REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

Université Mouloud Mammeri TIZI-OUZOU

Faculté du Génie de la construction

Département de Génie Civil

MEMOIRE DE MASTER RECHERCHE

Spécialité : Génie Civil

Option : Structures et matériaux

Sujet

MODELISATION DU BETON TENDU FISSURE DANS LE CALCUL EN FLEXION D'UNE ZONE EN BETON ARME

ENCADRE PAR :

Dr. S. DRIZI

REALISE PAR :

SI SALEM Abdelmadjid

-Promotion 2012-

REMERCIMENTS

Tout d’abord je remercie Dieu de m’avoir donné la patience, ainsi que la volonté et le courage de réaliser ce travail : “Al hamdou lillah” .

En premier lieu, j'adresse mes remerciements et ma reconnaissance à monsieur Saïd DRIZI, de m'avoir confié le présent sujet de recherche. Ses conseils pertinents, son dynamisme et ses encouragements continus qui m'ont aidé à mener à bien ce travail.

Je témoigne ma profonde reconnaissance a monsieur K.AIT TAHAR professeur a l’université MOULOUD MAMMERI de Tizi Ouzou, d’avoir mis a ma disposition tous les moyens pédagogique nécessaire pour réaliser ce travail.

J’exprime affectueusement mes remerciements pour ma collègue SOUAD.A pour son soutien et sa présence durant tout mon parcours, et notamment en période de stress et de doute.

Enfin, je rends hommage à mes parents et à toute ma famille et amis pour le soutien qu’ils mon donné durant toutes mes années d’étude.

DEDICACES

Je tiens à dédier ce travail aux personnes les plus chères à mon cœur, ma mère OUARDIA, mon père RABAH, mes frères Ali, Abedellah, Hakim et mes jolie sœurs Ouisa et Fatma, et sans oublie ma belle-sœur Lila, car c'est grâce à leurs soutiens que j'ai pu arriver à ce stade ; je souhaite que ce travail soit à la hauteur de tout ce qu'ils ont pu faire pour moi.

A ma famille.

A mes amis.

A mes collègues.

A tous ceux qui me sont chères.

Résumé

Dans un élément fléchi en béton armé, le béton entre les fissures contribue d'une façon non négligeable à la rigidité: c'est l'effet du « tension stiffening ». La prise en compte de cette contribution, permet une représentation convenable de la déformabilité réelle d'un élément fissuré, ainsi qu'une estimation meilleure des déplacements. L'objet principal de ce travail consiste à modéliser l'effet du « Tension stiffening » dans le calcul en flexion d'une zone en béton armé. Un outil de calcul numérique est mis en point et permet de simuler le comportement du matériau ''béton armé fissuré' en utilisant divers modèles et lois de comportement du béton tendu les plus répandues dans la littérature.

Une étude paramétrique et comparative, relative à la prise en compte de la participation du béton tendu fissuré ou non fissuré à la rigidité de l'élément, en utilisant ces différentes lois est réalisée dans le cadre de ce travail.

<u>Mots clés :</u>

Modélisation, Tension stiffening, béton tendu, fissuration, flexion, rigidité

Abstract

In a reinforced concrete element down, the concrete between cracks contributes a significantly to the rigidity: it is the effect of "tension stiffening". The inclusion of this contribution, allows adequate representation of the actual deformability of a cracked element, and a better estimate of displacement. The main purpose of this work is to model the effect of "Tension stiffening" in the calculation of flexural reinforced concrete area. A numerical tool is being developed and used to simulate the material behavior" cracked reinforced concrete, using various models and constitutive laws of concrete in tension most common in the literature.

A parametric study and comparison, on taking into account the participation of the concrete (cracked or uncracked) stretched to the rigidity of the element, using these different laws is conducted as part of this work.

Key words:

Modeling, tension stiffening, concrete in tension, cracking, bending, stiffness.

PRINCIPALES NOTATIONS

f_{c28} : Resistance caractéristique du béton a l'âge de 28 jours.

f_{tj} : Resistance a la traction du béton a l'âge j.

E_{b0} : module d'élasticité du béton à l'origine

ε_{ft} : déformation a la traction correspondant à f_{tj}

ε_{rt} : déformation correspondante a la plastification de l'acier le plus tendu

h_0 : épaisseur effective de la pièce

A_c : aire de la section en mm.

U : périmètre de la section en mm

σ_{bc} : contrainte de la fibre de béton la plus comprimé.

σ_{bt} : contrainte de la fibre de béton la plus tendu.

ε_{bc} : déformation de la fibre de béton la plus comprimé.

ε_{bt} : déformation de la fibre de béton la plus tendu.

ε_y : déformation d'une fibre située a une hauteur y, a partir de CDG de la section.

ε_0 : déformation correspondante au pic des contraintes.

ε_{cu} : déformation de rupture du béton.

ε_u : déformation ultime de l'acier.

f_e : limite élastique des aciers.

f_{bu} : résistance réglementaire en compression

σ_s : contrainte normale dans l'acier

σ_{sy} : contrainte normale de l'acier au droit de la fissure a la dernière fissure

σ_{sr} : contrainte normale de l'acier a l'apparition de la première fissure

σ_{sf} ; contrainte normale de l'acier au droit de la fissure

$\overline{EA}$: Rigidité a l'effort normal (rigidité de membrane).

$\overline{ES}$: Rigidité due au couplage flexion-effort normal

$\overline{EI}$: Rigidité a la flexion.

$[K_S]$: La matrice de rigidité sécante de la section

A : aire de la section

S : moment statique de la section /Gz

I : moment d'inertie de la section /Gz

nb : nombre de tranches horizontales dans la section du béton

na : nombre de lits d'aciers

E_{bi} : module d'élasticité sécant du béton au niveau de la tranche i

E_{aj} : module d'élasticité sécant de l'acier du lit j

A_j : aire du lit d'acier i

y_{aj} : ordonnée du lit d'acier j/Gz

ΔS_i : aire de la tranche i du béton

y_{bi} : ordonnée au niveau du milieu de la tranche de béton i/Gz

$b(y_{bi})$: largeur de la tranche de béton i

Δh_i : hauteur de la tranche de béton i

M : moment de flexion appliqué sur la section

N : effort normal appliqué sur la section

ΔM : incrémentation du moment de flexion

ΔN : incrémentation de l'effort normal

ε_g : déformation longitudinale

Φ : courbure.

LISTE DES FIGURES

LISTE DES TABLEAUX

TABLE DES MATIERES : Page

CHAPITRE III : modélisation en flexion composée d’une section en BA

CHAPITRE IV : Programmation informatique et validation

CHAPITRE V : Etude paramétrique et comparative :

ANNEXES :

CHAPITRE I : INTRODUCTION GENERALE :

I.1. Généralité

L'emploi du béton comme matériau de construction est une des plus avancées technologiques du XX^{ème} siècle. A l'état actuel, le béton de structure fait l'objet d'un nombre important de travaux scientifiques au niveau universel.
Pour des raisons favorables de son utilisation, il est connu comme un matériau capable de s'adapter aux différentes formes. A l'échelle microscopique, ce matériau composite est constitué d'une matrice cimentaire (pâte), des granulats de différentes tailles et d'eau. Chaque constituant du matériau composite présente un comportement individuel et en plus il montre une évolution aussi particulière. Pour cela, l'étude du matériau composite ''béton armé'' nécessite une intention particulière. Dans le cas d'un chargement monotone, la rhéologie des bétons change au cours de l'application de la charge externe. Dans cette phase de comportement, le béton subit des fissurations au sein de son corps. Dans ce stade, il nous semble que la présentation d'une approche qui simule le comportement du matériau composite ''béton armé fissuré'' est une nécessité primordiale.

Le développement des modèles numériques fiables peut, réduire le nombre de spécimens exigés dans les essais pour la solution d'un problème donné. Ces essais sont généralement longs et coûteux et souvent ne simulent pas exactement le chargement et ne supportent pas les états de la structure réelle.

Le développement des modèles analytiques de la réponse des structures en béton armé est une tâche très complexe et plusieurs facteurs entraînent cette complexité:

- Le béton armé est un matériau composite et qui est composé de deux matériaux avec des lois de comportement différentes. Cette différence ne concerne pas l'originalité des matériaux mais elle spécifie le même matériau lui- même, le béton présente des caractéristiques mécaniques différentes en traction et en compression.

- Le béton présente un comportement non linéaire à partir des niveaux bas de chargement. Cette non linéarité est due à plusieurs effets, tels que: l'effet de l'environnement, l'effet de fissuration, l'effet dû au comportement multidimensionnel, etc.…

- Le renforcement de l'acier et le béton d'une manière complexe grâce au phénomène d'adhérence et le couplage des agrégats.

Ces phénomènes complexes ont mené les ingénieurs dans le passé à utiliser dans la conception des structures et des constructions des formules empiriques ou semi- empiriques obtenues à partir des essais expérimentaux.

I.2. Position du problème :

Dans les méthodes classiques de calcul des structures en béton arme existantes dans la plupart des règlements, telle que le BAEL [01] et les EUROCODE [02], on néglige totalement le béton en traction. Ces calculs sont tout à fait corrects pour l'estimation de la capacité portante mais conduisent à une surestimation des déformations ; car entre les fissures, le béton tendu non fissuré contribue d'une façon non négligeable à la rigidité.

Quand les fissures se produisent dans une structure en béton armé, la force de traction, qui provoque le phénomène de fissuration, à travers ces fissures sera prise ultérieurement par les armatures tendues. Cependant dans la région de béton entre les fissures successives, la force appliquée à toute section est partagée entre l'acier et le béton proportionnellement à leurs rigidités. Cette capacité de distribuer la force de traction entre les fissures successives est appelée **« Tension stiffening »**. Ce phénomène rend le comportent des aciers plus raide que celui des armatures seules. La barre entourée du béton à un comportement plus rigide.

Dans l'analyse du comportement global d'un élément de béton armé, après la fissuration, la présence de béton tendu ne doit pas être négligée puisque le comportement d'une barre d'acier seule n'est pas le même que celui d'une barre enrobée de béton. Il permet de prendre en compte, dans le comportement global, la contribution du béton entourant les barres d'armature entre les fissures dans les zones en traction. Il se traduit en fait par une équation empirique, ne s'appliquant pas au comportement local réel d'une section, mais représentant plutôt le comportement global du béton armé tendu. Le **« Tension Stiffening »** peut être incorporé à l'une ou l'autre des lois de comportement des matériaux acier et béton.

I.3. Objectif de la présente étude :

L'objet principal de la présente étude est :

- Analyse théorique du comportement en flexion d'une section représentant le comportement moyen d'une zone fissurée d'un élément en béton armé ; ainsi que le développement et la présentation d'une méthode de calcul non linéaire

- modélisation du comportement non linéaire du béton tendu fissuré dans une section en béton armé soumise à la flexion jusqu'à la rupture ;

- Mise au point d'un outil de calcul qui permet de simuler et de modéliser le comportement du matériau composite ''béton armé fissuré''.

- Une étude paramétrique et comparative de divers modèles permettant la prise en compte du bêton tendu fissuré, l'effet du « tension stiffening ».

I.4. Plan de l'étude :

La présente étude est développée comme suit :

- ❖ Le chapitre II, consiste en une revue bibliographique de l'état actuel des connaissances sur le comportent expérimental en traction du matériau « béton seul» ou du matériau « béton armé ». Une présentation des lois de comportement réelles et fictives du béton en traction au delà de son domaine élastique les plus répandues dans la littérature est réalisée.

- ❖ Le chapitre III : présente l'étude d'une section en béton armé en flexion composée en présentant les hypothèses de calculs, les relations entre efforts-déplacements pour une section et l'accroissement de ΔN et ΔM, et ensuite la méthode de résolution dans le cas non linéaire.

- ❖ Le chapitre IV : est consacré à la présentation et la validation du programme informatique SECTNOL1 rédigé en langage FORTRAN 90, permettant la simulation numérique du comportement instantané d'une section soumise à la flexion composée. Nous présentons aussi les diverses lois de comportement du béton tendu fissuré utilisées dans le programme.

- ❖ Dans le chapitre V, on effectue une étude paramétrique et comparative, par la simulation numérique et nous présentons les différents résultats obtenus par les divers modèles proposés dans les chapitres précédant.

- ❖ Enfin, une conclusion générale termine ce travail, ou nous présentons quelques remarques et perspectives pour des travaux futures.

CHAPITRE II : Etude bibliographique

II.1.Introduction :

Dans les calculs classiques des structures en béton armé, le béton tendu est complètement négligé. Cette hypothèse résulte d'une part de la faible résistance du béton à la traction et d'autre part de la grande dispersion que présente souvent la valeur réelle de cette résistance.

Ces calculs sont tout à fait corrects pour l'estimation de la capacité portante mais conduisent à une surestimation des déformations, car entre les fissures le béton tendu non fissuré contribue d'une façon non négligeable à la rigidité. Or dans un calcul parasismique, par exemple, surestimer les déformations conduit à surestimer la ductilité ce qui peut être dangereux pour la sécurité vis à vis d'un séisme

Ce chapitre débute par un aperçu sur le comportement des matériaux (béton et acier), en compression et en traction. Et ensuite nous présentons une synthèse bibliographique qui fait l'état de l'art des différentes connaissances concernant le comportement d'un élément en béton armé fissuré

A la fin de ce chapitre, nous présentons quelques modèles et les lois de comportement du béton tendu fissuré, basés sur le concept du « tension stiffening » on considérant deux approches [08] :

- L'addition de la contribution du béton tendu fissuré, avec une loi de comportement moyenne fictive du béton tendu.
- L'utilisation d'une loi de comportement moyenne fictive de l'acier.

II. 2.Comportement mécanique du béton en compression :

La caractéristique essentielle du béton durci est la résistance mécanique en compression à un âge donné (28 jours). Le béton est un matériau travaillant bien en compression, dont la connaissance de ses propriétés mécaniques est indispensable pour le calcul du dimensionnement des ouvrages.

Le béton est un matériau capable de supporter des efforts de compression importants (15 à 60 MPa), et son comportement dépend d'un grand nombre de paramètres : le type et le dosage des matériaux utilisés, le degré et la condition de réalisation…

II.2.1 Comportement expérimental :

Expérimentalement, la loi de comportement du béton en compression est déterminée par un essai de compression uniaxiale sur un cylindre droit de révolution, d'une hauteur double de son diamètre. Le cylindre le plus couramment employé est le cylindre de 16 (d = 15,96 cm) dont la section est de 200 cm². La normalisation européenne indique comme dimension des cylindres d = 15 cm, et H = 30 cm.

La courbe caractéristique reliant les contraintes aux déformations obtenue lors des essais de compression uniaxiaux sur un cylindre en béton est présentée sur la (figure II.1).

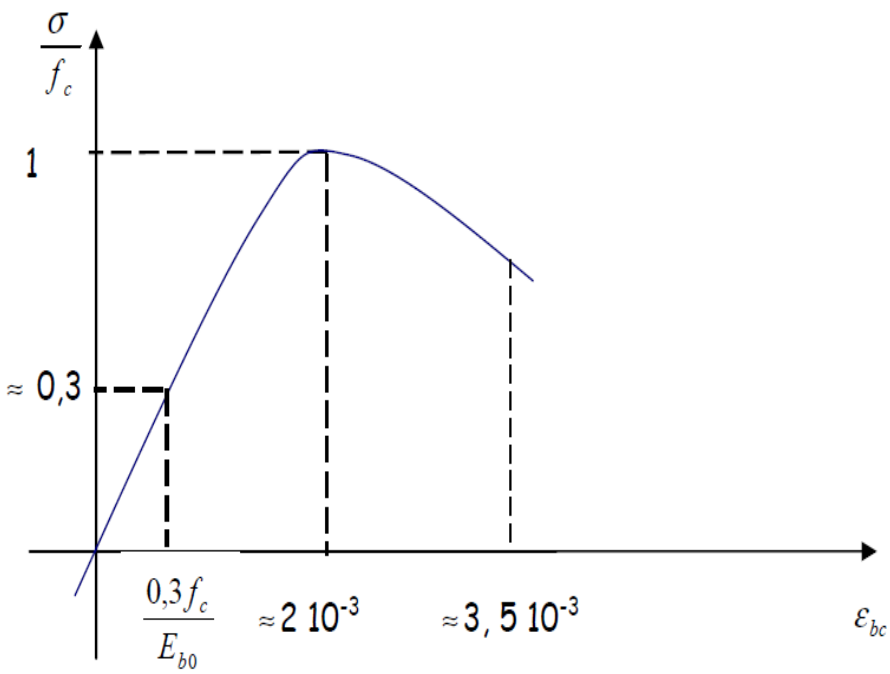


Fig. II.1. Comportement du béton en compression uniaxiale [33]

On distingue les phases suivantes :

- La déformation croit de façon linéaire jusqu'à environ 30% de la contrainte ultime.
- Entre 30 et 100% la contrainte ultime de la courbe s'incurve et le comportement devient non linéaire. Ceci correspond à l'apparition puis le développement des fissures verticales dans l'éprouvette.
- L'atteinte du pic définit la contrainte ultime qui caractérise la résistance du béton à la compression. Elle correspond à une déformation de l'ordre 2‰.
- La rupture se produit au delà du pic avec fissuration verticale et écrasement de l'éprouvette. Elle correspond à une déformation de l'ordre de 3.5‰.

II.2.2. Modélisation du béton en compression :

- ***Loi de SARGIN*** [34] ***:***

Pour décrire le comportement réel du béton en compression, on admet un modèle élastique non linéaire qui est décrit par SARGIN [34]. L'allure générale de la courbe contrainte déformation est donnée par le diagramme représenté à la (figure II.2) suivantes :

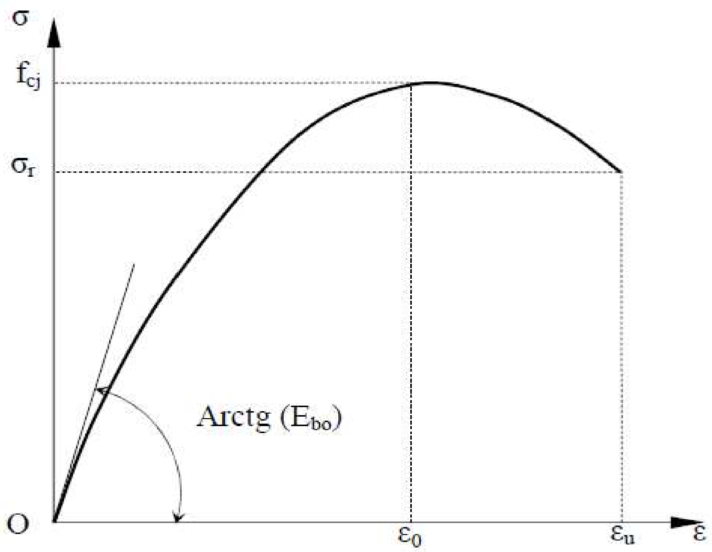


Fig. II.2. Comportement du béton en compression selon SARGIN [34]

La contrainte est donnée par la (relation II.1) suivante :

$$\sigma = f_{cj}\frac{K_b\bar{\varepsilon}+(K_b'-1)\bar{\varepsilon}^2}{1+(K_b-2)\varepsilon+K_b'\bar{\varepsilon}^2}$$

$$\text{où} \quad \bar{\varepsilon}=\frac{\varepsilon}{\varepsilon_0} \quad \text{et} \quad K_b=\frac{E_{b0}\,\varepsilon_0}{f_{cj}}$$

K_b : paramètre ajustant la courbe ascendante ;
f_{cj} : résistance à la compression du béton à j jours ;
ε_0 : déformation de pic correspondant à fcj ;
E_{b0} : module élastique du béton à l'origine ;
K_b' est un paramètre permettant d'ajuster la branche décroissante de la courbe ;

- Pour $K_b = 2$ et $K_b' = 0$, on obtient la loi parabole.
- Pour $K_b = 1$ et $K_b' = 0$, on obtient la loi linéaire.

En général, pour un béton normal, on peut prendre : $K_b' = K_b - 1$

- ***Loi parabole-rectangle*** [10] ***:***

Dans les calculs réglementaires, lorsque le calcul précis de la déformation n'est pas nécessaire, on utilise une loi conventionnelle (figure II.3), présentant une partie parabolique et un palier plastique au delà de la valeur 2.10^{-3}. La contrainte est alors supposée constante à $\sigma = \frac{f_c}{\gamma_c}$ et ce jusqu'à une déformation limite ε_{cu} égale à $3,5.10^{-3}$.

L'équation de cette courbe est obtenue à partir de la loi de SARGIN pour $K_b = 2$ et $K_b' = 0$
Elle s'écrit sous la forme suivante :

$$\sigma = f_{cj}\,(2\bar{\varepsilon} - \bar{\varepsilon}^2) \ldots\ldots\ldots \varepsilon \leq \varepsilon_{c0} = 2‰.$$

$$\sigma = f_{cj} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \varepsilon_{c0} \leq \varepsilon \leq \varepsilon_{cu} = 3.5‰. \qquad \text{(II.2)}$$

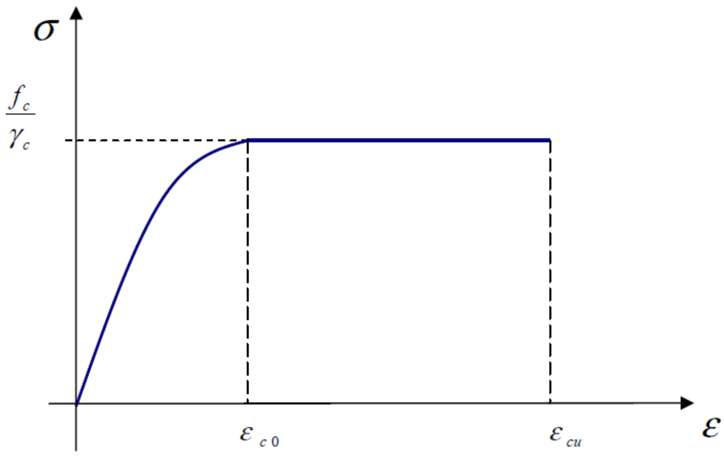


Fig. II.3. Loi parabole-rectangle [10] .

II.3. Comportement du béton en traction :

Le béton à une résistance très faible en traction par rapport à celle en compression. Le dépassement de cette résistance provoque l'apparition de fissures. Les essais classiques utilisés pour la détermination de la résistance à la traction du béton, donnent généralement des résultats très dispersés et qui présentent le béton comme ayant un comportement fragile vis à vis de la traction.

II.3.1 Comportement expérimental du béton en traction uniaxiale :

La résistance du béton à la traction est mesurée, soit par des essais de traction directe, soit indirectement par des essais de fendage ou de flexion.

Les essais effectués par différents chercheurs pour déterminer la résistance à la traction du béton, ont montré une certaine dispersion des résultats. Ceci est du au comportement relativement fragile du matériau béton et aux modes d'essais.

En utilisant des machines permettant le chargement à vitesse de déformation contrôlée, plusieurs chercheurs [38], [39], [40],...ont pu obtenir des courbes de comportement du béton en traction uniaxiale assez complètes allant au-delà du point de résistance maximale. Ces courbes montrent une résistance résiduelle non négligeable du béton tendu après fissuration. Un exemple type de ces courbes est donné à la (figure II.4). On y distingue deux phases :
- avant le pic, le comportement reste pratiquement linéaire ; la branche ascendante s'écarte peu de la droite élastique.
- juste après le pic, une fissuration localisée apparaît progressivement ; la résistance chute considérablement jusqu'à s'annuler pour un déplacement largement supérieur à celui correspondant à la résistance maximale.

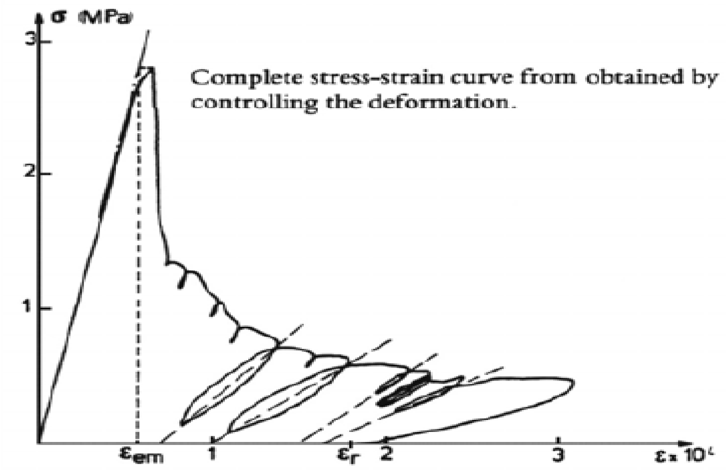


Fig. II.4. Courbe de comportement du béton en traction (Bascoul) 1996 [17]

II.3.2. Paramètres influençant la résistance à la traction du béton :

Les études expérimentales effectuées par KADLECEK [37], sur des corps d'épreuves de différentes formes et dimensions, en traction directe, ont mis en évidence une influence faible mais non négligeable de la dimension sur la résistance du béton en traction uniaxiale et une influence négligeable de la forme (figure II.5).

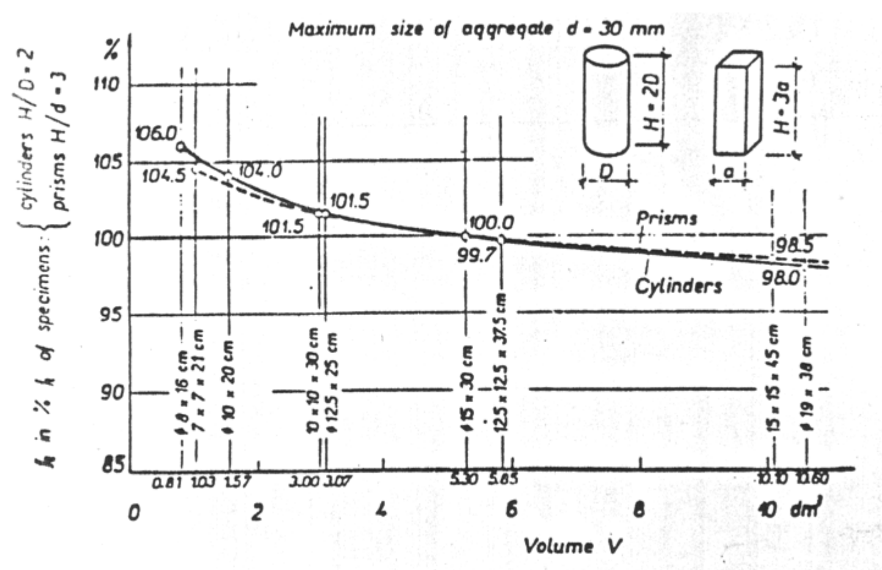


Fig. II.5 Influence de la forme sur la résistance du béton en traction (KADLECEK [37])

LEVEVRE [41] et L'HERMITE [42], en effectuant des essais de traction directe et de flexion trois points sur des éprouvettes normalisées (7 x 7 x 28 cm), avaient constaté une augmentation apparente de la résistance du béton tendu en flexion par rapport à sa résistance en traction directe (le rapport entre les deux variant de 1.67 à 1.73). Cette augmentation semble être liée au gradient de déformation qui est nul en traction directe et maximal en flexion simple.
Dans le cas de la flexion, l'effet d'échelle devient important. Les essais de flexion trois points effectués par L'HERMITE montrent que la résistance diminue notablement lorsque la dimension augmente (figure II.6).

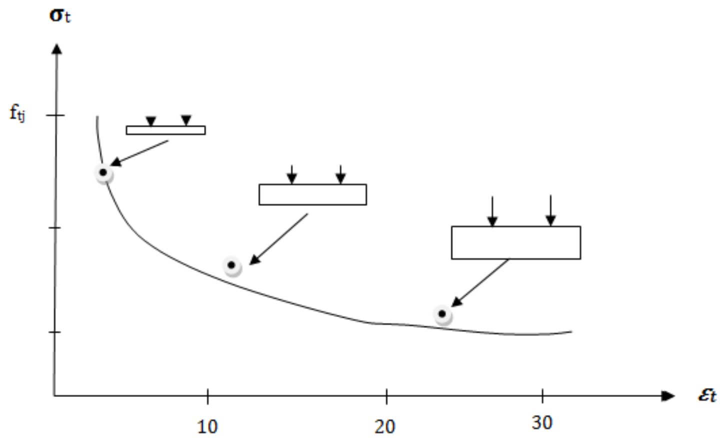


Fig. II.6 Effet d'échelle sur la résistance du béton tendu en flexion [42]

Selon MAZARS [04], l'effet d'échelle est justifié par la nature hétérogène du matériau béton et se compose en deux phénomènes distincts:

- L'effet de volume, résultant de la distribution aléatoire des résistances locales traduisant la distribution aléatoire des défauts au sein du matériau.
- L'effet de structure, résultant de l'existence d'une longueur caractéristique de la zone de localisation des fissures, fonction de la taille des granulats

D'autres essais du même type (figure II.7) ont été réalisés par Hughes et Chapman [09] pour montrer l'effet de la taille des granulats et l'âge de l'éprouvette.

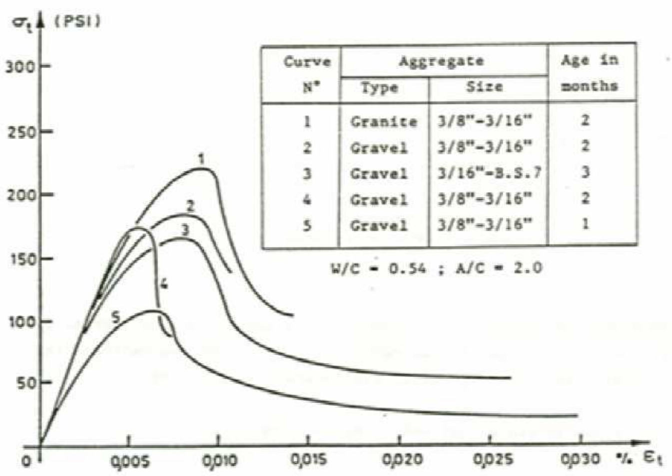


Fig. II.7. Courbes de traction d'éprouvettes en béton selon Hughes et Chapman [09]

II.3.3. Evaluation de la résistance à la traction du béton en l'absence des mesures expérimentales :

Le béton à des performances très faibles en traction, et souvent considérées comme nulles. Il présente une faible résistance à la traction, de l'ordre du 1/10 éme de sa résistance à la compression.

- En l'absence de mesure expérimentales certains auteurs et règlements proposent de la relie à sa résistance à la compression comme suit:

$f_{tj}=0,36\,(f_{cj})^{0,60}$ (Brooks et Neville) [35] (II.3)

$f_{tj}=0,30\sqrt[3]{fcj}$ (CEB) [05] (II.4)

$f_{tj}=0,40\sqrt{fcj}$ (CAN/CSA) norme des ponts [11] (II.5)

$f_{tj}= 0.6+0.06\, f_{cj}$ (BAEL) [01] (II.6)

Selon la norme Norvégienne [16], et pour des valeurs de la résistance à la compression allant de 25 à 120 MPa.

$f_{tj}=0,30\,(f_{cj})^{0,60}$ (II.7)

Par ailleurs, la résistance à la traction du béton dépend de son durcissement dans le temps. Pour tenir compte de la résistance du béton dans le temps, pour un âge inferieur à 28 jours, **Rostay** et **Jaccoud** [16], ont adopté la formule suivante (II.8) :

$f_{tj} = \eta_t\, f_{t28}$ (II.8)

La fonction du durcissement η_t est donnée dans le tableau suivant, pour des bétons ordinaires et des dosages courants en ciment.

T (jours)	3	7	≥28
η_t	0.5	0.75	1

Tableau. II.1. Facteur tenant compte de l'évolution de la résistance à la traction du béton dans le temps.

II.3.4. Lois de comportement intrinsèques du béton en traction:

Elles constituent une approche du comportement du béton tendu tel qu'il est constaté expérimentalement. En littérature, on trouve beaucoup de propositions relatives à ce sujet. Parmi ces propositions on peut citer :

La loi de comportement développée par **Mazars** [04], basée sur la théorie de l'endommagement, (relation II.9). Elle présente l'avantage d'ajuster la courbe décroissante avec deux paramètres A_t et B_t, (figure II.8).

$$\sigma_t = E_{c0}\left\{\varepsilon_{ct}(1-A_t)+\frac{A_t\,\varepsilon_m}{e^{B_t(\varepsilon_m-\varepsilon_{ct})}}\right\} \qquad \text{si } \varepsilon_m \geq \varepsilon_{ct} \qquad \text{(II.9)}$$

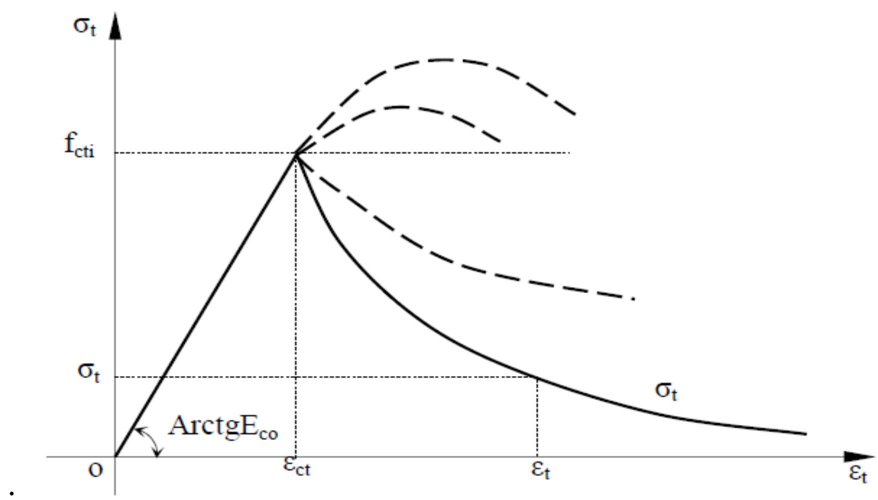


Fig. II.8. Comportement local du béton en traction selon Mazars

Les coefficients A_t et B_t permettent de moduler la forme de la courbe post-pic.

Avec

$0,7 < A_t < 1$, en moyenne ; $A_t = 0,8$

$10^4 < B_t < 10^5$, en moyenne ; $B_t = 2\,.10^4$

La modélisation de ce genre de courbe est très complexe. **Coenen** en 1978 [36], a proposé une loi bilinéaire simple (figure II.9).

Coenen [36], propose la relation (II.10).

$$\begin{cases} \boldsymbol{\sigma}_t = E_0\,\varepsilon_t \;\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \text{si } \varepsilon_t \leq \varepsilon_{ct} \\ \boldsymbol{\sigma}_t = f_{ct} + E_f\,(\varepsilon_t - \varepsilon_{ct}) \;\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \text{si } \varepsilon_{ct} \leq \varepsilon_t \leq \varepsilon_{tu} \end{cases} \qquad \text{(II.10)}$$

Avec $-0{,}1\,E_0 \leq E_f \leq -0{,}3\,E_0$

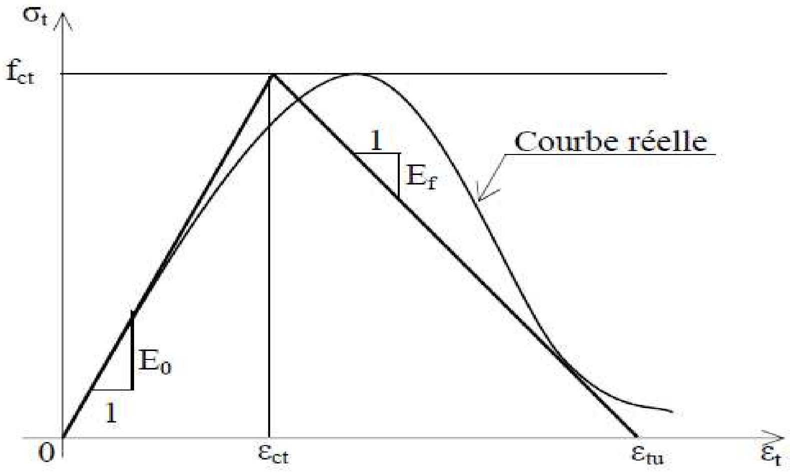


Fig. II.9. Loi bilinéaire de comportement uni axial du béton tendu ; d'après Coenen [36]

Bazant et **Oh** [08] avec la même loi bilinéaire, définissent E_f dans la relation (II.11) en fonction de E_0 et f_{ct} (avec unités en psi) :

Avec $$\frac{E_0}{-\,f_{ct}} \qquad \text{(II.11)}$$

Une autre approche est celle de **Zhen-Hai** et **Xiu-Qin** [28] . En prenant certaines précautions (la rigidité de la machine d'essai, centrage des éprouvettes), les auteurs présentent une loi théorique (relation II.12) décrivant la courbe ascendante et la courbe décroissante avec un comportement ductile non négligeable du béton tendu (figure II.10). Ils proposent les relations suivantes :

$$\begin{cases} y = 1{,}2\,x - 0{,}2\,x^6 & \text{si} \quad x \leq 1, \\ y = \dfrac{x}{\alpha\,(x-1)^{\beta} + x} & \text{si} \quad x \geq 1, \end{cases} \qquad \text{(II.12)}$$

Avec β=1,7. $y = \frac{\sigma}{ft}$ et $\alpha = 0{,}312\ f_t^2$

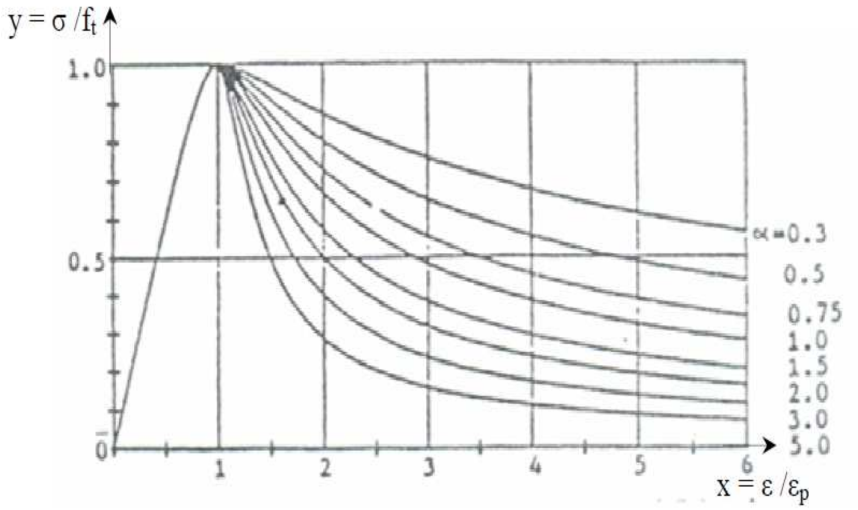


Fig. II.10. Comportement du béton en traction selon Zhen-Hai et Xiu-Qin [28]

II.4. Comportement des aciers :

L’acier est introduit sous forme de barre d’armature avant bétonnage de l’élément d’où l’appellation « béton armé ». A cet effet, la résistance uniaxiale de l’armature est primordiale.

Contrairement au béton, la loi contrainte-déformation de l’acier est supposé identique en compression qu’en traction, et elle dépend de la nature de l’acier.

Généralement deux types d’acier sont utilisés pour le renforcement du béton ; l’acier naturel et l’acier écroui [18] .

Pour un acier naturel, la courbe contrainte-déformation à l’allure de la (figure II.11) ; elle est caractérisée par un palier de ductilité après l’atteinte de la limite élastique.

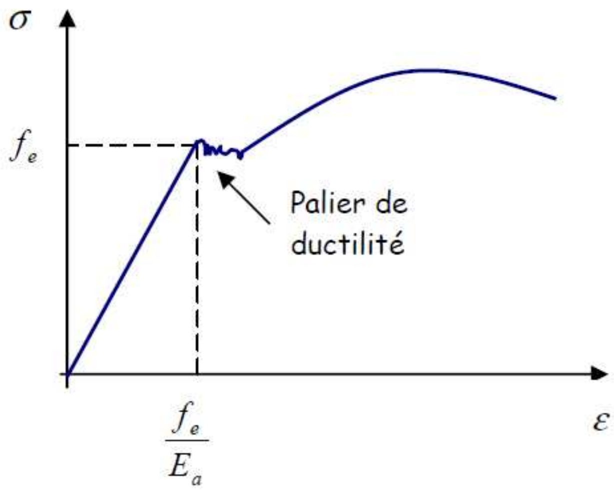


Fig. II.11.loi de comportement d’un acier naturel [18]

La (figure II.12) suivante présente la loi de comportement pour un acier écroui. A noter que l'action d'écrouissage permet d'augmenter la limite d'élasticité en faisant disparaitre le palier de ductilité et diminuer l'allongement à rupture. La limite élastique correspond à une déformation de l'ordre de 2‰.

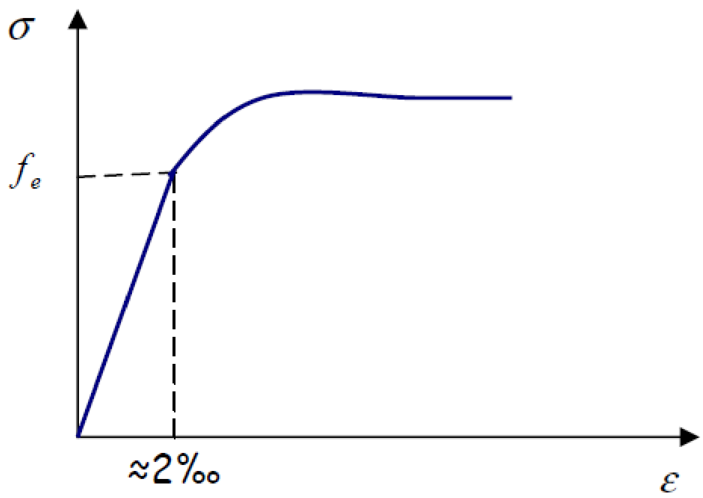


Fig. II.12.loi de comportement d'un acier écroui [18]

Pour les calculs réglementaire, le comportement des aciers est supposé élastoplastique parfait, les déformations ultimes sont fixées par le BAEL [01] à 10‰.

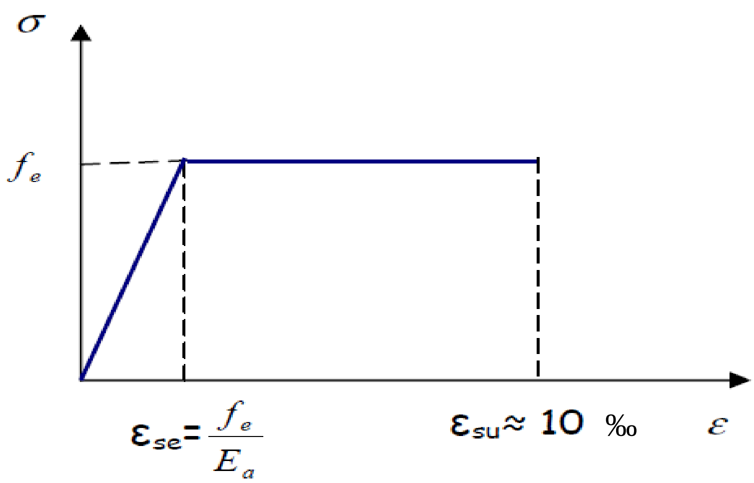


Fig. II.13 Diagramme de calcul des aciers naturels d'après le BAEL [01]

II.5. Comportement d'un élément en béton armé fissuré :

II.5.1 Fissuration d'une poutre fléchie en béton armé :

Considérons une poutre en béton armé sur deux appuis simples, soumise à deux charges concentrées **F** figure (II.14).

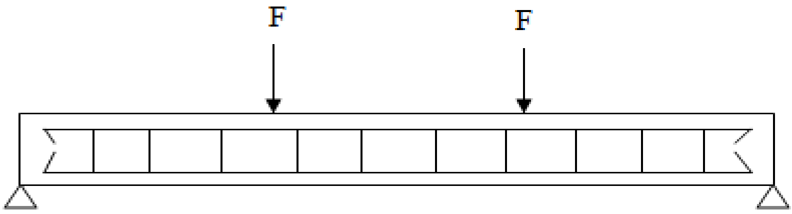


Fig. II.14 Poutre en béton armé soumise à la flexion quatre points.

En faisant accroitre les charges F, et en observant le comportement expérimental de la poutre, on constate que :

- Sous faible chargement, le béton n'est pas fissuré.

- Dans un deuxième temps, des fissures verticales de flexion apparaissent (figure II.15.a), en fibre inferieures dans la zone du moment maximal et des fissures inclinées d'effort tranchant se forment au niveau des appuis (figure II.15.b).

- Avec l'accroissement du chargement, les fissures de flexion deviennent plus nombreuses et plus importantes et les fissures d'effort tranchant deviennent plus inclinées et progressent vers la face supérieure

- A la rupture, la fissuration devient très importante et la poutre se transforme en un système de blocs de béton fissurés, dont l'équilibre est assuré par leurs réactions mutuelles et par celles des armatures qui les relient.

En fonction de l'élancement de la poutre, la résistance du béton, du pourcentage et de la nature du ferraillage, la rupture peut survenir :

- Soit par ouverture excessive des fissures de flexion (poutre faiblement ferraillée en flexion)
- Soit par écrasement transversale du béton (armatures transversales insuffisantes)
- Soit par destruction de la liaison acier-béton (adhérence insuffisante)

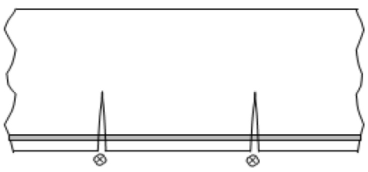


Fig. II.15.a : fissures de flexion

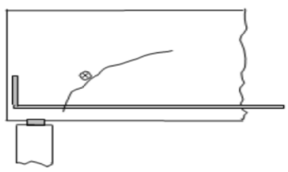


Fig. II.15.b : fissures de cisaillement

Fig. II.15 Illustration des fissures dans un élément de poutre [27].

II.5.2. Exemple du comportement d'un tirant en béton armé :

Dans un élément en béton armé, le béton se fissure très tôt sous l'effet de contraintes de traction. Cette fissuration n'a pas d'effet sur la capacité portante de l'élément. Par contre, il est constaté expérimentalement que le béton entre les fissures contribue d'une façon non négligeable à la rigidité de l'élément fissuré.

Pour illustrer la contribution du béton tendu à la rigidité d'un élément en béton armé fissuré, considérons l'exemple simple d'un tirant en béton armé soumis à la traction simple, (figure II.16).

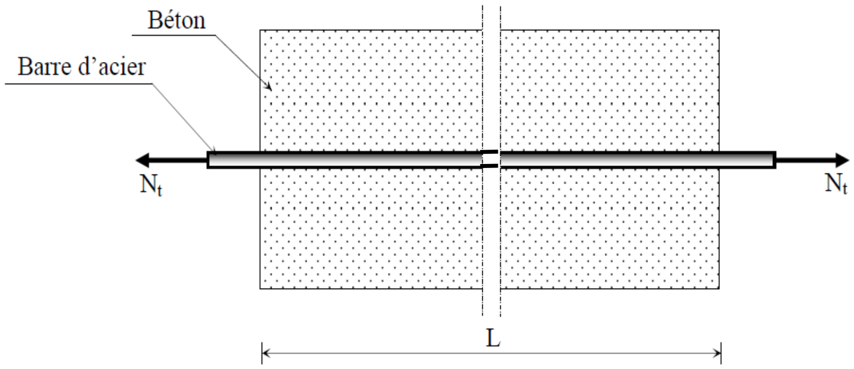


Fig. II.16. Tirant en béton armé soumis à un effort da traction [08]

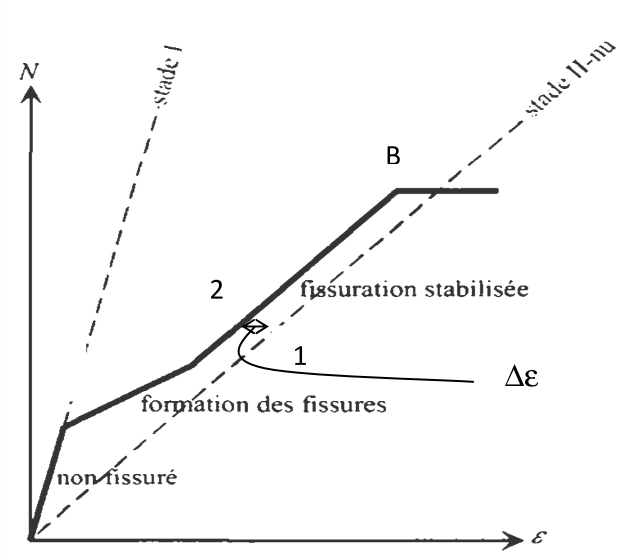


Fig. II.17. Comportement d'un tirant sans et avec participation du béton tendu fissuré [17]

La courbe (1) de la (figure II.17) représente le comportement expérimental de l'acier nu. La courbe (2) représente le comportement expérimental moyen du tirant. La différence $\Delta\varepsilon$ entre la déformation moyenne du tirant et celle de l'acier nu montre la participation du béton tendu entre les fissures à la rigidité du tirant (effet du « tension stiffening »).

La courbe (2) de la même figure peut être décrite comme suit:

- la droite OA représente le comportement du tirant avant fissuration, qui reste sensiblement élastique linéaire.

- en A, le béton atteint sa résistance à la traction : c'est le début de fissuration.

- entre A et B, la fissuration se développe. La rigidité du tirant diminue notablement et tend à celle de l'acier nu lorsqu'on atteint la plastification de ce dernier.

II.5.3. L'adhérence acier-béton :

Généralement, dans les structures en béton armé, les efforts sont appliqués directement sur le béton. Ces efforts sont transmis aux armatures d'acier grâce au phénomène d'adhérence entre les armatures et le béton.

La capacité d'adhérence d'une barre en acier au béton est mesurée par un essai d'arrachement. Une barre d'acier est moulée dans un cube en béton, la barre est ensuite tendue par une machine de traction à l'une de ses extrémités

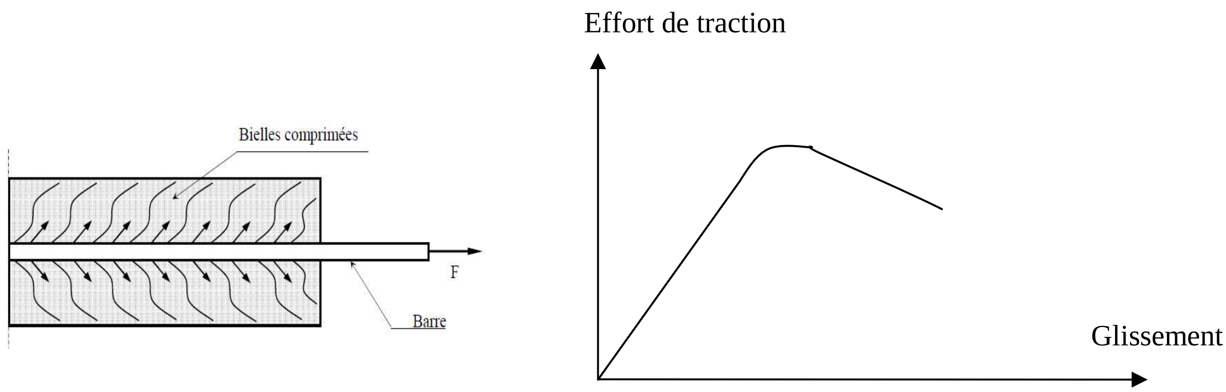


Figure. II.18. Comportement d'une barre d'acier soumise à un essai d'arrachement [09]

Cet essai montre que l'adhérence n'est pas due uniquement à un phénomène de collage entre les deux matériaux car elle subsiste même à des déplacements (glissement) notables. Il s'agit en fait d'un phénomène de frottement.

L'adhérence est favorisée par :

- L'état de surface et la forme de la barre d'acier : l'adhérence est améliorée lorsque la barre possède des nervures en saillies ou lorsque sa surface est rugueuse.
- La qualité du béton d'enrobage : l'adhérence croit avec la résistance en compression du béton, c'est à dire avec le dosage et la classe du ciment et aussi par les conditions de vibration (lors du bétonnage) qui influent sur la capacité.

II.5.4. Le concept du « tension stiffening » :

Ce concept définit la contribution du béton entre les fissures à la rigidité du tirant. Il englobe l'ensemble des phénomènes intervenant dans cette contribution, notamment:

- la loi réelle du béton tendu,
- la distribution et l'espacement des fissures,
- la présence des armatures, leurs diamètres et leur disposition,
- l'interaction acier - béton (problèmes d'adhérence).

Dans un élément fléchi, la partie fissurée, (figure II.19.a) est assimilée à un tirant (figure II.19.b). Cette approche constitue la base du calcul de la fissuration et des déformations des pièces en béton armé.

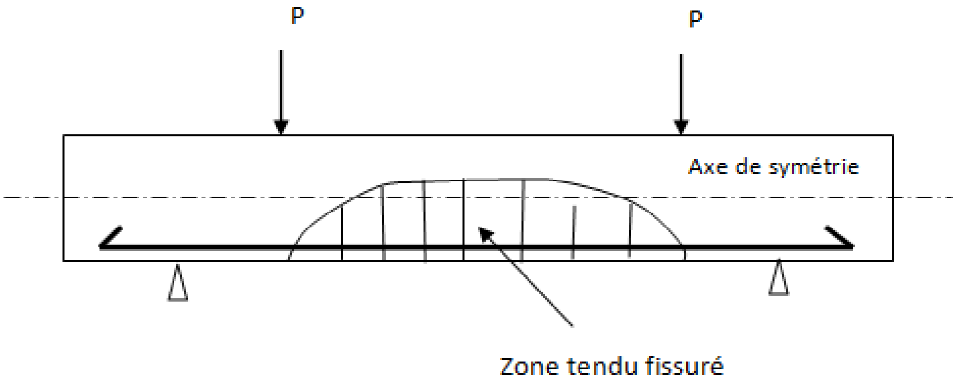


Fig. II.19.a. Poutre en béton armé a l'état fissuré

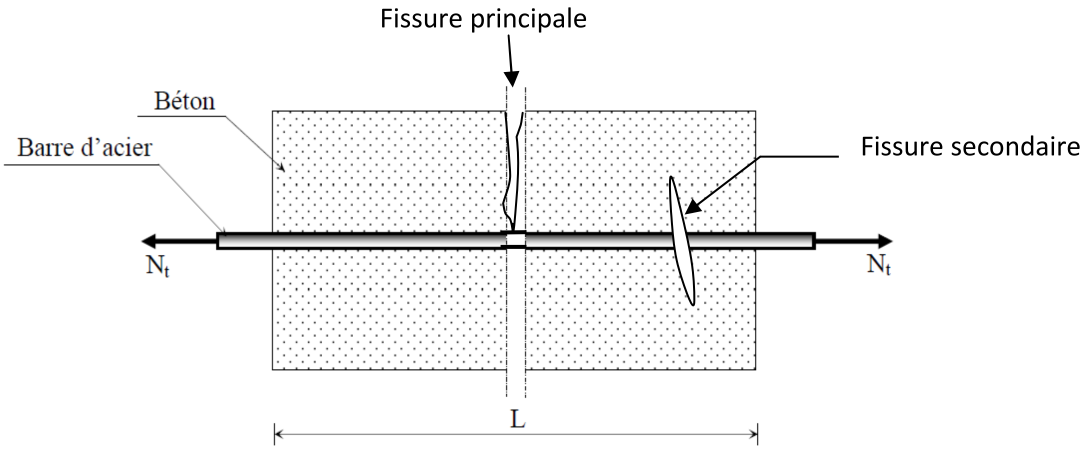


Fig. II.19.b. Détail d'un élément en béton armé fissuré

Fig. II.19. Fissuration d'un élément fléchi en béton armé

II.5.5. Modèles basés sur le concept du « tension stiffening » :

La revue bibliographique montre que la prise en compte de l'effet du « tension siffening », dans la zone tendue et fissurée d'un élément en béton armé, peut être faite selon deux approches distinctes :

II.5.5.1. Diagramme fictif de l'acier:

Le diagramme fictif de l'acier est défini comme étant la relation entre la contrainte dans l'acier (rapport entre l'effort normal appliqué et la section d'acier) et la déformation moyenne du « tirant » (acier et béton) mesurée sur une assez grande longueur (recouvrant ou non des fissures). Ce diagramme est défini par la relation

$$\sigma_s = \frac{Nt}{As} = f\,(\Delta L/L) \qquad \text{(II.13)}$$

Ou

σ_s : la contrainte dans l'acier
N_t : effort de traction extérieur
A_s: section d'acier tendu
L : longueur totale du tirant
ΔL : allongement total du tirant

a. Loi avec $\Delta\varepsilon_m$ constant :

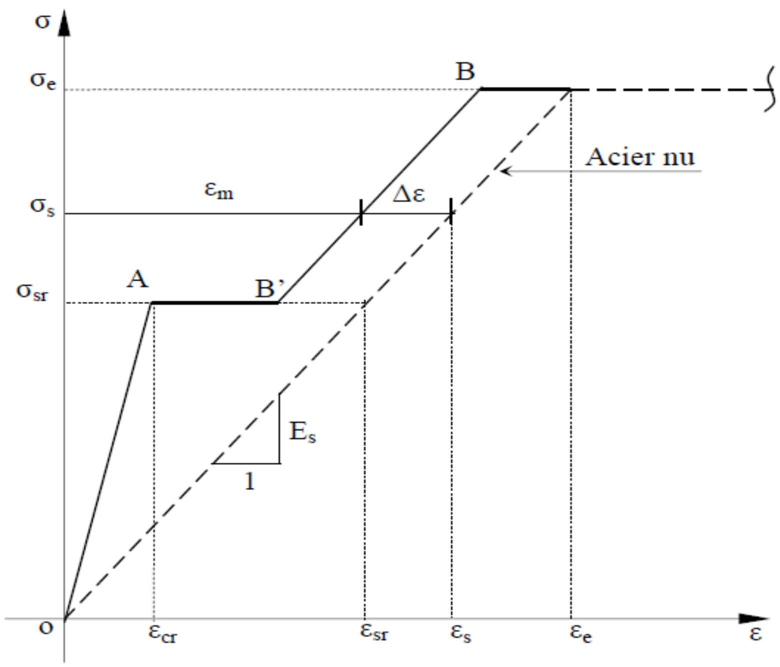


Fig. II.20. Loi de comportement avec $\Delta\varepsilon_m$ constant.

Une loi avec $\Delta\varepsilon$ constant, a été proposée par **Johnson** [12]

$$\Delta\varepsilon = k\, \sigma_{cr} / E_s\, \rho \qquad \text{(II.14)}$$

Avec $1/3 \leq k \leq 2/3$; $k = 0,5$ en moyenne. et ρ : le pourcentage d'acier.

Palotas [09] a proposé une autre valeur de $\Delta\varepsilon$

$$\Delta\varepsilon = 0.7\, \varepsilon_{sr}. \qquad \text{(II.15)}$$

Le code européen du béton (CEB) [23] avait proposé en 1967 et 1973 la valeur de $\Delta\varepsilon$ suivante :

$$\Delta\varepsilon = k_3 / E_s\, \rho \qquad \text{(II.16)}$$

Avec $\mathbf{k_3} \approxeq$ 3MPa.

Bruggeling et Van der Veen [17], ont admis une augmentation de 20% de la contrainte de l'apparition de la première fissure. Afin de simplifier le modèle, un palier a été crée a ce niveau de la contrainte.

La contribution du béton tendu, considérée constante en phase de fissuration stabilisée, est exprimée en fonction de l'exposant b dans la relation de l'adhérence ($\tau = a\, s^b$). La stabilisation de la fissuration à lieu au niveau de la contrainte dans l'acier $\boldsymbol{\sigma}_{sy} = 1,2\boldsymbol{\sigma}_{sr}$, ou la contribution du béton tendu est donnée par :

$$\Delta\varepsilon = \frac{(\mathbf{1}+\boldsymbol{b})(\mathbf{5}+\boldsymbol{b})}{\mathbf{12}} \cdot (\boldsymbol{\varepsilon}_{\mathbf{sr}} - \boldsymbol{\varepsilon}_{\mathbf{cr}}) \qquad \text{(II.17)}$$

Pour $b = 0.18$ et $\boldsymbol{\sigma}_{sy} = 1,2\boldsymbol{\sigma}_{sr}$

$$\Delta\varepsilon = 0\,.61\, (\boldsymbol{\varepsilon}_{\mathbf{sr}} - \boldsymbol{\varepsilon}_{\mathbf{cr}})$$

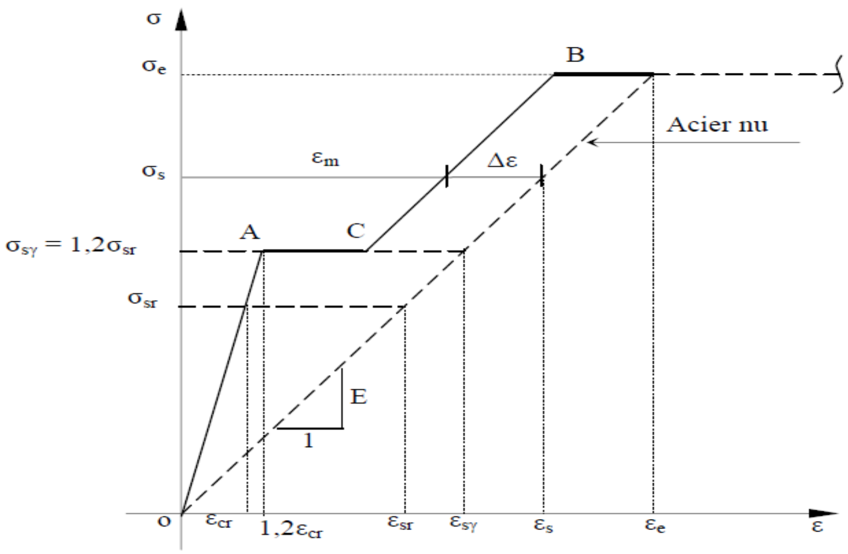


Fig. II.21. Modèle avec $\Delta\varepsilon_m$ constant d'après Van der Veen et Bruggeling [17]

b. Loi avec variation linéaire ou multilinéaire de $\Delta\varepsilon_m$:

Des modèles (**σ-ε**) composés de plusieurs segments de droite successifs ont été proposés par plusieurs auteurs. Ces modèles se ressemblent beaucoup dans leur principe mais divergent souvent sur la définition du point représentant la stabilisation de la fissuration et la résistance effective à la traction du béton à l'apparition de la première fissure.

Rabich [16], propose une variation linéaire de $\Delta\varepsilon$ représentée par la droite joignant A à B relation (II.18). Le point B coïncide avec le point de coordonnées ($\boldsymbol{\sigma}_e$, $\boldsymbol{\varepsilon_e}$) de l'acier.

$$\Delta\varepsilon = (\varepsilon_e - \varepsilon)\,(\varepsilon_{sr} - \varepsilon_{cr}) / (\varepsilon_e - \varepsilon_{cr}) \qquad \text{(II.18)}$$

Cette loi de Rabich est un modèle géométrique représentant l'observation grossière des courbes expérimentales entre A et B avec diminution de $\Delta\varepsilon$ jusqu'à $\Delta\varepsilon = 0$, pour une contrainte égale à la contrainte limite des aciers.

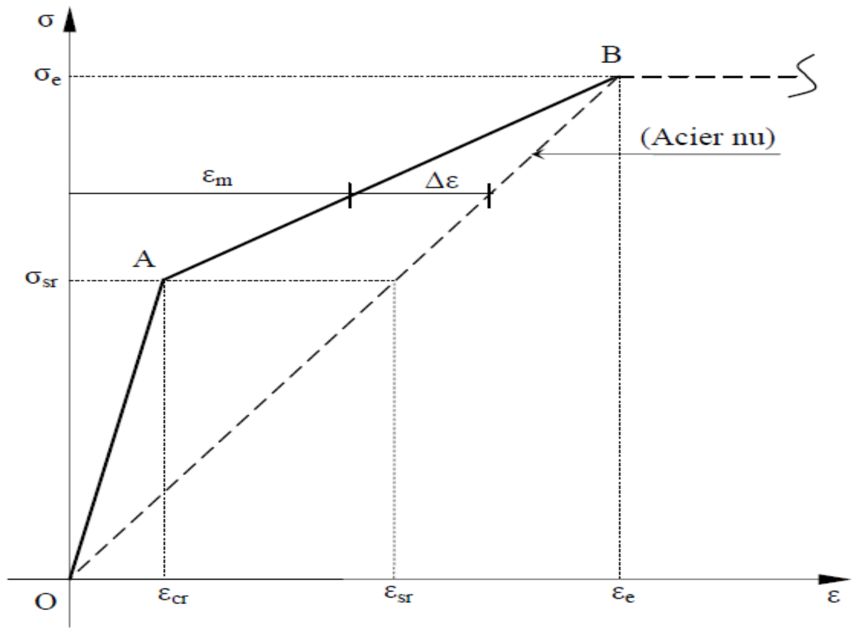


Fig. II.22.Loi de comportement fictive du tirant selon Rabich [16],

Espion [14] a proposé une loi multilinéaire pour les tirants ayant un pourcentage d'armature $\rho \geq 1\%$ et une loi bilinéaire pour ceux dont le pourcentage d'armature $\rho \leq 1\%$; Il a remarqué que les fissures se stabilisaient après un chargement de 2 fois $\boldsymbol{\sigma}_{sr}$ ($\boldsymbol{\sigma}_{sy} = 2\,\boldsymbol{\sigma}_{sr}$). D'après l'auteur, pour des pourcentages supérieurs à 1% ; le point C figure (II.23) de stabilisation des fissures se situe alors entre A et B.

Après fissuration, la variation ($\Delta\varepsilon_{IIa}$) est linéaire et ($\Delta\varepsilon_{IIb}$) reste constante comme montré par la relation Pour des pourcentages inférieurs à 1%, Espion préconise d'utiliser la loi de Rabich

$$\left.\begin{array}{ll} \Delta\varepsilon_{IIa} = (\varepsilon_{sr} - \varepsilon_{cr}) - \dfrac{(\varepsilon_{sr} - \varepsilon_{cr}) - \Delta\varepsilon_{IIb}}{\varepsilon_s(c)}(\varepsilon - \varepsilon_{sr}) & \text{si } \varepsilon_{cr} \le \varepsilon \le [\varepsilon_s(c) - \Delta\varepsilon_{IIb}] \\ \Delta\varepsilon_{IIb} = \left(18 + \dfrac{3{,}55}{\rho}\right)10^{-6} & \text{si } [\varepsilon_s(c) - \Delta\varepsilon_{IIb}] \le \varepsilon \le (\varepsilon_e - \Delta\varepsilon_{IIb}) \end{array}\right\} \quad \text{(II.19)}$$

avec $\varepsilon_s(c) = \dfrac{2\sigma_{sr}}{E_s}$ et $\rho > 1\%$.

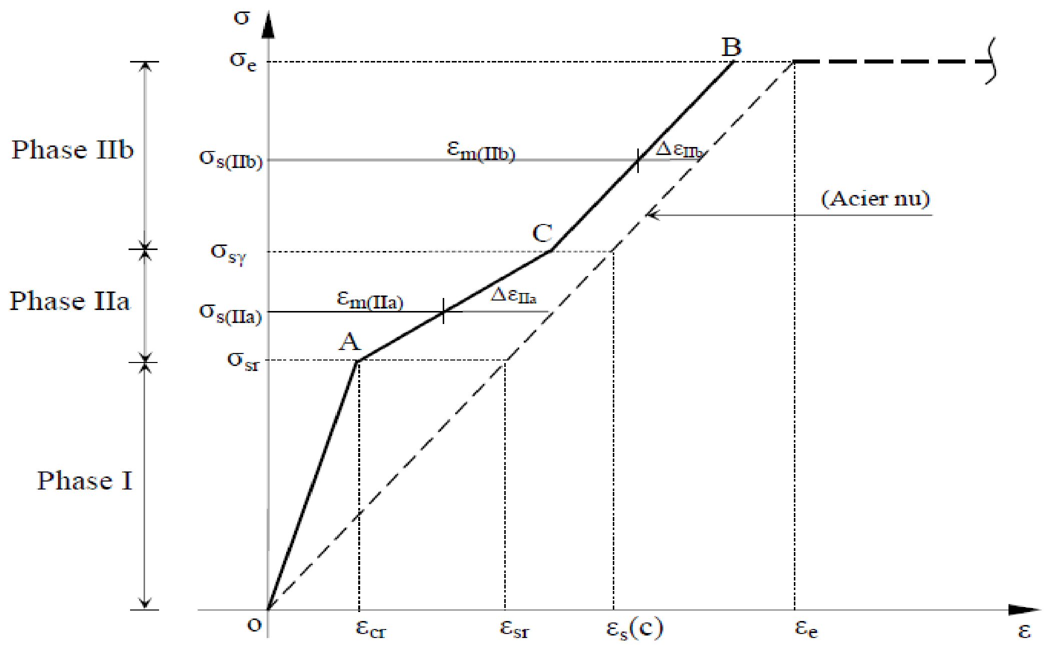


Fig. II.23.loi de comportement fictive bilinéaire de l'acier selon Espion [14]

Le modèle du code (CEB-FIP) [21] propose que le point de stabilisation de la fissuration soit défini par la contrainte dans l'acier en stade II-nu au moment de l'apparition de la première fissure ($\sigma_{sy} = 1.3\ \sigma_{sr}$) et d'abscisse ($\varepsilon_{sy}$-0.4 $\Delta\varepsilon_m$).

La variation de la courbe (σ ; ε) du tirant est supposée linéaire entre la première et la dernière fissure au-delà $\Delta\varepsilon$ est considéré constant.

$$\Delta\varepsilon = \beta\ (\varepsilon_{sr} - \varepsilon_{cr}) \qquad \text{(II.20)}$$

Avec :

β : 0,4 pour une charge instantanée et des barres à haute adhérence.

β : 0,25 pour une charge de longue durée ou cyclique et des barres à haute Adhérence.

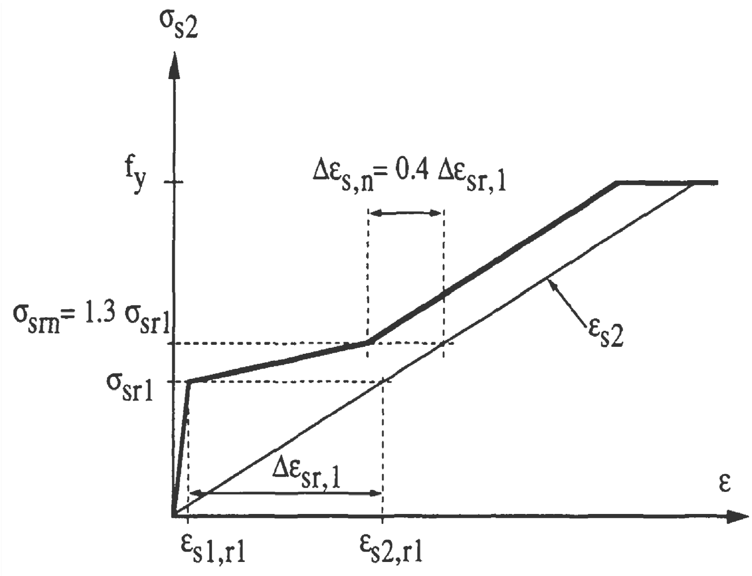


Fig. II.24. Loi de comportement de l'acier fictif selon le CEB 90 [21]

c. *Loi avec variation de $\Delta\varepsilon$ en raison inverse de σ_s :*

Rao [16], en 1976, fut le premier à proposer une loi de variation de **Δ**ε en raison inverse de σ_s

Le premier modèle de ce type, valable pour les poutres sollicitées en flexion, fut étendu au tirant en béton armé par **Rostasy** et al [16] . Ces derniers proposèrent l'expression suivante :

$$\Delta\varepsilon = \frac{\sigma_{cr}^2 \left(1 + n\rho\right)}{\rho^2 E_s \sigma_s} . \qquad \text{(II.21)}$$

Avec n : rapport des deux modules d'élasticité ; acier et béton

En, 1981 **Favre** et **al** [09], proposent une loi du même type avec Δε tendant vers zéro lorsque $\boldsymbol{\sigma}_s$ tend vers l'infini.

$$\Delta\varepsilon = \frac{(\varepsilon_{sr} - \varepsilon_{cr})}{\sigma_s} \sigma_{sr} \qquad \text{(II.22)}$$

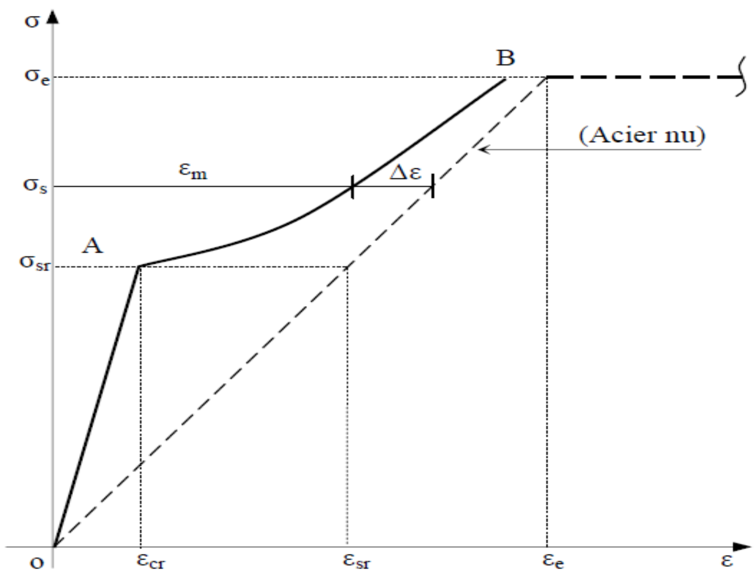


Fig. II.25. Loi de comportement fictive de l'acier selon Rao et Rostasy [16]

Noakowski et **Kupfer** [11] ont modifié légèrement cette dernière, en proposant $\Delta\varepsilon$ variant hyperboliquement avec $\boldsymbol{\sigma}_s$.

$$\Delta\,\varepsilon = 0{,}6\,(1 - n\,\rho)\,\frac{\varepsilon_{sr}^2}{\varepsilon_s} \qquad \text{(II.23)}$$

Les auteurs ont supposé que (n. ρ) est petit devant l'unité, Espion propose alors la modification par la relation suivante :

$$\Delta\,\varepsilon = \frac{0{,}6\,\sigma_{sr}^2}{(1 + n\,\rho)\,E_s\sigma_s} \qquad \text{(II.24)}$$

Le CEB [23], en1985 propose de considérer la formule suivante :

$$\Delta\varepsilon = (\varepsilon_{sr} - \varepsilon_{cr})\frac{\sigma_{sr}}{\sigma_s}\,. \qquad \text{(II.25)}$$

SAAD [08] à proposé une loi de comportement de l'acier fictif en devisant la courbe en cinq parties, et pour chaque partie propose explicitement sa loi de comportement

$$\sigma_s = \frac{\sigma_{sr}}{\varepsilon_{sr}}\,\varepsilon \quad \text{.. Si} \quad 0 \le \varepsilon \le \varepsilon_A$$

$$\sigma_s = \sum_{k=1}^{k=\gamma} \sigma_s(\varepsilon_{mk}).L_k \quad \text{où (avec } i \neq k) \; L_k = \prod_{i=1}^{i=\gamma} \frac{(\varepsilon - \varepsilon_i)}{(\varepsilon_k - \varepsilon_i)} \quad \text{...... Si} \quad \varepsilon_A \leq \varepsilon \leq \varepsilon_C$$

$$\sigma_s = \sigma_{s\gamma} + \sigma_{s\gamma} \frac{\varepsilon - \varepsilon_C}{\varepsilon_B - \varepsilon_C} \quad \text{..................... Si} \quad \varepsilon_C \leq \varepsilon \leq \varepsilon_D$$

(II.26)

$$\sigma_s = 2\sigma_{s\gamma} + E_s(\varepsilon - \varepsilon_D) \quad \text{..................... Si} \quad \varepsilon_D \leq \varepsilon \leq \varepsilon_B$$

$$\sigma_s = \sigma_e \quad \text{..................... Si} \quad \varepsilon \geq \varepsilon_B$$

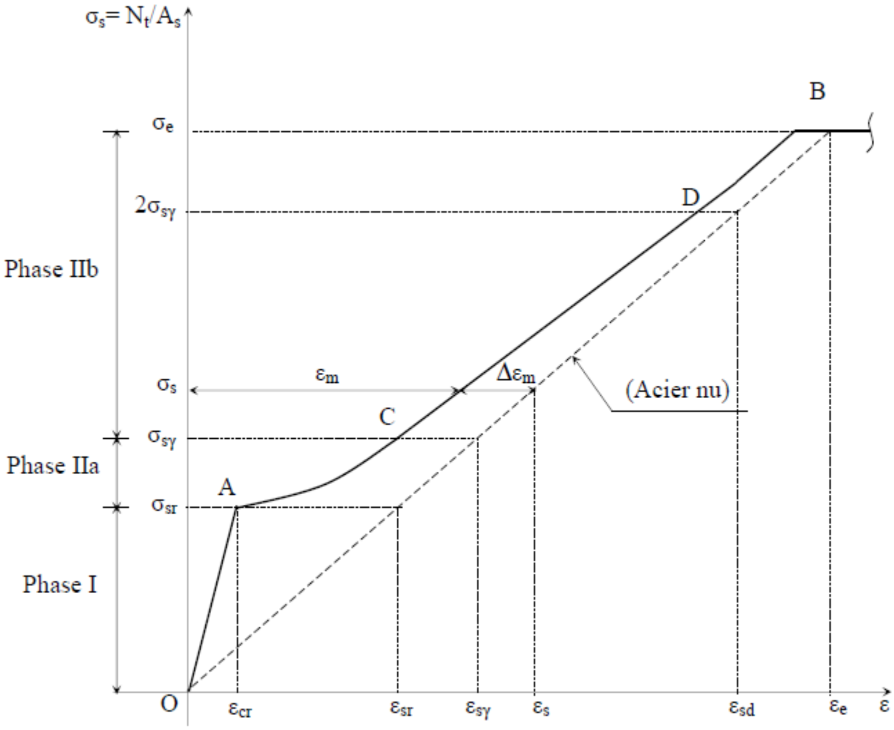
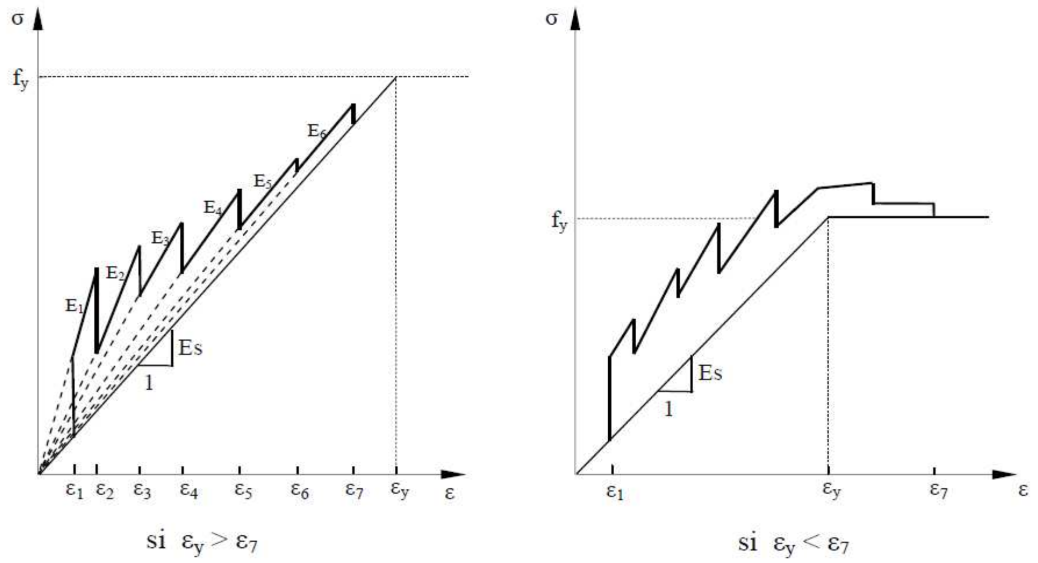


Fig. II.26. Loi de comportement fictive de l'acier selon SAAD [08].

d. Courbe discontinue de Gilbert et Warner :

Gilbert et Warner [13] ont exprimé la rigidité fictive de l'armature par une courbe discontinue après fissuration (figure II.27). Cette courbe fait apparaître le comportement de l'acier (ε_s) en fonction de la caractéristique du béton (ε_{ct}). Ce modèle fait participer l'acier au- delà de sa limite d'élasticité.

Quand $\varepsilon_y < \varepsilon_7$, on remarque que l'allure de la courbe générale est modifiée.



I	1	2	3	4	5	6	7
$\varepsilon_i / \varepsilon_{ct}$	1	1,5	3	5	8	11	14
E_i / E_s	4	2,7	2	1,6	1,15	1,05	---------

Fig. II.27. Loi fictive discontinue du béton tendu selon Gilbert et Warner [13]

II.5.5.2. Lois de comportement uniaxiales fictives du béton tendu :

Pour rendre compte d'une manière plus détaillée du « tension stiffening », **Aldsted** [08] à été parmi les premiers à faire des études par éléments finis, en modélisant la contrainte d'adhérence et le glissement entre l'acier et le béton pour les introduire dans des éléments de poutres. **Mang** et **Flögl** [08], ont utilisés ces notions pour les cas de structures planes ou spatiales.

Au début des années 1980, de nombreux essais dans ce domaine ont été entrepris pour approfondir les connaissances sur le béton armé du point de vue mécanique , on peut citer les travaux de **Walraven** et **Reinhardt** , **Groot** et **Kusters** et **Rots** et **al** [09].

Dans ce cas, la prise en compte du l'effet du « tension stiffening » est effectuée en utilisant une loi de comportement fictive pour le béton tendu. Les propositions basées sur cette approche sont nombreuses et peuvent être classées en deux catégories:

II.5.1. Lois de comportement fictives « intrinsèques » :

La première loi fictive uniaxiale du béton a été attribuée à **Scanlon** [09], dans l'étude des déflexions des dalles en béton armé.

Il a trouvé que les déflexions des dalles ont été surestimées, quand la contrainte du béton post fissuré a été ignorée et ont proposé que la contrainte additionnelle de traction du béton devait être incluse, avec décroissance (en dent de scie) discontinue après fissuration.

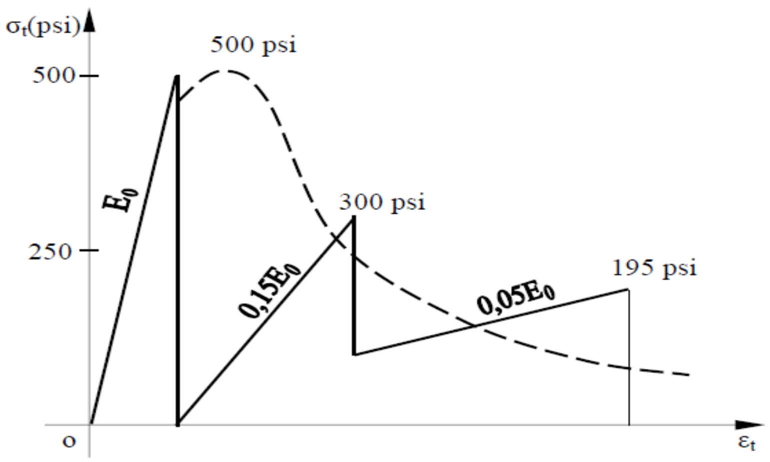


Fig. II.28. Loi de comportement fictive pour le béton tendu d'après Scanlon [09]

Cette loi a été reprise par **Gilbert** et **Warner** [13] avec beaucoup plus de dents après fissuration, (figure II.29). Il est clair que ces chutes de rigidité sont dues aux apparitions successives des fissures.

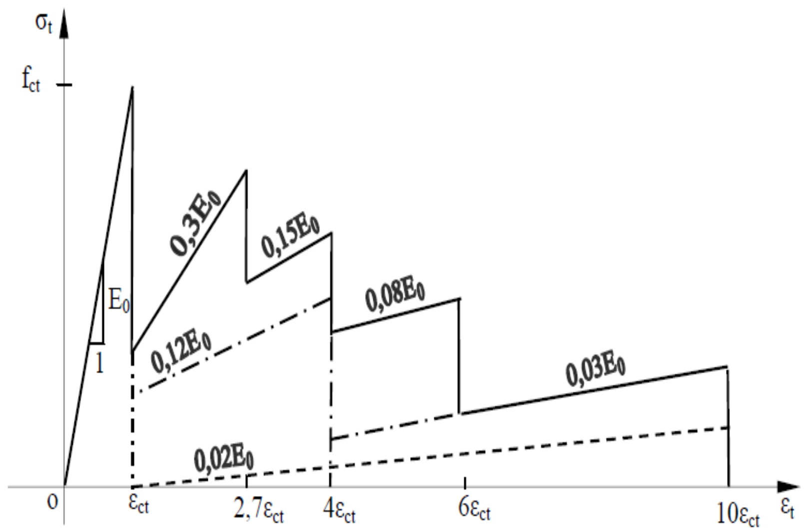


Fig. II.29. Loi de comportement fictive pour le béton tendu d'après Gilbert et Warner [13]

Bergan et **Holland** [09] ont présenté la chute instantanée de la rigidité, juste après la fissuration.

Cette loi présentée à la (figure II.30).

Avec $\varepsilon'_{ct} = 0{,}55\,\varepsilon_{ct}$

Fig. II.30. Loi de comportement fictive pour le béton tendu selon Bergan et Holland [09]

Gilbert et **Warner** [13] ont eux aussi établi et généralisé cette proposition, avec d'autres valeurs après l'apparition des fissures. (figure II.31)

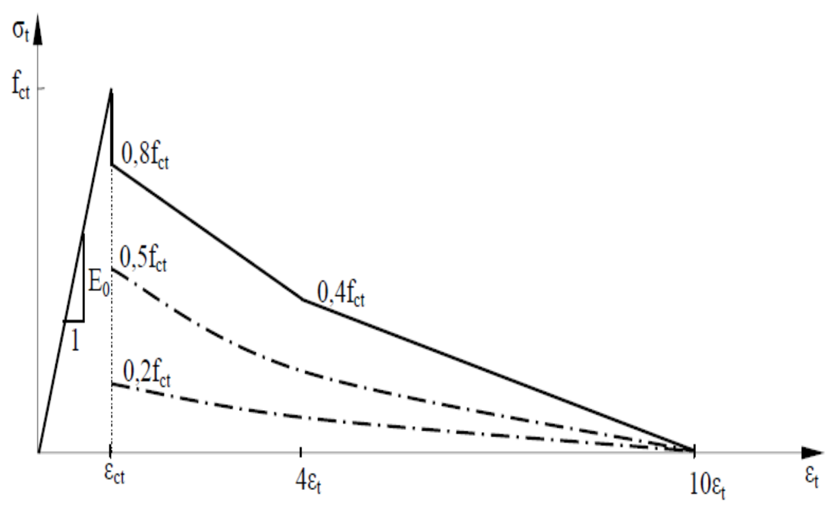


Fig. II.31. Loi de comportement fictive pour le béton tendu d'après Gilbert et Warner [13]

Lin [19], est l'un des premiers auteurs à proposer une réponse décroissante continue juste après l' apparition de la fissuration ; (figure II.32).

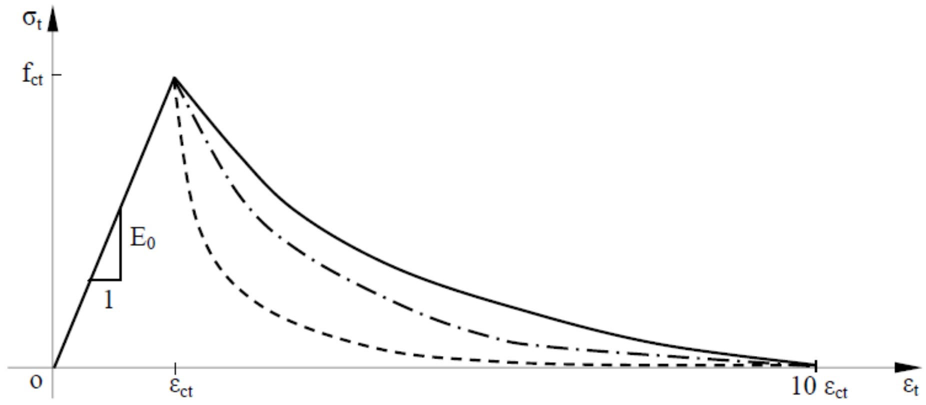


Fig. II.32. Loi de comportement fictive pour le béton tendu d'après Lin 1975 [19]

I.4.2. Lois de comportement fictives influencées par l'acier tendu :

Ces lois dépendent de la déformation de l'acier tendu dans la zone fissurée. La contribution du béton est annulée lorsqu'on atteint la plastification des armatures, ces lois tiennent compte de plusieurs facteurs quand le béton est mélangé à des aciers, a savoir :

- le diamètre des armatures et leurs dispositions.
- la fissuration.
- le mode de mise en charge.
- l'interaction béton-acier.

La formulation de **Grelat** [03] consiste à attribuer une distribution triangulaire fictive des contraintes dans la zone tendue fissurée de la section transversale.
Afin de tenir compte de la résistance du béton tendu en phase fissuré, on attribue à celui-ci un diagramme fictif a partir de l'axe neutre.

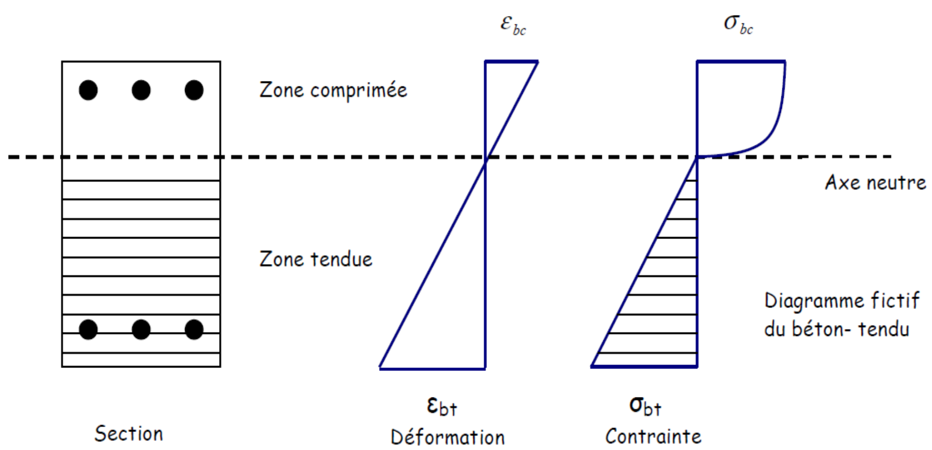


Fig. II.33. Représentation fictive de la contrainte pour le béton tendu d'après GRELAT [03]

Au delà du pic la contrainte du béton au niveau de l'armature la plus tendue décroît paraboliquement jusqu'à s'annuler complètement lorsque l'armature est plastifiée. Ceci suppose que la contribution du béton tendu entre les fissures disparaît après la plastification des aciers.

Avant fissuration : $$\sigma_{bt} = E_{b0}.\varepsilon_{bt} \qquad \text{(II.27)}$$

Après fissuration : $$\sigma_{bt} = -\frac{f_{tj}(\varepsilon_{bt} - \varepsilon_{rt})^2}{(\varepsilon_{rt} - \varepsilon_{ft})^2} \qquad \text{(II.28)}$$

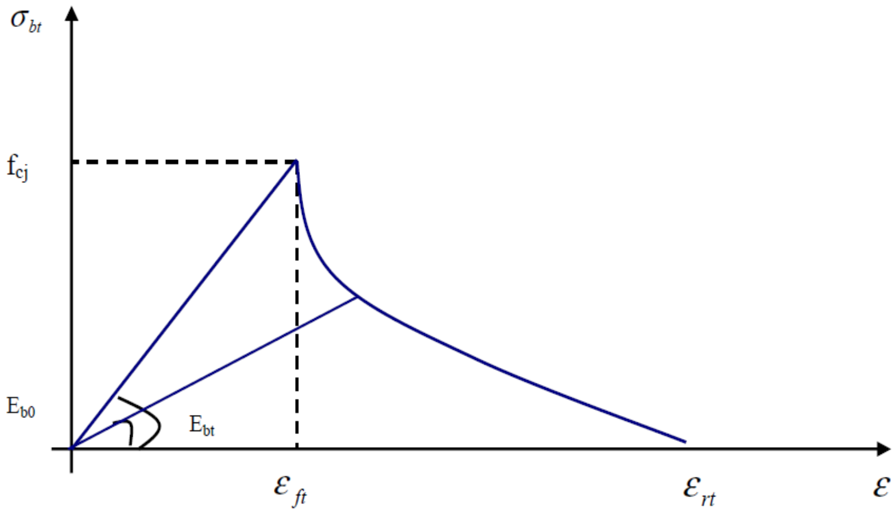


Figure. II.34. Diagramme contrainte –déformation de la fibre la plus tendu [03]

Avec :

f_{tj} : résistance du béton à la traction,
E_{bo} : module d'élasticité longitudinale du béton.
ε_{ft} : déformation de traction correspondant à f_{ctj}.
ε_{rt} : déformation correspondant à la plastification de l'acier le plus tendu

La formulation de **Quast** [14] consiste à prendre un diagramme des contraintes fictif, représenté par une loi monotone croissante, à pente décroissante jusqu'à la résistance en traction qui devient une caractéristique fictive et variable en fonction de la déformation de l'acier le plus tendu.

La proposition de Quast définit directement les contraintes fictives du béton (figure II.35). Il propose l'expression (II.29) avec la définition de σ_t.

Quast a surtout utilisé cette loi pour prédire des lois moment -courbure expérimentales. On remarque qu'on peut avoir une loi linéaire (n=1), une loi parabolique (n=2) et jusqu'à une loi rigide (n=infini).

ESPION [14] à repris la même relation mais en modifiant l'expression de σ_t

$$\frac{\sigma}{\sigma_t} = 1 - \left(1 - \frac{\varepsilon_t}{\varepsilon_a}\right)^n \qquad \text{(II.29)}$$

Ou selon QUAST

$$\sigma_t = f_{ctj}\left(\frac{\varepsilon_y - \varepsilon_s}{\varepsilon_y - \varepsilon_{ct}}\right) \qquad \text{(II.30)}$$

ε_{ct} : déformation de traction correspondant à f_{ctj}
ε_s : déformation de l'acier
ε_y : déformation correspondante à la limite d'élasticité de l'acier
n : coefficient de forme de la courbe

(Pour n =1 : loi linéaire).
(Pour n =2 : loi parabolique).

Selon ESPION :

$$\sigma_t = f_{ctj}\left(\frac{\varepsilon_y - \varepsilon_s}{\varepsilon_y - \varepsilon_{ct}}\right)^m \qquad \text{(II.31)}$$

Avec :
1 < m < 2 : dépend du pourcentage d'acier

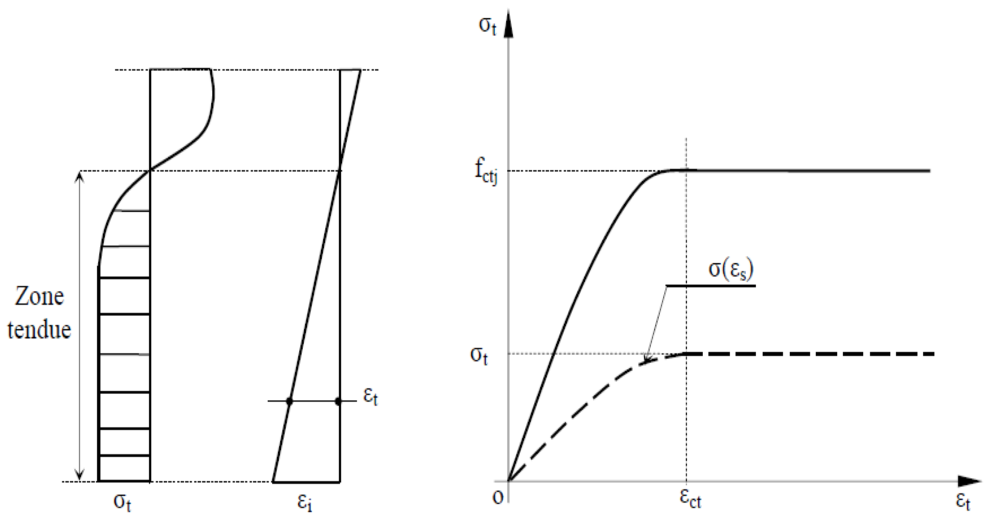


Fig. II.35. Le béton tendu selon QUAST et ESPION [14]

D'autre modèles ont été proposés, toujours pour des réponses décroissantes après la fissuration mais tenant compte de différents paramètres (diamètre de la barre, espacement des barres, pourcentage d'acier …).

La relation proposée d'abord par **Careira** et **Chu** [19] pour le béton armé en traction suite à leurs travaux sur le béton en compression a été reprise par **Prakhya** et **Morley** [24] afin de donner des valeurs au coefficient β_t.

$$\sigma_{bt} = \frac{\beta_t \dfrac{\varepsilon}{\varepsilon_{bf}}}{\beta_t - 1 + \left(\dfrac{\varepsilon}{\varepsilon_{bf}}\right)^{\beta_t}} \, f_t , \qquad \text{(II.32)}$$

Avec : $\varepsilon_{bf} = \dfrac{f_t}{E_{b0}}$.

Dans cette relation β_t peut varier entre 1 (parfaitement plastique) et l'infini (parfaitement fragile). Pour le béton armé, β_t est fonction du diamètre des barres, de leur espacement et de leur pourcentage dans ce mélange.

L'expression empirique représentant le comportement post-fissuration la plus répandue dans les divers modèles de simulation [09], est de type :

$$\sigma_{bt} = \frac{a\, f_t}{1 + \sqrt{b\, \varepsilon}} \qquad \text{(II.33)}$$

Avec a et b des paramètres du modèle.

Vecchio et **Collins** (1986) [26] ont utilisé cette loi empirique qui s'applique pour les barres crénelées.

Avec a = 1 et b = 500.

$$\sigma_{bt} = \frac{f_t}{1 + \sqrt{500\, \varepsilon}} \qquad \text{(II.34)}$$

Cette relation est valide pour le béton environnant les armatures, situé à l'intérieur d'un rayon équivalent à 7.5 fois le diamètre de l'armature concernée de part et d'autre de celle-ci (figure II.36). Ces zones doivent donc être considérées indépendamment de béton tendu plus éloigné. Cette distinction est prise en compte dans la discrétisation de la section où deux types de béton sont considérés; un béton pour les couches situées à proximité des armatures, qui inclut le phénomène de « Tension Stiffening » et un béton pour les couches plus éloignées qui n'implique que la portion élastique du comportement en traction.

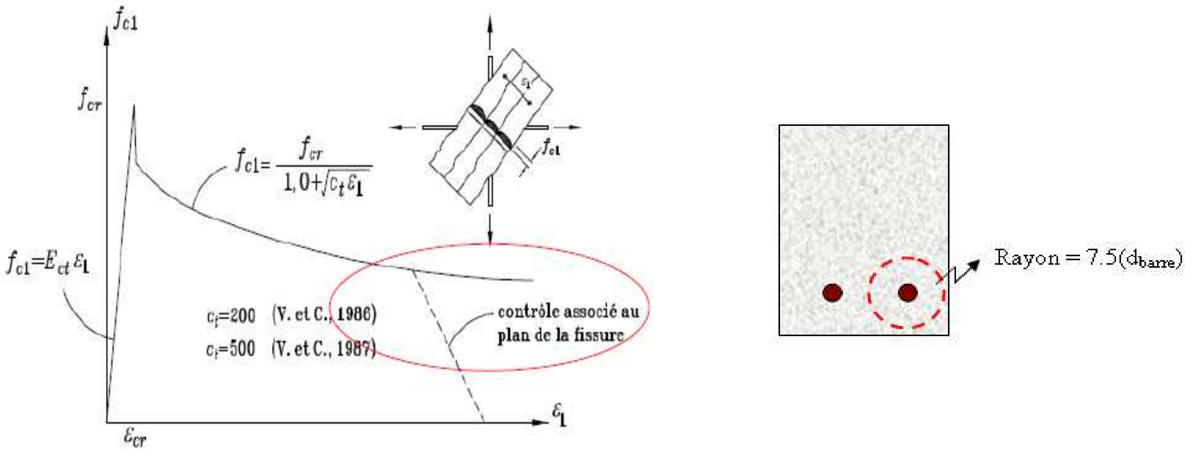


Fig. II.36. Application et rayon d'influence du "Tension Stiffening" selon Vecchio [26]

Collins et **Mitchell** [09], suite aux essais réalisés par **Kirschner** et **Collins** [26], ont établi la relation suivante :

Avec a = 1 et b = 200.

$$\sigma_{bt} = \frac{f_t}{1+\sqrt{200\ \varepsilon}} \qquad \text{(II.35)}$$

Abrishami et **Mitchell** [11] ont repris le même type de (relation II.33) avec b=500, mais en introduisant d'abord deux paramètres α_1 et α_2 ($a = \alpha_1 \alpha_2$) dépendant successivement du type d'armature et du type de chargement. Le troisième paramètre α_3 ($a = \alpha_1 \alpha_2 \alpha_3$) a été ensuite introduit pour tenir compte des fissures de fendage longitudinal ; relation suivante :

$$\sigma_{bt} = \frac{\alpha_1\ \alpha_2\ \alpha_3\ f_t}{1+\sqrt{500\ \varepsilon}} \qquad \text{(II.36)}$$

Avec α_1 : paramètre d'adhérence.

$\alpha_1 = 1$ pour les barres haute adhérence

$\alpha_1 = 0,7$ pour les barres lisses et les torons adhérents

α_2 : paramètre de chargement

$\alpha_2 = 1$ pour un chargement monotone rapide

$\alpha_2 = 0,7$ pour un chargement soutenu ou répété

α_3 : paramètre tenant compte des fissures de fendage longitudinal lorsque l'enrobage e est insuffisant.

$\alpha_3 = \frac{e}{\phi} - 1$ limité à $0 \le \alpha_3 \le 1$

Bentz [11] en comparant les différentes formules de type précédant et en prenant toujours a=1, à introduit un coefficient M (b = 3,6 M), dépendant de l'adhérence des barres.

$$\sigma_{bt} = \frac{f_t}{1+\sqrt{3{,}6\,M\,\varepsilon}} \qquad \text{(II.37)}$$

Avec $$M = \frac{A_c}{\sum \pi \Phi}$$

Ou : A_c est la section du béton.
$\sum \phi\pi$ est le périmètre des différentes barres.

Avec des essais sur des panneaux armés en deux nappes d'armatures à haute adhérences, **Belarbi** et **Hsu** [07] établissent et confirment l'expression empirique de **Tamai** et **al** [09].

$$\sigma_{bt} = \left(\frac{f_t / E_{b0}}{\varepsilon} \right)^{0,4} f_t \qquad \text{(II.38)}$$

Fields et **Bischoff** [08] ont réalisé des essais sur des tirants de section 250x250 mm et mesuré les déformations sur une longueur de 2 m. Ce sont 7 tirants composés de 3 types de béton, de résistance à la compression de 41,2 et 54,9 et 81 MPa. Quatre tirants sont armés de 4 barres de 16mm (ρ = 1,3%) et trois autres tirants de 4 barres de 19,5mm (ρ = 2%). La contrainte limite élastique de l'acier utilisée est de 450 MPa.

Les auteurs proposent la (relation II.38) suivante:

$$\sigma_{bt} = f_t \exp\left[-800\,(\varepsilon - \varepsilon_{cr})\right] \qquad \text{(II.39)}$$

En utilisant les résultats établis par **Gupta** et **al** [08], (en cosinus hyperbolique et sinus hyperbolique) et la détermination de f_{ct} donnée par le code CEB [24].

Stramandinoli et **Rovereb** [11] proposent une (expression II.40) similaire à la (relation II.39). Ils introduisent un coefficient tenant compte du pourcentage d'acier et du rapport (n) des deux modules d'élasticité ; acier et béton.

$$\sigma_{bt} = f_{ct} \exp\left[-\alpha \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_{cr}} \right) \right] \qquad \text{(II.40)}$$

Avec $\alpha = 0{,}017 + 0{,}225\,(n\rho) - 0{,}106\,(n\rho)^2 + 0{,}016\,(n\rho)^3$.

CHAPITRE III : Modélisation en flexion composée d'une section en béton armé :

III.1. Introduction :

Sous des sollicitations proches des sollicitations ultimes, une section en béton armé se fissure et se plastifie. Le calcul en élasticité linéaire ne permet plus d'évaluer les déformations réelles de la section, on est alors amené à faire une étude en élasticité non linéaire.

III.2. Hypothèses de calcul :

On s'intéresse au calcul et à la modélisation du comportement instantané d'une section en béton armé, soumise à la flexion composée. On admet les hypothèses des calculs suivantes:

- ✓ Flexion plane d'une section à plan moyen, chargée dans son plan et symétrique par rapport à l'axe GY passant par son centre géométrique.
- ✓ Conservation de la section plane après déformation.
- ✓ Absence de glissement relatif entre le béton et l'acier.
- ✓ L'influence de l'effort tranchant est négligée.

III.3. Relations Efforts-Déformations dans la section :

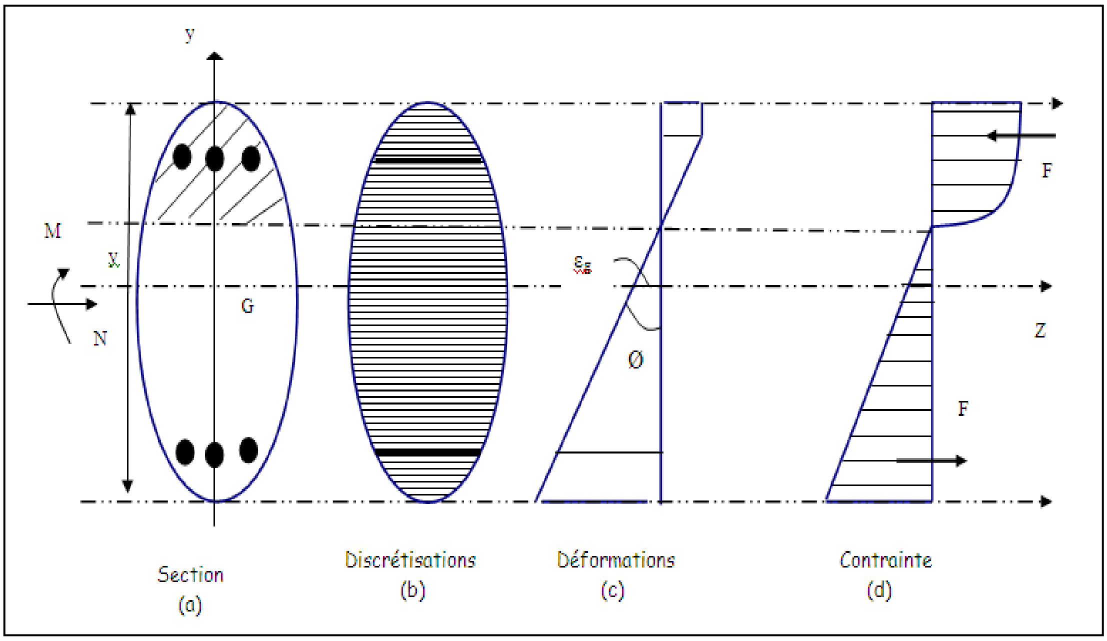


Fig. III.1. Discrétisation de la section, et diagramme contrainte-déformation [15]

On considère une section en béton armé, en équilibre sous un moment fléchissant M et un effort normal N agissant au centre géométrique G de la section.

En tenant compte des hypothèses de calcul, les déformations dans cette section sont définies à l'aide de deux paramètres : la déformation longitudinale ε_g au niveau du centre géométrique G de la section, et la courbe Ø.

La déformation longitudinale ε(y), d'une fibre horizontale située à l'ordonnée y par rapport à l'axe Gz est donnée par :

$$\varepsilon = \varepsilon(y) = \varepsilon_G + \varphi . y \quad \text{..(III.1)}$$

Avec :

σ_{bc} : Contrainte de la fibre de béton la plus comprimée,

σ_{bt} : Contrainte de la fibre de béton la plus tendue,

ε_{bc} : Déformation de la fibre de béton la plus comprimée,

ε_{bt} : Déformation de la fibre de béton la plus tendue,

ε_y : Déformation d'une fibre située à une hauteur y, à partir du centre de gravité de la section.

La contrainte normale au niveau de la fibre considérée est donnée par :

$$\sigma(y) = f(\varepsilon(y)) \quad \text{...(III.2)}$$

La fonction f(ε) est définie par la loi de comportement σ-ε du matériau constituant la fibre considérée.

Pour une section en béton armé, les lois de comportement des matériaux béton et acier sont présentées au chapitre II :

Les efforts équilibrés par la section sont donnés par :

$$N = \int_S \sigma(y)\, ds$$

$$\text{...(III.3)}$$

$$M = \int_S \sigma(y).\, y ds$$

$$\Rightarrow \quad N = \int_S E\,\varepsilon(y)\,ds$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \text{(III.4)}$$

$$M = \int_S E\,\varepsilon(y)\,y ds$$

Où E_s désigné le module sécant et est fonction de $\varepsilon(y)$, (Figure III.2),

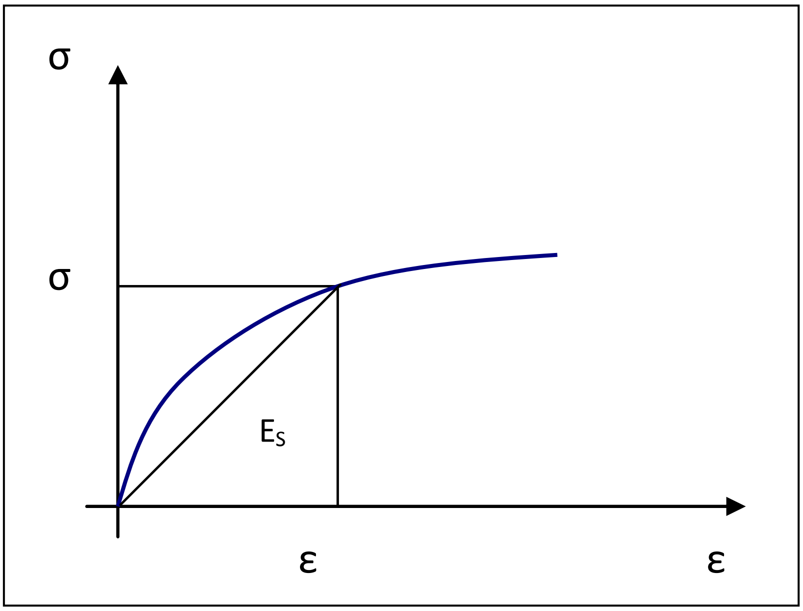


Fig. III.2.comportement contrainte-déformation en présentant le module sécant.

En tenant compte de (III.1), on obtient:

$$N = \int_S E_s(\varepsilon_G + \phi . y)\,ds$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \text{(III.5)}$$

$$M = \int_S E_s(\varepsilon_G + \phi . y)\,y ds$$

Ou encore :

$$N = (\int_S E_S .dS).\varepsilon_g + (\int_S E_S .y.dS)\phi$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \text{(III.6)}$$

$$M = (\int_S E_S .y.dS).\varepsilon_g + (\int_S E_S .y^2.dS)\phi$$

En posant :

$\overline{EA} = \int_S E_S .dS$: rigidité à l'effort normal (rigidité de membrane),

$\overline{ES} = \int_S E_S .y.dS$: rigidité due au couplage flexion – effort normal ………….. (III.7)

$\overline{EI} = \int_S E_S .y^2 .dS$: rigidité à la flexion.

La relation entre les efforts est les déformations dans la section s'écrit alors :

$$
\begin{aligned}
N &= \overline{EA}.\varepsilon_g + \overline{ES}.\phi \\
M &= \overline{ES}.\varepsilon_g + \overline{EI}\,\phi
\end{aligned}
\qquad \text{…………………………………………………….….. (III.8)}
$$

Ou encore, sous forme matricielle :

$$
\begin{Bmatrix} N \\ M \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \overline{EA} & \overline{ES} \\ \overline{ES} & \overline{EI} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_g \\ \phi \end{Bmatrix} = [K_S] \begin{Bmatrix} \varepsilon_g \\ \phi \end{Bmatrix} \qquad \text{…….…………………………………..… (III.9)}
$$

[K_S] est la matrice de rigidité sécante de la section,

Inversement, la relation (III.9) s'écrit:

$$
\begin{Bmatrix} \varepsilon_g \\ \phi \end{Bmatrix} = \left[K^{-1}\right] \begin{Bmatrix} N \\ M \end{Bmatrix} \qquad \text{……..…………………….. …………………………… (III.10)}
$$

Avec :

$$
\left[K^{-1}\right] = \frac{1}{\det[K_S]} \begin{bmatrix} \overline{EI} & -\overline{ES} \\ -\overline{ES} & \overline{EA} \end{bmatrix} \qquad \text{…………………………………………..….. (III.11)}
$$

La matrice $[K_S]$ est inversible si det $[K_S] = \overline{EA}.\overline{EI} - \overline{ES}.\overline{ES} \neq 0$

Dans le cas d'un comportement élastique linéaire, le module E_S indépendant de $\varepsilon(y)$ et pour une section homogène, les rigidités données par (III.7) deviennent :

$$\overline{EA} = E_S \int_S dS = E_S . A$$

$$\overline{ES} = E_S \int_S y.dS = E_S . S \quad \text{.......................................} \quad (III.12)$$

$$\overline{EI} = E_S \int_S y^2.dS = E_S . I$$

Où :

$A = \int_S dS$: Aire de la section

$S = \int_S y.dS$: Moment statique de la section /Gz

$I = \int_S y^2.dS$: Moment d'inertie de la section /Gz

Dans ce cas, connaissant les efforts N et M, il est possible de calculer les déformations ε_g et Ø par :

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_g \\ \phi \end{Bmatrix} = \frac{1}{E_S(A.I - S^2)} \begin{bmatrix} I & -S \\ -S & A \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} N \\ M \end{Bmatrix} \quad \text{.......................................} \quad (III.13)$$

Dans le cas d'un comportement non linéaire, le module sécant dépend de ε_g. La détermination des déformations à partir des efforts n'est pas directe. Elle s'effectue par un calcul itératif non linéaire.

III.4. calcul pratique de la matrice de rigidité de la section :

Les comportements de la matrice de rigidité $[K_S]$ sont déterminés en effectuant une discrétisation de la section figure (III.3), ceci en tenant compte du béton et des armatures d'acier.
L'expression (III.7) est alors donnée par :

$$\overline{EA} = \sum_{i=1}^{nb} E_{bi} \Delta S_i + \sum_{j=1}^{na} E_{aj} A_j$$

$$\overline{ES} = \sum_{i=1}^{nb} E_{bi} . y_{bi} . \Delta S_i + \sum_{j=1}^{na} E_{aj} . y_{aj} . A_j \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (III.14)$$

$$\overline{EI} = \sum_{i=1}^{nb} E_{bi} . y_{bi}{}^{2} . \Delta S_i + \sum_{j=1}^{na} E_{aj} . y_{aj}{}^{2} . A_j$$

nb : nombre de tranches horizontales dans la section du béton
na : nombre de lits d'aciers
E_{bi} : module d'élasticité sécant du béton au niveau de la tranche i
E_{aj} : module d'élasticité sécant de l'acier du lit j
A_j : aire du lit d'acier i
y_{aj} : ordonnée du lit d'acier j/Gz
ΔS_i : aire de la tranche i du béton

Cette aire est donnée par :
$\Delta S_i = b(y_{bi}).\Delta h_i$
y_{bi} : ordonnée au niveau du milieu de la tranche de béton i/Gz
$b(y_{bi})$: largeur de la tranche de béton i
Δh_i : hauteur de la tranche de béton i

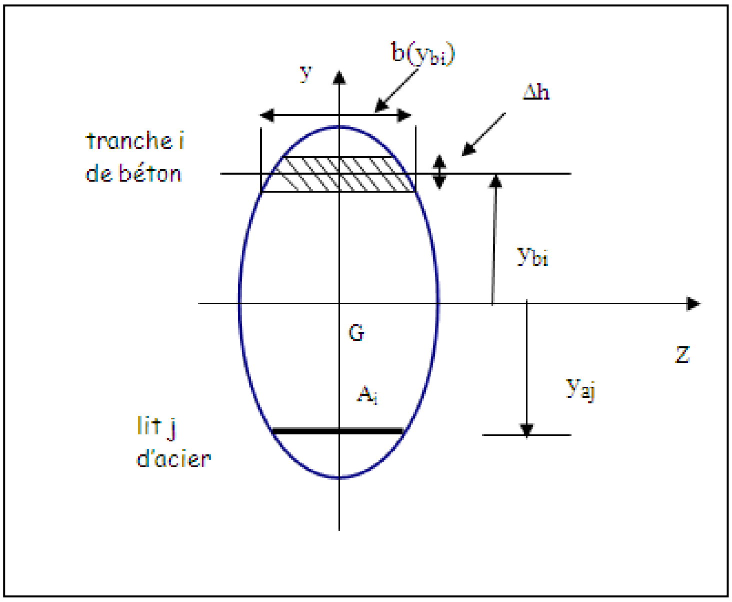


Fig. III.3. Discrétisation de la section en tranches horizontales.

III.5. Méthode de résolution non linéaire :

En élasticité non linéaire, on peut calculer les efforts (N, M) développés dans la section pour des déformations ($\varepsilon_{g,}$ $\emptyset$) données.

Le calcul inverse, c'est-à-dire la détermination des déformations à partir des efforts n'est pas possible par une méthode directe. On doit, dans ce cas, utiliser une méthode de calcul itérative [30].

Initialement, on considère l'état d'équilibre de la section sous de faibles valeurs des efforts N et M. On démarre, alors, les calculs en considérant un comportement élastique linéaire. Dans ce cas les déformations ($\varepsilon_{g,}$ $\emptyset$) correspondants sont données par l'expression (III.13).

Sous un incrément (ΔN, ΔM) des efforts, l'accroissement des déformations ($\Delta\varepsilon_{g,}$ $\Delta\,\emptyset$) dans la section est recherché par la méthode des substitutions successives utilisant les méthodes matrices de rigidité sécantes [30].

Remarque :

L'incrémentation des efforts peut se faire de trois façons :

a) Incrémentation du moment fléchissent avec un effort normal constant ($\Delta N = 0$).

b) Incrémentation de l'effort normal avec un moment fléchissent constant ($\Delta M = 0$).

c) Incrémentation, au même temps, de l'effort normal et du moment fléchissant telle que $e = \Delta N / \Delta M$ soit constant.

La figure (III.4) présente le schéma de résolution pour l'obtention de la courbe moment-courbure (M-Ø) lorsque la section subit une incrémentation du moment fléchissant avec un effort normal constant.

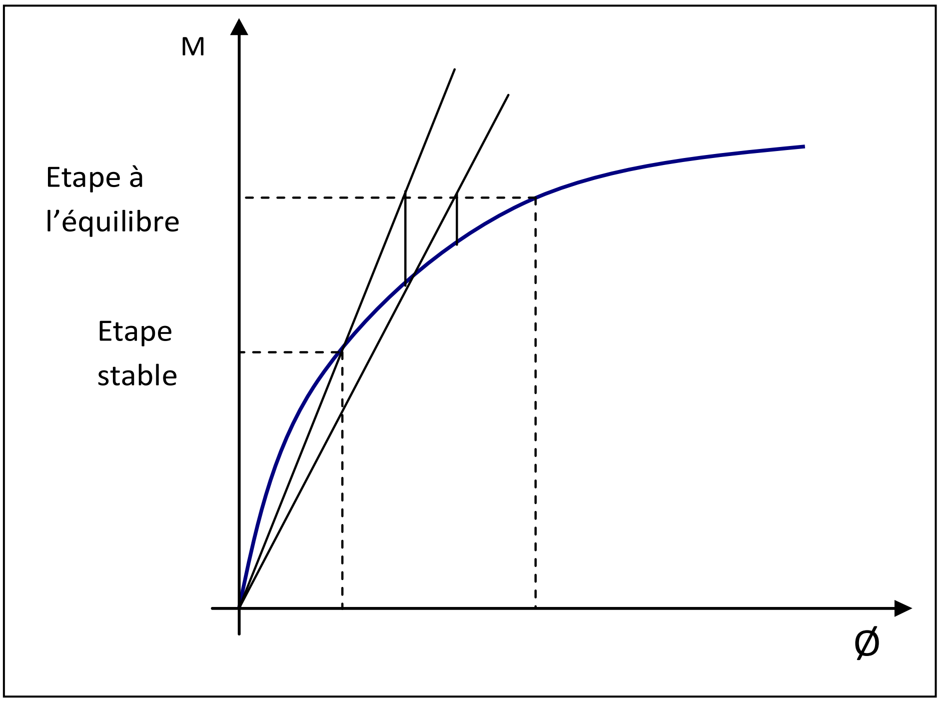


Fig. III.4. Schéma de résolution pour le calcul M-Ø (N= constant).

La méthode de résolution non linéaire s'effectué selon l'algorithme suivant :

1- soit l'étape stable j-1, correspondant aux efforts < N , M >$^{j-1}$ et les déformations < ε_g , ø >$^{j-1}$.

2- Incrémentation des efforts :

2.1- $$\begin{Bmatrix} N \\ M \end{Bmatrix}^{j} = \begin{Bmatrix} N \\ M \end{Bmatrix}^{j-1} + \begin{Bmatrix} \Delta N \\ \Delta M \end{Bmatrix}$$

2.2- On démarre le compteur des itérations **i=1**

3- Evaluation de la section matrice de rigidité sécante de la section en fonction de la section de l'étape précédente j-1

$$[K_s]^i = [K_s(\varepsilon_g , \phi)^{j-1}]$$

4- Résolution du système d'équilibre :

$$[K_s]^i \begin{Bmatrix} \Delta \varepsilon_g \\ \Delta \phi \end{Bmatrix}^i = \begin{Bmatrix} \Delta N \\ \Delta M \end{Bmatrix}^i$$

5- Cumul des déformations :

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_g \\ \phi \end{Bmatrix}^i = \begin{Bmatrix} \varepsilon_g \\ \phi \end{Bmatrix}^{j-1} + \begin{Bmatrix} \Delta \varepsilon_g \\ \Delta \phi \end{Bmatrix}^i$$

6- Calcul des efforts équilibrés par la section :

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_g \\ \phi \end{Bmatrix}^i \rightarrow \begin{Bmatrix} N_R \\ M_R \end{Bmatrix}^i$$

7- Test de convergence sur les efforts non équilibrés

$N_R^i - N^j \leq$ Précision

$M_R^i - M^j \leq$ Précision

7.1- Si convergence, l'étape j actuelle est stable (équilibrée) ; passer à l'incrément de charge suivante : j $\rightarrow$ j+1 et revenir à l'étape (2).

7.2- Sinon, passer à l'itération suivante : i $\rightarrow$ i+1 et revenir à l'étape (3).

7.3- Si au bout d'un certain nombre d'itérations fixé auparavant, la convergence n'est pas obtenue, la section ne peut être équilibrée et le calcul est arrêté.

III.6. Organigramme de calcul :

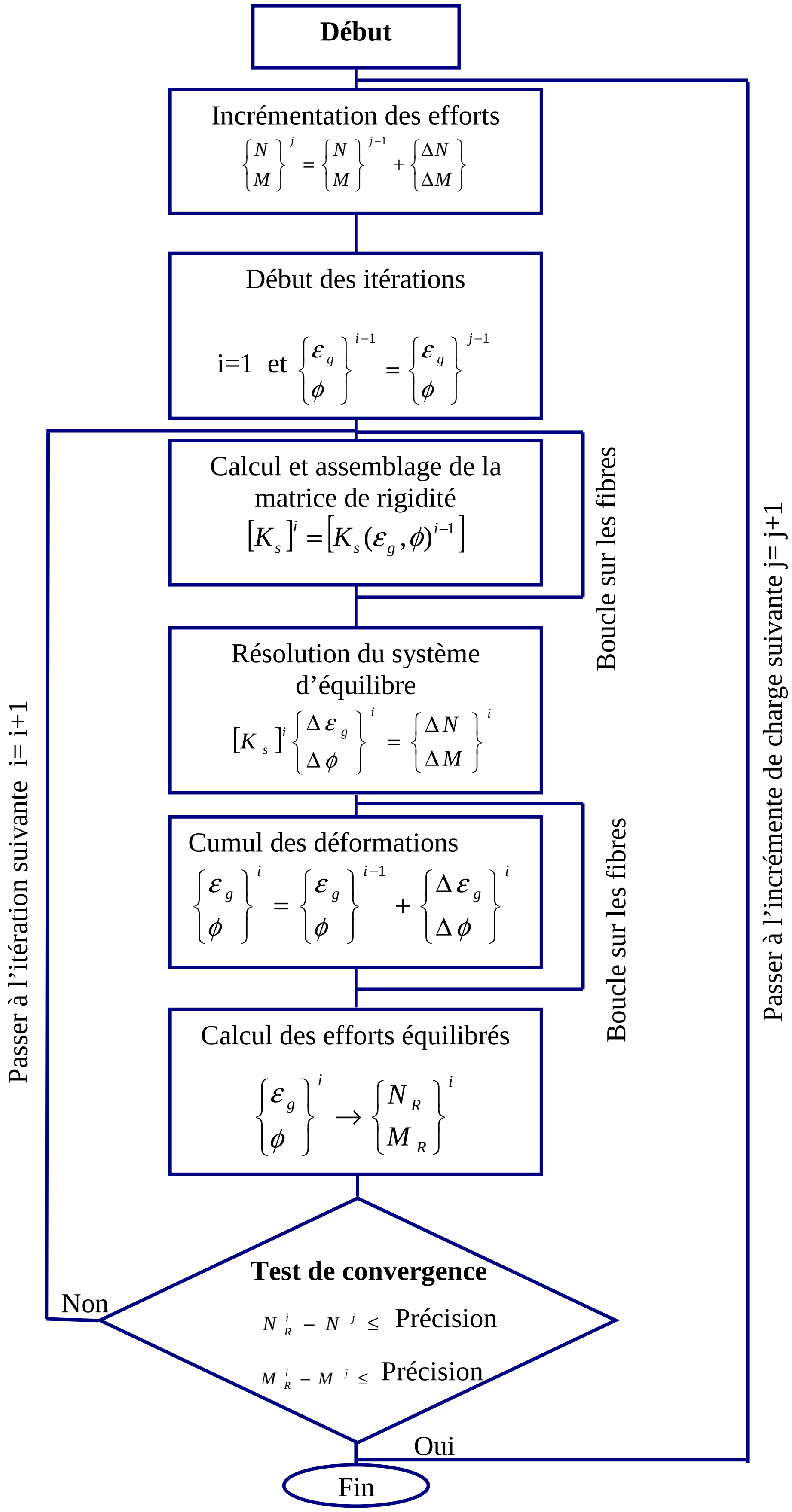


Fig. III.5. Organigramme de calcul [15].

CHAPITRE IV: Programmation informatique et validation

IV.1-Objectifs :

Pour permettre l'étude et l'analyse du comportement instantané d'une section quelconque en béton armé, soumise à la flexion composée, on a développé un programme informatique (SECTNOL1) rédigé en langage Fortran 90.

IV.2-Le programme SECTNOL1 :

IV.2.1-Présentation :

Le programme SECTNOL1 (analyse d'une **SECT**ion en **NO**n **L**inéaire jusqu'à rupture) permet la simulation du comportement instantané, jusqu'à la rupture, d'une section quelconque en béton armé soumise à la flexion composée. Il permet d'effectuer le calcul selon trois options :

a- Calcul moment- courbure (M – Ø) *:*

La section est soumise à un effort normal **N** fixe et à un moment fléchissant **M** croissant jusqu'à la rupture.

b- Calcul effort normal- déformation longitudinal (N-ε_g) :

La section est soumise à un moment fléchissant **M** fixe et à un effort normal **N** croissant jusqu'à la rupture.

c- *Calcul de la section* sous un effort normal **N** et un moment fléchissant **M** croissant en même temps, jusqu'à la rupture, tels que l'excentricité $e = \frac{M}{N}$ reste constante.

IV.2.2- Organigramme général du programme SECTNOL1 :

L'organisation du programme SECTNOL1, selon l'ordre d'appel des différentes subroutines, est présentée dans l'organigramme de la (figure IV.1).

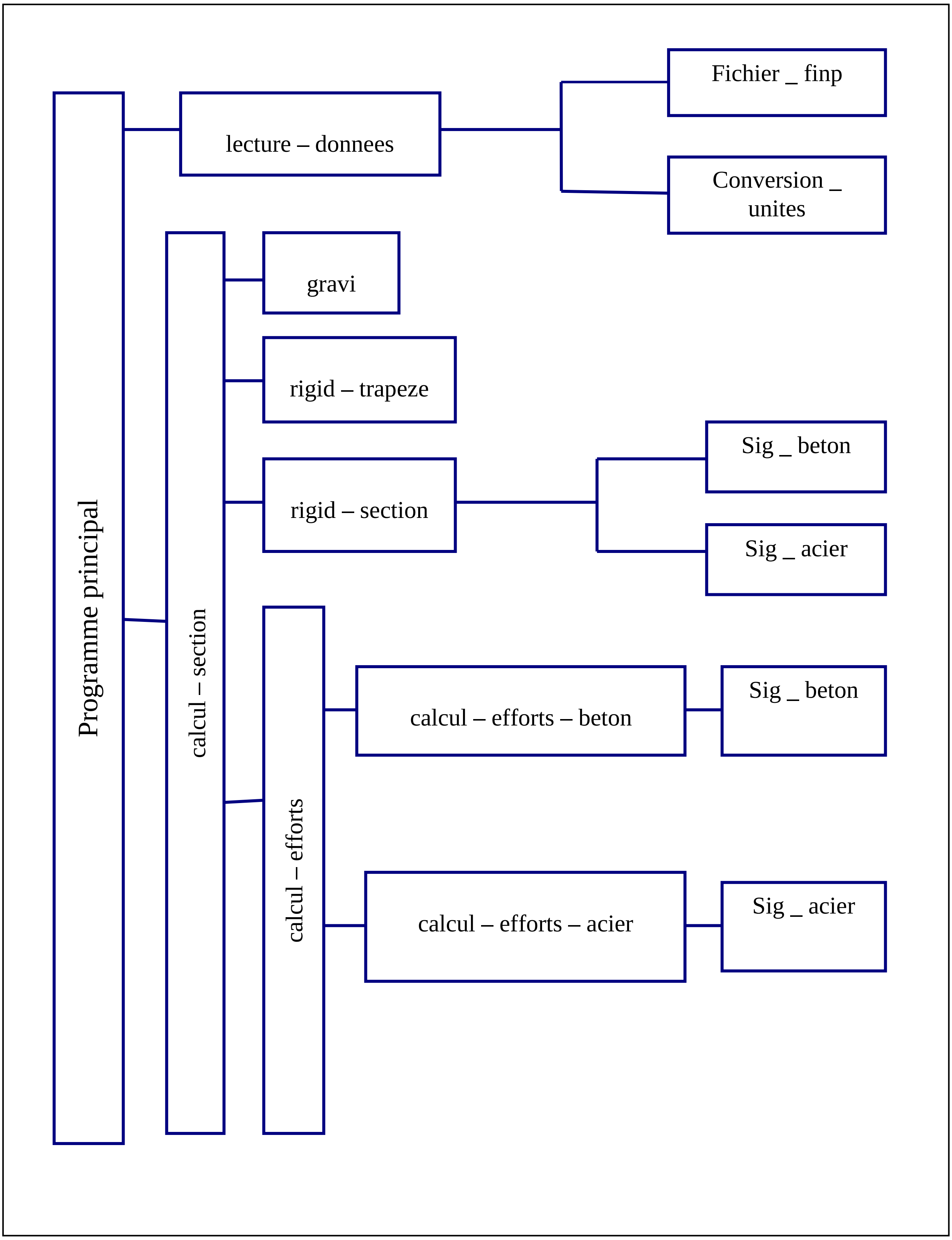


Fig.IV.1. Organisation du programme SECTNOL1**.**

IV.2.3- Description des différentes subroutines :

1- subroutine lecture _ donnees :

Cette subroutine permet la lecture des données du problème à traiter, selon les étapes suivantes :

- Ouverture du fichier des données existant (**finp**).
- Appel des subroutines **fichier_Finp** et **conversion_unites**.
- Création du fichier **fout** dans lequel seront stockés les résultats du calcul.

2 – subroutine fichier _ finp :

Lecture des données du problème à partir du fichier existant **finp**.

3 – subroutine conversion _unites :

Elle permet d'effectuer la conversion des unités des données du problème avant le démarrage du calcul.

4 – subroutine calcul _section :

Cette subroutine constitue le bloc de calcul permettant l'analyse non linéaire, jusqu'à rupture, de la section étudiée.

5 - subroutine gravi :

Calcul de la position du centre de gravité de la section de béton, par rapport à l'axe de référence défini par l'utilisateur, et l'aire de la section.

6 – subroutine rigid _ trapeze :

Repérage des différents trapèzes constituant la section par rapport au centre de gravité et calcul des rigidités initiales.

7 – subroutine rigid_ section :

Evaluation des rigidités EA, ES, et EI actuelles, correspondant à l'étape actuelle de calcul.

8 – subroutine calcul_efforts :

Calcul des efforts internes (N, M) dans la section (béton + acier) correspondant à l'état de déformation actuel (ε_g, Ø).

9 – subroutine calcul _ efforts _beton :

Calcul des efforts internes (N_b, M_b) dans le béton par intégration sur la hauteur de la section des contraintes dans les fibres horizontales constituant la section du béton.

10 – subroutine calcul_efforts_ acier :

Calcul des efforts internes (Na, Ma) dans les aciers, en considérant tous les lits d'armatures constituant le ferraillage longitudinal de la section.

11 – subroutine sig _beton :

Calcul de la contrainte dans la fibre de béton en cours, selon la loi de Sargin en compression et selon les lois de comportements du béton en traction. (Détail dans le paragraphe IV.3)

12 – subroutine sig _ acier :

Calcul de la contrainte dans le lit d'acier en cours dans l'hypothèse d'un comportement elastoplastique.

IV.2.4-Description du fichier de données :

1ére ligne (2 variables) : **NT NL**

NT : Nombre de trapèzes dans la section,

NL : Nombre de lits d'aciers.

2éme ligne (4 variables) **: U(i) V(i) B(i) C(i)**

U(i) : Positions de la base inférieure du trapèze i par rapport à l'axe de référence,

V(i) : Positions de la base supérieure du trapèze i par rapport à l'axe de référence,

B(i) : Largueur de la base inférieure du trapèze i,

C(i) : Largueur de la base supérieure du trapèze i.

Cette ligne est répétée NT fois.

3éme ligne (5 variables)**: A(i) SE(i) SR(i) EPSUA(i) KACIER(i)**

A(i) : Aire de iéme lit d'acier,

W(i) : Positions de iéme lit d'acier par rapport à l'axe de référence,

SE(i) : Contrainte élastique de $i^{éme}$ lit d'acier,

SR(i) : Contrainte de rupture de $i^{éme}$ lit d'acier,

EPSUA(i) : Déformation ultime de $i^{éme}$ lit d'acier,

Kacier(i) : Type d'acier de $i^{éme}$ lit.

Cette ligne est répétée NL fois.

$4^{éme}$ ligne (8 variables) **: fbc(i); fbt(i); epsbo(i); fbu(i); epsbu(i); Ebo(i); itbc(i); itbt(i)**

fbc(i) : Contrainte maximale de béton comprimé**,**

fbt(i) : Contrainte maximale de béton tendu**,**

epsbo(i) : Déformation correspondent à la contrainte maximale en compression fbc**,**

fbu(i) : Contrainte à rupture en compression du béton**,**

epsbu(i) : Déformation à la rupture du béton comprimé**,**

Ebo(i) : Module d'élasticité longitudinal initial du béton

itbc(i) : Type de la loi de comportement du béton en compression

itbt(i) : Type de la loi de comportement du béton en traction

$5^{éme}$ ligne (5 variables) **: VNF VMF VNV VMV DELTA**

VNF : Partie fixe de l'effort normal N_0**,**

VMF : Partie fixe du moment fléchissant M_0**,**

VNV : Partie variable de l'effort normal Nv**,**

VMV : Partie variable du moment fléchissant Mv**,**

DELTA : Le pas d'accroissement de Nv et Mv.

III.2.5- Description du fichier résultats :

Dans ce fichier, les résultats du calcul sont donnés, sous forme de six colonnes, présentant respectivement :

- La courbure Ø (1 / m),
- L'effort normal N (KN),
- Le moment fléchissant M (KN.m),
- La déformation ε_c de la fibre la plus comprimée,
- La déformation ε_t de la fibre la plus tendue,
- et la hauteur comprimée h_C (m).

IV.3. Le programme SECTNOL1 enrichi :

Le programme SECTNOL1 (développé et enrichi) permet de prendre en compte la contribution du béton tendu fissuré « the tension stiffening effect ».

La variable « **itbt »** permet de faire le choix de la loi de comportement à utiliser.

A fin de modéliser le comportement du béton armé en traction, divers modèles et lois de comportement les plus répondus dans la littérature sont inclus dans le programme.

Ces différents modèles sont présentés dans la **subroutine sig _beton** ; Elle contient les modèles suivants :

IV.3.1 Comportement linéaire (itbt = 0) :

C'est-à-dire que la contribution du béton tendu reste toujours dans le domaine linéaire, et pour des raisons de convergence, le calcul est arrêté à $\boldsymbol{\sigma}_t$=0,8 fbc.

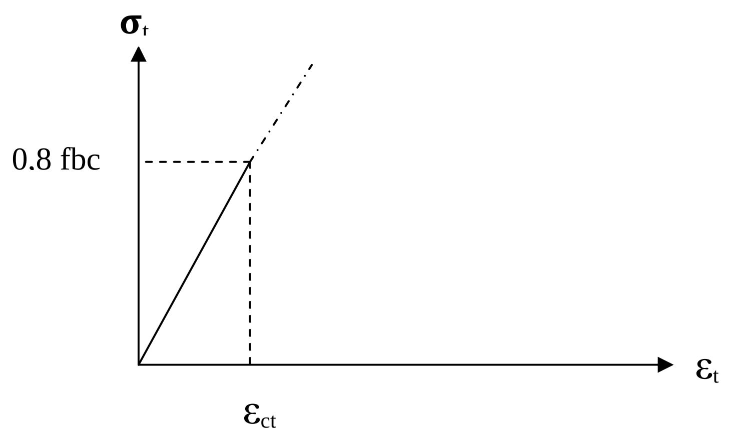


Fig.IV.2. Comportement indéfiniment linéaire du béton tendu

$$\sigma_{bt} = E_{b0}.\varepsilon_{bt} \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \forall \ \varepsilon_t$$

III.3.2 Comportement élastique fragile (itbt = 1) :

C'est-à-dire que le béton tendu contribue jusqu'au début de la fissuration. Au-delà, la contrainte additionnelle de traction devient nulle.

$$\sigma_{bt} = E_{b0} . \varepsilon_{bt} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \text{ si } \varepsilon_t \leq \varepsilon_{ft}$$

$$\sigma_{bt} = 0 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \text{ si } \varepsilon_t \geq \varepsilon_{ft}$$

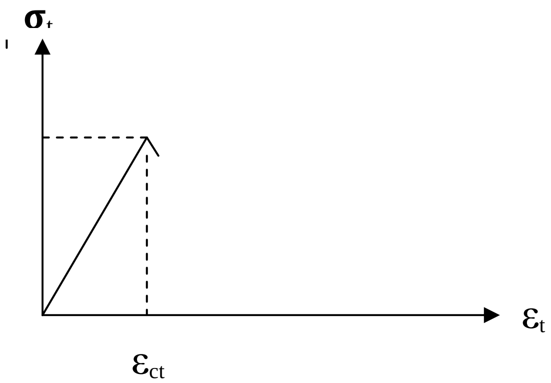


Fig.IV.3. Comportement fragile du béton a la traction

IV.3.3 Loi de comportement fictive de Grelat (itbt = 2) :

La formulation de Grelat consiste à attribuer une distribution triangulaire fictive des contraintes dans la zone tendue fissurée de la section transversale.
Il est admis de tenir compte de la résistance du béton tendu en phase fissuré, on attribue a celui-ci un diagramme fictif a partir de l'axe neutre.

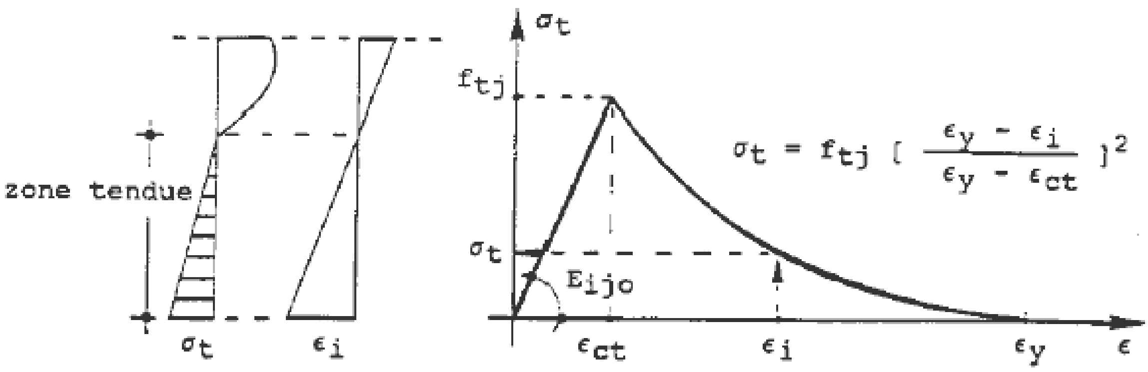


Fig.IV.4. Loi de comportement fictive de Grelat

$$\sigma_t = E_{c0}\,\varepsilon_i \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \text{ si } \varepsilon_i \leq \varepsilon_{ct}$$

$$\sigma_t = f_{ctj} \frac{\left(\varepsilon_i - \varepsilon_y\right)^2}{\left(\varepsilon_y - \varepsilon_{ct}\right)^2} \quad \ldots\ldots\ldots \text{ si } \varepsilon_{ct} \leq \varepsilon_i \leq \varepsilon_y$$

$$\sigma_t = 0 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \text{ si } \varepsilon_i \geq \varepsilon_y$$

*IV.3.4 Loi de comportement fictive de Quast (*itbt = 3) *:*

La formulation consiste à prendre un diagramme des contraintes fictif, représenté par une loi monotone croissante, a pente décroissante jusqu'à la résistance en traction qui devient une caractéristique fictive et variable en fonction de la déformation de l'acier le plus tendu.

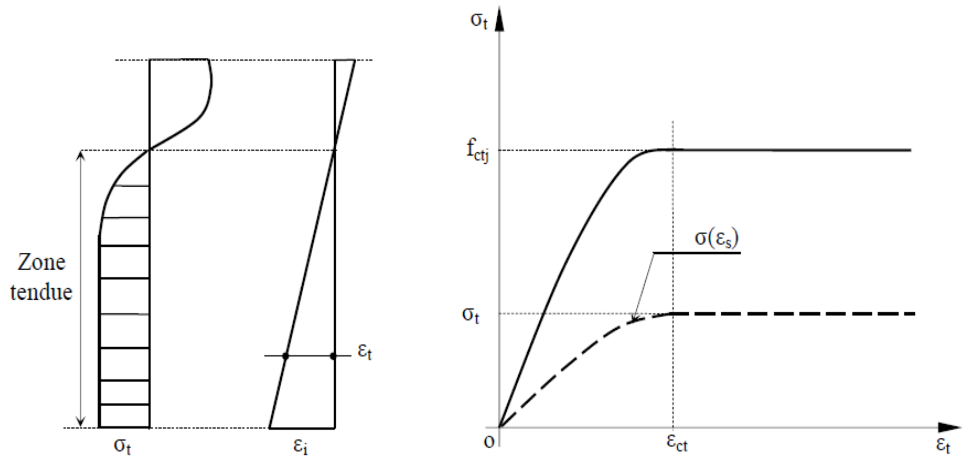


Fig.IV.5. Loi de comportement fictive de Quast

La variation de la courbe contrainte-déformation est donnée par la relation suivante :

$$\frac{\sigma}{\sigma_t} = 1 - \left(1 - \frac{\varepsilon_t}{\varepsilon_a}\right)^n$$

n : coefficient de forme de la courbe,
Dans notre cas on a considéré une loi parabole-rectangle (n = 2).

La contribution du beton tendu fissuré ($\boldsymbol{\sigma}_t$) est fonction de la deformation de l'acier

C-à-d :

$$\sigma_t = f_{ctj} \quad \text{...} \text{ si } \varepsilon_s \leq \varepsilon_{ct}$$

$$\sigma_t = f_{ctj}\left(\frac{\varepsilon_y - \varepsilon_s}{\varepsilon_y - \varepsilon_{ct}}\right) \quad \text{..............................} \text{ si } \varepsilon_s \geq \varepsilon_{ct}$$

*IV.3.5 Loi de comportement fictive de Vecchio (*itbt = 4) *:*

La formulation de Vecchio permet de prendre dans la même zone tendue deux lois de comportement différentes c'est-à-dire :

- Au voisinage de l'armature environ (7.5ϕ), il tient compte de l'effet de « tension stiffening »

C.-à-d.

$$\sigma_{bt} = E_{b0} . \varepsilon_{bt} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \varepsilon_t \leq \varepsilon_{ft}$$

$$\sigma_{bt} = \frac{a\, f_t}{1 + \sqrt{b\, \varepsilon}} \quad \ldots\ldots\ldots \varepsilon_{ft} \leq \varepsilon_t \leq \varepsilon_y$$

$$\sigma_{bt} = 0 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \varepsilon_t \geq \varepsilon_y$$

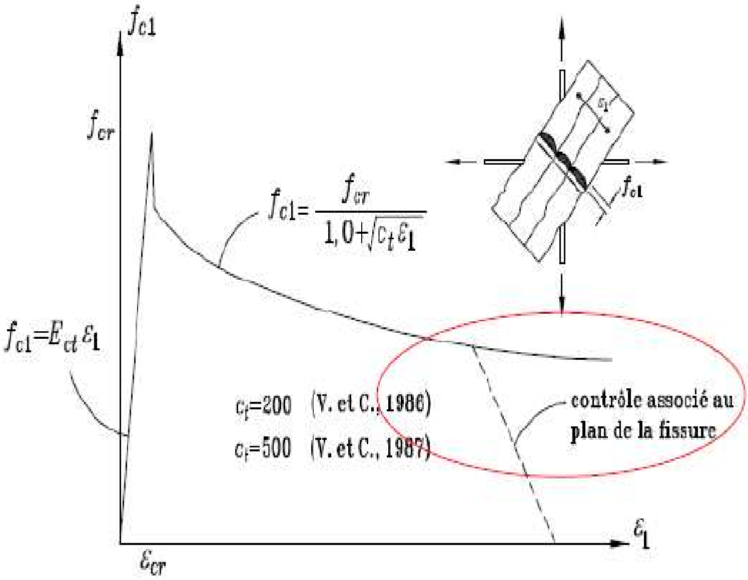


Fig.IV.6. Loi de comportement fictive de Vecchio

- Au dela de (7.5ϕ), il ne tient pas compte du béton tendu fissuré. mais il ne néglige pas totalement le béton en traction car il tient compte du comportement fragile du béton tendu.

C.-à-d.

$$\sigma_{bt} = E_{b0} . \varepsilon_{bt} \quad \ldots\ldots\ldots \varepsilon_t \leq \varepsilon_{ft}$$

$$\sigma_{bt} = 0 \quad \ldots\ldots\ldots\ \ldots\ldots\ldots \varepsilon_t \geq \varepsilon_{ft}$$

VI.4. Exemple d'applications et validation :

Dans ce qui suit, on se propose de valider les méthodes de calcul présentées dans les chapitres précédents. Plusieurs exemples, tirés de la littérature, sont traités et les résultats des calculs confrontés aux résultats expérimentaux. Nous présentons dans ce chapitre un seul exemple de validation et d'autres exemples sont présentés en ANNEXE B ;

Exemple de la poutre OG3 du CEBTP [31] :

Il s'agit d'une poutre en béton armé, munie d'un pourcentage modéré d'armatures (1,2%), de telle sorte que la rupture soit atteinte en première lieu par plastification des aciers. La section transversale est rectangulaire doublement armé, soumise à la flexion simple (Figure IV.7) :

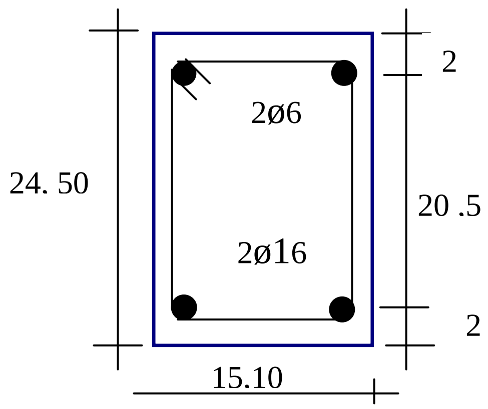


Fig.IV.7.Donnés géométriques de la poutre [31]

Les caractéristiques de béton et de l'acier sont présentées dans le tableau suivant :

Caractéristiques du béton		Caractéristiques de l'acier	
f_{bc} : Contrainte en compression (MPA)	52.50	fe : Contrainte élastique (MPA)	575
f_{bt} : Contrainte en traction(MPA)	3.35	fr : Contrainte de rupture (MPA)	700
f_{bu} : Contrainte à rupture en compression(MPA)	52,50	εu : déformation ultime	0,005
e_{psbo} : Déformation correspondant à f_{bc}	$1,7.10^{-3}$		
e_{psbu} : Déformation à rupture en compression	2.10^{-3}		
E : Module d'élasticité (MPA)	39900		

Tableau IV.1 : propriétés matérielles de la poutre [31]

Les résultats numériques sont représentés graphiquement dans la figure (IV.8) :

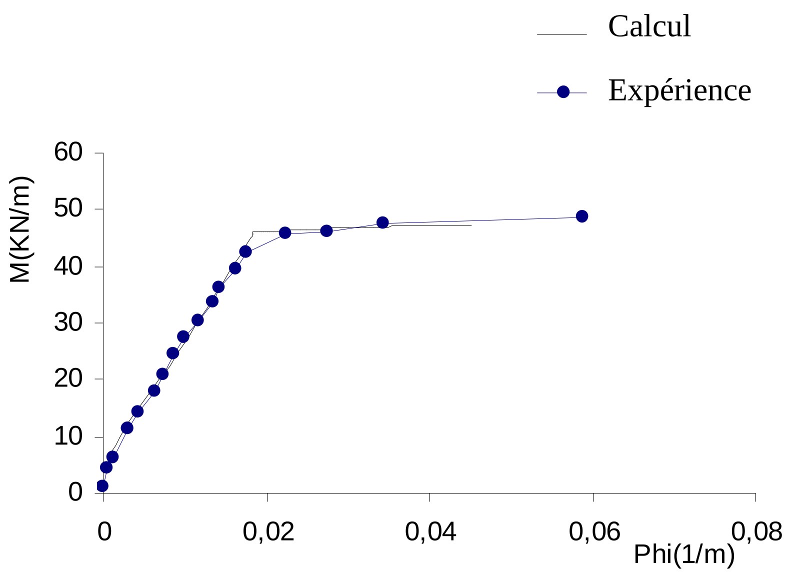


Fig.IV.8. Représentation de la courbe Moment_ courbure

On constate que le comportement de la poutre OG3 est bien approché par le calcul dans cette présente étude. La simulation montre une bonne estimation de moment et également de la courbure maximale correspondante (tableau. IV.2)

	Moment maximale M (KN/m)	Courbure maximale Ø (1/m)	$\frac{M_{etude}}{M_{calcul}}$	$\frac{\phi_{etude}}{\phi_{calcul}}$
Etude expérimentale	48,75	0,05875	1.32	1.30
Calcul	47,21164	0,04517	3%	3%

Tableau IV.2 : Comparaison des résultats numériques

CHAPITRE V: Etude paramétrique et comparative :

V.1- Introduction :

Ce chapitre est consacré pour l'application du programme SECTNOL1 (développé et validé dans le chapitre précédent).Deux exemples sont pris en considération. Le premier est une section en béton armé soumise à la flexion simple, et le second est une section soumise à la flexion composée. Pour les deux cas d'exemples, divers modèles du comportement du béton en traction son pris en considération.

V.2- Etude paramétrique :

Cette étude permet de mettre en valeur la participation du béton tendu (fissuré ou non fissuré), et son influence sur les le comportement de la section en béton armé soumise à la flexion notamment la rigidité, la ductilité et la résistance. Pour cela on s'est intéressé à la variation de la courbe moment-courbure en fonction des modèles utilisés.

V.2.1- Section en flexion simple :

Il s'agit de la de la poutre OG3 du CEBTP, de section (24,5 X 15 ,1) cm², soumise à un moment fléchissant. Les caractéristiques des matériaux de cette section sont présentées dans le (tableau IV.1) du chapitre précédent :

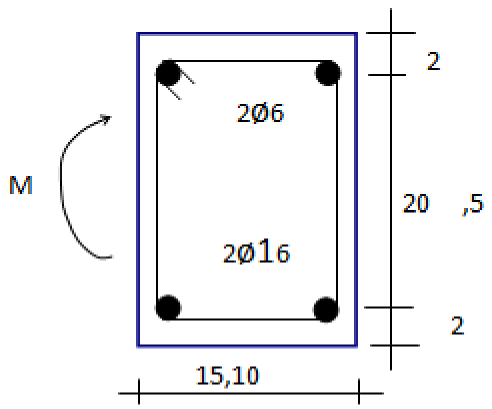
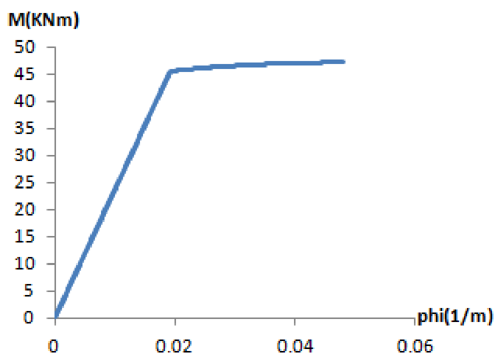


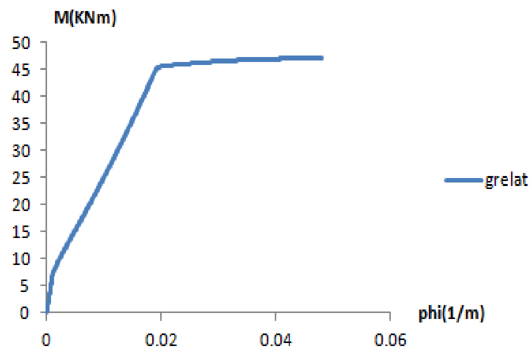
Fig.V.1. Section en béton armé soumise à la flexion simple.

Les résultats numériques obtenus sont illustrés sur les courbes (Moment- courbure) suivantes :

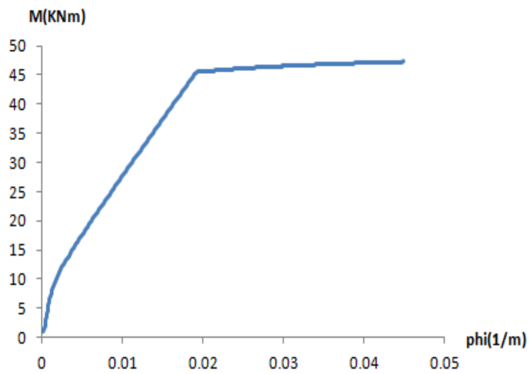
Le béton tendu négligé :



Le béton tendu selon GRELAT :



Le béton tendu selon QUAST :



Le béton tendu selon VECCHIO :

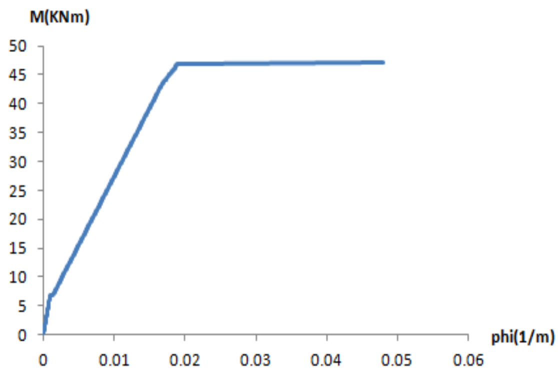


Fig.V.2. courbes (moment-courbure) obtenus par les déférents modèles

Les courbes de la figure (V.2) montrent le comportement de la section jusqu'à la rupture, afin d'illustrer la participation du béton tendu on a jugé nécessaire de superposer les différentes courbes.

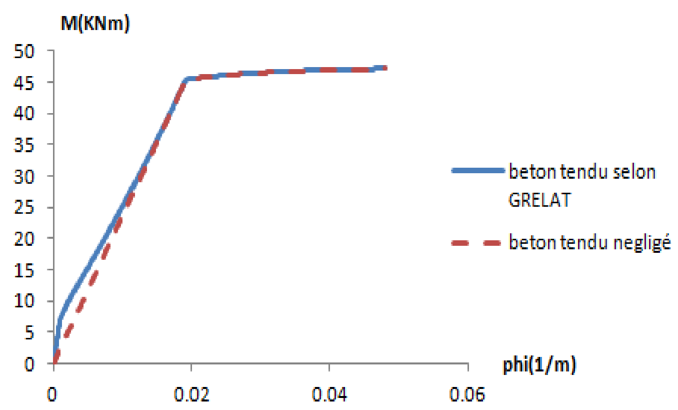


Fig. V.3. Illustration de l'effet du « tension stiffening » selon GRELAT

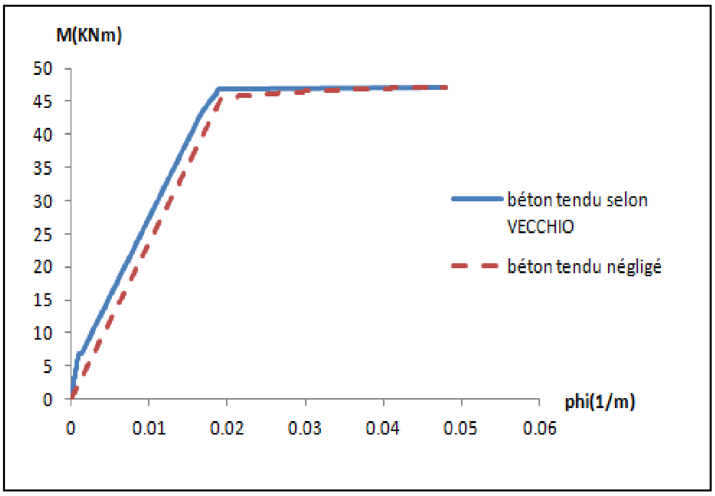


Fig. V.4.illustration de l'effet du « tension stiffening » selon VECCHIO

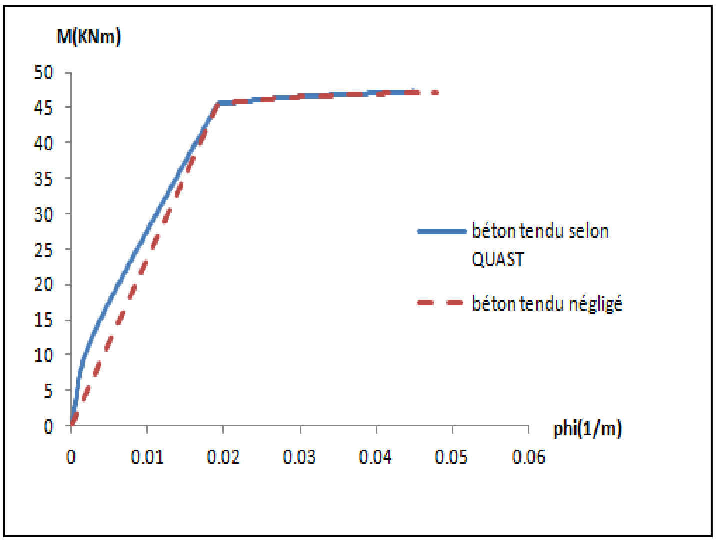


Fig. V.5.illustration de l'effet du « tension stiffening » selon QUAST

On constate que le béton tendu fissuré contribue et influe sur la rigidité et la déformabilité de la section .mais il n'a aucun apport de résistance et de ductilité.

La contribution du béton tendu s'annule à la plastification des aciers pour une déformation de 2‰. Au delà de cette déformation les courbes se confondent, pour les 3 modèles, ce qui explique qu'il n ya aucun apport de rigidité ni de ductilité.

Les résultats de calculs sont présentés également dans le (tableau V.I) ;

Pour le cas de le (figure V.6) suivante, on a utilisé un comportement fragile du béton à la traction, c'est-à-dire que la contribution du béton tendu s'annule au début de la fissuration de l'élément.

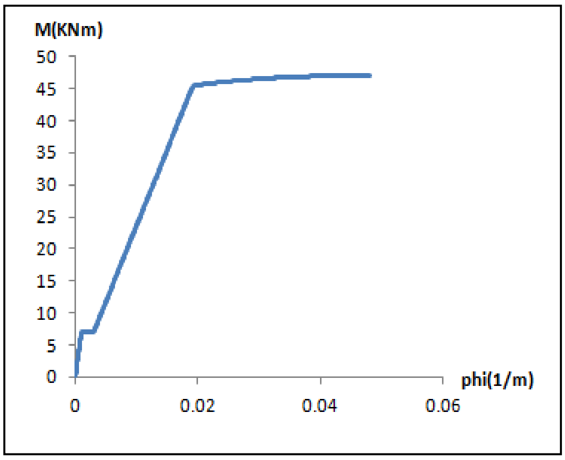
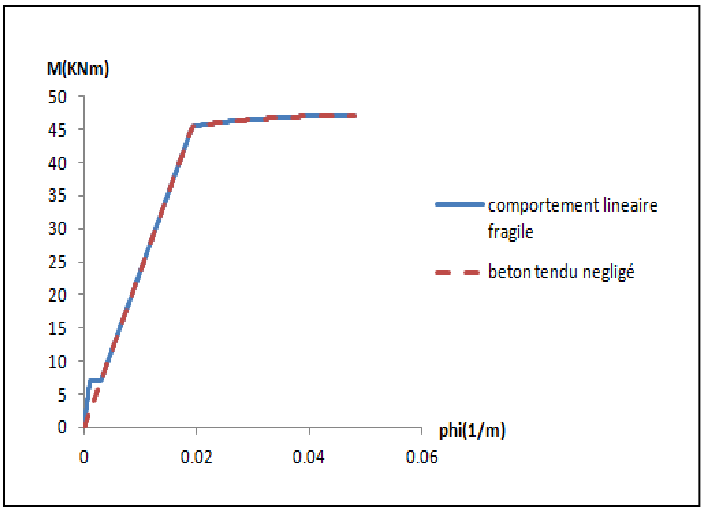


Fig.V.6. courbes (moment-courbure) avec un comportement linéaire fragile de béton tendu

Superposition des deux courbes : la (figure V.7) suivante ; montre la participation du béton tendu non fissuré à la rigidité de l'élément.



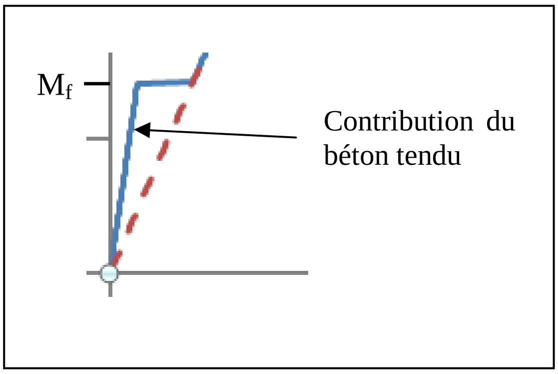


Fig.V.7 Illustration de la participation du béton tendu non fissuré.

En utilisant un comportement linéaire fragile on remarque que ; l'apport de rigidité du béton tendu s'annule juste au début de la fissuration.

Tableau récapitulatif des résultats obtenus de la simulation numérique dans le cas de la flexion simple :

Le tableau suivant permet de mettre en valeur et de quantifier les résultats illustrés dans les courbes précédentes :

Loi de comportement utilisée	M_f(KNm)	Φ_f	M_u (KNm)	Φ_u	ductilité (μ)
Indéfiniment linéaire	7.30	0.00089	68.50	0.00837	
Linéaire fragile	7.00	0.00097	47.165	0.04809	2.034
Grelat	7.00	0.00097	47.165	0.04809	2.004
Quast	5.50	0.00083	47.257	0.04486	2.235
Vecchio	6.70	0.00096	47.165	0.04809	2.587
Béton tendu négligé	7.00	0.00296	47.165	0.04809	2.004

Tableau V.1. Étude paramétrique de la poutre OG3.

- Le tableau montre que l'apport de rigidité du béton tendu après fissuration (par rapport au béton tendu négligé) est de l'ordre :

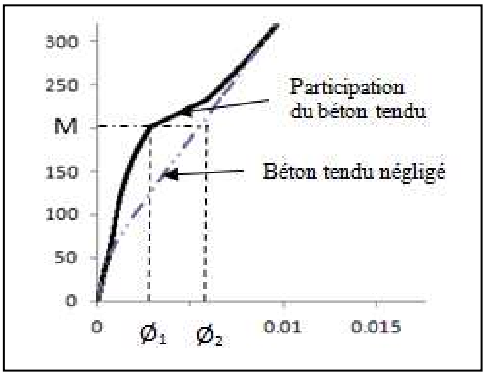


Fig. V.8 Illustration du gain de rigidité avec la participation du béton tendu fissuré.

2.05% en utilisant la loi fictive de Grelat.
4.11% en utilisant la loi fictive de Quast.
1.26% en utilisant la loi fictive de Vecchio.

Avec : $EI = \frac{M}{\Phi}$ (rigidité flexionnelle).

- Concernant les moments ultimes, les différents modèles utilisés donnent pratiquement la même valeur (M_u = 47,165). Ceci confirme le fait que le béton tendu fissuré n'a aucun apport sur la résistance.

- Concernant la ductilité, les différents modèles utilisés donnent pratiquement la même valeur (μ ≈ 2). Ceci confirme le fait que le béton tendu fissuré n'a aucun apport de ductilité.

V.2.2- Section en flexion composée :

Il s'agit d'une section d'un poteau (45 X 45) cm², soumise à la flexion composée et avec un effort normal de compression de 400KN. Les caractéristiques des matériaux de cette section sont présentées dans le (tableau B.5) de l'annexe B.

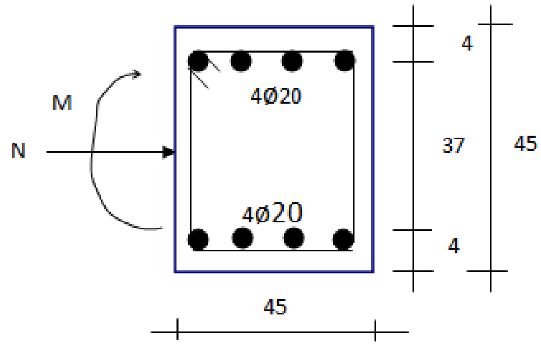


Fig. V.9. Section en béton armé soumise à la flexion composée

Les résultats numériques obtenus sont illustrés sur les courbes (Moment-courbure) suivantes :

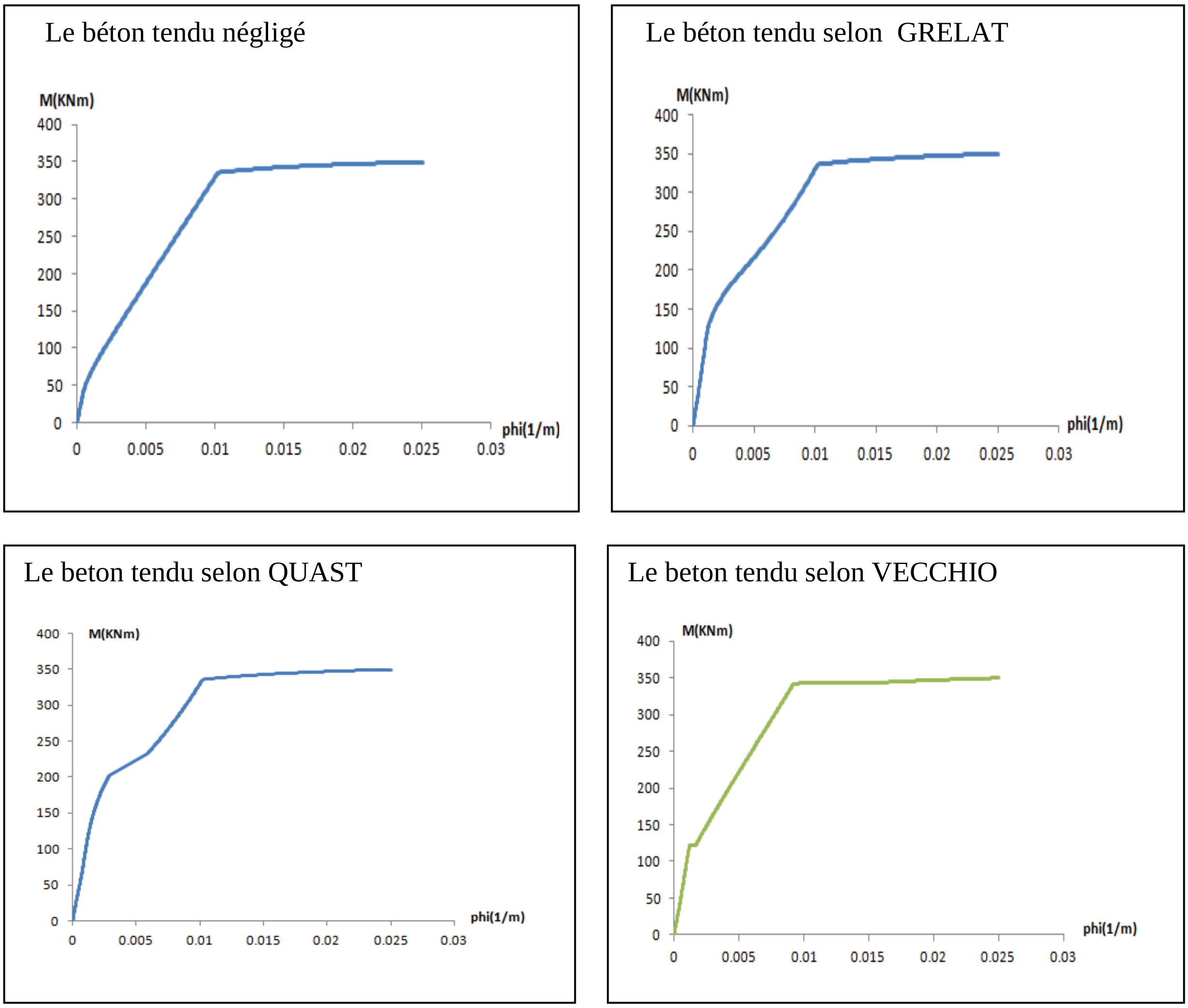


Fig. V.10. Courbes (moment-courbure) obtenus par les déférents modèles.

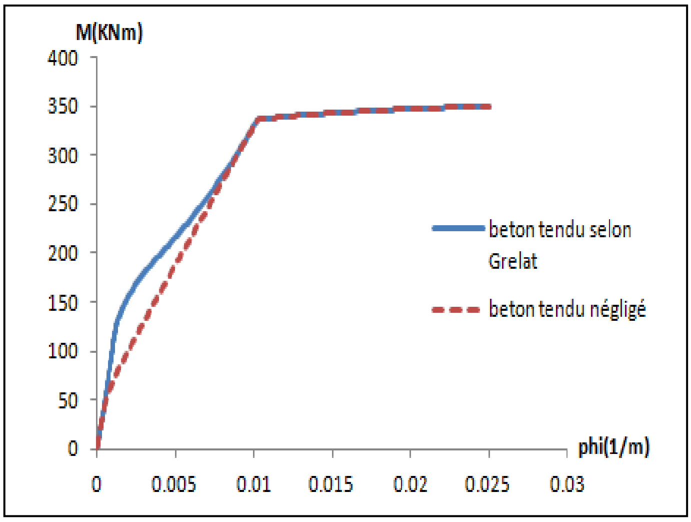


Fig. V.11. Illustration de l’effet du « tension stiffening » selon GRELAT

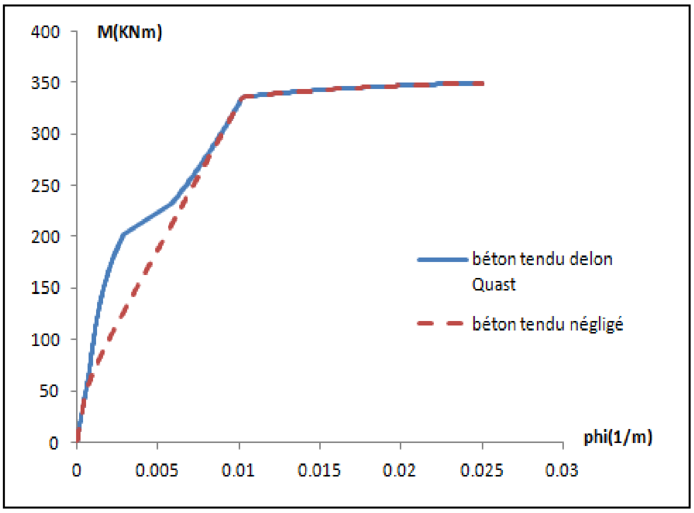


Fig. V.12. Illustration de l’effet du « tension stiffening » selon QUAST

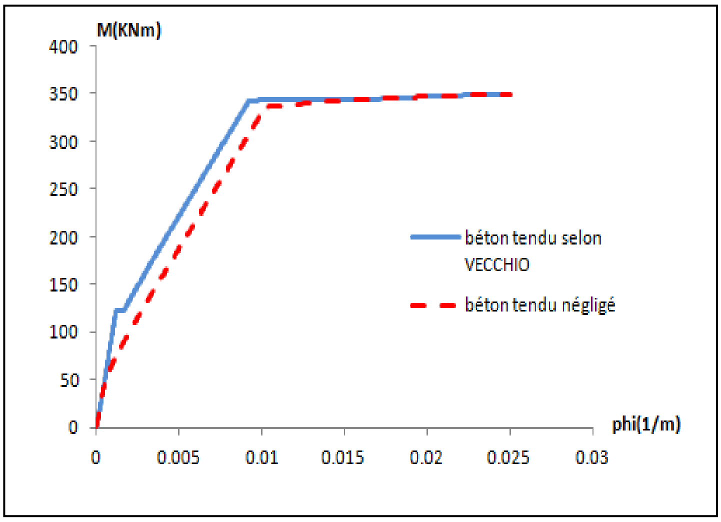


Fig. V.13. Illustration de l’effet du « tension stiffening » selon Vecchio

Les résultats obtenus dans le cas de la flexion composée sont similaire aux résultats obtenus précédemment, les résultats de calculs sont présentés également dans le (tableau V.2)

La (figure V.14), montre le comportement de la section avec un béton tendu linéaire fragile ;

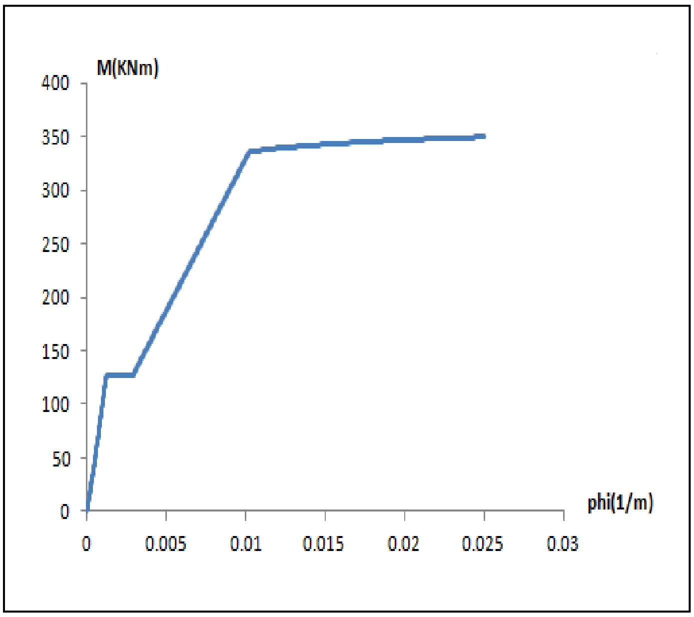


Fig. V.14. courbes (moment-courbure) avec un comportement linéaire fragile de béton tendu

Superposition des deux courbes : la courbe de la (figure V.15), montre la participation du béton tendu non fissuré à la rigidité de la section.

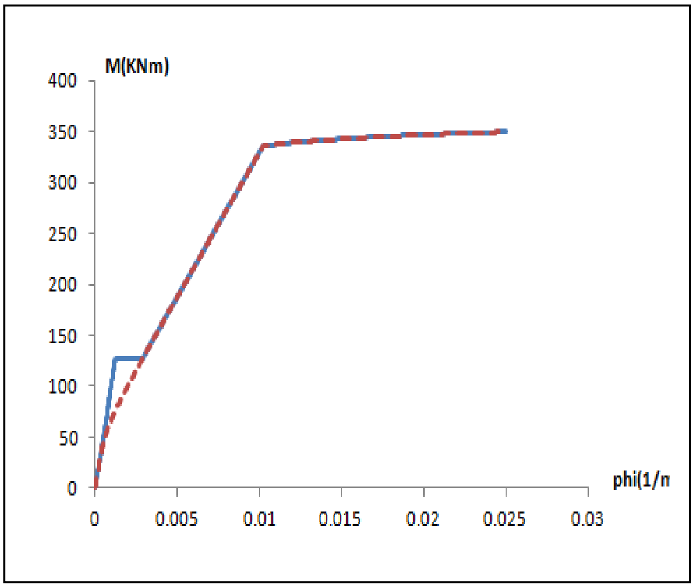


Fig. V.15. Illustration de la participation du béton tendu non fissuré.

Comme dans le cas de la flexion simple, on remarque l'apport de rigidité du béton tendu s'annule juste au début de la fissuration.

Tableau récapitulatif des résultats obtenus de la simulation numérique :
(Cas de la flexion composée).

Loi de comportement utilisée	M_f(KNm)	Φ_f	M_u (KNm)	Φ_u	μ
Indéfiniment linéaire	133.99	0.00101	400.79999	0.00303	
Linéaire fragile	126.40	0.00122	349.59885	0.02502	3.3034
Grelat	126.40	0.00122	349.5989	0.02502	3.0094
Quast	113.599	0.00117	349.5989	0.0260	3.1235
Vecchio	121.999	0.00121	349.5989	0.02712	3.4587
Béton tendu négligé	33.20000	0.00035	349.5989	0.02502	3.0094

Tableau V.2. Étude paramétrique de section soumise à la flexion composée

Les résultats obtenus dans ce cas d'exemple sont semblables aux résultats obtenus lors de la flexion composée, les moments ultimes et la ductilité restent constants, et la rigidité varie en fonction des modèles utilisés.

- L'apport maximum de rigidité de ce cas d'exemple est de l'ordre de :

  6.05% en utilisant la loi fictive de Grelat.
  5.51% en utilisant la loi fictive de Quast.
  4.86% en utilisant la loi fictive de Vecchio.

- Concernant les moments ultimes, les différents modèles utilisés donnent pratiquement la même valeur (M_u = 349.59 KNm). Ceci confirme le fait que le béton tendu fissuré n'a aucun apport sur la résistance.

- Concernant la ductilité, les différents modèles utilisés donnent pratiquement la même valeur (μ ≈ 3). Ceci confirme le fait que le béton tendu fissuré n'a aucun apport de ductilité.

V.3- Etude comparative :

Une étude comparative des trois modèles (Grelat, Quast et Vecchio), est réalisée dans cette partie, afin de mettre en évidence l'influence du modèle utilisé sur la contribution du béton tendu fissuré.

V.3.1 Cas de la flexion simple :

La (figure V.16), présente la superposition des courbes moment-courbure obtenues avec les trois modèles, et on peut faire les constatations suivantes :

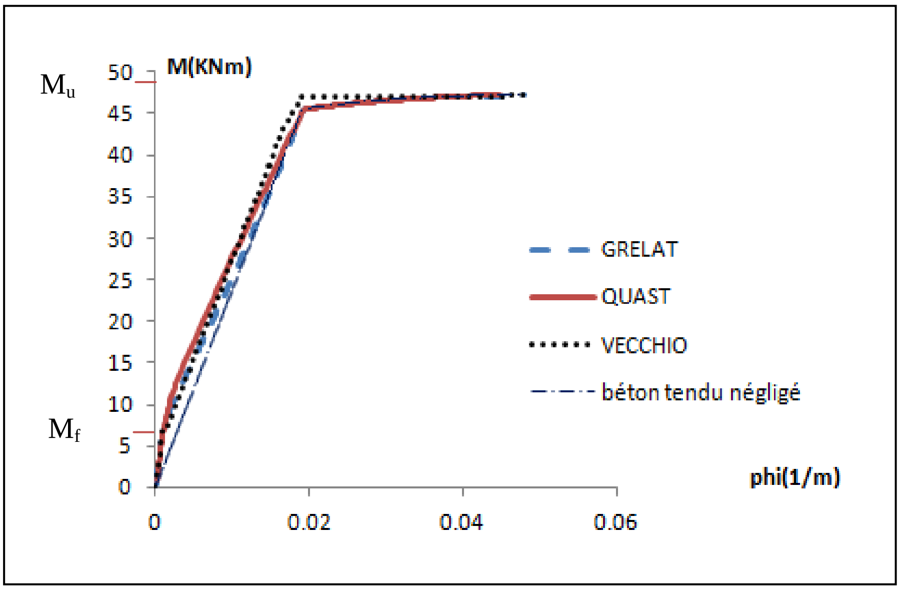


Fig.V.16. Etude comparative des lois de comportements cas de la flexion simple.

- Avant fissuration : pratiquement les trois modèles sont confondus.
- Après fissuration : le modèle de Grelat semble moins rigide que ceux de Quast et Vecchio.
- A l'approche du moment correspondant à la plastification des armatures, les modèles de Quast et Grelat se confondent.
- Le modèle de Vecchio montre une contribution résiduelle du béton tendu fissuré même après le début de la plastification des armatures.
- En utilisant les trois modèles, on constate aucune influence du béton tendu fissuré sur la résistance et sur la ductilité, à la rupture.

V.3.2 Cas de la flexion composée :

La (figure V.17), présente la superposition des courbes moment-courbure obtenues avec les trois modèles, et on peut faire les constatations suivantes :

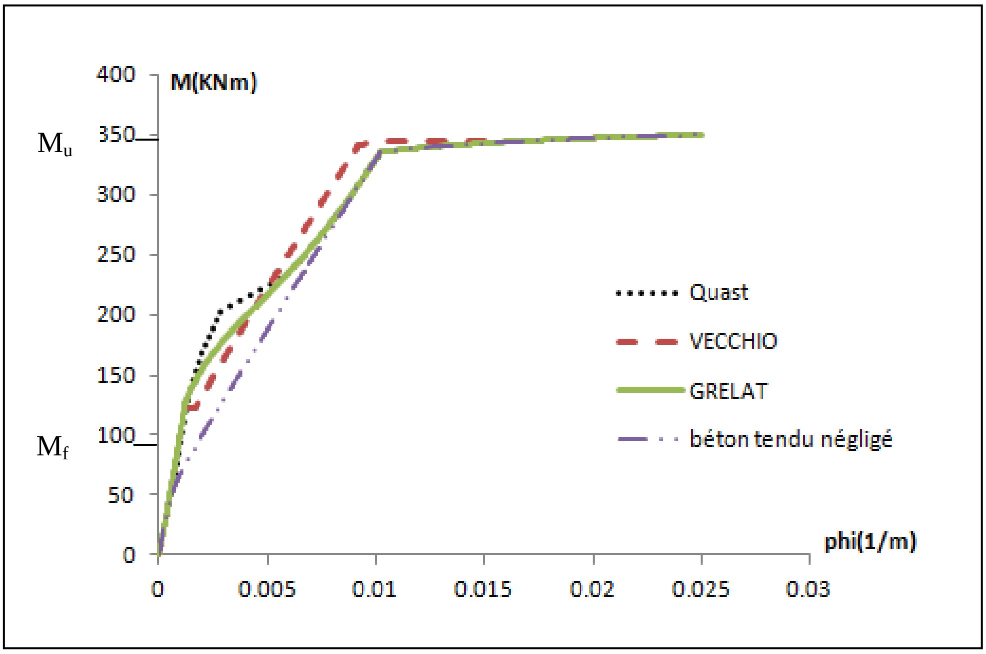


Fig. V.17. Etude comparative des lois de comportements cas de la flexion composée

- Les trois courbes obtenues avec les trois modèles, sont confondues jusqu'au moment M_f correspondant au début de la fissuration. Il est à noter cependant que cette valeur de $M_{f,}$ est influencée par la valeur de la contrainte normale de compression σ_o, appliquée à la section (par rapport à la flexion simple ou (σ_o= 0). Elle est aussi légèrement influencée par le modèle utilisé. En effet, on a M_f = 113,6 KNm avec le modèle de Quast, et M_f = 126,4 KNm avec le modèle de Grelat. Ceci correspond à une différence relative de l'ordre de 10%.

- Après fissuration et jusqu'à une valeur du moment (M) de l'ordre de 230 KNm (environ 6% de M_u) le modèle de Grelat présente un comportement intermédiaire entre celui de Quast et celui de Vecchio.

- Selon les modèles de Grelat et Quast, la contribution du béton tendu fissuré disparait à l'atteinte d'un moment correspondant à environ 65% du moment maximal de la section, en effet, au delà de cette valeur les deux courbes se confondent.

- Comme le cas de la flexion simple, le modèle de Vecchio montre une contribution non négligeable du béton tendu fissuré, et un comportement plus rigide jusqu'à l'approche de la charge de rupture de la section.

CONCLUSION GENERALE

Le béton présente des performances très faibles en traction, et à un comportement relativement fragile même sous l'effet d'un chargement très faible. Cependant la présence du béton tendu fissuré dans un élément de structure doit être prise en considération car dans l'étude du comportement moyen ou global des structures en béton armé, la détermination avec exactitude de l'état de déplacement et de déformation, est une nécessité primordiale.

Dans le cadre de ce travail on s'est intéressé à la modélisation et à la simulation du comportement d'une zone fléchie en béton armé, dont la contribution du béton tendu fissuré est prise en considération. L'approche utilisée consiste à représenter l'effet du « tension stiffening » par une loi fictive du béton tendu fissuré. Les modèles utilisés sont ceux de Grelat, Quast et Vecchio. Les résultats obtenus montrent que la prise en compte de l'effet du « tension stiffening », influe sur la rigidité de la section considérée (des gains en rigidité de l'ordre de 6%), et montrent également que cette contribution n'a pas d'apport de ductilité et de résistance, à la rupture.

Les modèles étudies, dans la présente étude donnent pratiquement les mêmes résultats. A l'approche de la charge qui correspond à la plastification des armatures, les modèles de Grelat, Quast se confondent. Le modèle de Vecchio montre un apport de rigidité non négligeable même après la plastification des armatures.

Perspectives :

Les développements futurs de cette étude numérique, consistent à amélioré d'avantage le programme de calcul, on peut citer les orientations suivantes :

- Introduction des déformations dues à l'effort tranchant.
- Prise en compte de l'adhérence béton-acier.
- Introduction de lois de comportements moyennes fictives de l'acier.
- Introduction des effets d'un chargement cyclique.
- Prise en compte des déformations dues au retrait et au fluage.
- Extension de l'étude au cas d un comportement global (poutre, portique), au lieu du comportement local (cas d'une section).

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

[01] BAEL Règles et techniques de conception et de calcul des ouvrages et constructions en Béton armé aux états limite, fascicule 62 du CCTG, règlement français

[02] EUROCODE 8 2006 ; « calcul des structures pour leurs résistances au séisme »

[03] Grelat A., «Calcul non linéaire des ossatures en béton armé», Thèse de docteur Université Pierre et Marie Curie (Paris VI), France, 1978.

[04] Mazars J., «Application de la mécanique de l'endommagement au comportement non -linéaire et à la rupture du béton de structure», Thèse de docteur d'état Université Pierre et Marie Curie (paris VI), France, 1984

[05] CEB-FIP (1993), Model Code 1990, Bulletin d'information du CEB n° 213/214, Thomas Telford, London

[06] HARMIM H, (2010) ; « Quelques modèles de comportement non linéaire du béton et de l'acier » Thèse de MASTER, Université MOULOUD MAMMERI de Tizi Ouzou

[07] KACHI M.S, (1997) « Calcul non linéaire jusqu'à rupture d'une section en béton armé de fibre métalliques » Thèse de MAGISTER Université MOULOUD MAMMERI de Tizi Ouzou

[08] SAAD M, (2011) « Influence du pourcentage d'acier sur le comportement post-Fissuration du béton armé en traction » Thèse de docteur d'état Université MOULOUD MAMMERI de Tizi Ouzou

[09] SAAD M, (2004) « Contribution à la modélisation du comportement post-fissuration du béton armé en traction » Thèse de MAGISTER Université MOULOUD MAMMERI de Tizi Ouzou

[10] OUBRAHAM C, (2012) « simulation du comportement instantané et différé d'une zone fléchie en béton armé » ; Thèse de MAGISTER Université MOULOUD MAMMERI de Tizi Ouzou

[11] VIDAL, (2003) « requalification des structures dégradées par corrosion des armatures » Thèse de docteur d'état INSA de Toulouse

[12] MERABET W, « modélisation du comportement des poutres après fissuration ''TENSION STIFFENING EFFECT'' » Thèse de MAGISTER Université MENTOURI Constantine

[13] GILBERT.R.I, WARNER.R.P 1978 « tension stiffening in reinforced concrete slabs » ASCE journal of structural division, vol 104, n°st12,

[14] ESPION B, (1986) «Contribution à l'analyse non linéaire des ossatures planes. Application aux structures en béton armé » Thèse de docteur d'état Université libre de Bruxelles, Belgique

[15] S. Drizi, S. Kaci, C.Oubraham1, F.Amiar, M.Belhocine
« Simulation du comportement instantané et différé d'une zone en béton armé »

[16] FARRA.B (1995) « Influence de la résistance du béton et son adhérence avec l'armature Sur la fissuration » Thèse de doctorat
Ecole Polytechnique Fédérale de LAUSANNE

[17] ROTILIO.J.D (1998) « Contribution des actions variables aux déformations a long terme des ponts en béton » Thèse de docteur d'état ;
Université libre de Bruxelles, Belgique

[18] IGUETOULENE.F (2011) ; « modélisation non linéaire des structures triangulées »
Thèse de MAGISTER, Université MOULOUD MAMMERI de Tizi Ouzou

[19] BEHFARNIA.K (2009) « the effect of tension stiffening on the behavior of R/C beam»
Asian journal of civil engineering, (BUILDING AND HOUSING)
VOL. 10, N° 3 PAGES 243/255

[20] C. GIRY, M. BOTTONI, F. DUFOUR, P. KOTRONIS, J. MAZARS
« Endommagement et fissuration du béton armé » 19éme Congres Français de Mécanique aout 2009

[21] FIP (1999), Structural Concrete, Updated knowledge of the CEB/FIP Model code 1990
Bulletin 1, 07/1999, 224 pp

[22] ZDENEK P. BAZANT and BYUNG.H OH « Deformation of progressively grehing reinforced concrete beams» ACI journal june/1984 vol 81 N°3

[23] CEB-FIP (1990), « Evaluation of the time dependent behavior of concrete »
, Bulletin d'information du CEB n° 199, 201 pp.

[24] REYNOUARD.J.M et GILLES.P.C «Comportement mécanique du béton»
Edition LAVOISIER, 2005

[25] EBEAD.U.A and MARZOUK.H « Tension-stiffening model for FRP-strengthened RC Concrete two-way slabs» RILEM, materials and structures (March 2005)

[26] VECCHIO.F.T and COLLINS.M.P « Response of reinforced concrete to in plane shear and normal stresses» Report N°82-03 University of Toronto. CANADA

[27] W.Merabet, S.Khalfallah, « modélisation du comportement des poutres après fissuration »
1st International Conference on Sustainable Built Environment Infrastructures in Developing Countries ENSET Oran (Algeria) - October 12-14, 2009.

[28] GUO Zhan-Hai and ZANG Xiu-Qin « Investigation of complete stress-deformation Curves for concrete in tension», ACI materiel journal (1987)

[29] YUICHI.S and VECCHIO.J « Tension stiffening and crack formation in reinforced Concrete members with Fiber-Reinforced polymer sheets», Journal of Structural Engineering, JUNE/2003.

[30] FILIPPOU.F.C and KWAK.G. (1990) « Finite element analysis of reinforced concrete Structures, under monotonic loads», Rapport, Department of civil engineering; University California, 71pp

[31] « béton a haute résistance- Rapport sur les essais de poteaux et poutre (OG3) », Contrat SETRA-CEBTP 84-40-020, rapport interne, Avenant n°1, index SES OG, Phase D, November 1984.

[32] ANTONIO JOSE, October (1997), « seismic assessment of reinforced concrete frame structures with a new flexibility based element», candidature for the degree of doutor in civil, Engineering, Faculdade de Engenharia, Universidad do Porto

[33] GHANNOUM.W (1998), «Size effect on shear strength of reinforced concrete beam» Mémoire de Master, école normale supérieur de Cachan.

[34] SARGIN.M (1971), «stress-strain relation ships for concrete and the analysis on the Structural concrete section», S.M study n°4, Solid Mechanics Division, University of Waterloo, Canada.

[35] NEVILLE.A.M (1996), «current problems regarding concrete under sustained loading» Proceeding International Association for Bridge and Structural Engineering.

[36] COENEN.J (1978), équation du comportement du béton armé et application au calcul Des structures par élément finis », thèse se Doctorat, Université libre de Liège.

[37] KADLECEK.V, SPETLA.Z (1967) « Effect of size and shape of test specimens on the direct tensile strength of concrete » Bulletin RILEM n°36, pp175 – 184.

[38] PETERSON.P.E« Crack growth and developpement of fracture zones in plain concrete and similar materials » Report TVBM 1006 Lund Institute of Technology, Sweden 1981

[39] SHAH.P.S, GOPALATNAM.S « Softening response of plain concrete in direct tension » ACI journal, Technical paper, Title n°82-27 mai-juin 1985.

[40] YANKELEVSKY.D.Z, REINHARDT.H.W (1987).
« Response of plain concrete to cyclic tension ». ACI journal, vol 84 n°5,

[41] LEFEVRE.C, (1963), « Méthode d'essai de traction directe du béton, applicable à des materiaux divers. ». Annales ITBTP, n°187-188, pp691-696, juill-aout 1963.

[42] L'HERMITE.R (1973), « Influence de la dimension absolue sur la résistance à la flexion. » Annales ITBTP, n°309-310, pp39-41

ANNEXE A

Notice d'utilisation du programme SECTNOL1 :

Le programme permet l'évaluation des relations (moment-courbures) et (effort normal-déplacement), d'une section en béton armé soumise à un chargement croissant.

A.1 Paramètres d'entrée :

- Géométrie de la section.
- Caractéristiques des aciers.
- Caractéristiques du béton.
- Les efforts croissants appliqués.

A.2 Fichier de donnés :

Exemple de la poutre [OG3] avec la loi de comportement du GRELAT :

```
1        2
0.     24.5     15.     15.
4.02     2.5     575.0     700.     0.05     1
0.56     22.5     575.     700.     0.05     1
52.5     3.35     0.0017     52.5     0.02     39900.     2     2
0.00001     0.     0.     10.     0.1
```

Exemple de la poutre [OG3] avec la loi de comportement du VECCHIO :

```
2        2
0        5.5      45       45
5.5      45       45       45
12.56    4        570      700      0.01     1
12.56    41       570      700      0.01     1
1        44.8     4.48     0.002    44.8     0.002    33700    1   4
2        44.8     4.48     0.002    44.8     0.002    33700    1   1
400      0        0        40       0.02
```

A.3 Fichiers résultat :

Fichier résultat numérique de la poutre [OG3]

Phi (1/m)	N (KN)	M(KNm)	epsc	epst	hc(m)
.00014	.00001	1.00000	.00002	-.00001	.13467
.00021	.00001	1.50000	.00003	-.00002	.13467
.00028	.00001	2.00000	.00004	-.00002	.13467
.00035	.00001	2.50000	.00005	-.00003	.13467
.00042	.00001	3.00000	.00006	-.00004	.13467
.00049	.00001	3.50000	.00007	-.00004	.13467
.00056	.00001	4.00000	.00007	-.00005	.13467
.00063	.00001	4.50000	.00008	-.00005	.13467
.00070	.00001	5.00000	.00009	-.00006	.13467
.00077	.00001	5.50000	.00010	-.00007	.13467
.00084	.00001	6.00000	.00011	-.00007	.13467
.00090	.00001	6.50000	.00012	-.00008	.13467
.00097	.00001	7.00000	.00013	-.00008	.13467
----- fissuration					
.00114	.00008	7.49999	.00015	-.00010	.12875
.00133	.00002	8.00000	.00016	-.00013	.12265
.00153	.00006	8.50000	.00018	-.00016	.11727
.00175	.00009	8.99999	.00020	-.00019	.11254
.00198	.00011	9.49999	.00021	-.00022	.10838
.00221	.00012	9.99999	.00023	-.00026	.10471
.00246	.00020	10.49999	.00025	-.00029	.10149
.00270	.00016	10.99999	.00027	-.00033	.09863
.00296	.00016	11.49999	.00028	-.00037	.09610
.00321	.00017	11.99999	.00030	-.00041	.09385
.00347	.00018	12.49999	.00032	-.00045	.09184
.00373	.00019	12.99999	.00034	-.00049	.09004
.00400	.00021	13.49998	.00035	-.00053	.08843
.00426	.00027	13.99998	.00037	-.00057	.08698
.00452	.00017	14.49999	.00039	-.00061	.08565
.00479	.00024	14.99998	.00040	-.00065	.08447
.00505	.00017	15.49999	.00042	-.00069	.08338
.04373	.00184	47.07595	.00206	-.00756	.04710
.04381	.00183	47.07791	.00206	-.00758	.04706
.04389	.00184	47.07986	.00206	-.00759	.04702
.04398	.00177	47.08181	.00207	-.00761	.04698
.04406	.00172	47.08376	.00207	-.00762	.04695
.04414	.00177	47.08572	.00207	-.00764	.04691
.04422	.00183	47.08767	.00207	-.00766	.04687
.04431	.00180	47.08963	.00207	-.00767	.04683
.04439	.00180	47.09157	.00208	-.00769	.04679
.04447	.00181	47.09353	.00208	-.00770	.04676
.04465	.00177	47.09743	.00208	-.00774	.04668

.

ANNEXE B

Complément de validation :

Les exemples suivants sont traités à l'aide du programme SETNOL1, permettant la simulation du comportement instantané en flexion composé. On s'intéresse à l'évolution du moment fléchissant en fonction de la courbure, pour un effort normal fixe.

B.1 Exemple d'une section 3a d'essai de Zdenek P .Bazant and Byung [22] :

Il s'agit d'une poutre en béton armé, La section transversale est rectangulaire simplement armé, soumise à une charge concentrée à mi travée (flexion simple) figure (B.1)**.**

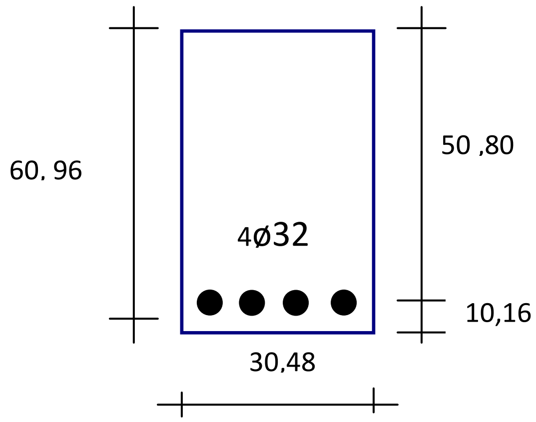


Fig.B.1 Donnés géométriques de la poutre [22]

Les caractéristiques de béton et de l'acier sont présentées dans le tableau suivant :

Caractéristiques du béton		Caractéristiques de l'acier	
f_{bc} : Contrainte en compression (MPA)	42.818	fe : Contrainte élastique (MPA)	275,76
f_{bt} : Contrainte en traction(MPA)	3.102	fr : Contrainte de rupture (MPA)	275,80
f_{bu} : Contrainte à rupture en compression(MPA)	24,82	εu : déformation ultime	0,01
e_{psbo} : Déformation correspondant à f_{bc}	$2,1.10^{-3}$		
e_{psbu} : Déformation à rupture en compression	$3,5.10^{-3}$		
E : Module d'élasticité (MPA)	23577		

Tableau B.1 : propriétés matérielles de la poutre [22].

Les résultats numériques sont représentés graphiquement dans la figure (B.2) :

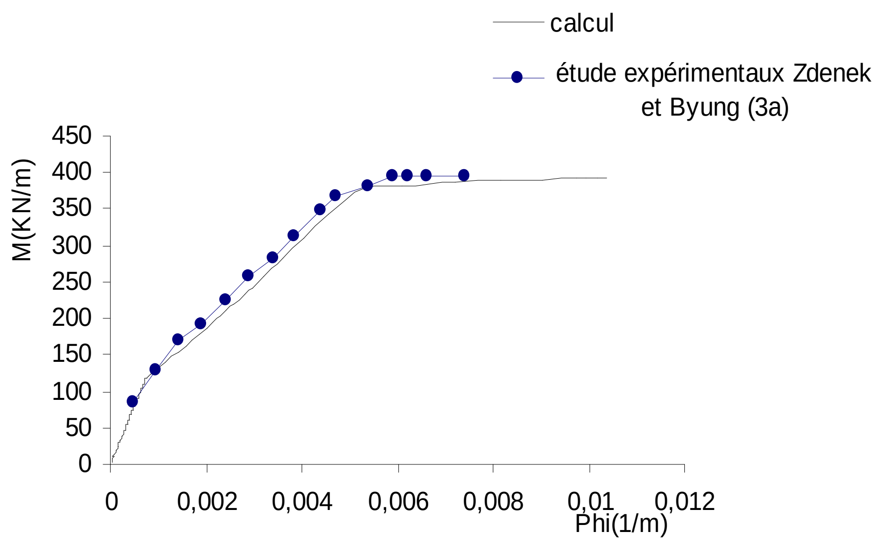


Fig.B.2. Représentation de la courbe Moment_ courbure

On constate que le comportement de la poutre 3a est bien approché par le calcul dans cette présente étude sauf que le calcul de la courbure continué de 1%. La simulation montre une bonne estimation de moment et également de la courbure maximale correspondante tableau (B.2).

	Moment maximale M (KN/m)	Courbure maximale Ø (1/m)	$\frac{M_{etude}}{M_{calcul}}$	$\frac{\phi_{etude}}{\phi_{calcul}}$
Etude expérimentale	396,375	0,0074	1.01	0.74
Calcul	392,30710	0,01038	1%	26%

Tableau B.2. : Comparaison des résultats numériques

B.2 Exemple d'une section 3b d'essai de Zdenek P .Bazant and Byung [22] :

Il s'agit d'une poutre en béton armé, La section transversale est rectangulaire doublement armé (renforcé), soumise à une charge concentrée à mi travée (flexion simple) figure (B.3).

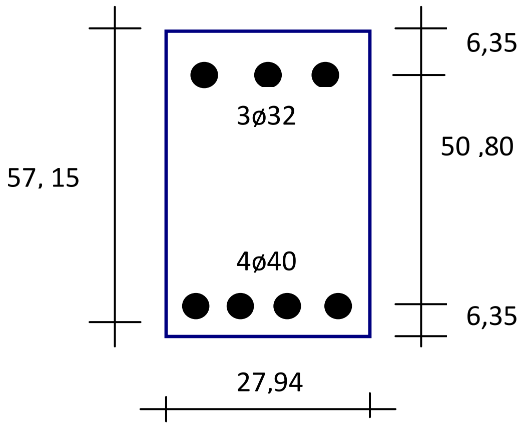


Fig.B.3. Donnés géométriques de la poutre [22]

Les caractéristiques de béton et de l'acier sont présentées dans le tableau suivant :

Caractéristiques du béton		Caractéristiques de l'acier	
f_{bc} : Contrainte en compression (MPA)	20.68	fe : Contrainte élastique (MPA)	275,76
f_{bt} : Contrainte en traction(MPA)	2.83	fr : Contrainte de rupture (MPA)	275,80
f_{bu} : Contrainte à rupture en compression(MPA)	20.68	εu : déformation ultime	0,01
e_{psbo} : Déformation correspondant à f_{bc}	$1{,}9.10^{-3}$		
e_{psbu} : Déformation à rupture en compression	$3{,}5.10^{-3}$		
E : Module d'élasticité (MPA)	23577		

Tableau B.3 : propriétés matérielles de la poutre [22].

Les résultats numériques sont représentés graphiquement dans la figure (B.4) :

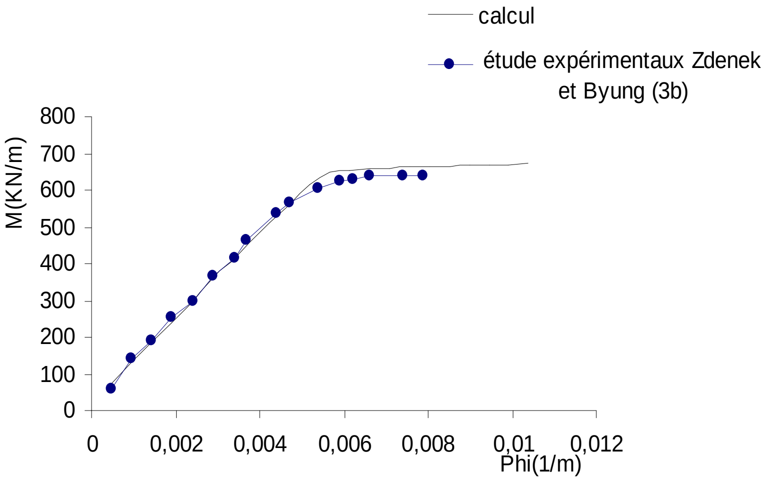


Fig.B.4. Représentation de la courbe Moment_ courbure

On constate que le comportement de la poutre 3b est bien approché par le calcul dans cette présente étude sauf que le calcul de la courbure continué de 1.3%. La simulation montre une bonne estimation de moment et également de la courbure maximale correspondante tableau (B.4).

	Moment maximale M (KN/m)	Courbure maximale Ø (1/m)	$\frac{M_{etude}}{M_{calcul}}$	$\frac{\phi_{etude}}{\phi_{calcul}}$
Etude expérimentale	640,8175	0,0079	0.95	0.76
Calcul	670,808	0,01039	4%	23%

Tableau B.4 : Comparaison des résultats numériques

B.3 Exemple d'essai d'A. Arede [32] :

Pour $\nu = 0.0$

Il s'agit d'une poutre en béton armé, La section transversale est carrée et doublement armé, soumise à la flexion composée figure (B.5).

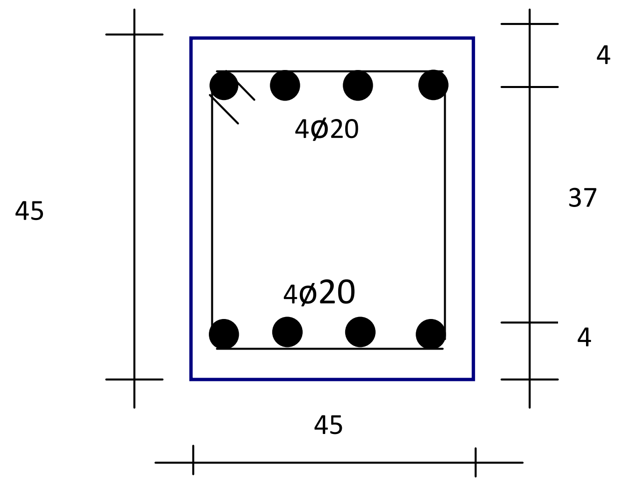


Fig.B.5. Donnés géométriques de la poutre [32]

Les caractéristiques de béton et de l'acier sont présentées dans le tableau suivant (B.5):

Caractéristiques du béton		Caractéristiques de l'acier	
f_{bc} : Contrainte en compression (MPA)	44. 80	fe : Contrainte élastique (MPA)	570
f_{bt} : Contrainte en traction(MPA)	4.48	fr : Contrainte de rupture (MPA)	700
f_{bu} : Contrainte à rupture en compression(MPA)	44.8	εu : déformation ultime	0, 1
e_{psbo} : Déformation correspondant à f_{bc}	2.10^{-2}		
e_{psbu} : Déformation à rupture en compression	2.10^{-3}		
E : Module d'élasticité (MPA)	33700		

Tableau B.5 : propriétés matérielles de la poutre [32].

Les résultats numériques sont représentés graphiquement dans la figure (B.6) :

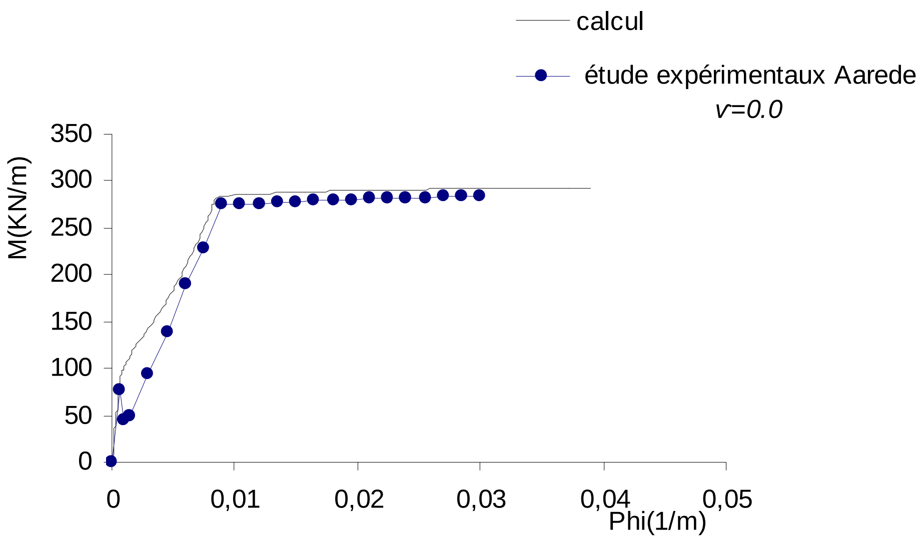


Fig.B.6. Représentation de la courbe Moment_ courbure

On constate que le comportement de la poutre A.Arede est légèrement séparé à par de M= 77.7 et Ø=0.0006 jusqu'à M= 175.49 et Ø=0.00461, après cette valeur la simulation montre une bonne estimation de moment et également de la courbure maximale correspondante

	Moment maximale M (KN/m)	Courbure maximale Ø (1/m)	$\frac{M_{etude}}{M_{calcul}}$	$\frac{\phi_{etude}}{\phi_{calcul}}$
Etude expérimentale	283,33	0,03	0.97	0.77
Calcul	293,0226	0,03893	3%	22%

Tableau B.6 : Comparaison des résultats numériques

B.4 Exemple d'essai d'A. Arede [32] :

Pour $\nu = 1.0$

Il s'agit d'une poutre en béton armé, La section transversale est carrée et doublement armé, soumise à la flexion composée figure (B.7).

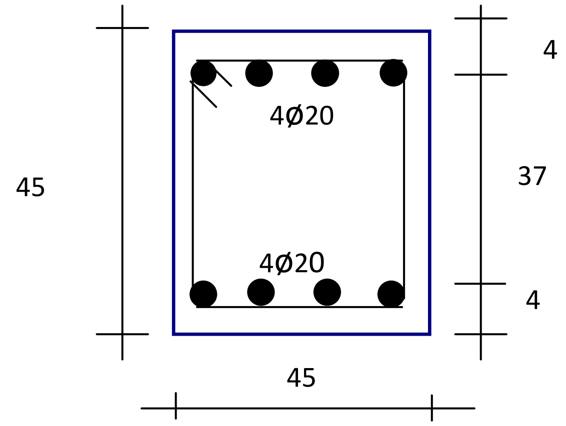


Fig.B.7. Donnés géométriques de la poutre [32]

Les caractéristiques de béton et de l'acier sont présentées dans le tableau suivant :

Caractéristiques du béton		Caractéristiques de l'acier	
f_{bc} : Contrainte en compression (MPA)	44. 80	fe : Contrainte élastique (MPA)	570
f_{bt} : Contrainte en traction(MPA)	4.48	fr : Contrainte de rupture (MPA)	700
f_{bu} : Contrainte à rupture en compression(MPA)	44.8	εu : déformation ultime	0, 1
e_{psbo} : Déformation correspondant à f_{bc}	2.10^{-2}		
e_{psbu} : Déformation à rupture en compression	2.10^{-3}		
E : Module d'élasticité (MPA)	33700		

Tableau B.7 : propriétés matérielles de la poutre [32].

Les résultats numériques sont représentés graphiquement dans la figure (B .8)

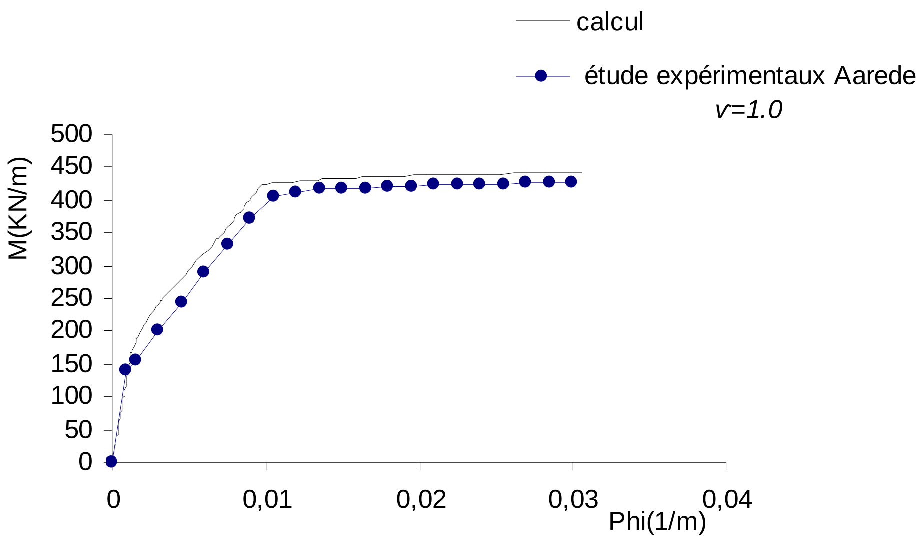


Fig.B.8. Représentation de la courbe Moment_ courbure.

On constate que le comportement de la poutre A. Arede est bien approché par le calcul dans cette présente étude. La simulation montre une bonne estimation de moment et également de la courbure maximale correspondante tableau (B.8).

	Moment maximale M (KN/m)	Courbure maximale Ø (1/m)	$\frac{M_{etude}}{M_{calcul}}$	$\frac{\phi_{etude}}{\phi_{calcul}}$
Etude expérimentale	427,35	0,03	0.97 3%	0.98 2%
Calcul	441,4432	0,03064		

Tableau B.8 : Comparaison des résultats numériques.