_0 , et G est lié aux caractéristiques dimensionnelles du spécimen.

Afin d'évaluer les différentes limites de l'éq. (5), il existe une technique, dérivée du critère de séparation de charge, à partir duquel $k(W_0)$ et $F(a/w)$ sont fournis en utilisant un paramètre de séparation.

Dans ce travail, nous essayons de comparer les résultats du paramètre J , expérimentalement obtenus à partir de l'éq. (IV.5), à ceux numériquement calculés selon la méthode des éléments finis, en choisissant l'intégrale de Rice, comme une technique pour la détermination de paramètre d'énergie J .

2. Concept théorique

2.1. J-intégral de Rice [10]

Le concept de l'intégrale J a été introduit par Eshelby (1956) et développé par

Rice (1968). L'interprétation physique de cette intégrale sur un contour Γ est qu'elle vaut le taux de diminution de l'énergie potentielle stockée dans le domaine entouré par Γ lorsque la fissure croît. Elle est donnée en notation indicielle par :

$$J = \int_{\Gamma} \left(W \delta_{1j} - \sigma_{ij} \frac{\partial u_i}{\partial x_1} \right) n_j \cdot d\Gamma \quad (IV.7)$$

Où, pour rappel, la fissure est dirigée selon x_1 et W est la densité d'énergie de déformation définie par :

$$W = \int_{\Gamma} \sigma_{ij} d\varepsilon_{ij} \quad (IV.8)$$

Qui se ramène simplement pour les matériaux élastique linéaires à :

$$W = \frac{\sigma_{ij} d\varepsilon_{ij}}{2} \quad (IV.9)$$

Il est aisé de montrer que l'intégrale J est nulle sur tout contour fermé que ce soit pour les matériaux élastiques ou élasto-plastiques, en se basant sur les seules relations de compatibilité et d'équilibre. Nous déduisons de cette propriété l'indépendance de l'intégrale J sur tout contour ouvert entourant la pointe de la fissure avec l'origine du contour sur une lèvres et l'extrémité sur l'autre, à condition :

1. que les lèvres de la fissure ne soient pas chargées et
2. que la fissure soit droite selon l'axe x_1 des extrémités du contour choisi à la pointe de la fissure.

Pour prouver cette indépendance, nous considérons le contour fermé $\Gamma = \Gamma_1 + \Gamma_{C^-} + \Gamma_2 + \Gamma_{C^+}$ de la figure 2, sur lequel l'intégrale J est nulle. L'intégrale J est nulle sur C^+ et C^- car $\sigma_{ij}n_j = t_i = 0$ par la condition 1 et $n_1 = 0$ par la condition 2.

Il reste $J_{\Gamma_1} + J_{\Gamma_2} = 0$ et finalement, en considérant un contour Γ_1 , identique à Γ_1 mais parcouru dans l'autre sens, $J_{\Gamma_1} = J_{\Gamma_2}$. Cette propriété d'indépendance du chemin est importante pour calculer l'intégrale J à partir des champs de contrainte et de déplacement obtenus par une méthode numérique car elle permet d'évaluer

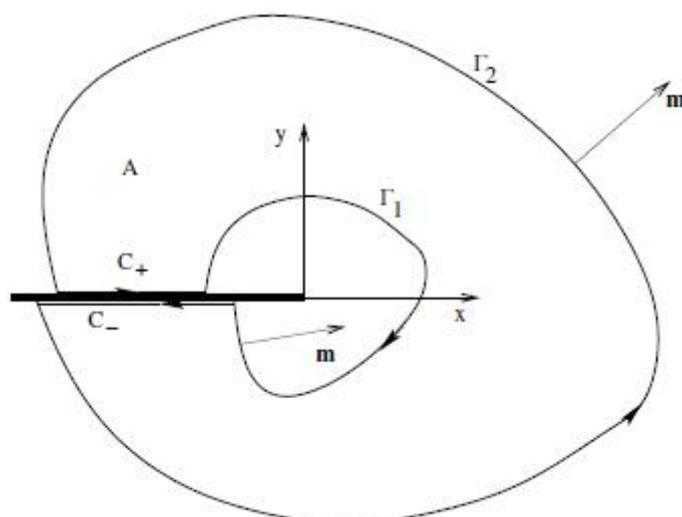


Fig.IV. 2. Intégrale J [10]

l'intégrale J sur un chemin éloigné du front de fissure où les résultats sont plus précis que ceux à proximité du front.

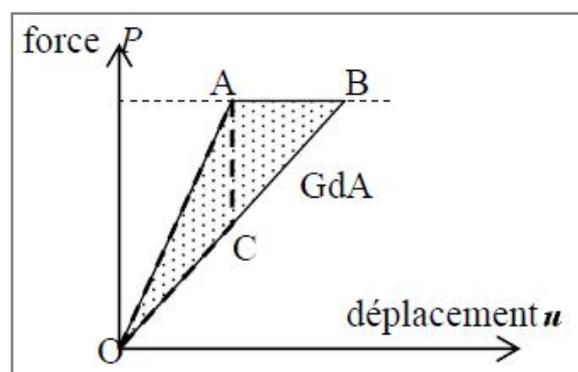
En utilisant le champ des contraintes dans la zone singulière et la loi de comportement élastique, il est possible de relier le taux de restitution d'énergie aux facteurs d'intensités de contraintes

$$J = G = \frac{K_I^2}{E^*} + \frac{K_{II}^2}{E^*} + \frac{K_{III}^2}{2\mu} \quad (IV.10)$$

Il est également possible de relier G à la complaisance C de la structure

$$\text{par : } G = \frac{P^2}{2} \frac{\partial C}{\partial A}$$

Sur la courbe Force/Déplacement ci-dessous, OA correspond à une fissure de longueur (a), et OB à une fissure de longueur (a+δa). G représente l'aire située dans le triangle OAB pour un essai effectué à charge imposée ou dans le triangle OAC pour un pilotage en déplacement imposé.

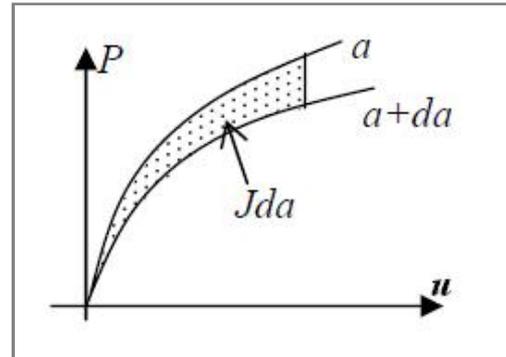


$$\text{Elasticité linéaire : } G = \begin{cases} \frac{K_I^2}{E} (1 - \nu^2) & \text{en déformations planes} \\ \frac{K_I^2}{E} & \text{en contraintes planes} \end{cases}$$

Elasticité non-linéaire :

$$J = G = -\frac{\partial W}{\partial A}$$

$$J = -\int_0^u \left(\frac{\partial P}{\partial a} \right) du = \int_0^P \frac{\partial U}{\partial a} dP$$



3. Procédure expérimentale

3.1. Spécimen

Les essais de rupture ont été réalisés en utilisant le spécimen de S.E.N.T (entaille simple non incliné) sur une machine de traction conventionnelle d'Instron sous une vitesse continue de croisillon de 10 mm/mn (fig. 5). Les dimensions caractéristiques des spécimens de S.E.N.T sont montrées dans fig. 3.

Les spécimens avec les des dimensions 200x40 mm et 3.4 mm d'épaisseur sont coupés des mêmes plaques matérielles. Les différentes longueurs de fissure sont 12, 16, 20, 24 et 28 mm ont été réalisées en utilisant une lame de rasoir.

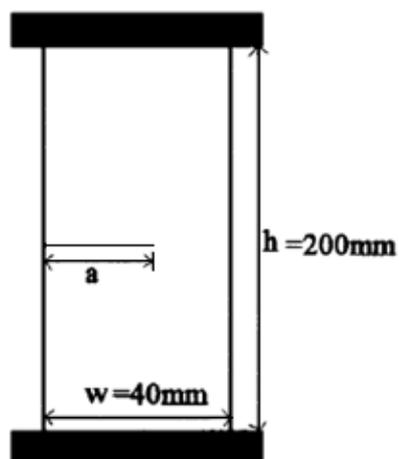
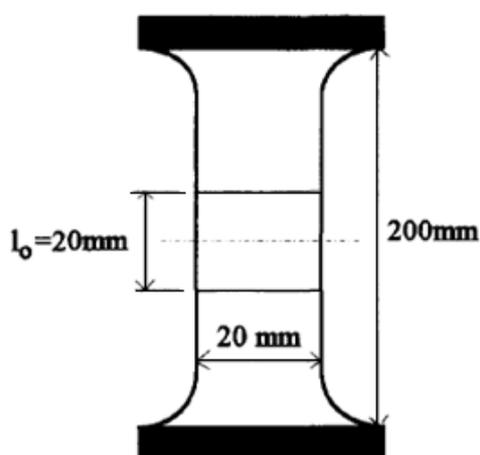
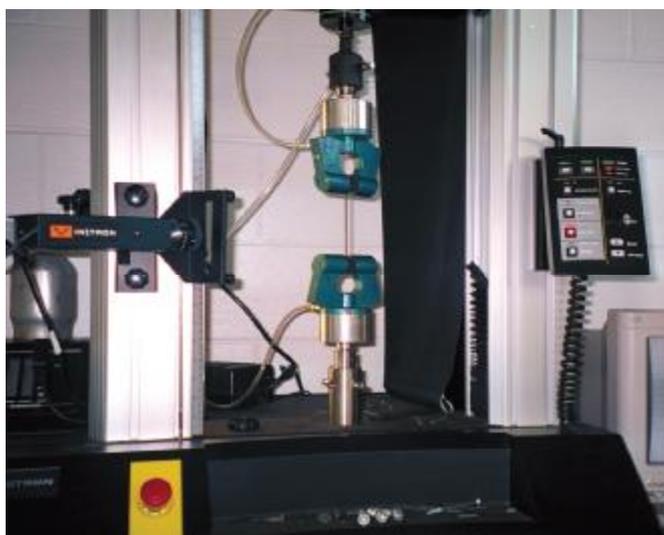


Fig.IV. 3. Dimensions caractéristiques de spécimen de S.E.N.T.



Figure,IV. 4. La géométrie de spécimen utilisée pour l'essai de traction.



Figure,IV. 5. Essai de traction sur une machine de traction conventionnelle d'Instron

3.2. Matériau

Le matériau choisi dans cette étude est un caoutchouc d'éthylène-propylène-diène (E.P.D.M), rempli de noir de charbon et réticulé avec du soufre.

Ses propriétés mécaniques sont à la charge principalement des proportions respectives de ses composants.

Autant que les élastomères, l'E.P.D.M. est généralement un matériau fortement extensible. Son comportement mécanique est en général élastique non-linéaire.

4. Analyse expérimentale

4.1. Détermination de la loi constitutive du matériau

La loi constitutive du matériau est nécessaire pour l'analyse numérique. Par conséquent, la mesure du rapport contrainte-déformation de notre matériau est fournie par des essais de traction. Afin de vérifier la validité des résultats, trois spécimens ont été testés. Les déformations ε_{eq} ont été mesurées à partir des changements de la distance L_0 entre les deux marques d'encre tracées sur la surface de spécimen (Fig. 4).

Les efforts et les contraintes équivalentes dans un essai de traction uniaxiale sont exprimés par :

$$\varepsilon_{eq} = \ln\left(\frac{l}{l_0}\right) \quad (IV. 11)$$

$$\sigma_{eq} = \left(\frac{F}{S_0}\right) \cdot \left(\frac{l}{l_0}\right) \quad (IV. 12)$$

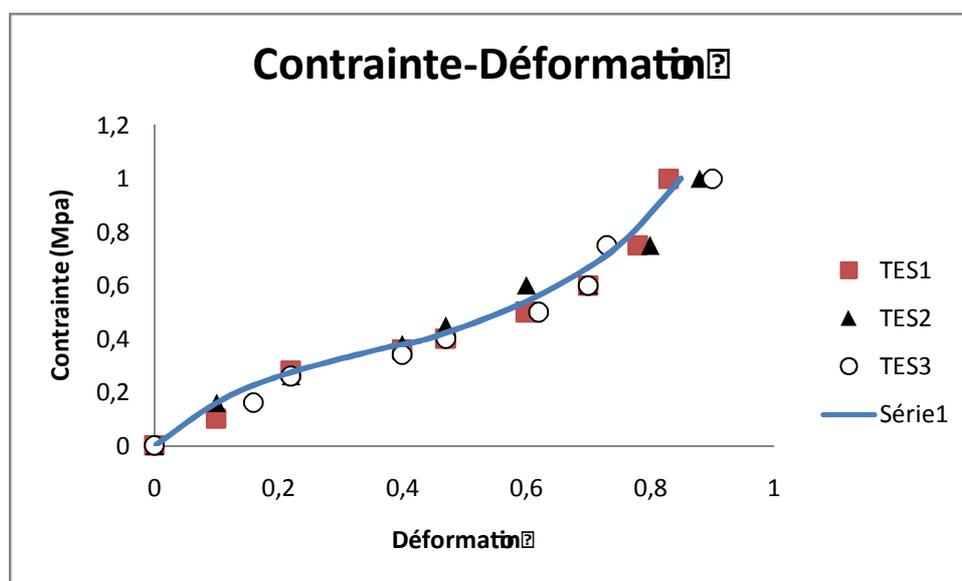


Fig.IV. 6. Relation contrainte-déformation.

Où

l_0 : la distance, dans l'état non déformé, entre les deux lignes tracées sur le spécimen,

l : la distance dans un état déformé,

S_0 : la section du spécimen dans l'état non déformé,

F : la charge appliquée.

L'évolution de la déformation en fonction de la contrainte est montrée dans fig. 6. Les valeurs discrètes des efforts équivalents et des contraintes introduits du procédé numérique, sont extraites d'une courbe moyenne schématisée par la ligne continue dans la Fig. 6.

5. Calibration des modèles hyper-élastiques

Des formes très variées de la fonction W sont rencontrées dans la littérature. Certaines ont été élaborées à partir des considérations phénoménologiques, cherchant à reproduire un point de vue purement mathématique des données expérimentales sans chercher à donner un sens physique aux constantes matérielles. D'autres physiques qui tendent à

introduire des considérations physiques sur les réseaux de chaînes ou à comparer les performances des uns par rapport aux autres.

Sans chercher à confronter les deux approches, nous présentons dans notre cas deux lois de comportement, l'une basé sur des considérations phénoménologiques (Ogden), l'autre physique (Arruda Boyce) a la fin on compare les résultats obtenu par les deux méthodes.

Le choix de ces deux méthodes et due a la compatibilité de nôtre modèle et offre de bon résultats a partir d'un seul test de caractérisation, ce qui est notre cas, comme il est montré sur la figure (IV.7).

Les coefficients sont obtenue après avoir introduit les données d'essai de traction uni-axial du caoutchouc considéré (fournie par Cooper tire and rubber pour ABAQUS) dans Abaqus et effectue une évaluation pour voir si le modèle choisis et stable ou instable pour tel ou tel type de sollicitation.

Les deux modèles choisis sont stable pour tous les types de chargement et pour notre type de sollicitation qui est uni-axial.

Les propriétés mécaniques non linéaires du matériau décrites par la loi d'Ogden_N3 sont montrées dans le tableau ci-dessus

I	MU_I	ALPHA_I	D_I
1	-1.23988527	3.63655982	0
2	0.534445207	5.48903618	0
3	1.37925326	-0.646341294	0

Tableau II.1 .Paramètres de la loi d'Ogden_N3 pour le caoutchouc

Les propriétés mécaniques non linéaires du matériau décrites par la loi d'Arruda-Boyce sont montrées dans le tableau ci-dessus :

MU	MU_0	LAMBDA_M	D
0.351423665	0.450555783	1.75358004	0

Tableau II.2 .Paramètres de la loi d'Arruda Boyce pour le caoutchouc

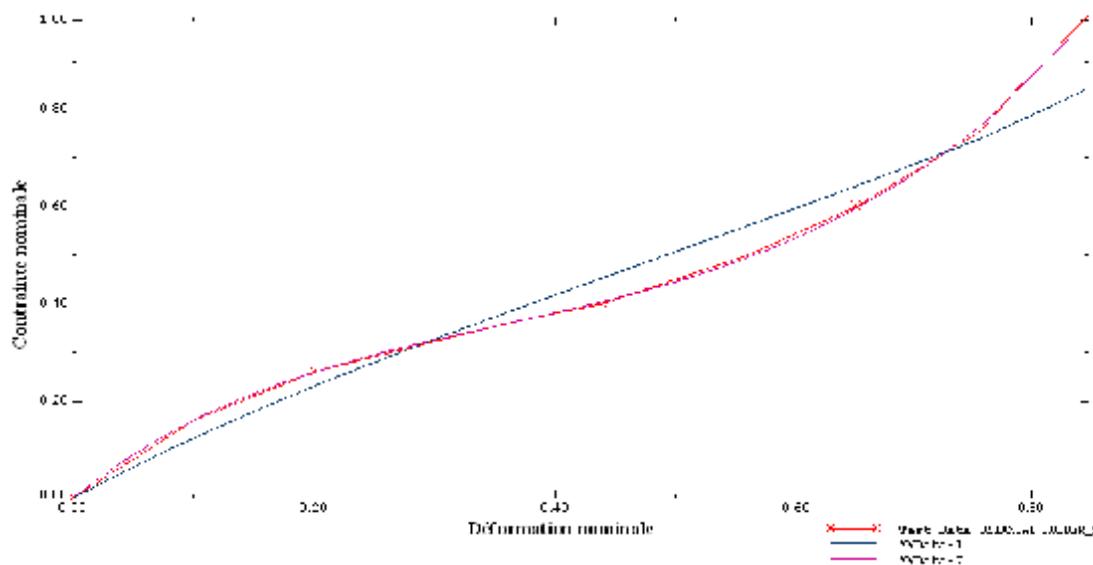


FIG. (IV. 7) : illustration de positionnement de notre modèle par rapport aux modèles d'Arruda-Boyce et d'Ogden.

Il se trouve que notre modèle coïncide avec celui d'Ogden toute au long de la contrainte nominale.

6. Modèle numérique

Le code d'élément fini « ABAQUS V 6.10 » a été employé pour l'étude numérique de ce problème. La discrétisation des spécimens a été réalisée en utilisant un maillage avec 160 éléments quadrilatéraux à huit nœuds à proximité du bout de fissure et 550 éléments triangulaires singularisant au voisinage de la fissure et 337 éléments quadrilatéraux avec huit nœuds situés loin de la fissure (voir Fig. 8) chaque nœud montre deux degrés de liberté (c.-à-d. des déplacements plane).

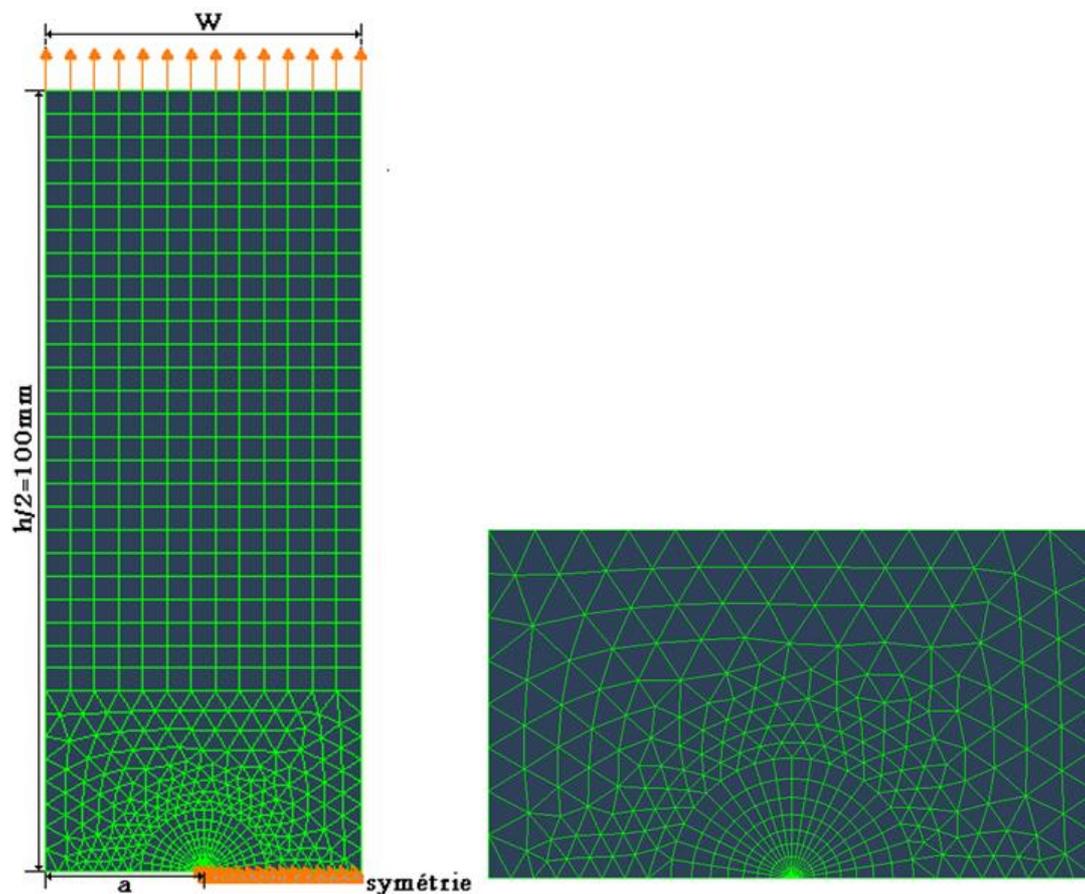


Fig.IV. 8. Zoom sur la région de la pointe de fissure

En considérant la symétrie du modèle, seulement une moitié du spécimen a été modélisée. La tension plane avec la grande contrainte et le comportement non-linéaire sont employés dans la présente étude.

On a assumé que le matériau est élastique et parfaitement incompressible. Le rapport de contrainte-déformation du matériau, qui est fourni par un essai de traction, est introduit dans le modèle numérique sous une forme des valeurs discrètes.

Le matériau est supposé quasi-hyper-élastique, homogène et isotherme.

7. Analyse numérique

Le maillage de spécimen que nous avons utilisé est composé de 887 éléments dont la taille minimale est de 1 mm à la pointe de fissure. La finesse du maillage dans cette zone est limitée afin d'obtenir pour les éléments concernés, des solutions qui restent dans le domaine défini par la relation contrainte-déformation.

La charge de spécimen est simulée en soumettant tous les nœuds situés sur le côté opposé à la surface de la fissure, à une étape de déplacement positif augmenté avec une valeur constante de 2 mm, comme il est schématisé à la Fig. 9.

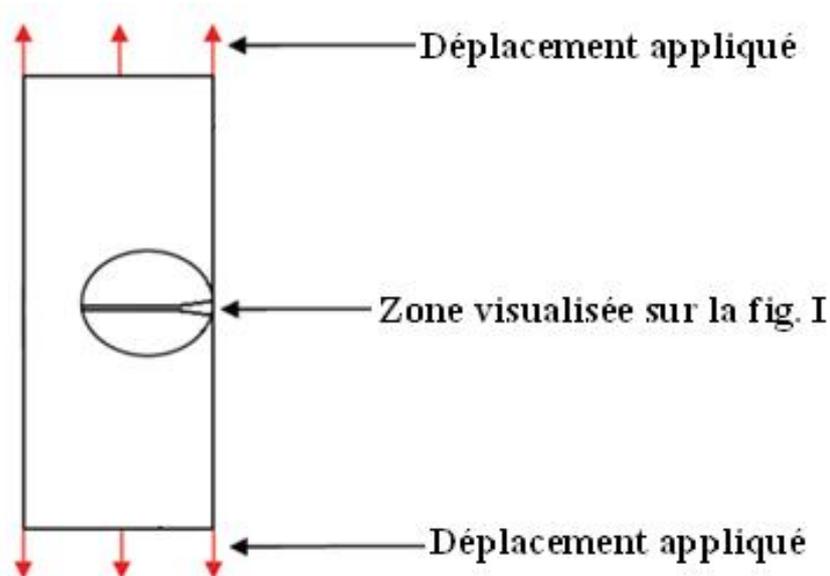
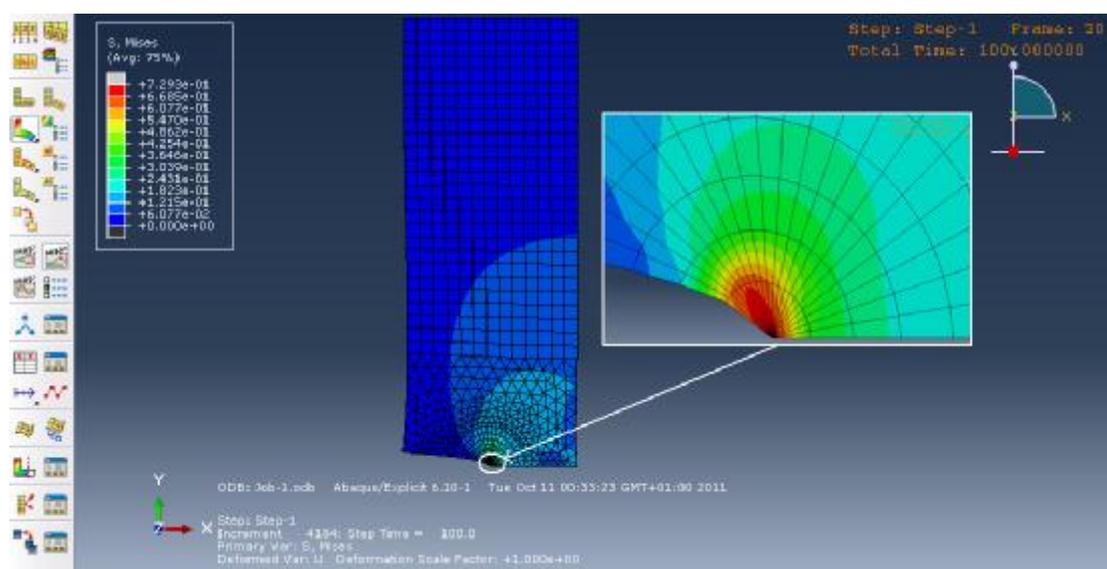


Fig.IV. 9. Conditions aux limites.

La Figure I. Présente les résultats obtenus :



Visualisation des contraintes de Von Mises au niveau de l'entaille de l'éprouvette, $W = 40$. Le critère en contrainte ou déplacement est atteint et donc la fissure commence à se tracer un chemin tout le long de l'éprouvette.

L'analyse donne les positions déformées des points nodaux de tous les éléments, leur contrainte et les déformations à travers l'éprouvette. Les composantes du tenseur de contrainte sont utilisées pour évaluer une déformation équivalente :

$$\varepsilon_{eq} = \frac{1}{\sqrt{2(1+\nu)}} \cdot \left[(\varepsilon_x - \varepsilon_y)^2 + (\varepsilon_y - \varepsilon_z)^2 + (\varepsilon_z - \varepsilon_x)^2 + \frac{3}{2} \cdot \varepsilon_{xy}^2 + \frac{3}{2} \cdot \varepsilon_{yz}^2 + \frac{3}{2} \cdot \varepsilon_{zx}^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad (IV.13)$$

Quand la contrainte équivalente est calculée, alors la déformation équivalente est rapprochée, en utilisant le rapport de contrainte-déformation. La densité d'énergie de déformation est déterminée en utilisant l'intégrale numérique suivante :

$$W = \int_0^{\varepsilon_{eq}} (\sigma_{eq} \cdot d\varepsilon_{eq}) \quad (IV.14)$$

Les contours de l'intégrale J du Rice, utilisées également pour l'intégrale de Bui, sont intersectés par des mailles à une série de points. L'intégrale totale

le long d'un tel chemin est constituée par la contribution de tous les points d'intersection et des arrangements raffinés qui sont nécessaires pour que l'interpolation numérique obtienne les solutions de champ de ces points. Dans la présente analyse, le chemin d'intégration a été choisi pour passer à travers le centre des éléments où la contrainte et la déformation équivalente sont disponibles.

Le paramètre d'énergie J peut être évalué, suivant la méthode de Watwood avec deux analyses complètes. Afin de simuler la propagation de fissure, les éléments qui se trouvent à proximité du bout de fissure (situé dans la superficie d'un rayon environ $a/2$), sont déplacés le long de l'axe de fissure pour une distance correspondant à un incrément de longueur de fissure égale à 0.01 mm. Cette procédure permet l'utilisation du même modèle de maillage pour les deux analyses, Ce qui rend l'annulation des erreurs automatique lorsque la différence d'énergie, ΔU soit calculée.

8. Résultats et discussions

8.1. Détermination expérimentale de J en utilisant une forme séparable de l'énergie de traction complémentaire.

Ce procédé qui a été bien décrit dans des travaux précédents, est basé sur la prétention que l'énergie expérimentale complémentaire U^* peut être exprimée sous une forme séparable comme :

$$U^* = H(W_0). G_1(a/w) \quad (IV.15)$$

Puis, pour une longueur de fissures de référence a_j et à la valeur W_0 constante (c.-à-d. à charge constante), le paramètre de séparation R_{ij} défini comme suit:

$$R_{ij} = \frac{U^* \left(W_0, \frac{a_i}{w} \right) \Big|_{W_0}}{U^* \left(W_0, \frac{a_j}{w} \right) \Big|_{W_0}} = \frac{H(W_0). G_1(a_i/W)}{H(W_0). G_1(a_j/W)} = \frac{G_1(a_i/W)}{G_1(a_j/W)} \quad (IV.16)$$

L'évolution de ce rapport en fonction de W_0 , qui a été calculé en utilisant les enregistrements de charge-déplacement, est illustrée dans la Fig. 9 pour une seule valeur de référence de longueur de fissure ($a_j/W = 0.5$). Il est clairement démontré que le paramètre R_{ij} de séparation est constant et par conséquent, la forme multiplicative prise pour U^* [éq. (IV.15)] semble être raisonnable.

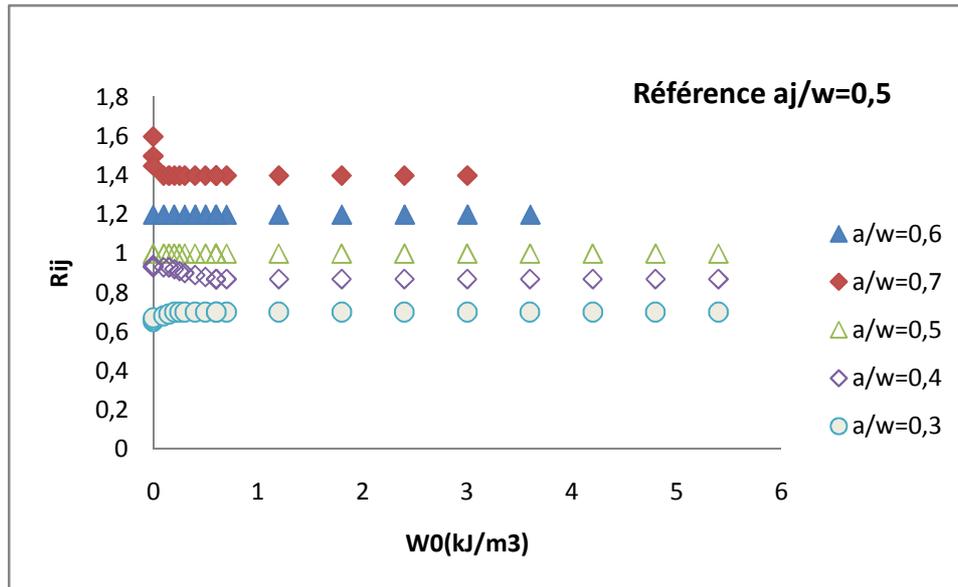


Fig.IV. 10. Séparation des paramètres R_{ij} en fonction de W_0 [6].

Les valeurs moyennes de paramètre de séparation R_{ij} , obtenues pour toutes les valeurs a_i/W et pour chaque référence a_j/W , sont alors tracées pour un ligament non fissuré b_j/W . Ce fonctionnement, indique que R_{ij} est de la forme :

$$R_{ij} = C_j \left[\frac{b_i}{w} \right]^{m_j} = C_j \left[1 - \frac{a_i}{w} \right]^{m_j} \quad (IV. 17)$$

Où C_j et m_j sont les constantes de la régression (récession) linéaire.

Considérant l'E.P.D.M, pour une géométrie donnée, le m_j se trouve constante (tableau 1) [6].

Tableau IV. 1. Valeurs des coefficients m_j [6]

a_j/W	m_j
0.3	-0.77
0.4	-0.76
0.5	-0.774
0.6	-0.782
0.7	-0.76

Ainsi, nous avons déduit que la fonction $G_1\left(\frac{a}{w}\right)$ peut être formulée par :

$$G_1\left(\frac{a}{w}\right) = \left[\frac{b}{w}\right]^m = \left[1 - \frac{a}{w}\right]^m \quad (IV.18)$$

Où m est la valeur moyenne des différentes évaluations de m_j .

Les différentes limites de l'éq. (5) sont déterminés comme suit :

$$k(W_0) = \frac{H(W_0)}{W_0} \quad (IV.19)$$

$$F\left(\frac{a}{w}\right) = \frac{1}{a} \cdot \frac{dG_1(a/w)}{2.B.da} = -\frac{m}{a.w} \left[1 - \frac{a}{w}\right]^{m-1} \quad (IV.20)$$

Notons que dans le cas du spécimen utilisé, W_0 est contrôlé et donnée par la courbe de force-déplacement.

J est alors déterminé en utilisant l'éq. (IV.5).

7.2. Valeur numérique de J

Afin de vérifier la validité du modèle numérique, les solutions numériques de charge-déplacement sont comparées aux courbes expérimentales, pour des différentes longueurs de fissure. Les résultats, présentés pour deux valeurs particulières de longueur de fissure dans la fig. 12, sont en bon accord. Ceci est d'ailleurs confirmé quand les énergies de contrainte numériques calculée en ajoutant les énergies élémentaires, sont

comparées aux courbes charge-déplacement obtenus à partir des essais expérimentaux, comme indiqué dans la Fig. 13.

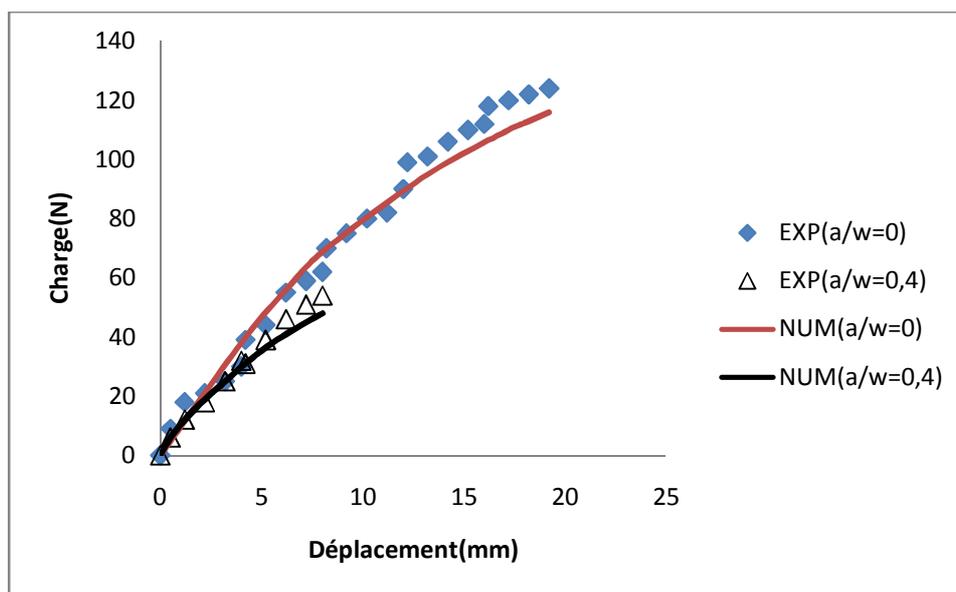


Fig.IV. 11. Courbes expérimentales et numériques de charge-déplacement.

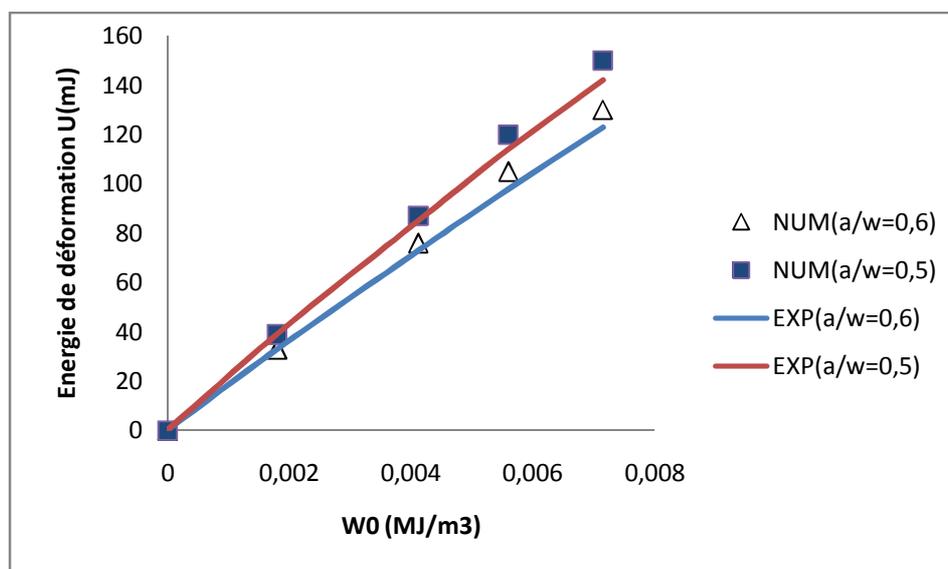


Fig.IV. 12. Énergie de déformation en fonction de la densité d'énergie de déformation.

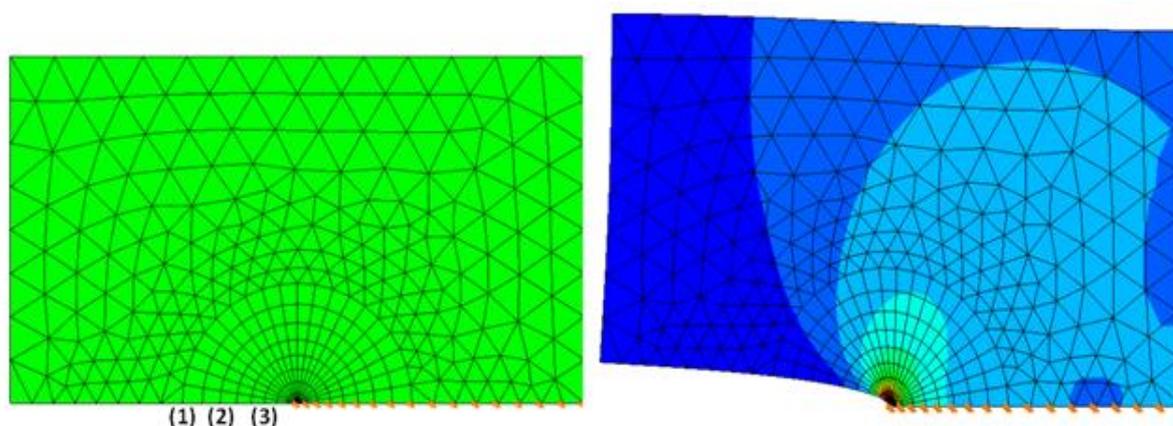


Fig.IV. 13. Exemple d'un contour d'intégrale J.

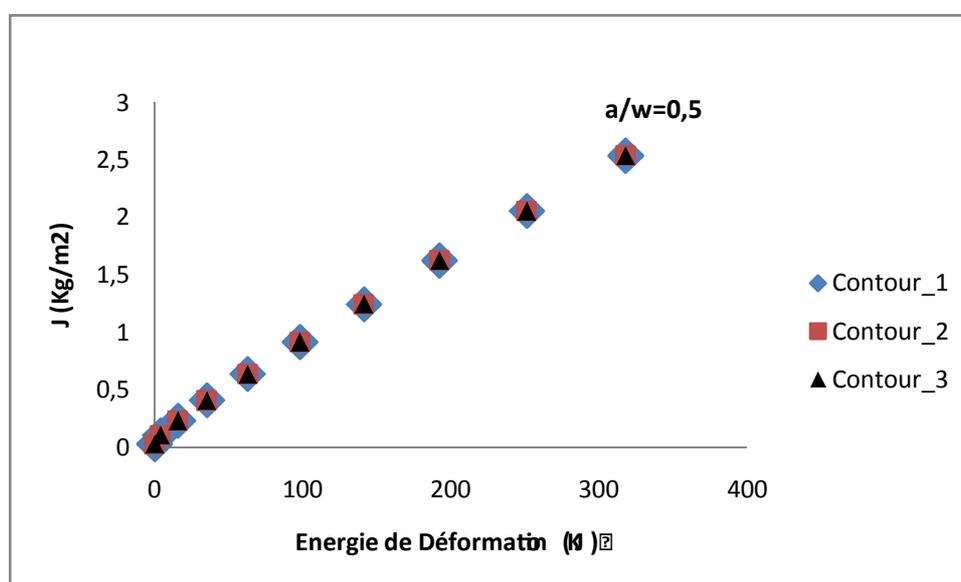


Fig.IV. 14. Intégrale J en fonction de l'énergie de déformation, pour les trois contours différents.

Les contours d'intégration sont pris loin des perturbations induites par la fissure et sont suffisamment espacées les unes des autres (fig. 14). La figure 15 montre que l'intégrale J est indépendante du contour d'intégration, ce qui confirme l'adéquation du maillage.

Les valeurs expérimentales de J-intégrante par rapport à aux déformations et avec un rapport de largeur (a/w) sont illustrées sur la Fig.16, en utilisant la méthode de multi-échantillon. On constate que les valeurs de l'intégrale J augmentent avec la contrainte et le rapport de largeur.

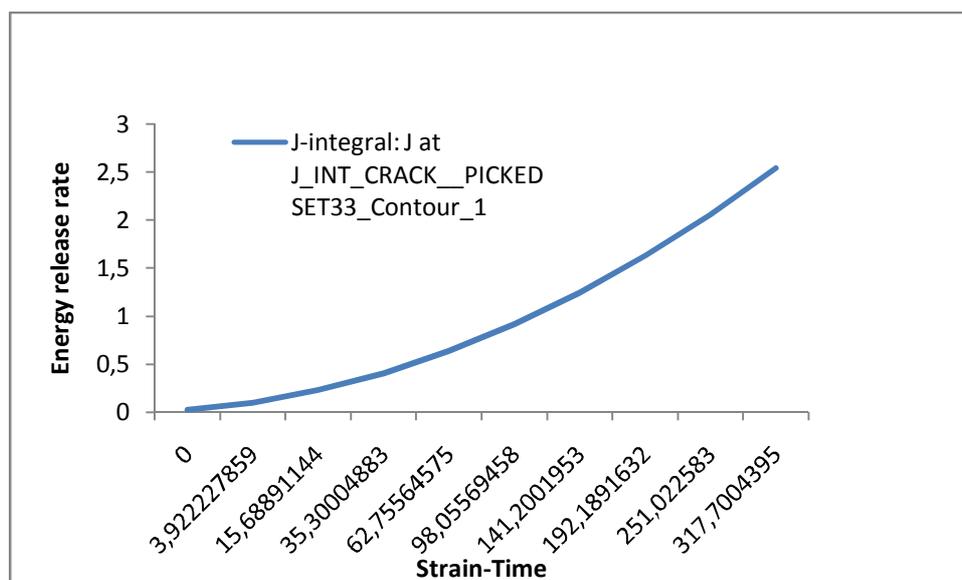


Fig.IV. 15. Valeurs numériques de J-intégrale en fonction de la déformation avec un rapport de largeur ($a/w=0,5$).

La Fig. 16, compare les valeurs expérimentaux de l'intégrale J avec ceux qui sont obtenus numériquement pour deux valeurs de rapport de largeur ($a/w = 0.1$ et 0.5).

Pour la valeur 0.1 le résultat numérique est sous-estimé par rapport au résultat expérimental pour toute la moitié des déformations à cause de la divergence des résultats obtenus. Par contre pour la valeur 0.5, le résultat numérique semble acceptable.

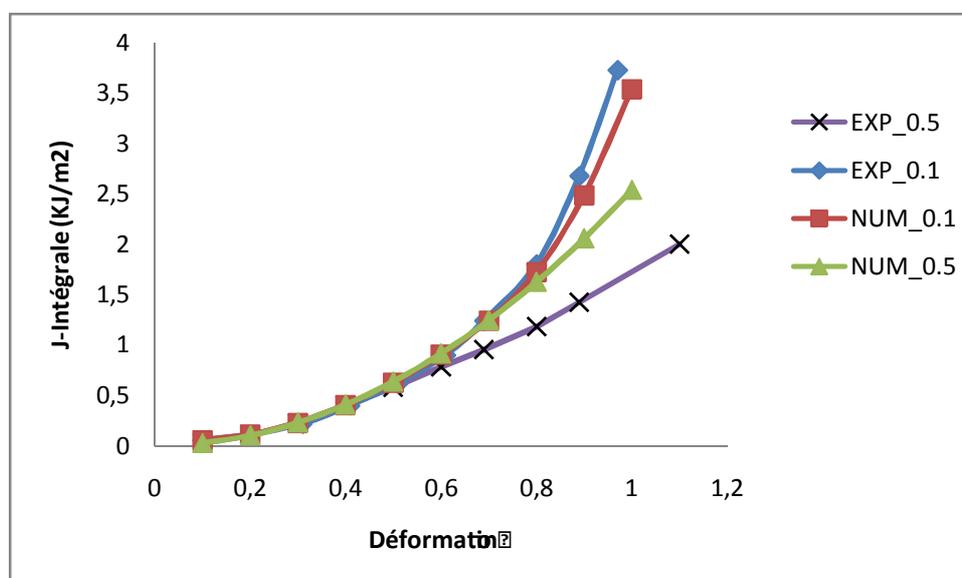


Fig.IV. 16. Valeurs expérimentales de J-intégrante comparé avec les valeurs numériques pour deux valeurs de rapports de largeur (a/w).

8.3. Identification de $k(W_0)$ et le facteur d'étalonnage $F(a/w)$

Concernant la fonction potentielle $k(W_0)$, pour chaque longueur de la fissure, les données expérimentales obtenues à partir de l'éq. (IV.19), sont tracées par rapport à la densité d'énergie de déformation, comme indiqué dans la Fig. 17. Comme on peut le voir sur cette figure, pas d'influence majeure de la taille de fissure sur k , ce qui indiquant que l'hypothèse de l'existence d'une telle fonction est pertinente.

Par ailleurs, l'évolution de cette fonction, confirme l'influence de la non-linéarité du comportement du matériau puisque k diminue d'une valeur d'environ 3.14 lorsque $W_0 \rightarrow 0$ et prend une valeur d'environ 2.6 pour les autres valeurs de la densité d'énergie de déformation.

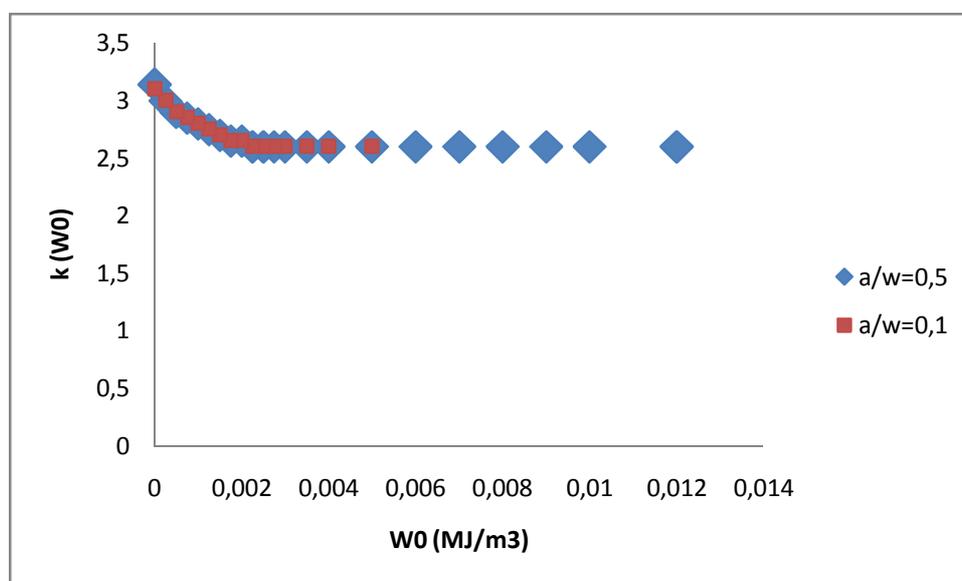


Fig.IV. 17. La fonction potentielle k , en fonction de la densité d'énergie de déformation W_0 (expérimentale). [6]

Le facteur d'étalonnage $F(a/w)$, calculé en utilisant l'éq. (IV.20), est une fonction croissante de la longueur de la fissure. Par conséquent, le paramètre d'énergie J est clairement dépendant de la dimension finie et de la géométrie de l'éprouvette. Utilisant l'éq. (IV.5) dans laquelle les valeurs expérimentales de $k(W_0)$ et $F(a/w)$ sont introduites, J est alors calculé pour des longueurs de fissure différentes, et son évolution est présentée dans la Fig. 17. Les données de J -intégrale (c'est à dire l'intégrale de Rice) qui proviennent de l'analyse numérique sont également représentées dans cette figure. Un bon accord est obtenu entre les données expérimentales et numériques lors de l'examinassions d'un spécimen profondément fissurée ($a/w > 0.5$) comme il est clairement indiqué dans la même figure, tandis que en deçà de cette limite, une surestimation des valeurs de J expérimental est mise en évidence. Cette divergence indique que la technique de séparation présente un manque de précision dans cette région.

9. Conclusion

La propagation de fissure est un phénomène dissipateur d'énergie, qui nécessite une intervention au niveau de cette dernière. En utilisant la technique de taux de restitution d'énergie pour la détermination de l'intégrale J , nous donne des résultats en bon accord avec ceux issus du calcul numérique de l'intégrale de contour.

En supposant une forme séparable de l'énergie complémentaire [éq. (IV.15)], une technique de séparation a été ajustée pour les tests de rupture. La fonction potentielle $k(W_0)$ ainsi que le facteur d'étalonnage $F(a/w)$ ont été déterminés pour permettre le calcul du paramètre d'énergie J .

Une bonne concordance a été souligné entre les valeurs expérimentales et numériques de paramètre J , lors de l'analyse d'un spécimen profondément fissuré ($a/w > 0.5$), tandis que les résultats divergent en dessous de cette limite. Cette divergence a été attribuée au facteur d'étalonnage expérimental en raison de l'imprécision de la fonction mathématique introduite pour ajuster les données expérimentales [éq. (IV.17)].

La bonne concordance qui a été observée entre l'intégrale de contour J et le paramètre d'énergie J , implique la confirmation de la validité de la forme séparable de J [éq. (IV.6)] tout au long des résultats numériques. Ce résultat est d'une grande importance, puisque il caractérise le paramètre de déclenchement de fissure J_c .

Conclusion générale

Conclusion générale

Conclusion générale

Nous avons abordé la propagation de fissures dans les élastomères chargés, essentiellement dans le cadre des essais monotones (traction).

L'originalité du sujet, la faible bibliographie sur le phénomène explique notre démarche, approfondissant un peu les particularités du comportement ou les modélisations actuelles de la propagation de fissure (outils théoriques, moyens expérimentaux, moyens numériques) pour rassembler des outils performants et essayer de faire une synthèse adaptée à l'étude de la propagation de fissure.

Ce travail, nous a permis tout d'abord de nous familiariser avec le logiciel de calcul Abaqus. Par la suite, Nous avons pu constater que l'étude de la propagation de fissure se trouve grandement compliquée par la nature complexe du comportement des élastomères. Il y a un décalage entre les résultats théoriques - approche énergétique globale - et ceux accessibles par les études expérimentales. Le modèle énergétique le plus adaptés à notre étude est le modèle élastique en grandes déformations.

Grâce à notre modélisation de l'amorçage, nous avons constaté que la conclusion la plus intéressante et la plus prometteuse est sans doute la nature mécanique du phénomène. L'analyse de nos essais permet aussi de mesurer le chemin accompli grâce à notre travail.

Soulignons que la synthèse dont ce mémoire est la trace, montre la nécessité d'aborder le comportement de ces matériaux avec des outils nouveaux et maîtrisés en les appuyant sur des expériences adaptées.

Références bibliographiques

- [1] : «OXFORD CLASSIC TEXTS IN THE PHYSICAL SCIENCES «THE PHYSICS OF RUBBER ELASTICITY» Third Edition BY L. R. G. TRELOAR. 2005.
- [2] : « Guy MARTIN BORRET. Sur la Propagation de Fissure dans les Elastomères. ECOLE POLYTECHNIQUE LMS, thèse de doctorat 2000.
- [3] : « I.CHAZZOU.L. BROWN, J. Etude expérimentale et modélisation micromécanique du comportement et de l'endommagement des élastomères renforcés. Université de Lille, thèse doctorat 2007.
- [4] : « Julien Briche. Introduction à la C A O sur le logiciel abaqus.
- [5] : « Manuel Abaqus v.10.1.
- [6] : « N. AIT HOCINE, M. NAIT ABDELAZIZ, H. GHFIRI and G. MESMACQUE
Laboratoire de Mécanique de Lille, (L.M.L.U.R.A CNRS 1441), Mécanique des Matériaux,
I.U.T (Engineering Fracture Mechanics Vol. 55, No. 6, pp. 919-933, 1996)
- [7] : «J. White, S.K. De and K. Naskar «Rubber Technologist's Handbook» Volume 2. 2009.
- [8] : «DUNOD «AIDE-MÉMOIRE SCIENCE DES MATÉRIAUX» Nouveau tirage corrigé. 2005.
- [9] : «ELSEVIE SCIENCE «Science And Technology Of RUBBER» Third Edition. 2005.
- [10] : «Marc Duflot. Application des méthodes sans maillage en mécanique de la rupture.
Université de Liège. 2004.
- [11] : «Gilles MARCKMANN. Contribution a l'étude des élastomères et des membranes soufflées.
L'Ecole Centrale de Nantes, thèse doctorat 2004.