

République Algérienne Démocratique et Populaire

**Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique
Université Mouloud MAMMERY, Tizi-Ouzou**



**Faculté de Génie Electrique et d'Informatique
Département d'Automatique**

Mémoire de Fin d'Etudes

En vue de l'obtention du diplôme

*Master académique en automatique
Option commande des systèmes*

Thème

Modélisation et commande

***Force/Position en effort d'un robot
manipulateur***

Proposé par : Mr mohamed ALI BEY

Présentée par :

Mr karim HADDADOU

Mr mehena YAHI

Soutenu le: 29 /09/2016

Promotion 2016

A NOS FAMILLES

A NOS PROCHES

A NOS AMIS (ES)

REMERCIEMENT

Tout d'abord, nous remercions Dieu le tout puissant, de nous avoir donné le courage, la santé et la patience durant toute le temps que nous avons consacré à la réalisation de ce travail.

On tien également à exprimer notre plus profonde gratitude à notre encadreur Mr. Ali BEY pour son suivi et conseils. Sans oublier les enseignants du département d'automatique qui ont contribué à notre formation.

Nos sincères remerciements aux membres du jury pour l'intérêt qu'ils ont porté à notre travail et pour l'honneur qu'ils nous ont fait de bien vouloir le juger.

Nous terminons par remercier tous nos amis et collègues qui nous ont soutenus durant l'élaboration de notre travail.

Résumé :

Dans les domaines d'application de la robotique on rencontre plusieurs types de tâches que le système robotisé peut accomplir. Ce dernier est tantôt en mouvement dans l'espace non contraint (libre) et tantôt chargé d'effectuer des tâches impliquant un contact avec son environnement, mais dans la réalité pratique les tâches sont plutôt combinées de mouvements en espace libre et de mouvements nécessitant un contact avec l'environnement, on qualifiera ces mouvements de mouvement compliants comme il est d'usage en robotique.

Dans ce travail, nous avons abordé le problème de commande des robots manipulateurs accomplissant des tâches compliantes. Les insuffisances des commandes en mouvements libres dans l'accomplissement des tâches de contact sont examinées. Un état de l'art des commandes en effort conçues pour piloter le robot en tâches compliantes est présenté. Les résultats concernant les commandes en effort les plus importantes appliquées sur le robot STAUBLI TX90 sont présentés. Les travaux entrepris traitent spécialement de la commande hybride parallèle force/position inclusive et exclusive avec somme des couples articulaires, ce qui a conduit à l'amélioration des performances de la poursuite de la trajectoire de position /effort.

Mot clé : robotique, robot, modélisation, commande en effort, commande hybride Force/Position

Liste des abréviations :

MGD : modèle géométrique direct.

MGI : modèle géométrique inverse.

MCD : modèle cinématique direct.

A.F.N.O.R. : L'Association Française de Normalisation.

S.M.A : le system mécanique articulé .

PUMA : Programmable Universal Machine for Assembly.

DDL : degrés de liberté.

Symboles :

C_i : $\cos(\theta_i)$;

S_i : $\sin(\theta_i)$;

C_{ij} : $\cos(\theta_i + \theta_j)$;

S_{ij} : $\sin(\theta_i + \theta_j)$;

q : vecteur de positions articulaires.

$A(q)$: matrice d'inertie du robot.

$B(q)$: matrice des couples de Coriolis.

$C(q)$: matrice des couples centrifuges.

$C(q, \dot{q})$: vecteur des couples de Coriolis et centrifuges.

$G(q)$: vecteur des termes de la gravité.

$F(q, \dot{q})$: vecteur des frottements de Coulombs et visqueux.

Γ : vecteur des couples articulaires.

F : vecteur d'effort exercé sur l'environnement.

m_e : masse de l'environnement.

x_0 : position d'équilibre de l'environnement.

B_e : coefficient d'amortissement de l'environnement.

K_e : raideur de l'environnement.

X : position de l'environnement.

${}^i T_j$: transformation homogène du repère j vers le repère i .

${}^i X$: vecteur de position articulaire par rapport au repère i .

$J(q)$: matrice jacobienne du robot.

$W(t)$: entrée auxiliaire de commande.

S : matrice de sélection.

Sommaire

Introduction Générale	1
1. Chapitre 1 : Généralités sur la robotique	3
1.1. Introduction	3
1.2. Définition	3
1.3. Historique	4
1.4. Constituant d'un robot	4
1.4.1. Système mécanique articulé et organe terminale	5
1.4.1.1. Organe terminale	5
1.4.1.2. Système mécanique articulé	6
1.4.1.2.a. Articulation rotoïde	6
1.4.1.2.b. Articulation prismatique	6
1.4.2. Les actionneurs	7
1.4.3. Les capteurs	7
1.4.4. Système de commande et traitement de l'information	8
1.5. Classification des robots	8
1.5.1. Les robots industriels	9
1.5.2. Les robots didactiques	9
1.5.3. Les robots mobiles autonomes	9
1.6. Caractéristiques d'un robot	9
1.7. Les générations de robot	10
1.7.1. Le robot passif	11
1.7.2. Le robot active	11
1.7.3. Les robot intelligent	11
2. Chapitre 2 : Modélisation du robot Staübli TX-90	12
2.1. Introduction	12
2.2. Position dynamique du problèmes	12
2.3. Description de la tache	15
2.4. Modélisation géométrique	19
2.4.1. Modélisation géométrique directe	19
2.4.1.a. Méthode classique	19
2.4.1.b. Convention de Danivit-Hartenberg (D-H)	20
2.4.1.c. Convention de Danivit-Hartenberg modifié(D-H-M)	22
2.4.2. Modélisation géométrique inverse	22
2.5. Modélisation cinématique	25
2.5.1. Modèle cinématique directe	25
2.6. Modélisation dynamique	26
2.6.1. Formalisme de Lagrange	27
2.6.2. Formulation du modèle dynamique	27
2.7. Les paramètres du robot Staübli TX-90	28

2.7.1. Calcul du modèle géométrique directe	28
2.7.2. Calcul du modèle géométrique inverse	32
2.7.3. Calcul du modèle cinématique directe	34
2.7.4. Calcul du modèle cinématique inverse	36
2.7.5. Calcul du modèle dynamique	36
2.8. Conclusion	37
3. Chapitre 3 : Etat de l'art de la commande Hybride Force/Position	38
3.1. Introduction	37
3.2. Commande parallèle force/position avec somme des	37
3.3. Commande hybride force/position	38
3.4. Commande hybride force/position avec somme des couples articulaires	39
3.5. Commande hybride force/position avec somme des efforts cartésiens	40
3.6. Commande hybride force/position avec somme des déplacements Cartésiens	42
3.7 Les Structures en Série (Commande Hybride Externe)	45
3.8 Commande Hybride Externe avec Correction Articulaire de la Position	46
3.9 Commande Hybride Externe avec Correction Cartésienne de la Position	48
3.10 Conclusion	48
4. Chapitre 4 : Simulation de la commande Hybride Force/Position	49
4.1. Introduction	49
4.2. Commande hybride F/P exclusive avec somme des couples articulaires	49
4.3. Résultats de simulation	50
4.4. Commande hybride F/P Inclusive avec somme des couples articulaires	55
4.5. Résultats de simulation	57
4.6. Conclusion	61
Conclusion générale	63

Introduction générale

Quand on parle de robotique, plusieurs idées viennent à l'esprit de chacun de nous. Historiquement, nous pourrions nous référer aux premiers concepts et automates de l'antiquité ou aux premiers robots comme à des personnages de la mythologie.

C'est au siècle dernier que l'éclatement de la robotique industrielle a amorcé l'explosion des thèmes de recherche. A cette époque les robots étaient conçus en respectant les contraintes imposées par le milieu industriel, comme la répétabilité et la précision dans la réalisation des tâches, c'est avec les développements scientifiques, spécifiquement de l'électronique et de l'informatique mais aussi automatique, mathématique, mécanique, matériaux, que la technologie robotique a progressé. Les robots actuels sont dotés d'une intelligence qui leur donne une certaine autonomie qui va leur permettre de se diffuser dans de nouveaux domaines.

Les commandes de mouvements en espace libre ne donnent pas des résultats satisfaisants dans le cas des tâches compliantes où un contact est mis en jeu entre le robot et son environnement. Ces commandes peuvent même induire des instabilités du système pour une erreur de position très faible.

L'objectif de ce mémoire est de présenter le système robot/environnement qui fait l'objet de cette étude et effectué les premiers calculs tels que la génération des trajectoires, le calcul des modèles géométriques directe et inverse ainsi que les modèles cinématiques direct et inverse. Nous terminons ce travail par l'exploration des insuffisances des commandes en mouvements libres citées plus haut dans le cas des tâches compliantes.

Dans les domaines d'application de la robotique, on rencontre plusieurs types de tâches que le système robotisé peut accomplir. Ce dernier est tantôt en mouvement dans l'espace non contraint (libre) et tantôt chargé d'effectuer des tâches impliquant un contact avec son environnement, cependant, dans la réalité pratique, les tâches sont plutôt combinées de mouvements en espace libre et de mouvements nécessitant un contact avec l'environnement, on qualifiera ces mouvements de mouvement compliantes comme il est d'usage en robotique. Nous pouvons citer comme exemples de ces tâches quelques opérations dans l'assemblage

Introduction générale

des pièces mécaniques telle que l'insertion des pièces (peg-in-hole), pick and place, on peut citer aussi le polissage des surfaces matérielles, l'ébarbage etc.

L'objectif d'une commande en effort peut être limité à la stabilisation du système robot/environnement. Mais dans la plupart des cas la tâche exige un effort d'interaction spécifique. Cependant, cette exigence peut être satisfaite par un control peu précis mais assez dans certains cas, sont alors appliquées les méthodes de commande de l'effort dites implicites. Lorsque l'effort d'interaction doit suivre un effort désiré d'une manière stricte le recours à des méthodes plus élaborées permet de réaliser cet objectif, ces méthodes sont dites explicites. Dans ce travail nous allons appliquer ces types de commande, ainsi, nous examinons le comportement d'un système robot/environnement mis sous ces différentes techniques de commande.

Ce travail représente une introduction sur le domaine de la robotique et principalement la modélisation et la commande des robots manipulateur. Le mémoire est constitué de quatre chapitres, chaque chapitre traite une partie de ce travail.

Dans le premier chapitre nous exposons une introduction sur la robotique, les éléments constituant un robot manipulateur tels que la structure mécanique, les actionneurs ou les servomoteurs et les capteurs.

Le deuxième chapitre est consacré à la modélisation des robots, dont nous allons calculer les paramètres du robot STAUBLI TX 90.

Dans le troisième chapitre est l'état de l'art des différentes commandes hybride force/position.

Le quatrième chapitre est une application de la commande hybride force/position sur le robot Staubli TX-90.

Finalement une conclusion générale sur le contenu des trois chapitres et les résultats obtenus par la simulation de la commande que nous avons utilisés dans le dernier chapitre.

Chapitre I :

Généralités sur la robotique

CHAPITRE I : GÉNÉRALITÉS SUR LA ROBOTIQUE

1. Généralités sur la robotique

1.1. Introduction :

Dans ce premier chapitre nous exposons une définition sur la robotique, les éléments constituant un robot manipulateur tels que la structure mécanique, les actionneurs ou les servomoteurs et les capteurs

1.2. Définitions :

Le Petit Larousse définit un robot comme étant un appareil automatique capable de manipuler des objets, ou d'exécuter des opérations selon un programme fixe ou modifiable.

En fait, l'image que chacun s'en fait est généralement vague, souvent un robot est défini comme un manipulateur automatique à cycles programmables.

Pour "mériter" le nom de robot, un système doit posséder une certaine flexibilité, caractérisée par les propriétés suivantes :

- **La versatilité** : Un robot doit avoir la capacité de pouvoir exécuter une variété de tâches, ou la même tâche de différente manière.

- **L'auto-adaptativité** : Un robot doit pouvoir s'adapter à un environnement changeant au cours de l'exécution de ses tâches.

L'Association Française de Normalisation (A.F.N.O.R.) définit un robot comme étant un système mécanique de type manipulateur commandé en position, reprogrammable, polyvalent (i.e., à usages multiples), à plusieurs degrés de liberté, capable de manipuler des matériaux, des pièces, des outils et des dispositifs spécialisés, au cours de mouvements variables et programmés pour l'exécution d'une variété de tâches. Il a souvent l'apparence d'un, ou plusieurs bras se terminant par un poignet. Son unité de commande utilise, notamment, un dispositif de mémoire et éventuellement de perception et d'adaptation à l'environnement et aux circonstances. Ces machines polyvalentes sont généralement étudiées pour effectuer la même fonction de façon cyclique et peuvent être adaptées à d'autres fonctions sans modification permanente du matériel.

1.3. Historique :

- 1947 : Premier manipulateur électrique téléopéré.
- 1954 : Premier robot programmable.
- 1961 : Utilisation d'un robot industriel, commercialisé par la société UNIMATION (USA), sur une chaîne de montage de General Motors.
- 1961 : Premier robot avec contrôle en effort.
- 1963 : Utilisation de la vision pour commander un robot.

Pour illustrer ce projet, nous utiliserons le robot industriels : un robot Stäubli de la gamme TX, (6 axes).

1.4. Constituants d'un robot :

Vocabulaire :

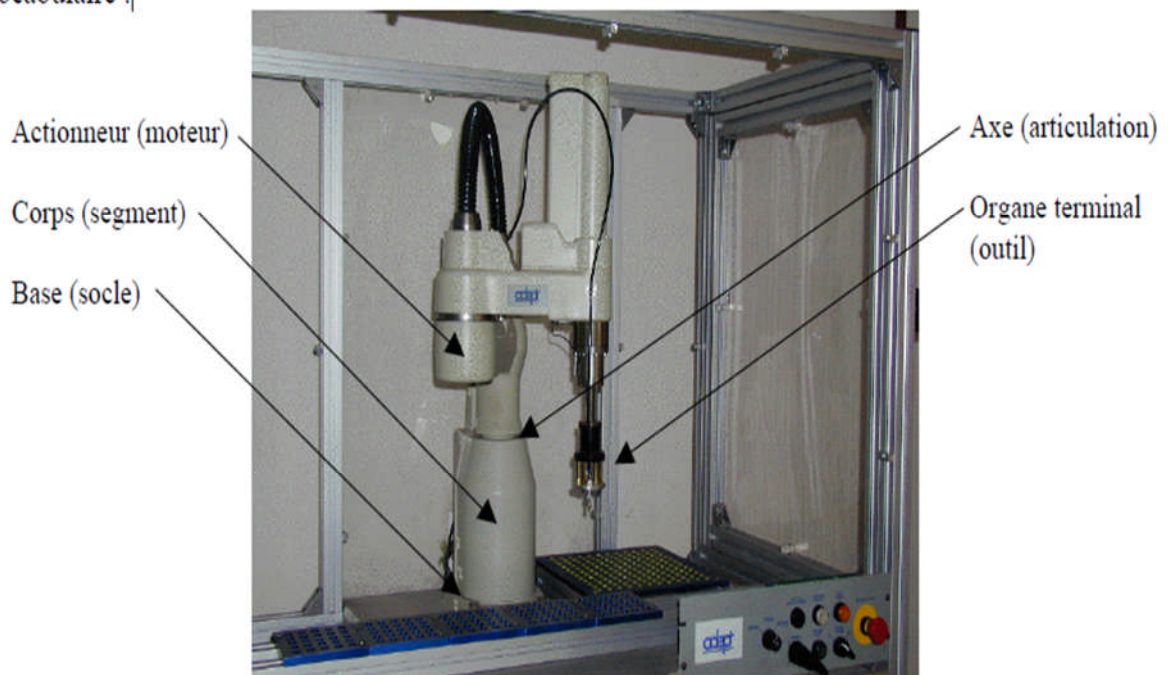
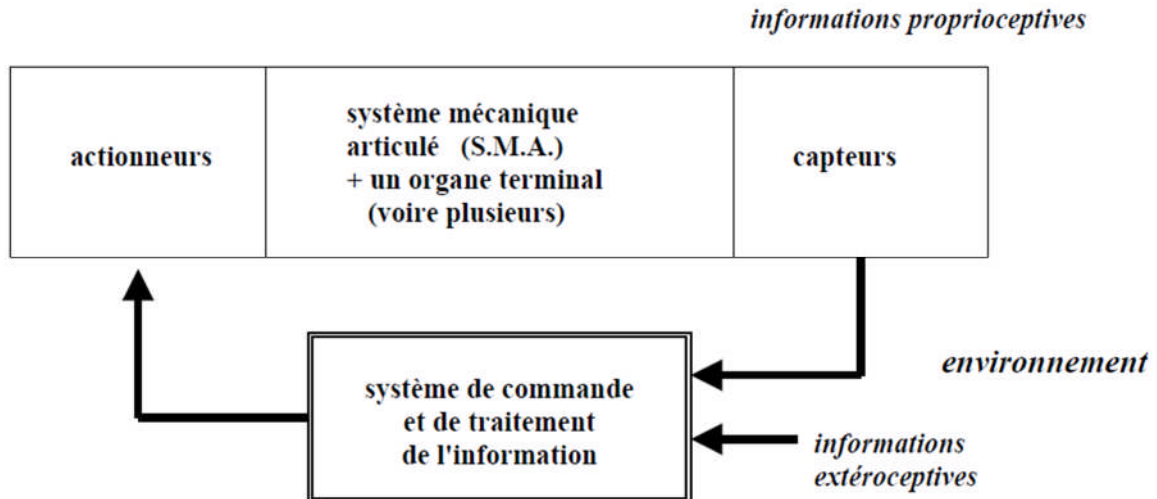


Figure 1.1 constituant d'un robot (Adept)

On distingue classiquement 4 parties principales dans un robot manipulateur :



1.4.1. Le système mécanique articulé (S.M.A.) et l'organe terminal

1.4.1.1. Organe terminal :

Sous le terme **organe terminal**, on regroupe tout dispositif destiné à manipuler des objets (dispositifs de serrage, dispositifs magnétiques, à dépression, ...), ou à les transformer (outils, torche de soudage, pistolet de peinture, ...). En d'autres termes, il s'agit d'une interface permettant au robot d'interagir avec son environnement. Un organe terminal peut être **multi-fonctionnel**, au sens où il peut être équipé de plusieurs dispositifs ayant des fonctionnalités différentes. Il peut aussi être **mono-fonctionnel**, mais interchangeable. Un robot, enfin, peut être **multi-bras**, chacun des bras portant un organe terminal différent. On utilisera indifféremment le terme **organe terminal, préhenseur, outil ou effecteur** pour nommer le dispositif d'interaction fixé à l'extrémité mobile de la structure mécanique.

1.4.1.2. Le système mécanique articulé (S.M.A.) :

Est un mécanisme ayant une structure plus ou moins proche de celle du bras humain. Il permet de remplacer, ou de prolonger, son action (le terme "manipulateur" exclut implicitement les robots mobiles autonomes). Son rôle est d'amener l'**organe terminal** dans une situation (position et orientation) donnée, selon des caractéristiques de vitesse et d'accélération données. Son architecture est une chaîne cinématique de corps, généralement rigides (ou supposés comme tels), assemblés par des liaisons appelées **articulations**. Sa motorisation est réalisée par des **actionneurs** électriques, pneumatiques ou hydrauliques qui transmettent leurs mouvements aux **articulations** par des systèmes appropriés.

Précisons la notion **d'articulation** : Une **articulation** lie deux corps successifs en limitant le nombre de degré de liberté de l'un par rapport à l'autre. Soit m le nombre de degré de liberté résultant, encore appelé mobilité de l'articulation. La mobilité d'une articulation est telle que :

$$0 \leq m \leq 6 .$$

Lorsque $m = 1$; ce qui est fréquemment le cas en robotique, l'*articulation* est dite simple : soit **rotoïde**, soit **prismatique**

1.4.1.2.a. Articulation rotoïde :

Il s'agit d'une articulation de type pivot, notée R , réduisant le mouvement entre deux corps à une rotation autour d'un axe qui leur est commun. La situation relative entre les deux corps est donnée par l'angle autour de cet axe (voir la figure suivante).



Figure : Symbole de l'articulation *rotoïde*.

1.4.1.2.b. Articulation prismatique :

Il s'agit d'une articulation de type glissière, notée P , réduisant le mouvement entre deux corps à une translation le long d'un axe commun. La situation relative entre les deux corps est mesurée par la distance le long de cet axe (voir la figure suivante).



Figure : Symbole de l'articulation *prismatique*.

Remarque : Une articulation complexe, i.e., avec une mobilité supérieure à 1 , peut toujours se ramener à une combinaison d'articulations **prismatique** ou **rotoïde**. Par exemple, une rotule est obtenue avec trois articulations rotoïdes dont les axes sont concourants.

1.4.2. Les actionneurs :

Pour être animé, le **S.M.A.** comporte des moteurs le plus souvent avec des transmissions (courroies crantées), l'ensemble constitue les **actionneurs**. Les actionneurs utilisent fréquemment des moteurs électriques à aimant permanent, à courant continu, à commande par l'induit (la tension n'est continue qu'en moyenne car en général l'alimentation est un hacheur de tension à fréquence élevée .

Bien souvent la vitesse de régime élevée du moteur fait qu'il est suivi d'un réducteur, ce qui permet d'amplifier le couple moteur. On trouve de plus en plus de moteurs à commutation électronique (sans balais), ou pour de petits robots, des moteurs pas à pas.

Pour les robots devant manipuler de très lourdes charges (par exemple, une pelle mécanique), les actionneurs sont le plus souvent hydrauliques, agissant en translation (vérin hydraulique) ou en rotation (moteur hydraulique).

Les actionneurs pneumatiques sont d'un usage général pour les manipulateurs à cycles (robots tout ou rien). Un manipulateur à cycles est un **S.M.A.** avec un nombre limité de degrés de liberté permettant une succession de mouvements contrôlés uniquement par des capteurs de fin de course réglables manuellement à la course désirée (asservissement en position difficile dû à la compressibilité de l'air).

1.4.3. Les capteurs :

La perception permet de gérer les relations entre le robot et son environnement. Les organes de perception sont des capteurs dits **proprioceptifs** lorsqu'ils mesurent l'état interne du robot (positions et vitesses des articulations) et **extéroceptifs** lorsqu'ils recueillent des informations sur l'environnement (détection de présence, de contact, mesure de distance, vision artificielle).

1.4.4. Système de commande et de traitement de l'information :

La partie **commande** synthétise les consignes des asservissements pilotant les actionneurs, à partir de la fonction de perception et des ordres de l'utilisateur.

S'ajoutent à cela :

- L'interface homme-machine à travers laquelle l'utilisateur programme les tâches que le robot doit exécuter.
- Le poste de travail, ou l'environnement dans lequel évolue le robot.

La robotique est un domaine pluridisciplinaire qui requiert, notamment, des connaissances en mécanique, automatique, électronique, électrotechnique, traitement du signal, communications, informatique.

1.5. Classification des robots :

On retiendra pour notre part 3 types de robot :

- **Les manipulateurs :**

- Les trajectoires sont non quelconques dans l'espace,
- Les positions sont discrètes avec 2 ou 3 valeurs par axe,
- La commande est séquentielle.

- **Les télémanipulateurs**

Appareils de manipulation à distance (pelle mécanique, pont roulant), apparus vers 1945 aux USA :

- Les trajectoires peuvent être quelconques dans l'espace,
- Les trajectoires sont définies de manière instantanée par l'opérateur, généralement à partir d'un pupitre de commande (joystick).

- **Les robots :**

- Les trajectoires peuvent être quelconques dans l'espace,
- L'exécution est automatique,
- Les informations extéroceptives peuvent modifier le comportement du robot.

1.5.1. Les robots manipulateurs industriels :

Ils sont chargés de manipuler, soit :

- Des pièces : Stockage – déstockage,
- Palettisation – dépalettisation,
- Chargement – déchargement de machine outil,
- Manipulation d'éprouvettes,
- Assemblage de pièces, ...
- Des outils : Soudure en continu ou par points,
- Peinture,
- Collage,
- Ebavurage, ...

1.5.2. Les robots didactiques :

Qui sont des versions au format réduit des précédents robots. La technologie est différente, de même que les constructeurs. Ils ont un rôle de formation et d'enseignement, ils peuvent aussi être utilisés pour effectuer des tests de faisabilité d'un poste robotisé.

1.5.3 .Les robots mobiles autonomes :

Les possibilités sont plus vastes, du fait de leur mobilité. Notamment, ils peuvent être utilisés en zone dangereuse (nucléaire, incendie, sécurité civile, déminage), inaccessible (océanographie, spatial). De tels robots font appel à des capteurs et à des logiciels sophistiqués. On peut distinguer 2 types de locomotion :

Les robots **Marcheurs** qui imitent la démarche humaine, et les robots **mobiles** qui ressemblent plus à des véhicules.

Dans notre projet, on se restreint aux **robots manipulateurs**.

1.6. Caractéristiques d'un robot :

Un robot doit être choisi en fonction de l'application qu'on lui réserve. Voici quelques paramètres à prendre, éventuellement, en compte :

-La charge maximum transportable (de quelques kilos à quelques tonnes), à déterminer dans les conditions les plus défavorables (en élongation maximum).

-Le volume de travail, défini comme l'ensemble des points atteignables par l'organe terminal. Tous les mouvements ne sont pas possibles en tout point du volume de travail. L'espace de travail (*reachable workspace*), également appelé espace de travail maximal, est le volume de l'espace que le robot peut atteindre via au moins une orientation. L'espace de travail dextre (*dextrous workspace*) est le volume de l'espace que le robot peut atteindre avec toutes les orientations possibles de l'effecteur (organe terminal). Cet espace de travail est un sous ensemble de l'espace de travail maximal.

- Le positionnement absolu, correspondant à l'erreur entre un point souhaité (réel), défini par une position et une orientation dans l'espace cartésien et le point atteint et calculé via le modèle géométrique inverse du robot. Cette erreur est due au modèle utilisé, à la quantification de la mesure de position, à la flexibilité du système mécanique. En général, l'erreur de positionnement absolu, également appelée précision, est de l'ordre de 1 *mm*.

- La vitesse de déplacement (vitesse maximum en élongation maximum), accélération.
- La masse du robot.
- Le coût du robot.
- La maintenance, ...

1.7. Les générations des robots :

Des progrès s'opèrent dans tous les domaines :

- Mécanique,
- Micro-informatique,
- Energétique,
- Capteurs – actionneurs.

A l'heure actuelle, on peut distinguer trois générations de robots :

1.7.1. Le robot passif :

Il est capable d'exécuter une tâche qui peut être complexe, mais de manière répétitive, il ne doit pas y avoir de modifications intempestives de l'environnement. **L'auto-adaptativité** est très faible. De nombreux robots sont encore de cette génération.

1.7.2. Le robot actif :

Il devient capable d'avoir une image de son environnement, et donc de choisir le bon comportement (sachant que les différentes configurations ont été prévues). Le robot peut se calibrer tout seul.

1.7.3. Le robot intelligent :

Le robot est capable d'établir des stratégies, ce qui fait appel à des capteurs sophistiqués, et souvent à l'intelligence artificielle.

Chapitre II :

Modélisation d'un bras manipulateur

CHAPITRE II : MODÉLISATION D'UN BRAS MANIPULATEUR

2.1. Introduction :

Pour développer une stratégie de commande performante pour un robot, il est impératif de connaître la géométrie, la cinématique et la dynamique du manipulateur considéré. Pour cela on est souvent amené à décrire les différentes relations mathématiques qui permettent de définir les mouvements de ce dernier dans l'espace.

Dans la pratique courante de robotique, la description du mouvement d'un robot manipulateur dans l'espace est réalisée en fonction des modèles de transformation entre l'espace opérationnel (dans lequel est définie la situation de l'organe terminal) et l'espace articulaire (dans lequel est définie la configuration du robot).

Parmi ces modèles, on distingue :

- Les modèles géométriques direct et inverse qui expriment la situation de l'organe terminal en fonction de la configuration du mécanisme et inversement.
- Les modèles cinématiques direct et inverse qui expriment la vitesse de l'organe terminal en fonction de la vitesse articulaire et inversement.
- Les modèles dynamiques définissant les équations du mouvement du robot, qui permettent d'établir les relations entre les couples ou forces exercés par les actionneurs et les positions, vitesses et accélérations des articulations.

Dans le présent chapitre, on présentera quelques définitions concernant ces modèles ainsi que le calcul du modèle du robot STAUBLI TX 90.

2.2 .Position dynamique du problème

En vue de toute commande la disponibilité d'un modèle du système est indispensable. Concernant notre étude un modèle général adopté pour un robot en chaîne ouverte simple est donné par l'équation suivante [5] :

$$\Gamma = A(q) \cdot \ddot{q} + C(q, \dot{q}) + Q(q) + F(q, \dot{q}) \quad (2.1)$$

Avec :

- $A(q)$: la matrice ($n \times n$) de l'énergie cinétique, symétrique définie positive, appelée aussi matrice d'inertie du robot ;
- $C(q, \dot{q})$: la matrice ($n \times n$) avec $C(q, \dot{q}) \dot{q}$ est le vecteur des forces de Coriolis et des forces centrifuges ;
- $Q(q)$: le vecteur ($1 \times n$) des forces généralisées de gravite.
- $F(q, \dot{q})$: est le vecteur ($n \times 1$) des frottements de Coulombs et visqueux.
- Γ : est le vecteur des forces/couples articulaires.
- q, \dot{q}, \ddot{q} représentent respectivement les vecteurs des positions, vitesses et accélérations articulaires.

Lorsque le robot doit interagir avec l'environnement, l'interaction est modélisée en considérant un modèle de comportement de l'environnement. Supposons que cet environnement manifeste un comportement d'un système du second ordre de type masse-amortissement-ressort [10]. Une forme du second ordre de l'environnement admet que ce dernier a ses propres modes oscillatoires, mais simplifie l'analyse générale en considérant uniquement le premier mode. Ainsi, un tel modèle est plus restrictif qu'un simple modèle permettant de réagir sur le robot par un effort mesurable.

Cependant, une représentation spécifique des composantes dynamiques de l'environnement permet une meilleure compréhension de l'interaction [15]. Le modèle choisi de l'environnement est décrit par l'équation suivante :

$$m_e \ddot{x} + b_e \dot{x} + k_e (x - x_0) = F \quad (2.2)$$

Où F est la force exercée par le robot sur l'environnement

m_e la masse de l'environnement

b_e le coefficient d'amortissement

k_e la constante de raideur de l'environnement.

x_0 est sa position d'équilibre lorsque l'effort qu'il subit est nul.

x , \dot{x} , \ddot{x} sont respectivement, la position, la vitesse et l'accélération à la fois du robot et de l'environnement [15] ; ceci suppose qu'au-delà de la position d'équilibre x_0 , le robot et l'environnement sont directement en contact (mouvement sans rebonds) ou encore que l'adhérence des deux parties est instantanée.

Le modèle du système robot/environnement retenu est, en tenant compte de l'effort exercé sur l'environnement (1.2), le suivant :

$$\Gamma = A(q) \cdot \ddot{q} + C(q, \dot{q}) + Q(q) + F(q, \dot{q}) + J^T F \quad (2.3)$$

Où J est la matrice jacobienne du robot et la relation (2.3) est le modèle qui est adopté pour l'accomplissement des tâches compliantes.

Le problème peut être formulé autrement ; un robot qui accomplit une tâche impliquant une interaction avec l'environnement est soumis à deux forces : celle des couples actionneurs et celle appliquée par l'environnement sur le robot qui n'est que la réaction de l'environnement à l'effort exercé par le robot. Le modèle du système est donc le suivant :

$$\Gamma - J^T F = A(q) \cdot \ddot{q} + C(q, \dot{q}) + Q(q) + F(q, \dot{q}) \quad (2.4)$$

En simulation les deux modèles (2.3) et (2.4) avec la relation (2.2) sont équivalents et donnent les mêmes résultats du moment que les seules entrées commandables sont celles des couples actionneurs.

Géométriquement, les contraintes affectent généralement certaines directions de l'espace opérationnel associées à certains degrés de liberté du système sans en affecter les autres directions et degrés de liberté associés. Ces derniers quant à eux, sont libres (non contraints). Cette association entre l'espace opérationnel et les degrés de liberté du système est réalisée à l'aide d'un **repère dit de compliance** $\{c\}$. Ce dernier peut être lié, selon la tâche à accomplir, à l'organe terminal, à l'environnement ou à l'objet manipulé.

2.3. Description de la Tâche et Génération des Trajectoires

La tâche consiste à accomplir une phase de mouvement libre de bas en haut autour d'un demi-cercle de centre ${}^0(0.6459, 0.1501, 0.2184)$ et de rayon $r = 0.15$ m décrit dans le plan vertical (XOZ) où ${}^0y = d_2 + d_3 = 0.1501$, puis une deuxième phase de haut en bas le long de la surface du panneau qui relie les deux extrémités du demi-cercle .

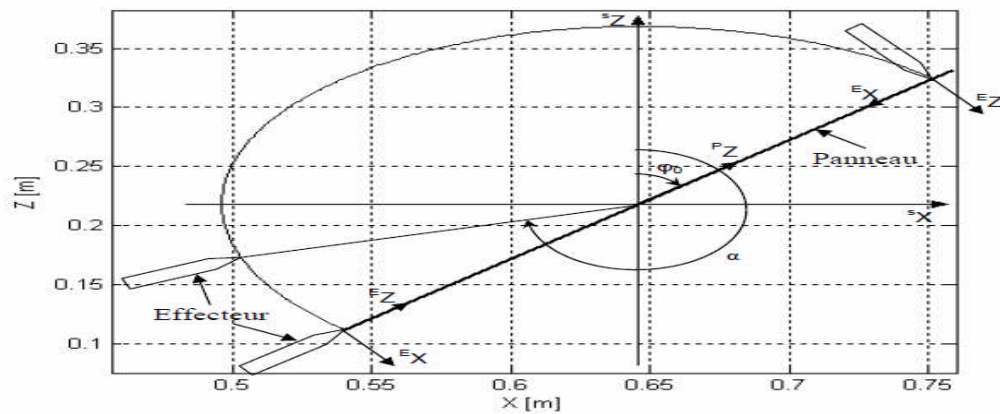


Figure (2.1) Trajectoire à parcourir

La trajectoire est décrite dans l'espace cartésien par rapport au repère de la base pour les deux phases selon une loi polynomiale du troisième degré.

Dans la première phase l'orientation de l'organe terminal et la position de son extrémité sont données en fonction d'un angle α tel que décrit dans la figure ci dessus. Initialement l'orientation de l'effecteur est telle que l'organe terminal soit parallèlement aligné avec la surface de contact, et selon une loi linéaire par rapport à α , l'orientation varie pour qu'à la fin de la première phase l'effecteur soit perpendiculaire à la surface de contact :

$$\left(\theta \in \left[\theta_0, \theta_0 + \frac{\pi}{2} \right] \right)$$

L'orientation de l'effecteur par rapport au repère de la base est décrite par :

$$\varphi = \frac{1}{2}\alpha + \frac{1}{2}(\varphi_0 - \pi) \quad (2.5)$$

La position cartésienne par rapport au repère de la base est donnée par :

$$\begin{aligned} x &= x_{\text{Sorg}} + r \sin(\alpha) \\ y &= y_{\text{Sorg}} = d_2 + d_3 \\ z &= z_{\text{Sorg}} + r \cos(\alpha) \end{aligned} \quad (2.6)$$

L'angle α est une fonction polynomiale cubique du temps ayant des valeurs entre $[\varphi_0 + \pi, \varphi_0 + 2\pi]$:

$$\alpha(t) = a_0 + a_1 t + a_2 t^2 + a_3 t^3 \quad (2.7)$$

$$\text{Avec : } a_0 = \varphi_0 + \pi, a_1 = 0, a_2 = 3 \frac{\pi}{t_1^2}, a_3 = -2 \frac{\pi}{t_1^3}$$

t_1 marque le temps final de la première phase.

Les vitesses et les accélérations sont obtenues par dérivation par rapport au temps :

$$\dot{\alpha}(t) = a_1 + 2a_2 t + 3a_3 t^2 \quad (2.8)$$

$$\ddot{\alpha}(t) = 2a_2 + 6a_3 t$$

Pour les vitesses et les accélérations cartésiennes de l'effecteur :

$$\dot{\theta} = \frac{1}{2} \dot{\alpha}$$

$$\ddot{\theta} = \frac{1}{2} \ddot{\alpha}$$

$$\dot{x} = r \dot{\alpha} \cos(\alpha)$$

$$\ddot{x} = r \ddot{\alpha} \cos(\alpha) - r \dot{\alpha}^2 \sin(\alpha)$$

$$\dot{y} = 0$$

$$\ddot{y} = 0$$

$$\dot{z} = -r \dot{\alpha} \sin(\alpha)$$

$$\ddot{z} = -r \ddot{\alpha} \sin(\alpha) - r \dot{\alpha}^2 \cos(\alpha)$$

Dans la deuxième phase on voudrait que l'organe terminal reste perpendiculaire à la surface jusqu'à la fin de la tâche. L'axe de déplacement est orienté par le vecteur ${}^P Z$. Le déplacement le long de la surface est régi par une loi polynomiale cubique comme dans la première phase ayant des valeurs entre $[r, -r]$:

$$Z_p(t) = b_0 + b_1(t-t_1) + b_2(t-t_1)^2 + b_3(t-t_1)^3 \text{ avec } t \geq t_1. \quad (2.9)$$

Où :

$$b_0 = r, b_1 = 0, b_2 = -6 \frac{r}{t_2^2}, b_3 = 4 \frac{r}{t_2^3}$$

et t_2 est la durée de la deuxième phase.

Les vitesses et les accélérations sont :

$$\dot{z}_p(t) = b_1 + 2b_2(t-t_1) + 3b_3(t-t_1)^2 \quad (2.10)$$

$$\ddot{z}_p(t) = 2b_2 + 6b_3(t-t_1)$$

La cinématique des grandeurs génératrices α , z_p et leurs dérivées sont données en figure (2.3).

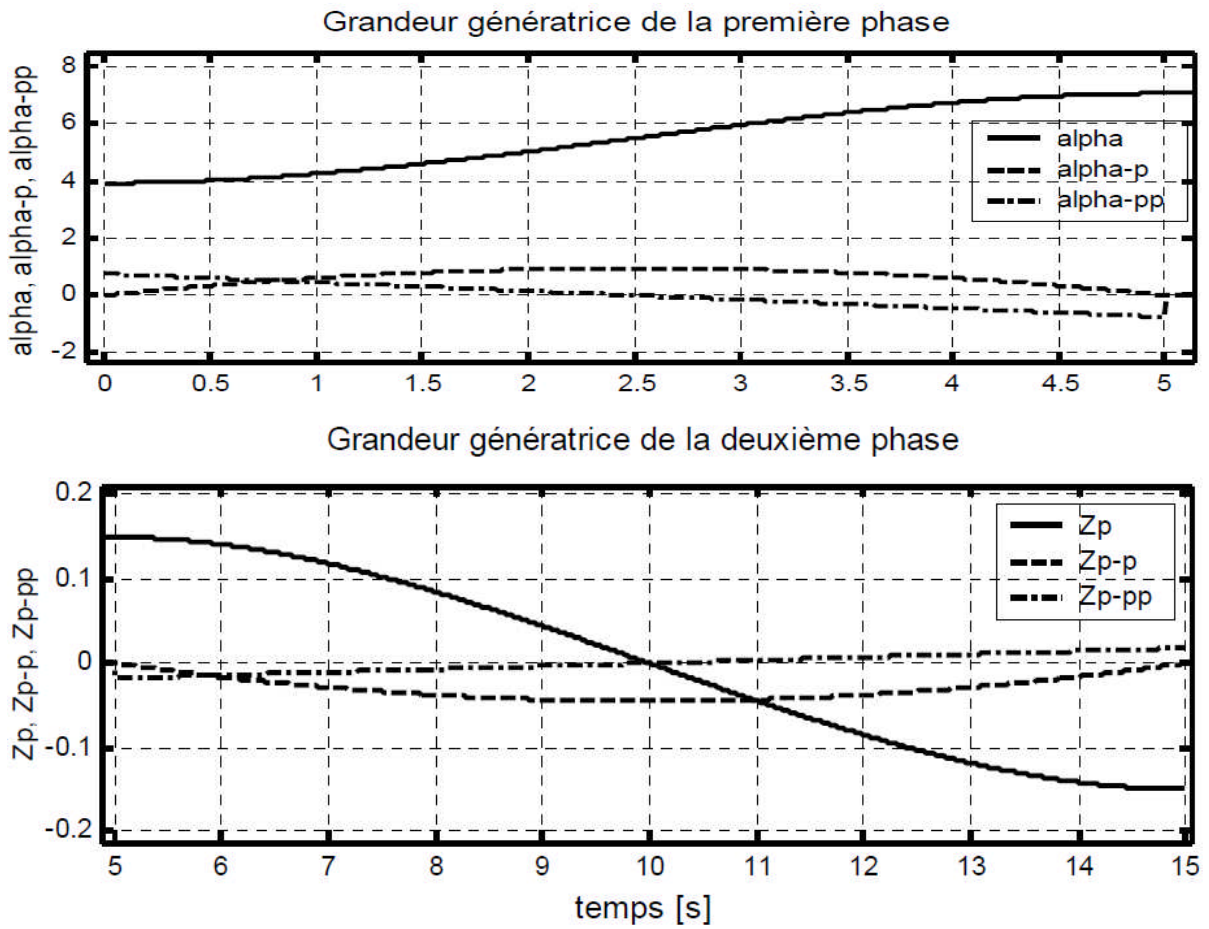


Figure 2.2 Grandeurs génératrices de la trajectoire des deux phases

L'orientation désirée étant constante, ses dérivées sont nulles :

$$\theta = \theta_0 + \frac{\pi}{2} \quad ; \quad \dot{\theta} = 0 \quad ; \quad \ddot{\theta} = 0.$$

Les positions, les vitesses et les accélérations de l'organe terminal sont données par :

$$\begin{aligned} x &= x_{sorg} + z_p \sin(\theta_0) & \dot{x} &= \dot{z}_p \sin(\theta_0) & \ddot{x} &= \ddot{z}_p \sin(\theta_0) \\ y &= d_2 + d_3 & \dot{y} &= 0 & \ddot{y} &= 0 \\ z &= z_{sorg} + z_p \cos(\theta_0) & \dot{z} &= \dot{z}_p \cos(\theta_0) & \ddot{z} &= \ddot{z}_p \cos(\theta_0) \end{aligned}$$

Les positions, vitesses et accélérations cartésiennes désirées durant les deux phases sont présentées à la figure (2.3).

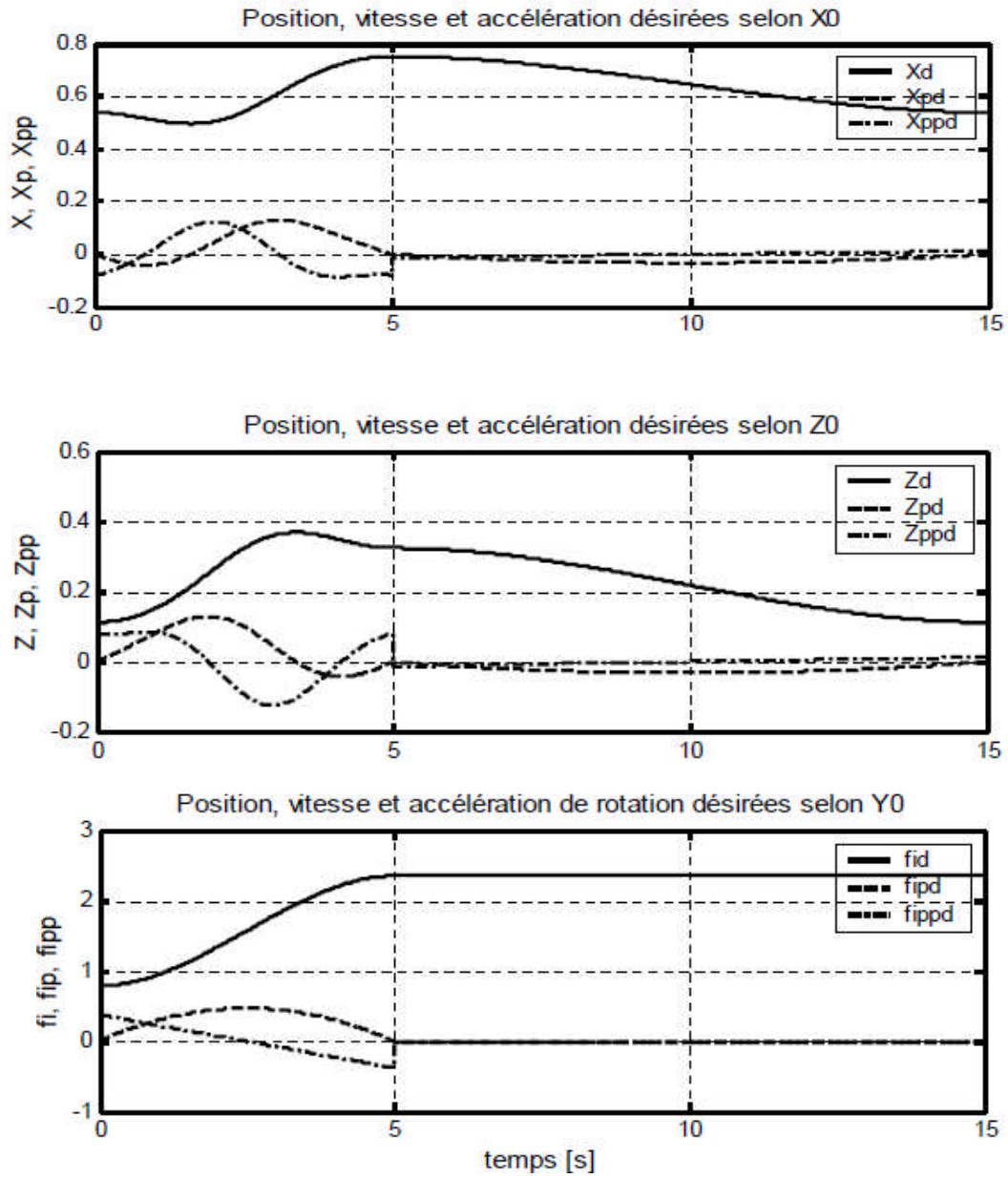


Figure 2.3 Trajectoire cartésienne désirée

2.4 .Modélisation géométrique :

2.4.1. Modèle géométrique direct :

Le modèle géométrique direct permet de déterminer la position et l'orientation de l'organe terminal du manipulateur par rapport à un repère de référence en fonction des variables articulaires, le modèle s'écrit :

$$X = T(q) \quad (2.11)$$

$$\text{Ou : } \begin{cases} q = [q_1, q_2, \dots, q_n]^T \text{ variables articulaires.} \\ X = [x_1, x_2, \dots, x_n]^T \text{ variables opérationnelles} \end{cases}$$

Par exemple, si le manipulateur se déplace dans l'espace on pose $m=6$ (3 coordonnées pour la position et 3 coordonnées pour la rotation). S'il se déplace dans un plan on pose $m=2$ et si en plus on est concerné par la rotation on pose $m=3$.

La position de l'organe terminal peut être définie par des coordonnées cartésiennes, cylindriques ou sphériques. Le choix d'une structure particulière est guidé par les caractéristiques du robot, ainsi que par celle de la tâche à réaliser [22].

Pour calculer le modèle géométrique du robot manipulateur, il existe 3 méthodes, la première est la méthode classique, la deuxième est la convention de **Denavit Hartenberg (DH)** et la troisième méthode est la convention de **Denavit Hartenberg modifiée (DHM)**.

2.4.1.1 La méthode classique :

Le principe de cette méthode est basé sur les trois étapes suivantes:[19]

- ✓ Fixer des repères à chaque corps du robot (Figure 2.4).
- ✓ Calculer les matrices homogènes entre chaque corps ${}^0T_1 ; {}^1T_2 ; {}^2T_3 ; \dots ; {}^{j-1}T_j$
- ✓ Calculer la matrice homogène entre la base du robot et l'organe terminal.

$${}^0T_i = {}^0T_1 {}^1T_2 {}^2T_3 \dots {}^{i-1}T_i \quad (2.12)$$

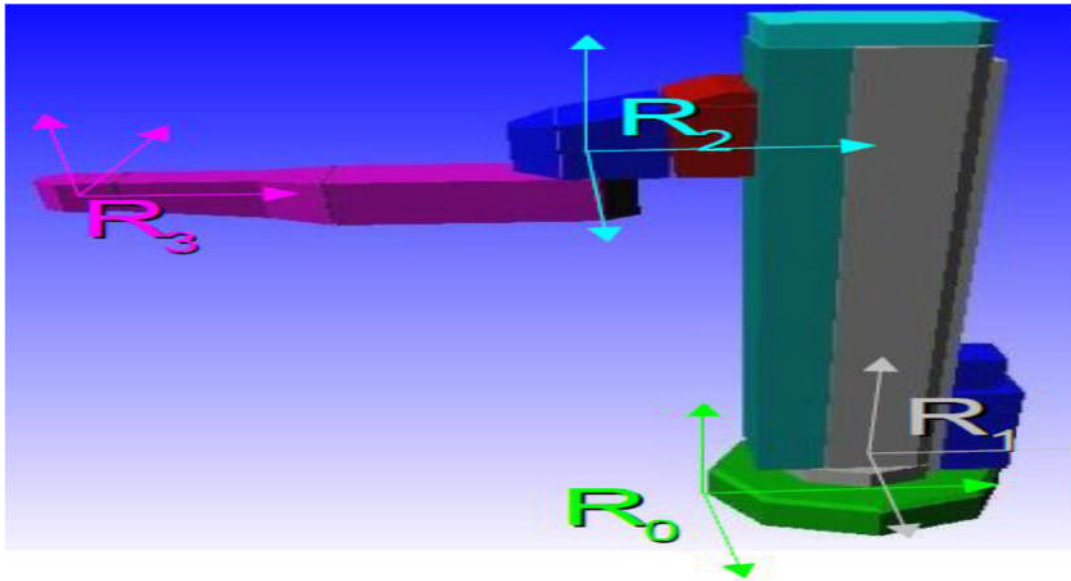


Figure 2.4 : Choix des repères de la méthode classique

II.4.1.2. Convention de Denavit-Hartenberg (DH) :

La convention de Denavit et Hartenberg (DH 1955) est une méthode systématique. Elle permet le passage entre articulations adjacentes d'un système robotique. Elle concerne les chaînes cinématiques ouvertes où l'articulation possède uniquement un degré de liberté, et les surfaces adjacentes restent en contact. Pour cet aspect, l'utilisation des charnières ou des glissières est indispensable. Le choix adéquat des repères dans les liaisons facilite le calcul des matrices homogènes de DH et permet d'arriver à exprimer rapidement des informations de l'élément terminal vers la base ou l'inverse [19].

Cette méthode est destinée à systématiser la modélisation de n'importe quel type de robot série.

Ses principaux avantages sont :

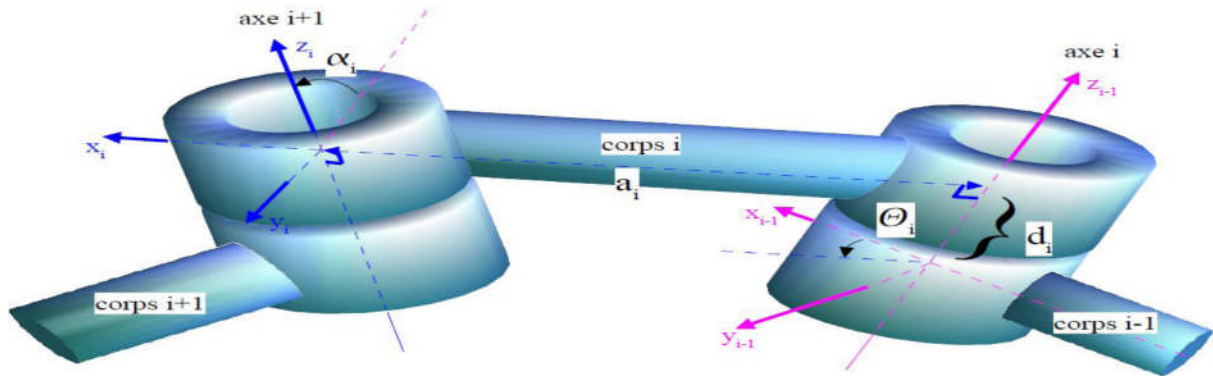
- ✓ Simplification maximale du modèle géométrique.
- ✓ Établissement d'une norme reconnue par tous.

Hypothèse :

On peut représenter l'attitude d'un repère R_i par rapport à un repère R_{i-1} à l'aide de quatre paramètres uniques à condition de fixer deux contraintes [23] :

- ✓ DH1 : l'axe x_i de R_i est à l'axe de R_{i-1} .
- ✓ DH2 : l'axe x_i coupe l'axe z_{i-1} .

Le premier repère (X_0, Y_0, Z_0) dans la première articulation et le dernier repère (X_n, Y_n, Z_n) dans l'organe terminal.



Figure(2.5) Choix des référentiels de Denavit- Hartenberg

Les termes θ, d, a, α sont appelés les paramètres de Denavit- Hartenberg.

θ_i : c'est l'angle entre X_{i-1} et X_i mesuré autour de Z_{i-1} .

d_i : c'est la distance entre X_{i-1} et X_i mesuré autour de Z_{i-1} .

α_i : c'est l'angle entre Z_{i-1} et Z_i mesuré autour de X_i .

a_i : c'est la distance entre Z_{i-1} et Z_i mesuré autour de X_i .

Décomposition en quatre transformations élémentaires :

Rotation autour de z d'un angle θ .

Translation le long de z d'une longueur d .

Translation le long de x d'une longueur a .

Rotation autour de x d'angle α .

Comme ces transformations sont faites par rapport au repère courant, on a :

$${}^{i-1}DH_i = Rot_z(\theta).Trans_z(d).Trans_x(a).Rot_x(\alpha) \tag{2.13}$$

$${}^{i-1}DH_i = \begin{bmatrix} \cos(\theta_i) & -\sin(\theta_i) & 0 & 0 \\ \sin(\theta_i) & \cos(\theta_i) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & a_i \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \alpha_i & -\sin \alpha_i & 0 \\ 0 & \sin \alpha_i & \cos \alpha_i & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{2.14}$$

$${}^{i-1}DH_i = \begin{bmatrix} \cos\theta_i & -\sin\theta_i \cos\alpha_i & \sin\theta_i \sin\alpha_i & l_i \cos\theta_i \\ \sin\theta_i & \cos\theta_i \cos\alpha_i & -\cos\theta_i \sin\alpha_i & l_i \sin\theta_i \\ 0 & \sin\alpha_i & \cos\alpha_i & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.15)$$

2.4.1.3. Convention de Denavit-Hartenberg modifiée (DHM) :

La méthode de DH modifiée où le repère R_i est tel que l'axe z_i est suivant l'articulation i et non pas $i+1$.

Dans cette méthode le premier repère (X_0, Y_0, Z_0) dans la base du bras manipulateur et le dernier repère (X_n, Y_n, Z_n) dans la dernière articulation[1].

Les paramètres de Denavit- Hartenberg modifiée :

θ_i : c'est l'angle entre X_{i-1} et X_i mesuré autour de Z_i .

d_i : c'est la distance entre X_{i-1} et X_i mesuré autour de Z_i .

α_i : c'est l'angle entre Z_{i-1} et Z_i mesuré autour de X_{i-1} .

a_i : c'est la distance entre Z_{i-1} et Z_i mesuré autour de X_{i-1} .

$${}^{i-1}DHM_i = Rot_{x_{i-1}}(\alpha_i).Trans_{x_{i-1}}(a_i).Rot_{z_i}(\theta_i).Trans_{z_i}(d_i) \quad (2.16)$$

$${}^{i-1}DHM_i = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\alpha_i & -\sin\alpha_i & 0 \\ 0 & \sin\alpha_i & \cos\alpha_i & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & a_i \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos\theta_i & -\sin\theta_i & 0 & 0 \\ \sin\theta_i & \cos\theta_i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & a_i \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.17)$$

$${}^{i-1}DHM_i = \begin{bmatrix} \cos\theta_i & -\sin\theta_i & 0 & l_i \\ \cos\alpha_i \sin\theta_i & \cos\theta_i \cos\alpha_i & -\sin\alpha_i & -d_i \sin\theta_i \\ \sin\alpha_i \sin\theta_i & \cos\theta_i \sin\alpha_i & \cos\alpha_i & d_i \cos\theta_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.18)$$

$${}^0DHM_i = {}^0DHM_1 {}^1DHM_2 {}^2DHM_3 \dots \dots {}^{i-1}DHM_i \quad (2.19)$$

La convention Denavit-Hartenberg c'est la plus utilisée pour déterminer la position et l'orientation de l'organe terminal par rapport au repère de référence, et la plus répandue pour exprimer le passage du repère R_{i-1} au repère R_i .

2.4.2. Modèle géométrique inverse :

Le modèle géométrique inverse permet de déterminer le vecteur des variables articulaires à partir du vecteur de coordonnées opérationnelles, le modèle s'écrit :

$$q = f^{-1}(X) \quad (2.20)$$

C'est-à-dire à partir de position de l'organe terminale dans la matrice 0T_i , on cherche le vecteur des variables articulaires :

$$q = [q_1, q_2, \dots, q_n]^T$$

$${}^0T_i = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} & p_x \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} & p_y \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} & p_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.21)$$

$$\text{Avec } \begin{cases} q_1 = f_1(p_x, p_y, p_z) \\ q_2 = f_2(p_x, p_y, p_z) \\ q_3 = f_3(p_x, p_y, p_z) \\ \vdots \\ q_n = f_n(p_x, p_y, p_z) \end{cases}$$

Solubilité du Modèle Géométrique Inverse (MGI) :

La solubilité du MGI, n'est autre que l'existence d'un nombre fini de solutions trait fondamental en matière de conception. Supposons que la situation x d'un bras manipulateur a n liaisons est exprimer par nombre m minimale de paramètres. Supposons que par ailleurs que x est une situation accessibles avec le bras manipulateur, c'est-à-dire que la situation appartient à l'espace de travail. Alors (dans la majorité des cas) :

- Si $n < m$, il n'existe pas de solution pour le MGI
- Si $n = m$, il existe un nombre fini de solution en dehors de certaines configuration, appelées configuration singulières.
- Si $n > m$, il existe une infinité de solutions.

Pour calculer le MGI, on a le choix entre plusieurs méthodes, on cite la méthode de Paul, la méthode de Pieper et la méthode générale de Raghavan et Routh. En ce qui nous concerne, nous avons choisi d'utiliser celle de Paul à la fin de ce chapitre.

La méthode de Paul consiste a calculer le MGI on résolvant le système d'équation suivant :

$$U_0 = {}^0T_1 \cdot {}^1T_2 \cdot {}^2T_3 \cdot {}^3T_4 \cdot {}^4T_5 \cdot {}^5T_6 \tag{2.22}$$

La procédure est la suivante :

Pré multiplier successivement les deux membres de l'équation précédente par le terme ${}^jT_{j-1}$ avec j variant de 1 à 4 afin d'isoler a chaque fois la variable articulaire q_j .

Sachant que : ${}^jT_{j-1} = ({}^{j-1}T_j)^{-1}$

Pour obtenir les q_j il suffit de résoudre les équations suivantes :

$$U_0 = {}^0T_1 \cdot {}^1T_2 \cdot {}^2T_3 \cdot {}^3T_4 \cdot {}^4T_5 \cdot {}^5T_6$$

$${}^1T_0 \cdot U_0 = U_1 = {}^1T_2 \cdot {}^2T_3 \cdot {}^3T_4 \cdot {}^4T_5 \cdot {}^5T_6$$

$${}^2T_1 \cdot U_1 = U_2 = {}^2T_3 \cdot {}^3T_4 \cdot {}^4T_5 \cdot {}^5T_6$$

$${}^3T_2 \cdot U_2 = U_3 = {}^3T_4 \cdot {}^4T_5 \cdot {}^5T_6$$

$${}^4T_3 \cdot U_3 = U_4 = {}^4T_5 \cdot {}^5T_6$$

L'application de cette méthode sur plusieurs robots a permis de résumer les types d'équations rencontrés avec la méthode de Paul dans le tableau suivant :

Type1	$X \cdot r_i = Y$
Type2	$X \cdot s(\theta_i) + Y \cdot c(\theta_i) = Z$
Type3	$X1 \cdot s(\theta_i) + Y1 \cdot c(\theta_i) = Z1$ $X2 \cdot s(\theta_i) + Y2 \cdot c(\theta_i) = Z2$
Type4	$X1 \cdot r_i \cdot s(\theta_i) = Y1$ $X2 \cdot r_i \cdot s(\theta_i) = Y2$
Type5	$X1 \cdot s(\theta_i) = Y1 + Z1 \cdot r_j$ $X2 \cdot s(\theta_i) = Y2 + Z2 \cdot r_j$
Type6	$w \cdot s(\theta_j) = X \cdot c(\theta_i) + Y \cdot s(\theta_i) + Z1 \cdot r_j$ $w \cdot c(\theta_j) = X \cdot s(\theta_i) - Y \cdot c(\theta_i) + Z2 \cdot r_j$
Type7	$w1 \cdot c(\theta_j) + w2 \cdot s(\theta_j) = X \cdot c(\theta_i) + Y \cdot s(\theta_i) + Z1$ $w1 \cdot s(\theta_j) - w2 \cdot c(\theta_j) = X \cdot c(\theta_i) + Y \cdot s(\theta_i) + Z2$
Type8	$X1 \cdot s(\theta_i) + Y1 \cdot c(\theta_i + \theta_j) = Z1$ $X2 \cdot s(\theta_i) + Y2 \cdot s(\theta_i + \theta_j) = Z2$

2.5. Modélisation cinématique

2.5.1. Modèle cinématique direct :

Le modèle cinématique direct permet de déterminer la vitesse de l'organe terminal dans l'espace opérationnel en fonction de la vitesse des variables articulaires.[5]

Le modèle est décrit par l'équation :

$$\dot{X} = J(q)\dot{q} \quad (2.23)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{q} = [\dot{q}_1, \dot{q}_2, \dots, \dot{q}_n]^T \text{ variables articulaires.} \\ \dot{X} = [\dot{X}_1, \dot{X}_2, \dots, \dot{X}_n]^T \text{ variables opérationnelles.} \\ J(q) \in R^{n \times m} \text{ est matrice Jacobienne.} \end{array} \right.$$

L'une des méthodes utilisées pour le calcul de la matrice jacobéenne est la dérivation du modèle géométrique direct :

$$j(q) = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial q_1} & \dots & \frac{\partial f_1}{\partial q_n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial f_m}{\partial q_1} & \dots & \frac{\partial f_m}{\partial q_n} \end{bmatrix} \quad (2.24)$$

2.5.2. Modèle cinématique inverse :

Le modèle cinématique inverse permet de déterminer la vitesse des variables articulaires en fonction de la vitesse des variables opérationnelles. Pour les manipulateurs non redondants, le modèle s'écrit :

$$\dot{q} = J^{-1}(q)\dot{X} \quad (2.25)$$

La solution de l'équation (2.25) existe si J est de rang plein, cela est valable tant que le manipulateur ne passe pas par une configuration singulière. Pour les manipulateurs redondants, le modèle cinématique inverse admet plusieurs solutions possibles. Le choix d'une parmi plusieurs est guidé par l'optimisation d'une fonction objective.

Dans le cas régulier le nombre de degré de liberté (DDL) de l'espace de la tâche est égale nombre d'articulations du bras manipulateur et la matrice J est carrée avec un déterminant non nul.

Le modèle cinématique inverse est déterminée par le calcul de la matrice inverse J^{-1} . Si le bras manipulateur possède six DDL avec une poignée de type rotule, la matrice J prend la forme :

$$J = \begin{bmatrix} A & 0 \\ B & C \end{bmatrix} \quad (2.26)$$

Avec A et C deux matrices carrées inversibles.

Alors :

$$J^{-1} = \begin{bmatrix} A^{-1} & 0 \\ -C^{-1}B A^{-1} & C^{-1} \end{bmatrix} \quad (2.27)$$

L'inversion de A et C est plus simple que l'inversion de J .

2.6. Modélisation dynamique :

Un système mécanique peut être traduit sous forme d'un modèle dynamique pour faciliter son étude grâce aux équations différentielles qui existent entre les variables d'état du mécanisme, leurs dérivés et les forces extérieures agissant sur chaque corps.

La forme la plus générale du modèle dynamique est :

$$M(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + G(q) = \tau(q) \quad (2.28)$$

Où :

- $M(q)$: La matrice inertie.
- $\tau(q)$: Vecteur des couples.
- $C(q, \dot{q})$: Matrice regroupant les forces centrifuges et de Coriolis.
- $G(q)$: Vecteur des forces de gravité.

Cette équation exprime les couples (et/ou les forces) moteurs des actionneurs des différentes bras du robot manipulateur en fonctions des positions, des vitesses et des accélérations articulaires et des forces extérieures à exercer sur l'organe terminal. Il exprime l'équilibre entre les couples d'entraînement et le couple de freinage dus aux inerties, aux

forces centrifuges et de Coriolis ainsi qu'aux forces de gravitation. Ce modèle est aussi appelé, modèle dynamique inverse. [19]

$$\tau = f(q, \dot{q}, \ddot{q}, F) \quad (2.29)$$

Où :

- q : Vecteur des positions articulaires.
- \dot{q} : Vecteur des vitesses articulaires.
- \ddot{q} : Vecteur des accélérations articulaires.
- F : Les forces ou les moments extérieurs exercés sur l'organe terminal.

2.6.1. Formalisme de Lagrange :

Le modèle dynamique (2.29) est obtenu par l'équation d'Euler-Lagrange (E-L) suivante :

$$\frac{d}{dt} \left\{ \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right\} - \frac{\partial L}{\partial q_i} = U_i \quad (2.30)$$

Où L la fonction de Lagrange donnée par:

$$L(q, \dot{q}) = K(q, \dot{q}) - U(q) \quad (2.31)$$

Avec $\begin{cases} K(q, \dot{q}) : \text{Energie cinétique} \\ U(q) : \text{Energie potentielle} \end{cases}$

2.6.2. Formulation du modèle dynamique :

En exploitant les relations (2.30) et (2.31) nous obtenons:

$$\frac{d}{dt} \left\{ \frac{\partial K(q, \dot{q})}{\partial \dot{q}_i} \right\} - \frac{\partial K(q, \dot{q})}{\partial q_i} + \frac{\partial U(q)}{\partial q_i} = \Gamma_i \quad (2.32)$$

Où Γ_i : l'expression du couple

Avec :

$$\frac{\partial K(q, \dot{q})}{\partial \dot{q}_i} = m_{ij}(q) \dot{q}_j \quad (2.33)$$

Donc :

$$\frac{d}{dt} \left\{ \frac{\partial K(q, \dot{q})}{\partial \dot{q}_i} \right\} = \frac{\partial m_{ij}(q)}{\partial q_K} \dot{q}_K \dot{q}_j + m_{ij}(q) \ddot{q}_j \quad (2.34)$$

En remplaçant (2.33) dans (2.34) et en utilisant la symétrie de $M(q)$ trouve :

$$\Gamma_i = m_{ij}(q) \ddot{q}_j + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial m_{ij}(q)}{\partial q_K} + \frac{\partial m_{iK}(q)}{\partial q_j} - \frac{\partial m_{Kj}(q)}{\partial q_i} \right) \dot{q}_K \dot{q}_j + \frac{\partial U(q)}{\partial q_i}$$

L'équation du modèle dynamique du robot manipulateur est:

$$M(q) \ddot{q} + C(q, \dot{q}) \dot{q} + G(q) = \tau(q) \quad (2.35)$$

2.7. Les paramètres et modèles du robot STAUBLI TX90 :

Le robot Staubli TX90 est un robot industriel manipulateur a chaine ouverte simple série et ses articulations sont toutes rotoïde . Il est constitue de :

- sept corps notes $C_0; \dots ; C_6$ supposes rigides et qui sont : le pied, l'épaule, le bras, le coude, l'avant-bras, le doigt et le porte-outil ;
- six articulations rotoïdes supposées idéales (sans jeu, ni frottement, ni déformation).

Ainsi, il possède 6 degrés de liberté (note d.d.l.) :

- les 3 premiers d.d.l. forment le porteur du robot, appelé architecture anthropomorphe RRR;
- les 3 derniers d.d.l. forment le poignet qui est compose de 3 axes concourants (ce qui forme un poignet rotule).

Cette structure permet d'assurer un découplage entre la position et l'orientation au point de concours des 3 derniers axes.

2.7.1. Calcul du modèle géométrique direct du TX90 :

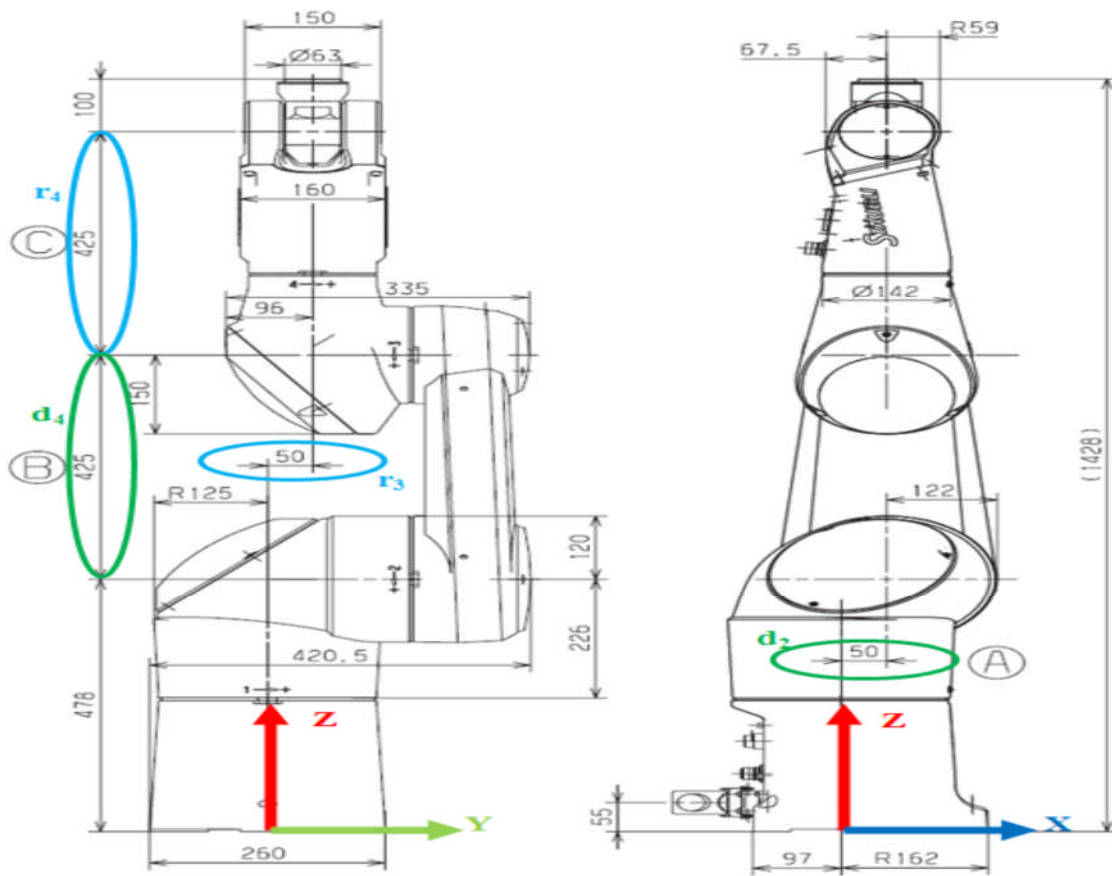
Utilisons la matrice de transformation homogène 0T_6 pour définir le vecteur des coordonnées opérationnelles X en fonction des variables articulaires θ_j :

$${}^0T_6 = {}^0T_1 {}^1T_2 {}^2T_3 {}^3T_4 {}^4T_5 {}^5T_6 \quad (2.36)$$

Les dimensions géométriques du Staubli TX90 sont représentées dans la figure (2.6) et les paramètres de Denavit-Hartenberg (D-H) sont montres dans le tableau ci dessous. Sa masse totale robot est d'environ 110 Kg (244,6 lb). Par contre les masses des différents corps constitutifs sont des données cadentielles du constructeur.

j	δ_j	α_j	d_j	θ	R_j
1	0	0	0	θ_1	0
2	0	$-\pi/2$	$d_2=50mm$	θ_2	0
3	0	0	$d_3=425mm$	θ_3	$r_3=50mm$
4	0	$\pi/2$	0	θ_4	$r_4=425mm$
5	0	$-\pi/2$	0	θ_5	0
6	0	$\pi/2$	0	θ_6	0

les paramètres de Denavit-Hartenberg (D-H)



Figure(2.6) Dimensions géométriques du robot Staubli TX90

Calcul des matrices de transformations élémentaires :

$${}^0T_1 = Rot(Z, \theta_1)$$

$${}^0T_1 = \begin{bmatrix} c_1 & -s_1 & 0 & 0 \\ s_1 & c_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$${}^1T_2 = \text{Rot}(y, -\pi/2) \text{trans}(x, d_2)$$

$${}^1T_2 = \begin{bmatrix} c_2 & -s_2 & 0 & d_2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -s_2 & -c_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$${}^2T_3 = \text{trans}(x, d_3) \cdot \text{Rot}(z, \theta_3) \cdot \text{trans}(z, r_3)$$

$${}^2T_3 = \begin{bmatrix} c_3 & -s_3 & 0 & d_3 \\ s_3 & c_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & r_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$${}^3T_4 = \text{trans}(y, r_4) \cdot \text{Rot}(z, \theta_4)$$

$${}^3T_4 = \begin{bmatrix} c_4 & -s_4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & r_4 \\ s_4 & c_4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$${}^4T_5 = \text{Rot}(z, \theta_5)$$

$${}^4T_5 = \begin{bmatrix} c_5 & -s_5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -s_5 & -c_5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$${}^5T_6 = \text{Rot}(z, \theta_6)$$

$${}^5T_6 = \begin{bmatrix} c_6 & -s_6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ s_6 & c_6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad {}^5T_6 = \begin{bmatrix} c_6 & -s_6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ s_6 & c_6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Calcul de la matrice 0T_6 en partant de 5T_6 :

Notons la matrice ${}^{j-1}T_6$ par u_{j-1} :

$$U_5 = {}^5T_6$$

$$U_4 = {}^4T_6 = {}^4T_5 \cdot {}^5T_6 = \begin{bmatrix} c_5c_6 & -c_6s_5 & -s_6 & 0 \\ s_5 & c_5 & 0 & 0 \\ c_5s_6 & -s_5s_6 & c_6 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$U_3 = {}^3T_6 = {}^3T_4 \cdot {}^4T_6 = \begin{bmatrix} c_4c_5c_6 - s_4s_6 & -c_4s_6 - c_5c_6s_4 & c_6s_5 & -r_4c_6s_5 \\ c_4s_5 & -s_4s_5 & -c_5 & r_4c_5 \\ c_6s_4 + c_4c_5c_6 & c_4c_6 - c_5s_4s_6 & s_5s_6 & -r_4s_5s_6 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$U_2 = {}^2T_6 = {}^2T_3 \cdot {}^3T_6$$

$${}^2T_6 = \begin{bmatrix} -c_3s_4s_6 - c_4c_5c_6 - c_4s_3s_5 & s_3s_4s_5 - c_3(c_4s_6 + c_5c_6s_4) & c_5s_3 + c_3c_6s_5 & d_3 - r_4c_5s_3 - r_4c_3c_6s_5 \\ c_3c_4s_5 - s_3(s_4s_6 - c_4c_5c_6) & -s_3(c_4s_6 + c_5c_6s_4) - c_3s_4s_5 & c_6s_3s_5 - c_3c_5 & r_4c_3c_5 - r_4c_6s_3s_5 \\ c_6s_4 + c_4c_5s_6 & c_4c_6 - c_5s_4s_6 & s_5s_6 & r_3 - r_4s_5s_6 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$U_1 = {}^1T_6 = {}^1T_2 \cdot {}^2T_6$$

Les composants de la matrice U_1 sont :

$$a_x = s_2(s_3(s_4s_6 - c_4)c_5c_6 - c_3c_4s_5) - c_2(c_3(s_4s_6 - c_4c_5c_6) + c_4s_3s_5)$$

$$b_x = s_2(s_3(c_4s_6 + c_5c_6s_4) + c_3s_4s_5) - c_2(c_3(c_4s_6 + c_5c_6s_4) - s_3s_4s_5)$$

$$c_x = c_2(c_5s_3 + c_3c_6s_5) + s_2(c_3c_5 - c_4s_3s_5)$$

$$P_x = d_2 - c_2(r_4c_5s_3 - d_3 + r_4c_3c_6s_5) - s_2(r_4c_3c_5 - r_4c_6s_3s_5)$$

$$a_y = c_6s_4 + c_4c_5s_6$$

$$b_y = c_4c_6 - c_5s_4s_6$$

$$c_y = s_5s_6$$

$$P_y = r_3 - r_4s_5s_6$$

$$a_z = c_2(s_3(s_4s_6 - c_4c_5c_6) - c_3c_4s_5) + s_2(c_3(s_4s_6 - c_4c_5c_6) + c_4s_3s_5)$$

$$b_z = c_2(s_3(c_4s_6 + c_5c_6s_4) + c_3s_4s_5) + s_2(c_3(c_4s_6 + c_5c_6s_4) - s_3s_4s_5)$$

$$c_z = c_2(c_3c_5 - c_6s_3s_5) - s_2(c_5s_3 + c_3c_6s_5)$$

$$p_z = s_2(r_4c_5s_3 - d_3 + r_4c_3c_6s_5) - c_2(r_4c_3c_5 - r_4c_6s_3s_5)$$

$$U_0 = {}^0T_6 = {}^0T_1 \cdot {}^1T_6$$

Les composant de la matrice U_0 sont :

$$a_x = C_1(C_{23}(C_4C_5C_6 - S_4S_6) - S_{23}S_5C_6) - S_1(S_4C_5C_6 + C_4S_6)$$

$$b_x = C_1(C_{23}(-C_4 - C_5S_6 - S_4C_6) + S_{23}S_5S_6) - S_1(-S_4C_5S_6 + C_4C_6)$$

$$a_x = C_1(C_{23}C_4S_5 + S_{23}C_5) - S_1S_4S_5$$

$$P_x = C_1(S_{23}r_4 + d_2 + d_3C_2) - S_1r_3$$

$$\begin{aligned}
a_y &= S_1(C_{23}(C_4C_5C_6-S_4S_6)-S_{23}S_5C_6)+C_1(S_4C_5C_6+C_4S_6) \\
b_y &= S_1(C_{23}(-C_4C_5S_6-S_4C_6)+S_{23}S_5S_6)+C_1(-S_4C_5S_6+C_4C_6) \\
c_y &= S_1(C_{23}C_4S_5+S_{23}C_5)+C_1S_4S_5 \\
P_y &= S_1(S_{23}r_4+d_2+d_3C_2)+C_1r_3 \\
a_z &= -S_{23}(C_4C_5C_6-S_4S_6)-C_{23}S_5C_6 \\
b_z &= -S_{23}(-C_4C_5S_6-S_4C_6)+C_{23}S_5S_6 \\
c_z &= -S_{23}C_4S_5+C_{23}C_5 \\
P_z &= C_{23}r_4-d_3S_2
\end{aligned}$$

2.7.2 Calcul du modèle géométrique inverse:

Soit u_0 la situation désirée telle que :

$$U_0 = \begin{bmatrix} a_x & b_x & c_x & P_x \\ a_y & b_y & c_y & P_y \\ a_z & b_z & c_z & P_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = {}^0T_6 \quad \Rightarrow \text{on ne peut rien conclure de cette équation}$$

Pré multiplication précédente par 1T_0 avec ${}^1T_0 = ({}^0T_1)^{-1}$

$${}^1T_0 = \begin{bmatrix} c_1 & s_1 & 0 & 0 \\ -s_1 & c_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

La méthode de Paul consiste à pré-multiplier, successivement, les deux membres de l'équation par ${}^jT_{j-1}$ ($j=, \dots, n-1$) ce qui permet de calculer, successivement, les variables q_j .

Nous cherchons à résoudre :

$$U_0 = {}^0T_1(q_1) {}^1T_2(q_2) {}^2T_3(q_3) {}^3T_4(q_4) {}^4T_5(q_5) {}^5T_6(q_6) \quad (1.2)$$

La structure du TX90 assure un découplage position/orientation au point de concours des 3 derniers axes ($O_4 = O_5 = O_6$). Le problème se ramène donc à résoudre des équations de position.

Pour calculer les variables $\theta_1, \theta_2, \theta_3$, et à résoudre des équations d'orientation pour calculer les variables $\theta_4, \theta_5, \theta_6$.

Equations de position :

Soit U_0 la situation désirée du robot, telle que :

$$U_0 = \begin{bmatrix} {}^0A_6 & {}^0P_6 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$O_4 = O_5 = O_6$ est le centre de la rotule

$$\rightarrow {}^0P_6 = {}^0P_4$$

Ainsi, la 4eme colonne de 0T_6 est egale a celle de 0T_4 .

$$\rightarrow \begin{bmatrix} Px \\ Py \\ Pz \\ 1 \end{bmatrix} = {}^0T_4 \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = {}^0T_1 \cdot {}^1T_2 \cdot {}^2T_3 \cdot {}^3T_4 \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

- Nous pré-multiplions les 2 membres par 1T_0 , et nous identifions, terme a terme, les deux membres. Nous aurons :

$$\begin{cases} C_1 \cdot Px + S_1 \cdot Py = S_{23} \cdot r_4 + C_2 \cdot d_3 + d_2 & (1) \\ -S_1 \cdot Px + C_1 \cdot Py = r_3 & (2) \\ Pz = C_{23} \cdot r_4 - S_2 \cdot d_3 & (3) \end{cases}$$

(2) est de la forme $x \cdot S\theta_j + y \cdot C\theta_j = z$

Résolution de θ_1 :

$\theta_1 = \text{atan2}(S_1, C_1)$, si $P_x^2 + P_y^2 \neq 0$

$$\begin{cases} S_1 = \frac{(Px) r_4 \pm (Py) \cdot \sqrt{Px^2 + Py^2 - r_3^2}}{Px^2 + Py^2} \\ C_1 = \frac{(Py) r_4 \pm (-Px) \cdot \sqrt{Px^2 + Py^2 - r_3^2}}{Px^2 + Py^2} \end{cases}$$

- Nous pré-multiplions les 2 membres par 2T_1 , et nous identifions, terme a terme, les deux membres, nous aurons :

Résolution de θ_2 :

$\theta_2 = \text{atan2}(S_2, C_2)$.

$$\text{où: } \begin{cases} S_2 = \frac{C_1 + S_1 \pm \sqrt{a_x^2 + b_x^2 + c_x^2}}{p_x^2 + p_y^2} \\ C_2 = \frac{B_1 + b_z \pm \sqrt{a_x^2 + b_x^2 + c_x^2}}{p_x^2 + p_y^2} \end{cases}$$

Résolution de θ_3 :

$$\theta_3 = \text{atan2}(S_3, C_3)$$

$$\text{où: } \begin{cases} S_3 = \frac{C_1 \cdot C_2 \cdot P_x + S_1 \cdot C_2 \cdot P_y - S_2 \cdot P_z - d_2 \cdot C_2}{r_4} \\ C_3 = -\frac{-S_2 \cdot C_1 \cdot P_x - S_1 \cdot S_2 \cdot P_y - C_2 \cdot P_z - d_2 \cdot S_2 + d_3}{r_4} \end{cases}$$

Résolution de θ_4 :

$$\theta_4 = \text{atan2}(-s_4, -c_4)$$

$$\text{où: } \begin{cases} s_4 = c_{2,3} \cdot (c_1 \cdot a_x + s_1 \cdot a_y) - s_{2,3} \cdot a_z \\ c_4 = -s_1 \cdot a_x + c_1 \cdot a_y \end{cases}$$

Résolution de θ_5 :

$$\theta_5 = \text{atan2}(S_5, C_5),$$

$$\text{Où: } \begin{cases} S_5 = c_4 \cdot s_4 + s_4 \\ C_5 = c_4 \cdot c_4 \end{cases}$$

Résolution de θ_6 :

$$\theta_6 = \text{atan2}(S_6, C_6)$$

$$\text{Où: } \begin{cases} S_6 = -s_4 \cdot s_5 + c_4 \cdot c_5 \\ C_6 = -s_5 \cdot c_4 + c_4 \cdot c_5 \end{cases}$$

2.7.3. Calcul de Modèle Cinématique Directe :

Dans notre cas on a calculé avec matlab la jacobienne du model géométrique du robot STAUBLI TX90 :

On obtient ca :

$$dX = J(\theta) d\theta \quad (3.1)$$

$$j(1.1) = -r_3(C_{23}C_4C_5C_6 - S_4S_6) - S_{23}S_5C_6 + (S_{23}r_4 + d_2 + d_3C_2)(S_4C_5C_6 + C_4S_6)$$

$$j(1.2) = C_3r_4((C_4C_5C_6 - S_4S_6)C_3 - S_5C_6S_3) + (S_3r_4 + d_3)((C_4C_5C_6 - S_4S_6)S_3 + S_5C_6C_3)$$

$$j(1.3) = r_4(C_4C_5C_6 - S_4S_6)$$

$$j(1.4) = 0$$

$$j(1.5) = 0$$

$$j(1.6) = 0$$

$$j(2.1) = -r_3(C_{23}(-C_4C_5S_6 - S_4C_6) + S_{23}S_5S_6) + (S_{23}r_4 + d_2 + d_3C_2)(-S_4C_5S_6 + C_4C_6)$$

$$j(2.2) = C_3r_4((-C_4C_5S_6 - S_4C_6)C_3 + S_5S_6S_3) + (S_3r_4 + d_3)((-C_4C_5S_6 - S_4C_6)S_3 - S_5S_6C_3)$$

$$j(2.3) = r_4(-C_4C_5S_6 - S_4C_6)$$

$$j(2.4) = 0$$

$$j(2.5) = 0$$

$$j(2.6) = 0$$

$$j(3.1) = r_3(C_{23}C_4S_5 + S_{23}C_5) + (S_{23}r_4 + d_2 + d_3C_2)(S_4S_5)$$

$$j(3.2) = C_3r_4(C_3C_4S_5 + S_3C_5) + (S_3r_4 + d_3)(S_3C_4S_5 - C_3C_5)$$

$$j(3.3) = r_4(C_4S_5)$$

$$j(3.4) = 0$$

$$j(3.5) = 0$$

$$j(3.6) = 0$$

$$j(4.1) = -S_{23}(C_4C_5C_6 - S_4S_6) - C_{23}S_5C_6$$

$$j(4.2) = S_4C_5C_6 + C_4S_6$$

$$j(4.3) = S_4C_5C_6 + C_4S_6$$

$$j(4.4) = -S_5C_6$$

$$j(4.5) = S_6$$

$$j(4.6) = 0$$

$$j(5.1) = -S_{23}(-C_4C_5S_6 - S_4C_6) + C_{23}S_5S_6$$

$$j(5.2) = -S_4C_5S_6 + C_4C_6$$

$$j(5.3) = -S_4C_5S_6 + C_4C_6$$

$$j(5.4) = S_5S_6$$

$$j(5.5) = C_6$$

$$j(5.6) = 0$$

$$j(6.1) = -S_{23}C_4S_5 + C_{23}C_5$$

$$j(6.2) = S_4S_5$$

$$j(6.3) = S_4S_5$$

$$j(6.4) = C_5$$

$$j(6.5) = 0$$

$$j(6.6) = 1$$

2.7.4. Calcul du modèle cinématique inverse :

La dimension de la jacobienne est réduite à (3×3) du fait que les articulations 1, 4 et 6 sont bloquées (i.e, le déplacement selon 0Y est nul ainsi que les rotations autour, respectivement, de 0X et 0Z). Pour les calculs où on utilise la matrice l'inverse du jacobien, on peut compléter ce dernier pour atteindre les dimensions de l'espace articulaire (6×6) :

Le problème inverse est d'exprimer les vitesses articulaires en fonction des vitesses opérationnelles. Ceci est réalisé, dans le cas régulier (i.e., le jacobien est carré et défini), en inversant la matrice jacobienne telle que :

$$\dot{q} = J^{-1}(q)\dot{X} \quad (4.1)$$

Dans notre cas la matrice inverse du jacobien $J^{-1}(q)$ vérifie la relation suivante :

$$J^{-1} = \frac{1}{\Delta} \begin{bmatrix} \frac{-(r_3 c_{23} + d_2 s_{23})}{r_3} & \frac{r_3 s_{23} - d_2 c_5}{r_3} & \frac{r_3 c_2 - d_2 s_5}{r_3} \\ \frac{r_3 c_3 + d_2}{r_3} & \frac{-(d_3 s_2 + r_3 c_{23})}{r_3} & \frac{r_4 c_{23} + d_2}{r_3} \\ r_3 c_{23} & \frac{-(r_4 + d_2 c_5)}{r_3} & d_2 c_{23} \end{bmatrix} \quad (4.2)$$

$$\Delta = r_4 c_{23} + r_3 c_3 - d_2 \quad (4.3)$$

2.7.5. Calcul du modèle Dynamique :

On peut utiliser des logiciels de CAO pour calculer les paramètres inertiels. On effectue les calculs sur un modèle informatique du robot. En général, les constructeurs fournissent seulement les caractéristiques géométriques et cinématiques du robot mais les valeurs des paramètres d'inertie ne sont pas fournies. Cette méthode permet d'identifier la totalité des paramètres inertiels.

Ses résultats ne sont pas très précis parce ce qu'on est obligé de faire une approximation de la forme des composants intérieurs (moteurs, câbles, connectiques, etc.) et des corps du robot, ce qui peut engendrer des erreurs d'estimation.

Vue la difficulté du calcul du modèle dynamique d'un bras manipulateur à 6 degrés de liberté, on a pris celui du puma 560 car il est disponible et ces paramètres géométriques sont proches de ceux de Staubli TX90.

Les matrices du modèle dynamique sont données en annexe.

2.8. Conclusion :

Dans ce chapitre nous avons exposé les différents modèles utilisés pour décrire les mouvements des articulations d'un manipulateur et montré comment calculer ces modèles (géométrique, cinématique et dynamique) qui sont nécessaires pour la commande des robots manipulateurs.

CHAPITRE III :

ÉTAT DE L'ART DE LA COMMANDE HYBRIDE FORCE/POSITION EN EFFORT

CHAPITRE III : ÉTAT DE L'ART DE LA COMMANDE HYBRIDE FORCE/POSITION EN EFFORT

3.1. Introduction :

Une recherche intensive est consacrée au problème de la commande en effort des robots manipulateurs et plusieurs techniques ont vu le jour durant ces trente dernières années, les premiers travaux concernent la commande en amortissement due à Whitney en 1977 [16], la commande par raideur active de Salisbury en 1980 [27], la commande hybride force/position de Raibert et Craig en 1981 [14], la commande en impédance par Hogan en 1984 [8][9] et bien d'autres travaux existant dans la littérature. Dans cette partie nous exposons les architectures les plus courantes de la commande parallèle force/position.

Une commande de cette classe possède deux boucles d'asservissement ; l'une pour la correction de la position et l'autre pour la correction de l'effort. Mais selon que les directions commandées en effort soient séparées de celles commandées en position **d'une manière exclusive ou non.**

3.2. Commande Parallèle Force/Position :

Cette commande n'est que la commande par raideur active augmentée d'une boucle parallèle corrigeant d'une manière explicite l'effort d'interaction grâce à un retour de l'effort mesuré (figure 3.1) [28].

La loi de commande globale est alors la suivante :

$$\Gamma = {}^c J^T {}^c K {}^c J (q_d - q) + K_v (\dot{q}_d - \dot{q}) + J^T [F_d + K_f (F_d - F) + K_{fi} \int (F_d - F) dt] + G \quad (3.1)$$

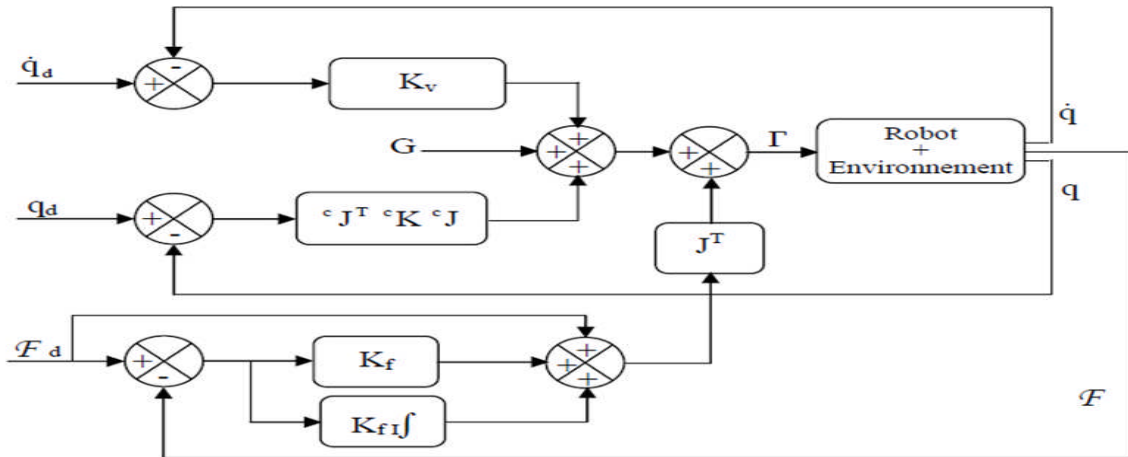


Figure 3.1 Schéma de principe de la commande par raideur active avec réglage explicite de l'effort

La boucle de commande en effort consiste en une action proportionnelle d'un gain K_f , une action intégrale d'un gain K_{fI} et une action anticipatrice unitaire.

3.3. Commande Hybride Force/Position :

Ce type de commande a été proposé par Raibert et Craig en 1981. Elle consiste à asservir le robot à la fois en position et en effort, ceci en divisant l'espace de compliance en deux sous-espaces tels qu'un degré de liberté soit commandé **exclusivement** en effort ou en position : les directions (degrés de liberté) contraintes en position sont commandées en effort et celles contraintes en effort sont commandées en position ou en vitesse [11]. Cette séparation est réalisée à l'aide d'une matrice de sélection S qui détermine les directions qui seront commandées en position et de son complément à I_6 (pour un robot à 6 degrés de liberté) qui détermine les directions commandées en effort :

$$S = \text{Diag}(s_1, s_2, \dots, s_6) \tag{3.2}$$

Le terme S_i est égale à 1 si la direction i est commandée en position, à 0 si elle est commandée en effort. Le schéma de principe de cette architecture est présenté en figure (3.2).

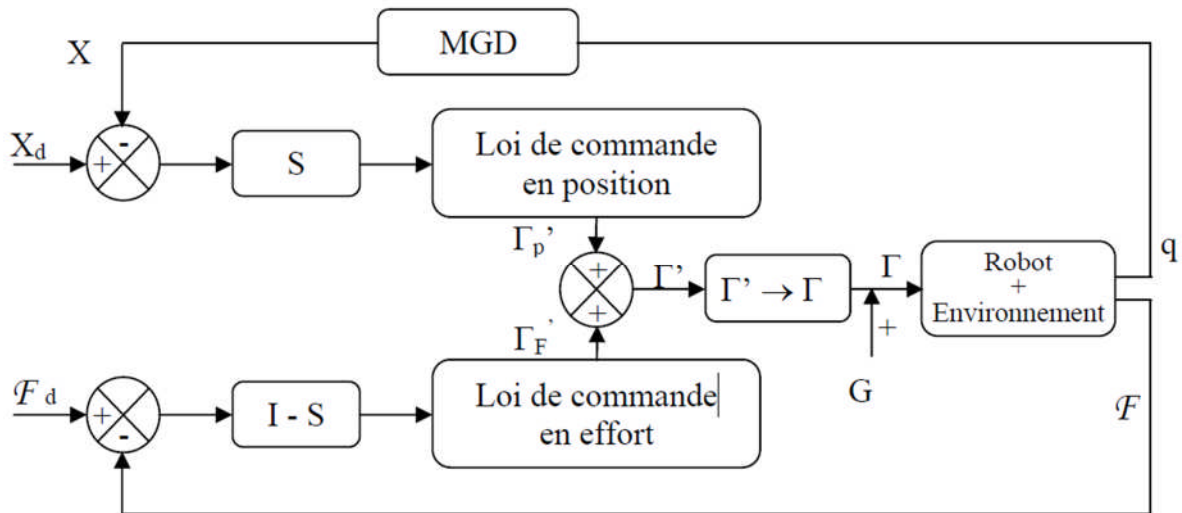


Figure 3.2 Schéma général d'une commande hybride force/position

Comme le montre ce schéma, les lois de commande des deux boucles ne sont pas spécifiées. Aussi, l'utilisateur est libre de choisir la technique qui conviendrait à son application.

Pour une commande en position articulaire on peut par exemple utiliser un PID classique pour avoir les couples articulaires suivant :

$$\Gamma'_p = K_p(q_d - q) + K_v(\dot{q}_d - \dot{q}) + K_I \int_{t_0}^t (q_d - q) d\tau \quad (3.3)$$

Pour une commande en position cartésienne nous aurons par exemple :

$$\Gamma'_p = j^T [K_p(X_d - X) + K_v(\dot{X}_d - \dot{X}) + K_I \int_{t_0}^t (X_d - X) d\tau] \quad (3.4)$$

Et pour la loi de commande en effort on peut opter pour :

$$\Gamma'_F = [F_d + K_f(F_d - F) - K_{fv}\dot{X}] + K_{fI} \int_{t_0}^t (F_d - F) d\tau \quad (3.5)$$

Dans la relation (3.5) intervient dans le terme dérivé, la vitesse cartésienne au lieu de la dérivée de l'effort à cause du bruit de mesure associé au capteur d'effort [11], de plus pour un environnement modélisé par un ressort linéaire, la dérivée de l'effort est proportionnelle à la vitesse cartésienne [29].

Il est à noter qu'un terme de compensation de la gravité G est ajouté aux couples actionneurs dans la cas où la commande n'utilise pas le modèle dynamique du robot.

Selon la nature des grandeurs Γ' qui est la somme des sorties des deux boucles on distingue trois types de commande hybride force/position :

- a. Commande avec somme des couples articulaires.
- b. Commande avec somme des efforts cartésiens.
- c. Commande avec somme des déplacements ou vitesses

3.4. Commande hybride force/position avec somme des couples articulaires :

C'est précisément ce qui a été proposé par Raibert et Craig (figure 3.3).

Dans ce cas nous avons une loi de commande en position articulaire LCPA et une loi de commande en effort LCF, la somme ne subit aucune transformation sauf une addition d'un terme de compensation de la gravité G.

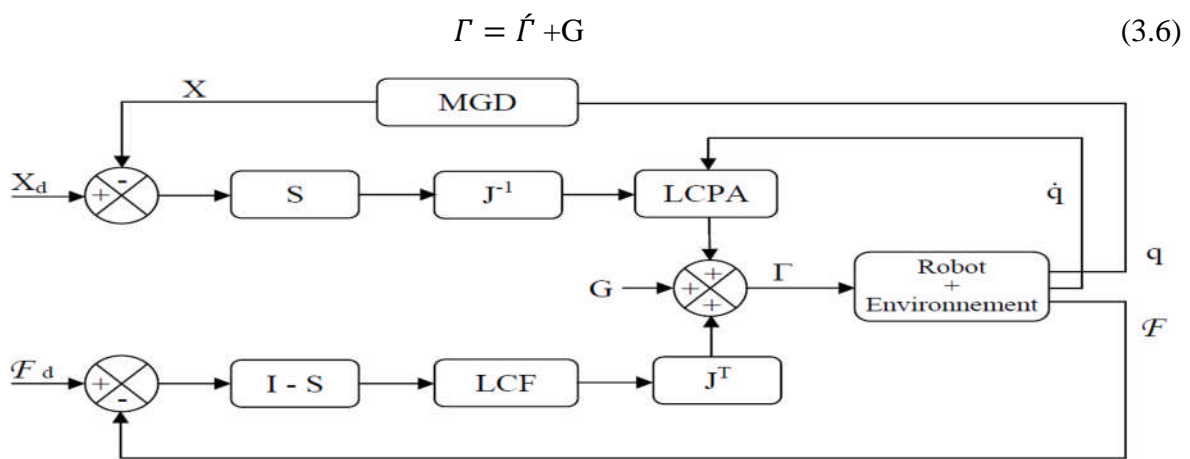


Figure 3.3 Commande hybride force/position avec somme des couples articulaires d'après Craig et Raibert

3.5. Commande hybride force/position avec somme des efforts cartésiens :

Dans ce cas les couples actionneurs sont obtenus en transformant la somme des efforts cartésiens en les multipliant par la transposée de la matrice jacobienne du robot (figure 3.4) :

$$\Gamma = j^T F + G \tag{3.7}$$

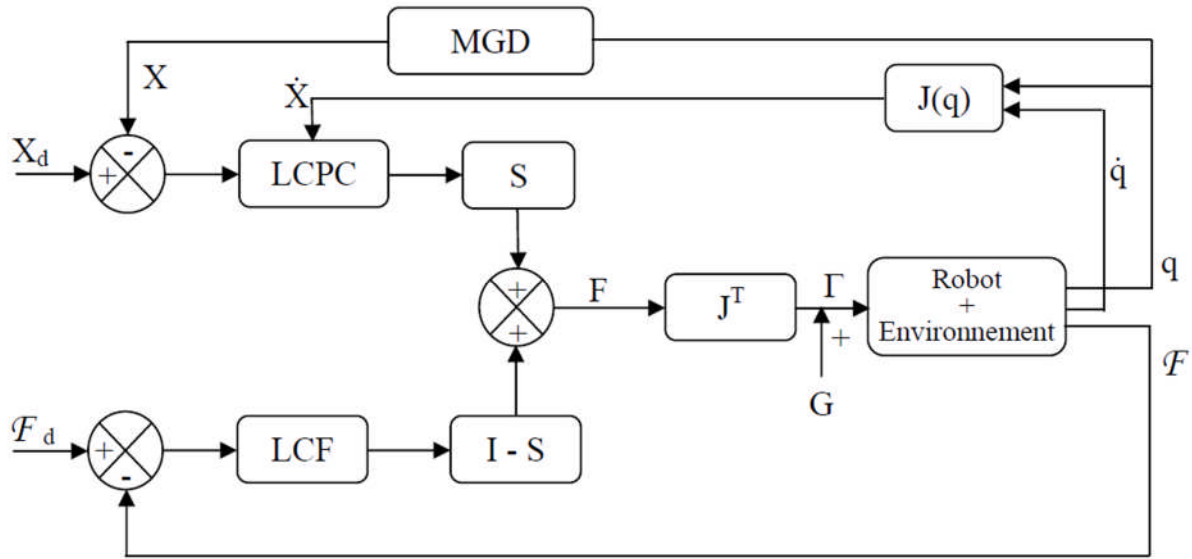


Figure 3.4 Commande hybride force/position avec somme des efforts

Une version de cette commande qui exploite le modèle dynamique dans l'espace opérationnel du robot est donnée dans [13] où la boucle de commande en position est une loi de commande par découplage non linéaire. La boucle de commande en effort ne présente aucune particularité par rapport aux autres architectures sauf si l'application l'exige.

Le modèle dynamique du robot/environnement est donné dans l'espace opérationnel est :

$${}^c\ddot{X} + {}^cC_x(q, \dot{q}) + {}^cG_x(q) + {}^cF = {}^cJ^{-T} \Gamma \quad (3.8)$$

Où : ${}^cJ^{-T}$ désigne l'inverse de ${}^cJ^T$.

${}^cA_x(q)$ est la matrice d'inertie cartésienne égale à ${}^cJ^{-T} A_x(q) {}^cJ^{-1}$

${}^cC_x(q, \dot{q})$ est le vecteur des forces de Coriolis et des forces centrifuges cartésienne égal à $({}^cJ^{-T} {}^cC(q, \dot{q}) - {}^cA_x(q) {}^c\dot{J} \dot{q})$.

${}^cG_x(q) = {}^cJ^{-T} G(q)$ est le vecteur des forces de la gravité cartésiennes.

Remarquons que toutes les grandeurs sont écrites dans le repère de compliance.

La loi de commande découplée est :

$$\Gamma = {}^cJ^T ({}^cA_x(q) W(t) + {}^cC_x(q, \dot{q}) + {}^cG_x(q) + {}^cF) \quad (3.9)$$

L'accent circonflexe indique une grandeur estimée. On pose :

$${}^c\hat{H}_x(q, \dot{q}) = {}^c\hat{C}_x(q, \dot{q}) + {}^c\hat{G}_x(q) + {}^cF \quad (3.10)$$

Si l'entrée auxiliaire est choisie de type PD, alors :

$$W(t) = {}^c\ddot{X}_d + {}^cK_v({}^c\dot{X}_d - {}^c\dot{X}) + {}^cK_p({}^cX_d - {}^cX) \quad (3.11)$$

Les couples actionneurs dus à la boucle de position sont donc :

$$\Gamma'_p = {}^cJ^T \{ {}^c\hat{A}_x(q)S[{}^c\ddot{X}_d + {}^cK_v({}^c\dot{X}_d - {}^c\dot{X}) + {}^cK_p({}^cX_d - {}^cX)] + {}^c\hat{H}_x(q, \dot{q}) \} \quad (3.12)$$

Pour la détermination des couples de la boucle de commande en effort, est appliquée la relation suivante :

$$\Gamma'_F = {}^cJ^T \{ (I-S)[{}^cF_d + K_f({}^cF_d - {}^cF) - K_{fv} {}^c\dot{X} + K_{fl} \int_{t_0}^t ({}^cF_d - {}^cF) d\tau] - {}^c\hat{A}_x(q)(I-S) {}^cK_{vf} {}^c\dot{X} \} \quad (3.13)$$

Cette commande est schématisée par la figure (3.5).

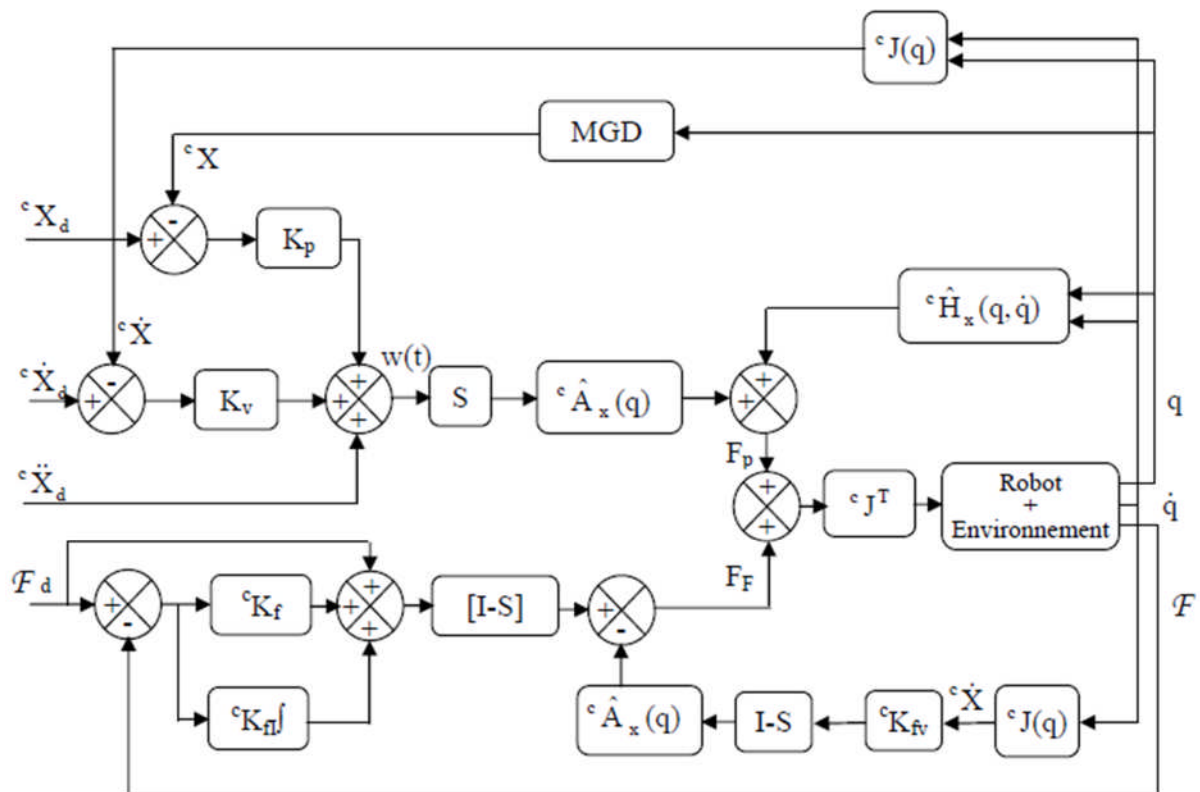


Figure (3.5) Commande hybride force/position avec somme des efforts par découplage non linéaire

3.6. Commande hybride force/position avec somme des déplacements cartésiens :

Dans cette architecture la boucle de position comprend une simple sélection des directions commandées en position tandis que l'autre boucle fournit un effort de commande qui est multiplié par l'inverse de la matrice de raideur estimée de l'environnement \hat{K}_e^{-1} , pour donner le déplacement correspondant. La somme des déplacements est transformée vers l'espace articulaire à l'aide de la matrice jacobienne inverse puis une loi de commande de position articulaire donne les couples actionneurs de commande (figure 3.6).

Il a été montré dans [1] que dans les structures des figures (3) et (4) qui utilisent la matrice inverse du jacobien, une instabilité est générée par l'interaction entre la matrice d'inertie et la matrice inverse du jacobien même dans les cas où cette dernière est bien définie (configurations non singulières), ce qui est dû à la réduction de l'espace opérationnel du manipulateur comme c'est le cas dans la commande hybride.

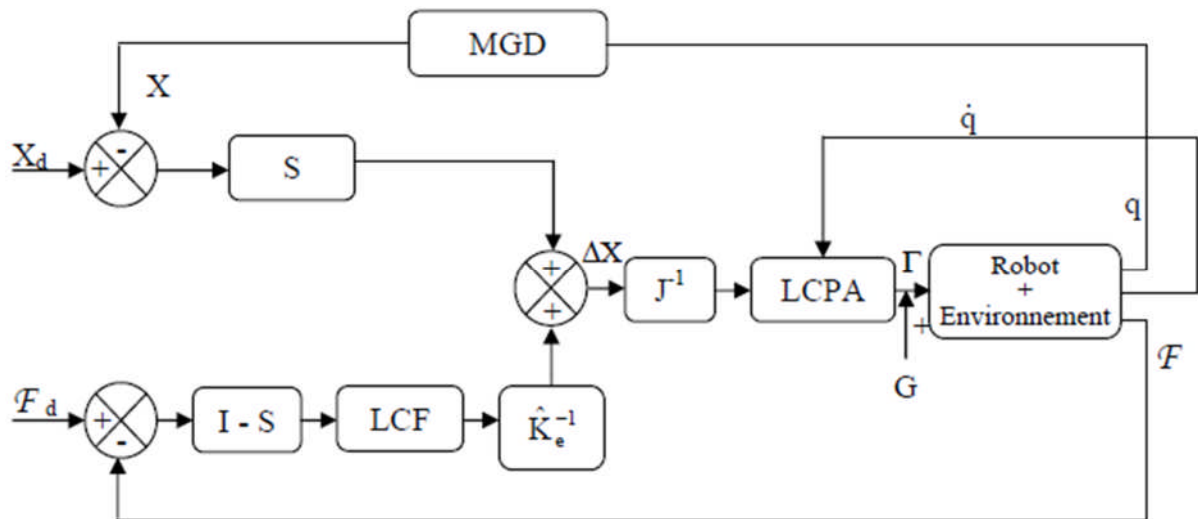


Figure 3.6 Commande hybride force/position avec somme des déplacements cartésiens

Selon Fisher et Mutjaba [30], cette instabilité est due à la formulation erronée de la projection de l'erreur opérationnelle dans l'espace articulaire dans cette architecture. Pour projeter l'erreur dans l'espace articulaire on a utilisé la relation suivante :

$$dq=(sj)^{\#}dX \tag{3.14}$$

La matrice pseudo inverse du jacobien est définie par :

$$J^{\#}=(J^Tj)^{-1}J^T \tag{3.15}$$

Cette solution est illustrée par la figure (3.7).

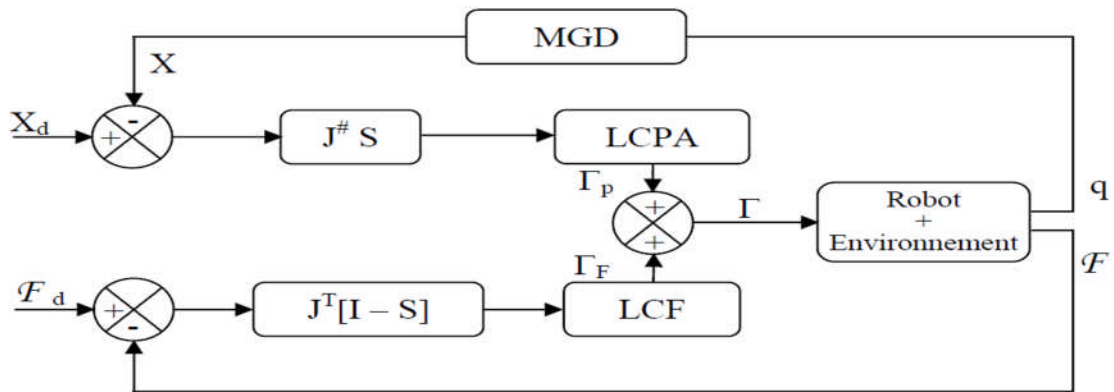


Figure 3.7 Schéma général d'une commande hybride force/position d'après Fisher et Mutjaba

3.7. Les Structures en Série (Commande Hybride Externe)

Cette structure effectue, comme la structure hybride force/position, un asservissement à la fois en force et en position. Cependant, elle diffère de cette dernière dans le fait que les boucles de commande en effort et en position sont imbriquées : la boucle interne effectue un asservissement en position avec une consigne désirée en position et une autre entrée issue de la boucle externe qui, elle, correspond à un asservissement explicite de l'effort terminal, le schéma de principe de cette architecture est donné en figure (3.8).

Il est à remarquer que la boucle de commande en position est toujours active et que, seule la loi de commande en effort est affectée par la modification des éléments de la matrice de sélection.

La commande hybride externe convient bien lorsque l'environnement est mal spécifié. L'asservissement en effort à une valeur voisine de zéro est source d'instabilité [14].

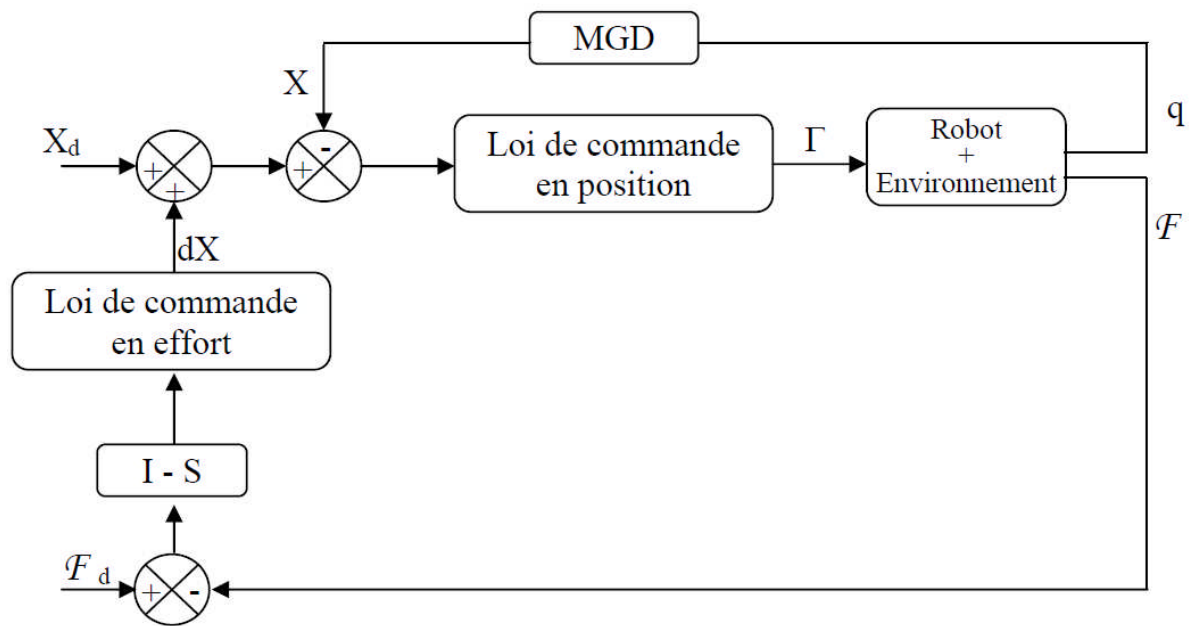


Figure 3.8 Schéma de principe de la commande hybride externe

Selon que la correction des positions soit réalisée dans l'espace articulaire ou dans l'espace cartésien, on distingue deux types de commande hybride externe [25] :

3.8. Commande Hybride Externe avec Correction Articulaire de la Position

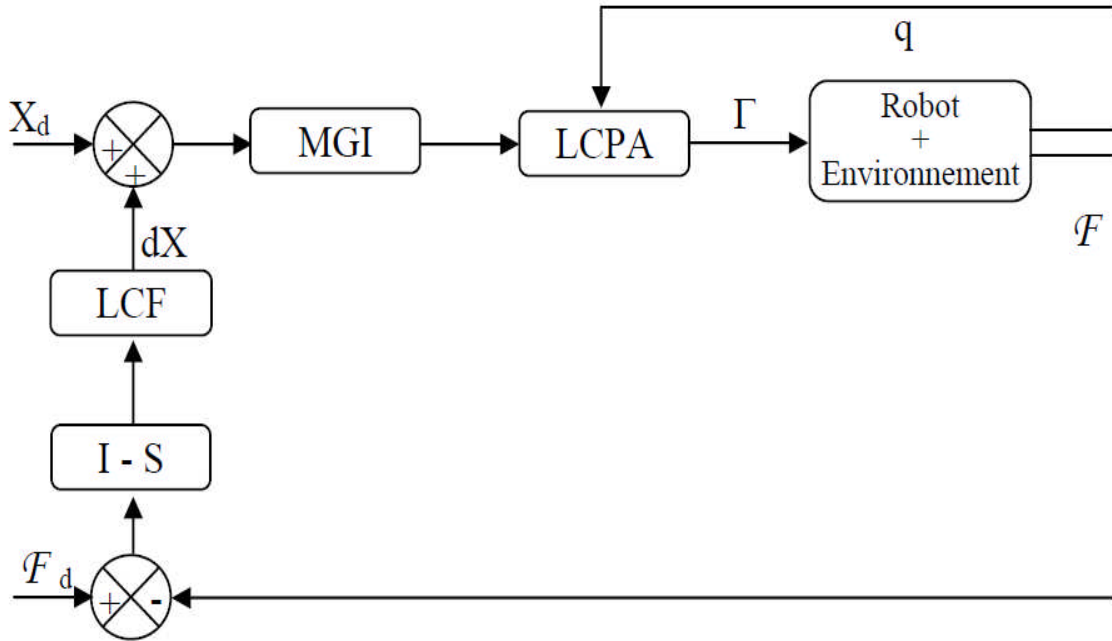


Figure 3.9 Commande hybride externe avec correction de la position articulaire et addition des déplacements cartésiens

Le schéma le plus courant de cette commande est illustré dans la figure (3.9) où les consignes : celle en position pure et celle issue de la boucle externe sont additionnées dans l'espace cartésien puis transformées vers l'espace articulaire à l'aide du modèle géométrique inverse pour y effectuer la correction.

La somme des deux consignes peut être effectuée dans l'espace articulaire en transformant la consigne en position pure vers l'espace articulaire en utilisant le modèle géométrique inverse. Quant à la consigne issue de la boucle en effort est transformée vers l'espace articulaire en utilisant le modèle différentiel (cinématique) inverse (figure 3.10) [2].

Dans le cas où la consigne désirée en position est la vitesse cartésienne, il est alors adopté le schéma illustré par la figure (3.11), où les consignes sont sommées dans l'espace cartésien puis transformées en grandeurs articulaires à l'aide du modèle cinématique inverse.

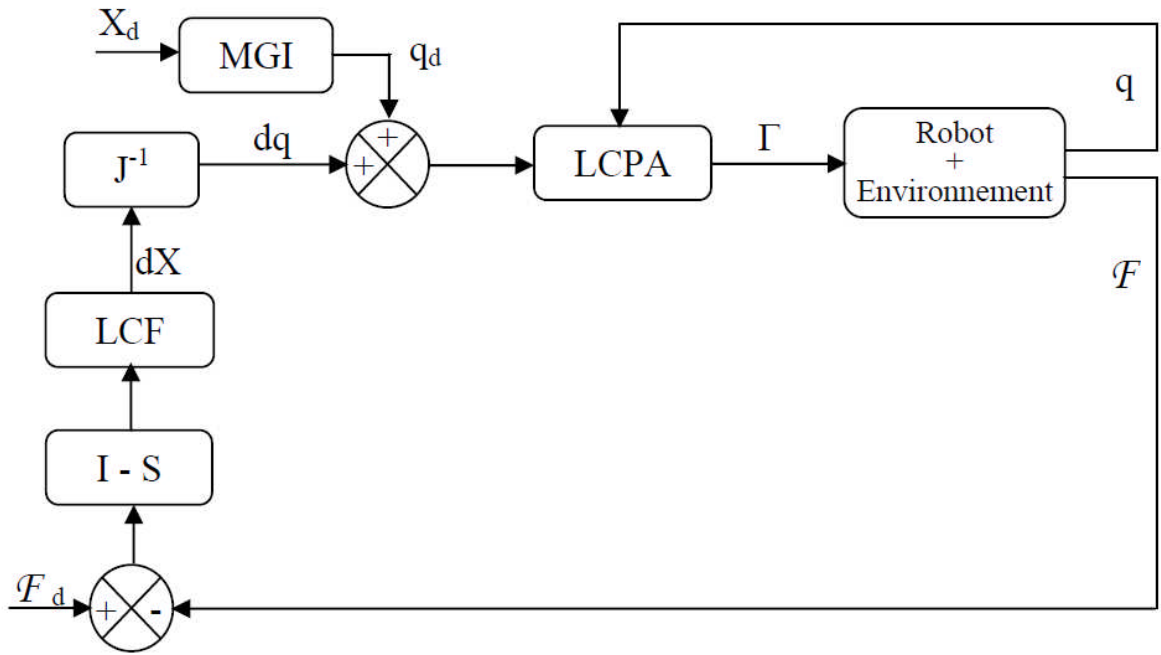


Figure 3.10 Commande hybride externe avec correction de la position articulaire et addition des déplacements articulaires

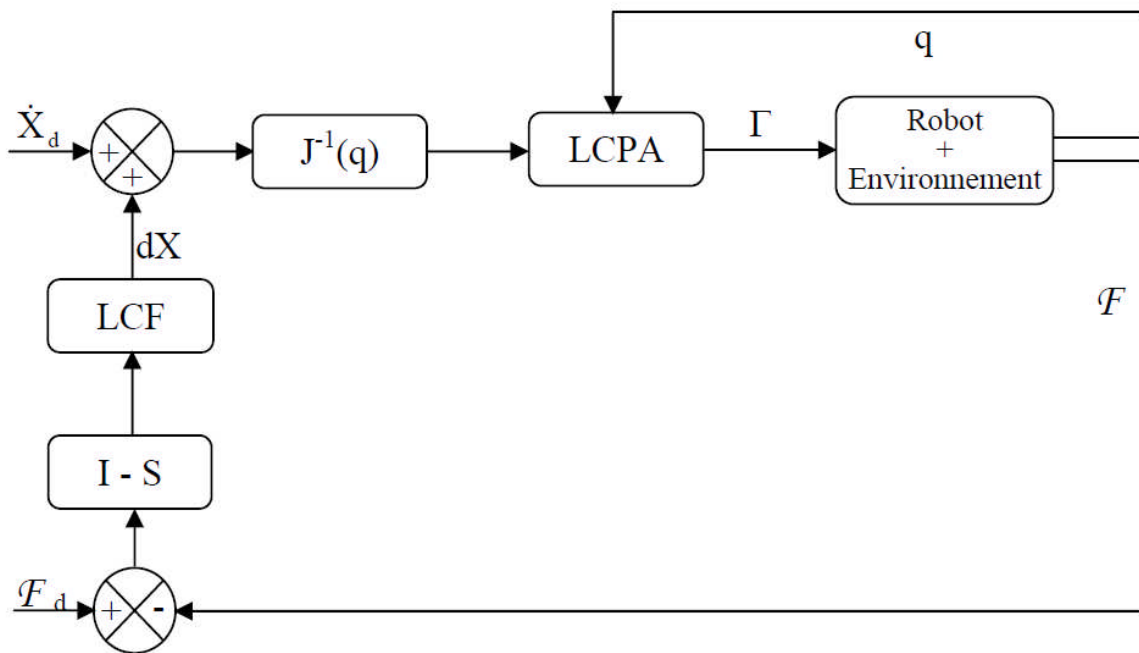


Figure 3.11 Commande hybride externe avec correction de la position articulaire et addition des « vitesses » cartésiennes

3.9. Commande Hybride Externe avec Correction Cartésienne de la Position

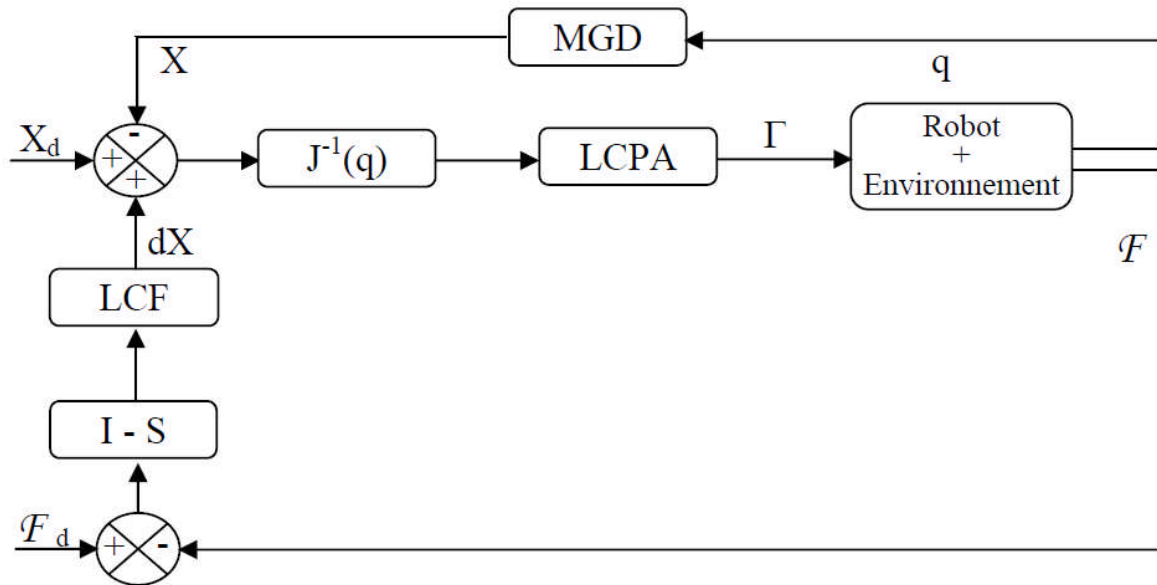


Figure 3.12 Commande hybride externe avec correction de la position cartésienne et addition des déplacements cartésiens

Dans ce cas, la correction de la position est effectuée dans l'espace cartésien en transformant la position articulaire courante en position cartésienne à l'aide du modèle géométrique direct. Les consignes sont sommées dans l'espace cartésien. La loi de commande en position articulaire affectera l'erreur cartésienne transformée en grandeur articulaire à l'aide de l'inverse de la matrice jacobienne (figure 3.12).

3.10. Conclusion :

Nous avons exposé dans ce chapitre les structures de commande hybride force/position en effort des robots manipulateur.

Les commandes explicites sont diverses et différentes mais apparemment les plus courantes sont les structures hybrides à savoir : la commande parallèle force/position, la commande hybride externe force/position.

D'autres techniques plus avancées sont envisageables telle que la commande robuste à structure variable, la commande adaptative, la technique du backstepping etc.

Dans le chapitre suivant nous allons développer la commande hybride force/position exclusive et inclusive.

Chapitre IV :

Simulation de La commande force/position

CHAPITRE IV : SIMULATION DE LA COMMANDE FORCE/POSITION

4.1. Introduction

Nous avons dans le chapitre 3 présenté les différentes structures de commande hybride Force/Position des robots. Nous savons qu'une commande de cette classe possède deux boucles d'asservissement ; l'une pour la correction de la position et l'autre pour la correction de l'effort. Mais selon que les directions commandées en effort soient séparées de celles commandées en position **d'une manière exclusive ou non**, on verra dans ce chapitre deux variantes de la commande hybride parallèle force/position.

La commande hybride parallèle exclusive sépare les directions commandées en effort de celles commandées en position d'une manière exclusive, c'est le principe même de la commande hybride force/position. Nous la qualifions d'exclusive pour la distinguer d'une autre variante qui sépare les directions commandées en effort de celles commandées en position mais de manière que les directions commandées en effort soient à la fois commandées en effort mais aussi en position. Autrement dit, la boucle de commande en position sera toujours active pour toutes les directions.

4.2. Commande Hybride Force/Position Exclusive avec Somme des Couples Articulaires

Dans ce paragraphe, pour la boucle d'asservissement de la position est appliquée la commande par découplage non linéaire avec correction dans l'espace cartésien qui a fait l'objet de plusieurs publications [31] [29] etc. Concernant la boucle d'asservissement de l'effort est adoptée une correction classique de type PID.

Le vecteur des couples articulaires issu de la boucle de position est :

$$\Gamma_p = \hat{A}(q) {}^c J^{-1} \{ S[{}^c \dot{X}_d + K_v ({}^c \dot{X}_d - {}^c \dot{X}) + K_p ({}^c X_d - {}^c X)] - {}^c j \dot{q} \} + \hat{H}(q, \dot{q}) + {}^c J^T F \quad (4.1)$$

Où :

$$\hat{H}(q, \dot{q}) = \hat{C}(q, \dot{q}) + \hat{G}(q) \quad (4.2)$$

Et les couples issus de la boucle de commande en effort sont :

$$\Gamma_F = {}^c J^T (I-S) [K_f (F_d - f) + K_{fI} \int_{t_0}^t (F_d - F) d\tau] - \hat{A}(q) {}^c J^{-1} (I-S) K_{vf} {}^c \dot{X} \quad (4.3)$$

Le schéma de cette commande est présenté à la figure (4.1).

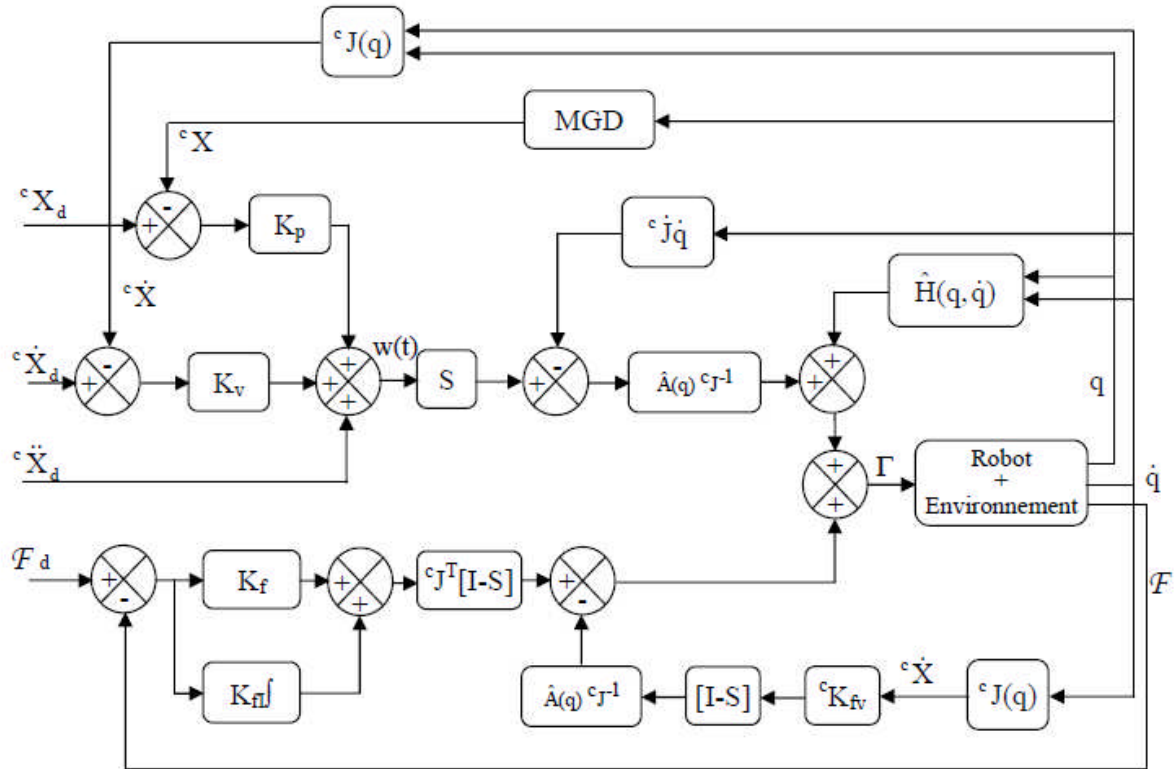


Figure 4.1 Commande hybride force/position exclusive avec somme des efforts par découplage non linéaire

4.3 .Résultats de simulation de la commande exclusive avec somme des couples articulaires :

Les gains de correction pour les trois consignes sont choisis comme suit : $K_p = \text{diag}(5618, 0, 5618, 0, 5618, 0)$ et $K_v = \text{diag}(73, 0, 73, 0, 73, 0)$ pour les gains de commande en position, $K_{fz} = 1.2$, $K_{vz} = 86.1$ et $K_{fz} = 510$ pour les gains de commande en effort selon la direction contrainte ${}^c Z$. Le nombre de période $N=10$ pour le troisième signal.

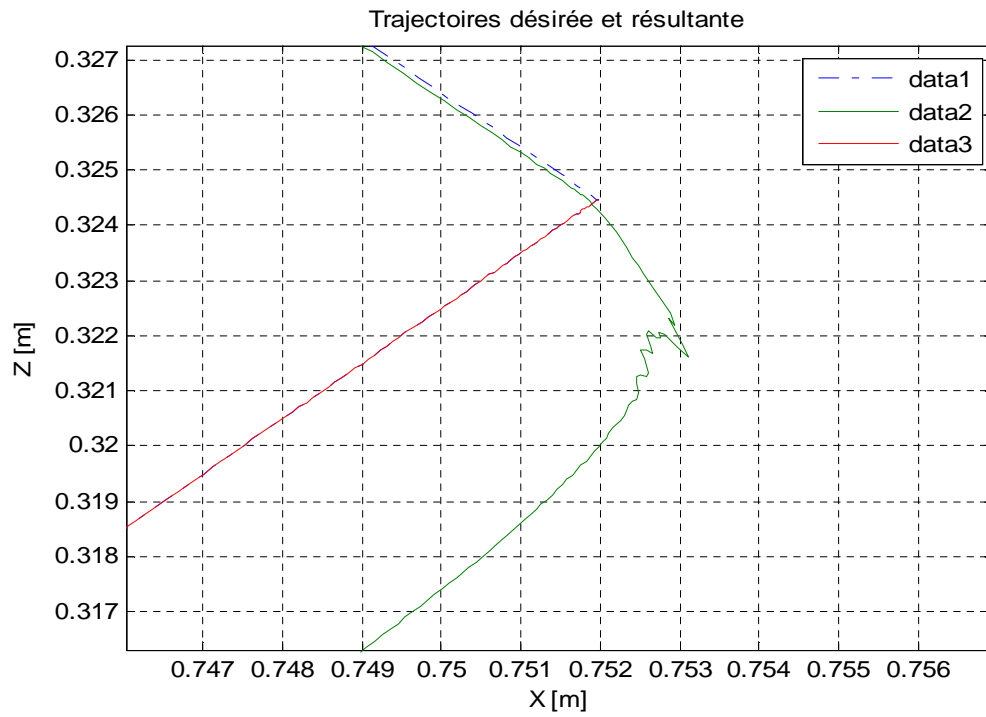


Figure 4.2 : poursuite de la trajectoire

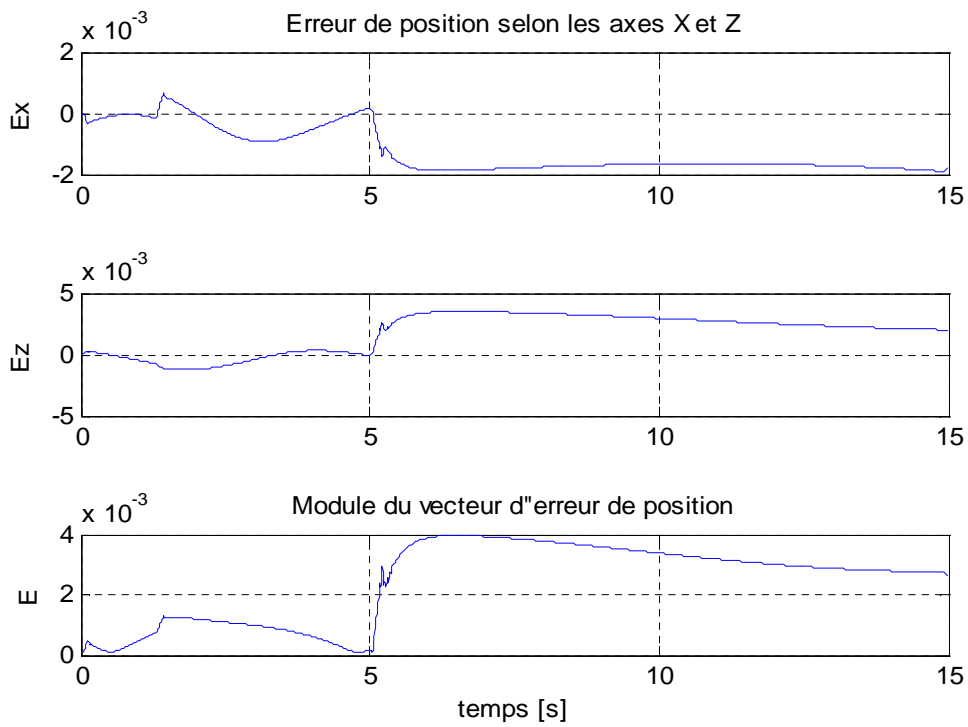


Figure 4.3 : les erreurs de position selon les axes X et Z

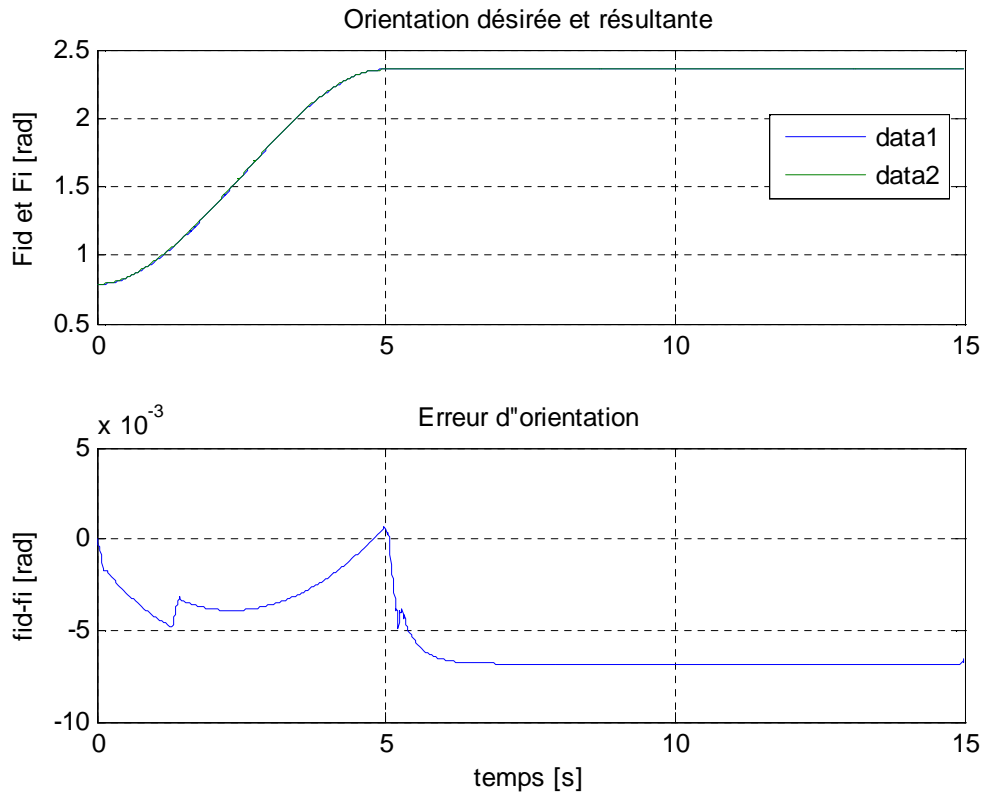


Figure 4.4: orientation désirée

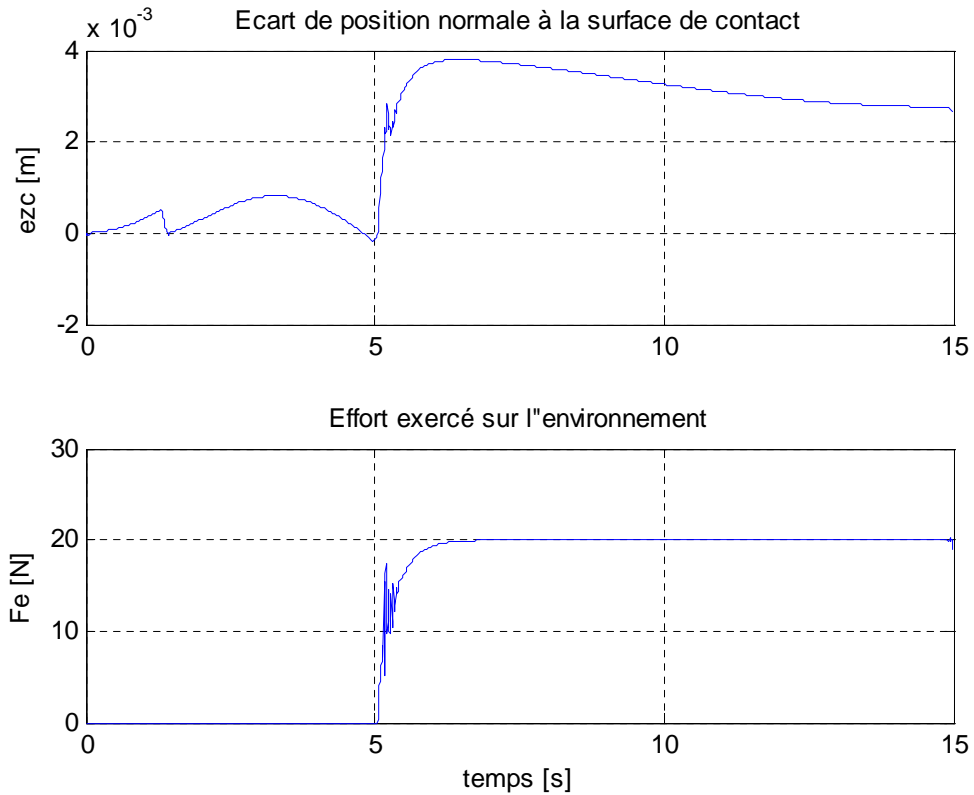


Figure 4.5 : écart de position et effort exercé sur l'environnement

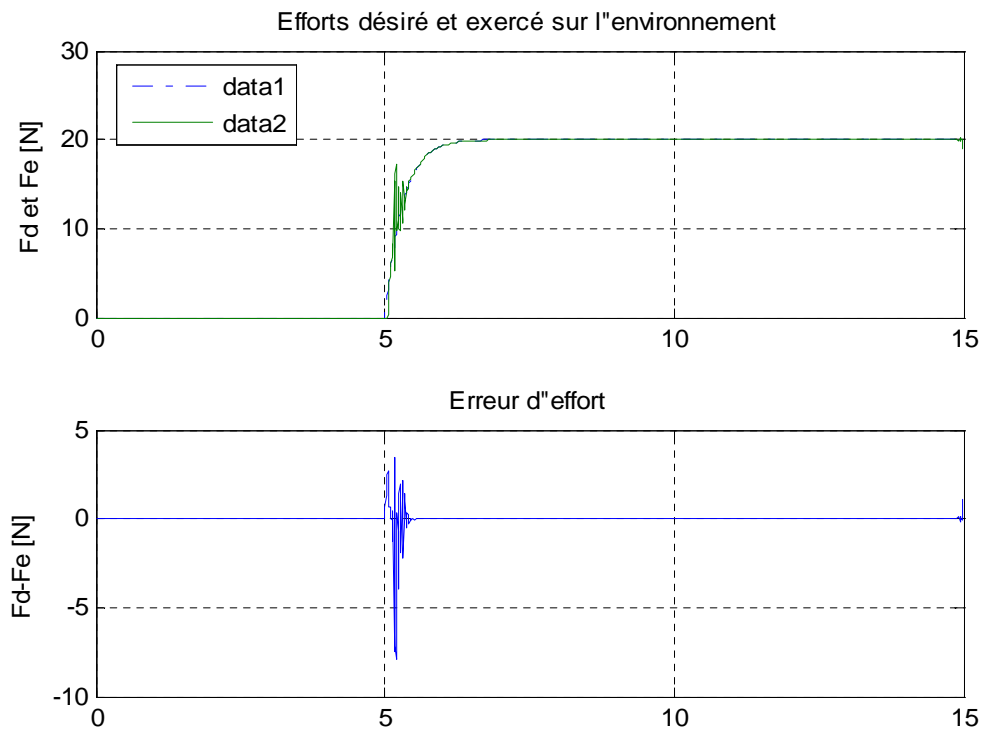


Figure 4.6 : effort désiré et exercé et erreur d'effort

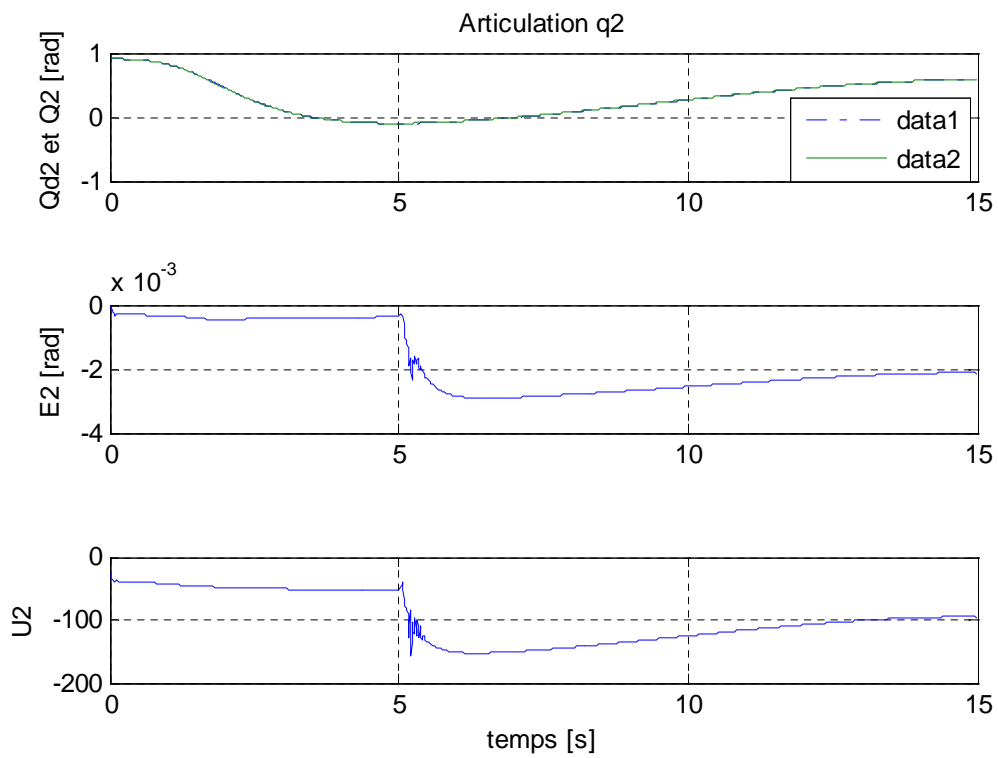


Figure 4.7 : articulation q2

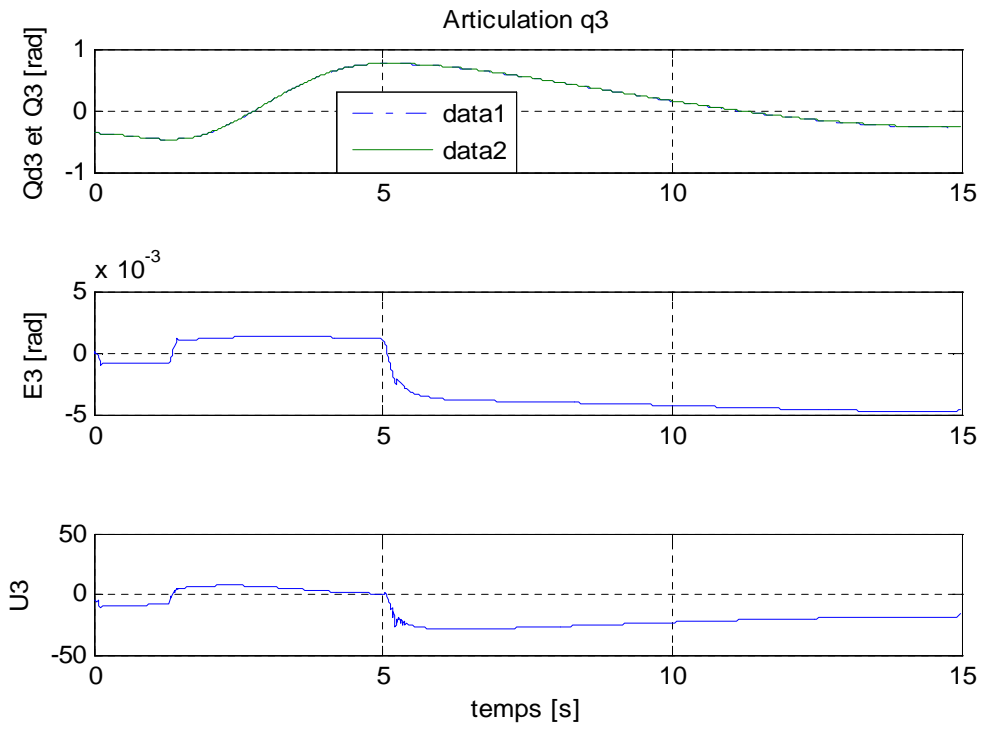


Figure 4.8 : articulation q3

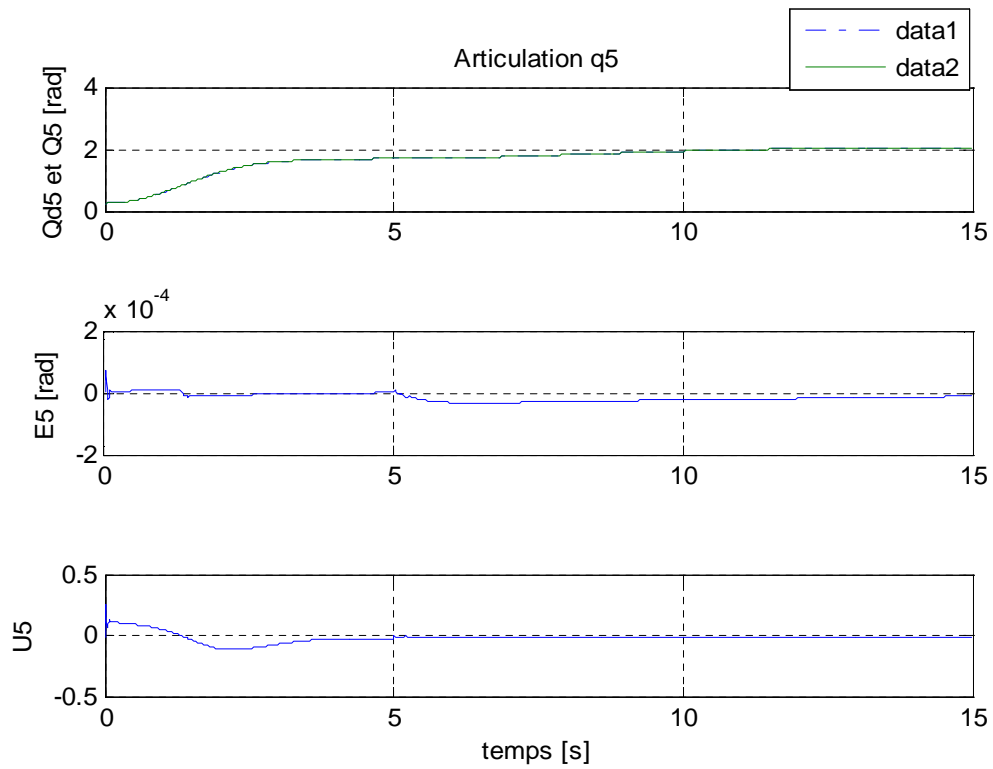


Figure 4.9 : articulation q5

Remarque :

Le passage d'un mode de commande à un autre est réalisé par la modification des éléments de la matrice de sélection. Cette commutation peut exiger également une modification des gains ce qui est difficile à mettre en œuvre surtout en présence de termes intégraux.

Après avoir observé ces résultats on peut remarquer que le régime transitoire (l'impact) est de longue durée accompagné de fortes oscillations, de plus, la valeur de l'effort exercé sur l'environnement ne se stabilise pas à la valeur désirée mais elle oscille autour, ceci traduit un maintien du contact avec vibration de l'effecteur, ces vibrations tendent à des petites valeurs après 02 secondes de l'impact.

Il est très important de noter que s'il n'y avait pas un terme d'amortissement relatif à la vitesse cartésienne, comme celui utilisé ici, et qui constitue le seul lien entre la commande d'une même direction simultanément en effort et en position, ce qui fait que les directions en question ne sont pas entièrement séparées, l'instabilité complète de la commande serait observée.

4.4. La Commande Hybride Force/Position Inclusive avec Somme des Couple articulaires :

La simulation suivante nous apprend quelque chose sur les causes des inconvénients observés dans la commande hybride ci-dessus. Ces inconvénients seraient dus à la séparation exclusive des directions commandées en position de celles commandées en effort qui est le principe même de la commande hybride parallèle force/position.

En effet, la matrice de sélection est supprimée de la boucle de position et la commande est plus facile à mettre en œuvre. C'est-à-dire qu'après la détection du contact, les directions commandées en effort seront commandées aussi et simultanément en position, ceci est réalisé par une simple superposition des commandes issues des deux boucles. Par contre, les directions commandées en position ne sont pas commandées en effort grâce au complément à I6 de la matrice de sélection.

La loi de commande en position est alors de la forme :

$$\Gamma_p = \hat{A}(q) {}^c J^{-1} [{}^c \ddot{X}_d + K_v ({}^c \dot{X}_d - {}^c \dot{X}) + K_p ({}^c X_d - {}^c X) - {}^c j \dot{q}] + \hat{H}(q, \dot{q}) + {}^c J^T F \tag{4.4}$$

Remarquons l'absence de la matrice de sélection dans cette première boucle. Quant à la loi de commande en effort, elle est alors la suivante :

$$\Gamma_F = {}^c J^T (I-S) [K_f (F_d - F) - K_{fv} {}^c \dot{X} + K_{fi} \int_{t_0}^t (F_d - F) d\tau] \tag{4.5}$$

Remarquons bien que cette dernière loi n'affecte que les directions commandées en effort.

Le schéma de commande est représenté à la figure(4.10).

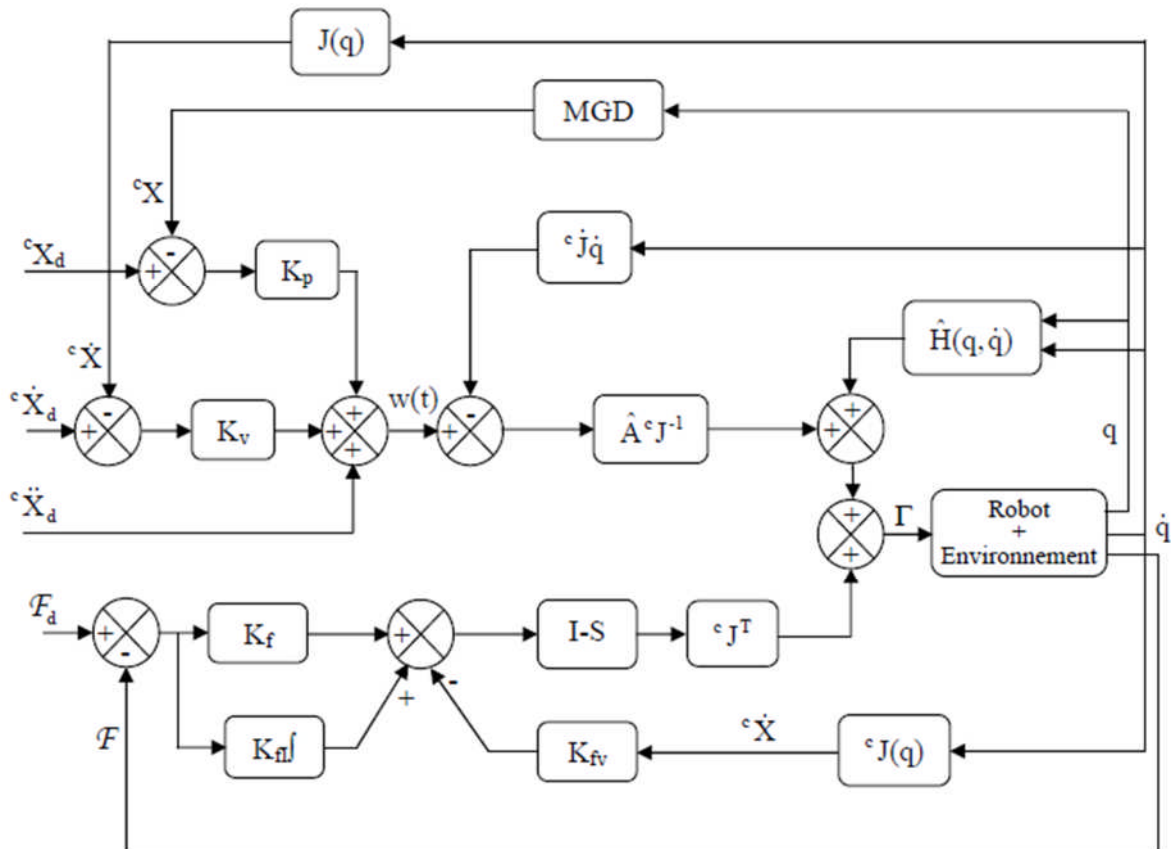


Figure 4.10 : Commande hybride force/position inclusive par découplage non linéaire avec superposition des couples articulaires

4.5. Résultats de simulation de la commande hybride force/position inclusive avec sommes des couples articulaires :

Les gains de correction pour le 1^{er} et le 2^{ème} signal sont : $K_p = \text{diag} (5618, 0, 5618, 0, 5618, 0)$ et $K_v = \text{diag} (73, 0, 73, 0, 73, 0)$ pour les gains de commande en position, et $K_{fz} = 1.2$, $K_{vfz} = 22$ et $K_{flz} = 35$ selon la direction contrainte cZ .

Concernant le 3^{ème} signal, les gains de la boucle de commande en effort sont fixés tels que : $K_{vfz} = 0.5$ et $K_{flz} = 80$.

Pour pouvoir atteindre un effort de 40 N, un 4^{ème} signal de consigne est appliqué. Il s'agit de 03 échelons successifs comme dans le cas du 2^{ème} signal, sauf qu'ici les trois échelons ont des valeurs successivement croissantes telles que : $S_{Fd1} = 20$ N, $S_{Fd2} = 30$ N et $S_{Fd3} = 40$ N. les gains de commande en position et en effort sont les mêmes que dans le cas du 1^{er} et du 2^{ème} signal.

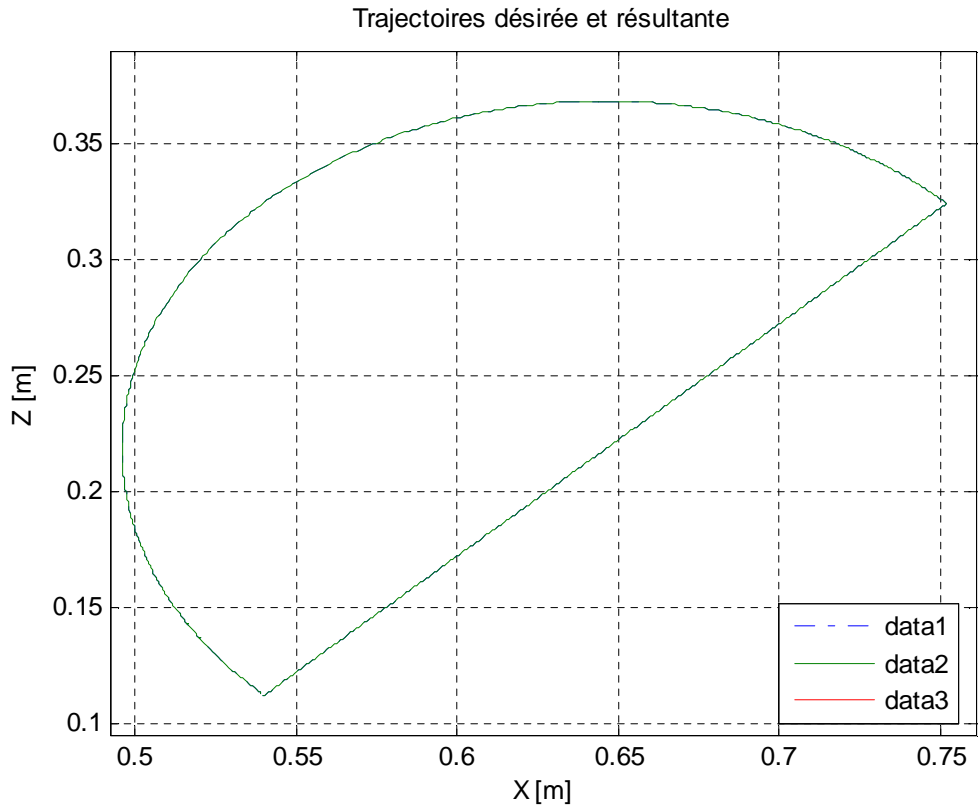


Figure 4.11 : poursuite de la trajectoire

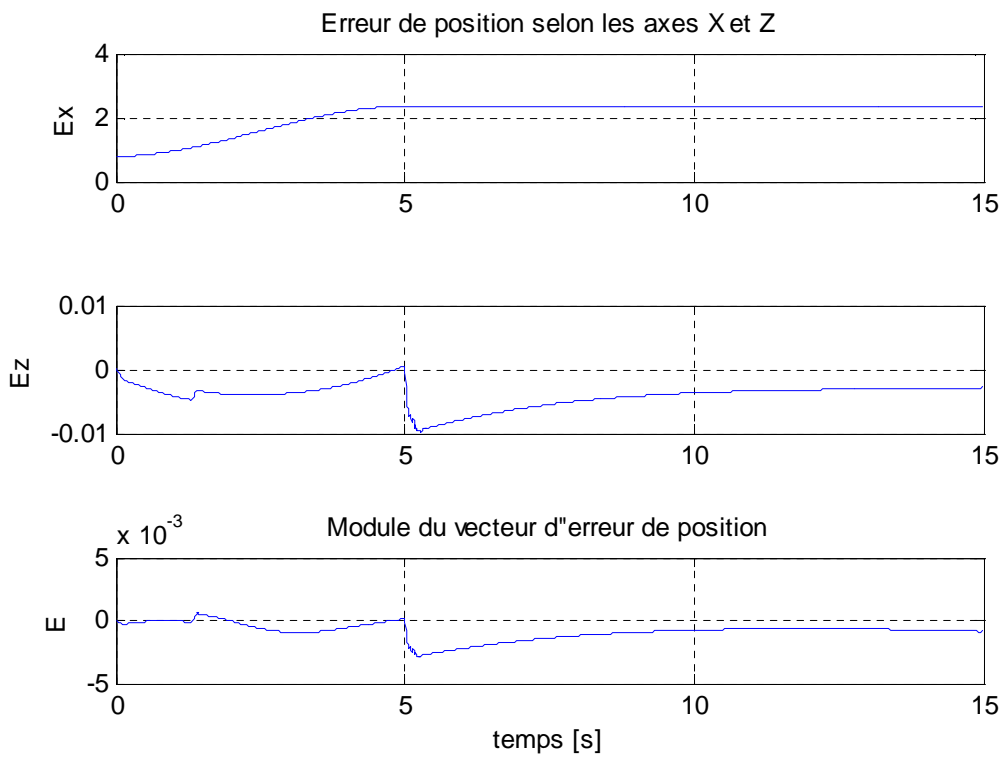


Figure 4.12 : erreur de position selon les axes X et Z

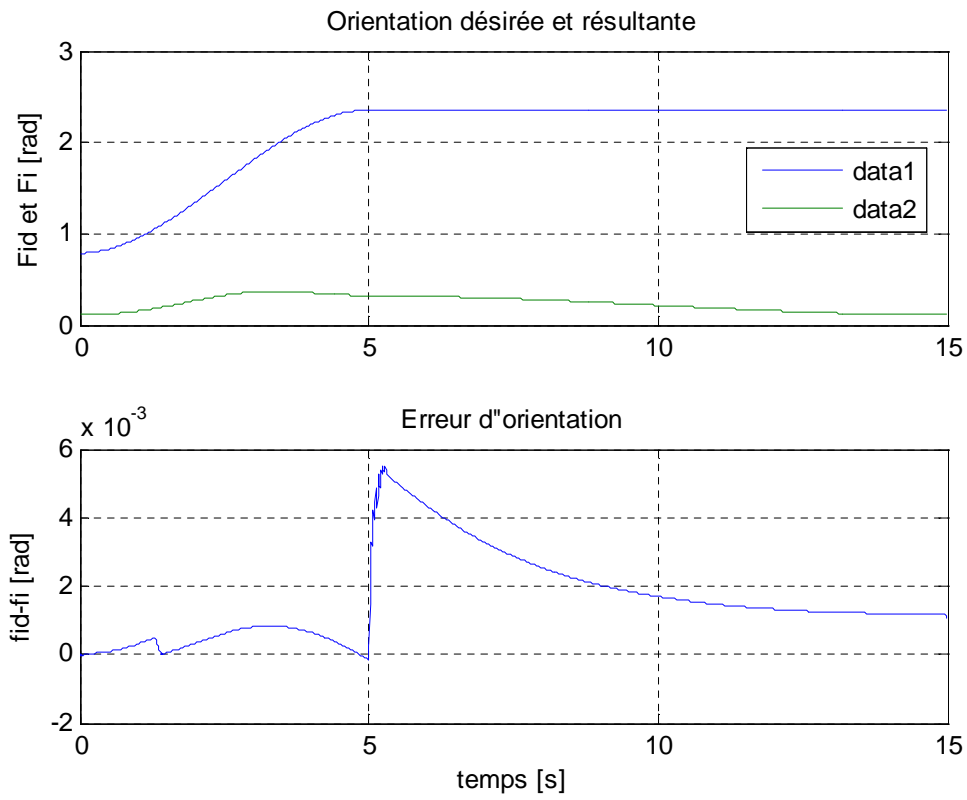


Figure 4.13 : orientation désirée et résultante et erreur d'orientation

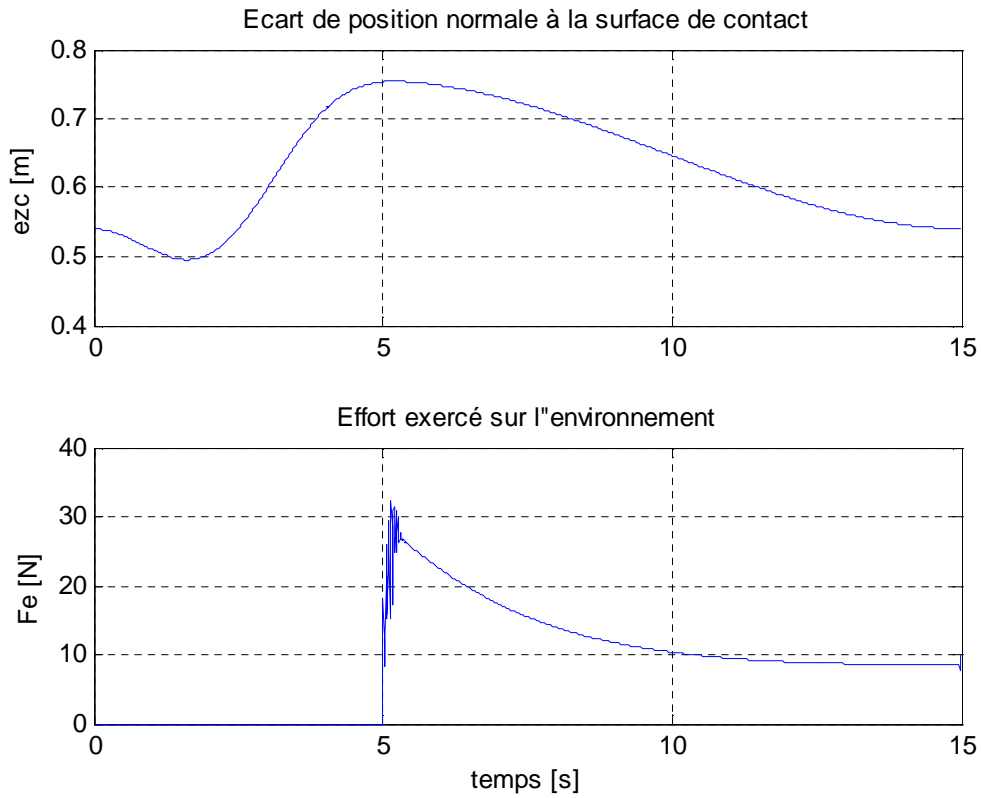


Figure 4.14 : écart de position normale et effort exercé sur l'environnement

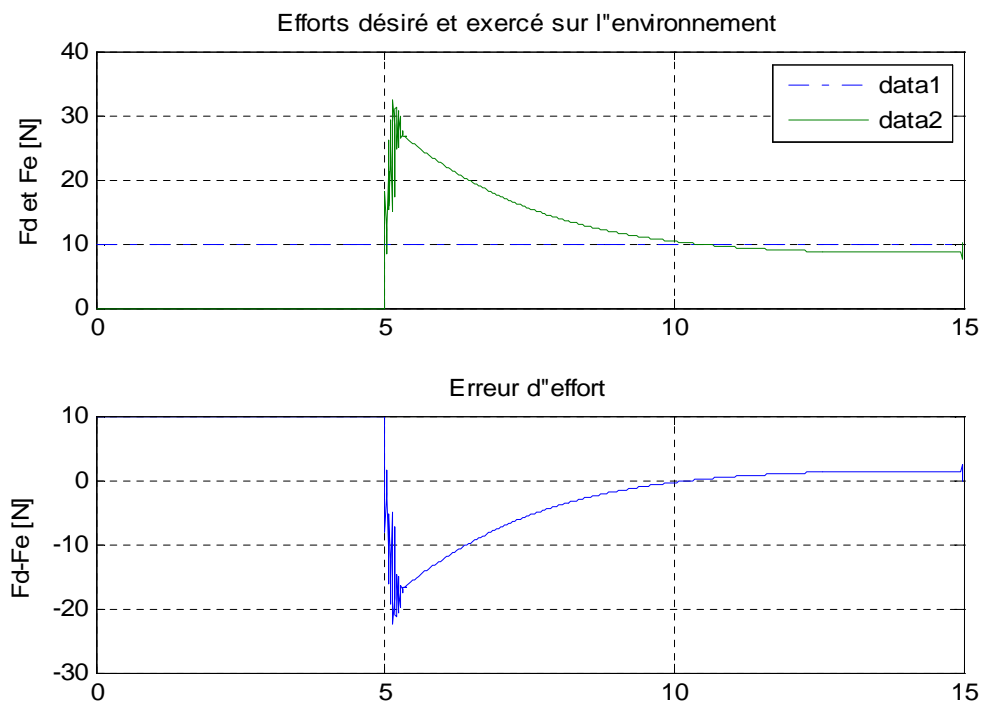


Figure 4.15 effort désiré et exercé et erreur d'effort

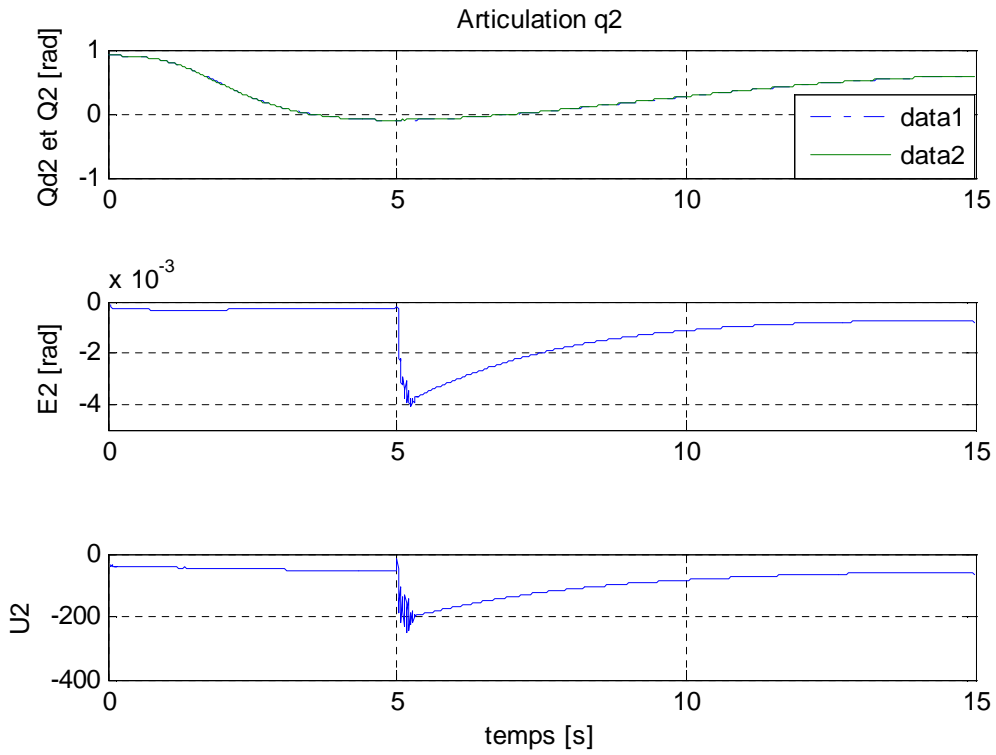


Figure 4.16: articulation q2

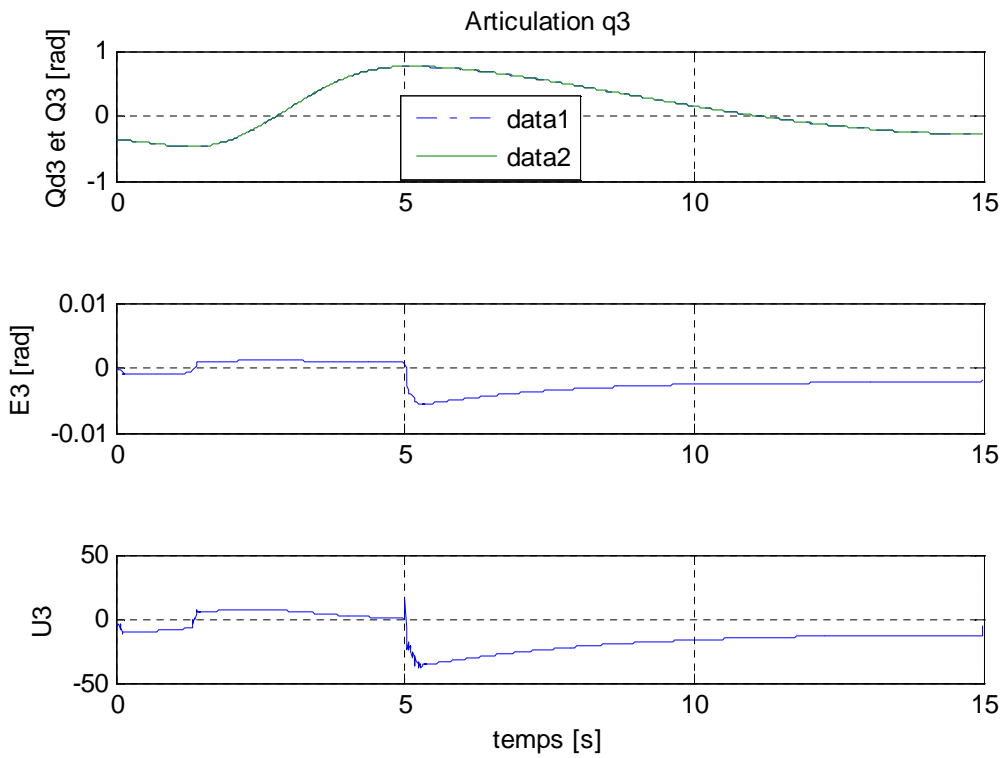


Figure 4.17 : articulation q3

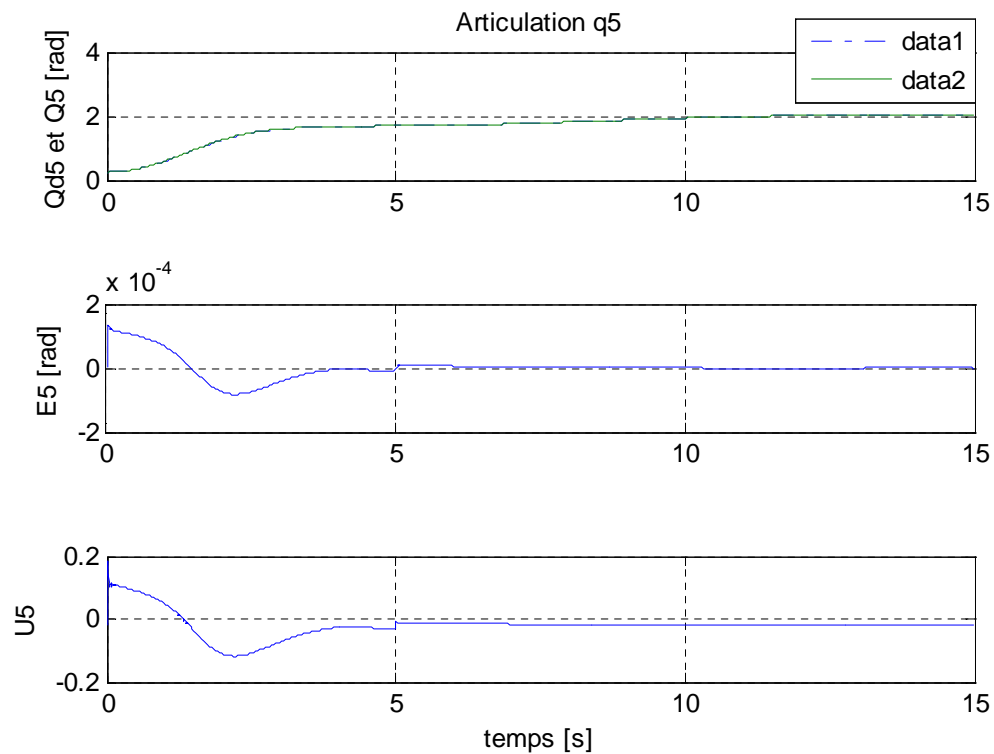


Figure 4.18 : articulation q5

Remarque :

L'observation des résultats révèle que cette commande est plus performante que la commande hybride originale c'est-à-dire : dans le cas où la commande en position n'affecte que les directions commandées en position.

Dans la phase de transition du mode libre vers le mode contraint, l'impact est adouci grâce à la contribution de la boucle de position dans la direction contrainte, contrairement au cas précédent où seul un terme impliquant la vitesse est introduit dans la boucle d'effort.

L'imposition d'un régime transitoire désiré au lieu d'un échelon brusque a contribué à la réduction de l'effort durant l'impact, ce qui permet de respecter les limites des actionneurs et rend ainsi la tâche réalisable. Il est à noter ici que les oscillations sont éliminées et les couples sont lisses.

4.6. Conclusion :

Dans ce chapitre nous sommes parvenus à résoudre le problème d'asservissement de l'effort de contact. Cet objectif est réalisé en appliquant les commandes explicites en effort comme la commande hybride force/position exclusive et inclusive, cette dernière élimine les inconvénients et garde les avantages de la première.

Pour un environnement modélisé comme un système masse-amortissement-ressort, la seule méthode pour obtenir une valeur stationnaire de l'effort est d'asservir ce dernier d'une manière explicite.

Retenons seulement que la commande la plus intéressante parmi celles que nous venons de citer soit pour stabiliser le système est a commande hybride force/position inclusive avec sommes des couples articulaires de l'effort est sans conteste vue les différents avantages qu'elle présente à savoir : le mode transitoire doux qu'elle induit et sa capacité de conduire le robot en espace libre et en contact sans changement des gains en plus de l'erreur faible qu'elle présente.

Conclusion générale

CONCLUSION GÉNÉRALE

Les différentes parties et étapes de ce travail nous amène à tirer les conclusions suivantes :

Les commandes conçues pour conduire un robot manipulateur en mouvements dans l'espace libre sont incapables de le conduire en présence de contact avec l'environnement. Ceci est dû à la négligence des efforts d'interaction mis en jeu ainsi une erreur, aussi petite soit-elle peu induire l'instabilité complète du système robot/environnement.

Les commandes conçues pour contourner ce problème sont nombreuses, dans ce travail on a présenté les commandes explicites en effort nécessitant deux consignes, l'une en position, l'autre en effort. Elles sont réparties en deux sous-classes principales : la commande hybride parallèle et la commande hybride externe. La commande hybride force/position parallèle avec sélection des directions commandées en position qu'on a appelée exclusive présente quelques inconvénients notamment les vibrations du robot au moment de l'impact (mode transitoire) et durant toute la phase de contact malgré le maintien du contact durant cette phase. Ces inconvénients sont annulés par la commande hybride parallèle sans sélection des directions commandées en position qu'on a appelée inclusive.

Pour finir, d'autres techniques peuvent être introduites pour aboutir à des performances de plus en plus meilleures, citons la commande à structure variables, la technique de backstepping, les réseaux de neurones artificiels et les ensembles neuro-flous, la commande adaptative, la commande robuste...etc.

ANNEXE

Cette annexe est consacrée pour les paramètres du modèle géométrique et dynamique du robot STAUBLI TX 90. On y trouve les constantes inertielles et gravitationnelles du robot qui sont utilisées dans le calcul des paramètres du modèle dynamique dans l'espace de configuration [Armstrong 86].

1. Les constantes inertielles

$$I_1 = I_{zz} + m_1 r_{y1}^2 + m_2 d_2^2 + (m_4 + m_5 + m_6) a_3^2 + m_2 r_{z2}^2 \\ + (m_3 + m_4 + m_5 + m_6)(d_2 + d_3)^2 + I_{xx2} + I_{yy3} + 2 m_2 d_2 r_{z2} + m_2 r_{y2}^2 + m_3 r_{z3}^2 + 2 m_3 \\ (d_2 + d_3) r_{z3} + I_{zz4} + I_{yy5} + I_{zz6} ;$$

$$I_2 = I_{zz2} + m_2 (r_{x2}^2 + r_{y2}^2) + (m_3 + m_4 + m_5 + m_6) a_2^2 ;$$

$$I_3 = -I_{xx2} + I_{yy2} + (m_3 + m_4 + m_5 + m_6) a_2^2 m_2 r_{x2}^2 - m_2 r_{y2}^2 ;$$

$$I_4 = m_2 r_{x2} (d_2 + r_{z2}) + m_3 a_2 r_{a3} + (m_3 + m_4 + m_5 + m_6) a_2 (d_2 + d_3) ;$$

$$I_5 = -m_3 a_2 r_{y3} + (m_4 + m_5 + m_6) a_2 d_4 + m_4 a_2 r_{z4} ;$$

$$I_6 = I_{zz3} + m_3 r_{y3}^2 + m_4 a_3^2 + m_4 (d_4 + r_{z4})^2 + I_{yy4} + m_5 a_3^2 + m_5 d_4^2 + I_{zz5} + m_6 \\ a_3^2 + m_6^2 + m_6 r_{z6}^2 + I_{xx6} ;$$

$$I_7 = m_3 r_{y3}^2 + I_{xx3} - I_{yy3} + m_4 r_{z4}^2 + 2 m_4 d_4 r_{z4} + (m_4 + m_5 + m_6) (d_4^2 + a_3^2) + \\ I_{yy4} - I_{zz4} + I_{zz3} - I_{yy5} + m_6 r_{z6} \\ 2 - I_{zz6} + I_{xx6} ;$$

$$I_8 = -m_4 (d_2 + d_3) (d_4 + r_{z4}) - (m_5 + m_6) (d_2 + d_3) d_4 + m_3 r_{y3} r_{z3} + m_3 (d_2 + \\ d_3) r_{y3} ;$$

$$I_9 = m_2 r_{y2} (d_2 + r_{z2}) ;$$

$$I_{10} = 2 m_4 a_3 r_{z4} + 2 (m_4 + m_5 + m_6) a_3 d_4 ;$$

$$I_{11} = -2 m_2 r_{x2} r_{y2} ;$$

$$I_{12} = (m_4 + m_5 + m_6) a_2 a_3 ;$$

$$I_{13} = (m_4 + m_5 + m_6) a_3 (d_2 + d_3) ;$$

$$I_{14} = I_{zz4} + I_{yy5} + I_{zz6} ;$$

$$I_{15} = m_6 d_4 r_{z6} ;$$

$$I_{16} = m_6 a_2 r_{z6} ;$$

$$I_{17} = I_{zz5} + I_{xx6} + m_6 r_{z6}^2 ;$$

$$I_{18} = m_6 (d_2 + d_3) r_{z6} ;$$

$$I_{19} = I_{yy4} - I_{xx4} + I_{zz5} - I_{yy5} + m_6 r_{z6}^2 + I_{xx6} - I_{zz6} ;$$

$$I_{20} = I_{yy5} - I_{xx5} - m_6 r_{z6}^2 + I_{zz6} - I_{xx6} ;$$

$$I_{21} = I_{xx4} - I_{yy4} + I_{xx5} - I_{zz5} ;$$

$$I_{22} = m_6 a_3 r_{z6} ; I_{23} = I_{zz6} ;$$

Les valeurs numériques de ces paramètres sont :

Annexe

I1 = 1.43	± 0.05	I2 = 1.75	± 0.07
I3 = 1.38	± 0.5	I4 = 6.9*10 ⁻¹	± 0.20*10 ⁻¹
I5 = 3.72*10 ⁻¹	± 0.31*10 ⁻¹	I6 = 3.33*10 ⁻¹	± 0.16*10 ⁻¹
I7 = 2.98*10 ⁻¹	± 0.29*10 ⁻¹	I8 = -1.34*10 ⁻¹	± 0.14*10 ⁻¹
I9 = 2.38*10 ⁻²	± 1.20*10 ⁻²	I10 = -2.13*10 ⁻²	± 0.22*10 ⁻²
I11 = -1.42*10 ⁻²	± 0.70*10 ⁻²	I12 = -1.10*10 ⁻²	± 0.11*10 ⁻²
I13 = -3.79*10 ⁻³	± 0.90*10 ⁻³	I14 = 1.64*10 ⁻³	± 0.07*10 ⁻³
I15 = 1.25*10 ⁻³	± 0.30*10 ⁻³	I16 = 1.24*10 ⁻³	± 0.30*10 ⁻³
I17 = 6.42*10 ⁻⁴	± 3.00*10 ⁻⁴	I18 = 4.31*10 ⁻⁴	± 1.30*10 ⁻⁴
I19 = 3.00*10 ⁻⁴	± 14.0*10 ⁻⁴	I20 = -2.02*10 ⁻⁴	± 8.00*10 ⁻⁴
I21 = -1.00*10 ⁻⁴	± 6.00*10 ⁻⁴	I22 = -5.80*10 ⁻⁵	± 1.50*10 ⁻⁵
I23 = 4.00*10 ⁻⁵	± 2.00*10 ⁻⁵		

Im1=1.14	± 0.27	Im2=4.71	± 0.54
Im3=8.27*10 ⁻¹	± 0.93*10 ⁻¹	Im4=2.00*10 ⁻¹	± 0.16*10 ⁻¹
Im5=1.79*10 ⁻¹	± 0.14*10 ⁻¹	Im6=1.93*10 ⁻¹	± 0.16*10 ⁻¹

2. Les constantes gravitationnelles

$$G1 = -g ((m_3 + m_4 + m_5 + m_6) a_2 + m_2 r_{x2});$$

$$G2 = g (m_3 r_{y3} - (m_4 + m_5 + m_6) d_4 - m_4 r_{z4});$$

$$G3 = g m_2 r_{y2};$$

$$G4 = -g (m_4 + m_5 + m_6) a_3;$$

$$G5 = -g m_6 r_{z6};$$

Les valeurs numériques correspondantes sont :

G1 = -37.2	± 0.50	G2 = -8.44	± 0.20
G3 = 1.02	± 0.50	G4 = 2.49*10 ⁻¹	± 0.25*10 ⁻¹
G5 = -2.82*10 ⁻²	± 0.56*10 ⁻²		

3. Les éléments de la matrice d'inertie (6 × 6)

L'unité des éléments est [Kg-m²].

***1ère ligne :**

$$a_{11} = I_{m1} + I_1 + I_3 * c_{22} + I_7 * s_{23}^2 + I_{10} * s_{23} * c_{23} + I_{11} * s_2 * c_2 + I_{20} * (\sin(q_5)^2 * (\sin(q_2 + q_3))^2 * (1 + (\cos(q_4))^2) - 1) -$$

$$2 * \sin(q_2 + q_3) * \cos(q_2 + q_3) * \cos(q_4) * \sin(q_5) * \cos(q_5)) + I_{21} * \sin(q_2 + q_3)^2 * \cos(q_4)^2$$

$$+ 2 * (I_5 * \cos(q_2) * \sin(q_2 + q_3) + I_{12} * \cos(q_2) * \cos(q_2 + q_3) + I_{15} * (\sin(q_2 + q_3))^2 * \cos(q_5) + \sin(q_2 + q_3) * \cos(q_2 + q_3) * \cos(q_4) * \sin(q_5)) + I_{16} * \cos(q_2) * (\sin(q_2 + q_3) * \cos(q_5) + \cos(q_2 + q_3) * \cos(q_4) * \sin(q_5)) + I_{18} * \sin(q_4) * \sin(q_5) + I_{22} * (\sin(q_2 + q_3) * \cos(q_2 + q_3) * \cos(q_5) + \cos(q_2 + q_3)^2 * \cos(q_4) * \cos(q_5)));$$

$$\approx 2.57 + 1.38 * \cos(q_2)^2 + 0.30 * \sin(q_2 + q_3)^2 + 7.44 * 10^{-1} * \cos(q_2) * \sin(q_2 + q_3);$$

$$a_{12} = I_4 * \sin(q_2) + I_8 * \cos(q_2 + q_3) + I_9 * \cos(q_2) + I_{13} * \sin(q_2 + q_3) -$$

$$I_{15} * \cos(q_2 + q_3) * \sin(q_4) * \sin(q_5) + I_{16} * \sin(q_2) * \sin(q_4) * \sin(q_5) + I_{18} * (\sin(q_2 + q_3) * \cos(q_4) * \sin(q_5) - \cos(q_2 + q_3) * \cos(q_5)) + I_{19} * \sin(q_2 + q_3) * \sin(q_4) * \cos(q_4)$$

$$+ I_{20} * \sin(q_4) * (\sin(q_2 + q_3) * \cos(q_4) * \cos(q_5)^2 + \cos(q_2 + q_3) * \sin(q_5) * \cos(q_5)) + I_{22} * \sin(q_2 + q_3) * \sin(q_4) * \sin(q_5);$$

$$\approx 6.90 * 10^{-1} * \sin(q_2) - 1.34 * 10^{-1} * \cos(q_2 + q_3) + 2.38 * 10^{-2} * \cos(q_2);$$

Annexe

$$\begin{aligned} a_{13} &= I_8 \cos(q_2+q_3) + I_{13} \sin(q_2+q_3) - \\ & I_{15} \cos(q_2+q_3) + I_{19} \sin(q_2+q_3) \sin(q_4) \cos(q_4) + I_{18} (\sin(q_2+q_3) \cos(q_4) \sin(q_5) - \\ & \cos(q_2+q_3) \cos(q_5)) + I_{22} \sin(q_2+q_3) \sin(q_4) \sin(q_5) + I_{20} \sin(q_4) (\sin(q_2+q_3) \cos(q_4) \cos(q_5)^2 + \\ & \cos(q_2+q_3) \sin(q_5) \cos(q_5)); \\ & \approx -1.34 \cdot 10^{-1} \cos(q_2+q_3) + -3.97 \cdot 10^{-3} \sin(q_2+q_3); \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a_{14} &= I_{14} \cos(q_2+q_3) + I_{15} \sin(q_2+q_3) \cos(q_4) \sin(q_5) + I_{16} \cos(q_2) \cos(q_4) \sin(q_5) + I_{18} \cos(q_2+q_3) \sin(q_4) \sin(q_5) - \\ & I_{20} (\sin(q_2+q_3) \cos(q_4) \sin(q_5) \cos(q_5) + \cos(q_2+q_3) \sin(q_5)^2) + I_{22} \cos(q_2+q_3) \cos(q_4) \sin(q_5) \\ & \approx 0; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a_{15} &= I_{15} \sin(q_2+q_3) \sin(q_4) \cos(q_5) + I_{16} \cos(q_2) \sin(q_4) \cos(q_5) + I_{17} \sin(q_2+q_3) \sin(q_4) + I_{18} (\sin(q_2+q_3) \sin(q_5) - \\ & \cos(q_2+q_3) \cos(q_4) \cos(q_5)) + I_{22} \cos(q_2+q_3) \sin(q_4) \cos(q_5) \\ & \approx 0; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a_{16} &= I_{23} (\cos(q_2+q_3) \cos(q_5) - \sin(q_2+q_3) \cos(q_4) \sin(q_5)) \\ & \approx 0; \end{aligned}$$

*2ème ligne :

$$\begin{aligned} a_{21} &= a_{12}; \\ a_{22} &= I_{m2} + I_2 + I_6 + I_{20} \sin(q_4)^2 \sin(q_5)^2 + I_{21} \sin(q_4)^2 + 2(I_5 \sin(q_3) + I_{12} \cos(q_3) + I_{15} \cos(q_5) + I_{16} (\sin(q_3) \cos(q_5) + \cos(q_3) \cos(q_4) \sin(q_5))) + I_{22} \cos(q_4) \sin(q_0)); \\ & \approx 6.79 + 7.44 \cdot 10^{-1} \sin(q_3); \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a_{23} &= I_5 \sin(q_3) + I_6 + I_{12} \cos(q_3) + I_{16} (\sin(q_3) \cos(q_5) + \cos(q_3) \cos(q_4) \sin(q_5)) + I_{20} \sin(q_4)^2 \sin(q_5)^2 + I_{21} \sin(q_4)^2 + 2(I_{15} \cos(q_5) + I_{22} \cos(q_4) \sin(q_5)); \\ & \approx 0.333 + 3.72 \cdot 10^{-1} \sin(q_3) - 1.110 \cdot 10^{-2} \cos(q_3); \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a_{24} &= -I_{15} \sin(q_4) \sin(q_5) - I_{16} \sin(q_3) \sin(q_4) \sin(q_5) + I_{20} \sin(q_4) \sin(q_5) \cos(q_5) \\ & \approx 0; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a_{25} &= I_{15} \cos(q_4) \cos(q_5) + I_{16} (\cos(q_3) \sin(q_5) + \sin(q_3) \cos(q_4) \cos(q_5)) \\ & 0; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a_{26} &= I_{23} \sin(q_4) \sin(q_5) \\ & \approx 0; \end{aligned}$$

*3ème ligne :

$$\begin{aligned} a_{31} &= a_{13}; \\ a_{32} &= a_{23}; \\ a_{33} &= I_{m3} + I_6 + I_{20} \sin(q_4)^2 \sin(q_5)^2 + I_{21} \sin(q_4)^2 + 2(I_{15} \cos(q_5) + I_{22} \cos(q_4) \sin(q_5)); \\ & \approx 1.16; \end{aligned}$$

$$a_{34} = -I_{15} \sin(q_4) \sin(q_5) + I_{20} \sin(q_4) \sin(q_5) \cos(q_5);$$

ou

$$\begin{aligned} a_{34} &= -1.25 \cdot 10^{-3} \sin(q_4) \sin(q_5) \\ & \approx 0; \end{aligned}$$

$$a_{35}=I_{15}*\cos(q_4)*\cos(q_5)+I_{17}*\cos(q_4)+I_{22}*\sin(q_5) \approx 1.25*10^{-3}*\cos(q_4)*\cos(q_5);$$

$$a_{36}=I_{23}*\sin(q_4)*\sin(q_5)$$

$$\approx 0;$$

***4ème ligne :**

$$a_{41}=a_{14}; a_{42}=a_{24}; a_{43}=a_{34};$$

$$a_{44}=I_{m4}+I_{14}-I_{20}*\sin(q_5)^2$$

$$\approx 0.20;$$

$$a_{45}=0; a_{46}=I_{23}*\cos(q_5)$$

$$\approx 0;$$

***5ème ligne :**

$$a_{51}=a_{15}; a_{52}=a_{25}; a_{53}=a_{35}; a_{54}=a_{45}; a_{55}=I_{m5}+I_{17}$$

$$\approx 0.18;$$

$$a_{56}=0;$$

***6ème ligne :**

$$a_{61}=a_{16}; a_{62}=a_{26}; a_{63}=a_{36}; a_{64}=a_{46}; a_{65}=a_{56}; a_{66}=I_{m6}+I_{23}$$

$$\approx 0.19;$$

4. Eléments de la matrice de Coriolis (6 × 15)

L'unité des éléments [Kg-m²].

***1ère ligne :**

$$b_{112}=2*(-I_3*\sin(q_2)*\cos(q_2)+I_5*\cos(q_2+q_2+q_3)+I_7*\sin(q_2+q_3)*\cos(q_2+q_3)-$$

$$I_{12}*\sin(q_2+q_2+q_3)+I_{15}*(2*\sin(q_2+q_3)*\cos(q_2+q_3)*\cos(q_5)+(1-$$

$$2*\sin(q_2+q_3)^2)*\cos(q_4)*\sin(q_5))+I_{16}*(\cos(q_2+q_2+q_3)*\cos(q_5)-$$

$$\sin(q_2+q_2+q_3)*\cos(q_4)*\sin(q_5))+I_{21}*\sin(q_2+q_3)*\cos(q_2+q_3)*\cos(q_4)^2+I_{20}*((1+$$

$$\cos(q_4)^2)*\sin(q_2+q_3)*\cos(q_2+q_3)*\sin(q_5)^2-(1-$$

$$2*\sin(q_2+q_3)^2)*\cos(q_4)*\sin(q_5)*\cos(q_5))+I_{22}*((1-2*\sin(q_2+q_3)^2)*\cos(q_5)-$$

$$2*\sin(q_2+q_3)*\cos(q_4)*\sin(q_5))+I_{10}*(1-2*\sin(q_2+q_3)^2)+I_{11}*(1-2*\sin(q_2)^2);$$

$$\approx -2.76*\sin(q_2)*\cos(q_2)+7.44*10^{-1}$$

$$1*\cos(q_2+q_2+q_3)+0.60*\sin(q_2+q_3)*\cos(q_2+q_3)-2.13*10^{-2}*(1-2*\sin(q_2+q_3)^2);$$

$$b_{113}=2*(I_5*\cos(q_2)*\cos(q_2+q_3)+I_7*\sin(q_2+q_3)*\cos(q_2+q_3)-$$

$$I_{12}*\cos(q_2)*\sin(q_2+q_3)+I_{15}*(2*\sin(q_2+q_3)*\cos(q_2+q_3)*\cos(q_5)+(1-$$

$$2*\sin(q_2+q_3)^2)*\cos(q_4)*\sin(q_5))+I_{20}*((1+\cos(q_4)^2)*\sin(q_2+q_3)*\cos(q_2+q_3)*\sin$$

$$(q_5)^2-(1-2*\sin(q_2+q_3)^2)*\cos(q_4)*\sin(q_5)*\cos(q_5))+I_{22}*((1-$$

$$2*\sin(q_2+q_3)^2)*\cos(q_5)-2*\sin(q_2+q_3)*\cos(q_4)*\sin(q_5))+I_{10}*(1-2*\sin(q_2+q_3)^2);$$

$$\approx 7.44*10^{-1}*\cos(q_2)*\cos(q_2+q_3)+0.60*\sin(q_2+q_3)*\cos(q_2+q_3)+2.20*10^{-2}$$

$$2*\cos(q_2)*\sin(q_2+q_3)-2.13*10^{-2}*(1-2*\sin(q_2+q_3)^2);$$

Annexe

$$\begin{aligned} b_{114} &= 2 * (-I15 * \sin(q_2 + q_3) * \cos(q_2 + q_3) * \sin(q_4) * \sin(q_5) - \\ & I16 * \cos(q_2) * \cos(q_2 + q_3) * \sin(q_4) * \sin(q_5) + I18 * \cos(q_4) * \sin(q_5) - \\ & I20 * (\sin(q_2 + q_3)^2 * \sin(q_5)^2 * \sin(q_4) * \cos(q_4) - \\ & \sin(q_2 + q_3) * \cos(q_2 + q_3) * \sin(q_4) * \sin(q_5) * \cos(q_5) - I22 * \cos(q_2 + q_3)^2 * \sin(q_4) * \sin(q_5) - \\ & I21 * \sin(q_2 + q_3)^2 * \sin(q_4) * \cos(q_4))); \\ & \approx -2.50 * 10^{-3} * \sin(q_2 + q_3) * \cos(q_2 + q_3) * \sin(q_4) * \sin(q_5) + 8.060 * 10^{-4} * \\ & \cos(q_4) * \sin(q_5) - 2.48 * 10^{-3} * \cos(q_2) * \cos(q_2 + q_3) * \sin(q_4) * \sin(q_5); \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} b_{115} &= 2 * (I20 * (\sin(q_5) * \cos(q_5) * (\cos(q_4)^2 * (1 - \cos(q_2 + q_3)^2) - \cos(q_2 + q_3)^2) - \\ & \sin(q_2 + q_3) * \cos(q_2 + q_3) * \cos(q_4) * (1 - 2 * \sin(q_5)^2)) - I15 * (\sin(q_2 + q_3)^2 * \sin(q_5) - \\ & \sin(q_2 + q_3) * \cos(q_2 + q_3) * \cos(q_4) * \cos(q_5)) - I16 * \cos(q_2) * (\sin(q_2 + q_3) * \sin(q_5) - \\ & \cos(q_2 + q_3) * \cos(q_4) * \cos(q_5)) + I18 * \sin(q_4) * \cos(q_5) + I22 * (\cos(q_2 + q_3)^2 * \cos(q_4) * \cos \\ & (q_5) - \sin(q_2 + q_3) * \cos(q_2 + q_3) * \sin(q_5))); \\ & \approx -2.50 * 10^{-3} * (\sin(q_2 + q_3)^2 * \sin(q_5) - \\ & \sin(q_2 + q_3) * \cos(q_2 + q_3) * \cos(q_4) * \cos(q_5)) - \\ & 2.48 * 10^{-3} * \cos(q_2) * (\sin(q_2 + q_3) * \sin(q_5) - \cos(q_2 + q_3) * \cos(q_4) * \cos(q_5)) + 8.60 * 10^{-4} * \\ & \sin(q_4) * \cos(q_5); \end{aligned}$$

$$b_{116} = 0;$$

$$\begin{aligned} b_{123} &= 2 * (-I8 * \sin(q_2 + q_3) + I13 * \cos(q_2 + q_3) + I15 * \sin(q_2 + q_3) * \sin(q_4) * \sin(q_5) \\ & + I18 * (\cos(q_2 + q_3) * \cos(q_4) * \sin(q_5) + \sin(q_2 + q_3) * \cos(q_5)) + I19 * \cos(q_2 + q_3) * \sin(q_4) * \\ & \cos(q_4) + I20 * \sin(q_4) * (\cos(q_2 + q_3) * \cos(q_4) * \cos(q_5)^2 - \sin(q_2 + q_3) * \sin(q_5) * \cos(q_5)) \\ & + I22 * \cos(q_2 + q_3) * \sin(q_4) * \sin(q_5)); \\ & \approx 2.67 * 10^{-1} * \sin(q_2 + q_3) - 7.58 * 10^{-3} * \cos(q_2 + q_3); \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} b_{124} &= -I18 * 2 * \sin(q_2 + q_3) * \sin(q_4) * \sin(q_5) + I19 * \sin(q_2 + q_3) * (1 - \\ & (2 * \sin(q_4)^2)) + I20 * \sin(q_2 + q_3) * (1 - 2 * \sin(q_4)^2 * \cos(q_5)^2) - I14 * \sin(q_2 + q_3); \\ & \approx 0; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} b_{125} &= I17 * \cos(q_2 + q_3) * \sin(q_4) + I18 * 2 * (\sin(q_2 + q_3) * \cos(q_4) * \cos(q_5) + \cos(q_2 + q_3) * \sin \\ & (q_5)) + I20 * \sin(q_4) * (\cos(q_2 + q_3) * (1 - 2 * \sin(q_5)^2) - \\ & \sin(q_2 + q_3) * \cos(q_4) * 2 * \sin(q_5) * \cos(q_5)); \\ & \approx 0; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} b_{126} &= I23 * (\sin(q_2 + q_3) * \cos(q_5) + \cos(q_2 + q_3) * \cos(q_4) * \cos(q_5)); \\ & \approx 0; \end{aligned}$$

$$b_{134} = b_{124}; \quad b_{135} = b_{125}; \quad b_{136} = b_{126};$$

Annexe

$$\begin{aligned} b_{145} &= 2 * (I_{15} * \sin(q_2 + q_3) * \cos(q_4) * \cos(q_5) + I_{16} * \cos(q_2) * \cos(q_4) * \cos(q_5) + I_{18} * \cos(q_2 \\ &+ q_3) * \sin(q_4) * \cos(q_5) + I_{22} * \cos(q_2 + q_3) * \cos(q_4) * \cos(q_5)) + I_{17} * \sin(q_2 + q_3) * \cos(q_4) - \\ &I_{20} * (\sin(q_2 + q_3) * \cos(q_4) * (1 - 2 * \sin(q_5)^2) + 2 * \cos(q_2 + q_3) * \sin(q_5) * \cos(q_5))); \\ &\approx 0; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} b_{146} &= I_{23} * \sin(q_2 + q_3) * \sin(q_4) * \sin(q_5); \\ &\approx 0; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} b_{156} &= -I_{23} * (\cos(q_2 + q_3) * \sin(q_5) + \sin(q_2 + q_3) * \cos(q_4) * \cos(q_5)); \\ &\approx 0; \end{aligned}$$

***2^{ème} ligne :**

$$b_{212} = 0; \quad b_{213} = 0;$$

$$\begin{aligned} b_{214} &= I_{14} * \sin(q_2 + q_3) + I_{19} * \sin(q_2 + q_3) * (1 - (2 * \sin(q_4)^2)) + 2 * (- \\ &I_{15} * \cos(q_2 + q_3) * \cos(q_4) * \sin(q_5) + I_{16} * \sin(q_2) * \cos(q_4) * \sin(q_5) + I_{20} * (\sin(q_2 + q_3) * (\cos \\ &(\sin(q_2 + q_3) * \cos(q_4)^2 - \\ &0.5) + \cos(q_2 + q_3) * \cos(q_4) * \sin(q_5) * \cos(q_5)) + I_{22} * \sin(q_2 + q_3) * \cos(q_4) * \sin(q_5))); \\ &\approx 1.64 * 10^{-3} * \sin(q_2 + q_3) - 2.50 * 10^{-3} * \cos(q_2 + q_3) * \cos(q_4) * \sin(q_5) + 2.48 * 10^{-3} * \sin(q_2) * \cos(q_4) * \sin(q_5) \\ &+ 0.30 * 10^{-3} * \sin(q_2 + q_3) * (1 - (2 * \sin(q_4)^2)); \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} b_{215} &= 2 * (- \\ &I_{15} * \cos(q_2 + q_3) * \sin(q_4) * \cos(q_5) + I_{22} * \sin(q_2 + q_3) * \sin(q_4) * \cos(q_5) + I_{16} * \sin(q_2) * \sin(q_4) * \cos(q_5) - \\ &I_{17} * \cos(q_2 + q_3) * \sin(q_4) + I_{20} * (\cos(q_2 + q_3) * \sin(q_4) * (1 - 2 * \sin(q_5)^2) - \\ &2 * \sin(q_2 + q_3) * \sin(q_4) * \cos(q_4) * \sin(q_5) * \cos(q_5))); \\ &\approx -2.50 * 10^{-3} * \cos(q_2 + q_3) * \sin(q_4) * \cos(q_5) + 2.48 * 10^{-3} * \sin(q_2) * \sin(q_4) * \cos(q_5) - 6.42 * 10^{-4} * \cos(q_2 + q_3) * \sin(q_4); \end{aligned}$$

$$b_{216} = -b_{126};$$

$$\begin{aligned} b_{223} &= 2 * (-I_{12} * \sin(q_3) + I_5 * \cos(q_3) + I_{16} * (\cos(q_3) * \cos(q_5) - \sin(q_3) * \cos(q_5)) - \\ &\sin(q_3) * \cos(q_4) * \sin(q_5)); \\ &\approx 2.20 * 10^{-2} * \sin(q_3) + 7.44 * 10^{-1} * \cos(q_3); \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} b_{224} &= 2 * (- \\ &I_{16} * \cos(q_3) * \sin(q_4) * \sin(q_5) + I_{20} * \sin(q_4) * \cos(q_4) * \sin(q_5)^2 + I_{21} * \sin(q_4) * \cos(q_4) - \\ &I_{22} * \sin(q_4) * \sin(q_5)); \\ &\approx -2.48 * 10^{-3} * \cos(q_3) * \sin(q_4) * \sin(q_5); \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} b_{225} &= 2 * (-I_{15} * \sin(q_5) + I_{16} * (\cos(q_3) * \cos(q_4) * \cos(q_5) - \\ &\sin(q_3) * \sin(q_5)) + I_{20} * \sin(q_4)^2 * \sin(q_5) * \cos(q_5) + I_{22} * \cos(q_4) * \cos(q_5)); \\ &\approx -2.50 * 10^{-3} * \sin(q_5) + 2.48 * 10^{-3} * (\cos(q_3) * \cos(q_4) * \cos(q_5) - \end{aligned}$$

$$\sin(q_3)*\sin(q_5));$$

$$b_{226}=0; b_{234}=b_{224}; b_{235}=b_{225}; b_{236}=0;$$

$$b_{245}=2*(-I15*\sin(q_4)*\cos(q_5)-I16*\sin(q_3)*\sin(q_4)*\cos(q_5))-I17*\sin(q_4)+I20*\sin(q_4)*(1-2*\sin(q_5)^2);$$

$$\approx 0;$$

$$b_{246}=I23*\cos(q_4)*\sin(q_5);$$

$$\approx 0;$$

$$b_{256}=I23*\sin(q_4)*\cos(q_5);$$

$$\approx 0;$$

***3ème ligne :**

$$b_{312}=0; b_{313}=0;$$

$$b_{314}=2*(-I15*\cos(q_2+q_3)*\cos(q_4)*\sin(q_5)+I22*\sin(q_2+q_3)*\sin(q_4)*\sin(q_5)+I20*(\sin(q_2+q_3)*(\cos(q_5)^2*\cos(q_4)^2-0.5)+\cos(q_2+q_3)*\cos(q_4)*\sin(q_5)*\cos(q_5)))+I14*\sin(q_2+q_3)+I19*\sin(q_2+q_3)*(1-2*\sin(q_4)^2));$$

$$\approx -2.50*10^{-3}*\cos(q_2+q_3)*\cos(q_4)*\sin(q_5)+1.64*10^{-3}*\sin(q_2+q_3)+0.30*10^{-3}*\sin(q_2+q_3)*(1-2*\sin(q_4)^2);$$

$$b_{315}=2*(-I15*\cos(q_2+q_3)*\sin(q_4)*\cos(q_5)+I22*\sin(q_2+q_3)*\sin(q_4)*\cos(q_5))-I17*\cos(q_2+q_3)*\sin(q_4)+I20*\sin(q_4)*(\cos(q_2+q_3)*(1-2*\sin(q_5)^2)-2*\sin(q_2+q_3)*\cos(q_4)*\sin(q_5)*\cos(q_5));$$

$$\approx -2.50*10^{-3}*\cos(q_2+q_3)*\sin(q_4)*\cos(q_5)-6.42*10^{-4}*\cos(q_2+q_3)*\sin(q_4);$$

$$b_{316}=-b_{136}; b_{323}=0;$$

$$b_{324}=2*(I20*\sin(q_4)*\cos(q_4)*\sin(q_5)^2+I21*\sin(q_4)*\cos(q_4)-I22*\sin(q_4)*\sin(q_5))$$

$$\approx 0;$$

$$b_{325}=2*(-I15*\sin(q_5)+I20*\sin(q_4)^2*\sin(q_5)*\cos(q_5)+I22*\cos(q_4)*\cos(q_5));$$

$$\approx -2.50*10^{-3}*\sin(q_5);$$

$$b_{326}=0; b_{334}=b_{324}; b_{335}=b_{325}; b_{336}=0;$$

$$b_{345}=-I15*2*\sin(q_4)*\cos(q_5)-I17*\sin(q_4)+I20*\sin(q_4)*(1-2*\sin(q_5)^2);$$

$$\approx -2.50*10^{-3}*\sin(q_4)*\cos(q_5);$$

$$b_{346}=b_{246}; b_{356}=b_{256};$$

***4ème ligne :**

$$b_{412}=-b_{214}; b_{413}=-b_{314}; b_{414}=0;$$

$$b_{415}=-I_{20}*(\sin(q_2+q_3)*\cos(q_4)*(1-2*\sin(q_5)^2)+2*\cos(q_2+q_3)*\sin(q_5)*\cos(q_5))-I_{17}*\sin(q_2+q_3)*\cos(q_4);$$

$$\approx -6.42*10^{-4}*\sin(q_2+q_3)*\cos(q_4);$$

$$b_{416}=-b_{146}; b_{423}=-b_{324}; b_{424}=0;$$

$$b_{425}=I_{17}*\sin(q_4)+I_{20}*\sin(q_4)*(1-2*\sin(q_5)^2);$$

$$\approx 6.24*10^{-4}*\sin(q_4);$$

$$b_{426}=-b_{246}; b_{434}=0; b_{435}=b_{425}; b_{436}=-b_{346};$$

$$b_{445}=-I_{20}*2*\sin(q_5)*\cos(q_5) \approx 0; b_{446}=0; b_{456}=-I_{23}*\sin(q_5) \approx 0;$$

***5ème ligne :**

$$b_{512}=-b_{215}; b_{513}=-b_{315}; b_{514}=-b_{415}; b_{515}=0; b_{516}=-b_{156};$$

$$b_{523}=-b_{325}; b_{524}=-b_{425}; b_{525}=0; b_{526}=-b_{256};$$

$$b_{534}=b_{524}; b_{535}=0; b_{536}=-b_{356};$$

$$b_{545}=0; b_{546}=-b_{456};$$

$$b_{556}=0;$$

***6ème ligne :**

$$b_{612}=b_{126}; b_{613}=b_{136}; b_{614}=b_{146}; b_{615}=b_{156}; b_{616}=0;$$

$$b_{623}=0; b_{624}=b_{246}; b_{625}=b_{256}; b_{626}=0;$$

$$b_{634}=b_{624}; b_{635}=b_{625}; b_{636}=0;$$

$$b_{645}=b_{456}; b_{646}=0; b_{656}=0;$$

5. Eléments de la matrice centrifuge (6 × 6)

L'unité des éléments [Kg-m²].

$$c_{11}=0;$$

$$c_{12}=I_4*\cos(q_2)-I_8*\sin(q_2+q_3)-I_9*\sin(q_2)+I_{13}*\cos(q_2+q_3)+I_{15}*\sin(q_2+q_3)*\sin(q_4)*\sin(q_5)+I_{16}*\cos(q_2)*\sin(q_4)*\sin(q_5)+I_{18}*(\cos(q_2+q_3)*\cos(q_4)*\sin(q_5)+\sin(q_2+q_3)*\cos(q_5))+I_{19}*\cos(q_2+q_3)*\sin(q_4)*\cos(q_4)+I_{20}*\sin(q_4)*(\cos(q_2+q_3)*\cos(q_4)*\cos(q_5)^2-\sin(q_2+q_3)*\sin(q_5)*\cos(q_5))+I_{22}*\cos(q_2+q_3)*\sin(q_4)*\sin(q_5);$$

$$\approx 6.90*10^{-1}*\cos(q_2)+1.34*10^{-1}*\sin(q_2+q_3)-2.38*10^{-2}*\sin(q_2);$$

Annexe

$$c_{13}=0.5*b_{123};$$

$$\begin{aligned} c_{14} &= -I_{15}*\sin(q_2+q_3)*\sin(q_4)*\sin(q_5)- \\ & I_{16}*\cos(q_2)*\sin(q_4)*\sin(q_5)+I_{18}*\cos(q_2+q_3)*\cos(q_4)*\sin(q_5)+I_{20}*\sin(q_2+q_3)*\sin(q_4)*\sin(q_5)*\cos(q_5)-I_{22}*\cos(q_2+q_3)*\sin(q_4)*\sin(q_5) \\ & \approx 0; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} c_{15} &= -I_{15}*\sin(q_2+q_3)*\sin(q_4)*\sin(q_5)- \\ & I_{16}*\cos(q_2)*\sin(q_4)*\sin(q_5)+I_{18}*(\sin(q_2+q_3)*\cos(q_5)+\cos(q_2+q_3)*\cos(q_4)*\sin(q_5)) -I_{22}*\cos(q_2+q_3)*\sin(q_4)*\sin(q_5) \\ & \approx 0; \end{aligned}$$

$$c_{16}=0;$$

$$c_{21}=-2.1*b_{112};$$

$$c_{22}=0;$$

$$c_{23}=0.5*b_{223};$$

$$\begin{aligned} c_{24} &= -I_{15}*\cos(q_4)*\sin(q_5)-I_{16}*\sin(q_3)*\cos(q_4)*\sin(q_5)+I_{20}*\cos(q_4)*\sin(q_5)*\cos(q_5) \\ & \approx 0; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} c_{25} &= -I_{15}*\cos(q_4)*\sin(q_5)+I_{16}*(\cos(q_3)*\cos(q_5)- \\ & \sin(q_3)*\cos(q_4)*\sin(q_5))+I_{22}*\cos(q_5) \\ & \approx 0; \end{aligned}$$

$$c_{26}=0;$$

$$c_{31}=-0.5*b_{113};$$

$$c_{32}=-c_{23}; c_{33}=0;$$

$$\begin{aligned} c_{34} &= -I_{15}*\cos(q_4)*\sin(q_5)+I_{20}*\cos(q_4)*\sin(q_5)*\cos(q_5) \\ & \approx -1.25*10^{-3}*\cos(q_4)*\sin(q_5); \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} c_{35} &= -I_{15}*\cos(q_4)*\sin(q_5)+I_{22}*\cos(q_5) \\ & \approx c_{34}; c_{36}=0; \end{aligned}$$

$$c_{41}=-0.5*b_{114};$$

$$c_{42}=-0.5*b_{224};$$

$$c_{43}=0.5*b_{423};$$

$$c_{44}=0; c_{45}=0; c_{46}=0;$$

$$c_{51}=-0.5*b_{115};$$

$$c_{52}=-0.5*b_{225};$$

$$c53=0.5*b523;$$

$$c54=-0.5*b445;$$

$$c55=0; c56=0; c61=0; c62=0; c63=0; c64=0; c65=0; c66=0;$$

6. Les termes de la gravité

L'unité des éléments est (Newton-Mètre)

$$g1=0;$$

$$g2=G1*\cos(q2)+G2*\sin(q2+q3)+G3*\sin(q2)+G4*\cos(q2+q3)+G5*(\sin(q2+q3)*\cos(q5)+\cos(q2+q3)*\cos(q4)*\sin(q5));$$

$$g3=G2*\sin(q2+q3)+G4*\cos(q2+q3)+G5*(\sin(q2+q3)*\cos(q5)+\cos(q2+q3)*\cos(q4)*\sin(q5));$$

$$g4=-G5*\sin(q2+q3)*\sin(q4)*\sin(q5);$$

$$g5=G5*(\cos(q2+q3)*\sin(q5)+\sin(q2+q3)*\cos(q4)*\cos(q5));$$

$$g6=0;$$

BIBLIOGRAPHIE

- [1] An C.H., Hollerbach J.M., "Kinematic Stability Issues in Force Control of Manipulators, Proc. IEEE Int. Conf. On Robotics and Automation, Raleigh, mars/avril 1987, p. 897-903.
- [2] Armstrong B., Khatib O., Burdick J., "The explicit dynamic model and inertial parameters of the STAUBLI TX 90 arm", Proc. IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation, San Francisco, avril 1986, p. 510-518.
- [3] Armstrong B., "Dynamics for Robot Control : Friction Modelling and Ensuring Excitation During Parameter Identification", Ph. D Thesis, Dept. Electrical Engineering, Stanford University, May 1988.
- [4] Chan S.P., Liaw H.C., "Generalized Impedance Control of Robot for Assembly Tasks Requiring Compliant Manipulation", IEEE Transactions. on Industrial Electronics, Vol. 43, No. 4. August 1996, p. 453-461.
- [5] Craig J.J., Introduction to Robotics Mechanics and control, 2nd Edition, Addison- Wesley Publishing Company, 1998.
- [6] De Carlo R. A., Zak S. H., Matthews G. P., "Variable Structure Control of Nonlinear Multivariable Systems : A Tutorial", Proceedings of the IEEE, Vol. 76, No. 3, pp. 212-232, March 1988.
- [7] Hamerlain M., "Commande Hiérarchisée à Modèle de Référence et à Structure Variable d'un Robot Manipulateur à Muscle Artificiel", Thèse de Doctorat de l'INSA de Toulouse, Spécialité. Automatique, Informatique Industrielle, Janvier 1993.
- [8] Hogan N., "Impedance Control of Industrial Robots", Journal of Robotics and Computer Integrated Manufacturing, 1(1): 97-113, 1984.
- [9] Hogan N., "Impedance Control : An Approach to Manipulation : Parts I, II, and III", Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control, vol. 107, 1-24, March 1985.
- [10] Kazerooni H., Sheridan T., Houpt P., "Robust Compliant Motion for Manipulators, Parts I and II", IEEE Journal of Robotics and Automation, RA-2(2): 83-105, June 1986.
- [11] Khalil W., Dombre E., Modélisation, Identification et commande des Robots, 2^{ème} édition revue et augmentée, Hermès Science Publications, Paris, 1999.
- [12] Khatib O., Burdick J., "Motion and Force Control of Robot Manipulators", Proc. IEEE Int. Conf. Robotics and Automation, 1986, p. 1381-1386.

Bibliographie

- [13] Khatib O., "A Unified Approach for Motion and Force Control of Robot Manipulators : The Operational Space Formulation". IEEE Journal of Robotics and Automation, vol. RA-3, No. 1, p. 43-53, February 1987.
- [14] Raibert M.H., Craig J.J., "Hybrid Force-Position Control of Manipulators", Trans. of the ASME, Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control, vol. 103, June 1981, pp. 126-133.
- [15] Volpe R.A., "Real and Artificial Forces in the Control of Manipulators: Theory and Experiments", Ph. D Thesis, Dept. Physics, Department of Physics, The Robotics Institute, Carnegie Mellon University, Pittsburgh, September 1990.
- [16] Whitney D. E., "Force feedback control of manipulators fine motions", Trans. ASME J. Dyn. Sys., Meas., Contr., Vol. , pp. 91-97, June 1977.
- [17] Whitney D. E., "Historical Perspective and State of the Art in Robot Force Control", In Proceedings of the IEEE Conference on Robotics and Automation, pages 262-268, 1985.
- [18] Whitcomb L. L., Arimoto S., Naniwa T., Ozaki F., "Adaptive Model-Based Hybrid Control of Geometrically Constrained Robot Arms", IEEE Transactions on Robotics and Automation, submitted : january 26 1995, Revised : November 15 1995.
- [19] Robot Manipulators, Etienne Dombre & Wisama Khalil, 2007
- [20] Commande des robots manipulateurs, Wisama Khalil, 2002
- [21] Visión por computador, Arturo de la Escalera, 2001
- [22] Tele operación y tele robótica, J.M. Gómez de Gabriel & al, 2006
- [23] Recerca en automàtica, visió i robòtica, Antoni Grau & vincenz Puig, 2004
- [24] Safety for a robot arm moving amidst human by using panoramic vision, Enric Cervera & al, 2006
- [25] Site internet du laboratoire de robotique de l'université de Laval, Canada, <http://robot.gmc.ulaval.ca/index.html>
- [26] Site internet du constructeur de la main BarretHand-8, USA,