RÉPUBLIQUE ALGÉRIENNE DÉMOCRATIQUE ET POPULAIRE
MINISTÈRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE
UNIVERSITÉ MOULOUD MAMMERI DE TIZI-OUZOU

FACULTÉ DU GÉNIE ÉLECTRIQUE ET INFORMATIQUE

DÉPARTEMENT D'ÉLECTROTECHNIQUE

THESE DOCTORAT 3eme CYCLE LMD

Filière : ÉLECTROTECHNIQUE

Spécialité : Modélisation et conception des Systèmes Electromagnétiques

Présenté par

ABBA Faiza

Sujet**:**

Prototypage Virtuel des Machines Électriques : Modélisation numérique multi-physique dédiée à la conception optimale et au diagnostic.

Devant le jury d'examen composé de:

M. MOKDAD Rabah	Professeur	Université Mouloud Mammeri – Tizi Ouzou	Président
M. RACHEK M'hemed	Professeur	Université Mouloud Mammeri – Tizi Ouzou	Rapporteur
M. HOUASSINE Hamza	Maitre de conférences classe A	Université Mohand Oulhadj - Bouira	Examinateur
M. MOHELLEBI Hassane	Professeur	Université Mouloud Mammeri – Tizi Ouzou	Examinateur
M. BENSAID Samir	Professeur	Université Mohand Oulhadj - Bouira	Examinateur

Soutenue le **: 27 février 2021**

REMERCIEMENTS

Le travail présenté dans cette thèse à été effectué au département d'Electrotechnique de l'université Mouloud Mammeri de Tizi-Ouzou.

Tout d'abord, j'exprime mes profonds remerciements à mon directeur de thèse, le professeur **Rachek M'hemed** (Université de Mouloud Mammeri). Je lui très reconnaissant de m'avoir transmis ses précieux conseils sur le plan technique et scientifique. Je le remercie également pour sa responsabilité, sa disponibilité, son haut niveau de compétence, sa patience durant mes années de thèse.

Je tiens à exprimer ma gratitude envers **M. MOKDAD Rabah**, **M. BENSAID Samir**, **M.HOUASSINE Hamza et M. MOHELLEBI Hassane**, qui me font l'honneur d'être membres de mon jury de thèse. Je suis très heureuse que M. Mokdad, professeur a l'université de Mouloud Mammeri de Tizi-Ouzou, ai pu se dégager de ses obligations et de me faire l'honneur d'être président de mon jury de thèse, et d'avoir accepté de juger mes travaux.

J'exprime mes sincères remerciements à Monsieur Mouloud FELIACHI, professeur émérite à l'université de Nantes, France pour son accueil durant mon stage de courte durée effectuée au sein du laboratoire de l'Institut de Recherche en Electrotechnique et Electronique de Nantes Atlantique (IREENA). Le stage est octroyé par l'université Mouloud Mammeri de Tizi-Ouzou.

Je voudrais adresser mes vifs remeciements aux personnels d'Electro-Industries Azazga et particulirére Madame Hedjaz pour l'aide qu'elle ma fournie. Je voudrais adresser aussi mes vifs remeciements aux personnels du département pour l'aide qu'ils mon fournie.

Je tiens a remercier tous les membres de notre laboratoire ainsi que l'ensemble du personnel du rectorat de l'université Mouloud Mammeri, la faculté de Genie Electrique et d'Informatique et le département d'électrotechnique.

Mes meilleurs reconnaissances et dédicaces envers tout ma famille qui m'on encouragé et mont réservé les meilleurs conditions pour travailler tout au long de mes étude

Liste des Figures

Chapitre I

Figure(I.1) : Actionneur en E (Bobine +Circuit magnétique) 8

Figure (I.2) : Structure d'une machine asynchrone: (a): rotor a cage (b) rotor bobiné 8

Figure (I.3) : Cycle de vie d'un moteur électrique et impacts environnementaux générés 9

Figure (I.4) : Machines et actionneurs électriques existants 11

Figure (I.5) : Déformation due aux forces magnétiques 13

Figure (I.6) : Illustration de la courbe B-H et les caractéristiques des aimants 15

Figure (I.7) : Aimants en fonction de leurs propriétés 15

Figure (I.8) : Pertes massiques des différents matériaux 17

Figure (I.9) : Classe de rendement IE pour les moteurs 4 pôles /50HZ dont la puissance varie 0.12 à 1000 KW 18

Figure (I.10) : Organigramme représentant la méthodologie de conception d'un moteur électrique 23

Figure (1.11) : Modèle de comportement et modèle de conception 24

Figure(I.12) : Classement des différents modèles 25

Figure(I.13) : Différentes modélisation d'un actionneur électromagnétique 26

Figure(I.14) : Domaine bidimensionnelle Ω 27

Figure(I.15) : Découpage en éléments finis du domaine Ω 27

Figure (I.16) : Réluctances équivalents des différentes parties magnétiques de la MRV 30

Figure (I.17) : Présentation de la feuille statorique 34

Figure (I.18) : Schéma monophasé équivalent 39

Figure (I.19) : Puissance absorbée en fonction du glissement 43

Figure (I.20) : Courant absorbée en fonction du glissement 43

Figure (I.21) : Facteur de puissance en fonction du glissement 44

Figure (I.22) : Puissance utile en fonction du glissement 44

Figure (I.23) : Couple utile en fonction du glissement 44

Chapitre II

Figure(II.1) : Synoptique des couplages multi-physiques en électrotechnique 49

Figure(II.2) : Interface entre deux milieux Ω_1 et Ω_2 52

Figure(II.3) : Diagramme « de Tonti » pour le problème électrotechnique 53

Figure(II.4) : Conditions aux limites Γ_H et Γ_B 54

Figure(II.5) : Problème type magnétodynamique. 57

Figure(II.6) : Description du problème mécanique 60

Figure(II.7) : Allure typique d'une courbe conventionnelle d'un essai de traction sur une éprouvette en acier 61
Figure (II.8) : Matrice d'échange thermique entre les différentes régions de la machine 66
Figure(II.9) : Représentation temporelle multi-échelles des différents domaines 69
Figure(II.10) : Interaction des modèles multi-physiques 70
Figure(II.11) : Application du tenseur de Maxwell 72
Figure(II.12) : Variation continue des propriétés électromagnétiques a l'interface de deux domaines Ω_1 et Ω_2 73

Chapitre III

Figure(III.1) : Configuration d'un conducteur massif 79
Figure (III.2) : Une seule spire avec ces conducteurs allers et retours 81
Figure (III.3) : N_{cond} conducteur connecté en série 81
Figure (III.4) : Modèles et équations électriques en régime transitoire (repère abc). 82
Figure(III.5) : Lignes de champ dans un moteur a induction 82
Figure (III.6) : Topologie des machines électriques 84
Figure (III.7) : Définition des domaines du stator et du rotor sur un pole de la machine asynchrone ..85
Figure (III.8) : Représentation des bobines statorique branchées en parallèle. 87
Figure(III.9) : Connections des phases du stator (a) en Triangle-Connexion, (b) Etoile-Connexion ...88
Figure (III.10) : Schéma électrique de la cage d'écureuil du rotor 99
Figure (III.11) : Discrétisation dans le cas du maillage non-conforme 94
Figure (III.12) : Maillage avant le déplacement 96
Figure(III.13) : Maillage après le déplacement 96
Figure (III.14) : Conditions aux limites après le déplacement 97
Figure (III.15) : Maillage régulier dans l'entrefer 98
Figure (III.16) : Maillage non régulier dans l'entrefer. 99
Figure(III.17) : Contour d'intégration pour le calcul du couple électromagnétique 105
Figure (III.18) : Implémentation du couplage magnéto-électrique non linéaire de la machine asynchrone 107
Figure (III.19) : Vue en coupe droite de la machine étudiée 108
Figure (III.20) : Caractéristique B(H) pour les parties ferromagnétiques 110
Figure (III.21) : Définition des domaines du stator et du rotor et les conditions aux limites à imposer sur les frontières 111

Figure (III.22) : Maillages éléments finis 2D de la Machine Asynchrone 112
Figure(III.23) : Potentiel vecteur magnétique sur l'interface de connexion stator et rotor au milieu de l'entrefer 113
Figure (III.24) : Allures des courants dans les enroulements A, B, C des phases du stator à rotor bloqué (g=0) : Régime transitoire électromagnétique +martiaux magnétiques linéaires 113
Figure (III.25) : Comparaison des courants dans la phase A à rotor bloqué (g=0) : Régime transitoire électromagnétique +matériau linéaire et non linéaire 114
Figure (III.26) : Carte du champ (a) g=1, (b) : g=0 115
Figure (III.27) : Bloc d'essais de la machine a induction (5.5KW 4 pôles)..............................115
Figure(III.28) : *Bloc de mesure et de commande (3 Ampèremètres, 1 Voltmètre, 1 Wattmètre),* 116
Figure(III.29) : Image de l'écran de l'oscilloscope âpre l'établissement du régime permanant à rotor bloqué. 117
Figure(III.30) : Courant de phase mesurée à rotor bloqué expérimental...117
Figure(III.31) : Comparaison des allures du courant de phase, simulée et expérimentale a rotor bloqué. 118
Figure (III.32) : Transitoire mécanique à vide (Image de l'écran de l'oscilloscope). 119
Figure (III.33) : Courant visualisé de phase à Vide 119
Figure (III.34) : Image de l'écran de l'oscilloscope âpre l'établissement du régime permanant en charge 120
Figure (III.35) : Courant de phase visualiser en charge en régime permanent 120

Chapitre IV

Figure(IV.1) : Couplage des grandeurs électriques et magnétiques 126
Figure(IV.2) : Diagramme illustrant le couplage magnéto-élastique des milieux 127
Figure(IV.3) : Schéma de principe générale des actionneurs électromagnétiques 128
Figure(IV.4) : Schéma de représentation des bobines 130
Figure(IV.5) : Implémentation du couplage multi-physique d'un actionneur électromagnétique. 141
Figure(IV.6) : Configuration géométrique de l'actionneur électromagnétique 142
Figure(IV.7) : L'approximation de la courbe B-H le matériau noyau ferromagnétique (Fe) 143
Figure(IV.8) : L'approximation de la courbe B-H Vacofer S1 144
Figure(IV.9) : L'approximation de la courbe B-H Fe-Cu alloy 144
Figure(IV.10) : Les conditions aux limites du problème magnétique et mécanique de déformation .145
Figure(IV.11): Distribution du potentiel vecteur magnétique à t=0.05s 146

Figure(IV.12) : Distribution du module et vecteur de l'induction magnétique 147
Figure (IV.13): L'évolution temporelle du courant non linéaire dans la bobine 147
Figure (IV.14): Densité de courant induit maximal dans la plaque ferromagnétique non-linéaire VACOFER S1 148
Figure (IV.15): Densité de force magnétique volumique maximal f_{Vy} dans la plaque ferromagnétique non-linéaire VACOFER S1 149
Figure(IV.16) : Densité de force magnétique volumique maximal f_{Vx} dans la plaque ferromagnétique non-linéaire VACOFER S1 149
Figure(IV.17) : la force magnétique totale pour un matériau non linéaire 149
Figure(IV.18) : Densité de force surfacique f_y en fonction de la position 150
Figure(IV.19) : Densité de force surfacique f_{Sy} en fonction du temps 151
Figure(IV.20) : Densité de force surfacique f_{Sx} en fonction du temps 151
Figure(IV.21) : Évaluation des composantes des déformations en fonction de la densité de force magnétique pour deux matériaux ferromagnétiques non linéaires:(a)Vacofer S1, (b) Fe–Cu alloy .. 152
Figure (IV.22) : Déformation maximale du Vacofer S1 magnétique non-linéaire pour différentes entrefer et tension d'alimentation: tension d'alimentation (a) 80V, et (b) 120V 154
Figure (IV.23) : Déformation maximale du Fe-Cu alloy magnétique non-linéaire pour différentes entrefer et tension d'alimentation: tension d'alimentation (a) 80V, et (b) 120V. 154
Figure(IV.24) : Configuration géométrique de l'actionneur électromagnétique 156
Figure(IV.25) : Étude de la plaque ferromagnétique en présence du défaut 157
Figure (IV.26) : L'évolution temporelle des courants non linéaire dans les bobines 158
Figure(IV.27) : Distribution du module et vecteur de l'induction magnétique en présence du défaut 159
Figure (IV.28): Distribution du vecteur de densité de force magnétique à l'état sain de la plaque ferromagnétique pour un lift-off= 5mm 160
Figure(IV.29) : Densité volumique de force magnétique en fonction du temps pour différents lift offs à l'état sain 161
Figure (IV.30): Densité volumique de force magnétique en fonction du temps sans et avec présence de défaut pour un lift off de 5mm 161
Figure(IV.31) : Déformation mécanique maximale en fonction de la densité volumique de force magnétique maximale pour différentes lift-offs à l'état sain 162
Figure(IV.32) : Déformation mécanique maximale en fonction de la densité volumique de force magnétique maximale sans et avec présence de défaut pour un lift off de 5mm 163

Liste des Tableaux

Chapitre I

Tableau (I.1) : Inductions magnétiques permises dans les circuits magnétiques des machines électriques standards 12

Tableau (I.2) : Densités de courant et charges linéaires de courant permises dans divers types de machines électriques tournantes standards 12

Tableau (I.3) : Exemples de propriétés magnétiques des aimants 16

Tableau (I.4) : Classes d'isolations et la température maximal des différents matériaux 17

Tableau (I.5): Planning d'implémentation du règlement UE n^{0}640/2009 de la Directive 2009/125/CE 20

Tableau (I.6): Eléments de formulation d'un problème éléments finis 30

Chapitre II

Tableau (II.1) : Les équations de Maxwell sous formes intégrales et différentielles 50

Tableau (II.2) : Unité et natures des grandeurs électromagnétiques 50

Tableau (II.3) : Propriétés des matériaux et différentes grandeurs 51

Tableau (II.4) : Sources électromagnétiques 55

Tableau (II.5) : Les différents formulations magnétodynamiques et magnétostatiques 58

Tableau (II.6) : Cas de déformations planes et de contrainte planes 63

Chapitre III

Tableau (III.1) : Confrontation des modèles externes aux modèles internes d'une machine a Induction 50

Tableau (III.2) : Dimensions géométriques du moteur étudié 50

Tableau (III.3) : Caractéristiques nominales du moteur étudié 51

Tableau (III.4) : Les mesures à rotor bloqué du moteur à induction modélisé 55

Tableau (III.5) : Les mesures à vide du moteur à induction modélisé 58

Tableau (III.6) : Les mesures en charge du moteur à induction modélisé 63

Chapitre IV

Tableau(IV.1) : Paramètres géométriques de l'actionneur 142

Tableau(IV.2) : Paramètres électrique de l'actionneur 143

Tableau (IV. 3). Paramètres mécaniques de l'actionneur 143

Tableau(IV.4) : Les déformations maximales pour les différents épaisseurs entrefers et tension d'alimentation pour les alliages Vacofer S1 et Fe–Cu alloy 155

Tableau(IV.5) : Paramètres géométriques et physiques de l'actionneur électromagnétique. 157

Tableau(IV.6) : Dimensions des différents défauts de la plaque ferromagnétique 157

Tableau(IV.7). Valeurs maximales de la densité de force magnétique et de la déformation mécanique en fonction de différents lift-offs à l'état sain et en présence du défaut 163

Table des matières

Introduction générale 1

Chapitre I : Etat de l'art sur les approches de conception et de modélisation multi-physiques

I.1 Introduction 7
I.2 Systèmes électromécaniques 8
I.3 Cycle de vie des machines électriques 9
I.4 Inventaire des machines électriques 10
I.4.1 Limitation et contraintes 11
I.4.1.1 Les contraintes électriques et magnétiques 12
I.4.1.2 Les contraintes thermiques 13
I.4.1.3 Les effets des vibrations et des bruits 13
I.4.2 Principaux matériaux utilisés dans les machines électriques 14
I.4.2.1 Les aimants permanents 14
I.4.2.2 Matériaux ferromagnétiques 16
I.4.2.3 Isolations 17
I.4.3 Répartition des nouvelles classes de rendement des moteurs électriques selon la norme CEI-60034-30-1 18
I.4.4 Directives de la commission Européenne sur l'éco conception des moteurs électriques 19
I.5 Problématique de la conception optimale des machines électriques 20
I.5.1 Démarche de conception optimale d'un moteur électrique 21
I.5.1.1 Analyse du cahier de charge 21
I.5.1.2 Formulation du problème 21
I.5.1.3 Résolution du problème 22
I.5.1.4 Exploitation et analyse des résultats 22
I.5.1.5 Solution retenue 22
I.5.2 Orientation des modèles 24
I.5.3 Différents approches de modélisations des machines électriques 24
I.5.3.1 Les modèles analytiques 26
I.5.3.2 Les modèles numériques à base des élements finis 27
I.5.3.3 Les modèles semi- analytiques 30
I.5.4 Les algorithmes d'optimisation 31
I.6 Dimensionnement analytico-empirique d'un moteur asynchrone triphasé à cage et analyse des performances 31

I.6.1 Dimensions principales et les contraintes électromagnétiques 32
I.6.2 Calcul des dimensions des encoches au stator 34
I.6.3 Calcul des dimensions des encoches au rotor 36
I.6.4 Calcul du circuit magnétique 37
I.6.5 Calcul des paramètres électriques 38
I.6.5.1 Calcul des réactances de fuites au stator 39
I.6.5.2 Calcul des réactances de fuites au rotor 40
I.6.5.3 Calcul des paramètres du schéma équivalent 40
I.6.6 Application et Résultats 41
I.7 Conclusion 44

Chapitre II : Modélisation multi-physique des dispositifs électromagnétiques

II.1 Introduction 48
II.2 Modélisation des phénomènes électriques 49
II.3 Modélisation des phénomènes électromagnétiques 50
II.3.1 Equations de Maxwell 50
II.3.2 Lois de comportement et milieux 51
II.3.3 Condition de passage 52
II.3.4 Diagramme de Tonti 53
II.3.5 Conditions aux limites 54
II.3.6 Sources électromagnétiques 54
II.3.7 Les potentiels électromagnétiques 55
II.3.8 Condition de Jauge 56
II.3.9 Modèle magnétodynamique bidimensionnel 57
II.4 Modélisation des phénomènes mécaniques 58
II.4.1 Modèles mécaniques 59
II.4.2 Modèles mécaniques des déformations 60
II.4.2.1 Equation d'équilibre mécanique et conditions aux limites 60
II.4.2.2 Lois des comportements mécanique 61
II.4.2.3 Tenseur de déformation 62
II.4.2.4 Équation de contrainte-déformation en 2D 63
II.4.2.5 Équation de compatibilité (contrainte-déplacement) 63
II.5 Modélisation des phénomènes thermiques 64
II.5.1 Equation de chaleur 64
II.5.2 Différents modes de transfert de chaleur 65
II.5.3 Calcul des sources thermiques 66
II.5.3.1 Les pertes joules 66
II.5.3.2 Les pertes fer 67
II.5.3.3 Les pertes supplémentaires en charge 67
II.6 Phénomènes mise en jeu dans les couplages multi-physiques 68
II.6.1 Différentes échelles temporelles 68
II.6.2 Différentes méthodes de couplage 69
II.7 Calcul des forces magnétiques 70
II.8 Conclusion 74

Chapitre III : Modélisation électromagnétique par éléments finis (2D) des machines électriques en régime transitoire

III.1 Introduction 77
III.2 Représentation des circuits électriques 78
III.2.1 Equations électriques dans un conducteur massif 78
III .2.2 Equation électrique dans les enroulements filaires 80
III .3 Modèles électromagnétiques des machines électriques 82
III .4 Modèle magnétodynamique des machines électriques 83
III .5 Modélisation électromagnétique des machines a induction avec couplage d’interface 85
III .5.1 Domaine d’étude 85
III .5.2 Equation du champ et circuit électrique 86
III .5.2.1 Problème du stator 86
III .5.2.2 Problème du rotor 88
III .5.2.3 Formulation éléments finis des équations du champ et des circuits électriques 91
III .5.2.4 Discrétisation des équations dans le temps 92
III .6 Prise en compte du mouvement par la méthode d’interpolation nodale 94
III .7 Problème du couplage des champs dans l’entrefer de la machine à induction 95
III .7.1 Maillage a interfaces réguliéres 98
III .7.2 Maillage a interfaces non réguliéres 99
III .8 Equations globales du problème magnétique couplé aux circuits électriques en régime transitoire linéaire 100
III .9 Equations globales du problème magnétique couplé aux circuits électrique en régime transitoire non linéaire 101
III .10 Problème magnétodynamique et équation mécanique du rotor 104
III .11 Application et Résultats 106
III .11.1 Présentation de la topologie de la machine (MAS) étudiée 108
III .11.2 Propriétés magnétiques des régions magnétiques (MAS) 109
III .11.3 Conditions aux limites 110
III .11.4 Maillage de la machine 111
III .11.5 Application a l’étude du régime transitoire électromagnétique à vitesse constante 112
III .11.6 Résultats pratiques 115
III .11.6.1 Résultats pratique à rotor bloque du moteur a induction modélisé 116
III .11.6.2 Résultats pratique à vide du moteur à induction modélisé 118
III .11.6.3 Résultats pratique en charge du moteur à induction modélisé 120
III .12 Conclusion 121

Chapitre IV : Modélisation multi-physique : Couplage électrique-magnétique et mécanique de déformation par éléments finis en régime transitoire dans les actionneurs électromagnétiques

IV.1 Introduction 125
IV.2 Problème de couplage électrique-magnétique 126
IV.3 Problème de couplage magnéto-mécanique 127
IV.4 Mise en œuvre du couplage électrique-magnétique dans les actionneurs électromagnétiques 128
IV.4.1 Formulation éléments finis (MEF) des équations du champ magnétique 128
IV.4.2 Equations du circuit électrique 130
IV.4.3 Formulation (MEF) du couplage fort électrique-magnétique en régime transitoire non linéaire 131
IV.5 Calcul des densités de force magnétique dans un matériau ferromagnétique 133
IV.6 Mise en œuvre du couplage magnéto-mécanique de déformation 135
IV.6.1 Formulation faible du problème mécanique 135
IV.6.2 Approche de Galerkin 137
IV.7 Application et résultats 140
IV.7.1 Application I : Modélisation multi-physique d'un actionneur électromagnétique ...142
IV.7.1.1 Domaine d'étude et conditions aux limites 142
IV.7.1.2 Les résultats des simulations du couplage fort magnéto-électrique (MEF) 145
IV.7.1.3 Les résultats des simulations du problème de déformation mécanique (MEF) 151
IV.7.1.4 Influences des paramètres géométriques et physiques sur les déformations mécaniques de la plaque ferromagnétique 153
IV.7.2 Application II : L'analyse précoce des déformations dédiées au contrôle non destructif d'un actionneur électromagnétique 155
IV.7.2.1 Caractéristiques géométrique et physique de l'actionneur 156
IV.7.2.2 Résultats du problème électrique-magnétique dans la plaque ferromagnétique en présence des défauts 158
IV.7.2.3 Résultats du problème mécanique sans et avec présence de défauts 162
IV.8 Conclusion 164

Conclusion générale 165

Annexes 167

Bibliographie

Introduction générale

DÉPUIS LEURS INVENTIONS AU DÉBUT DU 19^{éme} SIECLE, les convertisseurs électromécaniques, tels que (les machines électriques linéaires/tournantes, les actionneurs électromagnétiques) ont été un facteur de développement prédominant dans les secteurs industriels. De nombreux types de convertisseurs électromécaniques ont été développés pour différents types d'applications industrielles, de systèmes robotiques, véhicules électriques, trains électriques, transport naval et aérien, automobiles, transport urbain : (automobiles, bus, tramway, vélos, …), de domaines biomédicaux. La recherche et le développement technologique des convertisseurs électromécaniques restent un domaine important en génie électrique.

Le terme convertisseurs électromécaniques en génie électrique désigne généralement toutes les machines qui utilisent les forces électromagnétiques comme principe de leur fonctionnement (machines électriques et actionneurs électromagnétiques). Par conséquent, la conception optimale, le développement et l'analyse des convertisseurs électromécaniques nécessitent de prendre en compte le calcul des forces électromagnétiques et l'intégration des interactions des phénomènes physiques de différentes natures (telle que les phénomènes électromagnétiques, électriques, thermiques, mécaniques classique du mouvement et déformation structurelle) qui sont fortement influencés par les propriétés magnétiques du matériau, les paramètres électriques, thermiques, et mécaniques (mouvement/déformation) **[Belahcen 2004] [Boughanmi 2016] [Clausse 2018] [Sathyan2020].** Une recherche de ces interactions physiques sur le procédé de fabrication, sur la gestion du cycle de vie, sur la maintenance et finalement sur l'environnement est actuellement d'un grand intérêt scientifique et industriel **[Boughanmi 2012].**

Les matériaux ferromagnétiques dans les dispositifs électromagnétiques sont soumis à des problèmes indésirables tels que les vibrations, le bruit acoustique qui entraînent une diminution des performances et de la durée de vie des dispositifs et des systèmes associés. **[Hilgert 2005] [Belahcen 2006][Lee 2008] [Podhajecki 2008].**La cause de la déformation et de vibration peut être divisée en différentes catégories telles que les effets électromagnétiques, mécaniques et aérodynamiques. Les causes électromagnétiques des déformations se sont avérées être les forces magnétiques et la magnétostriction. Le phénomène magnéto-mécanique qui provoque une déformation géométrique dans un matériau ferromagnétique sous l'influence d'un champ magnétique externe est appelé magnétostriction. Les composants mécaniques tels que les roulements et les systèmes de refroidissement contribuent également aux vibrations et aux bruits indésirables **[Belahcen 2006] [Galopin 2007] [Hocini 2013] [Sathyan2020]**. L'étude par modélisation analytique et numérique des causes des déformations mécaniques, le développement de méthodes pour réduire les phénomènes de déformations dans le dispositif sont importants dans les phases de conception optimale des dispositifs et du diagnostic. Des modèles précis des forces magnétiques et des phénomènes de couplage multiphysiques sont indispensables dans de telles études.

La présence d'un défaut entraine des variations qualitatives (répartition et distribution) et quantitatives (amplitudes) des courants induits et du champ électromagnétique traduit à travers la force/densité de force magnétique **[Maouche 2007][Pengpeng 2016]**.La corrélation entre les variations de la force magnétique et le défaut est caractérisé par une déformation mécanique , permettra d'une part la détection précoce du défaut , et d'autre part de quantifier sa severité en vue d'opérer l'activité de maintenance prédictive , objectif ultime du contrôle non-destructif (CND).

Le travail présenté dans ce mémoire de thèse débute par la présentation d'un état de l'art sur les approches analytico-empiriques de conception des machines électriques. D'autre part, la modélisation multi-physique électromagnétique-mécanique des convertisseurs électrotechniques (actionneurs, machines électriques,…) est hiérarchisée dans le cadre du prototype virtuel selon le sens de transformation de l'énergie à travers les différents composants du dispositif (stator, rotor, bobines filaires/massives, organes mécaniques,…). Ainsi à travers l'analyse du comportement magnétique, électrique et mécanique (mouvement/déformation) de ces structures, des outils de modélisations basés sur la méthode des éléments finis sont mis en œuvre et implémentés. Les interactions électriques-magnétiques sont prises en compte à travers un couplage simultané fort des équations magnétodynamiques en potentiel vecteur magnétique et des équations du circuit électrique alimenté en tension, et intégrant la non-linéarité des propriétés magnétiques par l'algorithme de Newton-Raphson. Parallèlement en présence du déplacement (rotation) /déformation, un couplage électromagnétique-mécanique est implémenté à travers la force magnétique globale/densité de force magnétique, aussi bien pour la prise en compte de l'équation du mouvement que des équations modélisant les déformations structurelles.

Les dispositifs électromagnétiques types objets d'applications et validations se déclinent en moteurs électriques dans le cadre de la modélisation du couplage électrique-magnétique par éléments fins en régime transitoire d'une part et d'autre part la modélisation multi-physique du couplage électrique-magnétique et mécanique de déformation par éléments finis (MEF) dans les actionneurs électromagnétiques dédié au contrôle non destructif (CND).

Pour ce faire, le manuscrit de thèse est structuré en quatre chapitres précédés d'une introduction générale et clôturé par une conclusion générale et des perspectives.

Le premier chapitre présente un état de l'art sur les approches de conception optimale et modélisation des dispositifs électrotechniques. Les différentes méthodes de modélisation des machines électriques (analytique, numérique et semi-analytique) et algorithmes d'optimisation sont présentées. À la fin du chapitre, nous présentons la méthodologie de dimensionnement, formalisée à travers un moteur asynchrone à cage d'écureuil de fabrication Electro-Industrie (Ex ENEL – Azazga). Une comparaison des performances calculées avec celles d'un moteur de référence et du moteur Electro-Industrie commercialisée est faite.

Le deuxième chapitre est consacré à la modélisation multi-physique des phénomènes électromagnétiques, électriques, mécanique (classique de mouvement, et déformation mécanique et thermiques ainsi que les différents modes de couplages et le calcul de force magnétique qui présente le terme d'interaction physique en vue d'une approche multi-physique imposée par l'étude des dispositifs magnéto-mécanique.

Le troisième chapitre présente un outil de modélisation multi-physique de couplages magnéto-électriques et mécanique par éléments finis (2D) en régime transitoire et en tenant compte de la non-linéarité magnétique dans les machines électriques et principalement la machine a induction. Dans un premier temps nous détaillerons la formulation du modèle magnétodynamique fortement couplé aux circuits électriques en régime transitoire non linéaire dans les machines électriques en utilisant la méthode éléments finis (MEF). Par la suite nous présentons le couplage de l'équation du champ électromagnétique et les équations électriques à l'équation mécanique du rotor à travers le calcul du couple/de la force électromagnétique. Pour la prise en compte du mouvement et la connexion des champs magnétiques des parties fixe et mobile dans l'entrefer nous nous s'intéressons à la méthode d'interpolation nodale. Une application et une validation expérimentale seront faites pour une machine asynchrone de l'entreprise d'électro-industrie ENEL.

Le dernier chapitre présente une méthodologie de modélisation multi-physique par éléments finis (2D) du couplage électrique-magnétique et mécaniques de déformation dans les actionneurs électromagnétiques en régime transitoire, et en tenant compte de la non-linéarité (NL) magnétique. Le modèle mathématique constitue un couplage fort entre les équations du champ magnétique et celle des circuits électriques et un couplage séquentiel à travers la densité de force magnétique avec les équations de déformations structurelles. Ce modèle vise à étudier d'une part la relation entre la distribution des densités de force magnétiques et la distribution des déformations mécanique ainsi que l'influence des paramètres géométriques et physiques sur les déformations mécaniques, et d'autre part le calcul et l'analyse précoce des déformations mécaniques dédiées au contrôle non destructif (CND).

I

État de l’art sur les approches de conception optimale et modélisation

L’objet de ce chapitre est de présenter un état de l’art sur les approches de conception optimale et de modélisation multi-physique dans les dispositifs électrotechniques. Nous commencerons notre étude par une présentation du cycle de vie ainsi que les contraintes qui doivent être prises en compte lors de la conception. Par la suite, nous aborderons la problématique de la conception optimale des machines électriques en citant les différentes méthodes de modélisation et les différents algorithmes d’optimisation. Enfin, nous présentons la méthodologie du dimensionnement de la machine asynchrone à cage d’écureuil.

Sommaire

I.1 Introduction 7
I.2 Systèmes électromécaniques 8
I.3 Cycle de vie des machines électriques 9
I.4 Inventaire des machines électriques 10
I.4.1 Limitation et contraintes 11
I.4.1.1 Les contraintes électriques et magnétiques 12
I.4.1.2 Les contraintes thermiques 13
I.4.1.3 Les effets des vibrations et des bruits 13
I.4.2 Principaux matériaux utilisés dans les machines électriques 14
I.4.2.1 Les aimants permanents 14
I.4.2.2 Matériaux ferromagnétiques 16
I.4.2.3 Isolations 17
I.4.3 Répartition des nouvelles classes de rendement des moteurs électriques selon la norme CEI-60034-30-1 18
I.4.4 Directives de la commission Européenne sur l'éco conception des moteurs électriques 19
I.5 Problématique de la conception optimale des machines électriques 20
I.5.1 Démarche de conception optimale d'un moteur électrique 21
I.5.1.1 Analyse du cahier de charge 21
I.5.1.2 Formulation du problème 21
I.5.1.3 Résolution du problème 22
I.5.1.4 Exploitation et analyse des résultats 22
I.5.1.5 Solution retenue 22
I.5.2 Orientation des modèles 24
I.5.3 Différents approches de modélisations des machines électriques 24
I.5.3.1 Les modèles analytiques 26
I.5.3.2 Les modèles numériques à base des élements finis 27
I.5.3.3 Les modèles semi- analytiques 30
I.5.4 Les algorithmes d'optimisation 31
I.6 Dimensionnement analytico-empirique d'un moteur asynchrone triphasé à cage et analyse des performances 31
I.6.1 Dimensions principales et les contraintes électromagnétiques 32
I.6.2 Calcul des dimensions des encoches au stator 34
I.6.3 Calcul des dimensions des encoches au rotor 36
I.6.4 Calcul du circuit magnétique 37
I.6.5 Calcul des paramètres électriques 38
I.6.5.1 Calcul des réactances de fuites au stator 39
I.6.5.2 Calcul des réactances de fuites au rotor 40
I.6.5.3 Calcul des paramètres du schéma équivalent 40
I.6.6 Application et Résultats 41
I.7 Conclusion 44

I.1. Introduction

LES MACHINES /ACTIONEURS ELECTRIQUES sont quasiment omniprésents dans toutes les activités industrielles : production d’énergie électrique, véhicules électriques de transport (voitures, trains, avions,…), robotique, machines outils, produits électroménagers... etc. De plus, ces mêmes machines électriques sont à source de la création d’électricité (turbo-alternateur de centrales, éoliennes). La diversification des domaines d’application des machines/actionneurs électriques et l’intensification de la concurrence économique force le besoin de chercher des solutions optimales lors de la phase de dimensionnement **[Lacombe 2007] [Martin 2013] [Damien2016] [Caillard 2016].**

Les principaux objectifs de la conception des machines électriques sont la demande de concevoir des moteurs électriques avec les moindres pertes possibles, utiliser des matériaux plus respectueux de l’environnement, un maintien de la température à niveau acceptable, une réduction des encombrements et des masses, augmenter leur efficacité énergétique (consommation électrique minimale a puissance mécanique délivrée donnée) **[Gillon 2009] [Boughanmi 2012] [Kuttler 2013]** et une réduction des coûts et des nuisances comme les déformations, les vibrations et les bruits acoustiques **[Valente 2018] [Valavi 2018] [Nguyen 2019]**. Les études environnementales développées s’intéressent de manière plus globale au cycle de vie complet, depuis la naissance du produit jusqu’a sa mise au rebut après un éventuel recyclage de certains composants.

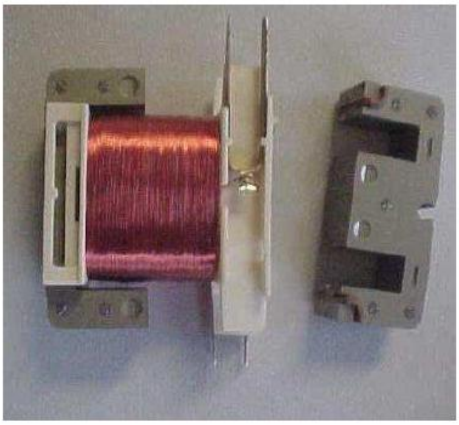
D’une manière générale, un concepteur est amené à trouver les solutions les plus performantes, les plus économiques et les plus compétitives. L’aboutissement du processus de conception dépend de la faisabilité du cahier des charges qui doit être clairement élaboré. La démarche de conception optimale des machines électriques se compose dans la parfaite adéquation de deux niveaux successifs, et complémentaires. Ces deux niveaux de problématiques sont intrinsèques à tout problème physique et peuvent être introduits par les deux interrogations suivantes **[Hecquet 2006] [Rachek 2007] [Rezgui 2012]** :

- Comment modéliser le problème ?
- Comment le résoudre ?

Ce premier chapitre nous permettra de positionner notre travail dans le contexte de prototypage virtuel dédié à la conception optimale des machines électriques par le dimensionnement analytico-numérique et la modélisation multi-physique. Dans un premier temps, une étude bibliographie rappellera le Cycle de Vie des machines électriques et impacts environnementaux générés, les contraintes physiques qui doivent être prises en compte lors de la conception/optimisation, les principaux matériaux utilisés ainsi que la répartition des nouvelles classes de rendement selon la norme CEI-60034-30-1 et les directives de la commission européenne sur l'éco-conception des moteurs électriques pour l'amélioration de l'efficacité énergétique et la protection de l'environnement. Puis, nous aborderons la problématique de dimensionnement optimal en citant les approches de modélisation des phénomènes physiques, et les différentes méthodes d'optimisation. Ensuite, nous nous présentons la méthodologie du dimensionnement d'une machine asynchrone à cage d'écureuil.

I.2 Systèmes électromécaniques

Un système électromécanique (actionneur électrique, machine électrique tournante ou linéaire,…) est constitué d'un ou plusieurs éléments mécaniques assurant son mouvement ou sa déformation, des éléments électriques utilisés comme sources d'énergie électrique en énergie mécanique ou inversement. Ces systèmes permettant la transformation de l'énergie électrique en énergie mécanique (mouvement) ou inversement **[Rezgui 2012]**. La Figure (I.1) et (I.2) présentent respectivement un actionneur en E et une machine asynchrone.



Figure(I.1) : *Actionneur en E (Bobine+Circuit magnétique* ***[Rezgui 2012]****.*

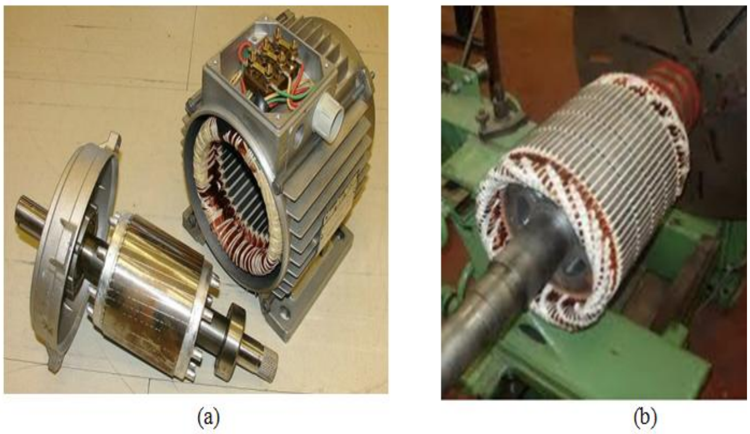


Figure (I.2)*: Structure d'une machine asynchrone :(a): rotor à cage (b) rotor bobiné* ***[Claude 2014]****.*

Un actionneur électromécanique est un produit complexe dont le processus de dimensionnement optimal doit répondre aux mêmes temps à différents objectifs: la nécessité de prise en compte de plusieurs phénomènes physiques pertinents, les limitations physiques et techniques, les contraintes environnementales, le coût (temps de calcul, ressources logicielles et outils de modélisation) global du processus de dimensionnement. La finalité étant l'obtention des résultats de calcul plus précis permettant un prototypage virtuel à partir duquel sera construit un prototype réel pour assoir les différents essais de validations des diverses performances.

I.3 Cycle de vie des machines électriques

Le cycle de vie est une approche conceptuelle de gestion de projets qui est devenu un standard dans de nombreux domaines de l'industrie. Il consiste à décomposer la conception en différentes phases séquentielles décrivant progressivement le produit, c'est-a-dire depuis l'extraction de la matière première jusqu'a la mise en décharge finale, en passant par toutes les phases de fabrication/montage, distribution, utilisation, valorisation de fin de vie **[Graedel 1998] [Rousseaux 2005] [Boughanmi 2012].**Le cycle de vie d'une machine électrique peut être schématise par la Figure (I.3).

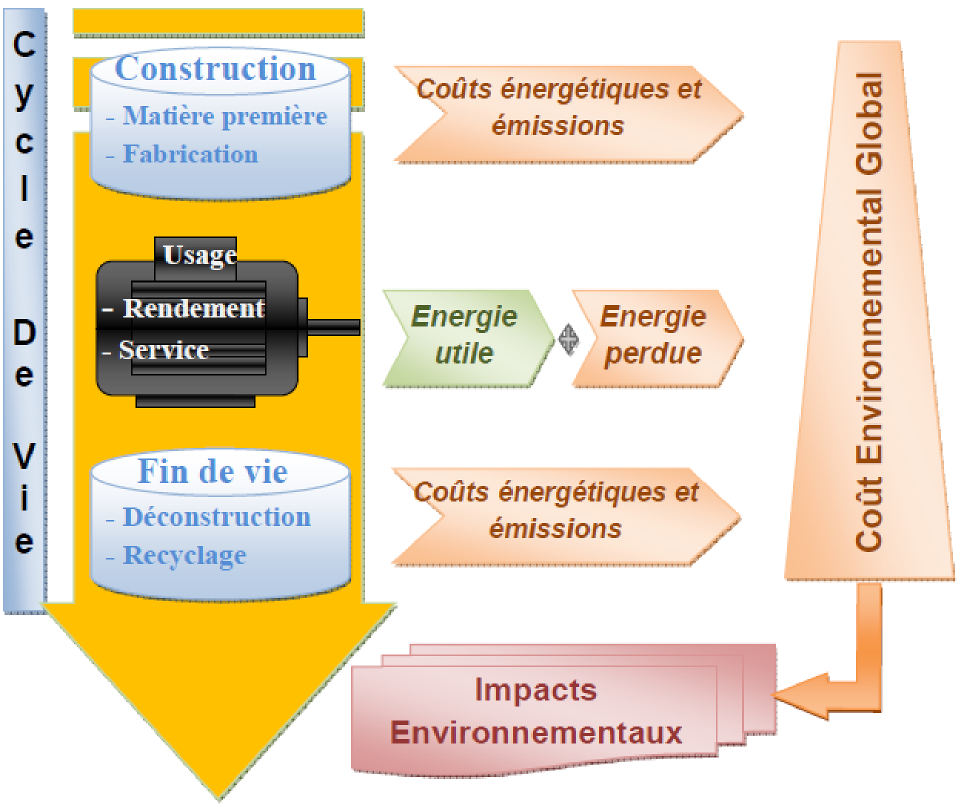


Figure (I.3) : *Cycle de vie d'un moteur électrique et impacts environnementaux générés* ***[Boughanmi 2012].***

L’analyse du cycle de vie (ACV) est une méthodologie rigoureuse réglementée par la norme ISO 14040 **[ISO 2006]** qui évalue tous les impacts environnementaux. L’éco-conception consiste à intégrer les aspects environnementaux dés la conception des produits.

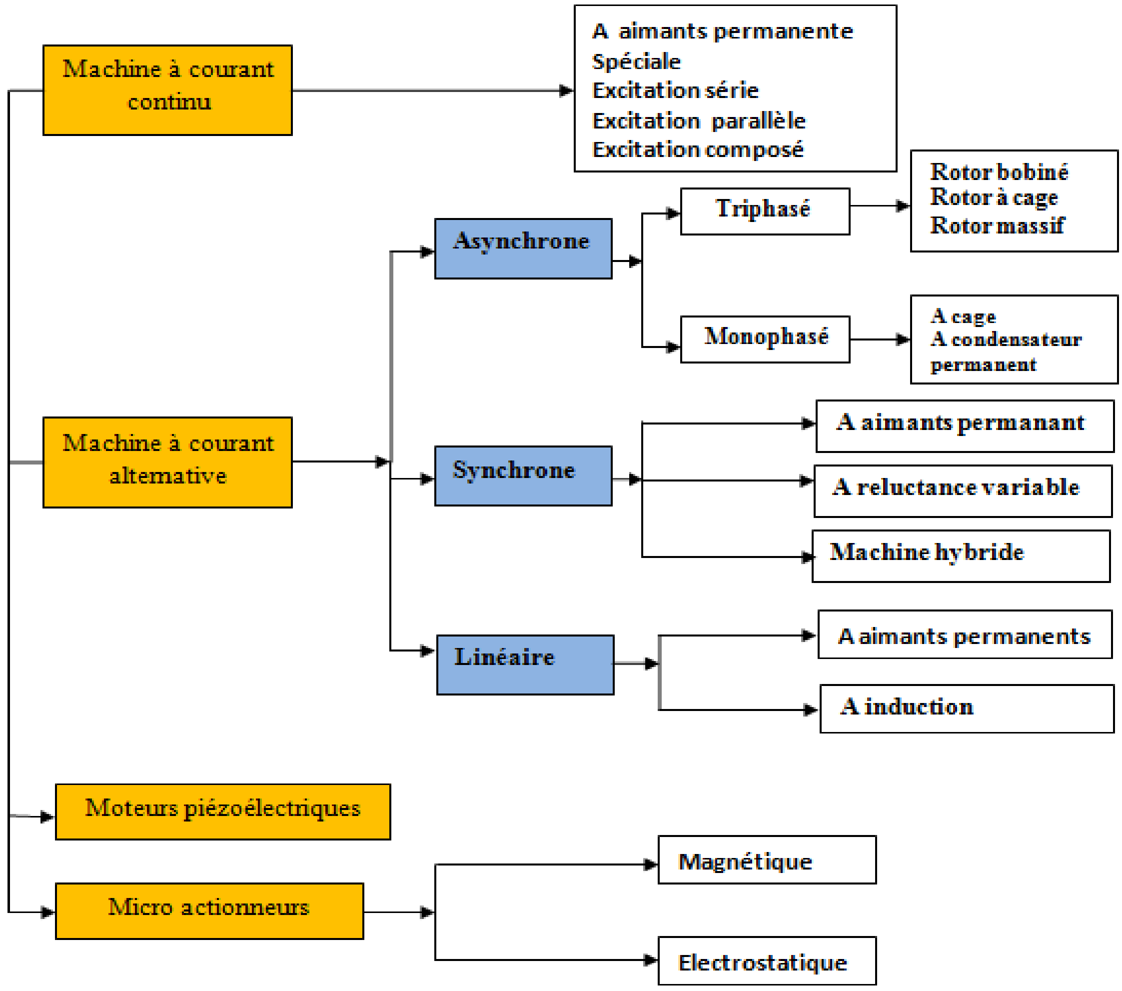
L’objectif de l’éco-conception est de réduire les impacts environnementaux négatifs des produits durant leur cycle de vie tout en améliorant la qualité de fonctionnement du produit en améliorant. Elle permet de chercher un compromis entre les contraintes techniques, économiques et environnementales **[Tuan 2009][Bendali 2014][Hendrix 2017]**.

La modélisation de la phase de fabrication nécessite une étude géométrique ou structurelle de la machine afin de déterminer automatiquement les gabarits et les masses des différents constituants de la machine (acier, aluminium, cuivre, isolants, matières plastiques…). Conformément aux règles générales d’éco-conception le choix des matériaux devra prendre en compte un certain nombre de critères se base essentiellement sur la réduction de consommation de matière première et sur la diminution de l’impact environnemental des matériaux (tel que la réduction de la masse et de matière utilisées, le choix des matériaux pas ou peu toxique, le choix des matériaux produits a partir des ressources renouvelables…).En respectant au mieux ces critères environnementaux, les matériaux choisis devront répondre aux exigences fonctionnelles du produit du point de vue mécanique, électrique, magnétique, isolation, coût de fabrication (moulage, découpe, etc.).

L’étape de production est une phase importante du cycle de vie à ne pas négliger lors d’une démarche de conception. En effet le choix de conception peut avoir un impact sur les processus industriels donc sur les impacts environnementaux liés à cette phase. Un certain nombre de critères d’optimisation de la production doivent être pris en compte lors de la conception comme la réduction des rejets vers l’environnement (eau, sol, air), réduction du volume des déchets (usinage, découpe, moulage), utilisation de nouvelles techniques de production et la minimisation de la consommation d’énergie dans toutes les étapes de production **[Gillon 2009] [Rezgui 2012]**.

I.4 Inventaire des machines électriques

On distingue différentes topologies de machines électriques (tournantes/linéaires) classées selon les catégories : machines alternatives (monophasés, triphasés, polyphasés, à aimants permanents,…) et machines a courant continu. La Figure(I.4) présente la synoptique de synthèse des différentes machines existantes :



Figure(I.4) : *Machines et actionneurs électriques existants.*

I.4.1 Limitation et contraintes

En passant en revue les différents technologies, plusieurs contraintes et limites doivent être prises en compte lors de la conception/optimisation des machines électriques : Les limites liées aux caractéristiques des matériaux disponibles (telle que la qualité des tôles magnétiques, la nature des isolants, la résistance mécanique des aciers).

Les limites physiques (mécaniques, thermiques). Les contraintes hautes fréquences dues aux alimentations par convertisseurs statiques et les contraintes technologiques. Les contraintes environnementales telles que les vibrations, bruits acoustiques, et compatibilité électromagnétique…etc

I.4.1.1 Les contraintes électriques et magnétiques

L'induction magnétique est considérée comme un paramètre d'entrée dans la conception des machines électriques **[Liu 2016]**. Les Tableaux (I.1) et (I.2) montrent les inductions magnétiques et les densités de courant ainsi que les charges linéaires de courant admissibles, et les contraintes de densités de courant et charges linéaires de courant permises pour divers types de machines électriques tournantes standard.

	Les inductions magnétiques(T)			
	Machines asynchrones	**Machine synchrones a pôles saillent**	**Machine synchrones à pôles lisse**	**Machine à courant continu**
Entrefer	0.7 :0.9(T)	0.85-1.05	0.8-1.05	0.6-1.1
Culasse du stator	1.4-1.7	1.0-1.5	1.1-1.5	1.1-1.5
Dents (Valeur maximale)	1.4-2.1(T) stator 1.5-2.2(T) rotor	1.6-2	1.5-2	1.6-2.0 (Enroulement de compensation) 1.8-2.2 Enroulement d'armature
Culasse du rotor	1-1.6 (1.9)	1.0-1.5	1.3-1.6	1.0-1.5
Corps polaire	---------	1.3-1.8	1.1-1.7	1.2-1.7
Pôles de commutation	--------	-----	-------	1.3

Tableau (I.1) : *Inductions magnétiques permises dans les circuits magnétiques des machines électriques standards* ***[Pyrhonen 2008]***

			Machine synchrones à pôles lisse			
			Refroidissement indirect		**Refroidissement direct de l'eau**	**Machine à courant continu**
	Machine asynchrones	**Machine synchrones a pôles saillent**	**Air**	**Hydrogène**		
A/kA/m	30-65 Enroulement du stator	35-65 Enroulement d'armature	30-80	90-110 Enroulement d'armature	150-200	25-65 Enroulement d'armature
J× 10^6 (A/mm²)	3-8	4-6.5	3-5	4-6	7-10	4-9
J× 10^{10} (A/mm³)	9-52	14-42.25	10.5-40	36-66	105-200	10-58.5

Tableau (I.2): *Densités de courant et charges linéaires de courant permises dans divers types de machines électriques tournantes standards* ***[Pyrhonen 2008]***.

I.4.1.2 Les contraintes Thermiques

Les sollicitations thermiques sont particulièrement très importantes dans le cas des machines rapides étant données la concentration des puissances dans un volume réduit, nécessitent ainsi des systèmes de refroidissement auxiliaires (pompe a eau, échangeur…). Cet échauffement impacte la totalité de la machine, en particulier, les aimants et les isolants électriques. Les propriétés magnétiques des aimants permanents diminuent avec la température, il ya un risque de démagnétisation total si la température limite est atteinte **[Chauveau2001] [Habra2007].**

I.4.1.3 Les Effets des vibrations et des bruits

La majorité des recherches actuelles portent également sur l'étude des déformations, des vibrations et des bruits dans les machines électriques / actionneurs électromagnétiques **[Aydin 2017] [Clausse 2018] [Sathyan 2020]**. Ce sont des effets indésirables qui induisent une fatigue prématurée des composants de la machine et des risques de dysfonctionnement. Pour

cela il est nécessaire d'identifier les sources de vibrations ainsi que les moyens permettant de réduire ces phénomènes **[Lateb 2006] [Hocini 2013]**. Le niveau de bruit global dans une machine électrique provient de quatre sources principales : le bruit d'origine mécanique (roulements), le bruit d'origine aéraulique (ventilation), le bruit d'origine magnétique, le bruit d'origine magnétostrictif. La Figure (I.5) présente la déformation du stator d'une machine due aux forces d'origine magnétique.

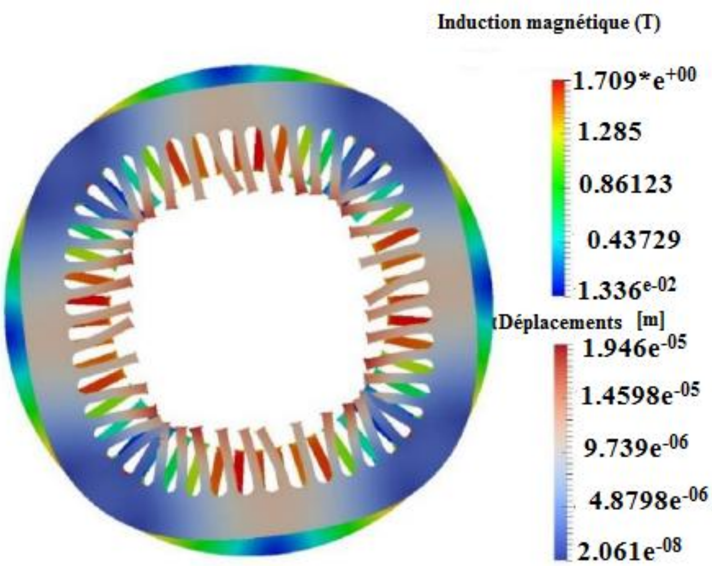


Figure (I.5) : *Déformation due aux forces magnétiques* ***[Sathyan 2020]***.

Le calcul des déformations et des vibrations d'origine magnétique dans une machine électrique est de plus haute importance dans la conception vibratoire et magnétique ainsi que son alimentation. Etant donnée les nouvelles possibilités de calcul, la modélisation d'un dispositif conduit à la détermination quantitative de la déformation, de la vibration et du bruit associé (amplitudes et fréquences) sont devenu des objectifs possibles.

I.4.2 Principaux matériaux utilisés dans les machines électriques

Les performances des machines électriques sont fortement liées aux caractéristiques des matériaux qui' y sont employés. L'évolution de ces matériaux, notamment les aimants permanents et les matériaux ferromagnétiques, a contribué à l'amélioration des performances des machines électriques.

I.4.2.1 Les aimants permanents

Ce sont des matériaux saturables à très forte hystérésis, c'est ce qui leur vaut l'appellation de «matériaux durs» par opposition aux matériaux ferromagnétiques à cycles étroits appelés «matériaux magnétiques doux». Ces matériaux conservent leur état d'aimantation initiale même lors de l'application d'un champ magnétique relativement élevé. Ils sont utilisés comme sources magnétiques secondaires de champ magnétique dans les machines électriques **[Multon 2005] [Cyr 2007] [N'tshuika 2011]**.

Les aimants utilisés dans les machines électriques sont classés en quatre catégories définies par les matériaux les constituant. Nous distinguerons les Alnico, les Ferrites, les aimants en Samarium-Cobalt (SmC) et les aimants en Néodyme-Fer-Bore (Nd-Fe-B) **[Skomki 2013]**. Les aimants permanents sont principalement caractérisés par leurs cycles d'hystérésis et plus particulièrement par la courbe de désaimantation du deuxième quadrant du plan B-H. La Figure (I.6) présente la caractéristique de certains types d'aimants. Elle est caractérisée par :

- L'induction rémanente B_r
- Le produit d'énergie volumique $(BH)_{\max}$, la valeur B_m et H_m du point de fonctionnement optimal M correspondant $(BH)_{\max}$
- L'aimantation H_{cB} ce champ coercitif qui annule l'aimantation intrinsèque du matériau.

Depuis un siècle, l'utilisation de nouveaux types d'aimants et l'amélioration de leurs performances d'utilisation, notamment en termes de densité volumique d'énergie, ont permit de trouver de nouvelles applications. La Figure(I.7) présente les caractéristiques de principaux types d'aimants utilisés dans les machines électriques.

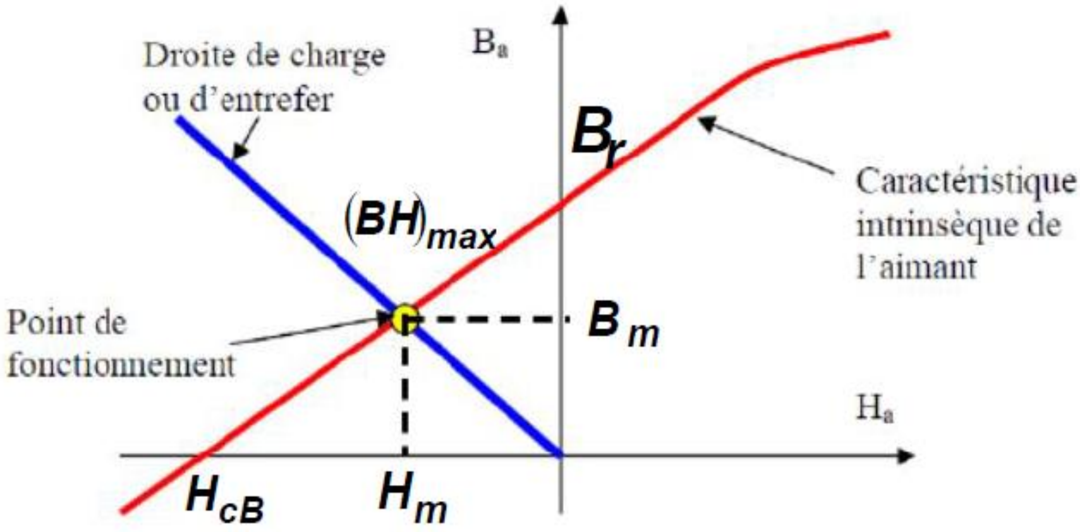


Figure (I.6) : *Illustration de la courbe B-H des aimants et de leur points de fonctionnement* ***[N'tshuika 2011]***

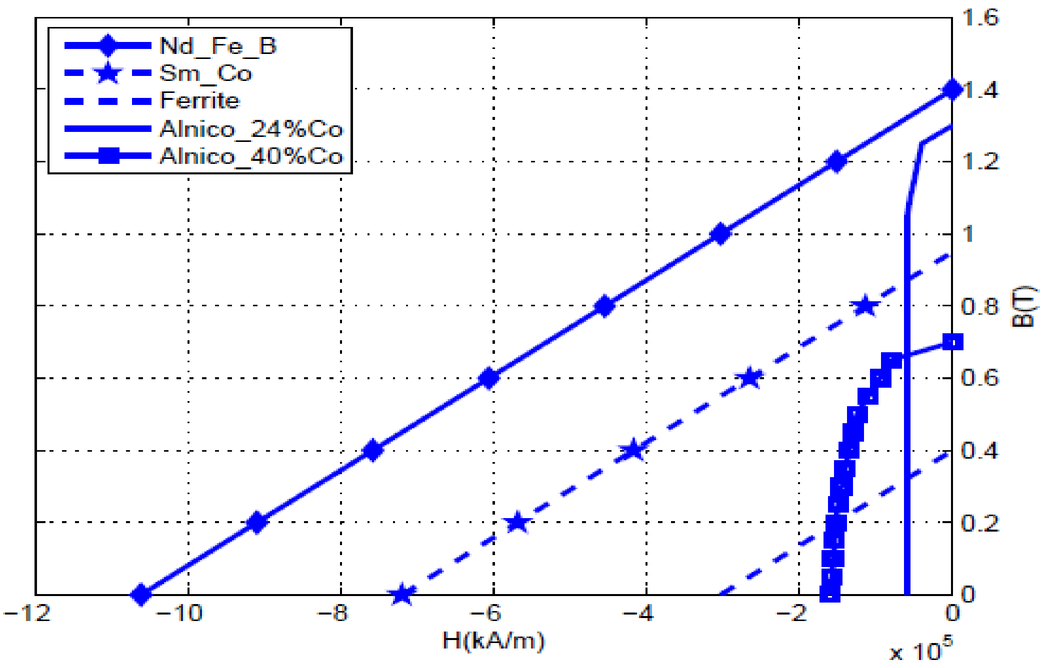


Figure (I.7) : *Illustration de la courbe B-H et les caractéristiques des aimants* ***[N'tshuika 2011]***

Le tableau (I.3) présente quelques propriétés magnétiques des différents types d'aimants. Le choix de l'aimant est effectué en fonction de caractéristiques recherchées et du prix de l'aimant qui est très variable. En fonction de l'application, on choisit la nature des aimants utilisés dans les machines : pour les hautes températures on choisie les aimants (SmC). Pour les machines à puissance élevées compte tenue du volume utilisé et le coût associé on préfère utiliser les aimants (Nd-Fe-B).

Type D'aimants	**Densité d'énergie (BH)max (kJ/m3)**	**Induction rémanent Br(T) à 25°C**	**Champ coercitif Hc(kA/m)**	**Température Tmax (°C)**	**Prix** (€/kg)
NdFeB	200-380	1.2-1.5	900-2000	140-220	80-150
SmCo5	140-200	1	2000	280	220
Sm2 Co17	180-240	1.05	2000	350-550	300
Alnico	50-85	1.1-1.3	130	550	45
Ferrites Strontium	27-35	0.3-04	250	250	6
Ferrites barvum	8-30	0.2-04	170	100-240	4.5

Tableau (I.3): *Exemples de propriétés magnétiques des aimants* ***[Lateb 2006]***.

I.4.2.2 Matériaux ferromagnétiques

Les machines électriques sont soumises, dans la plupart des cas, à des champs alternatifs. Afin de limiter les pertes dues aux courants de Foucault, on utilise généralement les alliages magnétiques sous forme de tôles isolées. Le choix des alliages prend en compte les aspects techniques, mais également des considérations économiques. Trois familles d'alliages ont percé le marché des matériaux laminés : les alliages Fer-silicium, les alliages Fer-Cobalt et les alliages Fer-Nickel.

La Figure (I.8) montre l'évolution des pertes de plusieurs matériaux de commerce (pour différents alliages). Cette figure indique qu'a 50HZ, le Somaloy 500 (Soft Magnetic Composite Materials : SMC) présente des pertes massiques les plus importantes comparées aux alliages Fer-Silicium (Fe-Si) (M235-35A, M400-50A, M1000-100A) et Fer-Cobalt (FeC) (Metgalas 2605C). La pente d'évolution des pertes massiques du matériau SMC reste relativement linéaire en fonction de la fréquence, alors que celle du Fe-Si évolue de manière exponentielle aux fréquences élevées **[Lateb 2006] [N'tshuika 2011]**.

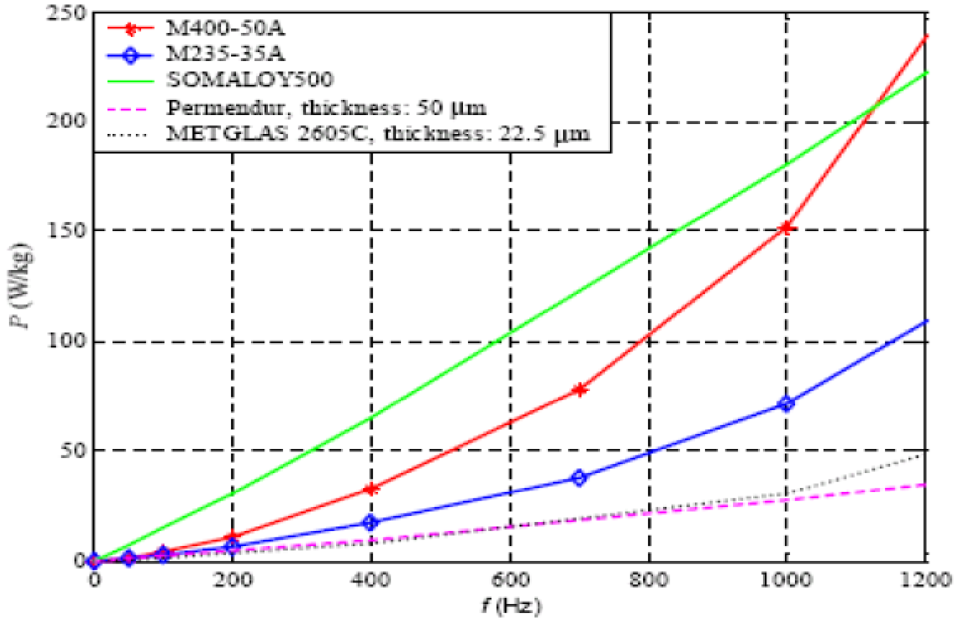


Figure (I.8) : *Pertes massiques de différents matériaux ferromagnétiques* ***[N'tshuika 2011].***

I.4.2.3 Isolation

L'isolation entre les conducteurs, les bobines et les circuits magnétiques peut s'effectuer à l'aide de plusieurs types de matériaux isolants. Dans le passé, on retrouvait des matériaux tels que le coton, la soie, le papier et autres matériaux similaires. En ce qui concerne l'aspect thermique ou la température maximale d'utilisations des isolants pour maintenir une durée de vie acceptable, on trouve différentes classes (A, B, E, F). Le Tableau(I.4) montre les classes d'isolation principales selon NEMA.

Classe d'isolation NEMA	**Température maximale (^{0}C)**	**Matériaux d'isolation**
Classe A	105	Coton, soie, papier, fibres synthétiques, acétate de vinyle.
Classe E	120	Polyuréthane, résines époxydes, leatheroid, alkydes.
Classe B	130	Shellac, bitume, soie, mica, polyesters.
Classe F	155	époxy, polyamides, silicone, mica, verre.
Classe H	180	Elastomères de silicone, époxy, silicone, mica, verre.
Classe N	200	Fibres de verre, mica, amiante, téflon.
Classe R	220	Verre, silicone, mica, Téflon, Nomex.

Tableau(I.4): *Classes d'isolations et la température maximal des différents matériaux.*

I.4.3 Répartition des nouvelles classes de rendement des moteurs électriques selon la norme CEI-60034-30-1

Dans le but d'harmoniser les différents systèmes de classification existants à travers le monde, La commission Electrotechnique Internationale (CEI) a introduit la norme CEI 60034-30-1 qui instaure 4 classes de rendement international le IE (International Efficiency) à savoir :

- IE1=Classe Standard.
- IE2=Classe Haut Rendement : équivalente aux classes Eff1 et EPAct pour 60Hz
- IE3=Classe « Premium » : équivalente a la classe NEMA Premium pour 60HZ.
- IE4=Classe « Super Premium » : équivalente a la classe NEMA super Premium pour 60HZ.

Par ailleurs, il n'est envisagé qu'une nouvelle classe de rendement IE5, qui a pour objectif une réduction de 20% des pertes relativement à la classe IE4, soit incorporée dans la prochaine édition de la norme. Actuellement, les technologies de conception et de construction des moteurs ne permettent pas encore d'étendre ces niveaux de rendements et par conséquent aucun moteur de série de la classe IE5 n'est commercialisé à ce jour. Les courbes normalisant les différentes classes de rendement IE pour les moteurs à 4 pôles alimentés à 50Hz sont données à la Figure (I.9).

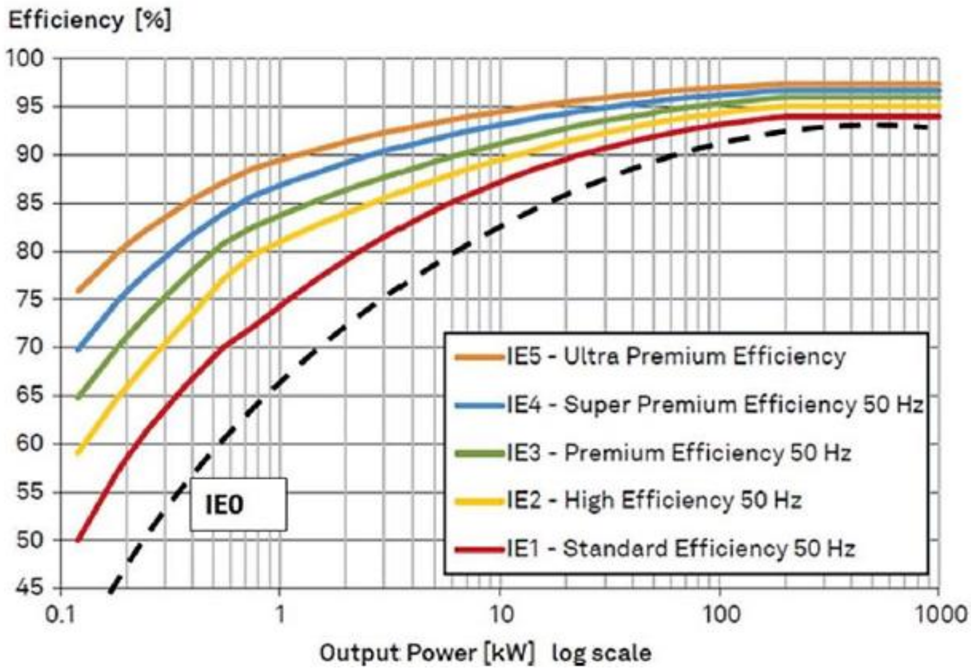


Figure (I.9): *Classe de rendement IE pour les moteurs 4 pôles /50Hz dont la puissance variant de 0.12 à 1000 KW* ***[Kulterer 2014].***

L'édition 2014 de la CEI 60034-30-1 couvre pratiquement toutes les technologies de moteurs électriques, dans la mesure où ils sont prévus pour être alimentés par le réseau. Ces moteurs sont classés pour fonctionner avec une tension d'alimentation sinusoïdale et ils présentent les caractéristiques suivantes :

- Puissance nominale allant de 0.12kw à 1000 kW.
- Tension d'alimentation nominale allant de 50V à 1000 V.
- 2, 4,6 ou 8 pôles.
- Fonctionnement en continu à puissance nominale avec un échauffement ne dépassant pas la classe de température d'isolation spécifiée.
- Fonctionnement à toutes température allant de -20^{0}C à +60^{0}C,
- Fonctionnement à des altitudes allant jusqu'à 4000 m au dessus du niveau de la mer.

I.4.4 Directives de la commission Européenne sur l'éco conception des moteurs électriques

La directive européenne 2009/125/CE du 21 Octobre 2009 porte sur l'amélioration de l'efficacité énergétique des produits consommateurs d'énergies et la protection de l'environnement. Il s'applique aux produits ayant un impact sur la consommation d'énergie sur tout leur cycle de vie, depuis la phase de fabrication, la phase d'utilisation et jusqu'à leur fin de vie **[Younsi 2017]**. Il est estimé que cette mesure permettra d'économiser 135 TWh par an en 2020. L'article 3 du règlement CE n^{0}640/2009 fixe le planning d'application des exigences d'éco conception en trois phases, comme indique sur le Tableau (I.5) :

- La phase 1 (à partir du 16 juin 2011) les moteurs doivent avoir un niveau de rendement supérieur ou égal à la classe IE2.
- Phase 2 (a partir du 1er Janvier 2015) : les moteurs d'une puissance nominale comprise entre 7.5 kW et 375kW doivent soit avoir un rendement supérieur ou égal a la classe IE3, soit atteindre la Classe IE2 s'ils sont équipés d'un variateur électronique de vitesse.
- Phase 3 (à partir du 1^{ér} Janvier 2017) : les moteurs d'une puissance nominale comprise entre 0.75 kW et 375kW doivent soit avoir un rendement supérieur ou égale a la classe IE3, soit atteindre la classe IE2 s'ils sont équipés d'un variateur électronique de vitesse.

Calendrier selon le règlement EU 640/2009	2011	2013	2015	2017	2019	2021
IE2 Pour tous les moteurs (selon les normes)	10 juin 2011 La classe de rendement IE2 est obligatoire, au minimum, pour les moteurs à induction 0.75 kW - 375kW					
IE3 **Pour tous les moteurs 7.5 kW - 375kW**	Dans l'UE, la Commercialisation des moteurs IE1 n'est plus autorisée (exception : voir la législation).		1 janvier 2015 La classe de rendement IE3, est obligatoire, au minimum, pour les moteurs à induction 7.5 kW - 375kW ou l'association variateur+moteur IE2			
IE3 **Pour tous les moteurs 0.75 kW - 375kW ou Variateur +IE2**				1 janvier 2017 La classe IE3, est obligatoire, au minimum, pour les moteurs à induction 7.5 kW - 375kW ou l'association variateur+moteur		

Tableau(I.5) : *Planning d'implémentation du règlement UE n^{0}640/2009 de la directive 2009/125/CE* ***[Younsi 2017]***.

I.5 Problématique de la conception optimale des machines électriques

Dans une approche de dimensionnement par optimisation, il s'agit de développer des modèles mathématiques du comportement physique des systèmes à concevoir et d'utiliser des techniques de résolution (ou d'inversion) pour chercher la meilleure solution au sens d'un critère fixé au préalable lors de la phase de description du cahier des charges. Le concept du dimensionnement optimal nécessite l'usage de deux compétences principales :

- La première compétence consiste à la compréhension, la description et la modélisation précise des phénomènes physiques qui se manifestent dans le cadre du fonctionnement de l'actionneur/machine électrique à concevoir: c'est la phase de **modélisation multi-physique**.
- La deuxième compétence est relative au fait de proposer des solutions optimales : il s'agit de traduire le cahier de charges en relations mathématiques (performances, contraintes et critères d'optimisations) pour trouver les configurations optimales recherchées : il s'agit de l'étape **d'optimisation**.

I.5.1 Démarche de conception optimale d'un moteur électrique

L'objectif de conception optimale d'un moteur électrique est de trouver le meilleur moteur satisfaisant les spécifications pour une application donnée, selon un ou plusieurs objectifs bien définis **[Ragot 2008] [Kuttler 2013]** :

- Maximisation du rendement et la réduction des pertes.
- Minimisation des coûts (coûts de fabrication, consommations électriques,..)
- Minimisation de la masse du moteur.
- Maximisation de la puissance pour un encombrement minimale.
- Réduction des contraintes environnementales (vibrations et des bruits acoustiques, compatibilité électromagnétique....).
- Réduction des impacts environnementaux (épuisement de ressources naturelles, émissions de gaz à effet de serre,...).
- Utilisation des matériaux plus respectueux de l'environnement.
- Maintenir la température à un niveau acceptable.

Les principales étapes de conception d'un moteur électrique sont présentées dans l'organigramme de la Figure (I.10).

I.5.1.1 Analyse du cahier des charges

Cette phase consiste à analyser le cahier des charges afin de définir les limites du problème. Ces limites sont de nature multi physique (un échauffement restreint, des contraintes mécaniques (couple, déformation), gabarit et masses, contraintes magnétiques et électriques, contraintes environnementales (bruit acoustique, compatibilité électromagnétique,..). A partir de l'expérience, le concepteur détermine la structure de la machine la plus adaptée à répondre aux besoins évoqués dans le cahier de charge.

I.5.1.2 Formulation du problème

Cette phase consiste à traduire les données du cahier des charges en un problème mathématique équivalent. C'est l'étape la plus délicate du processus de conception car la formulation du problème n'est jamais unique. Elle doit définir de façon précise les fonctions objectives, les variables de conception, les contraintes exprimées dans le cahier des charges. Une fois que le problème de conception est transformé en problème mathématique, la modélisation multi-physique du dispositif sert à calculer les réponses du problème (la fonction objectif, les contraintes) à l'aide des formules analytico-empiriques, ou des modèles numériques d'équations des champs (électrique, magnétique, thermique, mécanique, acoustique …). Ces méthodes peuvent présenter des couplages internes et des non linéarités. Ces méthodes sont récapitulées au paragraphe I.5.3.

La phase de formulation du problème d'optimisation et de modélisation multi-physique du dispositif est fondamentale dans le processus de conception optimale des machines électriques parce qu'elle conditionne le succès des étapes suivantes.

I.5.1.3 Résolution du problème

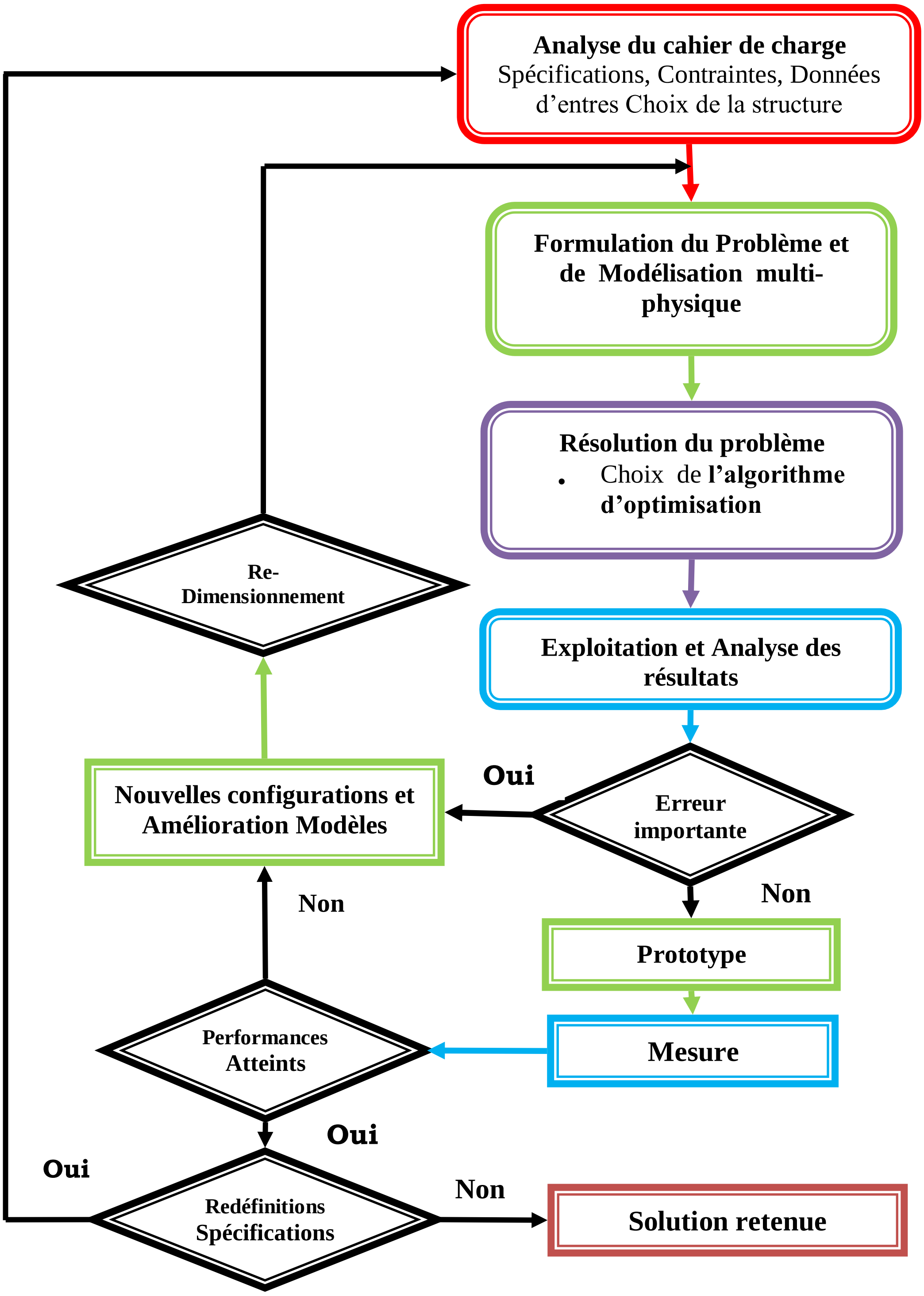
Dans cette phase, la recherche de la solution optimale est réalisée au moyen des méthodes d'optimisation selon les objectifs et les configurations prises en considération. Ces méthodes sont récapitulées au paragraphe I. 5.4.

I.5.1.4 Exploitation et analyse des résultats

Le résultat final est analysé afin de valider la solution vers laquelle l'algorithme d'optimisation a convergé. Cette analyse peut conduire soit à une acceptation de la solution et à un prototypage réel éventuel soit à un rejet de cette solution pour des causes multiples, comme le non respect des conditions d'optimalité ou un arrêt de la procédure de recherche suite à un temps de calcul excessif. Dans ce cas, il convient de relancer une nouvelle optimisation après avoir réévalué les choix précédèrent, à savoir : le changement d'algorithme d'optimisation ou adaptation des paramètres de réglages de l'algorithme, utilisation des nouveaux modèles, révision des contraintes du cahier des charges /objectifs.

I.5.1.5 Solution retenue

Lorsque la solution est validée et adaptée pour la fabrication, un prototype est réalisé. Une compagne de testes est réalisée sur le prototype selon un protocole bien défini. Lorsque le prototype est validé pour un cahier des charges donné, de nouvelles spécifications peuvent être définies par le demandeur, qui induit un nouveau cycle de conception. Plusieurs cycles peuvent être nécessaires avant d'aboutir à la solution considérée comme optimale.



Figure(I.10) : *Organigramme représentant la méthodologie de conception optimale d'un moteur électrique* ***[Kuttler 2013].***

I.5.2 Orientation des modèles

Les modèles se distinguent suivant leurs orientations, tels que montré par la Figure (I.11). Le modèle peut donc prendre deux formes opposées : modèles de comportement et modèles de conception. Ces deux problèmes sont connus sous le nom de problème direct et inverse. Ils font référence au principe de causalité (Cause /Effet). On qualifie un **modèle de direct**, s'il fournit les performances d'une structure en fonction des variables de conception et des paramètres d'entrée. Un modèle est dit **inverse** s'il est capable de fournir les paramètres du modèle (structure, matériaux et dimensions), les dimensions et les matériaux constitutifs du dispositif à partir d'un cahier des charges traduisant les performances souhaitées **[Brisset 2007] [Gillon 2009] [Daanoune 2012]**.

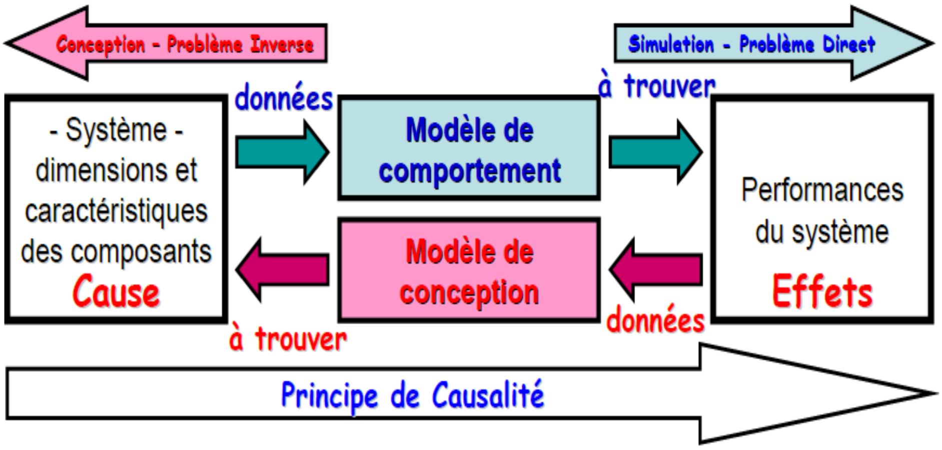


Figure (I.11) : *Modèle de comportement et modèle de conception* ***[Gillon 2009]****.*

I.5.3 Différentes approches de modélisations des machines électriques

Le modèle multi-physique constitue une présentation mathématique par un programme informatique qui permet la simulation du comportement du dispositif modélisé qui représentera le prototype virtuel. Selon l'organisation de type modèle, la modélisation peut être considérée comme une boite contenant un ensemble d'équations physico-mathématiques, de techniques de calcul de dimensionnement analytico-empiriques, et de méthodes d'analogies électrique/magnétique/thermique ; admettant un ensemble de données d'entrée et ayant en sortie un ensemble de résultats de calcul.

Les entrées peuvent être des définitions de grandeurs géométriques, paramètres électriques, propriétés physiques des matériaux. Les sorties de la modélisation désignant les performances du système : profils d'évolution du rendement, couple électromagnétique, … valeurs des grandeurs électriques et des inductions magnétiques, les températures en régimes transitoire et permanent, les déformations et vibrations mécaniques,…La modélisation doit simuler le comportement d'un système réel **[Amara 2012] [Khlissa 2015] [Caillard 2016]**.

La formulation d'un problème d'optimisation nécessite d'abord de modéliser les phénomènes physiques au sein du dispositif ou du système étudié. Nous étudierons ici les critères qui permettront de faire un choix pour cette modélisation : la précision sur les grandeurs calculées, le temps du calcul, les différentes échelles temporelles qui régissent la physique étudiée, ainsi que les choix d'entrées et sorties pour orienter les modèles. Il existe trois types de modélisation des machines électriques comme présentés sur la Figure (I.12).

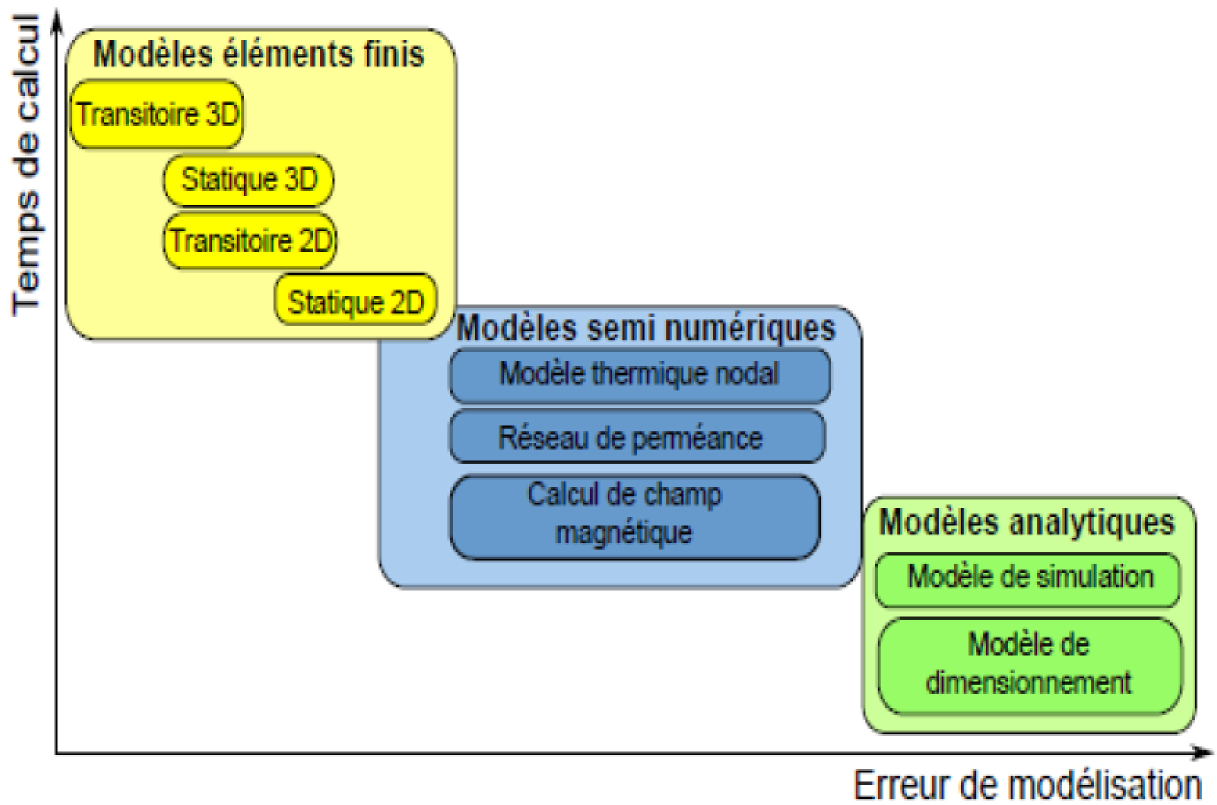
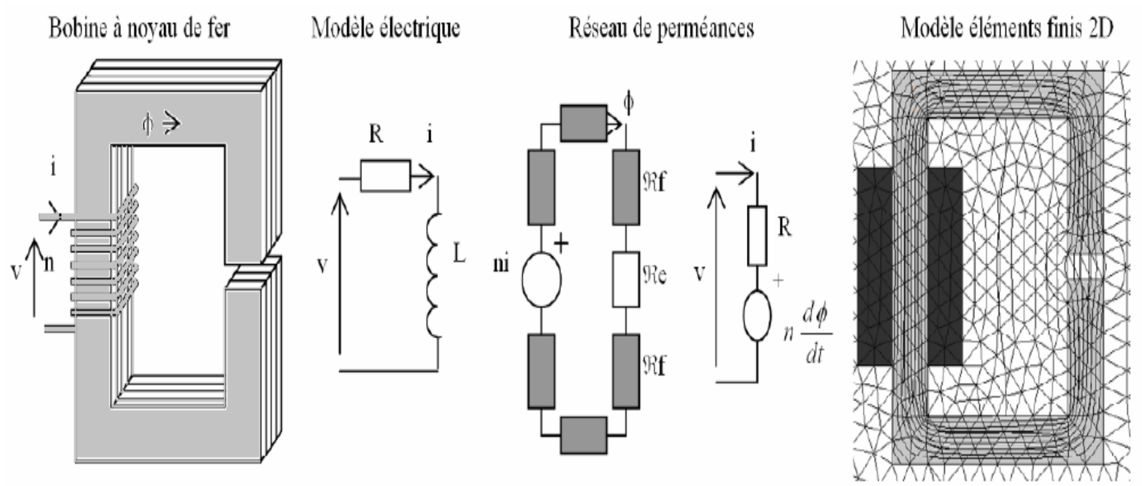


Figure (1.12):*Classement des différents modèles* ***[Tuan 2009]****.*

Cette figure illustre une comparaison entre ces différents modèles en termes de précision et la rapidité de calcul, montrant la complarité entre les différentes modèles éléments finis, semi-analytiques et analytiques. D’aprés cette figure , on voit bien qu’il ya une complémentarité entre les modéles et qu’aucun modèle ne s’impose comme étant à la fois plus rapide et précis , et ce sera au concepteur de favoriser une methodologie adaptée à l’application visée pour aboutir rapidement et avec une meilleur precision à un résultat.

La Figure(I.13) présente quelques modèles pour une bobine à noyau de fer (Modèle analytique, MEF et Réseaux de perméances). Le modèle électrique fourni des grandeurs électriques, le réseau de perméances donne des grandeurs magnétiques globales et le modèle éléments finis présente les lignes de champs. Le choix de la modélisation (MEF, réseau de reluctances...etc) dépend à la fois des objectifs de la modélisation et des outils a disposition.



Figure(I.13) : *Différentes modélisation d’un actionneur électromagnétique* ***[Brisset 2007]****.*

I.5.3.1 Les modèles analytiques

Les modéles analytiques se basent sur un ensemble d’expression analytiques permettant de quantifier un ou plusieurs phénomenes physiques. Ils présentent de nombreux avantages comme la facilité de manipulation, la rapidité avec laquelle ils fournissent des résultats mais ils impliquent souvent des hypothèses fortes : milieu linéaire, signaux temporels au sens du 1er harmonique, phénomènes négligés…etc.

De nombreux exemples se trouvent dans la littérature pour la conception des machines électriques **[Lee 2000] [Ragot 2008]**. Ils sont très souvent utilisés lors des premières étapes du dimensionnement pour fournir une géométrie préliminaire ou comparer les performances respectives de différentes structures et technologies de machines, [**Liwshitz 1967] [Séguier 1994] [Barakat 2001].**

I.5.3.2 Les modèles numériques à base des élements finis

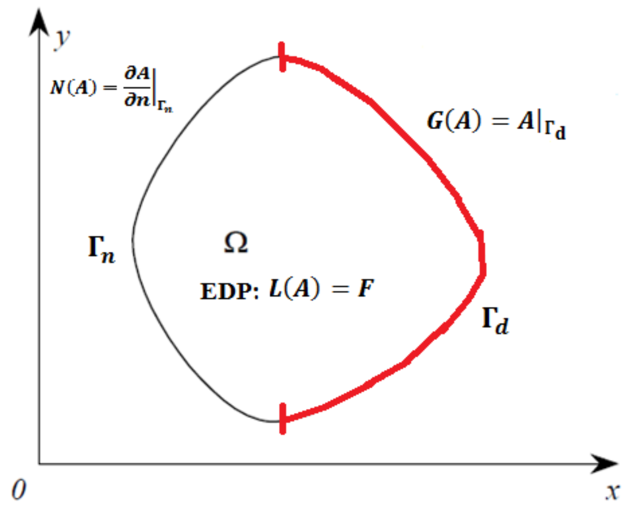
La deuxième approche de représentation d'un système réel, a l'opposé de la première, permet de limiter le nombre d'hypothèses en intégrant de nombreux phénoménes . Les méthodes numériques sont la réponse à ce besoin. Ils s'appliquent pour l'étude des couplages entre les différents phénomènes physiques (électromagnétique, électrique, mécanique, vibratoire), la prise en compte du mouvement, l'effet de saturation. Parmi ces méthodes on peut citer la méthode des éléments finis avec les différentes formulations possibles (statique, dynamique, transitoires, couplage multi-physique) **[Belahcen 2006] [Boughanmi 2016] [[Aydin 2017] [Davidsson 2018]**.

La méthode des éléments finis (MEF) : est une technique numérique répondue depuis les années 1970. Il représente généralement une référence de la modélisation multi-physique et calcul des grandeurs physiques pour les machines électriques. Elle permet de garantir une bonne qualité de résultats de calcul. La modélisation de tout dispositif électrotechnique consiste à écrire les équations aux dérivées partielles décrivant les phénomènes s'y déroulant **[Féliachi 1981]**. Pour passer d'un système d'équations aux dérivées partielles à une formulation intégrale, nous utilisons l'une des méthodes suivantes : Formulations variationnelle, Résidus pondérés.

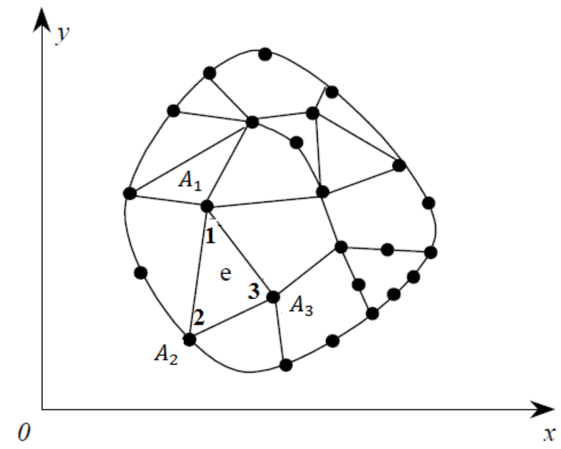
La méthode variationnelle nécessite la connaissance de la fonctionnelle d'énergie du système physique à étudier, elle s'exprime par :

$$\begin{cases} f(A) = \oint_{\Omega} L(A).d\Omega & \text{(I.1)} \\ L(A) = W_c - W_p & \text{(I.2)} \end{cases}$$

Ω : Domaine d'étude, $L(A)$: Fonction de Lagrange déduite par la différence entre l'énergie cinétique w_c et l'énergie potentielle du système w_p . La solution est obtenue en minimisant la fonctionnelle $f(A)$. Le principe de cette méthode consiste à trouver une fonctionnelle à partir de l'EDP telle que le minimum de celle-ci corresponde à la solution de l'EDP sous les conditions aux limites Figure (I.14).



Figure(I.14) : *Domaine bidimensionnelle* Ω*.aux conditions aux limites*



Figure(I.15) : *Découpage en éléments finis du domaine* Ω

Avec :

L et G : sont des opérateurs différentiels. F et G(A), N(A) des fonctions connues respectivement définis sur Ω et Γ_d et Γ_n A : la solution recherchée.

La minimisation s'effectue par le principe de Rayleigh-Ritz consistant à écrire :

$$\frac{\partial f(A)}{\partial A_i} = 0 \Leftrightarrow \frac{\partial f(A)}{\partial A_1} = \frac{\partial f(A)}{A_2} = \ldots \frac{\partial f(A)}{\partial A_n} = 0 \tag{I.3}$$

Le principe de la méthode des résidus pondérés consiste à chercher la solution approchée du problème en partant des équations aux dérivées partielles exprimées sous forme générale par :

$$\begin{cases} L(A) = F \quad sur \quad \Omega & \text{(I.4)} \\ G(A) = A \quad sur \quad \Gamma_d & \\ N(A) = \dfrac{\partial A}{\partial n} \quad sur \quad \Gamma_n & \text{(I.5)} \end{cases}$$

La méthode des résidus consistée à rechercher sur le domaine de Ω les valeurs du potentiel vecteur magnétique A qui annulent la forme intégrale suivante :

$$\iint_{\Omega} (\alpha_i . R_i) dxdy = \sum_{e=1}^{M} \iint_{\Omega^e} [\alpha_i^{\ e}][R_i^{\ e}] dxdy \tag{I.6}$$

$$R_i = L(A) - f$$

R_i, F, α_i : sont le résidu de l'approximation, fonction source définie sur le domaine Ω, fonction de pondération respectivement.

L'idée fondamentale de la méthode des éléments finis est de subdiviser la région à étudier Ω en petites sous régions appelées éléments finis constituant le maillage éléments finis. Dans ce qui suit, nous allons présenter la discrétisation qui permet d'aboutir à une représentation matricielle de l'équation différentielle. Elle remplace la forme intégrale globale par une somme d'intégrales sur les éléments. Sur chaque élément triangulaire du 1er ordre (03 nœuds), la fonction d'approximation sur l'élément de la solution est exprimée par :

$$A_z(x, y) = a_0 + a_1 X + a_2 Y = a + bX + cY \tag{I.7}$$

La détermination des coefficients "a, b, c" conduit à établir la fonction d'approximation en tout point de l'élément fini en fonction des valeurs connues aux nœuds.

$$A_z^e(X, Y) = \sum_{j=1}^{n} \alpha_j(x, y) \cdot A_{z_j}(x, y, t) \tag{I.8}$$

La fonction de forme α_j correspond aux nœuds "j", le paramètre n représente le nombre de nœuds par élément et égale à 3 pour des éléments triangulaires. La méthode de Galerkine consiste à poser la fonction de pondération $W(X,Y)$ comme fonction d'approximation $N(X,Y)$ sur chaque élément du maillage. Le système caractérisant globalement un problème éléments finis s'écrit sous la forme :

$$[K]\{A\} + [M]\frac{\partial\{A\}}{\partial t} = \{F\} \tag{I.9}$$

$\{A\}$: est la solution pour chaque nœud.

$[K]$: représente la matrice globale de rigidité. Cette matrice est formée à partir de la géométrie (position des nœuds, définitions des éléments) et des propriétés physiques dans chaque élément.

$\{F\}$: est le vecteur global des sollicitations (source).

Le tableau (I.6) représente la formulation globale d'un problème éléments finis pour différents phénomènes physiques.

Domaine	Propriétés physiques	Comportement *A*	Sollicitation F
Magnétique	Perméabilité magnétique	Champ magnétique	Courant électrique, Aimant permanant
Électrique	Permittivité électrique	Potentiel électrique	Charge électrique
Thermique	Conductivité thermique	Potentiel thermique (Température)	Source de chaleur
Mécanique	Raideur	Déplacement	Force

Tableau(I.6) : *Eléments de formulation d'un problème éléments finis.*

I.5.3.3 Les modèles semi-analytiques

Parmi les méthodes semi-numériques les plus connues, on peut citer la méthode des réseaux de perméances **[Delmotte 2003] [Bertrand 2006] [Kada 2015].** Cette méthode consiste à décomposer un circuit magnétique en sous-éléments (réluctances ou source potentiel) puis à résoudre ce circuit comme un circuit électrique en utilisant les lois de Kirchhoff pour trouver les flux dans les différentes branches du circuit Figure (I.16).

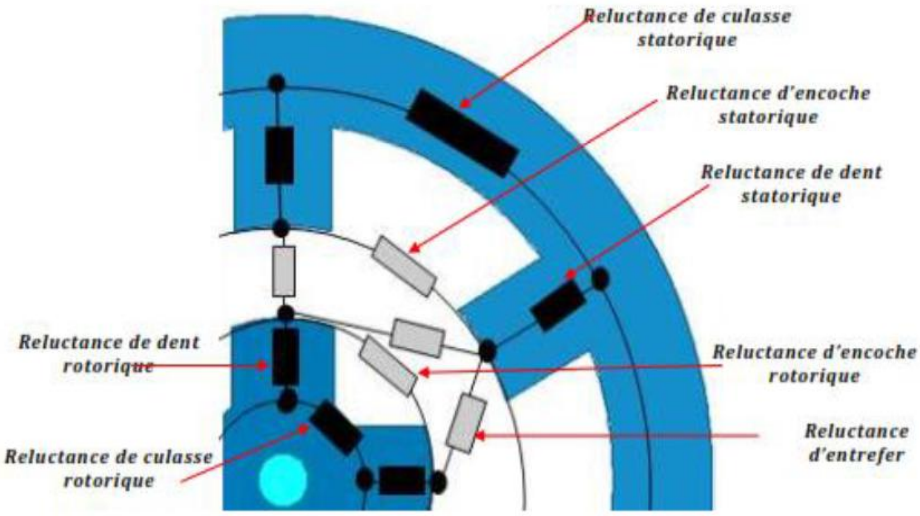


Figure (I.16) : *Réluctances équivalentes des différentes parties magnétiques de la MRV* ***[Kada 2015].***

Les méthodes semi-analytiques ont une position intermédiaire entre les modèles analytiques et les modèles éléments finis pour le temps de résolution et la précision de la modélisation. Les inconvénients majeurs de cette modélisation sont la nécessité de la connaissance du système et des phénomènes physiques à modéliser et l'inefficacité pour certains problèmes ou les grandeurs physiques doivent être calculées au niveau de tous les points de la structure.

I.5.4 Les algorithmes d'optimisation

Il existe deux principaux groupes de méthodes d'optimisation : les méthodes dites « **stochastiques** » et les méthodes dites « **déterministes** » **[Brisset2007]**. **Les algorithmes d'optimisation déterministes** calculent l'optimum de manière exacte par des lois mathématique bien définies. Elles convergent toujours vers le même optimum si les conditions initiales et les paramètres de contrôle de l'algorithme sont identiques. Ce sont des méthodes généralement très rapides, utilisées pour des problèmes d'optimisation ou l'évaluation de la fonction (avantage de temps de convergence) **[Caldora 2001] [Belfkira 2009]**. Parmi les exemples d'algorithmes déterministes on peut citer : Gradient, Gauss-seidel, Newton.

Les algorithmes d'optimisation stochastiques sont basés sur une prospection aléatoire dans l'espace des solutions pour des conditions initiales et des paramètres de contrôle sont identiques. Ces méthodes peuvent résoudre des problèmes d'optimisation assez complexes et avec un grand nombre de variables de natures différents (réelles, entier..). On peut regrouper les différents algorithmes stochastiques comme : la méthode Monte-Carlo, Recuit simulé **[Tuan 2009] [Ragot 2008]**.

Le choix de la méthode d'optimisation dépend du niveau de modélisation, de la finesse des méthodes de résolution (analytique, numérique, semi-analytique), des phénomènes physiques qui exigent des temps de résolution importants (les phénomènes non linéaires, les phénomènes couplés).

I.6 Dimensionnement analytico-empirique d'un moteur asynchrone triphasé à cage et analyse des performances :

Dans cette partie nous allons présenter une méthode de conception des moteurs asynchrone triphasés moteur fabriqué par l'entreprise **Electro-Industrie** (Ex ENEL – Azazga) qui est basé sur le cahier de charge suivant :

- Fréquence du réseau d'alimentation: **f=50Hz**
- Nombre de phases **: m=3**
- Type du moteur **: 130-4 pôles**
- Nombre de paire de pôles **: p=2**
- Puissance nominale **: Pn=5.5KW**
- Tension nominale **: Un=230V**
- Couplage **: Triangle (**Δ)
- Courant nominale : **In=11.4A**
- Vitesse de rotation nominale **: Nn=1500tr/min**
- Facteur de puissance **:** $\cos\boldsymbol{\varphi} = \mathbf{0.83}$
- Rendement **:** $\boldsymbol{\eta} = \mathbf{0.847}$
- Hauteur d'axe : **h=132mm**
- Diamètre extérieur **: Dext=200mm**

I.6.1 Dimensions principales et les contraintes électromagnétiques

Avant de commencer le dimensionnement d'un moteur électrique, il faut bien définir quelques paramètres essentiels, en premier lieu de ses dimensions principales **[Boldea 2002]** :

- Le diamètre intérieur du stator $\mathbf{D_{ints}}$
- La longeur de l'armature magnétique $\mathbf{L_i}$

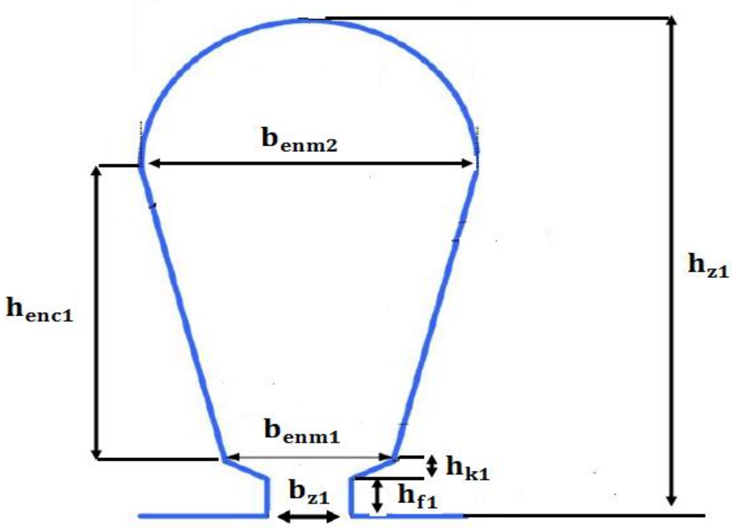
Le calcul des dimensions principales de la machine asynchrone sont résumés par le tableau suivant **[Boldea 2002]** :

Les dimensions principales	Les équations et quelques formules empiriques
La Puissance électromagnétique	$P_i = m_1 E_n I_n K_e \quad avec \quad E_n = K_e U_n$ (I.10) $K_e = \frac{E_n}{U_n} = 0.9 \div 0.98$ $P_i = m_1 K_e U_n I_n \quad [W]$ (I.11) $P_i = K_e S_n \Rightarrow P_i = \frac{K_e P_n}{\eta . Cos\varphi} \quad [W]$ $\mathbf{U_n}$: Tension nominale. $\mathbf{m_1}$: nombre de phase du stator. $\mathbf{E_n}$: force électromagnétique. $\mathbf{I_n}$: courant de phase [A]. $\mathbf{S_n}$: puissance apparent [V.A] $\boldsymbol{\eta}$: rendement du moteur. **Cos** $\boldsymbol{\varphi}$: facteur de puissance.

Induction dans l'entrefer	$B_d = \frac{6.11.P_n.10^{12}}{\alpha_i K_f.K_{en1}.D_{ints}{}^2.A.L_i N_s}$ $[T]$ (I.12) $\boldsymbol{\alpha_i}$: coefficient de recouvrement polaire. $\mathbf{K_{en1}}$: coefficient de bobinage de l'enroulement du stator, $\mathbf{K_f}$: coefficient de forme, **A** : charge linéaire, $\mathbf{D_{ints}}$: diamètre intérieur du stator, $\mathbf{L_i}$: longeur virtuelle d'induit. N_s : vitesse de rotation au synchronisme (tr/min). $K_f = \frac{\pi}{2.\sqrt{2}}$
Longeur virtuel d'induit	$L_i = \frac{6.11.P_n.10^{12}}{\alpha_i K_f.K_{en1}.D_{ints}{}^2.A.B_d N_n}$ $[mm]$ $(I.13)$
Coefficient de longeur	$\lambda = \frac{L_i}{D_{ints}}$ $[mm]$ $0.7 \prec \lambda \prec 1.3$ $(I.14)$
Le flux utile par pole	$\varphi = B_\delta.\alpha_i.\tau.L_i.10^{-6}$ $[Wb]$ $(I.15)$
Nombre d'encoche par pole et par phase	$q_1 = \frac{Z_1}{2.p.m_1}$ $(I.16)$
Le pas dentaire	$t_1 = \frac{\pi.D_{ints}}{Z_1}$ $(I.17$
Courant nominale dans une phase statorique	$I_n = \frac{P_n.10^3}{m_1.U_n.\eta_n.Cos\varphi_n}$ $(I.18)$ $\mathbf{P_n}$: puissance nominale [KW]. $\mathbf{U_n}$: Tension simple [V]. $\boldsymbol{\eta_n}$: rendement nominal, $\boldsymbol{cos\varphi_n}$facteur de puissance nominal.
Nombre de conducteurs par une encoche	$U_{enc1} = \frac{A_1.t_1.10^3}{I_n}$ $(I.19)$ $\mathbf{A_1}$: le nombre de branches parallèles de l'enroulement statorique.
Nombre de spires par phase	$W_1 = \frac{p.q_1.U_{enc1}}{A_1}$ $(I.20$
Section effective d'un conducteur	$S_{1eff} = \frac{I_{1n}}{A_1 J_1}$ $[mm2]$ $(I.21)$ J_1 : Densité de courant dans l'enroulement statorique.

I.6.2 Calcul des dimensions des encoches au stator

Les dimensions essentielles dans une encoche sont les largeurs inférieur et supérieur, la hauteur de l'encoche ou hauteur de la dent telle que mise en évidence par la figure suivante :



Figure(I.17) : *Présentation de la feuille statorique.*

Dimensions de la feuille statorique	Les équations et les formules empiriques
La largeur de la dent	$$b_{z1} = \frac{t_1.B_d}{K_{fer}.B_{z1_{\max}}} \quad [mm] \qquad (I.22)$$ **K_{fer}** : Coefficient de remplissage du paquet des tôles statorique et rotorique. **K_{fer}=0.95** : pour isolation avec oxydation. **K_{fer}=0.97** : pour isolation en vernie. **Bz_{max}** : induction maximale dans la dent statorique en [T].
La hauteur du dos statorique	$$h_{c1} = \frac{0.5.\alpha_1.\tau.B_d}{K_{fer}.B_{c1}} \quad [mm] \qquad (I.23)$$ $$B_{c1} = [1.5 \div 1.65]$$ -B_{c1} : Induction magnétique dans le dos du stator .
La hauteur de la dent	$$h_{z1} = 0.5(D_{1ext} - D_{1int}) - h_{c1} \qquad (I.24)$$

La largeur minimale de l'encoche	$b_{enm1} = \frac{\pi.(D_{1ext} + (0.2.h_{z1}))}{Z_1} - b_{z1} \quad [mm]$	$(I.25)$
La largeur maximale de l'encoche	$b_{enm2} = \sqrt{b_{enm1}{}^2 + 2S_{enc}\left(\tan\frac{\pi}{Z_1}\right)} \quad [mm]$	$(I.26)$
La hauteur utile de l'encoche statorique	$h_{enc1} = h_{z1} - (h_{k1} + h_{f1}) - \frac{b_{enm2}}{2} \quad [mm]$ $h_{f1} = [0.8 \div 1.8]$ H_{f1} : hauteur de la fente de l'encoche statorique.	$(I.27)$
Section l'encoche statorique	$S_{enc1} = \left(\frac{b_{enm2} + b_{enm1}}{2}\right).h_{enc1} + \frac{\pi.r^2}{2} \quad [mm^2]$ -r=3.566 rayon de la tête de l'encoche statorique.	$(I.28)$
Hauteur de la clavette	$h_{k1} = 0.5.(b_{enm1} - b_{f1}) \quad [mm]$ $b_{f1} = 3.93$ **b_{f1}** : largeur de la fente de l'encoche statorique.	$(I.29)$
La charge linéaire	$A = \frac{I_1.U_{en1}}{t_1.a.10^{-3}} \quad [A/m]$	$(I.30)$
Flux utile par pôle	$\phi = \alpha_1.\tau.L_i.B_d.10^{-6} \quad [Weber]$ $\alpha_1 = 0.61$ Coefficient de recouvrement polaire.	$(I.31)$
Induction magnétique dans l'entrefer	$B_\delta = \frac{\phi}{\alpha_1.\tau.L_i.10^{-6}} \quad [T]$	$(I.32)$

I.6.3 Calcul des dimensions des encoches au rotor

Dimensions de la feuille statorique	Les équations et les formules empiriques
Hauteur de la culasse	$h_{c2} = \dfrac{0.5.\alpha.\tau.B_d}{K_{2fer}.B_{c2}} \quad [mm] \qquad (I.33)$ **K_{2fer}=0.975** : Coefficient de remplissage des tôles rotorique. **B_{c2}==1.4[T]** : induction dans la culasse rotorique [T].
Hauteur de la dent rotorique	$h_{z2} = 0.5.(D_{2ext} - D_{2\text{int}}) - h_{c2} \quad [mm] \qquad (I.34)$
Largeur de la dent rotorique	$b_{z2} = \dfrac{t_2.B_d}{K_{fer}.B_{z2_{\max}}} \quad [mm] \qquad (I.35)$ **$Bz2_{max}$=1.95 [T]** : induction admissible dans la dent rotorique.
Le rayon de la téte extérieur de l'encoche	$r_1 = 2.\dfrac{\pi.(D_{2ext} - 2.h_{z2}) - (Z_2.b_{z2})}{Z_2 + \pi} \quad [mm] \qquad (I.36)$
Le rayon de la téte intérieur de l'encoche	$r_2 = 2.\dfrac{\pi.(D_{2ext} - 2.h_{f2}) - (Z_2.b_{z2})}{Z_2 + \pi} \quad [mm] \qquad (I.37)$ **h_{f2}=1[mm]** : la hauteur de la fente rotorique.
Hauteur utile de l'encoche rotorique	$h_{enc2} = h_2 + 0.5.(d_2 + d_{2m}) \quad [mm] \qquad (I.38)$ $d_2 = 2.r \quad [mm]$ $d_{2m} = 2.r_2 \quad [mm]$ $h_2 = (h_{z2} - h_{f2}) - 0.5(d_2 + d_{2m}) \quad [mm]$ **d_2 :** diamètre supérieur de l'encoche, **d_{2m} :** diamètre inférieur de l'encoche. **h_2 :** hauteur entre les axes de l'encoche.
La section de l'encoche rotorique	$S_{enc2} = (b_{enc2} - b_{enm2}).h_{2enc} + \dfrac{(\pi.r_1^2)}{2} + \dfrac{(\pi.r_2^2)}{2} \quad [mm^2] \quad (I.39)$

Densité de courant dans la barre rotorique	$J_2 = \dfrac{I_2}{S_{enc2}} \quad [A/mm^2] \qquad (I.40)$
La section de la barre	$S_b = 0.125.\left(d_2^2 + d_{2m}^2\right)\pi + 0.5\left(d_2 + d_{2m}\right).h_2 \quad \left[mm^2\right] \qquad (I.41)$
La section de l'anneau	$S_{an} = (0.35 \div 0.45).\dfrac{Z_2.S_b}{2.p} \quad \left[mm^2\right] \qquad (I.42)$
La hauteur de l'anneau	$h_{an} = (1.1 \div 1.25).h_{z2} \quad [mm] \qquad (I.43)$
La largeur de l'anneau	$b_{an} = \dfrac{S_{an}}{h_{an}} \quad [mm] \qquad (I.44)$
Densité de ourant dans l'anneau	$J_{an} = \dfrac{I_{an}}{S_{an}} \quad [mm] \qquad (I.45)$ $I_{an} = \dfrac{I_2}{K_{red}} \quad [A] \qquad (I.46)$ $K_{red} = 2.\sin\left[\dfrac{\pi.p}{Z_2}\right] \qquad (I.47)$ **I_{an} :** le courant dans l'anneau, **K_{red} :** coefficient de réduction.

I.6.4 Calcul du circuit magnétique

Force magnétomotrice	Les équations et les formules empiriques
Force magnétomotrice de l'entrefer	$F_d = 0.8.K_d.B_d.10^3 \quad [A] \qquad (I.48)$ $K_d = K_{d1}.K_{d2}$ $K_{d1} = 1 + \dfrac{K_{d1}}{t_1 - b_{f1}} \qquad K_{d2} = 1$ **K_d :** coefficient de Carter, **b_{f1} :** largeur de la fente rotorique en [mm]
Force magnétomotrice de	$F_{c1} = H_{c1}.L_{c1}.10^{-3} \quad [A] \qquad (I.49)$

la culasse statorique	**H_{c1} :** l'intensité de champ magnétique dans la culasse statorique qui correspond à l'induction B_{c1}. $$B_{c1} = 0.5\frac{\alpha_i.\tau_{p1}.B_d}{K_{fer}.h_{c1}} \quad [T] \qquad (I.50)$$
Force magnétomotrice dans la dent statorique	$$F_{z1} = H_{z1}.L_{z1}.10^{-3} \quad [A] \qquad (I.51)$$ **h_{z1} :** hauteur de la dent statorique en [mm].**H_{z1} :** l'intensité de champ magnétique qui correspond a l'induction **B_{z1}** $$B_{z1\max} = \frac{t_1.d}{K_{fer}.b_{z1}} \quad [T] \qquad (I.52)$$
Force magnétomotrice de la culasse rotorique	$$F_{c2} = H_{c2}.L_{c2}.10^{-3} \quad [A] \qquad (I.53)$$ **H_{c2} :** l'intensité de champ magnétique dans la culasse rotorique qui correspond à l'induction B_{c2}. $$B_{c2} = 0.5\frac{\alpha_i.\tau_{p2}.B_d}{K_{fer}.h_{c2}} \quad [T] \qquad (I.54)$$
Force magnétomotrice dans la dent rotorique	$$F_{z2} = H_{z2}.(h_{z2} - 0.4.d_2).10^{-3} \quad [A] \qquad (I.55)$$ **h_{z2} :** hauteur de la dent rotorique en [mm].**H_{z2} :** l'intensité de champ magnétique qui correspond a l'induction **B_{z2}** $$B_{z2\max} = \frac{t_2.d}{K_{fer}.b_{z2}} \quad [T] \qquad (I.56)$$
La force magnétomotrice totale	$$F_T = \sum F_i = 2.(F_d + F_{z1} + F_{z2}) + F_{c1} + F_{c2} \quad [A] \qquad (I.57)$$

I.6.5 Calcul des paramètres électriques

Dans cette étape, on effectue le calcul des paramètres nécessaires de circuit équivalent de la machine. Le schéma équivalent monophasé de la Figure (I.18) résume les divers paramètres qui caractérisent la machine. Les Tableaux (I.5) montrent le calcul des paramètres électriques.

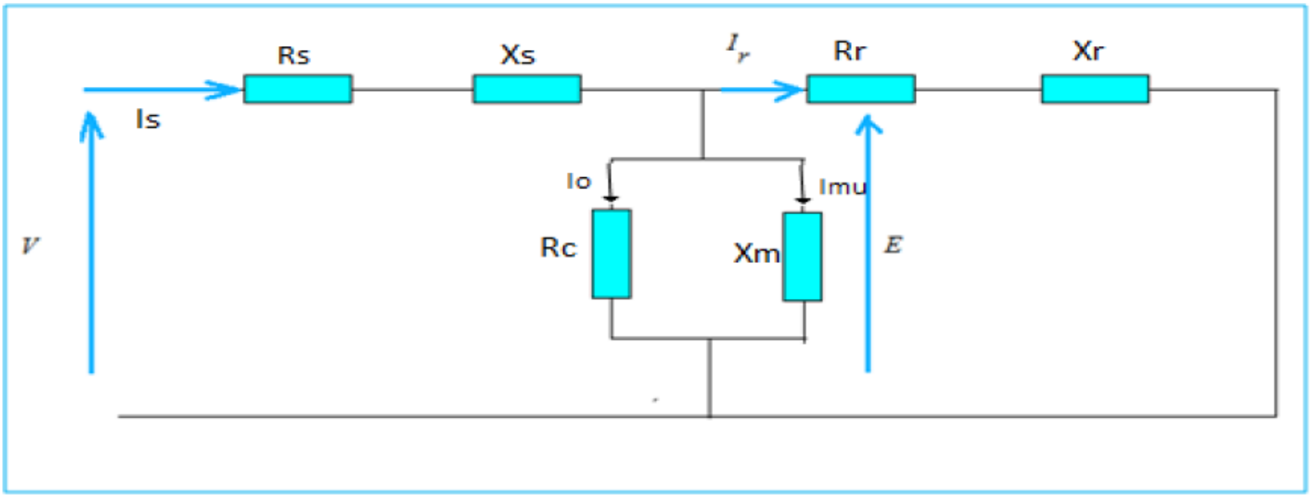


Figure (I.18) : *Schéma monophasé équivalent.*

I.6.5.1 Calcul des réactances de fuites au stator

Réactance de fuite au stator	Les équations et les formules empiriques
Réactance de fuite d'encoche statorique	$$X_e = \mu_0 U_{enc1}{}^2 L_i \left(\frac{2(h_{z1}-e_1)}{3(b_{enm1}+b_{enm2})} + \frac{e_1}{b_{enm1}} + \frac{h_{k1}}{b_{enm1}-b_{z1}}.\ln\frac{b_{enm1}}{b_{z1}} + \frac{h_{f1}}{b_{z1}} \right) \quad (I.58)$$
Réactance de fuite différentielle	$$X_{ds} = \frac{4.\mu_0.\omega_s.L_i.W_1^2}{2.p.q}\lambda_{ds} \quad (I.59)$$ $$\lambda_{ds} = \frac{0.9.\tau_s.q_1{}^2.K_{en1}S_c.\delta_{ds}}{K_c.d.K_{st}}\lambda_{ds} \quad (I.60)$$ $$S_c = 1-0.033\frac{b_{z1}{}^2}{d.\tau_s} \quad (I.61)$$ δ_{ds} : prend plusieurs valeurs selon le nombre d'encoche par pôle et par phase. K_c : Coefficient de carte, d : épaisseur de l'entrefer, K_{st} : coefficient de saturation. τ_s : pas dentaire au stator.
Réactance de fuite des têtes de bobines	$$X_{ec} = \frac{4.\mu_0.\omega_s.L_i.W_1^2}{2.p.q_1}\lambda_{ec} \quad (I.62)$$ $$\lambda_{ec} = 0.34\frac{q_1}{L_i}(l_{en} - 0.64\beta.\tau_s) \quad (I.63)$$ l_{en} : longeur des têtes de bobine dépendante du nombre de paire de pôles et du pas d'enroulement. β : le rapport de raccourcissement.
Réactance de fuite zig-zig	$$X_z = \mu_0.L_i.U_{en1}.\frac{\tau_s - b_{z1}}{8.d.\tau_s} \quad (I.64)$$

I.6.5.2 Calcul des réactances de fuites au rotor

Calcul des réactances au rotor	Les équations et les formules empiriques
Réactance de fuite au rotor	$$X'_r = 2\pi\mu_0 f L_i 10^{-9}\left(.\lambda_{enc2} + \lambda_{dr} + \lambda_{ra}\right) \quad (I.65)$$
Perméance d'encoche	$$\lambda_{enc2} = \left(\frac{\left(h_{enc2} + 0.4.d_2\right)}{3.d_{2m}}\right).\left(\frac{\left(1-\pi.d_2\right)}{8.S_b}\right)^2 + 0.66 - \left(\frac{b_{f2}}{2.d_{2m}}\right) + \frac{b_{f2}}{2.d_{2m}} \quad (I.66)$$
Perméance différentielle	$$\lambda_{dr} = \frac{0.9.\tau_r.\delta_{dr}}{K_c.d}\frac{Z_2}{\left(2.p\right)^2} \quad (I.67)$$ $$\delta_{dr} = 9\frac{12.p}{\left(2.Z_2\right)^2.100} \quad (I.68)$$
Perméance de fuite dans l'anneau	$$\lambda_{ra} = \frac{6\left(D_{anmoy} - h_{an}\right)}{Z_2.L_i.4Sin^2\left(\frac{\pi.p}{Z_2}\right)}.\frac{\log\left(28.\left(D_{anmoy} - h_{an}\right)\right)}{h_{an} + 2b_{an}} \quad (I.69)$$

I.6.5.3 Calcul des paramètres du schéma équivalent

Calcul des paramètres du schéma équivalents	Les équations et les formules empiriques
la résistance statorique R_s	$$R_s = \rho_{cu}\frac{L_{tot}N_s}{S_b} \quad (I.70)$$ Avec: $\boldsymbol{\rho_{cu}}$: La résistivité du cuivre [Ω.m]. $\mathbf{N_s}$: Le nombre de spires. $\mathbf{L_{tot}}$: Longueur total de la bobine[m].
Résistance de la barre R_b	$$R_b = \frac{\rho.L_a.K_{pp}}{S_b} \quad (I.71)$$ $\mathbf{K_{pp}}$: Facteur de pénétration des courants.
Résistance d'une portion de l'anneau R_{an}	$$R_{an} = \frac{\rho.2\pi.D_{anmoy}}{Z_2.S_{an}} \quad (I.72)$$ $$D_{anmoy} = D_{extr} - h_{an}$$ $$R_{ph} = R_b + \frac{2.R_{an}}{K_{red}^2}$$
La résistance ramenée au rotor R_r	$$R_r = M.R_{ph} \quad (I.73)$$ $$M = \frac{m}{Z_2}\left(\frac{W_1.K_{en1}}{W_2.K_{en2}}\right)$$ $\mathbf{Z_2}$: Nombre de barres au rotor. $\mathbf{K_{en2}=1}$: coefficient

	enroulement au rotor. **W_2**=0.5 Nombre de spires en série au rotor.
Réactance totale au stator X_s	$$X_s = 2\pi\mu_0 f_1 L_i \frac{W_1^2}{pq_1}(\lambda_e + \lambda_{ds} + \lambda_{ec} + \lambda_z) = X_e + X_{ds} + X_{ec} + X_z \qquad (I.74)$$ λ_e λ_{ds} λ_{ec} λ_z: représentent les coefficients de perméances corresponds aux encoches statoriques, aux flux différentiel de phase statorique, aux têtes de bobine et aux fuites zig-zig du stator respectivement.
Réactance ramenée au stator X_r	$$X_r = \frac{4.m.W_1.K_{en1}.X'_r}{Z_2} \qquad (I.75)$$
Réactance de magnétisation X_m	$$X_m = \sqrt{\left(\frac{V}{I_{mu}}\right)^2 - R_s^2} - X_s \qquad (I.76)$$
Le courant magnétisant I_{mu}	$$I_{mu} = \frac{(2.p).K_f.F_T}{m_1.W_1 K_{en1}} \qquad (I.77)$$
La résistance modélisant les pertes a vide R_c	$$R_c = \frac{\sqrt{2}}{4.\pi}\frac{2}{D_{is}.f.K_{en1}.W_1.L_i} \qquad (I.78)$$

I.6.6 Application et Résultats :

On se propose d'appliquer l'algorithme de pré-dimensionnement relatif au moteur asynchrone à cage et de comparer les résultats obtenus à ceux d'un moteur de référence optimisée **[Boldea 2002]** et ceux du moteur fabriqué par l'entreprise **Electro-Industrie** (Ex ENEL – Azazga) :

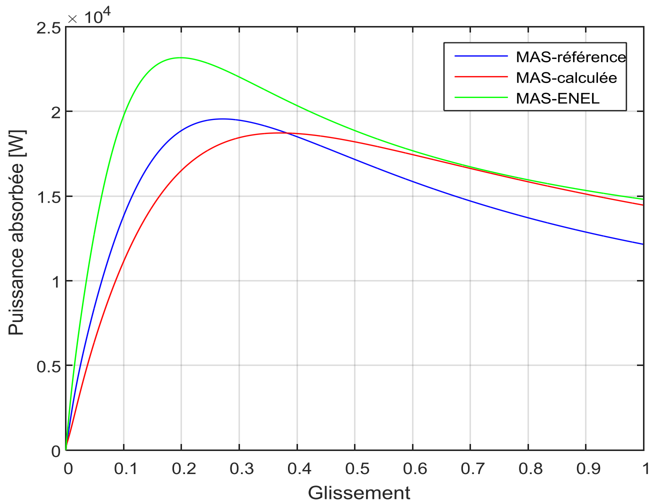
Grandeurs/Paramètres	Variables	Unités	Moteur de référence	Moteur calculé	Moteur (ENEL)
Puissance apparente	S_n	VA	7181.8	7841	
Diamètre intérieur stator	D_{ints}	mm	111.6	110.7467	129.56
Diamètre externe du stator	D_{exts}	mm	180	177.1948	200
Diamètre externe du rotor	D_{extr}	mm	111.29	110.4349	129,26
Diamètre de l'arbre	D_{sh}	mm	35.9	38.7611	48
Longueur du circuit magnétique	L_i	mm	131.5	173.9606	110
Pas polaire	τ_p	mm	87.6	86.9803	101,7046
Entrefer	g	mm	0.3111	0.31182	0,3
Nombres d'encoches stator/rotor	Z_1/Z_2		36/32	36/32	36/28
Nombre de conducteur/encoche	N_{cond}		31.33	30	40

Nombre de spires/phase	W_1		186.8	180	240
Section du conducteur stator	S_{cond}	mm^2	2.6733	2.0291	*2,082*
Diamètre du conducteur stator	D_{cond}	mm	1.622	1.6073	*1,628*
Facteur d'enroulement stator	K_{ws}		0.9019	0.9452	*0.95*
Largeur de la dent au stator	B_{zs}	mm	4.75	4.3627	3.98
Largeur supérieur : encoche stator	B_{enm1}	mm	9.16	9.9234	7.132
Largeur inférieure : encoche stator	B_{enm2}	mm	5.42	5.6509	4.93
Hauteur de la dent du stator	h_{zs}	mm	16.29	17.2769	16.29
Hauteur de la culasse du stator	h_{cs}	mm	18.93	15.9472	18.93
Pas dentaire au stator	T_s	mm	9.734	9.6645	11,300
Surface de l'encoche du stator	S_{enc}	mm^2	155.7	121.7478	118,9518
Largeur de la dent au rotor	bzr	mm	5.88	5.2246	6.3424
Largeur supérieur : encoche rotor	brenc1	mm	5.7	5.4515	8.1866
Largeur inférieure : encoche rotor	brenc2	mm	1.2	1.7483	1.8
Hauteur de la dent du rotor	hzr	mm	20	22.1716	22.39
Hauteur de la culasse du rotor	hcr	mm	13.55	21.1716	17.98
Pas dentaire au rotor	τ_r	mm	12.436	10.8419	14,529
Surface de la barre	Sb	mm^2	81.65	91.4868	86.0515
Epaisseur anneau	b_{an}	mm	24.445	24.3888	*24*
Largeur anneau	h_{an}	mm	10.02	9.6140	*10*
Force magnétomotrice culasse stator	F_{c1}	Atours	54.22	64.912	-
Force magnétomotrice culasse rotor	F_{c2}	Atours	32.4	38.98	-
Force magnétomotrice d'entrefer	F_d	Atours	-	654.38	-
Force magnétomotrice totale	F_t	Atours	853.68	797.2817	-
Courant magnétisant	I_{mu}	Ohm	3.86	2.8546	-
Résistance d'une phase du stator	Rs	Ohm	0.468375	0.51634	1.017
Réactance d'une phase du stator	Xs	Ohm	2.17	3.0753	2.346
Résistance d'une barre	R_b	µOhm	-	71.9	48.337
Résistance d'une portion d'anneau	R_{an}	µOhm	-	1.9622	2.873
Inductance d'une barre	L_b	µHenry	1.01	0.91312	0.4275
Inductance d'une portion d'anneau	L_{an}	µHenry	-	0.037625	0.073635
Résistance du rotor ramenée	R_r	Ohm	1.1295	1.0576	1.71
Réactance du rotor ramenée	X_r	Ohm	3.65	2.3506	3.5076
Résistance de magnétisation	X_c	Ohm	734 (estimée)	956.5604	821.85
Réactance de magnétisation	X_m	Ohm	66.7	89.9587	*71.9*
Flux magnétique par pole	Φp	mWb	5.878	6.9	-

Induction magnétique d’’entrefer	B_d	T	0.726	0.7076	-
Charge linéaire de courant	A	A/m	29825	31494	
Courant nominal	I_{1n}	A	9.303	10.1457	11.7
Facteur d’Esson	Co	VAmn/ m^3	146980	147000	-
Facteur de puissance nominal	Cos φ		0,83	0,78	0.88
Rendement nominal	η_n	%	91.779	91.2361	84

Les allures des performances correspondantes aux différentes machines sont présentées par les figures (I.19)(I.20)(I.21) et (I.22). Le moteur asynchrone peut disposer des améliorations tel que :

- d’ordre structurelles a travers des compromis judicieux entres les diamètres, la longueur utile, les nombres d’encoches et plus particulièrement les hauteurs des culasses magnétiques (stator et rotor).
- D’ordres physiques en choisissant des matériaux magnétiques plus performants selon la caractéristiques B-H en corrélation avec les niveaux de courants assurant des forces magnétomotrices importantes.
- Bien que le gabarit des encoches soit très bien dimensionné, les enroulements peuvent êtres objets d’améliorations au sens de la relation nombre de spires - section du conducteur – enroulements à deux étages.



Figure(I.19) : *Puissance absorbée en fonction du glissement*.

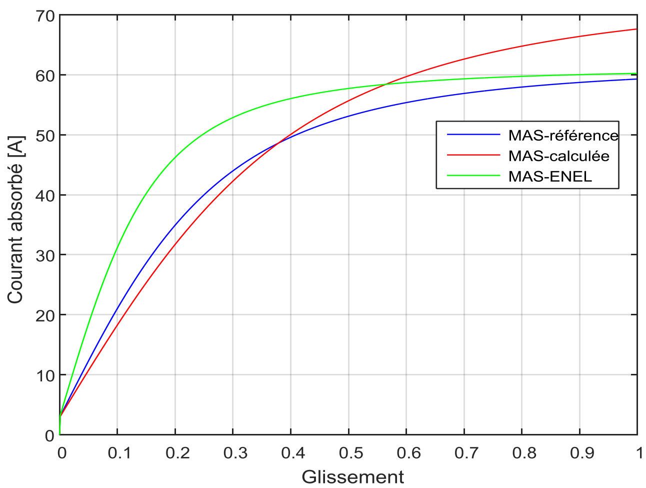
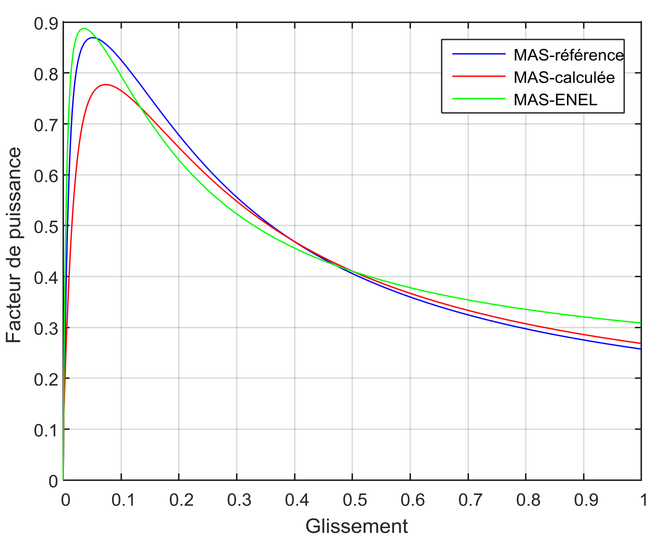


Figure (I.20) : *Courant absorbée en fonction du glissement*.



Figure(I.21) : *Facteur de puissance en fonction du glissement.*

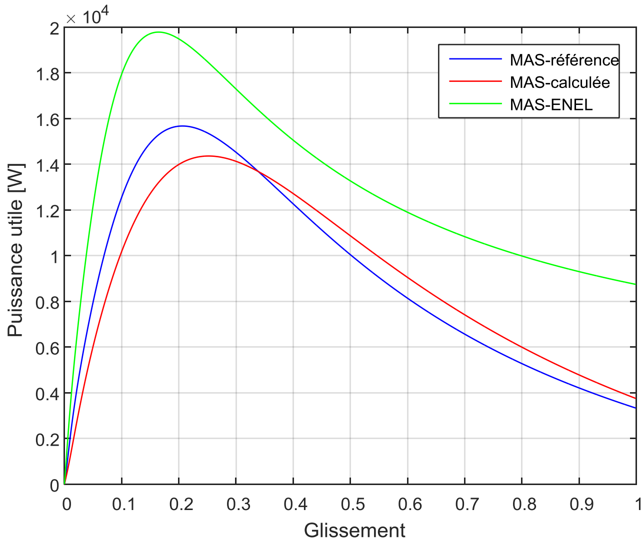
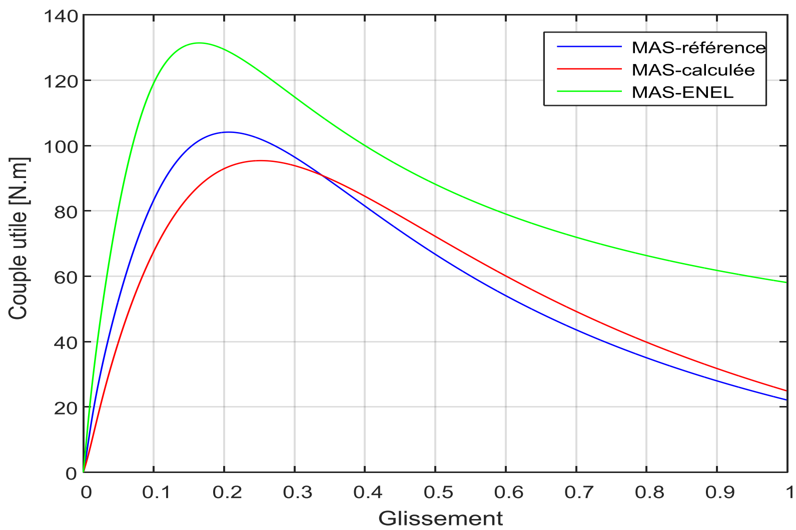


Figure (I.22) : *Puissance utile en fonction du glissement.*



Figure(I.23) : *Couple utile en fonction du glissement.*

I.7 Conclusion

Dans ce chapitre, un état de l'art sur les approches de conception optimales dans les dispositifs électromécaniques (machines électriques, actionneurs électromagnétiques) à été présenté. Ces dispositifs sont, en effet, des produits complexes dans lesquels de nombreux objectifs doivent être pris en compte lors de la démarche de conception optimale telle que : les limites et contraintes physiques, les contraintes environnementales (vibrations, bruits acoustiques,.. etc), et la prise en compte des différents phénomènes physiques.

Dans un premier temps, nous avons présenté l’analyse du Cycle de Vie (ACV) des machines électriques qui est devenu un standard dans de nombreux domaines de l’industrie et nous avons présenté les différentes contraintes et limites doivent être prises en compte lors de la conception des machines électriques. Ensuite, nous avons présenté la répartition des nouvelles classes de rendement selon la norme CEI-60034-30-1 et les directives de la commission européenne sur l’éco conception des moteurs électriques pour l’amélioration de l’efficacité énergétique et la protection de l’environnement.

Dans un second temps, un intérêt particulier est accordé à la présentation des étapes qui constituent la procédure de dimensionnement optimal d’un moteur électrique. Il apparait clair que dans un problème de conception optimale des machines électriques, il est souhaitable de trouver une solution qui implique à la fois le support de calculs des grandeurs physique (modélisation multi-physique) et la méthode d’algorithme d’optimisation. Les différentes méthodes de modélisation des machines électriques (analytique, numérique et semi-analytique) et algorithmes d’optimisation (stochastiques et déterministes) ont été exposés. Dans ce travail, on s’intéresse à la modélisation numérique par éléments finis (MEF) qui est très adapté aux machines électriques/actionneurs électromagnétiques, et comme il permet la prise en compte des non linéarités et d’intégrer les différentes couplages multi-physiques.

Enfin nous avons présenté le dimensionnement d’un moteur asynchrone à cage et de comparer les résultats des performances obtenus à celles d’un moteur de référence optimisée **[Boldea 2002]** et ceux du moteur fabriqué par l’entreprise **Electro-Industrie** (Ex ENEL – Azazga).

Le prochain chapitre se propose de répondre à la question « **pour quoi a-ton besoin d’outils multi-physiques ?** ». Il détaille la modélisation des différents phénomènes dans les dispositifs électromagnétiques ainsi que les méthodes de couplage multiphysiques.

II

Modélisation multi-physique des dispositifs électromagnétiques

Ce chapitre est centré sur la nécessité de la modélisation multi-physique dans les dispositifs électromagnétiques. Nous présenterons en premier lieu la modélisation des différents phénomènes physiques : électriques, magnétiques, mécaniques (mouvement, déformation) et thermiques. En second lieu nous présentons les différents couplages entre les phénomènes physiques ainsi que le calcul des forces magnétiques qui présente le terme d'interaction physique en vue d'une approche multi-physique imposé par l'étude des dispositifs magnéto-*mécanique.*

Sommaire

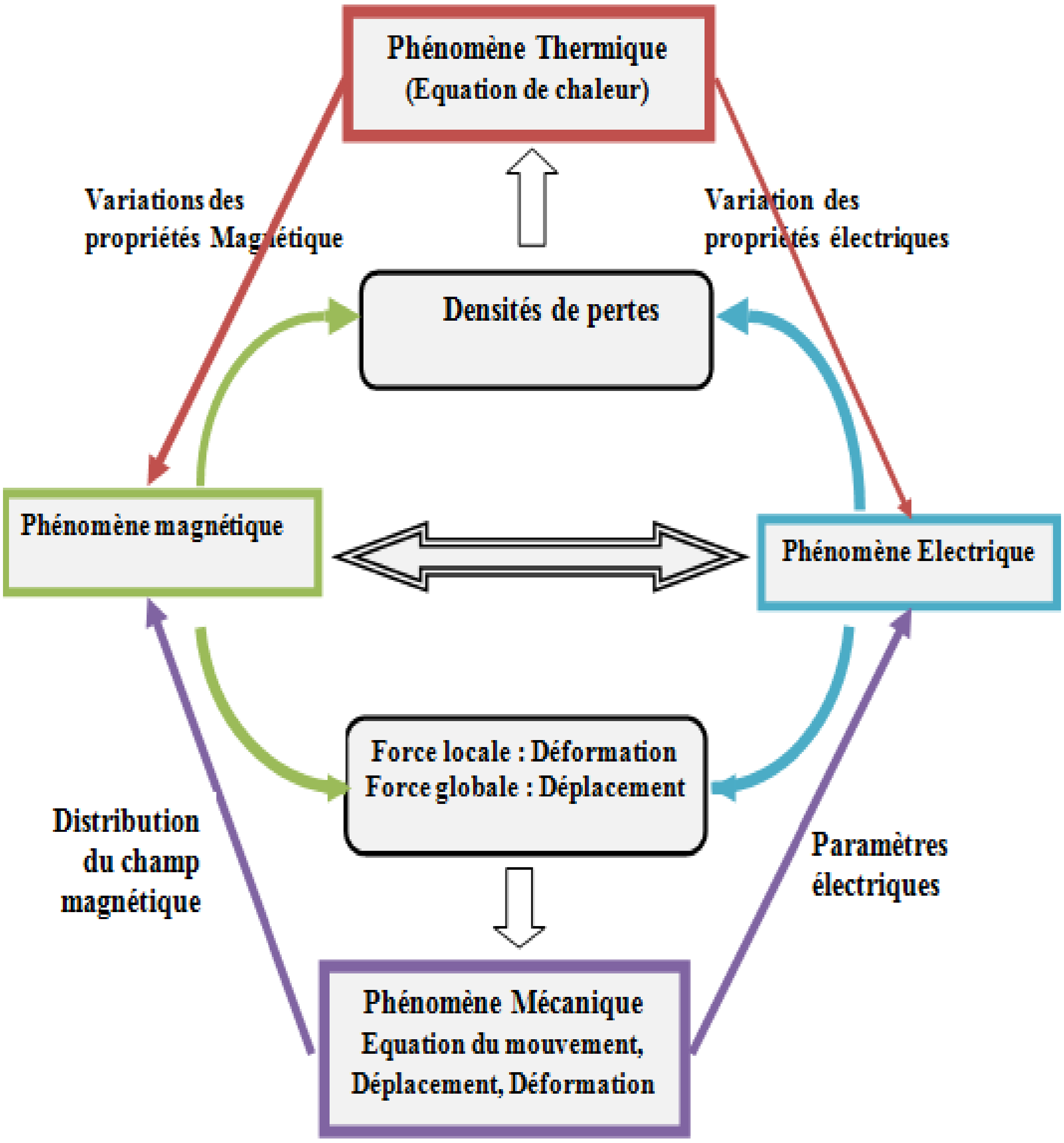
II.1 Introduction 48
II.2 Modélisation des phénomènes électriques 49
II.3 Modélisation des phénomènes électromagnétiques 50
II.3.1 Equations de Maxwell 50
II.3.2 Lois de comportement et milieux 51
II.3.3 Condition de passage 52
II.3.4 Diagramme de Tonti 53
II.3.5 Conditions aux limites 54
II.3.6 Sources électromagnétiques 54
II.3.7 Les potentiels électromagnétiques 55
II.3.8 Condition de Jauge 56
II.3.9 Modèle magnétodynamique bidimensionnel 57
II.4 Modélisation des phénomènes mécaniques 58
II.4.1 Modèles mécaniques 59
II.4.2 Modèles mécaniques des déformations 60
II.4.2.1 Equation d'équilibre mécanique et conditions aux limites 60
II.4.2.2 Lois des comportements mécanique 61
II.4.2.3 Tenseur de déformation 62
II.4.2.4 Équation de contrainte-déformation en 2D 63
II.4.2.5 Équation de compatibilité (contrainte-déplacement) 63
II.5 Modélisation des phénomènes thermiques 64
II.5.1 Equation de chaleur 64
II.5.2 Différents modes de transfert de chaleur 65
II.5.3 Calcul des sources thermiques 66
II.5.3.1 Les pertes joules 66
II.5.3.2 Les pertes fer 67
II.5.3.3 Les pertes supplémentaires en charge 67
II.6 Phénomènes mise en jeu dans les couplages multi-physiques 68
II.6.1 Différentes échelles temporelles 68
II.6.2 Différentes méthodes de couplage 69
II.7 Calcul des forces magnétiques 70
II.8 Conclusion 74

II.1 Introduction

LE COMPORTEMENT DES DISPOSITIFS ELECTROMAGNETIQUES est régi par un ensemble de phénomènes physiques incluant mouvement, efforts, électrique, magnétique, mécaniques, thermique, et vibratoire/acoustique. Ces phénomènes ne sont pas indépendants les uns des autres, et il s'avère souvent indispensable de ne pas négliger leurs influences mutuelles dans le cadre de la simulation numérique. Pour calculer avec une bonne précision les grandeurs physiques, il faut tenir en compte des phénomènes physiques les plus pertinents selon une approche multi-physiques **[Chauveau 2001] [Belahcen 2004] [Galopin 2007] [Zaouïa 2018] [Bajda 2020]**.

La modélisation multi-physique est une approche relativement récente qui nécessite de prendre en compte, dans la modélisation d'un système dont on cherche à prédire le comportement, des différentes phénomènes physiques, dans la pratique couplés entre eux, agissant sur ce système. La nécessite du couplage multi-physique est corrélée a l'évolution des besoins industriels traduits dans les cahiers de charges par l'ajout de contraintes spéciales de plus en plus strictes sur les aspects thermiques, le confort acoustique/vibratoire, le gabarit (volume, poids), et sur le coût total des dispositifs. Ces contraintes spéciales sont prises en compte à travers les phénomènes physiques correspondants lors de la phase de modélisation **[Aucejo-Galindo 2010] [Assad 2015] [Lallart 2016] [Aydin 2017]** .La Figure(II.1) présente les phénomènes et couplages multi-physiques, en particulier les comportements électro-magnetiques, électro-mécaniques, magnéto-mécanique, magnéto-thermique, en précisant sommairement les grandeurs de couplage.

Dans ce chapitre, nous nous intéressons à la présentation de différentes approches de modélisations multi-physiques dans les dispositifs électromagnétiques. La présentation des équations régissant les phénomènes physiques (électrique, magnétique, thermique et mécanique), l'association des conditions aux limites ainsi que les lois de comportement des milieux qui nous permettent d'étudier le comportement physique dans les dispositifs électromagnétiques. Puis, nous présentons les différentes échelles temporelles et les différents types de couplages multi-physiques. Ensuite, nous nous intéressons au calcul des forces magnétiques qui présentent le terme d'interaction physique en vue d'une approche multi-physique imposée par l'étude des dispositifs magnéto-mécanique.



Figure(II.1) : *Synoptique des couplages multi-physiques en électrotechnique.*

II.2 Modélisation des phénomènes électriques

La modélisation électrique consiste à déterminer les valeurs des courants et des potentiels électriques dans les dispositifs électromagnétiques. D'une manière générale, dans le cadre des systèmes de conversion d'énergie, les équations de Maxwell ne sont pas spécifiquement résolues pour la modélisation électrique. Les lois des nœuds et de maille qui en découlent et qui sont plus simples sont suffisantes **[Khlissa 2015]**. La modélisation électrique est très importante, elle permet de déterminer l'état des batteries, de calculer les lois de commande, déterminer quantité de chaleur dissipée dans les conducteurs et dans les circuits de commande, calcul des courants et des tensions dans les machines électriques **[Chedot 2004][Do 2010]**.

II.3 Modélisation des phénomènes électromagnétiques

II.3.1 Equations de Maxwell

La modélisation des phénomènes électromagnétiques s'appuie sur la résolution des équations Maxwell **[Maxwell1873]**. Celles-ci constituent un système d'équations couplé aux dérivées partielles qui unifie l'ensemble des principes de l'électromagnétisme et qui régit les variations spatio-temporelles des champs électromagnétiques **[Fournet1985]**. Les équations de Maxwell sous formes intégrales et différentielles, et les différentes grandeurs mises en jeu sont détaillées dans le tableau (II.1) et tableau (II.2) respectivement.

Les équations de Maxwell	Formes Intégrales	Formes différentielles
Maxwell-Gauss électrique	$\oiint_{\partial S} \vec{D} \bullet \vec{dS} = \iiint_V \rho_\upsilon .dV$	$div\left(\vec{D}\right) = \rho_\upsilon$ (II. 1)
Maxwell-Gauss Magnétique	$\oiint_{\partial S} \vec{B} \bullet \vec{dS} = 0$	$div\left(\vec{B}\right) = 0$ (II.2)
Maxwell-Faraday	$\oint_{(C)} \vec{E} \bullet \vec{dl} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$	$\overrightarrow{rot}\left(\vec{E}\right) = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$ (II.3)
Maxwell- Ampère	$\oint_{(C)} \vec{H} \bullet \vec{dl} = I$	$\overrightarrow{rot}\left(\vec{H}\right) = \vec{J_c} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$ (II.4)
La conservation de charge	$div\left(J_c\right) + \frac{\partial \rho_\upsilon}{\partial t} = 0$ $(II.5)$	

Tableau(II.1) : *Les équations de Maxwell sous formes intégrales et différentielles.*

	Symboles	Noms	Unité S I
Champs	$\vec{E}$	Champ électrique	V/m
	$\vec{H}$	Champ magnétique	A/m
Densités de flux	$\vec{D}$	Densité de flux électrique	C/m^2
	$\vec{B}$	Densité de flux magnétique	Wb/m^2
	$\vec{J_c}$	Densité de flux courant électrique	A/m^2
	ρ_υ	Densité volumique de charges électriques	C/m^3

Tableau(II.2) : *Unité et natures des grandeurs électromagnétiques.*

L'équation (II.5) exprime la conservation des charges électriques. Sachant que des charges en mouvement représentent un courant électrique, et comme les charges ne sont ni-crées ni détruites alors la densité de charge et la densité de courant satisfont toujours l'équation de continuité ou de conservation de charges.

II.3.2 Lois des comportements des milieux

Une loi de comportement est une fonction qui lie une grandeur physique aux variables d'état du système. Pour un milieu donné, il convient d'ajouter aux équations de Maxwell des relations constitutives qui préciseront les propriétés spécifiques du milieu étudié **[Henneron2004][Bossavit1991]** :

$$\vec{B} = \mu_0 \mu_r \vec{H} \qquad \text{Ferromagnétique} \qquad (II.5)$$

$$\vec{B} = \mu_0 \mu_r \vec{H} + \vec{B_r} \qquad \text{Aimants permanant} \qquad (II.6)$$

Un milieu isolant est un milieu dans lequel il y'a absence de charges libres. Par conséquent l'induction électrique dépend du champ électrique par la relation suivante

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \varepsilon_r \vec{E} = \varepsilon \vec{E} \qquad (II.7)$$

Un milieu conducteur est caractérisée a travers la relation entre la densité de courant et le champ électrique :

$$\vec{J_c} = \vec{J_s} + \sigma \vec{E} + \sigma\left(\vec{v} \times \vec{B}\right) \qquad \text{Loi d'Ohm généralisée} \qquad (II.8)$$

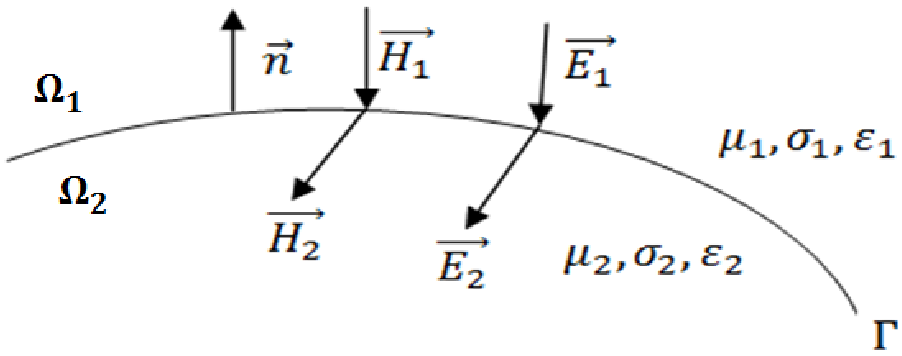
Symboles	Noms	Unité S I
$\mu_0 = 4\pi.10^{-7}$	Perméabilité relative du vide	[H/m]
μ_r	Perméabilité relative du matériau	-
ε_0	Permittivité électrique du vide	[F/m]
ε_r	Permittivité électrique relative du milieu	-
σ	Conductivité électrique	[S/m]
$\vec{J_s}$	Densité de courant de source dans les conducteurs	[A/m^2]
$\vec{B_r}$	Induction magnétique rémanente des aimants permanents	[T]
$\vec{v}$	Vitesse de déplacement des parties mobiles du système	[m/s]

Tableau(II.3) : *Propriétés des matériaux et différentes grandeurs.*

Ces propriétés physiques peuvent dépendre du champ magnétique $\overrightarrow{H}$, du champ électrique $\vec{E}$ respectivement : non linéarité magnétique/électrique, de l'espace (x, y, z): anisotropie, et bien d'autre grandeurs tel que la température(T), et la fréquence (f) .

II.3.3 Conditions de passages

Les grandeurs champs subissent des discontinuités au passage d'une interface entre deux milieux. La Figure (II.2) présente deux milieux Ω_1 et Ω_2 de conductivité électrique, de perméabilité magnétique et de permittivité électrique différentes.



Figure(II.2) : *Interface entre deux milieux* Ω_1 et Ω_2 .

Les relations de passage à l'interface de passage Γ entre deux milieux de propriétés différentes, s'écrivent **[Fournet1985] [Meunier2002]**:

$$\left(\overrightarrow{D_1} - \overrightarrow{D_2}\right)\Big|_{\Gamma} \bullet \vec{n} = \rho \tag{II.9}$$

$$\left(\overrightarrow{H_1} - \overrightarrow{H_2}\right)\Big|_{\Gamma} \times \vec{n} = \overrightarrow{K_s} \tag{II.10}$$

$$\left(\overrightarrow{B_1} - \overrightarrow{B_2}\right)\Big|_{\Gamma_n} \bullet \vec{n} = 0 \tag{II.11}$$

$$\left(\overrightarrow{E_1} - \overrightarrow{E_2}\right)\Big|_{\Gamma_n} \times \vec{n} = 0 \tag{II.12}$$

$$\left(\overrightarrow{J_1} - \overrightarrow{J_2}\right)\Big|_{\Gamma} \bullet \vec{n} = 0 \tag{II.13}$$

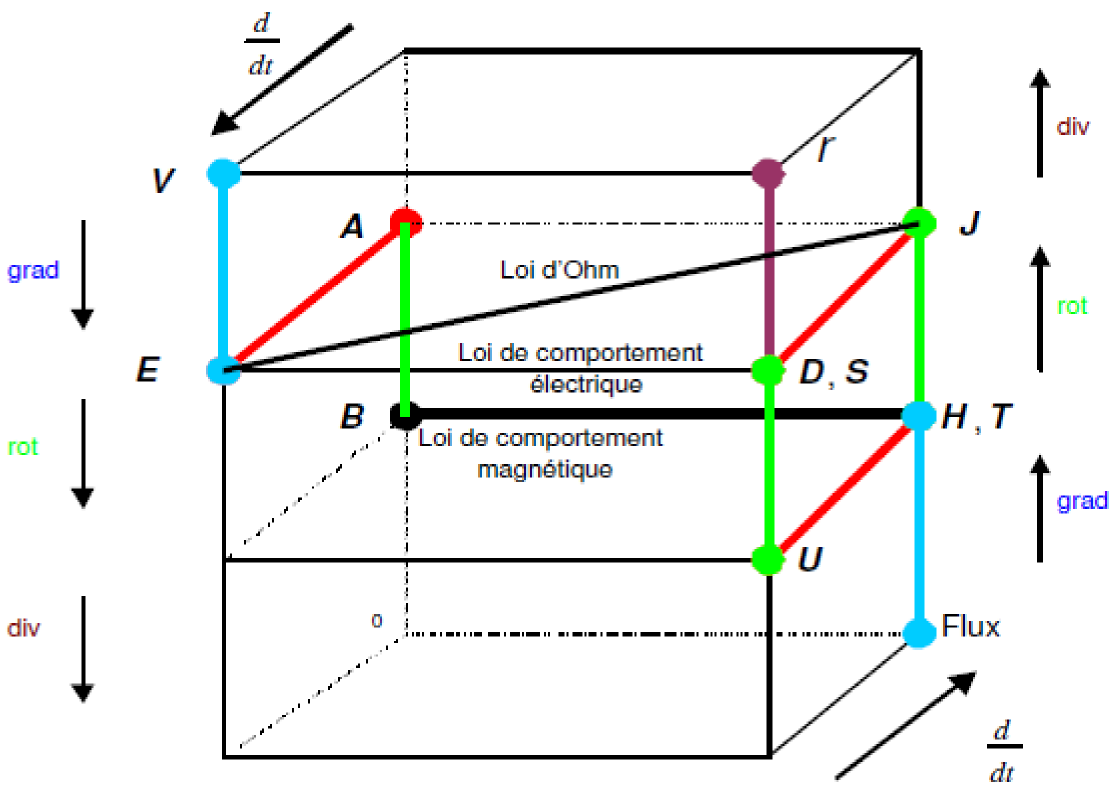
Ou ρ , $\overrightarrow{K_s}$ et $\vec{n}$ représentent respectivement la densité surfacique de charge, la densité linéique de courant et le vecteur unitaire normal à l'interface Γ.

Les équations (II.9) et (II.10) indiquent, quant à elles, la discontinuité de la composante normale de l'induction électrique $\vec{D}$ et de la composante tangentielle du champ magnétique $\vec{H}$ et lorsque les densités surfacique de charge ρ_s ou linéique de courant $\overrightarrow{K_s}$sont présentes.

Les équations (II.11), (II.12) et(II.13) expriment successivement la continuité de la composante normale de l'induction magnétique$\vec{B}$, de la composante tangentielle du champ électrique$\vec{E}$ et la composante normale de la densité de courant $\vec{J}$ à travers l'interface Γ.

II.3.4 Diagramme de Tonti

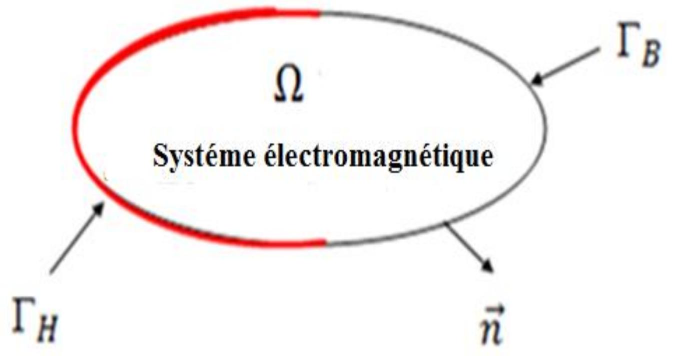
Les équations de Maxwell se présentent en deux systèmes duaux : Les lois de Faraday et de conservation de flux d'une part (système magnétique), les théorèmes d'Ampère-Maxwell et de Gauss d'autre part (système électrique).Les deux systèmes en tenant compte des relations des milieux peuvent être mise en évidence à l'aide du diagramme de Tonti **[Tonti2002]**. La Figure(II.3) montre le diagramme de Tonti, dans lequel les lois de comportement sont des opérateurs qui relient le champ électrique et le champ magnétique avec la prise en compte de la dérivée par rapport au temps.



Figure(II.3) : *Diagramme « de Tonti » pour le problème électrotechnique* ***[Rachek2007]****.*

II.3.5 Conditions aux limites

Pour assurer l'unicité de la solution du système composé des équations de Maxwell, en tenant compte des lois de comportement, il est nécessaire d'imposer des conditions aux limites sur les champs.



Figure(II.4) : *Conditions aux limites*Γ_H *et* Γ_B.

Soit le domaine d'étude globale Ω délimité par la frontière Γ (Figure (II.4)) qui est décomposée en deux parties Γ_H etΓ_B telle que $\Gamma_H \cup \Gamma_B = \Gamma$. Nous considérons les conditions aux limites fréquemment rencontrées :

$$\vec{H} \times \vec{n}\big|_{\Gamma_H} = 0 \tag{II.14}$$

$$\vec{B}.\vec{n}\big|_{\Gamma_B} = 0 \tag{II.15}$$

$$\vec{J}.\vec{n}\big|_{\Gamma_J} = 0 \tag{II.16}$$

$$\vec{E} \times \vec{n}\big|_{\Gamma_E} = 0 \tag{II.17}$$

Pour les formulations en potentiels, les conditions à limites considérées se traduisent par des conditions de Dirichlet (le potentiel est fixé) et Neumann (la dérivée du potentiel par rapport à la normale est fixée).

II.3. 6 Sources électromagnétiques

Les sources produisant des efforts dans les circuits électriques et magnétiques peuvent être imposées par les interactions électromagnétiques ou bien par des dispositifs induisant une différence de potentiel : convertisseurs statiques, batteries, aimants permanents, etc. Il est à noter que les sources d'effort sont communes dans les domaines : électrostatique et électrocinétique. Dans le cas de sources liant les domaines électrique et magnétique, ce sont en fait des sources d'effort autopilotées par le flux de l'autre circuit. Le Tableau (II.4) résume ces différentes sources électromagnétiques [**Bracikowski 2013]** :

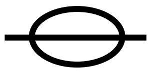
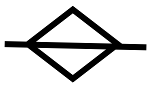
	Electrique	**Magnétique**
Sources	**Différence de potentiel électrique**	**Différence de potentiel magnétique**
	$U_{ij} = U_i - U_j = \int_{(c)} \vec{E}.\vec{dl}$	$\varphi_{ij} = \varphi_i - \varphi_j = \int_{(c)} \vec{H}.\vec{dl}$
Source autopilotée	**Force électromotrice**	**Force magnétomotrice**
	$fem = -N\dfrac{\partial \varphi(t)}{\partial t}$	$fmm = N\dfrac{\partial q(t)}{\partial t}$

Tableau (II.4) *: Sources électromagnétiques [**Bracikowski 2013]***

II.3.7 Les potentiels électromagnétiques

La résolution directe des équations en champs $(\vec{H}, \vec{E})$ est très difficile en raison des fortes discontinuités de certaines grandeurs physiques aux interfaces entre les régions de matériaux différents. Pour rendre la résolution des équations implicites, la notation des potentiels est très intéressante. Les potentiels électromagnétiques sont introduits lorsque le rotationnel ou la divergence d'un champ électromagnétique est nul. Parmi les potentiels on trouve : le potentiel vecteur magnétique $\vec{A}$, le potentiel vecteur électrique $\vec{T}$, le potentiel scalaire électrique V et le potentiel scalaire magnétique φ **[Biro1993][Benali1997] [Rachek2007]**.

A partir de l'équation de la conservation du flux (II.2), on définit le potentiel vecteur magnétique $\vec{A}$ tel que :

$$\vec{B} = \overrightarrow{rot}(\vec{A}) \quad \text{(II.18)}$$

En utilisant les expressions (II.2) et (II.3), le champ électrique $\vec{E}$ peut être exprimé en fonction du potentiel vecteur magnétique défini à un gradient prés d'un potentiel scalaire électrique V tel que :

$$\vec{E} = -\frac{\partial \vec{A}}{\partial t} - \overrightarrow{grad}(V) \qquad \text{(II.19)}$$

L'équation de la conservation de la densité de courant $div(\vec{J}) = 0$ implique l'existence d'un potentiel vecteur électrique $\vec{T}$ tel que :

$$\vec{J} = \overrightarrow{rot}(\vec{T}) \qquad \text{(II.20)}$$

Dans le cas magnétostatique en absence courant $\overrightarrow{rot}(\vec{H}) = 0$ implique l'existence d'un potentiel scalaire magnétique φ tel que :

$$\vec{H} = -\overrightarrow{grad}(\varphi) \qquad \text{(II.21)}$$

II.3.8 Conditions de Jauge

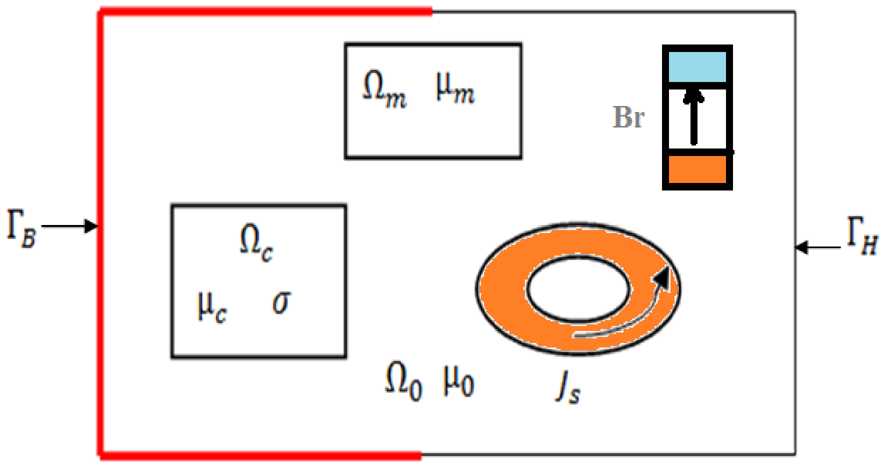
Les potentiels vecteurs/scalaires magnétique/électrique défini à partir de l'ensemble des équations de Maxwell, des lois de comportement des matériaux, des relations de passage et des conditions aux limites ne sont pas uniques. En effet, les champs à divergence sont définis à un rotationnel pré et les champs a rotationnel sont définies a un gradient pré. Il convient donc d'imposer une condition supplémentaire afin d'assurer l'unicité de la solution/potentiels issue de la résolution du système d'équations électromagnétique exprimé en terme de potentiels. Cette condition appelée condition de jauge est généralement exprimée sous deux formes particulières **[Albanese 1991][Biro 1993][Jin 2002]**. Soient, A et V deux champs de vecteurs, les conditions de jauge de Coulomb (II.22) et jauge de Lorentz (II.23) introduite par Riemann en 1861 **[Golovanov 1997]** sont données respectivement par les équations (II.22) et (II.23):

$$div(\vec{A}) = 0 \qquad div(\vec{T}) = 0 \qquad \text{(II.22)}$$

$$div(\vec{A}) = -\mu\sigma V \qquad \text{(II.23)}$$

II.3.9 Modèle magnétodynamique bidimensionnel

Dans le cas général, un problème magnétodynamique type se compose de régions magnétiques (Ω_m) , de conducteurs massifs (Ω_c) , de conducteurs bobinés (Ω_s) et d'air (Ω_0) comme représenté sur la Figure (II.5).



Figure(II.5) : *Problème type magnétodynamique.*

Nous avons défini les équations de Maxwell, les propriétés des matériaux, les conditions de passage, les conditions aux limites et les conditions de jauges nécessaires à l'étude de notre système. Il nous faut désormais établir une formulation sous forme d'une équation aux dérivées partielles qui régit les champs dans l'ensemble du domaine. Deux familles de formulations peuvent être mises en évidence : celles basées sur le champ électrique et celles basées sur le champ magnétique dont la synthèse est présentée par le Tableau (II.5).

Modèle	**Equations à résoudre**	**Condition de Jauge**
Modèles Magnétodynamique en terme $\vec{E}$	$\overrightarrow{rot}\left(\frac{1}{\mu}\overrightarrow{rot}\left(\vec{E}\right)\right)+\sigma\frac{\partial \vec{E}}{\partial t}=0 \qquad (II.24)$	Aucune condition de jauge (admet une solution unique)
Modèle Magnétodynamique en terme $\vec{H}$	$\overrightarrow{rot}\left(\frac{1}{\sigma}\overrightarrow{rot}\left(\vec{H}\right)\right)+\frac{\partial\left(\mu\vec{H}\right)}{\partial t}=0 \qquad (II.25)$	Aucune condition de jauge (admet une solution unique)
Modèles Magnétodynamique A-V	$\overrightarrow{rot}\left(\frac{1}{\mu}\overrightarrow{rot}\left(\vec{A}\right)\right)+\sigma\left(\overrightarrow{grad}\left(V\right)+\frac{\partial \vec{A}}{\partial t}\right)=J_s+\overrightarrow{rot}\left(\frac{\vec{B}_r}{\mu_a}\right)+\sigma\left(\vec{v}\times\vec{B}\right) \qquad (II.26)$ $div\left(\vec{A}\right)=0$	

Modèle Magnétodynamique T-ϕ	$\overrightarrow{rot}\left(\frac{1}{\sigma}\overrightarrow{rot}\left(\vec{T}\right)\right)+\mu\frac{\partial\left(\vec{T}-grad(\phi)\right)}{\partial t}=0 \quad (II.27)$	$div\left(\vec{T}\right)=0$
potentiel scalaire magnétique φ	$div\left(\mu\left(-\overrightarrow{grad}(\varphi)\right)\right)=0 \quad (II.28)$	

Tableau (II.5) : *Les différents formulations magnétodynamiques et magnétostatiques.*

II.4 Modélisation des phénomènes mécaniques

La modélisation mécanique des dispositifs électromagnétiques (actionneurs, machines électriques) se trouve sous deux principales formes :

- Forme locale ou interne.
- Forme globale ou externe.

Le premier formalisme caractérise la mécanique interne de la machine, la description est principalement locale, et on cherche alors à calculer les contraintes mécaniques internes du dispositif. Ce type de modélisation dans les dispositifs électromagnétiques (machines électriques, actionneurs, transformateurs…) est utile pour déterminer, le comportement vibro-acoustique, l'étude des déformations ayant pour origines les densités de forces électromagnétiques, l'effet de la magnétostriction **[Chari 1971] [Galopin 2007]**. Les vibrations et les déformations mécaniques peuvent avoir des conséquences néfastes sur les différentes structures électromagnétiques (actionneurs électromécaniques, machines électriques, transformateurs,...). En effet, la structure de la machine peut présenter des vitesses de rotation pour lesquels des vibrations excessives apparaissent au niveau des parties mobiles **[Khlissa2015]**.

Dans le deuxième formalisme, la structure de la machine est considérée solide et indéformable. La description de la machine est donc globale. Elle consiste à modéliser le mouvement mécanique du rotor provoqué par le couple électromagnétique. Cette solution est adoptée pour décrire les caractéristiques externes décrivant le fonctionnement électromécanique de la machine (Couple-vitesse, Courant-Vitesse,…) **[Ouazir 2006] [Jannot 2010] [Rachek2012][Zaouïa 2018].**

II.4.1 Modèles mécaniques

L'équation de la mécanique caractérisant les dispositifs électromagnétiques ayant un mouvement linéaire est déduite du principe fondamental de la dynamique (Lois de Newton) est donnée par le système suivant :

$$\begin{cases} m\dfrac{d^2x}{dt^2} + k_x\dfrac{dx}{dt} = F_{em} - F_c & \text{(II.29.a)} \\ v = \dfrac{dx}{dt} & \text{(II.29.b)} \end{cases}$$

$F_{em}(N)$Représente la force magnétique exercée sur la partie mobile du dispositif, $m(Kg)$ est la masse de la partie mobile, $K_x(N/m)$ est le coefficient de frottement visqueux, $F_c(N)$ est la force dépendant de la charge du dispositif, $x(m)$ est le déplacement, $v(m/s)$ représente la vitesse de la partie mobile.

Dans le cas des machines électriques tournantes, le mouvement du rotor est provoqué par les couples électromagnétiques dus à l'interaction entre des champs statoriques et rotoriques au niveau de l'entrefer. L'existence d'un couple électromagnétique sur le rotor provoque le mouvement de celui–ci. Une analyse complète de la machine doit tenir compte du comportement mécanique du rotor à travers le couplage global : électromagnétique-mécanique.

$$J_r\frac{d^2\theta_m}{d^2t} + f_m\frac{d\theta_m}{dt} = T_{em} - T_f \quad \text{(II.30.a)}$$

$$\omega_m = \frac{d\theta_m}{dt} \quad \text{(II.30.b)}$$

Avec : $J_r\left(Kg.m^2\right)$ moment d'inertie du rotor, $\theta_m(rad)$ position angulaire du rotor, $\omega_m(rad/s)$ vitesse angulaire du rotor, $T_{em}(N.m)$ couple électromagnétique, $T_f(N.m)$couple résistant ou de charge, $f_m(N.m.s)$ coefficient de frottement.

II.4.2 Modèle mécanique de déformation

II.4.2.1 Équation d'équilibre mecanique et conditions aux limites

Considérons le problème mécanique statique 2D suivant (Figure (II.6)) : un matériau ayant un comportement mécanique élastique linéaire est contenu dans un domaine, et est soumis à une densité volumique de force f_V. Soient Γ_m la frontière du solide Ω_m , Γ^{σ_m} et Γ^u sont deux parties de l'interface Γ_m . Une densité surfacique de force f_s est exercée sur la surface Γ^σ et un déplacement u_o est imposé sur la frontière $\mathbf{\Gamma}^u$.

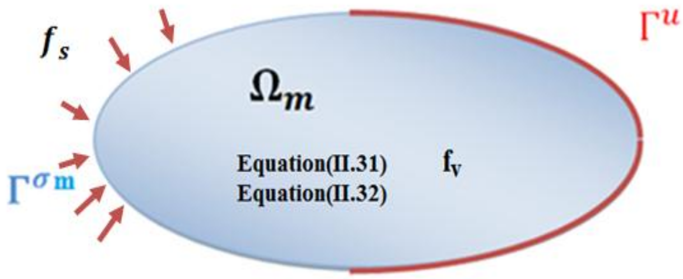


Figure (II.6) : *Description du problème mécanique et conditions aux limites.*

L'évolution de tout système mécanique soumis à l'action d'effort mécanique volumique et /ou surfacique respecte le principe fondamental de la dynamique. Dans l'approximation des milieux continus les équations d'équilibre mécanique sont définies par **[Hibbeler2012] [Hocini2013] [Sathyan2020]**:

$$\rho_m \frac{\partial^2 U}{\partial^2 t} + \nabla \bullet \sigma_m(U) + f_V = 0 \tag{II.31}$$

Avec : $\rho_m(Kg/m^3)$ est la masse volumique du matériau, $f_V(N/m^3)$ densité de force volumique, $\sigma_m(U)$: tenseur des contraintes mécaniques (Pa), $U(m)$ Champ de déplacement mécanique. Les équations d'équilibre mécanique statiques pour des petites déformations, et un comportement non dynamique dû à l'inertie, peuvent s'écrire comme suit:

$$\nabla \bullet \sigma_m(U) + f_V = 0 \tag{II.32}$$

Dans l'évolution d'un système mécanique, les conditions aux limites portent sur les déplacements et les contraintes imposées à l'interface délimitant le solide considéré. Elles se traduisent par les relations suivantes **[Ren1995] [Galopin2007]**.

$$\sigma_m(U) \bullet n = f_S \qquad \Gamma^\sigma \tag{II.33}$$

$$U = u_0 \qquad \Gamma^u \tag{II.34}$$

Avec $f_S\left(N/m^2\right)$ vecteur densité de force surfacique imposée et $U_0(m)$ les déplacements imposés.

II.4.2.2. Loi des comportements mécanique

Lorsqu'un solide déformable est soumis à une sollicitation mécanique, les tenseurs de contraintes et de déformations sont liés entre eux par des lois de comportement mécaniques, caractéristique du matériau. Lors d'un essai de traction d'une éprouvette en acier, on retrouve typiquement la courbe illustrée sur la Figure (II.7)

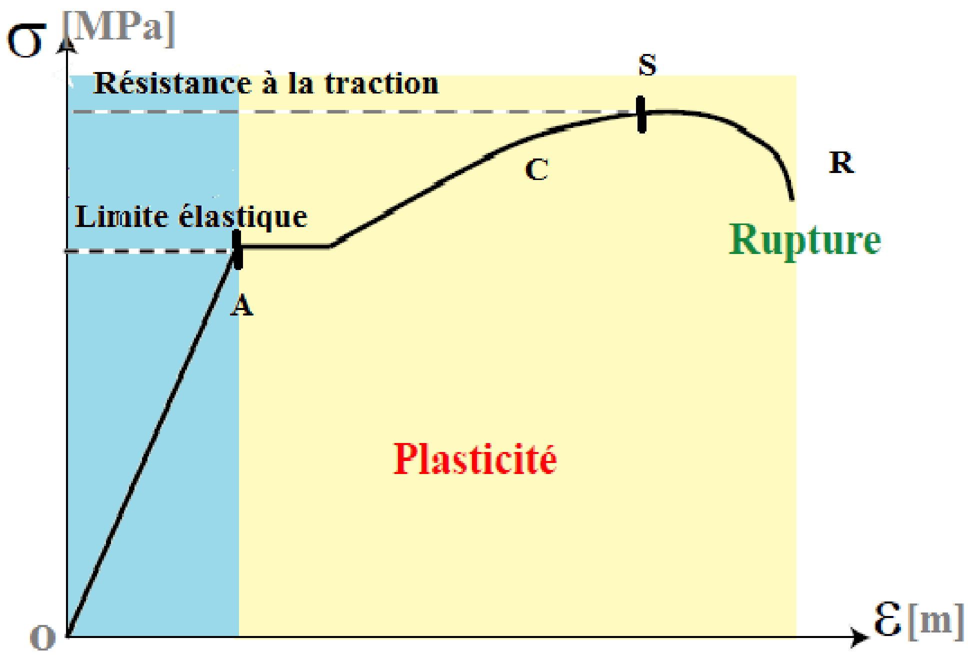


Figure (II.7) : *Allure typique d'une courbe conventionnelle d'un essai de traction sur une éprouvette en acier **[Carpentier2014]**.*

Le comportement mécanique se distingue par deux zones :

Partie O-A : C'est la zone des déformations élastiques, qui traduit la déformation réversible d'un solide. C'est-à-dire sans sollicitation le milieu retrouve son état initial. Le point A correspond a la limite élastique.

Partie O-S : Le comportement plastique, qui traduit la déformation irréversible d'un solide. C'est-à-dire, qu'après une sollicitation suffisamment importante, le milieu ne retrouve pas son état initial de sorte que l'objet est déformé de manière définitive.

- ✓ Le point **S** : Correspond à la limite de résistance à la traction.
- ✓ Le point **R** : le matériau se rompt, c'est-à-dire la charge de rupture a été attente.

Exemple : pour un l'acier, la limite élastique est 210MPa, la résistance à la traction est entre 235 MPa à 355 MPa ainsi que la résistance à la rupture est 410 MPa

II.4.2.3 Tenseur des déformations

Si l'on fait l'hypothèse de linéarité géométrique, c'est-à-dire de petites rotations et de petites déformations, on définit les déformations ε_{ij} par la formule classique de la mécanique linéaire U_k est le déplacement dans la direction *k* **[Hibbeler2012] [Hocini2013]**:

$$\varepsilon_{ij} = \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial xi} \right) \qquad \text{(II.35)}$$

En mécanique linéaire, ε_{ii} est la variation relative de déplacement, dans la direction de l'axe *i*, entre deux points très proches avant déformation. ε_{ii} est comptée positivement lorsqu'il y a allongement ou étirement et négativement dans le cas contraire. Les déformations sont symétriques du fait de la commutativité de l'addition des nombres réels :

$$\varepsilon_{ij} = \varepsilon_{ji}$$

Le tenseur de déformation s'exprime comme suit :

$$[\varepsilon] = \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} & \varepsilon_{xy} & \varepsilon_{xz} \\ \varepsilon_{xy} & \varepsilon_{yy} & \varepsilon_{yz} \\ \varepsilon_{xz} & \varepsilon_{yz} & \varepsilon_{zz} \end{bmatrix} \qquad \text{(II.36)}$$

II.4.2.4 Équation de contrainte-déformation en 2D

D'après les concepts de contrainte et de déformation, la loi de Hooke généralisée indique que les composantes de la contrainte sont linéairement liées aux composantes de la déformation **[Ren1995] [Belahcen2004] [Galoin2006]**.La relation contrainte généralisée {σ} contrainte {ε} donnée par la loi de Hooke dans le cas d'un solide bidimensionnel (2D) s'écrit :

$$\{\sigma\}^T = \begin{Bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} G_{11} & G_{12} & 0 \\ G_{21} & G_{22} & 0 \\ 0 & 0 & G_{33} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \varepsilon_{xy} \end{Bmatrix} = [G]\{\varepsilon\} \qquad \text{(II.37)}$$

Avec : σ_{xx}, σ_{yy} : sont les contraintes principales suivant les axes x et y. σ_{xy} : est la contrainte tangentielle. $\varepsilon_{xx}, \varepsilon_{yy}$ Sont respectivement les déformations principales suivant les directions x et y. ε_{xy}, est la déformation tangentielle. Où G_{ij} est le coefficient de tenseur d'élasticité donné par le tableau suivant :

Cas de Déformations Planes
$G_{11} = G_{22} = \frac{E}{(1-2\nu)}, G_{12} = G_{21} = \frac{E\nu}{(1-2\nu)(1-\nu)}, G_{33} = \frac{E}{2(1-\nu)}$
Cas de Contraintes Planes $(\boldsymbol{\sigma_{zz} = \sigma_{xz} = \sigma_{yz} = 0})$
$G_{11} = G_{22} = \frac{E}{1-\nu^2}, G_{12} = G_{21} = \frac{E\nu}{1-\nu^2}, G_{33} = \frac{E(1-\nu)}{2(1-\nu^2)}$

Tableau (II.6) : *Cas de déformations planes et de contrainte planes.*

Les paramètres matériels E et υ sont respectivement le module de Young et le coefficient de Poisson dépendant du type de matériaux

II.4.2.5 Équation de compatibilité (contrainte-déplacement)

La forme déformée d'un corps élastique sous n'importe quel dispositif bidimensionnel donné, peut être complètement décrite par les deux composantes des déplacements indépendants u et

v, qui sont respectivement parallèles aux directions x et y. En général, chacune de ces composantes u et v est fonction des coordonnées cartésiennes x et y. Selon les considérations relatives aux petites déformations, les relations de déformation-déplacement linéaires sous contrainte sont exprimées sous forme de matrice générale comme suit:

$$\{\varepsilon\}^T = \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \varepsilon_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \dfrac{\partial u(x,y)}{\partial x} \\ \dfrac{\partial v(x,y)}{\partial y} \\ \dfrac{\partial u(x,y)}{\partial y} + \dfrac{\partial v(x,y)}{\partial x} \end{Bmatrix} \qquad \text{(II.38)}$$

II.5 Modélisation des phénomènes thermiques

II.5.1 Equation de la chaleur

Les modèles thermiques sont utilisés, pour répondre aux exigences liées à l'échauffement des dispositifs, et dans le développement de nouvelles structures ou l'optimisation d'installations courante. Le modèle thermique est basé sur l'utilisation des densités volumiques de pertes joules et fers, et les pertes mécaniques. La modélisation thermique conduit a la connaissance du profil spatio-temporelle de la température en corrélation avec des niveaux de pertes données. La réduction des pertes, permet d'augmenter le rendement et de limiter les conséquences néfastes de l'augmentation de la température. La variation de la température à un impact sur toutes les propriétés physiques électrique (conducteurs), diélectriques(isolants), magnétiques, et mécaniques d'un dispositif.

Il existe différentes approches de modélisation thermique. Ainsi par exemple, lorsqu'on souhaite étudier globalement l'influence de certains paramètres sur le comportement thermique d'une partie d'un système, l'utilisation de modèles semi-analytiques (réseaux thermiques équivalents) peut y répondre de façon satisfaisante. Cependant, lorsque l'on souhaite d'obtenir des cartes de températures sur des structures complexes, il faut utiliser des modèles numériques (Méthode des éléments finis, Méthode des différences finies, ..) pour résoudre les équations aux dérivées partielles spatio-temporelles régissant les phénomènes thermiques. Le modèle général de diffusion de la chaleur dans des matériaux ayant des densités de pertes D_{pertes} (A_z, T), est donné par l'équation classique de distribution et l'évolution spatio-temporelle de la température T (M, t)=T(x, y, z, t), comme suit **[Patankar1980] [Eyglunent1997] [Chauveau2001] [Habra2007]**:

$$div\left(-\lambda\overrightarrow{grad}\left(T\left(M,t\right)\right)\right)+\rho.C_p.\frac{\partial T\left(M,t\right)}{\partial t}=D_{pertes}\left(A_z,T\right) \tag{II.39}$$

Avec : D_{pertes} : Densités de pertes $\left(W.m^{-3}\right)$, λ Conductivité thermique $\left(W.m^{-1}.K^{-1}\right)$, ρ Masse volumique du matériau $\left(Kg.m^{-3}\right)$, et C_p Chaleur spécifique du matériau $\left(J.Kg^{-1}.K^{-1}\right)$

L'équation (II.39) doit satisfaire un certain nombre de conditions sur les frontières du domaine considéré :

- Surface isotherme : cette condition est l'évaluation de **la condition à la limite de type Dirichlet** dans le problème thermique. Elle revient à imposer une valeur pour l'inconnue recherchée. Dans ce cas la température sur la frontière :

$$T_{\Gamma D}=T_D \tag{II.40}$$

- Echange convectif : ce type d'échange est présenté en utilisant **la condition a la limite de type Neumann**

$$-\lambda\left.\frac{\partial T}{\partial n}\right|_{\Gamma_c}=h_c\left(T-T_{amb}\right) \tag{II.41}$$

Avec *: h_c (W/m^2 ^0C)* le coefficient de convection thermique, T_{amb} Température de l'air ambiant.

II.5.2 Différents modes de transfert de la chaleur

Il existe trois modes différents de transfert de la chaleur : le transfert par conduction, par convection et par rayonnement. La conduction thermique est le mode de transfert de l'énergie thermique (chaleur) qui est dû à la différence de température dans un solide, un fluide. La convection peut être définie par la transmission de la chaleur à travers les parois qui sépare deux milieux différents dont l'un, au moins, est un fluide. Le rayonnement, c'est l'échange d'énergie par le biais d'un rayonnement électromagnétique. A l'intérieur de la machine électrique, le transfert de chaleur entre les parties solides se fait par conduction (transfert de chaleur des parties les plus chaudes d'un corps vers les parties les plus froides). Dans l'entrefer, et en absence de la circulation axiale d'air, la chaleur est transférée radialement depuis la surface du rotor vers le stator. Les modes de transfert qu'on trouve sont la conduction et la convection (transfert de chaleur mixte).

Les différents modes d'échanges thermiques entres les différents éléments constitutifs de la machine sont illustrés par la matrice d'échange de la Figure (II.7). La conduction thermique se décline en conduction dans le volume de la machine et en une conduction de contact entres matériaux; la convection peut être naturelle ou mixte. Dans le cadre des machines classiques de puissance moyenne, à contribution du rayonnement est négligeable.

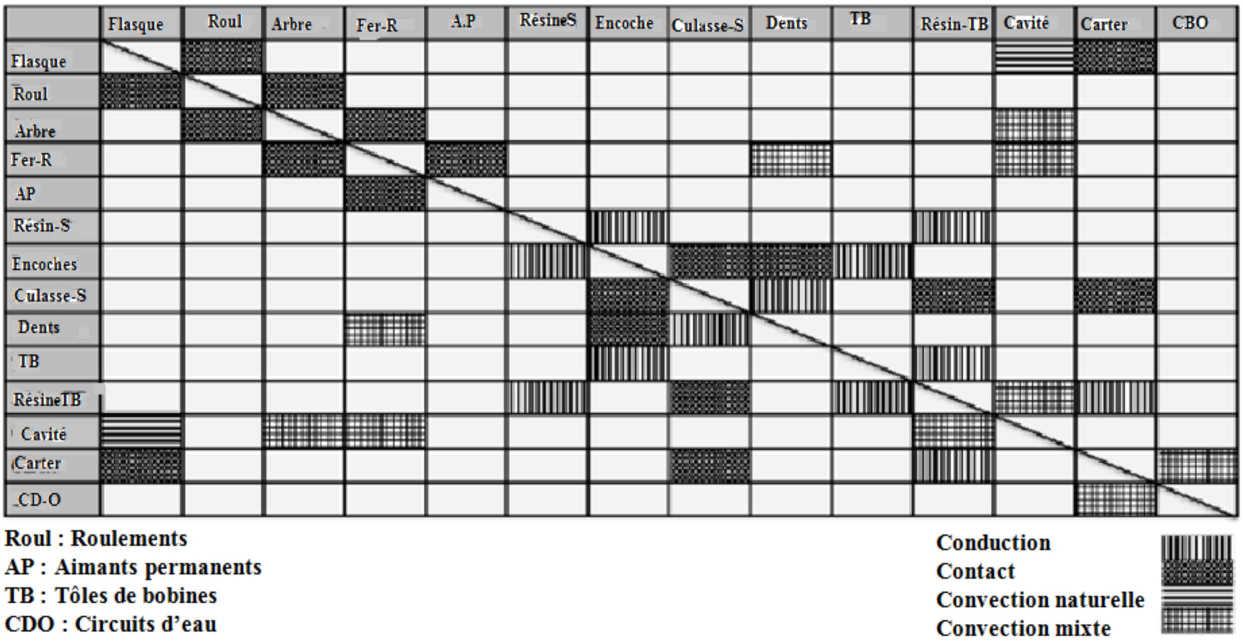


Figure (II.8) : *Matrice d'échange thermique entre les différentes régions de la machine* ***[Assad2015]***.

II.5.3 Calcul des sources thermiques

II.5.3.1 Les pertes Joules

Dans les systèmes électrotechniques (machines électriques, actionneurs électromécaniques,…) et en absence d'apport de chaleur extérieur, la chaleur peut être produite par effet Joule, dans les conducteurs électriques et les tôles de fer lors de la variation du champ magnétique ou à cause de frottements mécaniques. L'effet Joule correspond à la quantité d'énergie perdue par échauffement du conducteur, due à la présence d'une résistance interne au passage du courant électrique. Les pertes joules sont données par l'expression suivante :

$$P_j = \iiint_{\Omega} DP_{joules} d\Omega = \iiint_{\Omega} \frac{J^2}{\sigma} d\Omega \qquad \text{(II.42)}$$

Avec J (A/m^2) et la densité de courant dans le matériau conducteur ,σ (S/m) est la conductivité électrique du matériau.

II.5.3.2 Les pertes fer

Les pertes fer peuvent être évaluées à partir du modèle de Bertotti pour une alimentation sinusoïdale ou par convertisseurs. Ce calcul est un calcul à posteriori, car il nécessite la définition expérimentale des coefficients de Bertotti qui sont :

- Coefficient des pertes par hystérésis $k_h(WsT^{-2}m^{-3})$
- Coefficient des pertes classiques qui est la conductivité $\sigma(Sm^{-1})$
- Coefficient des pertes par excès $k_e\left(W(Ts^{-1})^{-3/2}\right)m^{-3}$
- Epaisseur des tôles d
- Coefficient de foisonnement k_f
- La fréquence f (celle-ci sera déduite à partir du paramétrage de l'essai).

La densité volumique instantanée des pertes fer est évaluée à partir de la formule suivante :

$$dP(t) = (k_h f B_m^2) + \left(\sigma \frac{d^2}{12}\left(\frac{dB}{dt}(t)\right)^2\right) + \left(k_e\left(\frac{dB}{dt}(t)\right)^{3/2}\right) k_f \qquad \text{(II.43)}$$

II.5.3.3 Les pertes supplémentaires en charge

Ces pertes sont les moins connues dans le bilan énergétique des machines électriques. A partir d'études bibliographiques, on peut conclure qu'il existe des pertes supplémentaires dans le cuivre et dans le fer. Les pertes supplémentaires dans le cuivre résultent de l'effet pelliculaire sur l'enroulement rotorique. En effet, des courants dont la fréquence est différente de celle du glissement naissent dans la cage du moteur et engendrent ces pertes. Les pertes supplémentaires dans le fer comprennent les pertes par pulsation du flux et les pertes superficielles. Les premiers sont provoqués par l'effet de la variation de la position des encoches statorique et rotorique et les secondes sont dues à l'influence des encoches sur la courbe d'induction magnétique dans l'entrefer et à la variation du flux dans les dents **[Schwarz1964] [Kostenko1979] [Benamrouche1990]**.

La norme CEI 60034-2-1 avance deux méthodes d'évaluation de ce type de pertes. La première méthode est adaptée à la machine qui fonctionne en régime permanent continu, ou lorsque les pertes sont considérées constant et calculées comme un pourcentage de la puissance d'entrée P_1 pour une puissance de sortieP_2 . Les pertes sont exprimées par la relation :

$$P_\mu = P_1\left[0.0025 - 0.005\log\left(\frac{P_2}{1KW}\right)\right] \quad \text{(II.44)}$$

La deuxième méthode proposée est adaptée au fonctionnement de la machine en dehors du régime permanent. Les pertes sont variables et calculées comme la différence entre le carré du courant de charge $I(t)$ et le carré de courant à vide $I_o(t)$ comme cela est montré par l'équation suivante :

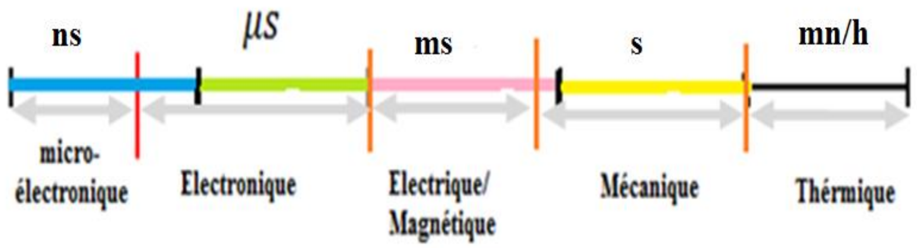
$$P_\mu = a\left[I(t)^2 - I_o(t)^2\right] \quad \text{(II.45)}$$

Ou « a » est un coefficient qui s'exprime selon la CEI 60034-2-1 en fonction des pertes en charge et du couple de la machine.

II.6 Phénomènes mis en jeux dans les couplages multi-physiques

II.6.1 Différentes échelles temporelles

L'approche multi-physique induit différentes échelles temporelles. L'utilisateur ne doit pas faire l'amalgame entre les grands écarts existant entre les constantes de temps des différents systèmes physiques. Alors que les semi-conducteurs des convertisseurs commutent en quelques microsecondes, le temps pour stabiliser en température une machine électrique peut s'effectuer dans un temps proche de l'heure. De la même façon que pour le modèle multi-composants, c'est pour pallier aux différences de constantes de temps au sein d'un modèle ou entre les modèles que l'on introduit l'approche multi-échelle temporelle. La Figure (II.9) donne l'ordre de grandeurs des constantes de temps pour les phénomènes physiques dans les machines électriques.



Figure(II.9) : *Représentation temporelle multi-échelles des différents domaines.*

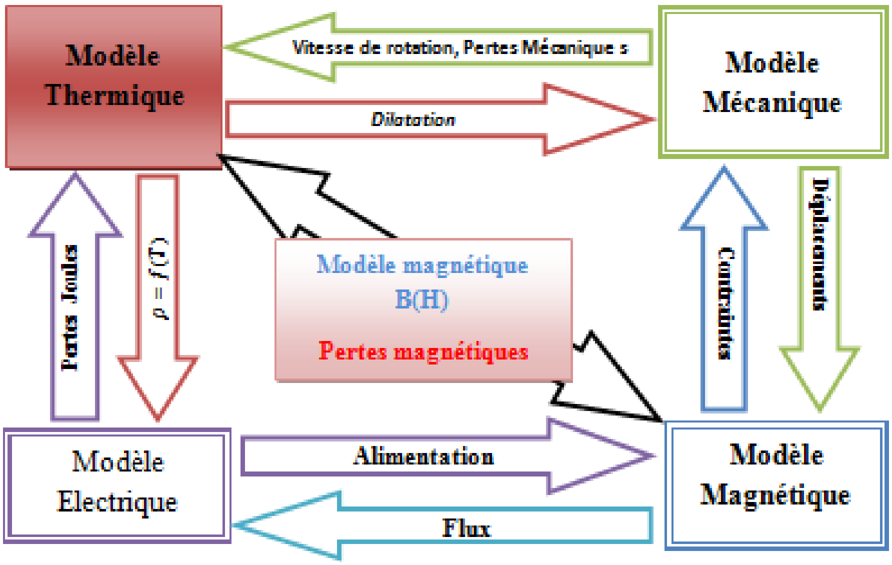
II.6.2 Différentes méthodes de couplage

Un couplage multi-physique peut être pris en compte dans les calculs de deux manières différentes : un couplage fort et un couplage faible. Un couplage multi-physique peut être fort dans le cas ou toutes les grandeurs physiques sont calculées en même temps (résoudre de façon simultanée toutes les équations couplées). Ce type de couplage s'applique généralement lorsque les grandeurs ont un niveau d'interaction important, parmi ces couplages on peut citer :

- Dans le cas des machines électriques tournantes, est établi entre les équations magnétique et électrique, et dont la résolution conduit a la connaissance des grandeurs magnétiques (induction magnétique, potentiel vecteur magnétique, force électromagnétique,..) électrique (courant), ainsi que les différentes pertes et puissances **[Arrkio1987] [Benali1997] [Belahcen2004]**.
- Dans un couplage magnétostriction, les lois de comportements magnétiques et mécaniques doivent faire intervenir des termes de couplage entre les grandeurs magnétiques et mécaniques de déformation ou vibration **[Hocini2013]**.

Le modèle multi-physique peut être faible lorsque les grandeurs physiques sont calculées séquentiellement (Couplage séquentielle) au sein d'un processus itératif. Dans ce cas, les interactions entre ces grandeurs sont prises en compte en calculant les valeurs des unes en fonction des valeurs des autres. Ce type de couplage est préconisé dans le cas ou les propriétés physiques des phénomènes considérés sont faiblement couplées (couplage faible). Bien qu'attrayante par sa simplicité, cette méthode présente néanmoins un inconvénient : pour atteindre la précision désirée, plusieurs itérations doivent être effectuées, rendant le calcul transitoire 3D, non linéaire très couteux : C'est le cas de l'interaction électromagnétique - mécanique au sein des machines électriques. En effet, la déformation des tôles sous l'effet des forces magnétiques est suffisamment faible pour ne pas modifier leurs propriétés magnétiques **[Aucejo-galindo2010] [Reyene1988] [Khlissa2015].**

Figure (II.10) montre les différents couplages multi-physiques entre les phénomènes magnétiques, électriques, mécaniques et thermiques.



Figure(II.10) *: Interaction des modèles multi-physiques.*

II.7 Calcul de forces magnétiques

La modélisation de dispositifs magnéto-mécaniques implique de pouvoir déterminer précisément les forces d'origine magnétique s'exerçant sur la matière. De plus, si le milieu constitutif est considéré déformable, il est essentiel de déterminer la distribution volumique/surfacique local de forces magnétiques. Parmi les différentes méthodes de formulation des densités de forces électromagnétiques on peut citer : méthodes des sources magnétiques équivalentes, méthodes du tenseur de Maxwell, la méthode basée sur les énergies/Co-énergies magnétiques et des travaux virtuels. Le choix de la méthode a fait l'objet de nombreuses recherches **[Ren 1995][Barre 2003] [Carpentier 2014]**.

Ces différentes approches sont généralement utilisées dans le cadre de la méthode des éléments finis. Nous allons dans la suite, nous attacher principalement à la formulation du tenseur de Maxwell.

Les forces et couples élémentaires s'exerçant sur des porteurs de charges microscopiques (électrons et leurs mouvements) sous l'effet d'un champ électromagnétique représentent les interactions fondamentales de couplage électromagnéto-mécanique des milieux. Dans ce cadre microscopique, la force de Lorentz $\mathrm{f}^{\mathrm{Lorentz}}$ désigne la force électromagnétique (ponctuelle) qui s'exerce sur une particule chargée en mouvement (typiquement un électron) **[Clausse2018]**.

A l'échelle des particules, la force d'origine électromagnétique est la force $f^{Lorentz}$ subie par une charge e se déplaçant à la vitesse v_e dans un champ électromagnétique(E, B). Son expression est donnée par la force de Lorentz :

$$\overrightarrow{f^{Lorentz}} = -e\left(\vec{E} + \vec{v_e} \times \vec{B}\right) \tag{II.46}$$

A l'échelle macroscopique, en utilisant la définition de la densité de courant $\boldsymbol{J}$, la densité volumique de force de Lorentz dans le cadre d'un milieu continu à l'aide des charges électriques Q_e et de la densité de courant électrique du milieu selon la relation classique :

$$\overrightarrow{f^{Lorentz}} = Q_e\vec{E} + \vec{J} \times \vec{B} \tag{II.47}$$

Dans le cas d'un milieu magnétique ne présentant pas de charge électrique, seule la partie magnétique de cette densité de force Lorentz sera considérée, à savoir :

$$\overrightarrow{f^{Lorentz}} = \vec{J} \times \vec{B} \tag{II.48}$$

Il existe dans la littérature plusieurs méthodes théoriques pour formuler les densités volumiques et surfaciques de forces électromagnétiques exercées sur un milieu ferromagnétique **[Ren1994] [Coulomb1983] [Benali1997] [Clausse2018]**. Le calcule de la force électromagnétique résultante globale F^{em} exercer sur l'ensemble du milieu ferromagnétique Ω_f de frontière (Γ_f) Figure(II.11) est donnée par l'expression (II.49) en fonction des densités volumiques f_{em}^V et surfacique f_{em}^S de force électromagnétiques:

$$F^{em} = \int_{\Omega} f_{em}^V d\Omega + \int_{\Gamma f} f_{em}^S d\Gamma_f \tag{II.49}$$

La formulation du tenseur de Maxwell permet de calculer les actions électromagnétiques globales Figure(II.11), en se basant sur la possibilité d'exprimer certaines densités de force f_{em}^{V} à partir de la divergence d'un tenseur de contrainte$\vec{T}$. L'intégrale de volume de la densité de force permet de calculer la force globale agissant sur le solide considéré de volume Ω délimité par une surface Γ_f .

$$\int_{\Omega} f_{em}^{V} d\Omega = \int_{\Omega} \vec{\nabla} \bullet \vec{T} d\Omega \qquad \text{(II.50)}$$

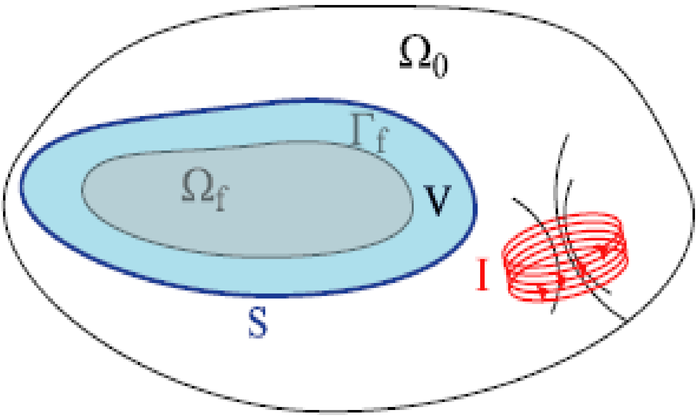


Figure (II.11) : *Application du tenseur de Maxwell* ***[Clausse2018]***.

La présence de différents milieux magnétiques dans le domaine considéré engendre différentes valeurs de perméabilité magnétique. Par conséquent, dans les régions en présence de saut ou de gradient de perméabilité magnétique une densité volumique de force supplémentaire doit être prise en compte. Celle-ci ajoute aux forces de volume de Lorentz par l'intermédiaire d'un terme, lié au gradient de perméabilité magnétique.

$$F^{em} = \vec{J} \times \vec{B} - \frac{H^2}{2} \nabla \mu \qquad \text{(II.51)}$$

L'utilisation du théorème de Green-Ostrogradsky permet alors de passer d'une intégrale de volume à une intégrale de surface :

$$\int_{\Omega} f_{em}^{V} d\Omega = \int_{\Omega} \vec{\nabla} \bullet \vec{T} d\Omega = \int_{\Gamma} \vec{T} \bullet \vec{n} d\Gamma \qquad \text{(II.52)}$$

Pour le calcul de la force magnétique surfacique on considére une interface séparant deux domaines Ω_1 et Ω_2 Figure (II.12). Celle-ci est alors assimilée a un volume d'épaisseur négligeable δl, dont les propriétés électromagnétiques évoluent de maniére continue d'un domaine à l'autre. L'objectif est de calculer la force qui s'exerce sur un volume lorsque l'épaisseur tend vers 0, restreignant ainsi à la surface de discontinuité .

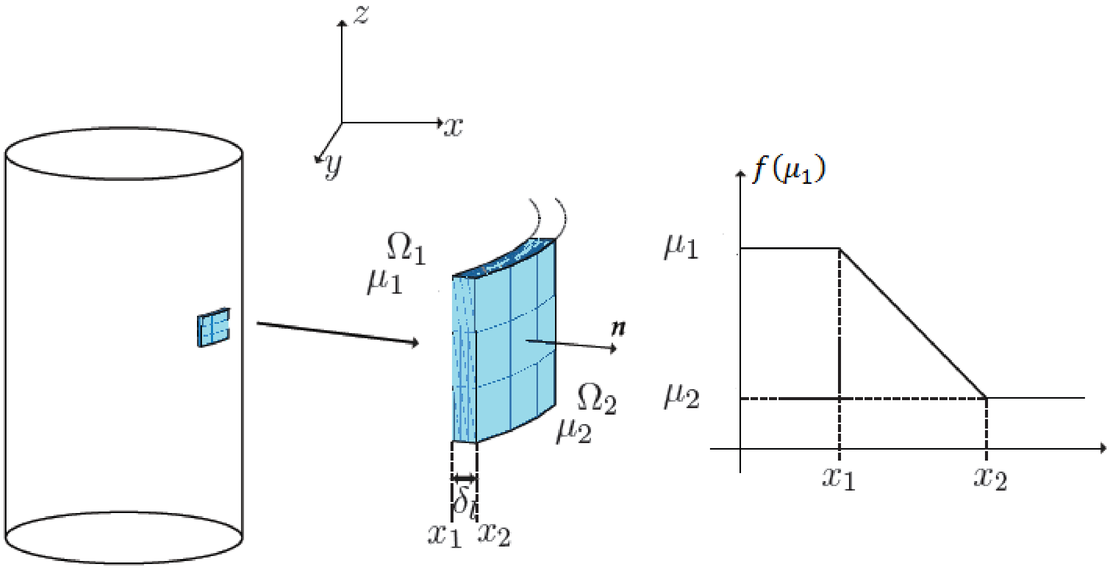


Figure (II.12) : *Variation continue des propriétés électromagnétiques a l'interface de deux domaines* Ω_1 *et* Ω_2

La force volumique étant exprimée à partir de la convergence du tenseur de Maxwell, le passage à la limite $(\delta l \to 0)$ permet d'exprimer une force par unité de surface :

$$df = \lim_{\delta l \to 0} \int_{\Omega} f_{em}^{V} d\Omega = \lim_{\delta l \to 0} \int_{\Gamma} \vec{T} \bullet \vec{n} d\Gamma = \left(T^{\Omega_2} - T^{\Omega_1}\right) \bullet n d\Gamma \tag{II.53}$$

On associe le saut du tenseur de Maxwell à l'interface à une force surfacique :

$$f_{em}^{S} = \left(T^{\Omega_2} - T^{\Omega_1}\right) \bullet n \tag{II.54}$$

$$f_{em}^{S} = \left(\frac{1}{2}\left(\frac{1}{\mu_2} - \frac{1}{\mu_1}\right) B_n^2 - \frac{1}{2}\left(\mu_2 - \mu_1\right) H_t^2\right) . n \tag{II.55}$$

On peut remarquer que si les milieux de part et d'autre de l'interface sont identiques, alors les densités de forces surfaciques sont nulles.

II.8 Conclusion

Dans ce chapitre à travers une présentation générale des équations régissant les différents phénomènes physiques (électromagnétique, mécanique de mouvement, mécanique de déformation et thermique) nous avons rappelé toutes les variables des différents phénomènes (Potentiel vecteur magnétique *A*, Position angulaire $\theta_m(rad)$, le déplacement mécanique U*(m)*, la température T (^{0} C)) avec les équations qui les régissent, auxquelles sont associées des conditions aux limites , des lois de comportement et des conditions de continuité . Les équations obtenues sont de type dérivées partielles spatio-temporelles et leurs résolutions nécessitent aussi bien une discrétisation spatiale et une discrétisation temporelle. Ensuite, nous avons présenté les différentes échelles temporelles ainsi que les différents types de couplage des phenomènes qui peuvent être pris en compte dans la modélisation multi-physique. A la fin du chapitre, nous avons exposé le calcul des efforts électromagnétiques par le tenseur de Maxwell qui présente le terme d'interaction physique en vue d'une approche multi-physique imposée par l'étude des dispositifs magnéto-mécanique.

Dans le chapitre qui suit, nous nous intéresserons à la modélisation par éléments finis du couplage électrique-magnétique et mécanique de déformation dans les actionneurs électromagnétiques.

III

Modélisation électromagnétique par éléments finis (2D) des machines électriques en régime transitoire

L'objet de ce chapitre est de présenter un outil de simulation pour les modèles de couplages magnéto-électriques et mouvement mécanique dans les machines électriques. Dans une première étape nous détaillerons la formulation du modèle magnétodynamique fortement couplé aux circuits électriques en régime transitoire non linéaire dans les actionneurs/machines électriques en utilisant la méthode éléments finis (MEF). Dans une deuxième étape nous présentons le couplage de l'équation champ électromagnétique et les équations électriques à l'équation mécanique du rotor à travers le calcul du couple/de la force électromagnétique. Pour la prise en compte du mouvement et la connexion des champs magnétiques des parties fixe et mobile dans l'entrefer nous nous s'intéressons à la méthode d'interpolation nodale. Une application et une validation expérimentale seront faites pour une machine asynchrone de l'entreprise d'électro-industrie ENEL.

Sommaire

III.1 Introduction 77
III.2 Représentation des circuits électriques 78
III.2.1 Equations électriques dans un conducteur massif 78
III .2.2 Equation électrique dans les enroulements filaires 80
III .3 Modèles électromagnétiques des machines électriques 82
III .4 Modèle magnétodynamique des machines électriques 83
III .5 Modélisation électromagnétique des machines a induction avec couplage d'interface 85
III .5.1 Domaine d'étude 85
III .5.2 Equation du champ et circuit électrique 86
III .5.2.1 Problème du stator 86
III .5.2.2 Problème du rotor 88
III .5.2.3 Formulation éléments finis des équations du champ et des circuits électriques 91
III .5.2.4 Discrétisation des équations dans le temps 92
III .6 Prise en compte du mouvement par la méthode d'interpolation nodale 94
III .7 Problème du couplage des champs dans l'entrefer de la machine à induction 95
III .7.1 Maillage a interfaces réguliéres 98
III .7.2 Maillage a interfaces non réguliéres 99
III .8 Equations globales du problème magnétique couplé aux circuits électriques en régime transitoire linéaire 100
III .9 Equations globales du problème magnétique couplé aux circuits électrique en régime transitoire non linéaire 101
III .10 Problème magnétodynamique et équation mécanique du rotor 104
III .11 Application et Résultats 106
III .11.1 Présentation de la topologie de la machine (MAS) étudiée 108
III .11.2 Propriétés magnétiques des régions magnétiques (MAS) 109
III .11.3 Conditions aux limites 110
III .11.4 Maillage de la machine 111
III .11.5 Application a l'étude du régime transitoire électromagnétique à vitesse constante 112
III .11.6 Résultats pratiques 115
III .11.6.1 Résultats pratique à rotor bloque du moteur a induction modélisé 116
III .11.6.2 Résultats pratique à vide du moteur à induction modélisé 118
III .11.6.3 Résultats pratique en charge du moteur à induction modélisé 120
III .12 Conclusion 121

III.1 Introduction

L'A TRANSFORMATION D'ENERGIE ELECTRIQUE en énergie mécanique et vice versa dans les machines électriques fait intervenir plusieurs aspects (magnétiques, électriques, thermiques, mécanique et acoustiques…). La modélisation de ces phénomènes physiques nécessite des modèles mathématiques qui se retrouvent couplés par différentes grandeurs physiques. Le nombre important de ces phénomènes physiques à considérer fait que l'on a toujours recours au couplage fort et au couplage faible selon l'ordre de grandeur de constante de temps du phénomène physique à étudier. Parmi tous ces phénomènes physiques, il se trouve que se sont l'analyse de l'interaction électromagnétique des circuits électriques et le mouvement mécanique qui déterminent les autres phénomènes tels que la thermique, les vibrations d'origine magnétique et l'acoustique **[Ouazir 2006][Rachek 2012] [Khlissa 2015] [Boughanmi 2016] [Zaouïa 2018] [Nguyen 2019]**.

Le calcul du champ électromagnétique dans les machines électriques revient à résoudre le modèle magnétodynamique associé aux circuits électriques du dispositif d'alimentation. Malgré les diverses approches numériques développées, le régime magnétodynamique reste une tâche difficile à cause de la diffusion lente du champ dans le rotor, provoquée par son mouvement relatif par rapport à celui du stator. La difficulté principale réside dans le couplage magnétique du stator avec le rotor. Ce problème est résolu généralement par le modèle magnétodynamique complexe ou par l'utilisation d'un modèle pas à pas dans le temps.

Pour une analyse fine du comportement électromagnétique des machines électriques, il est indispensable de coupler les équations des circuits électriques à celles du champ magnétique, et le mouvement indéformable d'une partie d'une structure mécanique mobile. Ceci constitue un couplage physique fort car les grandeurs électriques et magnétiques sont significativement modifiées en fonction de la dynamique du mouvement. L'analyse fine de cette interaction ne peut s'effectuer qu'avec un modèle pas à pas dans le temps ou la saturation est prise en compte convenablement.

Dans ce chapitre, nous présentons un modèle de couplage multi-physique, magnétique-électrique et mécanique de mouvement, pertinent utilisés dans le calcul des machines à inductions en régime transitoire basé sur la méthode des éléments finis. Dans un premier temps, nous nous intéressons aux équations mathématiques permettant la modélisation électrique et magnétique des machines électriques en mettant l'accent sur les équations des circuits électriques (conducteurs filaires/ massives) et les équations du champ magnétique dans les différentes parties du dispositif. Ensuite, nous nous présentons le problème du calcul électromagnétique des machines à inductions en régime transitoire en adoptant la technique de couplage d'interface, développées pour le magnétodynamique complexe ,au calcul pas à pas dans le temps. Par la suite, nous présentons la modélisation par élément finis (MEF) du couplage magnétodynamique-circuit électrique pour déterminer les régimes transitoires électriques. Ceci est effectué en considérant la saturation magnétique par la méthode de Newton–Raphson (N-R). La solution temporelle du modèle (FEM) a permis de calculer le couple électromagnétique à partir des expressions de force de Maxwell. Enfin nous introduisons l'équation mécanique pour calculer le régime transitoire mécanique.

Une application et une validation expérimentale seront faites pour une machine asynchrone de l'entreprise d'électro-industrie ENEL.

III.2. Représentation des circuits électriques

III.2.1 Equations électriques dans un conducteur massif

Dans les machines électriques les sources du champ magnétique sont les courants dans les conducteurs bobiné ou massifs. Pour un conducteur massif, il y'a un couplage des champs électriques et magnétiques ce qui se traduit par le développement de courants induits (les courants de Foucault non négligeables) dans la masse des conducteurs. La profondeur de pénétration des courants de Foucault induite notée δ dans un matériau conducteur par l'application d'un champ magnétique à temps-variable s'exprimée par :

$$\delta = \frac{1}{\sqrt{\pi f \sigma \mu}} \qquad \text{(III.1)}$$

Cette épaisseur de peau dépend des caractéristiques physiques du matériau (la conductivité σ et la perméabilité μ) et la fréquence des champs électromagnétiques.

On considère un conducteur de longeur $\boldsymbol{l_i}$ et de section $\boldsymbol{S_i}$ tel que donnée par la Figure (III.1). Le courant dans le conducteur est $\boldsymbol{I_i}$ et sa différence de potentiel est $\boldsymbol{V_{tz}}$. A partir de l'expression générale de la densité de courant dans le conducteur, on peut déduire le courant dans le conducteur comme suit :

$$\overrightarrow{J_{ind}} = \sigma \frac{V_{tz}}{l} - \sigma \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \qquad \text{(III.2)}$$

En intégrant l'expression de la densité de courant sur la section du conducteur (Figure (IV.1)), on obtient le courant comme suit :

$$\iint_{S_i} J.dS_i = I_i = -\sigma \iint_{S_i} \frac{\partial A}{\partial t} dxdy + \sigma \frac{V_{tz}}{l_i} \iint_{S_i} dxdy = -\sigma \iint_{S_i} \frac{\partial A}{\partial t} dxdy + \sigma \frac{S_i}{l_i} V_{tz} \qquad \text{(III.3)}$$

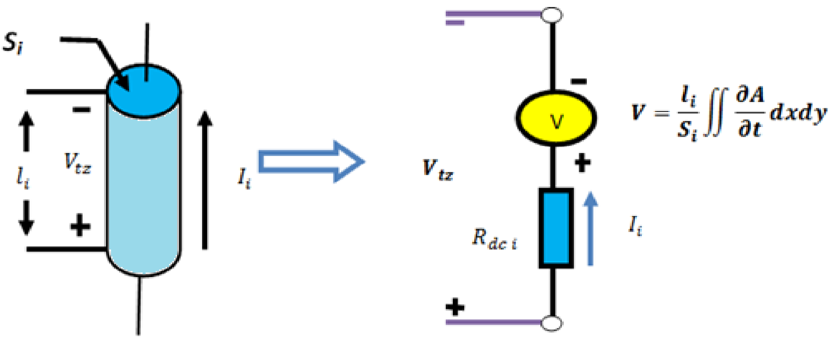
La différence du potentiel s'exprime alors :

$$V_{tz} = \frac{l_i}{\sigma S_i} I_i + \frac{l_i}{S_i} \iint_{S_i} \frac{\partial A}{\partial t} dxdy = R_{dc} I_i + \frac{l_i}{S_i} \iint_{S_i} \frac{\partial A}{\partial t} dxdy \qquad \text{(III.4)}$$

Avec :

$R_{dci} = \frac{1}{\sigma} \frac{l_i}{S_i}$ Résistance du conducteur

$e_i = \frac{l_i}{S_i} \iint_{S_i} \frac{\partial A_z}{\partial t} dxdy$ Force électromotrice induite du conducteur



(a) (b)

Figure(III.1) : *Configuration d'un conducteur massif.*

III.2.2 Equation électrique dans les enroulements filaires

Un conducteur filaire est constitué d'un certain nombre de brins conducteurs avec une entrée et une sortie de courant. Chaque région conductrice filaire est caractérisée par son orientation selon le sens du courant, le nombre de brins, un coefficient de remplissage et une conductivité électrique équivalente. Pour le calcul du champ magnétique nous faisons l'hypothèse que l'épaisseur de peau est grande par rapport à la dimension d'un brin conducteur. Dans ce cas le champ de réaction d'induit est généralement négligeable (sans courant de Foucault) et par conséquent ne perturbe pas la distribution spatiale du champ magnétique total. Cette hypothèse va permettre de découpler partiellement les équations des champs magnétiques et électriques. En effet, si nous considérons une région constituée de N_c conducteurs parcourue par un courant I_i et de surface S_i, la densité de courant sera considérée constante sur la région et donnée par la relation :

$$J = \frac{N_c I_i}{\alpha S_i} \tag{III.5}$$

Le circuit électrique de la Figure (III.2) est constituée d'un conducteur ''aller'' et un conducteur ''retour'' de longeur l_i et de section S_i , et alimentée par une source tension d'alimentation à travers un éventuel circuit électrique externe de résistance R_{ext} et d'inductance L_{ext} . L'équation électrique s'écrit comme suite :

$$V_{ext} = \left(V_{tz}^{+} - V_{tz}^{-}\right) + R_{ext} I_i + L_{ext}\frac{\partial I_i}{\partial t} \tag{III.6}$$

En explicitant les tensions dans les conducteurs allers et retours, l'équation (III.6) devient :

$$V_{ext} = \left(R_{dc}^{+} I_i^{+} - R_{dc}^{-} I_i^{-} + \frac{l_i^{+}}{S_i^{+}} \iint_{S_i} \frac{\partial A}{\partial t} dxdy - \frac{l_i^{-}}{S_i^{-}} \iint_{S_i} \frac{\partial A}{\partial t} dxdy \right) + R_{ext} I_i + L_{ext}\frac{\partial I_i}{\partial t} \tag{III.7}$$

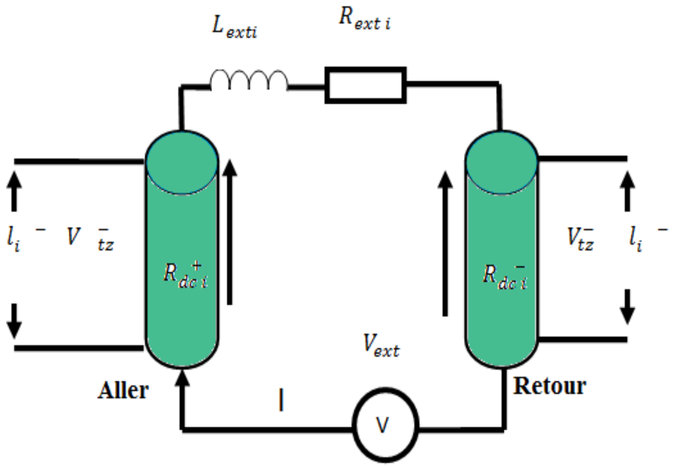


Figure (III.2) : *Une seule spire avec ces conducteurs allers et retours* ***[Jing 2004]****.*

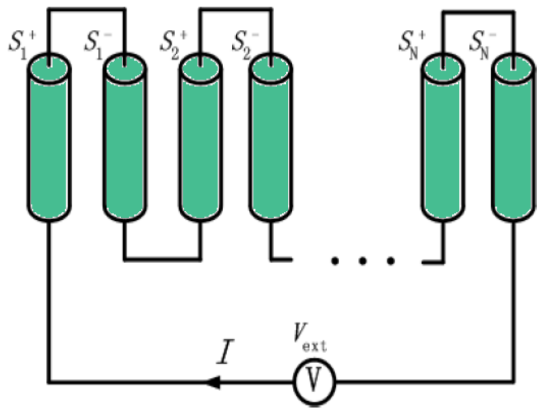


Figure (III.3) : *N_{cond} conducteur connecté en série* ***[Jing 2004].***

Pour N_{cond} conducteurs en série la Figure (III.3) :

$$V_s = \sum_{i=1}^{N_{cond}} V_{ext_i} = \sum_{i=1}^{N_{cond}} R_{dc}^{+} I_i^{+} - \sum_{i=1}^{N_{cond}} R_{dc}^{-} I_i^{-} + \sum_{i=1}^{N_{cond}} \frac{l_i^{+}}{S_i^{+}} \iint_{S_i} \frac{\partial A}{\partial t} dxdy$$
$$- \sum_{i=1}^{N_{cond}} \frac{l_i^{-}}{S_i^{-}} \iint_{S_i} \frac{\partial A}{\partial t} dxdy + \sum_{i=1}^{N_{cond}} R_{ext} I_i + \sum_{i=1}^{N_{cond}} L_{ext} \frac{\partial I_i}{\partial t} \tag{III.8}$$

L'équation (III.8) s'écrit sous la forme condensée :

$$V_s = (R_{dc} + R_{sc}) I + L_{ext} \frac{\partial I}{\partial t} + \frac{l}{S} \left(\iint_{S_t^{+}} \frac{\partial A}{\partial t} dxdy - \iint_{S_t -} \frac{\partial A}{\partial t} dxdy \right) \tag{III.9}$$

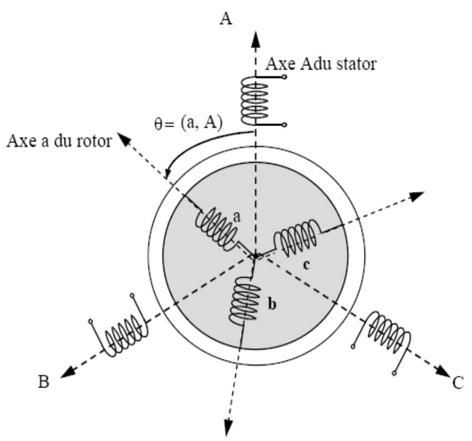
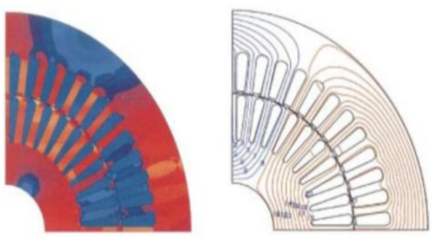
Avec :

$$R_{dc} = \sum_{i=1}^{N_{cond}} \left(R_{dc_i}^{+} - R_{dc_i}^{-} \right) \qquad R_{ext} = \sum_{i=1}^{N_{cond}} R_{ext_i} \qquad L_{ext} = \sum_{i=1}^{N_{cond}} L_{ext_i}$$

III.3 Modèles électromagnétiques des machines électriques

Les modèles électromagnétiques consistent à décrire le comportement électromagnétique de la machine en régime transitoire ou en régime permanent harmonique. Ils se présentent sous deux formes : Modèles électriques externes donnant des schémas électriques équivalents des machines. Modèles magnétiques internes basés sur le calcul du champ en utilisant des méthodes numériques. Sur le Tableau (IV.1) nous présentons un état comparatif des deux modèles. Le modèle électromagnétique retenu pour nos travaux est interne basé sur le calcul du champ.

Modéles electromagnetiques d'une machine asynchrone

	Modéles externes	**Modéles internes**
Equations	Le modèle de la machine à induction en régime transitoire peut s'écrire : $\begin{Bmatrix} V_s \\ 0 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} R_s & 0 \\ 0 & R_r \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} I_s \\ I_r \end{Bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{Bmatrix} \varphi_s \\ \varphi_r \end{Bmatrix}$  **Figure(III.4) :** *Modèles et équations électriques en régime transitoire (repère abc).*	Les phénomènes physiques qui caractérisent le système sont décrits par les équations de Maxwell et les lois des comportements des milieux voir chapitre (II). La résolution des équations se fait par des méthodes numériques telles que la méthode des éléménts finis (Figure (III.5)  **Figure(III.5)** :*Calcul numérique du champ.*

Avantages	-Très indiqués pour la commande des machines électriques à partir des convertisseurs statiques et pour le dimensionnement du réseau d'alimentation. -Résultats très satisfaisants au niveau de la prédiction du courant et du couple.	-Réponds à la nécessité d'une modélisation fine et complète. -Bonne description spatio-temporelle de l'état magnétique de la machine. -Meilleure précision sur les performances
Inconvénient	-Modèles simples pour une représentation globale. - Ne tiennent pas compte des phénomènes de saturation des circuits magnétiques, effet de peau dans les conducteurs. -Ne tiennet pas compte des effets d'encoches et de dentures. -Représentation des phénomènes internes quasiment inexistante. -Ne permettent pas le calcul direct des flux et des courants rotoriques.	-Les systémes d'équations mise en jeu dépassent le millier de degre de liberté . -Difficulté de coupler les champs stator et rotor et le mouvement. - Exige des utilisateurs spécialistes aussi bien pour la mise en œuvre que pour l'utilisation de Logiciels.

Tableau (III.1) : *Confrontation des modèles externes aux modèles internes d'une machine a Induction*

III.4.Modèles magnétodynamique des machines électriques

L'équation magnétique générale en termes de potentiel vecteur magnétique dans les différentes parties de la machine Oz d'après l'équation (II.27) s'exprime comme suit:

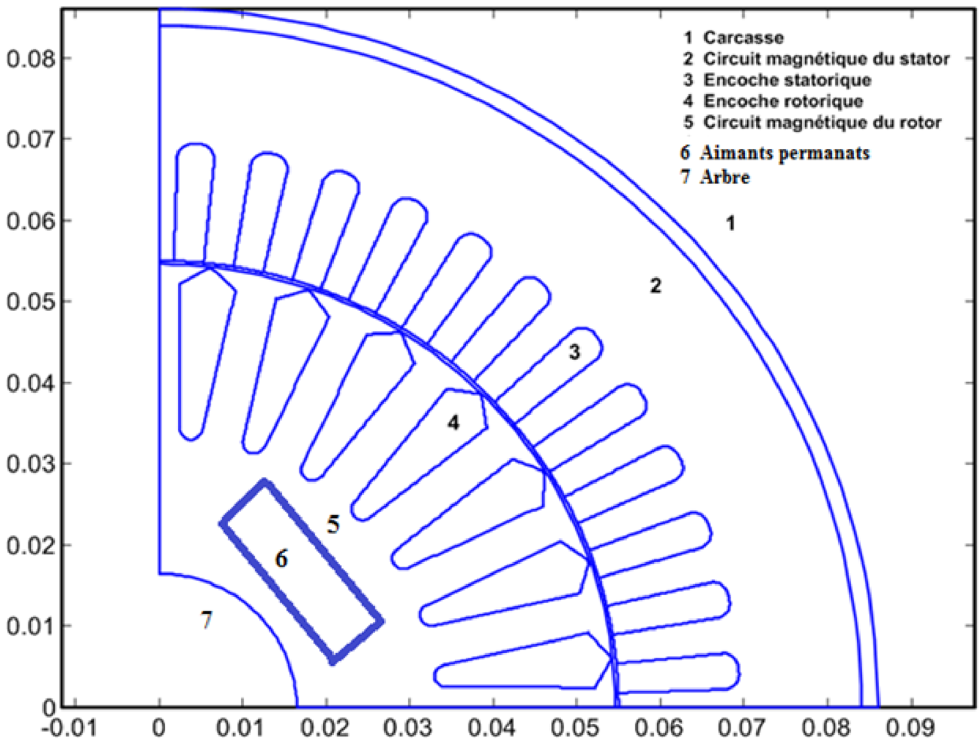
$$-\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{1}{\mu}\frac{\partial A_z}{\partial x}\right)-\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{1}{\mu}\frac{\partial A_z}{\partial y}\right)=J_{sz}+\sigma\frac{\partial A_z}{\partial t}+\sigma\frac{U^r}{l}-\frac{1}{\mu}\left(\frac{\partial B_{ry}}{\partial x}-\frac{\partial B_{rx}}{\partial y}\right)=0 \qquad \text{(III.10)}$$

J_s : est la densité de courant dans les sections conductrices du stator. Elle est exprimée en fonction du courant I_s et des paramètres du bobinage $\left(N_s, N_{cond}^{enc}, S_{cond}\right)$de la manière suivante :

$$J_{sz} = N_s \frac{N_{cond}^{enc}}{\alpha S_{cond}} I_s \tag{III.11}$$

Avec : I_s Courant circulant dans l'encoche S_{enc} Surface d'un conducteur dans l'encoche. N_{cond}^{enc} Nombre des conducteurs dans encoche. Classiquement, la topologie des machines électriques se présente selon la figure (III.6) Ces machines sont composées d'une partie fixe (stator), une partie mobile (rotor).

Le rotor est composé des barres et/ou d'aimants permanents. Les équations magnétiques aux dérivées partielles bidimensionnelles dans les milieux : air, circuit magnétique, enroulements filaires, barres conductrices massives, et aimants permanents, déduites de l'expression (III.10) sont données par la formule (III.12) :



Figure(III.6) : *Topologie des machines électriques.*

$$-\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{1}{\mu}\frac{\partial A_z}{\partial x}\right)-\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{1}{\mu}\frac{\partial A_z}{\partial y}\right)=\begin{cases} 0 & Entrefer/arbre/circuit \\ J_{sz} & Enroulements \\ -\sigma\frac{\partial A_z}{\partial t}+\sigma\frac{U_r}{l} & barre \\ 0 & Circuit/Magnetic/stator/rotor \\ -\frac{1}{\mu}\left(\frac{\partial B_{ry}}{\partial x}-\frac{\partial B_{rx}}{\partial y}\right) & Aimants\ permanents \end{cases} \quad \text{(III.12)}$$

III.5 Modélisation électromagnétique des machines a induction avec couplage d'interface

IV.5.1 Domaine d'étude

La machine asynchrone considérée est triphasée à p paire de pôles. Le stator est alimenté par une source de tension triphasée équilibrée dépendante du temps et de pulsation. Selon le concept du couplage d'interface, deux domaines séparés pour décrire la géométrie de la machine Figure (III.7) :

- Le domaine du stator Ω_s composé des éléments du stator et une partie de l'entrefer.
- Le domaine du rotor Ω_r composé des éléments du rotor et une partie de l'entrefer.

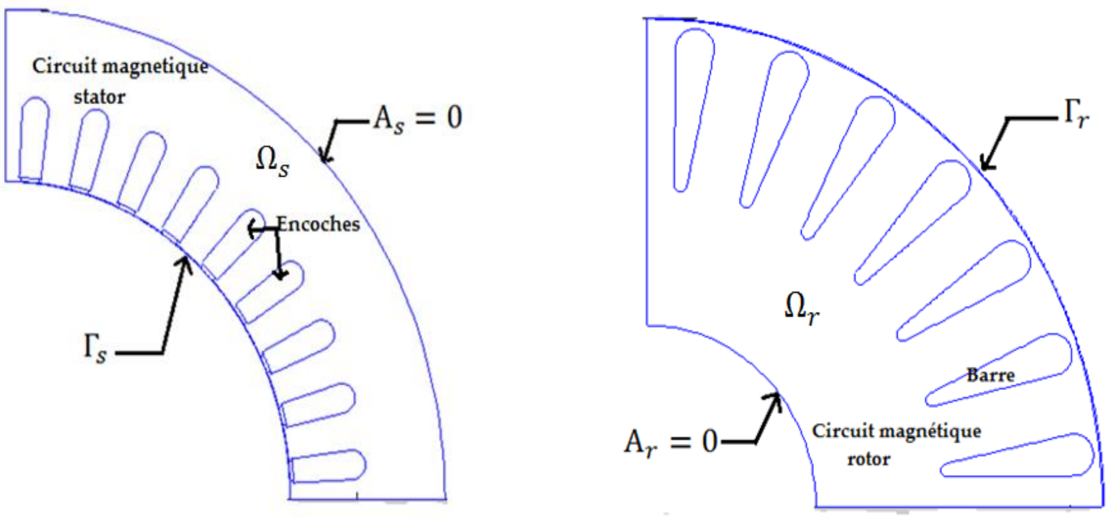


Figure (III.7) : *Définition des domaines du stator et du rotor sur un pole de la machine asynchrone.*

III.5.2 Équation du champ et circuit électrique

Pour modéliser un système électrotechnique complexe composé de circuits magnétiques encochés, enroulements filaires/massifs, d'aimants permanents, d'entrefer, arbre,…tel qu'une machine asynchrone, on doit en plus de la résolution des équations du champ, tenir compte de l'interaction des phénomènes magnétiques et électriques, et des parties en mouvement. L'alimentation en tension sinusoïdale des régions conductrices, engendre un comportement non-linéaire (dépendants des tôles magnétiques utilisées pour les circuits magnétiques) sous jacent au régime transitoires et permanent modélisé uniquement à travers le couplage des équations magnétiques et électriques relatives aux enroulements **[Jing 2004] [Oauzir2006]**. A 1'heure actuelle , la façon la plus précise de modéliser les actionneurs/machines électriques (asynchrones, aimants permanents,…) ayant un comportement non linéaire, est la méthode des éléments finis intégrée dans des algorithmes de type Newton-Raphson, point fixe, premiers harmoniques.

III.5.2.1 Problème du stator

L'équation du champ (III.10) définissant le problème magnétique du stator, est réécrite dans le domaine Ω_s sous la forme suivante :

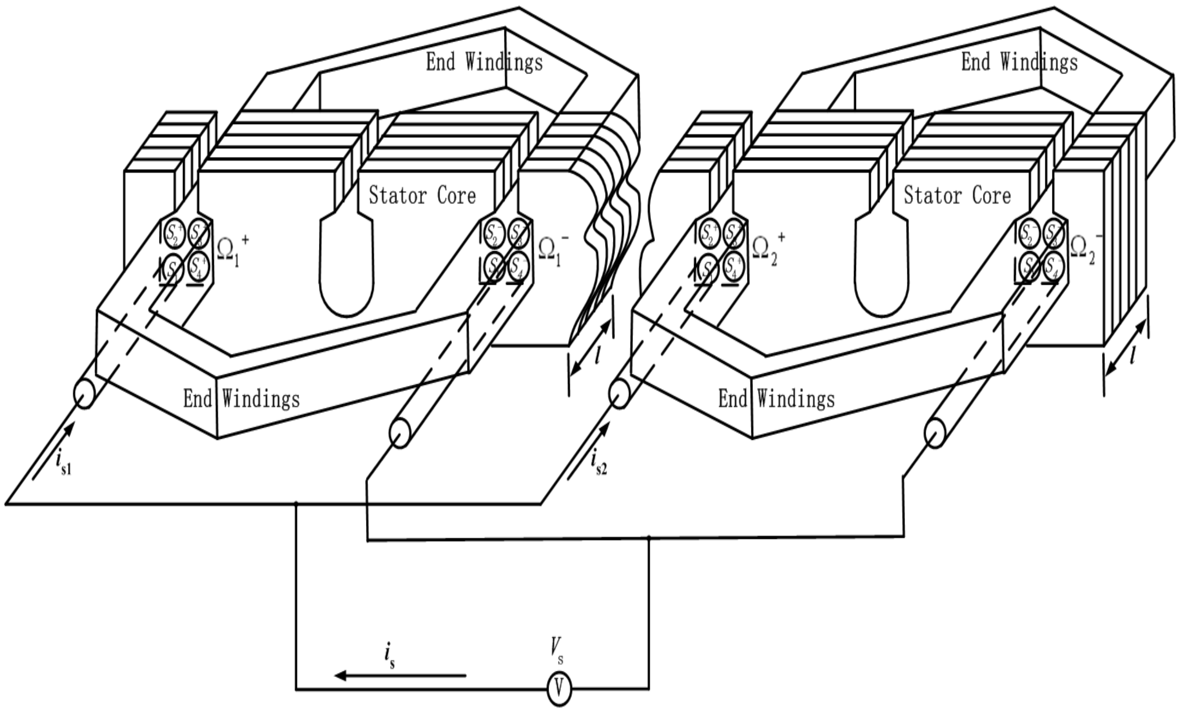
$$\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{1}{\mu}\frac{\partial A_z^s}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{1}{\mu}\frac{\partial A_z^s}{\partial y}\right)+J_{sz}=0 \qquad \text{(III.13)}$$

A cette équation du champ, on associe l'équation du circuit électrique filaire du stator (III.9) réécrite en (III.14) selon les notations usuellement utilisées dans les machines électriques. La Figure(III.8) présente le schéma des enroulements du stator alimenté en tension, logés dans les encoches du stator.

Chaque encoche contient un certain nombre de conducteur en séries. Une spire est formée par les conducteurs aller dans une encoche et ceux retours par une encoche~~,~~ lequel sont connectés en niveau des parties frontales :

$$V_s = R_s I_s + L_s\frac{\partial I_s}{\partial t} + N_s l\,\frac{N_{cond}^{enc}}{\alpha S_{enc}}\left(\iint_{S^+}\frac{\partial A_z^s}{\partial t}\,dxdy - \iint_{S-}\frac{\partial A_z^s}{\partial t}\,dxdy\right) \qquad \text{(III.14)}$$

Avec : V_s tension de phase du stator, R_s la résistance totale de l'enroulement d'une phase, I_s courant dans chaque phase, L_s l'inductance des têtes de l'enroulement de chaque phase, l la longueur des conducteurs dans la direction O_z prise identique à la longueur du circuit magnétique, et S^+, S^- les sections totales occupées par les conducteurs « aller » et « retour » dans une encoche de section S_{enc}, avec un taux de remplissage α. Le nombre de secteurs (pôles) est exprimé par le facteur N_S . L'équation (III.14) décrit la relation entre la source de tension externe V_s, le courant correspondant I_s et le potentiel vecteur magnétique A_z régit par l'équation du champ magnétique(III.13).



Figure(III.8) : *Représentation des bobines statorique branchées en parallèle* ***[Jing 2004]***.

Dans les machines électriques triphasées, les phases du stator sont généralement connectées selon deux types de couplage : triangle (Δ) ou en étoile($\boldsymbol{Y}$) tel que mise en évidence Figure(III.9). La représentation des sources et des circuits dans le processus de modélisation peut être obtenue à l'aide de lois de Kirchhoff, il est possible d'exprimer les tensions et les courants suivant chacune des couplages. $\boldsymbol{V_{s123}}$ représente les tensions aux bornes des phases statorique,$\boldsymbol{I_{s123}}$il s'agit des courants de phases, $\boldsymbol{i_{l123}}$ sont les courants de lignes en triangle.

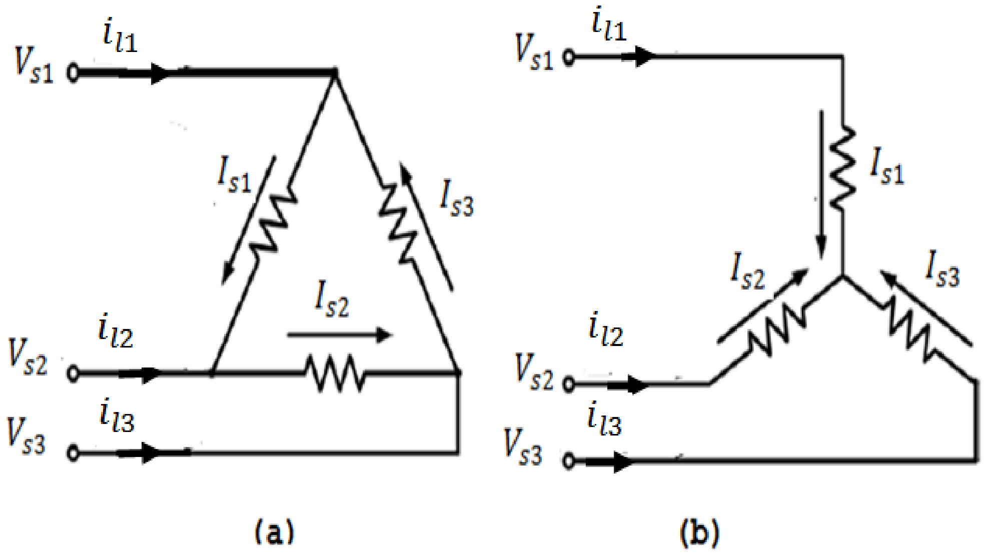


Figure (III.9): *Connections des phases du stator (a) en Triangle-Connexion, (b) Etoile-Connexion.*

L'équation électrique dans le cas de connexion (Δ) s'écrit comme suit :

$$\begin{cases} V_{s1} - V_{s2} = R_s i_{s1} + L_s \dfrac{\partial I_{s1}}{\partial t} + N_s l \dfrac{N_{cond}^{enc}}{\alpha S_{cond}} \left(\iint\limits_{S^+} \dfrac{\partial A_z}{\partial t} dxdy - \iint\limits_{S^-} \dfrac{\partial A_z}{\partial t} dxdy \right) \\ V_{s2} - V_{s3} = R_s I_{s2} + L_s \dfrac{\partial I_{s2}}{\partial t} + N_s l \dfrac{N_{cond}^{enc}}{\alpha S_{cond}} \left(\iint\limits_{S^+} \dfrac{\partial A_z}{\partial t} dxdy - \iint\limits_{S^-} \dfrac{\partial A_z}{\partial t} dxdy \right) \\ V_{s3} - V_{s1} = R_s I_{s3} + L_s \dfrac{\partial I_{s3}}{\partial t} + N_s l \dfrac{N_{cond}^{enc}}{\alpha S_{cond}} \left(\iint\limits_{S^+} \dfrac{\partial A_z}{\partial t} dxdy - \iint\limits_{S^-} \dfrac{\partial A_z}{\partial t} dxdy \right) \end{cases} \qquad \text{(III.15)}$$

$$\begin{pmatrix} i_{l1} \\ i_{l2} \\ i_{l3} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_{s1} \\ I_{s2} \\ I_{s3} \end{pmatrix} \qquad \text{(III.16)}$$

III.5.2.2 Problème du rotor

Dans le domaine du rotor $\boldsymbol{\Omega_r}$, l'équation de diffusion du champ magnétique exprimée en termes de potentiel vecteur magnétique (III.10) s'écrit :

$$-\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{1}{\mu}\frac{\partial A_z^r}{\partial x}\right) - \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{1}{\mu}\frac{\partial A_z^r}{\partial y}\right) + \sigma \frac{\partial A_z^r}{\partial t} - \sigma \frac{U^r}{l} = 0 \qquad \text{(III.17)}$$

A cette équation du champ, on associe les équations du circuit électrique de la cage. La cage d'écureuil des machines électriques (asynchrone/synchrone) Figure(III.10), comporte $\boldsymbol{n_r}$ barres fermées par des anneaux de court-circuit décomposable en circuits électriques rotoriques. En effet, si nous considérons deux barres adjacentes ainsi que les segments d'anneaux de court-circuit les reliant, nous obtenons une boucle rotorique fermée qui peut être étudiée sous la forme du d'un circuit électrique. Un des anneaux de court-circuit crée, par conséquence, une boucle supplémentaire, ramenant à $(\boldsymbol{n_r}+\mathbf{1})$ le nombre de boucle totale.

On suppose qu'aucun courant ne circule entre les barres via le circuit magnétique. Où $\boldsymbol{E_r}$ est la force électromotrice induite dans la barre du rotor par les variations de champ magnétique, $\boldsymbol{R_b}$ et la résistance d'une barre sont $\boldsymbol{R_{sc}}$ et $\boldsymbol{L_{sc}}$ résistance et l'inductance d'une portion d'anneau de court-circuit entre deux barres. $\boldsymbol{R_{be}}$ et $\boldsymbol{L_{be}}$ résistance et l'inductance d'une portion de la partie frontale des barres. La cage comporte $\boldsymbol{n_r}$ barres et le coefficient $\boldsymbol{h}$ permet de prendre en compte une éventuelle symétrie.

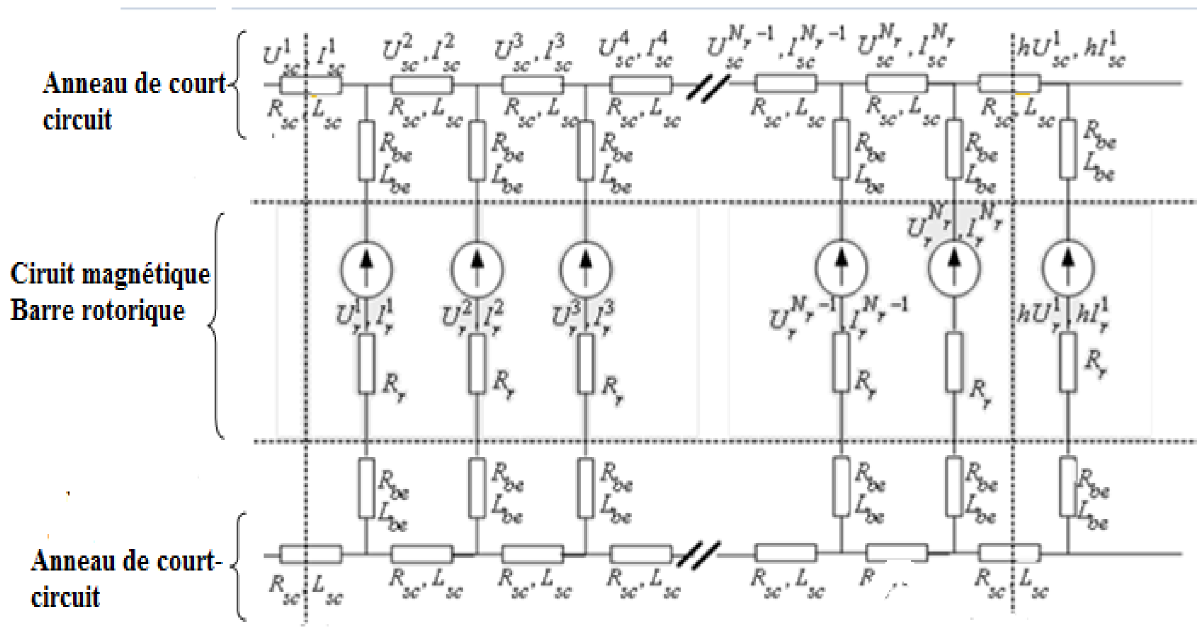


Figure (III.10): *Schéma électrique de la cage d'écureuil du rotor* ***[Chauveau 2001].***

A partir de l'équation du champ et du potentiel électrique au rotor, le courant total dans la barre obtenu par l'intégration de la densité de courant induite dans une barre $\boldsymbol{k}$ de section $\boldsymbol{S_r}$ est donnée par :

$$I_r^k = -\iint_{S_{rk}} -\sigma \frac{\partial A_z^r}{\partial t} dS_{rk} + \frac{1}{l_r^k} \iint_{S_{rk}} \sigma U_r^k dS_{rk} \qquad \text{(III.18)}$$

L'expression de la tension aux bornes de la barre ***k*** s'écrit :

$$U_r^k = R_{rk} I_r^k + \frac{l_{rk}}{S_{rk}} \iint_{\Omega_r} \sigma \frac{\partial A}{\partial t} dS_{rk} \qquad \text{(III.19)}$$

Avec : $\boldsymbol{l_{rk}}$ est la longueur suivant la direction ***z*** de la barre ***k*** et $\boldsymbol{S_{rk}}$ est sa section transversale.

De plus, aux bornes d'une partie ***i*** d'anneau de court-circuit entre deux barres, on peut écrire :

$$\left\{U^b\right\} = \left\{U^r\right\} + R_{be}.\left\{I_r\right\} + L_{be}.\left\{\frac{\partial I_r}{\partial t}\right\} \qquad \text{(III.20)}$$

$$\left\{U^{sc}\right\} = R_{sc}\left\{I_{sc}\right\} + L_{sc}\left\{\frac{\partial I_{sc}}{\partial t}\right\} \qquad \text{(III.21)}$$

Les relations entre les tensions et les courants peuvent être résumées comme suit :

$$\left\{I_r\right\} = -M^{tr}\left\{I_{sc}\right\} \qquad \text{(III.22)}$$

$$2\left\{U^{sc}\right\} = M\left\{U^b\right\} \qquad \text{(III.23)}$$

A l'aide des équations (III.18) (III.20) (III.21) (III.22) et (III.23), on obtient l'équation du circuit électrique au rotor en termes de courant I_r et la tension $\boldsymbol{U^r}$ de la barre (voir annexe pour les détails de calcul) :

$$\left(2.R_{sc} + M.M^{tr}.R_{be}\right)\left\{I_r\right\} + \left(2.L_{sc} + M.M^{tr}.L_{be}\right)\left\{\frac{\partial I_r}{\partial t}\right\} + M^{tr}.M\left\{U^r\right\} = 0 \qquad \text{(III.24)}$$

Les deux équations(III.19) et (III. 24) permettent de réaliser le couplage du circuit électrique de la cage avec l'équation de diffusion du champ dans le domaine du rotor.

III.5.2.3 Formulations éléments finis des équations du champ et des circuits électriques

Les formes discrétisées par éléments finis des équations du champ magnétique et circuit électrique dans le domaine du stator (III.13) et (III.14) et du rotor (III.17), (III.19) et (III.24) sont regroupées comme suit :

Equations dans le Domaine du Stator

$$[K_s]\{A_z^s\} - N_s.l.[D_s]\{I_s\} = 0 \tag{III.25}$$

$$\{V_s\} = [R_s]\{I_s\} + [L_s]\left\{\frac{\partial I_s}{\partial t}\right\} + N_s l\ [D_s]^{tr}\left\{\frac{\partial A_z^s}{\partial t}\right\} \tag{III.26}$$

Equations dans le Domaine du Rotor

$$[K_r]\{A_z^r\} + [M_r]\left\{\frac{\partial A_z^r}{\partial t}\right\} - [D_r]\{U_r\} = 0 \tag{III.27}$$

$$\{U_r\} = [R_r]\{I_r\} + l[R_r][D_r]\left\{\frac{\partial A_z^r}{\partial t}\right\} \tag{III.28}$$

$$\left(2.R_{sc} + M.M^{tr}.R_{be}\right)\{I_r\} + \left(2.L_{sc} + M.M^{tr}.L_{be}\right)\left\{\frac{\partial I_r}{\partial t}\right\} + M^{tr}.M\{U^r\} = 0 \tag{III.29}$$

Avec : $\boldsymbol{K_s}$ est la matrice des masses du stator, ou $\boldsymbol{A_s}$ représente les valeurs nodales du potentiel vecteur magnétique en tous nœuds du stator , $\boldsymbol{D_s}$ est une matrice de connexion, et $\boldsymbol{I_s}$ représente le vecteur des courants des trois phases du stator. Le systéme couplé au niveau du stator est donc obtenu par la combinaison des équations (III.25) et (III.26). dans lesquelles sont explicités les termes intégrant :

$$K_{sij}^e = \iint_{\Omega^e}\left(\frac{\partial N_i}{\partial x}\frac{\partial N_j}{\partial x} + \frac{\partial N_i}{\partial y}\frac{\partial N_j}{\partial y}\right)dxdy$$

, éléments de la matrice carrée *[K*$_s$*]*

$$D^e_{s_{ij}} = \iint_{\Omega^s} \left(N_i \, \frac{N^{enc}_{cond}}{\alpha S_{enc}} \right) dxdy$$, éléments de la matrice *[Ds]*

Kr est la matrice des masses du rotor, ou ***Ar*** représente les valeurs nodales du potentiel vecteur magnétique en tous nœuds du rotor, ***Dr*** est une matrice de connexion, ***Mr*** représente la matrice conductivité du rotor , ***Rr*** est une matrice représentant les résistances des barres de la cage. ***Rsc*** est une matrice représentant les résistances des anneaux des court-circuits . ***Lsc*** est une matrice représentant les inductances des anneaux des court-circuits. Le systéme couplé au niveau du rotor est donc obtenu par la combinaison des équations (III.27) , (III.28) et (III.29). En explicitant chacun des termes, on obtient :

$$M^e_{r_{ij}} = \iint_{\Omega^r} \sigma \left(N_i N_j \right) dxdy$$, éléments de la matrice carrée *[M]*

$$D^e_{r_{ij}} = \iint_{\Omega^r} \left(\frac{\sigma}{l} N_i \right) dxdy$$, éléments de la matrice *[Dr]*

III.5.2.4 Discrétisation des équations dans le temps

La méthode de discrétisation utilisée pour la résolution des problèmes pas à pas dans le temps consiste à discrétiser la variable temporelle et sa dérivée régulièrement espacée et a évaluer l'inconnue pour chacune de ces instants en utilisant un schéma de discrétisation faisant intervenir les paramètres et solutions des inconnues des instants précédents. La précision de la solution dépend essentiellement de l'ordre de la discrétisation temporelle et du pas de temps. En appliquant la méthode de discrétisation temporelle du 1er ordre aux vecteurs des inconnues, on obtient l'équation suivante :

$$\beta \frac{d}{dt} \begin{Bmatrix} A_z^s \\ A_z^r \\ I_s \\ U_r \\ I_r \end{Bmatrix}_{t+\Delta t} + (1-\beta) \frac{d}{dt} \begin{Bmatrix} A_z^s \\ A_z^r \\ I_s \\ U_r \\ I_r \end{Bmatrix}_{t} = \frac{\left(\begin{Bmatrix} A_z^s \\ A_z^r \\ I_s \\ U_r \\ I_r \end{Bmatrix}_{t+\Delta t} - \begin{Bmatrix} A_z^s \\ A_z^r \\ I_s \\ U_r \\ I_r \end{Bmatrix}_{t} \right)}{\Delta t} \qquad \text{(III.30)}$$

Dans le domaine du stator , il sagit de discrétiser l'équation du champ (III.25) et l'équation du circuit électique du stator (III.26). En considérant , la dérivée du vecteur courant $\boldsymbol{I_s}$ et celle du potentiel vecteur magnetique $\boldsymbol{A^s}$, on obtient les équations (III.31) et (III.32) :

$$\beta[K_s]\{A^s\}_{t+\Delta t} - \beta[D_s]\{I_s\}_{t+\Delta t} = -(1-\beta)[K_s]\{A^s\}_t + (1-\beta)[D_s]\{I_s\}_t \tag{III.31}$$

$$\begin{aligned}&[\mathrm{D_s}]^{tr}\{A^s\}_{t+\Delta t} + \frac{\Delta t}{N_s.l_z}\left(\beta[R_s] + \frac{[L_s]}{\Delta t}\right)\{I_s\}_{t+\Delta t} = [D_s]^{tr}\{A^s\}_t - \frac{\Delta t}{N_s l_z}\left[(1-\beta)[R_s] - \frac{[L_s]}{\Delta t}\right]\{I_s\}_t \\ &+ \frac{\Delta t}{N_s l_z}\left(\beta\{V^s\}_{t+\Delta t} + (1-\beta)\{V^s\}_t\right)\end{aligned} \tag{III.32}$$

Dans le domaine du rotor , il sagit de discrétiser l'équation de diffusion du champ (III.27) et les équations de circuit électique de la cage (III.28) ,(III.29) et (III.30). En considérant , la dérivée du vecteur courant $\boldsymbol{I_r}$, de la tension $\boldsymbol{U_b}$ et celle du potentiel vecteur magnetique $\boldsymbol{A^r}$, on obtient les équations (III.33) et (III.34) :

$$\left(\beta[K_r] + \frac{[M_r]}{\Delta t}\right)\{A^r\}_{t+\Delta t} - \beta[D_r]\{U_r\}_{t+\Delta t} = -\left[(1-\beta)[K_r] - \frac{[M_r]}{\Delta t}\right]\{A^r\}_t + (1-\beta)[D_r]\{U_r\}_t \tag{III.33}$$

$$\begin{aligned}&[D_r]\{A^r\}_{t+\Delta t} - \beta\frac{\Delta t}{l_r R_r}\left(1 + \beta[R_r]f_0^{-1}[M][M]^{tr}\right)\{U^r\}_{t+\Delta t} = [D_r]\{A^r\}_t \\ &+ (1-\beta)\frac{\Delta t}{l_r R_r}\left(1 + \beta[R_r]f_0^{-1}[M][M]^{tr}\right)\{U_r\}_t + \frac{\Delta t}{l_r}\left(\beta f_0^{-1}f_1 - (1-\beta)\right)\{I_r\}_t\end{aligned} \tag{III.34}$$

Avec :

$$\mathrm{f}_0 = 2\left(\beta[R_{sc}] + \frac{[L_{sc}]}{\Delta t}\right) + \left(\beta[R_{be}] + \frac{[L_{be}]}{\Delta t}\right)[M][M]^{tr}$$

$$\mathrm{f}_1 = 2\left((1-\beta)[R_{sc}] - \frac{[L_{sc}]}{\Delta t}\right) + \left((1-\beta)[R_{be}] - \frac{[L_{be}]}{\Delta t}\right)[M][M]^{tr}$$

La combinaison des équations (III.31) et (III.32) permets d'avoir le problème couplé dans le domaine du stator $\boldsymbol{\Omega_s}$. Le système couplé du domaine rotor $\boldsymbol{\Omega_r}$ est obtenu directement par la combinaison des équations (III.33) et (III.34).

III.6 Prise en compte du mouvement par la méthode d'interpolation nodale

La modélisation numérique dans les machines électriques tournantes et la translation pour les actionneurs linéaires (lanceurs magnétiques, électroaimants…) pour lesquels la topologie du maillage change, nécessitent le développement de techniques permettant la prise en compte du mouvement. Parmi les méthodes de simulation du mouvement adoptées pour la prise en compte du mouvement dans les structures électromagnétiques qui répondant aux critères de simplicité de mise en ouvrent et d'implémentation, pour le recollement/raccordement des maillages au niveau des interfaces conformes/non-conformes, on peut citer les méthodes d'interpolation qui sont largement employées **[Perrin 1996] [Golovanov 1997] [Aubertin 2001] [Jing 2004] [Rachek 2007]**.

La plupart de ces travaux confirment l'efficacité des approches de type interpolations polynomiales dans l'analyse des problèmes de déplacement. Dans ces méthodes, les valeurs nodales du potentiel aux nœuds d'interfaces du maillage mobile sont exprimées par une fonction d'interpolation des potentiels aux nœuds d'interfaces du maillage fixe. La Figure (III.11) présente la discrétisation dans le cas du maillage non-conforme. Ce type de méthodes est plus performant que les méthodes basées sur les multiplicateurs de Lagrange du point de vue convergence du système matriciel global.

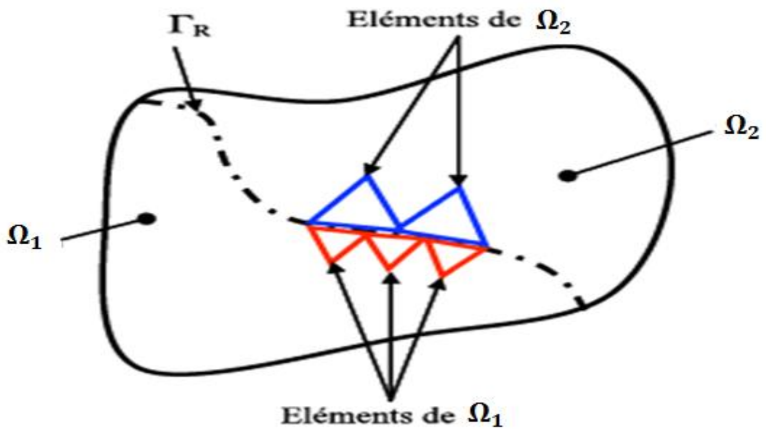


Figure (III.11) : *Discrétisation dans le cas du maillage non-conforme.*

Dans chaque sous-domaine, on peut écrire un système matriciel à résoudre de la forme :

$$[K_1]\{X_1\} = \{F_1\} \tag{III.35}$$

$$[K_2]\{X_2\} = \{F_2\} \tag{III.36}$$

Avec : $[K_i]$, $[X_i]$et $[F_i]$respectivement la matrice de raideur, les inconnues et les termes sources associés au sous-domaine ***i***. Le système sans recollement peut alors être mis sous la forme matricielle suivante :

$$\begin{bmatrix} K_1 & 0 \\ 0 & K_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_1 \\ F_2 \end{Bmatrix} \tag{III.37}$$

La résolution de ce système équivaut à résoudre deux systèmes indépendants. Il faut lui adjoindre l'équivalent discret de l'équation de couplage ou de raccordement/liaison. Pour ce faire, un operateur de couplage ***[C]*** est introduit, tel que :

$$[X_{1\Gamma}] = [C][X_{2\Gamma}] \tag{III.38}$$

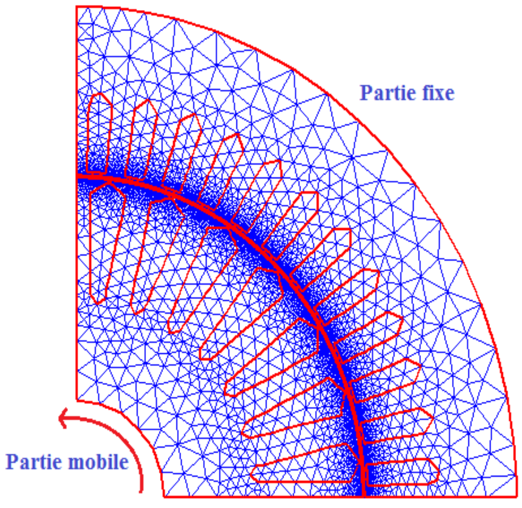
Cet opérateur peut se calculer de différentes manières. Dans le cas des problèmes d'électromagnétisme résolus par la méthode des éléments finis, il assure la continuité des champs au niveau de l'interface de recollement $\boldsymbol{\Gamma_R}$.

III.7 Problème du couplage des champs dans l'entrefer de la machine à induction

Nous présentons sur la Figure (III.12), un maillage régulier d'une machine électrique tournante. Le maillage dans la zone de l'entrefer est cylindrique. Au milieu de l'entrefer une surface de glissement avec un rayon ***R*** est choisie. La surface de modélisation est divisée en deux parties : partie stator contient le stator et la moitie supérieure de l'entrefer, la partie rotor contient le rotor et la moite inférieur de l'entrefer.

La technique d'interpolation du 1^ére^ ordre proposée par [**Perrin 1995] [Gasmi 1996] [Benali 1997]** est basée sur la connexion des nœuds d'interface du bord mobile aux nœuds d'interface des éléments de la partie fixe. Les maillages fixe et mobile peuvent être réalisés séparément. Elle se présente en plusieurs étapes:

- Réaliser le maillage fixe et mobile totalement distincts et séparés.
- Repérage des nœuds de la partie mobiles et fixe.
- Organisation des nœuds mobiles et fixes selon angles croissant.
- Assemblage des matrices des régions fixe et mobile.
- Calculer alors les fonctions d'interpolations des éléments triangulaires en considérant comme nouveau repère de coordonnées la position des nœuds et créer ainsi la matrice connexion basée sur la combinaison linéaire entre les composantes des potentiels vecteurs magnétiques $\boldsymbol{A_j^s}$ et $\boldsymbol{A_i^r}$ respectivement sur les interfaces des maillages fixe et mobile.
- Changement des conditions aux limites (dans le cas de périodicité et d'anti périodicité). Les Figures (III.12), (III.13) présentent respectivement le maillage avant et après les déplacements.



Figure(III.12) : *Maillage avant le déplacement.*

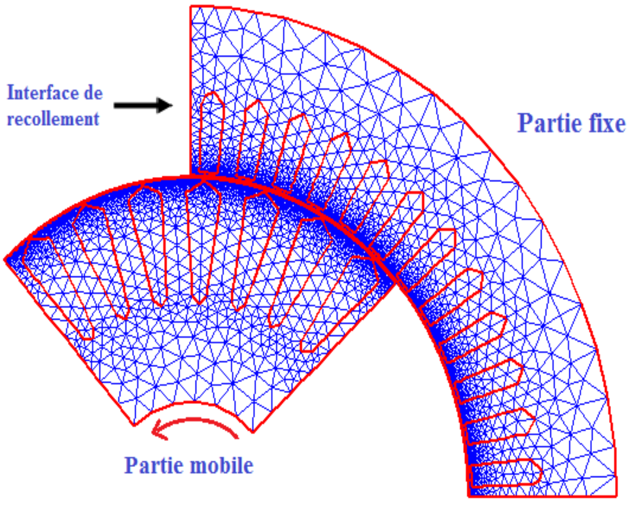


Figure (III.13) : *Maillage après le déplacement*

Dans chaque élément, on peut écrire un système matriciel à résoudre de la forme :

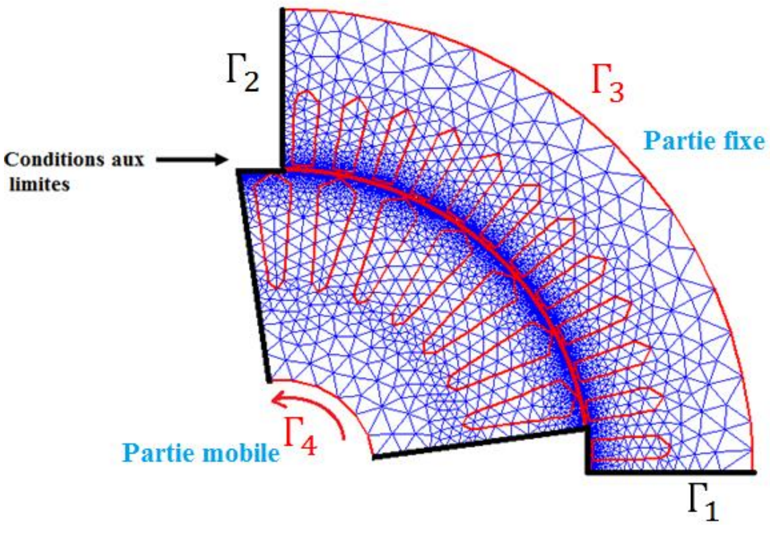
$$[K_s]\{A_z^s\} = \{F_s\} \tag{III.39}$$

$$[K_r]\{A_z^r\} = \{F_r\} \tag{III.40}$$

Avec : $[K_s]$, $[K_r]$ matrices raideurs des parties fixe et mobile respectivement, $\{F_s\}$ et $\{F_r\}$ représentent les termes sources des deux parties. La matrice globale issue de l'assemblage des maillages fixes et mobiles à travers leurs matrices est :

$$\left[K_{mobile}^{fixe}\right] = \begin{bmatrix} K_s & 0 \\ 0 & K_r \end{bmatrix} \tag{III.41}$$

Une fois cet assemblage réalisé, on passe maintenant au calcul de la matrice de connexion des deux maillages et l'application des conditions aux limites. La connexion est établie lorsque deux nœuds d'interfaces, l'un fixe et l'autre mobile concordent c'est à dire qu'ils ont les mêmes coordonnées (maillage régulier), sinon on cherche à exprimer, à partir d'une interpolation nodale, les inconnues nodales mobiles en fonctions des inconnues fixes (maillage non régulier).



Figure(III.14) : *Conditions aux limites après le déplacement.*

Les conditions aux limites anti périodicité exprimées d'après la Figure (III.14) sont :

$$A_z^s\Big|_{\Gamma_1} = -A_z^s\Big|_{\Gamma_2} \tag{III.42}$$

$$A_z^r\Big|_{\Gamma_1} = -A_z^r\Big|_{\Gamma_2} \tag{III.43}$$

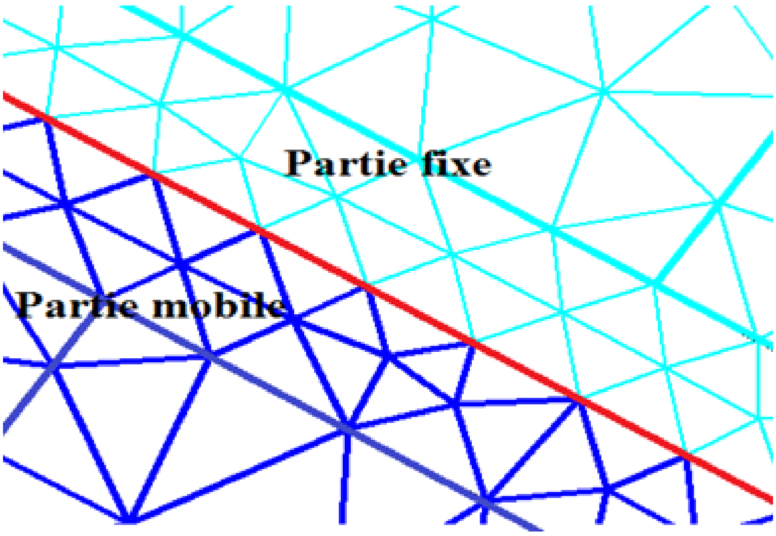
Les conditions aux limites de types Dirichlet homogènes sont appliquées sur les frontières externes (carcasse) et internes (arbre) tel que :

$$A_z^s\Big|_{\Gamma_3} = 0 \tag{III.44}$$

$$A_z^r\Big|_{\Gamma_4} = 0 \tag{III.45}$$

III.7.1 Maillage à interfaces régulières

Dans ce cas il s'agit d'effectuer des connectivités entres les nœuds d'interfaces des deux maillages fixe et mobile. En vue de mettre en œuvre une procédure de connexion optimale, automatique en tenant compte des conditions aux limites périodiques/anti-périodiques, on procéde d'abord à la création des matrices contenant les repérages des nœuds des interfaces fixe et mobile avec leurs organisations suivant des angles $\boldsymbol{\theta}$ croissants. La Figure (III.15) montre le maillage regulier dans l'entrefer de la machine a induction.



Figure(III.15) : *Maillage régulier dans l'entrefer.*

Les nœuds de la partie mobile sont connectés avec les nœuds de la partie fixe :

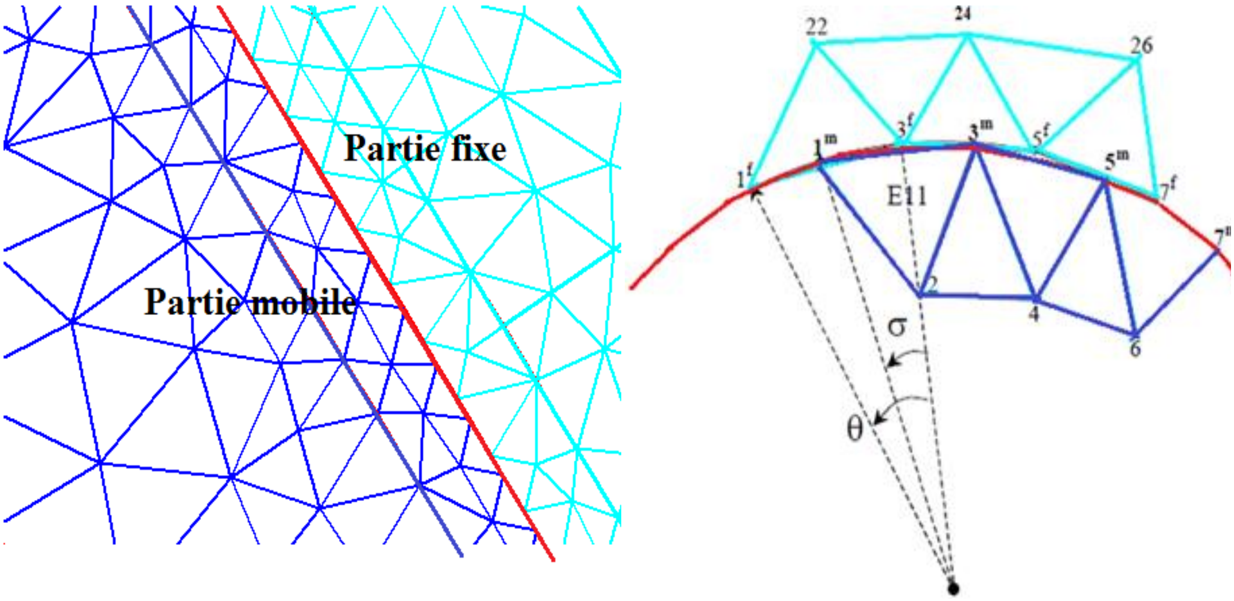
$$nf(\theta_i) = nm(\theta_j) \quad pour \quad i = 1:n \quad j = 1:n \quad i = j \tag{III.46}$$

Cette procédure permet une grande rapidité pour le traitement des conditions aux limites. La combinaison linéaire entre les potentiels vecteurs magnétiques est exprimée comme suite :

$$A_z^r(nm(\theta_i)) = A_z^s(nf(\theta_j)) \quad pour \quad i = 1:n \quad j = 1:n \quad i = j \tag{III.47}$$

III.7.2 Maillage à interfaces non régulières

La Figure (III.16) montre le maillage non régulier dans l'entrefer de la machine a induction.



Figure(III.16) : *Maillage non régulier dans l'entrefer.*

Dans ce cas le maillage est non régulier on peut exprimer les inconnues nodales de la partie mobile en fonction des inconnues de la partie fixe dans l'entrefer par la relation :

$$A_i^r(nm(\sigma_i)) = \alpha A_{j+1}^s(nf(\theta_{j+1})) - (1-\alpha) A_j^s(nf(\theta_j)) \quad pour \quad i \neq j \tag{III.48}$$

α : Est une fonction d'approximation nodale :

$$\alpha = \sigma / \theta \tag{III.49}$$

D'une manière générale la matrice de connexion assurant la combinaison linéaire des composantes des potentiels vecteurs magnétiques des interfaces des maillages fixe et mobile est :

$$\left[K_{mobile}^{fixe}\right] = \begin{bmatrix} K_s & K_{liaison} \\ K_{liaison}^{tr} & K_r \end{bmatrix} \tag{III.50}$$

III.8 Equations globales du problème magnétique couplé aux circuits électriques en régime transitoire linéaire

L'association des équations de diffusion du champ du stator (III.31) et du rotor (III.33) et celles des circuits (III.32) et (III.34) conduit au système global représentant le couplage magnétique avec les circuits électriques. Le système algébrique final à résoudre est donnée Par :

$$\begin{bmatrix} (\beta[K_s]) & [K_{liaison}] & (-\beta[D_s]) & 0 \\ [K_{liaison}^{tr}] & \left(\beta[K_r] + \dfrac{[M_r]}{\Delta t}\right) & 0 & (-\beta[D_r]) \\ [D_s]^{tr} & 0 & [Z_s] & 0 \\ 0 & [D_r] & 0 & -[Z_r] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} A^s \\ A^r \\ I_s \\ U^r \end{Bmatrix}^{t+\Delta t} = \tag{III.51}$$

$$\begin{bmatrix} -(1-\beta)[K_s] & [K_{liaison}] & (1-\beta)[D_s] & 0 \\ [K_{liaison}^{tr}] & -(1-\beta)[K_r] + \dfrac{[M_r]}{\Delta t} & 0 & (1-\beta)[D_r] \\ [D_s]^{tr} & 0 & [G_s] & 0 \\ 0 & [D_s] & 0 & [G_r] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} A^s \\ A^r \\ I_s \\ U^r \end{Bmatrix}^{t} + \begin{Bmatrix} [A_z^s]^{CL} \\ [A_z^r]^{CL} \\ [C_s]\left(\beta\{V_s\}_{t+\Delta t} + (1-\beta)\{V_s\}_t\right) \\ [C_r]\{I_r\}_t \end{Bmatrix}$$

Avec :

$$
\begin{cases}
[Z_s] = \dfrac{\Delta t}{N_s l_z}\left(\beta[R_s] + \dfrac{[L_s]}{\Delta t}\right) \\
[G_s] = -\dfrac{\Delta t}{N_s l_s}\left((1-\beta)[R_s] - \dfrac{[L_s]}{\Delta t}\right) \\
[C_s] = \dfrac{\Delta t}{N_s . l_z}[I_d]
\end{cases}
$$

$$
\begin{cases}
[Z_r] = \beta \Delta t\left(1 + \beta[R_r] f_0^{-1}[M][M]^{tr}\right) \\
[G_r] = (1-\beta)\left(\dfrac{\Delta t}{l_r R_r}\left(1 + \beta[R_r] f_0^{-1}[M][M]^{tr}\right)\right) \\
[C_r] = \dfrac{\Delta t}{l_r}\left(\beta f_0^{-1}(1-\beta)\right)
\end{cases}
$$

III.9 Equations globales du problème magnétique couplé aux circuits électriques en régime transitoire Non linéaire

La prise en compte des non-linéarités magnétiques dans les dispositifs électrotechniques et les machines électriques en particulier est essentiellement due à la présence des matériaux ferromagnétiques aussi bien dans le circuit magnétique du stator que celui du rotor. Dans la culasse de stator et de rotor des machines asynchrones, la réluctivité magnétique $\boldsymbol{\upsilon}$ va dépendre de l'induction magnétique. Connaissant la caractéristique magnétique ***B-H*** du matériau utilisé, il est possible de définir une interpolation $\boldsymbol{\upsilon}(\boldsymbol{B^2})$.

Les cas les plus fréquemment utilisées sont : l'interpolation spline, et l'interpolation hyperbolique. Dans le cas d'une interpolation hyperbolique, la réluctivité relative peut être approximée par l'expression de Marrocco **[Marroco 1977]** suivante:

$$\upsilon \approx \varepsilon + (\mathrm{c} - \varepsilon)\frac{B^{2\alpha}}{B^{2\alpha} + \tau} \qquad \text{(III.52)}$$

Les coefficients $\varepsilon, c, \alpha, \tau$ sont déterminés à partir de la caractéristique ***B-H*** en utilisant la méthode des moindres carrés. En considérant l'expression de la réluctivité (III.52), on calcule la variation de réluctivité en fonction de l'induction magnétique:

$$\frac{\partial \upsilon\left(B^2\right)}{\partial B^2} = \upsilon_0 (c - \varepsilon) \tau \alpha \frac{B^{2(\alpha-1)}}{\left(B^{2\alpha} + \tau\right)^2} \tag{III.53}$$

A chaque itération ***n*** de calcul du champ $\boldsymbol{A_z}$ dans les problèmes non linéaires, nous calculons la quantité représentant le test d'arrêt de convergence de l'algorithme de **Newton-Raphson**:

$$Som(n) = \frac{\sum_{i=1}^{M} \left| A_{zi}^{k+1} - A_{zi}^{k} \right|}{\sum_{i=1}^{nn} \left| A_{zi}^{k+1} \right|} \tag{III.54}$$

Où $\boldsymbol{A_{zi}^{n}}$ est la valeur nodale du champ au nœud $\boldsymbol{i}$, ***M*** et le nombre total de nœuds de la subdivision. ***Som*** représente l'erreur relative moyenne de la norme euclidienne d'ordre ***1***. Le test d'arrêt des calculs est défini par l'inégalité suivante :

$$Som(n) \leq erreur \tag{III.55}$$

Avec : *erreur* est un nombre positif choisi selon la précision désirée dans la détermination du champ A_z. Elle est appelée tolérance relative moyenne. Le problème est non linéaire en raison de la présence de matériaux ferromagnétiques dont les propriétés sont régies par la courbe d'aimantation ***B-H***. Ici, la linéarisation est effectuée selon la méthode de Newton – Raphson (N-R) **[Brauer 1995] [Chauveau 2001]**.

Pour extraire les données le long de la courbe, la formule d'approximation de Marrocco **[Marrocco 1977] [Tandon 1983]** est utilisée. La matrice de rigidité dépend des valeurs nodales du potentiel du vecteur magnétique. Après application de la méthode d'itération N-R, un système d'équations final algébrique est obtenu pour la simulation non linéaire des machines :

$$\begin{bmatrix} \beta\left([K_s]^k+[K_s]^k_{NL}\right) & [K_{liaison}] & -\beta[D_s] & 0 \\ [K^{tr}_{liaison}] & \left(\beta\left([K_r]^k+[K_r]^k_{NL}\right)+\dfrac{[M_r]^k}{\Delta t}\right) & 0 & \left(-\beta[D_r]\right) \\ [D_s]^{tr} & 0 & [Z_s] & 0 \\ 0 & [D_r] & 0 & -[Z_r] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta A^s_z \\ \Delta A^r_z \\ \Delta I_s \\ \Delta U^r \end{Bmatrix}^{k+1}_{t+\Delta t} =$$

$$-\begin{bmatrix} \beta[K_s]^k & [K_{liaison}] & -\beta[D_s] & 0 \\ [K^{tr}_{liaison}] & \beta[K_r]^k+\dfrac{[M_r]^k}{\Delta t} & 0 & -\beta[D_r] \\ [D_s]^{tr} & 0 & [Z_s] & 0 \\ 0 & [D_r] & 0 & -[Z_r] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} A^s_z \\ A^r_z \\ I_s \\ U^r \end{Bmatrix}^{k}_{t+\Delta t}$$

$$+\begin{bmatrix} -(1-\beta)[K_s]^k & 0 & (1-\beta)[D_s] & 0 \\ 0 & -(1-\beta)[K_r]^k+\dfrac{[M_r]^k}{\Delta t} & 0 & (1-\beta)[D_r] \\ [D_s]^{tr} & 0 & [G_s]^{tr} & 0 \\ 0 & [D_r] & 0 & [G_r] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} A^s_z \\ A^r_z \\ I_s \\ U^r \end{Bmatrix}^{t} + \qquad \text{(III.56)}$$

$$\begin{Bmatrix} CL \\ CL \\ [C_s]\left(\beta\{U_s\}_{t+\Delta t}+(1-\beta)\{U_s\}_t\right) \\ [C_r]\{I_r\}_t \end{Bmatrix}$$

Avec : $[K_s]$ matrice raideur, $[K_s]_{NL}$ matrice non linéaire (matrice Jacobéenne) $[\Delta A^s_z],[\Delta A^r_z]$: vecteurs des différences entre les valeurs nodales des champs magnétiques correspondant a deux itérations successives de l'algorithme (N-R). $[\Delta I_s]$ Vecteurs des différences entre les valeurs des courants statoriques correspondant a deux itérations successives. $[\Delta U_r]$Matrice des différences entre les valeurs des tensions des barres correspondant a deux itérations successives. Les valeurs itératives des différentes grandeurs sont calculées en utilisant le facteur de relaxation θ ($0 < \theta < 1$) selon :

$$\theta\begin{bmatrix} \{\Delta A^s_z\} \\ \{\Delta A^r_z\} \\ \{\Delta I_s\} \\ \{\Delta U^r\} \end{bmatrix}^{k+1}_{t+\Delta t} = \begin{bmatrix} \{A^s_z\} \\ \{A^r_z\} \\ \{I_s\} \\ \{U^r\} \end{bmatrix}^{k+1}_{t+\Delta t} - \begin{bmatrix} \{A^s_z\} \\ \{A^r_z\} \\ \{I_s\} \\ \{U^r\} \end{bmatrix}^{k}_{t+\Delta t} \qquad \text{(III.57)}$$

III.10 Problème magnétodynamique et équation mécanique du rotor

Dans le cas général, l'équation champ électromagnétique et les équations électriques sont séquentiellement couplés à l'équation mécanique du rotor par le couple électromagnétique. Cela inclut l'interaction entre les grandeurs électromagnétiques et mécaniques. Le système d'équations différentielles mécanique de vitesse ω et de déplacement angulaire θ, s'écrivent à partir des lois de Newton de la dynamiques classique selon l'équation (II.30).

Les efforts magnétiques exercés sur les parties mobiles d'un système électromagnétiques constituent l'un des grandeurs importantes pour l'étude de son fonctionnement. C'est le cas des forces responsables du couple électromagnétiques dans les machines électriques. Ces grandeurs peuvent servir à un couplage avec l'équation mécanique en vue du calcul de la vitesse et du mouvement. Pour déterminer ces efforts on utilise la méthode du tenseur de Maxwell des contraintes électromagnétiques. Ces dernières sont généralement décrites dans la littérature à partir de l'expression élémentaire de la densité de force de Lorentz en milieu amagnétique (soumis a des courants électrique) [**Jing 2004] [Chitroju 2009]**. En effet cette densité de force s'exprime simplement par :

$$f^{lorentz} = \vec{J} \times \vec{B} \quad \text{(III.58)}$$

$$= \frac{1}{\mu_0}\left(\vec{\nabla} \times \vec{B}\right) \times \vec{B} = \frac{1}{\mu_0}(\nabla . B) - \frac{1}{2\mu_0}\nabla\left(B^2\right) \quad \text{(III.59)}$$

La force globale sur le volume de matière entouré par la surface S est donnée par **[Clausse2018]** *:*

$$F_s = \frac{1}{\mu_0}\oint_S \left[\left(\vec{B}.\vec{n}\right)B - \frac{1}{2}\left(B^2\vec{n}\right)\right]dS = \mu_0\oint_S \left[\left(\vec{H}.\vec{n}\right) - \frac{1}{2}\left(H^2\vec{n}\right)\right]dS \quad \text{(III.60)}$$

La Figure(III.17) présente un contour d'intégration pour le calcul du couple électromagnétique. La surface S représente une enveloppe de l'entrefer de rayon r et de longueur l. Le champ d'induction magnétique correspond aux barycentres des éléments du maillage.

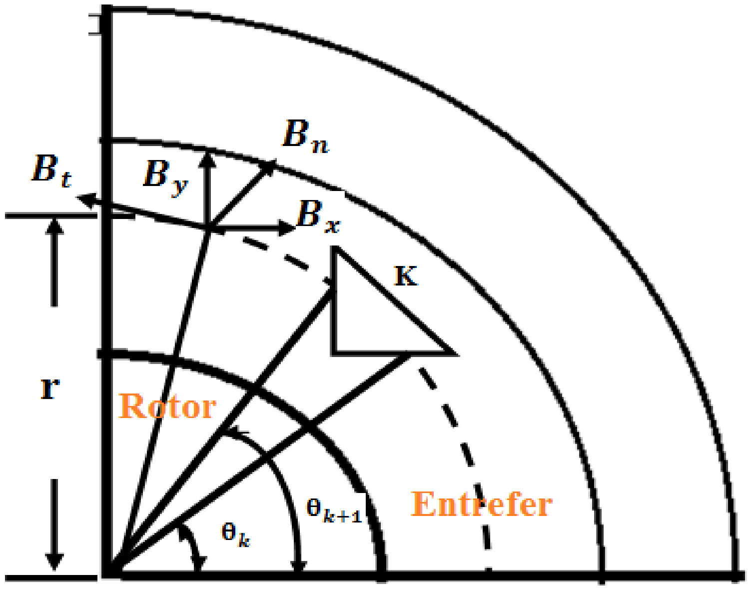


Figure (III.17) : *Contour d'intégration pour le calcul du couple électromagnétique.*

Dans les machines électriques, le calcul de la force ou du couple est conduit habituellement en utilisant les composantes normale et tangentielle.

$$\vec{B} = B_n\vec{n} + B_t\vec{t} \tag{III.61}$$

$$B^2 = B_n^2 + B_t^2 \tag{III.62}$$

Il apparait que le tenseur de Maxwell présente deux composantes : l'une suivant la normale et ne contribue pas au mouvement mais aux déformations, et l'autre tangentielle qui contribue au mouvement en créant le couple électromagnétique. La force magnétique tangentielle dans l'entrefer devient :

$$\vec{T} = \frac{1}{2\mu_0}\left(B_n^2 - B_t^2\right)\vec{n} + \frac{1}{\mu_0}\left(B_n B_t\right)\vec{t} \tag{III.63}$$

$$F_t = \frac{L_z}{\mu_0} \oint_{\Gamma} \left(B_n \times B_t\right) d\Gamma \tag{III.64}$$

$$F_n = \frac{L_z}{2\mu_0} \oint_{\Gamma} \left(B_n^2 - B_t^2\right) d\Gamma \tag{III.65}$$

Avec :

$$B_r = B_n \qquad B_\theta = B_t \qquad d\Gamma = r.d\theta$$

Dans le cadre du repère 2D cartésien, les composantes radiales et tangentielles de l'induction magnétique s'expriment aisément en fonction des composantes cartésiennes. On exprime les composantes suivantes :

$$\begin{cases} (B_r)_k = (B_{rx})_k \cos(\theta) + (B_{ry})_k \sin(\theta) \\ (B_\theta)_k = (B_{ry})_k \cos(\theta) - (B_{rx})_k \sin(\theta) \end{cases} \tag{III.66}$$

L'expression du couple électromagnétique s'écrit :

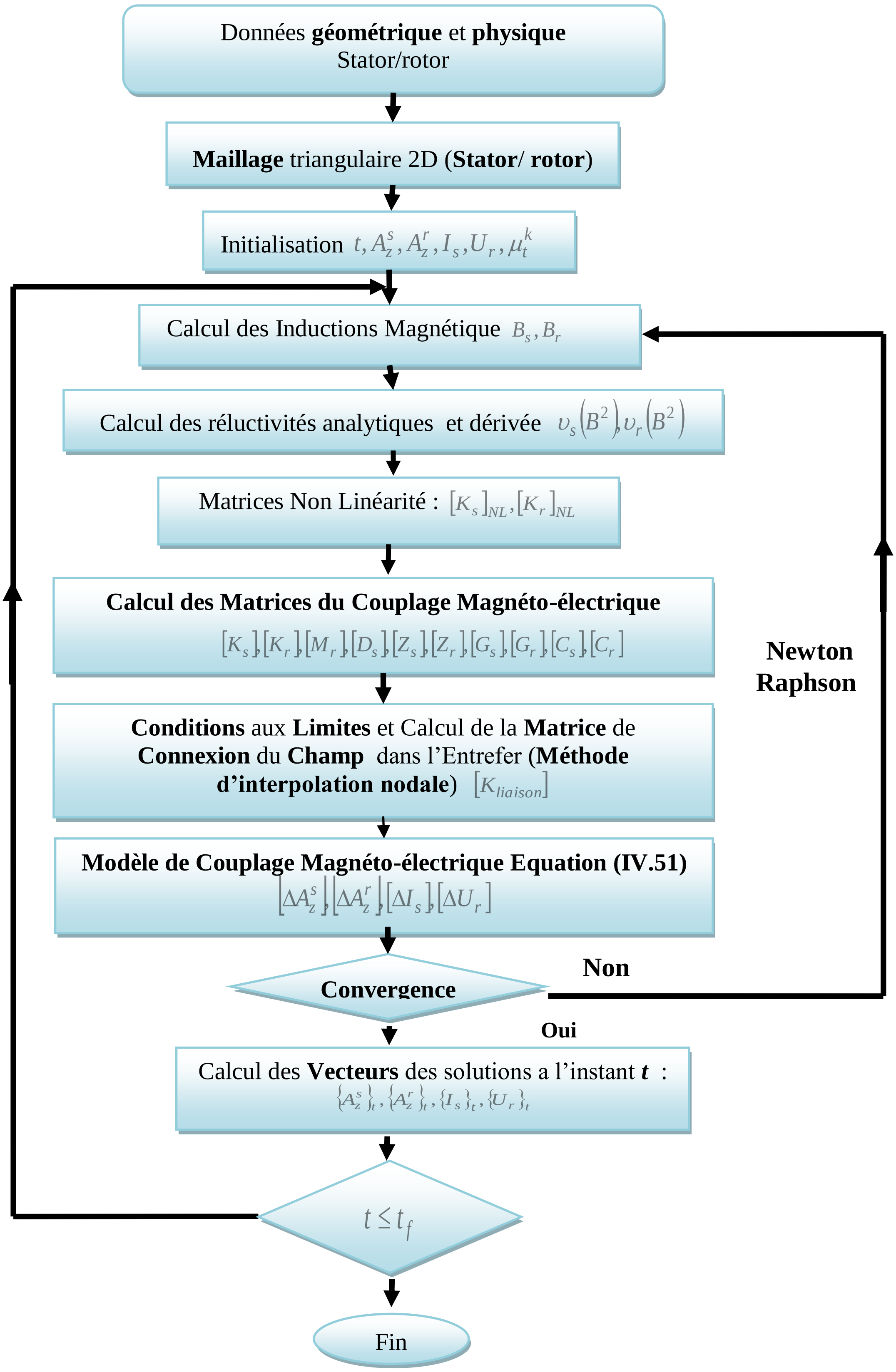
$$T_{em} = \frac{2plr^2}{\mu_0} \int_{\theta_k}^{\theta_{k+1}} (B_r)_k (B_\theta)_k \, d\theta \tag{III.67}$$

L'expression discrète du couple électromagnétique le long du contour d'intégration est donnée par :

$$T_{em} = \frac{2pl_z}{\mu_0} \sum_{k=1}^{N_e} \begin{bmatrix} \frac{1}{2}\left(B_{ry}^2 - B_{rx}^2\right)_k \sin(\theta_{k+1} - \theta_k)\sin(\theta_{k+1} - \theta_k) + \\ \left(B_{rx}B_{ry}\right)_k \cos(\theta_{k+1} + \theta_k)\sin(\theta_{k+1} - \theta_k) \end{bmatrix} \tag{III.68}$$

III.11 Applications et résultats

L'objectif de cette section, est la simulation ainsi que la validation du couplage magnéto-électrique bidimensionnelle (2D) en régime transitoire avec la prise en compte des non-linéarités des parties ferromagnétiques, dédiée à la simulation d'une machine asynchrone de l'entreprise d'électro-industrie ENEL. Les équations du champ électromagnétiques et celles des circuits électriques en régime transitoire sont fortement couplées. Ceci est effectué en considérant la saturation magnétique par la méthode de Newton–Raphson (N-R). La Figure (III.18) présente implémentation du couplage magnéto-électrique non linière de la machine asynchrone.



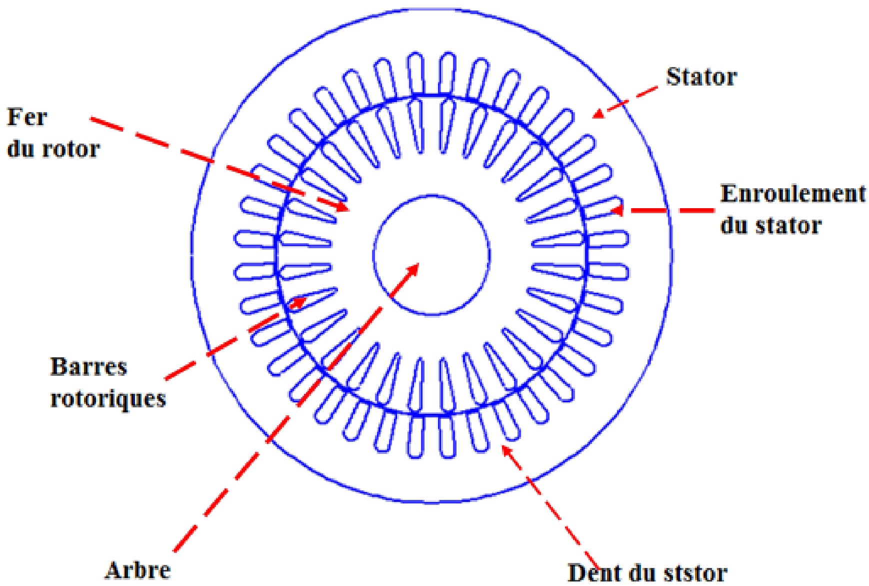
Figure(III.18) : *Implémentation du couplage magnéto-électrique non linéaire de la machine asynchrone*

Les codes de calcul sont implémentés sous environnement Matlab-Pdetool. Les diverses simulations effectuées sur une (MAS) qui constitue une application directe du modèle élaboré sont en relation directes avec les modèles développés, à savoir :

- Application a l'étude du régime transitoire électrique de la machine asynchrone basée sur le modèle de couplage fort des équations magnétiques avec les équations du circuit électrique du stator.
- La connexion des champs statorique et rotorique et la prise en compte du mouvement par la méthode d'interpolation nodale.
- Prise en compte des non-linéarités qui provoquent les parties ferromagnétiques.
- Validations expérimentales des résultats des simulations.

III.11.1 Présentation de la topologie de la machine (MAS) étudiée

Nous allons maintenant appliquer les modèles développés pour une machine asynchrone à cage d'écureuil. Après une présentation de la structure étudiée. La machine que nous avons modélisée est un moteur asynchrone triphasé à cage fabriqué par l'entreprise d'électro-industrie. En effet le modèle éléments finis correspond à notre machine à cage d'écureuil de 5.5KW, et 4 pôles est présentés par la Figure (III.19). Les caractéristiques électromagnétiques, électriques, mécaniques et les dimensions géométriques du moteur sont données par le Tableau (III.2) et (III.3) :



Figure(III.19) : *Vue en coupe droite de la machine étudiée.*

Composante	Valeur	Unité
Rayon extérieur du stator	100	mm
Rayon intérieur de la culasse statorique	64.9	mm
Rayon intérieur du rotor	24	mm
Largeur de l'entrefer	0.3	mm
Rayon extérieur de la culasse rotorique	64.6	mm
Rayon de l'arbre	24	mm
Longueur utile	110	mm

Tableau (III.2) : *Dimensions géométriques du moteur étudié.*

Les différentes caractéristiques nominales du moteur étudié sont données par le Tableau (III.3) et dans le paragraphe I.6.

Caractéristique	Valeur	Unité
Type d'enroulement	Concentrique	-
Nombre de conducteurs en série par phase	80	-
Nombre d'encoches au stator	36	-
Nombre d'encoches au rotor	28	-
Glissement nominale	4.12	%

Tableau (III.3) : *Caractéristiques nominales du moteur étudié.*

III.11.2 Propriétés magnétiques des régions magnétiques (MAS)

Les perméabilités magnétiques relatives au modèle électromagnétique sont données par la courbe de saturation B-H Figure (III.20).

Matériaux magnétiques modélisés par la courbe de saturation B-H : l'induction magnétique à la saturation : B_s=1.876T et la pente initiale de la courbe : μ_r =5629. Pour le régime non-linéaire, les perméabilités magnétiques sont obtenues par la formule d'approximation de Marrocco. Cette approximation consiste à établir une expression analytique pour la courbe de magnétisation **B-H**. Les paramètres sont déterminés en choisissant deux points caractéristiques de la courbe **B-H** tels que : Point 1 : (υ_1, B_1) , point 2 (υ_2, B_2) :

$$\alpha = \frac{\ln\left(\dfrac{B_1^2}{B_2^2}\right)}{\ln\left(\dfrac{(\upsilon_1 - \upsilon_i)(\upsilon_f - \upsilon_2)}{(\upsilon_2 - \upsilon_i)(\upsilon_f - \upsilon_i)}\right)} \qquad \text{(IV.69)}$$

$$\tau = B_2^{2\alpha} \frac{\upsilon_f - \upsilon_i}{\upsilon_1 - \upsilon_i} \qquad \text{(IV.70)}$$

Avec : υ_i : réluctivité magnétique initiale (zone linéaire), et υ_f réluctivité magnétique finale (zone de saturation).

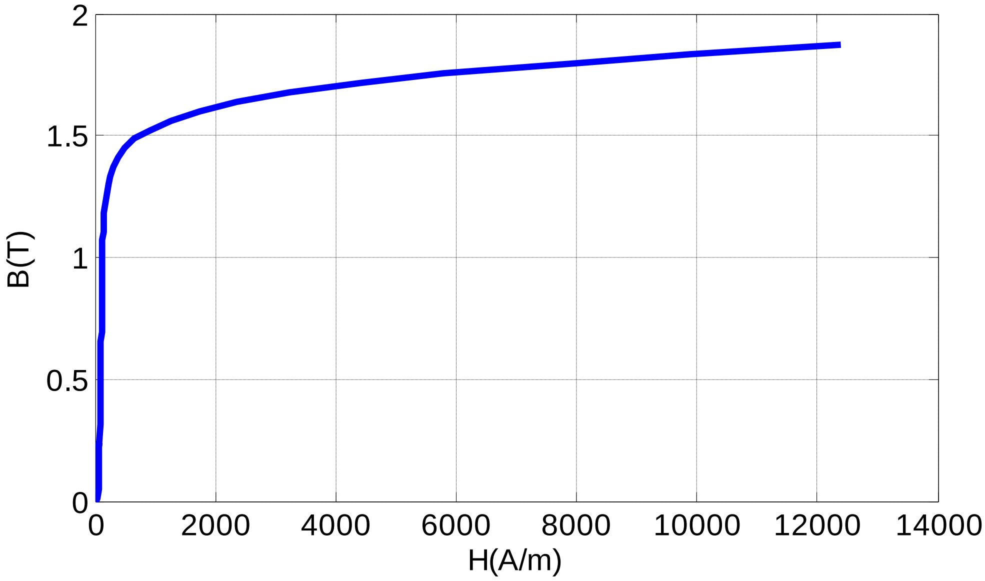


Figure (III.20) : *Caractéristique B(H) pour les parties ferromagnétiques* ***[Electro-Industrie]***.

III.11.3 Conditions aux limites

La résolution du problème électromagnétique dans le cas d'une machine électrique, correspond à la section transversale de cette dernière. Et pour des raisons de symétrie ou de périodicité, géométrique ou électrique qui interviennent, la résolution du problème peut être effectuée seulement sur une portion du domaine global de résolution. Un quart de la machine asynchrone, s'accompagne des conditions aux limites de type Dirichlet homogène$(A = 0)$ imposé sur la frontière externe (carcasse) et interne (arbre du rotor) et de conditions de type anti-périodique sur les frontières verticale et horizontale $A_z(\theta = 0) = -A_z(\theta = 90^0)$ Deux domaines sont utilisée pour décrire la géométrie de la machine et une interface Γ commun a ces deux domaines sont présentées par la Figure (III.21) :

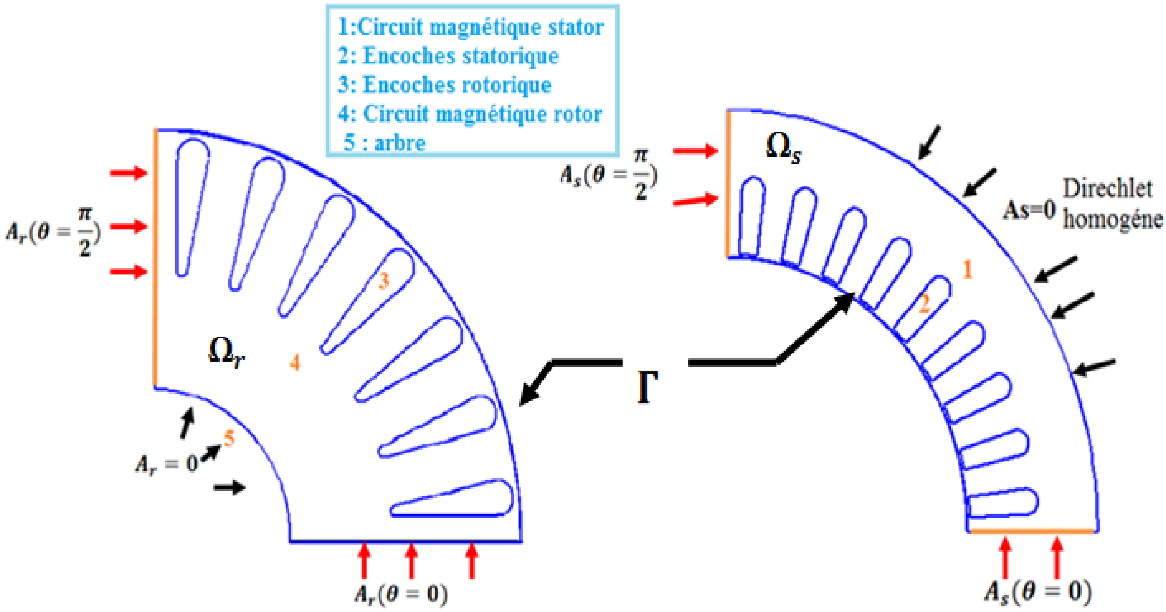
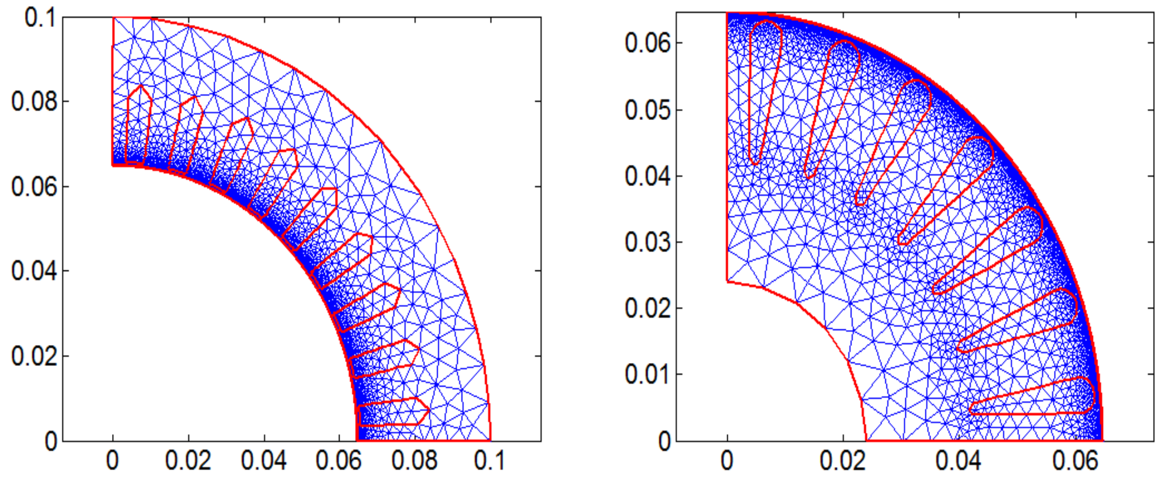


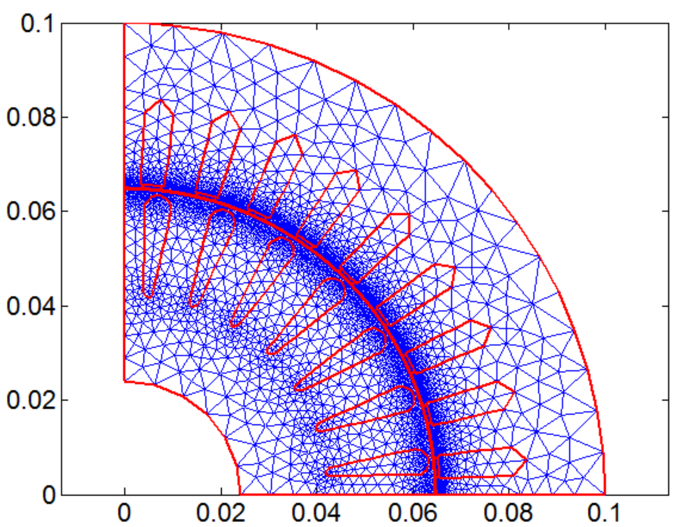
Figure (III.21) : *Définition des domaines du stator et du rotor et les conditions aux limites à imposer sur les frontières.*

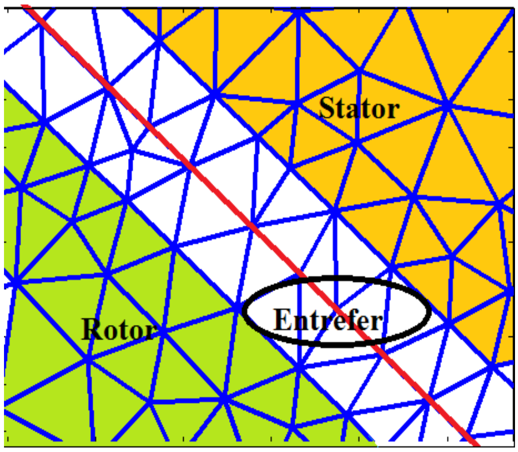
III.11.4 Maillage de la machine

Sur la figure (III.22) (a et b) nous avons représenté respectivement, les maillages séparés des deux domaines du stator et du rotor et le maillage global sur un pole. Ce maillage était automatiquement réalisé en utilisant le logiciel Matlab-PDEtool pouvant générer une topologie de maillage optimale. La connexion entre les deux maillages se fait par l'équation (III.69) :



(a) Maillage séparé des domaines Ω_s et Ω_r sur un pole.





(b) : Maillage global sur un pole.

Figure (III.22) : *Maillages éléments finis 2D de la machine asynchrone.*

III.11.5 Application a l'étude du régime transitoire électromagnétique à vitesse constante

On s'intéresse dans cette partie à l'étude du régime transitoire électrique ou la vitesse de la machine est considérée constante. Cela peut avoir lieu lorsque la machine fonctionne en régime permanent, à une vitesse de rotation donnée et ou on coupe brusquement l'alimentation durant un intervalle de temps suffisant pour annuler les courants dans les phases sans changement de vitesse. La machine continue à tourner avec son inertie, ensuite ont réalimente la machine. Dans ce cas, nous avons utilisé des conditions initiales nulles a $(t = 0)$:

- Le potentiel vecteur magnétique initial au stator $\boldsymbol{A_z^s(t = 0) = 0}$.
- Le potentiel vecteur magnétique initial au rotor $\boldsymbol{A_z^r(t = 0) = 0}$.
- Le vecteur des courants statorique $\boldsymbol{I_s(t = 0) = 0}$.
- Les tensions des barres rotorique $\boldsymbol{U_r(t = 0) = 0}$.

A rotor bloqué ***(g=1)*** Nous avons choisi un pas de temps $\Delta\mathbf{t} = \mathbf{0.25\ ms}$. Ce calcul à été effectué pour ***200*** pas de temps. Les enroulements sont alimentés par un système de tension triphasée équilibrée de tension de 70 V. La figure (III.23) montre la distribution du potentiel vecteur magnétique dans l'entrefer pour les nœuds situés sur les interfaces Γ_s et Γ_r.

Le nombre de nœuds dans les deux interfaces 725 nœuds. La différence entre ces potentiels est due essentiellement à l'effet de la denture du stator. Les allures de l'évolution des courants en régime transitoire électromagnétique dans les cas de propriétés magnétiques linéaires sont données par la figure (III.24).

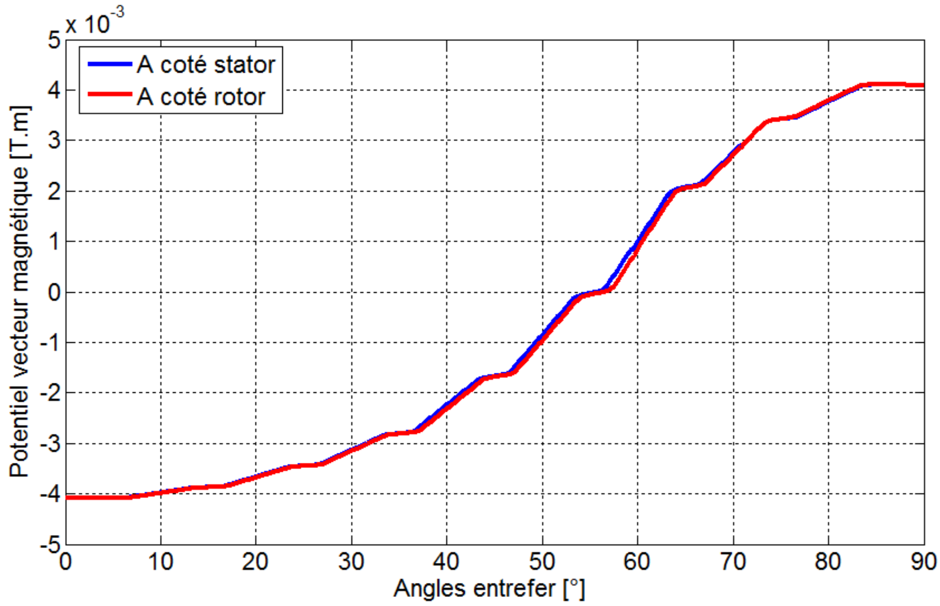
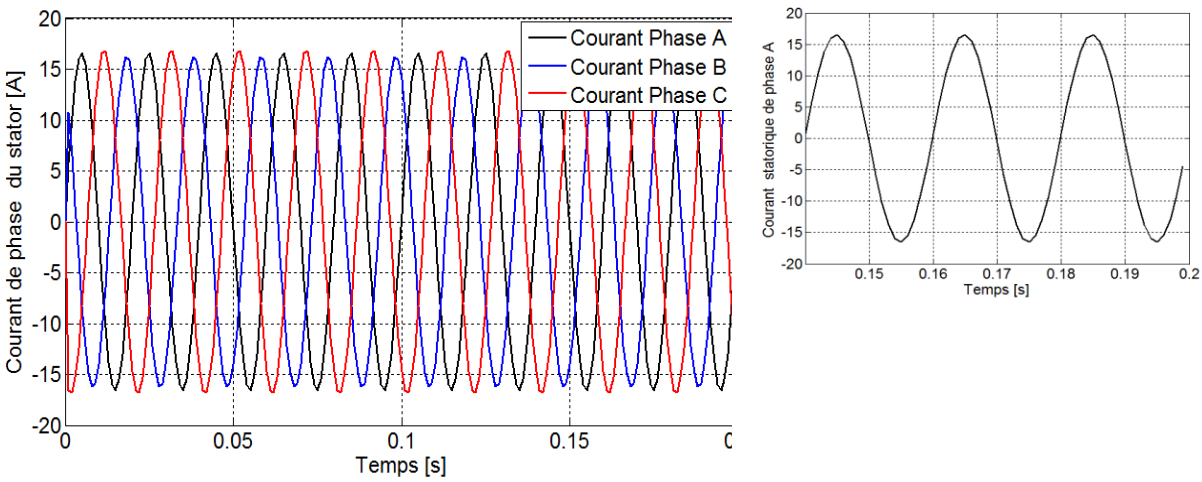


Figure (III.23) : *Potentiel vecteur magnétique sur l'interface de connexion stator et rotor au milieu de l'entrefer*



Figure(III.24) : *Allures des courants dans les enroulements A, B, C des phases du stator a rotor bloqué (g=0) : Régime transitoire électromagnétique +matériaux magnétiques linéaires.*

La Figure (III.25) présente la comparaison entre l'évolution du courant de phase ***A*** pour le cas linéaire et non linéaire. D'après cette figure, il apparait clairement que pour des valeurs du courant relativement faible, les résultats des courants statorique en linéaire et non linéaire sont notablement différents. Cela est essentiellement due au fait que pour les courants faibles correspondent à des inductions magnétiques faible, ce qui correspond a la zone linéaire. Par contre pour des valeurs importantes du courant (au voisinage des pics), les écarts deviennent de plus en plus significatifs. Les courants élevés sont associés aux valeurs importantes de l'induction magnétique qui correspondent aux zones de saturation.

Comme les machines électriques fonctionnent au voisinage des coudes de saturation, la précision de détermination des propriétés magnétiques aura un impact direct sur la précision des courants, des pertes et des paramètres électriques et aussi sur le calcul vibratoire des machines électriques. Nous pouvons prévoir que le comportement vibratoire des machines électriques en régime saturé sera meilleur que celui de la machine en régime linéaire.

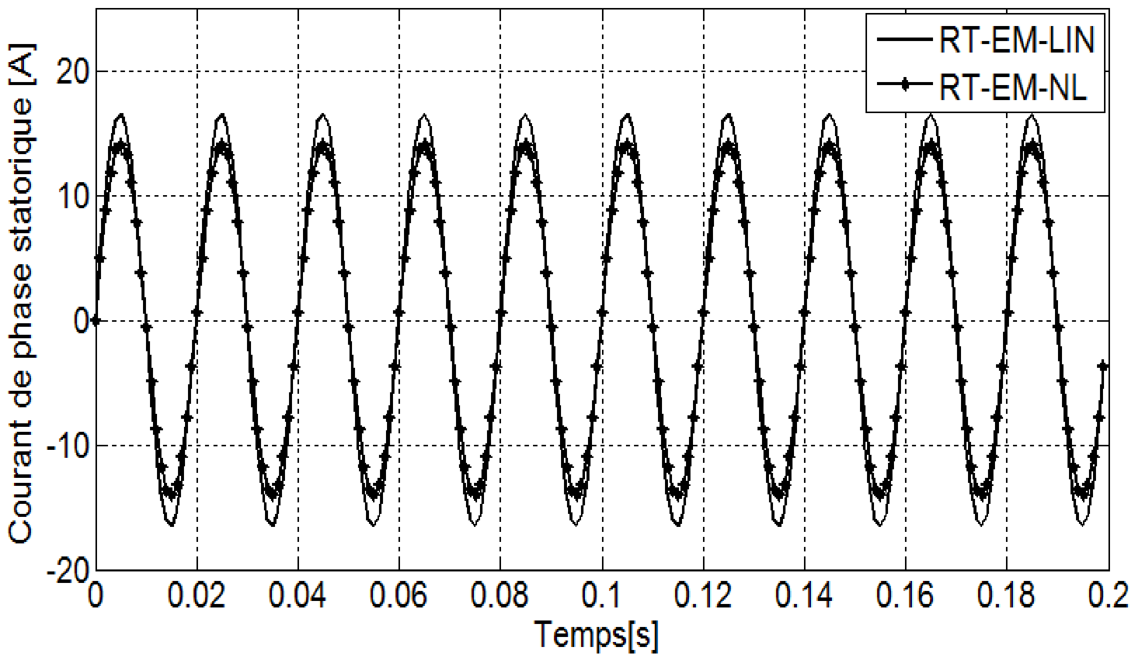
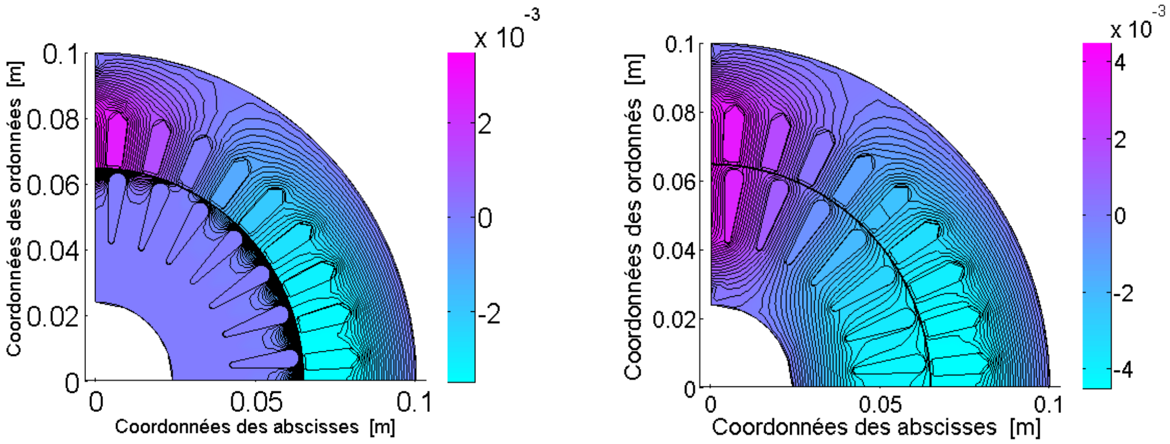


Figure (III.25) : *Comparaison des courants dans la phase A à rotor bloqué (g=1) : Régime transitoire électromagnétique +matériau linéaire et non linéaire.*

La figure (III.26) représente deux cartes de champ, relatives aux deux types de glissement.



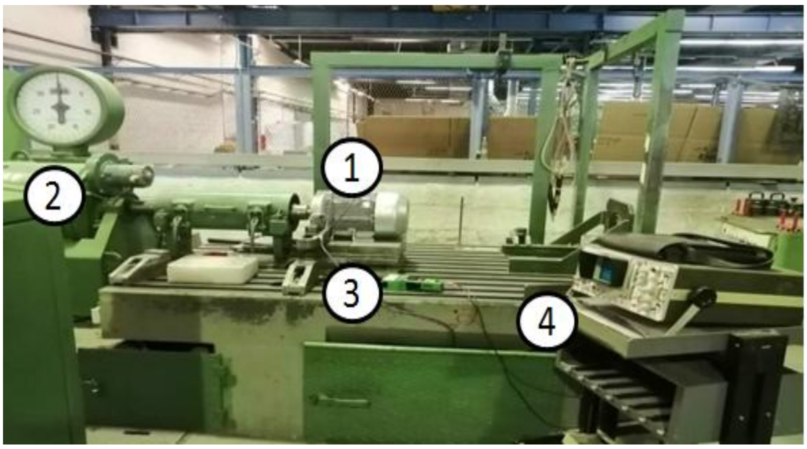
(a) (b)

Figure(III.26) : *Carte du champ (a) g=1, (b) : g=0*

III.11.6 Résultats pratiques

Dans chaque banc d'essais utilisé Figure(III.27) et (III.28), le moteur étudié est accouplé mécaniquement à une dynamo frein qui sert de charge. Les mesures électriques (courant, tension, facteur de puissance…) en régime permanent sont effectuées avec des appareils classiques. La mesure de la vitesse est obtenue grâce à une dynamo techymétrique, montée au bout de l'arbre. En régime transitoire, les signaux visualisés via un oscilloscope à mémoire.

1- Moteur Asynchrone 5.5 kW
2- Dynamo frein
3- Pince ampérométrique
4- Oscilloscope



Figure(III.27) : *Bloc d'essais de la machine a induction (5.5KW 4 pôles)* ***[Electro-Industrie]***.

Figure(III.28) : *Bloc de mesure et de commande (3 ampèremètres, 1 voltmètre, 1 wattmètre* ***[Electro-Industrie]****.*

III.11.6.1 Résultats pratiques à rotor bloqué du moteur à induction modélisé

Avec le rotor bloqué (vitesse nulle), on alimente le moteur progressivement (à partir d'une tension initiale nulle) jusqu' a I≤In , et on relève : la tension de court-circuit Ucc, la puissance de court-circuit Tableau(III.4).

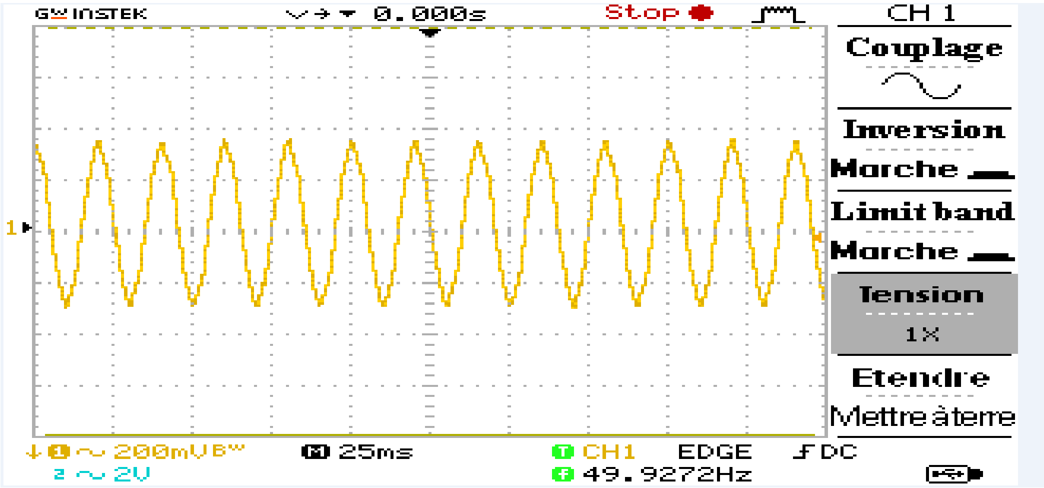
Mesure	**Ucc(V)**	**Pcc (KW)**	**Courant Phase (A)**
Valeur	**74 V**	**0.7KW**	**11.4A**

Tableau(III.4) : *Les mesures à rotor bloqué du moteur à induction modélisé.*

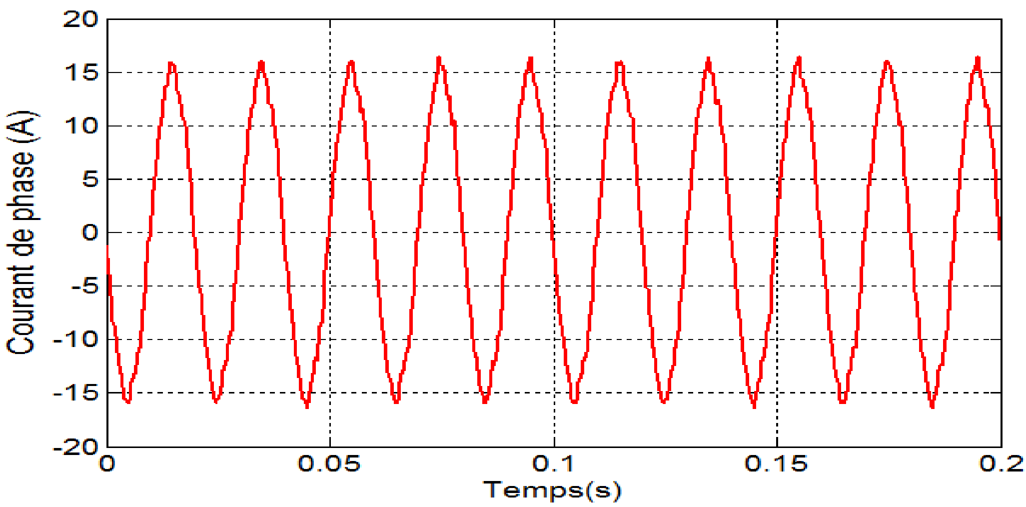
Afin de mesurer et de visualiser la forme des courants de phase de la machine $\boldsymbol{I_a}$, $\boldsymbol{I_b}$, $\boldsymbol{I_c}$, nous avons réalisé une maquette de mesure en utilisant un capteur de courant.

$$\begin{cases} N_p \times I_p = N_s \times I_s \\ I_p = \dfrac{N_s}{N_p} I_s \end{cases} \qquad \text{(III.71)}$$

L'expression montre que le courant secondaire est donc l'image exacte du courant primaire à mesurer. L'insertion d'une résistance de mesuré de $\boldsymbol{R_M} = \mathbf{1}\Omega$ en série avec l'enroulement secondaire permet de récolter une tension V_M à l'image du courant à mesurer. Dans notre étude le rapport de transformation $(\frac{N_s}{N_p} = \frac{250}{5})$. La Figure (III.29) et (III.30) montre une image de l'écran de l'oscilloscope et l'allure du courant d'une phase statorique a rotor bloqué. Le courant de phase statorique obtenu par modèle couplée élément finis et l'étude expérimentale sont présentés sur la Figure (III.31). On constate que les résultats obtenus par le modèle couplé MEF et par l'expérimentation concordent à la fois qualitativement (même forme d'onde) et quantitativement (mêmes amplitudes).



Figure(III.29) : *Relevé expérimental de la tension V_M (image du courant mesuré) de l'écran de l'oscilloscope après l'établissement du régime permanent à rotor bloqué.*



Figure(III.30) : *Courant de phase mesuré à rotor bloqué.*

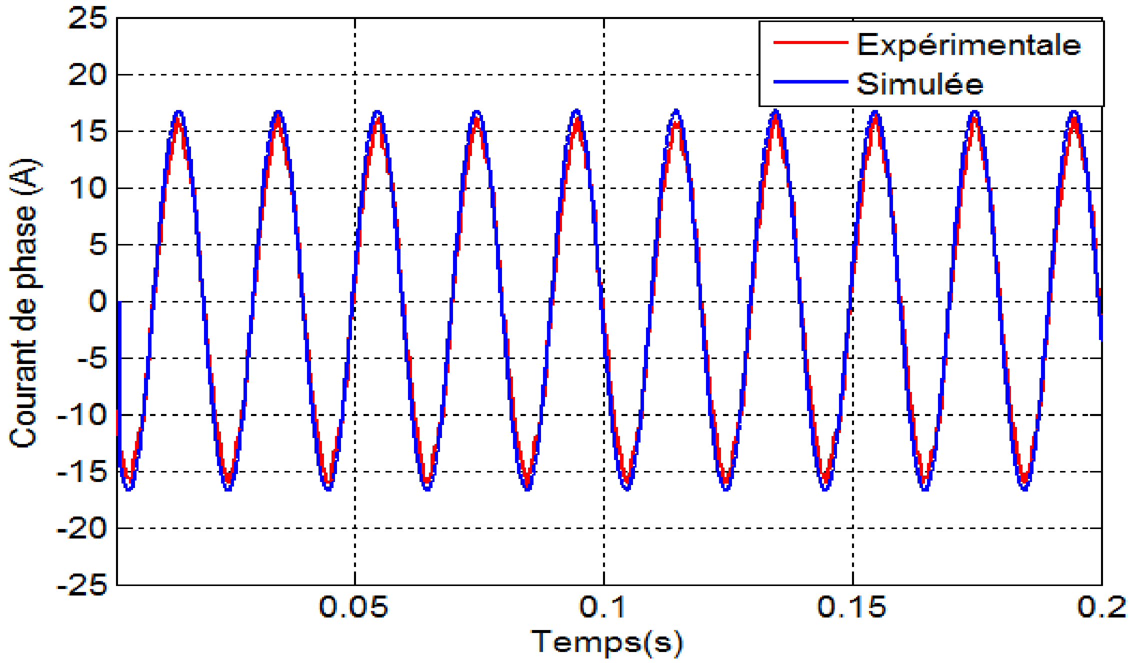


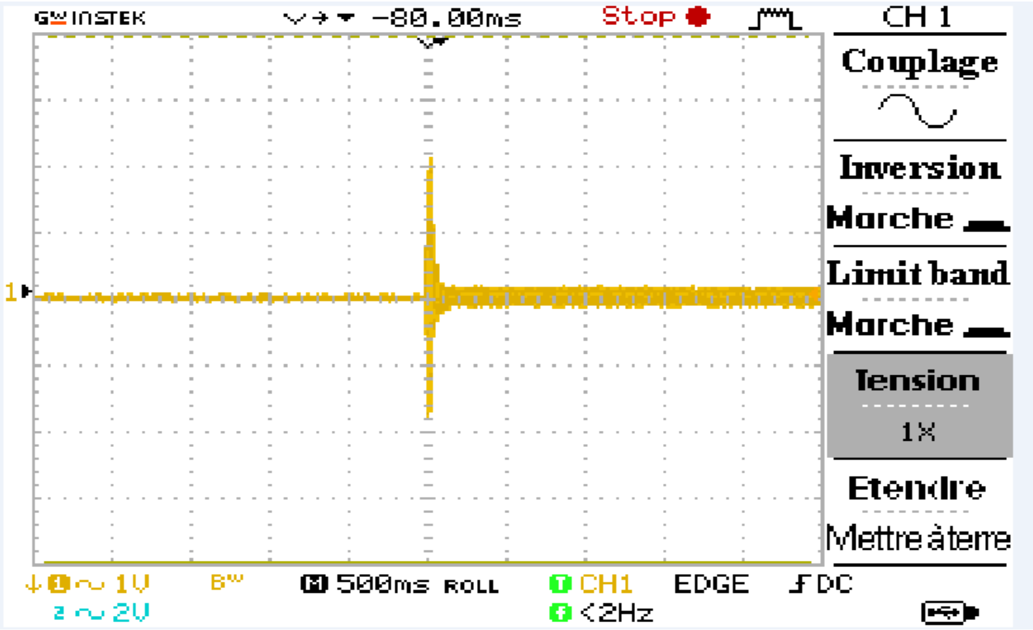
Figure (III.31) : *Comparaison des allures du courant de phase, simulé et mesuré expérimentalement a rotor bloqué.*

III.11.6.2 Résultats pratiques à vide du moteur à induction modélisé

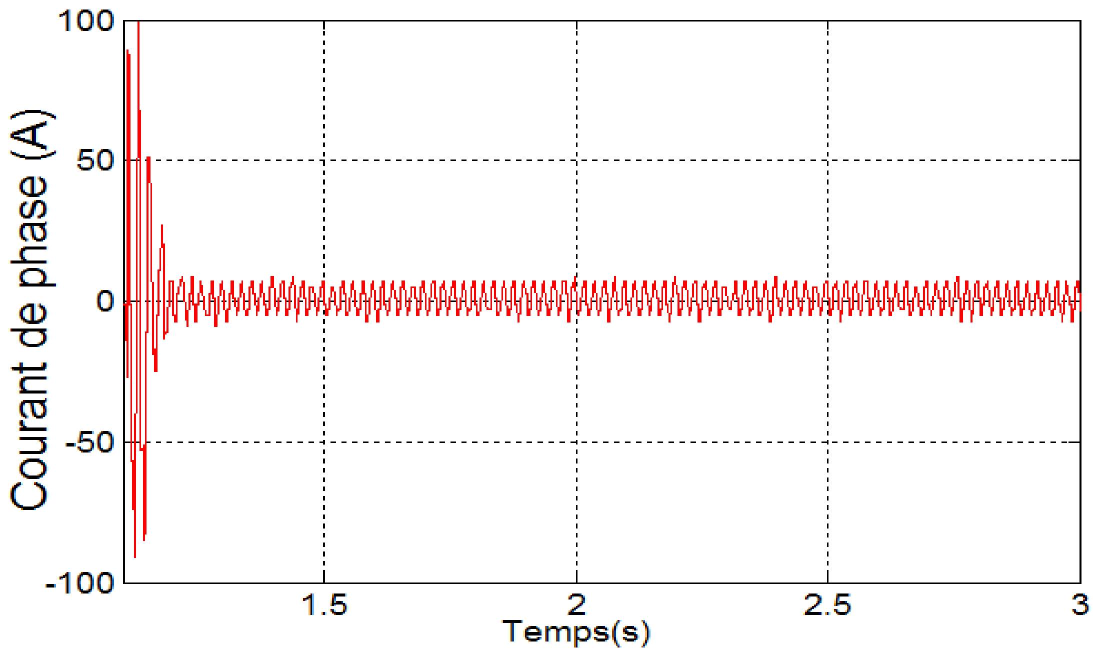
Un démarrage direct du moteur est effectué en appliquant une tension nominale de 400v .Le moteur entraine aucune charge, uniquement l'inertie propre de la machine est présente. Le Tableau (III.5) présente les mesures de l'essai à vide. La Figure (III.32) et (III.33) montrent l'image de l'écran de l'oscilloscope du courant d'une phase statorique à vide. L'allure de courant de phase présente un pic de courant 99A correspond à environ neuf à dix fois le courant nominal. Ce sont les courants de démarrage, ces courants présentent l'un des gros problèmes de la machine asynchrone, ce qui crée à la fois une contrainte au moteur lui-même et une gène pour le réseau.

Mesure	**Le courant a vide**	**Tension (U)**	**Vitesse de rotation**	**Puissance a vide**
Valeur	6.4 A	400V	1498 tr/min	0.440K W

Tableau(III.5) : *Les mesures à vide du moteur à induction d'étude.*



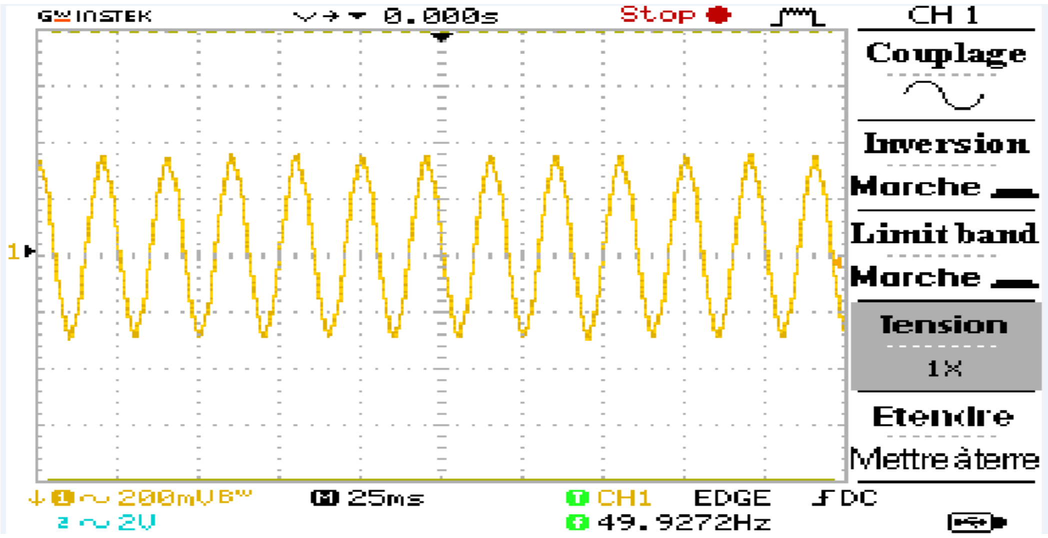
Figure(III.32): *Relevé expérimental de la tension V_M (image du courant mesuré) de l'écran de l'oscilloscope à vide en régime transitoire.*



Figure(III.33) : *Courant de phase mesuré à vide en régime transitoire.*

III.11.6.3 Résultats pratiques en charge du moteur à induction modélisé

Pour un fonctionnement en charge de la machine, on alimenter le moteur asynchrone a sa tension nominale en couplage triangle et de la dynamo frein servant de charge. Le courant visualisé après établissement du régime permanent pour un couple électromagnétique 36.22N.m est présenté par la Figure (III.34) et (III.35) qui montrent l'image de l'écran de l'oscilloscope du courant d'une phase statorique en charge.



Figure(III.34) : *Relevé expérimental de la tension V_M (image du courant mesuré) de l'écran de l'oscilloscope en charge après l'établissement du régime permanent.*

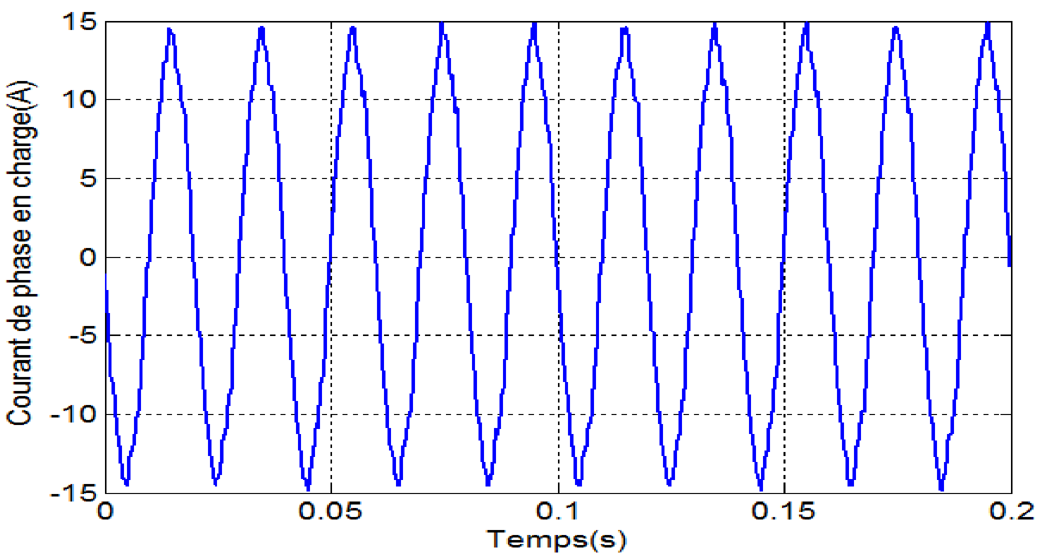


Figure (III.35) : *Courant de phase mesuré en charge après l'établissement du régime permanent.*

Les mesures en charge du moteur à induction modélisé sont données par le tableau suivant :

Vitesse N_r (tr/min)	**1464**	**1459**	**1455**
Courant nominale I_n [A]	11.86	11.8	11.7
Puissance absorbe P_{ab} [KW]	6.44	6.58	6.6
Facteur de puissance Cos φ	0.78	0.8	0.81
Couple nominale [N.m]	35.87	36	36.09
Rendement η [%]	85.4	83.5	83.3
Température T [°C]	T carcasses	42	51

Tableau(III.6) : *Les mesures en charge du moteur à induction modélisé.*

III.12 Conclusion

Nous avons présenté dans ce chapitre une approche de modélisation électromagnétique des machines à induction par éléments finis en régime transitoire 2-D dans lequel les équations bidimensionnelles régissant le problème du champ magnétique exprimé en termes de potentiel vecteur magnétique sont fortement couplées aux circuits électriques alimentés en tension. Un processus itératif avec facteur de relaxation en pas à pas dans le temps est établi en incluant l'algorithme de Newton-Raphson pour l'étude des non linéarités magnétiques. La méthode d'interpolation nodale est utilisée pour le couplage des champs du stator et du rotor à travers les nœuds d'interfaces de leurs maillages respectifs situé dans l'entrefer. Le modèle d'équations mécaniques ainsi que les expressions de la force/couple électromagnétique sont détaillées dans le cas des systèmes maillés.

Enfin nous avons procédé à la validation expérimentale du modèle de couplage magnéto-électrique en régime transitoire de la machine asynchrone mise en oeuvre sous environnement MATLAB. Une confrontation des résultats obtenus de la machine asynchrone avec des résultats expérimentaux en régime permanent.

Le temps de résolution très important pour un pas de temps et les limites en termes de ressources informatiques sont des contraintes principales au vue desquels nous n'avons pas pu pousser les simulations vers plus de précision avec des pas de temps relativement faibles.

Dans le chapitre qui suit, une implémentation par éléments finis d'un couplage magnéto-électrique et mécanique de déformation dans les actionneurs électromagnétique dédié au diagnostique sera présentée.

IV

Modélisation multi-physique : Couplage électrique-magnétique et mécanique de déformation par éléments finis en régime transitoire dans les actionneurs électromagnétiques

L'objectif de ce chapitre est d'obtenir un outil de modélisation multi-physique électrique-magnétique et mécanique de déformation par éléments finis en régime transitoire et en tenant compte des non linéarités magnétiques, dans lesquels des couplages entre les états magnétiques, électriques et mécaniques des déformations ont lieu. L'application et validations du modèle se déclinent en actionneurs électromagnétiques pour le calcul des déformations mécaniques dues aux forces d'origine magnétiques d'une part et d'autre part une investigation de l'analyse précoce des déformations dédiées au contrôle non destructif.

Sommaire

IV.1 Introduction 125
IV.2 Problème de couplage électrique-magnétique 126
IV.3 Problème de couplage magnéto-mécanique 127
IV.4 Mise en œuvre du couplage électrique-magnétique dans les actionneurs électromagnétiques 128
IV.4.1 Formulation éléments finis (MEF) des équations du champ magnétique 128
IV.4.2 Equations du circuit électrique 130
IV.4.3 Formulation (MEF) du couplage fort électrique-magnétique en régime transitoire non linéaire 131
IV.5 Calcul des densités de force magnétique dans un matériau ferromagnétique 133
IV.6 Mise en œuvre du couplage magnéto-mécanique de déformation 135
IV.6.1 Formulation faible du problème mécanique 135
IV.6.2 Approche de Galerkin 137
IV.7 Application et résultats 140
IV.7.1 Application I : Modélisation multi-physique d'un actionneur électromagnétique 142
IV.7.1.1 Domaine d'étude et conditions aux limites 142
IV.7.1.2 Les résultats des simulations du couplage fort magnéto-électrique (MEF) 145
IV.7.1.3 Les résultats des simulations du problème de déformation mécanique (MEF) 151
IV.7.1.4 Influences des paramètres géométriques et physiques sur les déformations mécaniques de la plaque ferromagnétique 153
IV.7.2 Application II : L'analyse précoce des déformations dédiées au contrôle non destructif d'un actionneur électromagnétique 155
IV.7.2.1 Caractéristiques géométrique et physique de l'actionneur 156
IV.7.2.2 Résultats du problème électrique-magnétique dans la plaque ferromagnétique en présence des défauts 158
IV.7.2.3 Résultats du problème mécanique sans et avec présence de défauts 162
IV.8 Conclusion 164

IV.1 Introduction

LES MATERIAUX FERROMAGNETIQUES ont un rôle majeur dans les avancées technologiques. Ils permettent d'aboutir à des dispositifs plus performants ou à des structures innovantes tirant parti de leurs propriétés. La conception d'outils de modélisation pour l'étude de structures à base des matériaux ferromagnétiques nécessite la prise en compte des comportements couplés, des non linéarités, et des méthodes numériques très robuste pour la résolution des problèmes couplés **[Hocini 2013] [Carpentier 2014] [Clausse 2018]**.

Les matériaux ferromagnétiques sont soumis à des problèmes indésirables, tels que les vibrations, le bruit acoustique, les défauts de dégradation des propriétés et les défauts géométriques **[Hilgert 2005] [Belahcen 2006][Lee 2008] [Podhajecki 2008][Pengpeng 2016]**.

La modélisation de dispositifs magnéto-mécaniques implique de pouvoir déterminer précisément les forces d'origine magnétique s'exerçant sur la matière. De plus, si le milieu constitutif est considéré déformable, il est essentiel de déterminer la distribution locale de forces magnétiques. Le choix de la méthode a fait l'objet de nombreuses recherches **[Ren 1994][Barre 2003] [Bossavit 2011] [Clausse 2018]**. Ces différentes approches sont généralement utilisées dans le cadre de la méthode des éléments finis.

Le but de ce chapitre est la mise en œuvre d'un modèle d'équations couplées électromagnétique -électrique et mécanique de déformation par la méthode des éléments finis (MEF) dans les dispositifs électromagnétiques, et concernant principalement les actionneurs électromagnétiques en régime transitoire, et ce compte tenu de la non-linéarité (NL) magnétique dédié au diagnostic par le CND .Dans un premier temps, une brève introduction au problème du couplage électrique-magnétique et magnéto-mécanique de déformation est présentée . Par la suite, la résolution du problème magnéto-électrique et mécanique de déformation dans les actionneurs électromagnétiques, menée par la méthode des éléments finis fait l'objet du chapitre. Enfin, les applications et validations du modèle se déclinent en actionneurs électromagnétiques afin de calculer les déformations mécaniques, dues aux densités de forces d'origine magnétique, et étudier l'influence des éventuels défauts dans les pièces magnétiques en exploitant la corrélation entre la déformation mécanique et les densités de forces magnétiques.

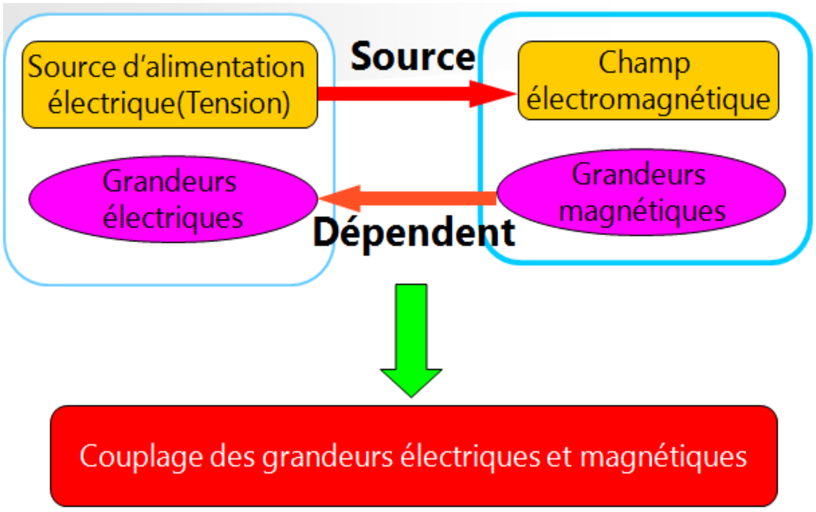
IV.2 Problème de couplage électrique-magnétique

Pour résoudre le problème du couplage entre les équations du champ et du circuit électrique, plusieurs méthodes ont été proposées :

La première méthode consiste à représenter la partie magnétique par un schéma équivalent dont les éléments sont obtenus en résolvant les équations magnétiques linéarisées autour d'un point de fonctionnement. Une telle méthode simplifie le problème mais son domaine d'application reste limité. En effet, lorsque l'interaction entre les circuits magnétiques et électriques devient importante, cette technique perd de sa fiabilité car les équations magnétiques se découplent des équations électriques **[Hecht 1990]**.

La méthode intégro-différentielle consiste à éliminer la densité de courant entre les équations magnétiques et électriques. Cela revient à exprimer le courant en fonction d'une intégrale de tension. Bien qu'elle efficace en 2D, son application parait difficile en 3D. Car elle engendre une augmentation de la matrice du système, ce qui conduit à un temps de calcul prohibitif.

La résolution simultanée (couplage fort) des équations magnétiques du champ et les équations électriques du courant est illustrée sur la Figure (IV.1). Cette méthode est la mieux adaptée pour une résolution éléments finis, ce qui donne des résultats satisfaisants en termes de temps de calcul **[Benali 1997] [Chauveau 2001] [Rachek 2012] [Baranski 2019]**.

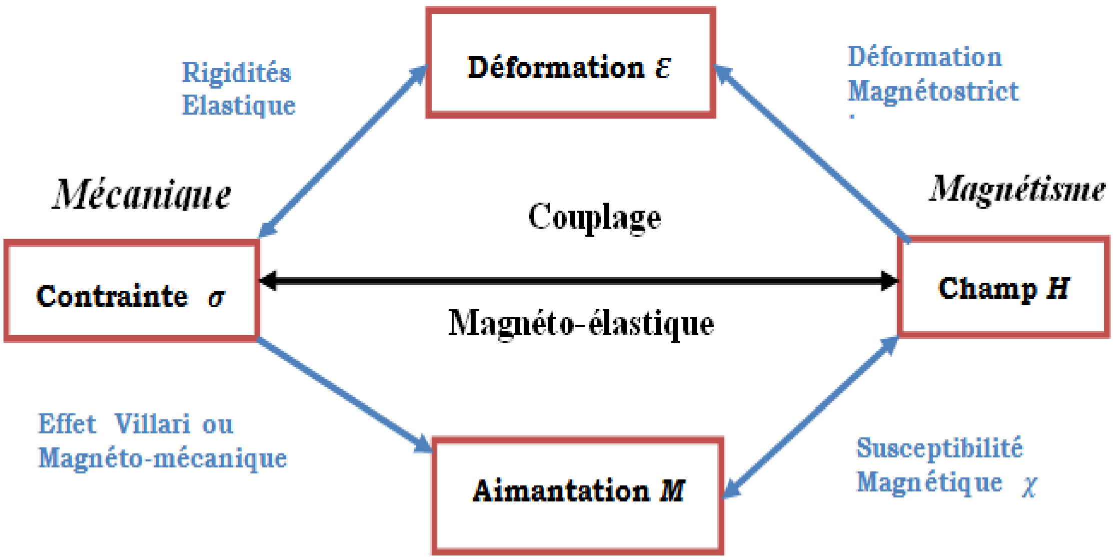


Figure(IV.1) : *Couplage des grandeurs électriques et magnétiques*.

La modélisation numérique de l'ensemble comprenant un circuit électrique et magnétique revient à résoudre un système d'équations aux dérivées partielles couplé dont les inconnues sont les courants dans le circuit électrique et les valeurs nodales du potentiel vecteur magnétique aux nœuds du maillage.

IV.3 Problème de couplage magnéto-mécanique

La modélisation magnéto-mécanique est utile pour déterminer le comportement des phénomènes de couplage magnéto-élastique, qui se traduisent à l'échelle macroscopique par une dépendance mutuelle des propriétés magnétiques et mécaniques du matériau. L'analyse de ce couplage fait naturellement intervenir la notion de déformation due aux forces électromagnétiques, de magnetostriction et de l'influence des contraintes mécanique sur aimantation de ces milieux **[Belahcen 2006] [Pantelya 2011] [Carpentier 2014] [Clausse2018]**. La Figure (IV.2) présente le coulage magnéto-élastique dans les milieux.



Figure(IV.2) : *Diagramme illustrant le couplage magnéto-élastique des milieux.*

La formulation du problème magnéto-mécanique doit prendre en compte les phénomènes de couplage magnéto-mécanique au travers des lois des comportements définies précédemment (Chapitre II). Pour la définition des lois de comportement magnéto-mécanique, l'induction B et la déformation ε ont été choisie comme des variables d'état. Elles conduisent naturellement à une formulation en potentiel vecteur magnétique , et une formulation en déplacement U, pour la variable d'état mécanique.

Le couplage magnéto-mécanique peut également être qualifié par le niveau d'interaction entre les équations d'équilibre magnétique et mécanique.

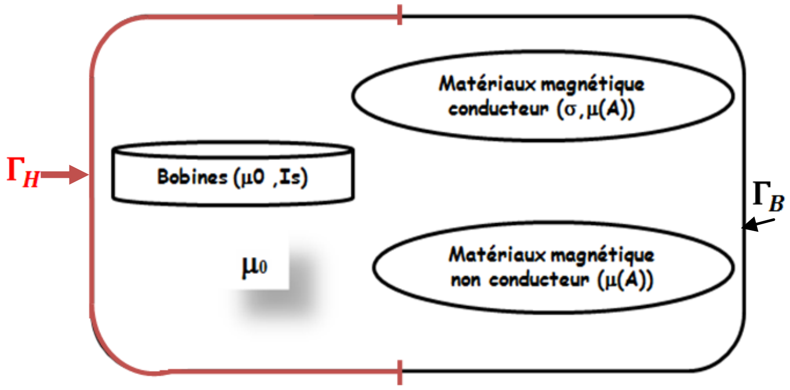
Un couplage magnéto-mécanique fort consiste à résoudre simultanément les systèmes relatifs aux formulations magnétique et mécanique pour des interactions importantes. Dans le modèle magnéto-élastiques, le couplage fort nécessite une équation constitutive qui couple les propriétés magnétiques et les propriétés élastiques des matériaux. Ces équations définissent les relations entre le champ magnétique H, la densité de flux magnétique B, la contrainte élastique σ et la déformation élastique ε **[Carpentier 2014]**.

Un couplage magnéto-mécanique faible, consiste à résoudre l'équation magnétique et l'équation d'équilibre mécanique d'une manière séquentielle. Le comportement magnétique et mécanique sont considères faiblement couplé. Dans le cadre de cette thèse, on s'intéressera uniquement au couplage magnéto-mécanique faible réalisé à travers les forces magnétiques.

IV.4 Mise en œuvre du couplage électrique-magnétique dans les actionneurs électromagnétiques

IV.4.1 Formulation éléments finis (MEF) des équations du champ magnétique

Les actionneurs électriques peuvent se mettre sous la forme du schéma de principe présenté sur la Figure (IV.3). En effet ces actionneurs présentent des bobines$(\mu(A_z), J_s)$, des matériaux ferromagnétiques non conducteurs $\mu(A_z)$, des matériaux magnétiques conducteurs $(\sigma, \mu(A_z))$.



Figure(IV.3) : *Schéma de principe des actionneurs électromagnétiques.*

Dans le cas d'un problème magnétodynamique 2D cartésien(x,y), le potentiel vecteur magnétique $\vec{A}$ n'a qu'une seule composante suivant la direction de z .Le modèle magnétodynamique en potentiel vecteur magnétique associe aux actionneurs électromagnétiques dans le cadre d'une étude 2D dans le plan (x,y) :

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{1}{\mu(A_z)}\frac{\partial A_z(x,y,t)}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{1}{\mu(A_z)}\frac{\partial A_z(x,y,t)}{\partial y}\right)=\pm\frac{Nc}{S_c}I_c-\sigma\frac{\partial A_z}{\partial t} \tag{IV.1}$$

Avec : S_c la surface totale des spires d'enroulement, Nc : est le nombre de spires, σ : La conductivité électrique $\mu(A_z)$: est la perméabilité du matériau magnétique non linéaire associée a la courbe B =f(H) de magnétisation. μ_a : est la perméabilité de l'aimant permanent. Les inconnues sont les potentiels vecteurs magnétiques A_z et I_c le vecteur des courants dans les bobines. Après l'application de la méthode des résidus pondérés, le théorème de Green et l'application de la fonction d'approximation du potentiel vecteur magnétique A_z, la formulation intégrale s'écrit **[Abba 2019],[Abba 2020]**:

$$\sum_{i=1}^{N_{elements}}\iint_{\Omega^e}\frac{1}{\mu^e(A_z)}\left[\left(\vec{\nabla}_{xy}\alpha_i\right)\left(\vec{\nabla}_{xy}\alpha_j\right)\right]\left\{A_{z_j}\right\}d\Omega^e-\sum_{i=1}^{N_{elements}}\oint_{\Gamma^e}\frac{1}{\mu^e}\left(\frac{\partial A_{z\,j}}{\partial n}\right)d\Gamma^e$$
$$=\begin{cases} 0 & \Omega_{entrefer} \\ -\displaystyle\sum_{i=1}^{N_{éléments}}\iint_{\Omega^e_{fer}}\sigma(\alpha_i\alpha_j)\frac{\partial\{A_z\}}{\partial t}d\Omega^e_{fer} & \Omega_{fer} \\ 0 & \Omega_{CM} \\ \displaystyle\sum_{i=1}^{N_{éléments}}\iint_{\Omega^e_{bobine}}\pm\frac{N_c}{S_c}(\alpha_i)\{I_c\}d\Omega^e_{bobine} & \Omega_{bobine} \end{cases} \tag{IV.2}$$

Pour *np* nœuds du maillage, le système d'équations (IV.2) s'écrit sous la forme matricielle :

$$\mathrm{S}(\mu(\mathrm{A_z}))\{A_z\}=\begin{cases} 0 & \Omega_{entrefer} \\ -[T]\dfrac{\partial A_z}{\partial t} & \Omega_{fer} \\ 0 & \Omega_{CM} \\ [D_s]\{I_c\} & \Omega_{bobine} \end{cases} \tag{IV.3}$$

Dont les expressions élémentaires des matrices sont :

$$S_{ij}^e(\mu(A_z)) = \iint \frac{1}{\mu^e(A_z)} \left(\frac{\partial \alpha_i}{\partial x} \frac{\partial \alpha_j}{\partial x} + \frac{\partial \alpha_i}{\partial y} \frac{\partial \alpha_j}{\partial y} \right) d\Omega^e$$, Eléments de la matrice[S].

$$T_{ij}^e = \iint_{\Omega_{fer}^e} \sigma(\alpha_i \alpha_j) d\Omega_{fer}^e$$ Eléments de la matrice[T].

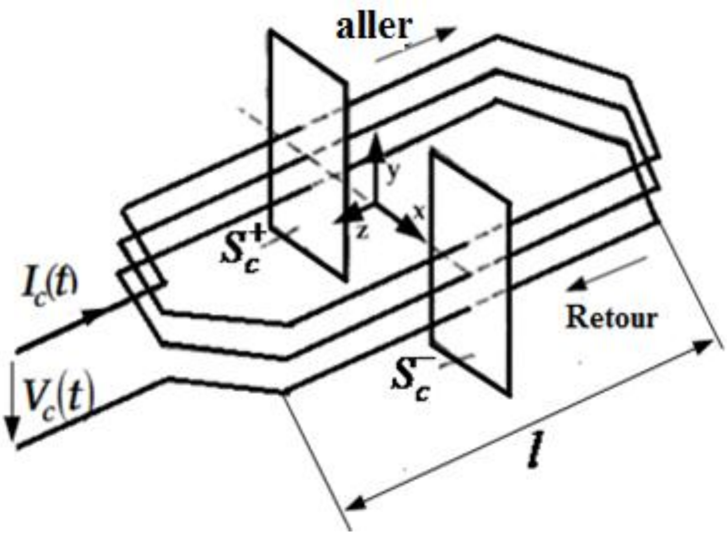
$$D_{sij}^e = \iint_{\Omega_{bobine}^e} \pm \frac{N_c}{S_c} (\alpha_i) d\Omega_{bobine}^e$$ Eléments de la matrice [D_s].

IV.4.2 Equations du circuit électrique

L'équation électrique dans les enroulements parcourus par des courants électriques I_{ck} *(t)* avec les tensions d'alimentation V_{ck} *(t)* (Figure IV.4) est obtenue à partir de la loi de Kirchhoff comme suit **[Nowak 2009]**:

$$V_{ck}(t) = R_c I_{ck}(t) + L_{end} \frac{dI_{ck}(t)}{dt} + e_c(t) \tag{IV.4}$$

Ou: k=1,2 –le nombre de bobines, (R_c, L_{end}) : la résistance et l'inductance de la bobine respectivement.



Figure(IV.4) : *Schéma de représentation des bobines.*

La force électromotrice induite dans les enroulements s'écrit :

$$e_{ck}(t) = N_s \left[\sum_{m=1}^{N_c} \iint_{(S_c^m)^+} \frac{l}{(S_c^m)^+} \frac{dA_z}{dt} dS_c^+ - \sum_{m=1}^{N_c} \iint_{(S_c^m)^-} \frac{l}{(S_c^m)^-} \frac{dA_z}{dt} dS_c^- \right] \quad \text{(IV.5)}$$

En remplaçant l'équation(III.5) dans (III.4), on obtient l'équation :

$$V_{ck}(t) = R_{ck} I_{ck}(t) + L_{end} \frac{dI_{ck}(t)}{dt} + N_s \left[\sum_{m=1}^{N_c} \iint_{(S_c^m)^+} \frac{l}{(S_c^m)^+} \frac{dA_z}{dt} dS_c^+ - \sum_{m=1}^{N_c} \iint_{(S_c^m)^-} \frac{l}{(S_c^m)^-} \frac{dA_z}{dt} dS_c^- \right] \quad \text{(IV.6)}$$

Avec : S_c est la section moyenne d'un seul conducteur. N_s est le nombre de spires des conducteurs. *(+)* et *(–)* dénote les conducteurs « aller » et « retour » respectivement.

Après utilisation de la discrétisation par (MEF) et de la fonction d'approximation du potentiel vecteur magnétique dans l'équation (IV.4), on obtient la formulation éléments finis du circuit électrique :

$$V_{ck}(t) = R_c I_{ck}(t) + L_{end} \frac{dI_{ck}(t)}{dt} + l N_s [D_s]^{tr} \frac{d\{A_z\}}{dt} \quad \text{(IV.7)}$$

IV.4.3 Formulation (MEF) du couplage fort électrique-magnétique en régime transitoire non linéaire

La résolution du problème électrique –magnétique est alors équivalente à résoudre le système algébrique différentiel du premier ordre (IV.8) qui constitue un couplage fort entre l'équation du champ (IV.3) et l'équation du circuit électrique (IV.7):

$$\begin{bmatrix} S(\upsilon) & -D_s \\ 0 & R_{ck} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} A_z \\ I_{ck} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} [T] & 0 \\ l N_s [D_s]^{tr} & L_{end} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dfrac{dA_z}{dt} \\ \dfrac{dI_{ck}}{dt} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} [A_z]_{CL}^{\Omega} \\ V_{ck}(t) \end{Bmatrix} \quad \text{(IV.8)}$$

Avec: $[A_z]$ représente les valeurs nodales du potentiel vecteur de tous les noeuds, I_{ck} représentent les vecteurs des courants dans les bobines. $[S]$ est la matrice des masses , $[D_s]$ est la matrice de connexion .

Dans l'équation (IV.8), les dérivées temporelles du potentiel vectoriel $[A_z]$ et des courants d'enroulement I_{ck} sont généralement approximées par des méthodes directes basées sur l'algorithme d'Euler **[Hughes 1978] [Arkkio 1987]**:

$$\beta \frac{d}{dt}\begin{Bmatrix} A_z \\ I_{ck} \end{Bmatrix}_{t+\Delta t} + (1-\beta)\frac{d}{dt}\begin{Bmatrix} A_z \\ I_{ck} \end{Bmatrix}_{t} = \frac{\left(\begin{Bmatrix} A_z \\ I_{ck} \end{Bmatrix}_{t+\Delta t} - \begin{Bmatrix} A_z \\ I_{ck} \end{Bmatrix}_{t} \right)}{\Delta t} \quad \text{(IV.9)}$$

Avec : Δt : est le pas de temps, β : est une constante définissant le schéma de discrétisation temporelle. Après avoir exprimé l'équation (IV.8) en termes du potentiel vecteur magnétique A_z et des courants I_{ck} pour les N nœuds et Nc conducteurs et l'introduction de la discrétisation temporelle Equation (IV.9) sur un intervalle de temps $[t, t+\Delta t]$, le système différentiel du premier ordre suivant est obtenu:

$$\begin{pmatrix} \beta \begin{bmatrix} S(\mu(A_z)) & -D_s \\ 0 & R_{ck} \end{bmatrix} + \\ \frac{1}{\Delta t}\begin{bmatrix} [T] & 0 \\ lN_s[D^s]^{tr} & L_{end} \end{bmatrix} \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} A_z \\ I_{ck} \end{Bmatrix}_{t+\Delta t} = -\begin{pmatrix} (1-\beta)\begin{bmatrix} S(\upsilon) & -D_s \\ 0 & R_{ck} \end{bmatrix} \\ -\frac{1}{\Delta t}\begin{bmatrix} [T] & 0 \\ lN_s[D^s]^{tr} & L_{end} \end{bmatrix} \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} A_z \\ I_{ck} \end{Bmatrix}_{t} \quad \text{(IV.10)}$$

$$+ \begin{Bmatrix} [A_z]_{CL}^{\Omega} \\ \beta V_{ck}(t+\Delta t) + (1-\beta)V_{ck}(t) \end{Bmatrix}$$

La discrétisation temporelle des équations aux dérivées partielles du premier ordre en termes de potentiel vecteur magnétique et des courants dans les bobines dans le cas des non linéarités magnétiques nécessite l'utilisation des schémas de discrétisation en pas a pas dans le temps associés à l'algorithme de Newton-Raphson (NR) **[Driesen 2002] [Belahcen 2006] [Zaouïa 2018]**. Le système d'équations algébriques (IV.10) devient alors:

$$\left(\beta\begin{bmatrix} P\left(\mu\left(A_z^{k+1}\right)\right)+\frac{[T]}{\Delta t} & -D_s \\ \frac{lN_s[D_s]^{tr}}{\Delta t} & R_{ck}+\frac{L_{end}}{\Delta t}\end{bmatrix}\right)\begin{Bmatrix}\Delta A_z \\ \Delta I_{ck}\end{Bmatrix}_{t+\Delta t}^{k+1} = -\left((\beta)\begin{bmatrix} S\left(\mu\left(A_z^{k}\right)\right)+\frac{[T]}{\Delta t} & -D_s \\ \frac{lN_s[D_s]^{tr}}{\Delta t} & R_{ck}+\frac{L_{end}}{\Delta t}\end{bmatrix}\right)\begin{Bmatrix} A_z \\ I_{ck}\end{Bmatrix}_{t+\Delta t}^{k} \quad \text{(IV.11)}$$

$$+\left((1-\beta)\begin{bmatrix} S\left(\mu\left(A_z\right)\right)-\frac{[T]}{\Delta t} & -D_s \\ -\frac{lN_s[D_s]^{tr}}{\Delta t} & R_{ck}-\frac{L_{end}}{\Delta t}\end{bmatrix}\right)\begin{Bmatrix} A_z \\ I_{ck}\end{Bmatrix}_{t} + \begin{Bmatrix} [A_z]_{CL}^{\Omega} \\ \beta V_{ck}(t+\Delta t)+(1-\beta)V_{ck}(t)\end{Bmatrix}$$

La matrice Jacobiéenne [P] dans l'équation (IV.11) est donnée par les éléments matriciels suivants :

$$P_{ij}^{e} = \iint_{\Omega^e}\left[\frac{\partial}{\partial A_{zj}}\left(\frac{1}{\mu\left(A_{zj}\right)}\right)\right]\cdot\left(\vec{\nabla}\alpha_i \bullet \vec{\nabla}\alpha_j\right)\cdot d\Omega^e \quad \text{(IV.12)}$$

Pour améliorer la convergence de l'algorithme de Newton Raphson, les valeurs initiales de $\{A_z\}^{n+1}$ sont exprimées par l'utilisation du facteur de relaxation θ $(0 < \theta < 1)$.

$$Som(n) = \frac{\sum_{i=1}^{nn}\left|A_{zi}^{k+1} - A_{zi}^{k}\right|}{\sum_{i=1}^{nn}\left|A_{zi}^{k+1}\right|} \le erreur \quad \text{(IV.13)}$$

$$\begin{bmatrix}\{A_z\} \\ \{I_{ck}\}\end{bmatrix}_{t+\Delta t}^{k+1} = \theta\begin{bmatrix}\{A_z\} \\ \{I_{ck}\}\end{bmatrix}_{t+\Delta t}^{k} + (1-\theta)\begin{bmatrix}\{A_z\} \\ \{I_{ck}\}\end{bmatrix}_{t+\Delta t}^{k+1} \quad \text{(IV.14)}$$

IV.5 Calcul des densités de force magnétique dans un matériau ferromagnétique

La densité de forces magnétiques f^{em} qui agit sur un matériau ferromagnétique peut être décomposée en la somme des densités volumique f_V et surfacique f_s. La densité volumique de force magnétique est donnée par la méthode de Tenseur de Maxwell basée sur la formule de la force de Lorentz exprimée à partir des densités de courants induits et des densités de flux magnétique en fonction des propriétés magnétiques non linéaires de la partie étudiée. Cependant, il existe un autre type de force appelée « Force de magnétisation » qui est due aux changements de perméabilité. Celle-ci s'ajoute aux forces de volume de Lorentz par l'intermédiaire d'un terme, lié au gradient de perméabilité magnétique **[Clausse 2018] [Abba 2019]** :

$$f^{em} = f_V^{em} + f_S^{em} = \mu(A_z)\left(\vec{J}_{eddy} \times \vec{H}\right) + \left[-\frac{1}{2}\left(H_t^2 + H_n^2\right)\nabla\mu\right] \tag{IV.15}$$

Ou : H_t et H_n : sont le champ magnétique tangentiel et normal situé sur la plaque entourant la surface. Dans le cas des problèmes (2D) (x-y) $H_{t=}\ H_x$ et $H_{n=}\ H_y$. J_{eddy} : la densité de courant induit, son expression est donnée par la relation suivante :

$$J_{eddy}^{t+\Delta t} = \left[\frac{\beta - 1}{\beta}\left(J_{eddy}\right)_t - \sigma\frac{\left(A_z^e\right)_{t+\Delta t} - \left(A_z^e\right)_t}{\beta\Delta t}\right] \tag{IV.16}$$

Les densités de force magnétique volumique (f_{Vx},f_{Vy}) exprimée à partir des formules de la force de Lorentz dans le cas d'un matériau magnétique non linéaire (NL) peuvent être écrites à chaque instant :

$$\left[f_V^{em}\right] = \begin{bmatrix} f_{Vx} \\ f_{Vy} \end{bmatrix}_{t+\Delta t} = \mu(A_z)\left(\vec{J}_{eddy} \times \vec{H}\right)_{t+\Delta t} = \left[\frac{\beta - 1}{\beta}\left(J_{eddy}\right)_t - \sigma\frac{\left(A_z^e\right)_{t+\Delta t} - \left(A_z^e\right)_t}{\beta\Delta t}\right] * \begin{bmatrix} \left(\dfrac{\partial A_z^e}{\partial x}\right)\vec{i} \\ \left(\dfrac{\partial A_z^e}{\partial y}\right)\vec{j} \end{bmatrix}_{t+\Delta t} \tag{IV.17}$$

Lorsque les composantes normales et tangentielles, respectivement de l'induction et du champ magnétiques sont continues au passage d'une interface Γ et lorsque les domaines des cotes de l'interface sont respectivement l'air Ω_{air} et le domaine ferromagnétique Ω_{fer} de comportement magnétique non linéaire, on retrouve la forme couramment rencontrée de l'expression de la densité surfacique de force magnétique par la méthode de tenseur de Maxwell**[Reyen 1988][Barre 2003]** :

$$f_S^{em} = -\frac{1}{2}\left(\left(\frac{1}{\mu_0} - \frac{1}{\mu_p(A_z)}\right)B_n^2 - \left(\mu_0 - \mu_p(A_z)\right)H_t^2\right).n \tag{IV.18}$$

IV.6 Mise en œuvre du couplage magnéto-mécanique de déformation

Un couplage séquentiel électromagnétique-mécanique est implémenté à travers les densités de force magnétique. Ces densités de forces magnétiques calculées par les relations (IV.15) (IV.17) et (IV.18) deviennent un terme source du problème mécanique. L'application de la méthode des éléments finis (MEF) au problème mécanique, on obtient un système d'équations algébriques global à résoudre dont les inconnues sont les déplacements mécaniques suivants *x* et *y* pour chaque nœud du maillage mécanique.

IV.6.1 Formulation faible du problème mécanique

Selon le système de coordonnées cartésiennes (2D) (x, y), l'équation d'équilibre mécanique statique (II.43), en supposant des petites déformations et un comportement non dynamique dû à l'inertie, s'écrit en termes des contraintes **[Timoshenko 1951] [Hibbeler 2012]**:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} + \dfrac{\partial \sigma_{xy}}{\partial y} + f_{Vx}^{em} = 0 \\ \dfrac{\partial \sigma_{xy}}{\partial x} + \dfrac{\partial \sigma_{yy}}{\partial y} + f_{Vy}^{em} = 0 \\ \sigma(U) \bullet n = f_S^{em} \end{cases} \tag{IV.19}$$

Où: σ_{xx},σ_{yy},σ_{xy} sont les contraintes le long des directions *x*, *y* et *xy*[Pa], respectivement, $\sigma(U)$: le tenseur mécanique des contraintes, U : le vecteur de déplacement [m] . f_{Vx}^{em} , f_{Vy}^{em} densité volumique de force magnétique suivant *x* et *y* respectivement [N/m^3].

La discrétisation par (FEM) de la partie mécanique de l'équation (IV.1), et l'application de la méthode résiduelle pondérée permet d'obtenir :

$$\int_{\Omega_m} \begin{Bmatrix} \Psi_1 \left(\dfrac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} + \dfrac{\partial \sigma_{xy}}{\partial y} \right) \\ \Psi_2 \left(\dfrac{\partial \sigma_{yx}}{\partial x} + \dfrac{\partial \sigma_{yy}}{\partial y} \right) \end{Bmatrix} d\Omega_m - \int_{\Omega} \begin{Bmatrix} \Psi_1 f_{Vx} \\ \Psi_2 f_{Vy} \end{Bmatrix} d\Omega_m - \int_{\Gamma_m} \begin{Bmatrix} \Psi_1 f_{Sx} \\ \Psi_2 f_{Sy} \end{Bmatrix} d\Gamma_m = 0 \tag{IV.20}$$

L'intégration par parties du système d'équations (IV.20) permet d'obtenir :

$$\int_{\Omega_m} \begin{Bmatrix} \Psi_1\left(\dfrac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x}+\dfrac{\partial \sigma_{xy}}{\partial y}\right) \\ \Psi_2\left(\dfrac{\partial \sigma_{yx}}{\partial x}+\dfrac{\partial \sigma_{yy}}{\partial y}\right) \end{Bmatrix} d\Omega_m - \int_{\Omega} \begin{Bmatrix} \Psi_1 f_{Vx} \\ \Psi_2 f_{Vy} \end{Bmatrix} d\Omega_m - \int_{\Gamma_m} \begin{Bmatrix} \Psi_1 f_{Sx} \\ \Psi_2 f_{Sy} \end{Bmatrix} d\Gamma_m = 0 \quad \text{(IV.21)}$$

L'équation (IV.21) peut s'écrire sous la forme :

$$\int_{\Omega_m} \begin{bmatrix} \dfrac{\partial \psi_1}{\partial x} & 0 & \dfrac{\partial \psi_1}{\partial y} \\ 0 & \dfrac{\partial \psi_2}{\partial y} & \dfrac{\partial \psi_2}{\partial x} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{xy} \end{Bmatrix} d\Omega_m = \int_{\Omega_m} \begin{Bmatrix} \psi_1 f_{Vx} \\ \psi_2 f_{Vy} \end{Bmatrix} d\Omega_m + \int_{\Gamma_m} \begin{Bmatrix} \psi_1 f_{Sx} \\ \psi_2 f_{Sy} \end{Bmatrix} d\Gamma_m \quad \text{(IV.22)}$$

On remplace les contraintes par leurs expressions (II. 39) dans le système d'équations (IV.22), ont obtient :

$$\int_{\Omega_m} \begin{bmatrix} \dfrac{\partial \psi_1}{\partial x} & 0 & \dfrac{\partial \psi_1}{\partial y} \\ 0 & \dfrac{\partial \psi_2}{\partial y} & \dfrac{\partial \psi_2}{\partial x} \end{bmatrix} [G] \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \varepsilon_{xy} \end{Bmatrix} d\Omega_m = \int_{\Omega_m} \begin{Bmatrix} \psi_1 f_{Vx} \\ \psi_2 f_{Vy} \end{Bmatrix} d\Omega_m + \int_{\Gamma_m} \begin{Bmatrix} \psi_1 f_{Sx} \\ \psi_2 f_{Sy} \end{Bmatrix} d\Gamma_m \quad \text{(IV.23)}$$

On remplace les déformations par leurs expressions (II. 40) dans le système d'équations (IV.24), pour obtenir la formule faible du problème mécanique en termes de champ déplacement :

$$\int_{\Omega_m} \begin{bmatrix} \dfrac{\partial \psi_1}{\partial x} & 0 & \dfrac{\partial \psi_1}{\partial y} \\ 0 & \dfrac{\partial \psi_2}{\partial y} & \dfrac{\partial \psi_2}{\partial x} \end{bmatrix} [G] \begin{Bmatrix} \dfrac{\partial u(x,y)}{\partial x} \\ \dfrac{\partial v(x,y)}{\partial y} \\ \dfrac{\partial u(x,y)}{\partial y}+\dfrac{\partial v(x,y)}{\partial x} \end{Bmatrix} d\Omega_m = \int_{\Omega_m} \begin{Bmatrix} \psi_1 f_{Vx} \\ \psi_2 f_{Vy} \end{Bmatrix} d\Omega_m + \int_{\Gamma_m} \begin{Bmatrix} \psi_1 f_{Sx} \\ \psi_2 f_{Sy} \end{Bmatrix} d\Gamma_m \quad \text{(IV.24)}$$

IV.6.2 Approche de Galerkin

La discrétisation du domaine mécanique en éléments triangulaires linéaires, les deux déplacements u et v sont approximés par la fonction d'interpolation :

$$\begin{Bmatrix} u(x,y) \\ v(x,y) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \sum_{j=1}^{3} \alpha_j(x,y)\cdot u_j \\ \sum_{j=1}^{3} \alpha_j(x,y)\cdot v_j \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha_1 & 0 & \alpha_2 & 0 & \alpha_3 & 0 \\ 0 & \alpha_1 & 0 & \alpha_2 & 0 & \alpha_3 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_1 \\ v_1 \\ u_2 \\ v_2 \\ u_3 \\ v_3 \end{Bmatrix} = [\mathrm{N}]\{U\} \tag{IV.25}$$

En remplaçant les vecteurs inconnus des déplacements par leur expression dans l'équation de comportement (contraint-déplacement) (II.40), on obtient :

$$\{\varepsilon\} = \begin{Bmatrix} \dfrac{\partial u(x,y)}{\partial x} \\ \dfrac{\partial v(x,y)}{\partial y} \\ \dfrac{\partial u(x,y)}{\partial y} + \dfrac{\partial v(x,y)}{\partial x} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \dfrac{\partial \alpha_1}{\partial x} & 0 & \dfrac{\partial \alpha_2}{\partial x} & 0 & \dfrac{\partial \alpha_3}{\partial x} & 0 \\ 0 & \dfrac{\partial \alpha_1}{\partial y} & 0 & \dfrac{\partial \alpha_2}{\partial y} & 0 & \dfrac{\partial \alpha_3}{\partial y} \\ \dfrac{\partial \alpha_1}{\partial y} & \dfrac{\partial \alpha_1}{\partial x} & \dfrac{\partial \alpha_2}{\partial y} & \dfrac{\partial \alpha_2}{\partial x} & \dfrac{\partial \alpha_3}{\partial y} & \dfrac{\partial \alpha_3}{\partial x} \end{bmatrix} \{U\} \tag{IV.26}$$

$$\{\varepsilon\} = \begin{Bmatrix} \dfrac{\partial u(x,y)}{\partial x} \\ \dfrac{\partial v(x,y)}{\partial y} \\ \dfrac{\partial u(x,y)}{\partial y} + \dfrac{\partial v(x,y)}{\partial x} \end{Bmatrix} = [B]\{U\} \tag{IV.27}$$

Avec :

$$[B] = \frac{1}{2A} \begin{bmatrix} (y_2 - y3) & 0 & (y_3 - y_1) & 0 & (y_1 - y_2) & 0 \\ 0 & (x_3 - x_2) & 0 & (x_1 - x_3) & 0 & (x_2 - x_1) \\ (x_3 - x_2) & (y_2 - y_3) & (x_1 - x_3) & (y_3 - y_1) & (x_2 - x_1) & (y_1 - y_2) \end{bmatrix} \tag{IV.28}$$

La forme intégrale discrète finale de l'équation de déformation mécanique (IV.24) après le remplacement de l'équation (IV.26) en utilisant la formulation FEM de chaque élément triangulaire est donnée par :

$$\int_{\Omega_m^e} \begin{bmatrix} \frac{\partial \psi_1}{\partial x} & 0 & \frac{\partial \psi_1}{\partial y} \\ 0 & \frac{\partial \psi_2}{\partial y} & \frac{\partial \psi_2}{\partial x} \end{bmatrix} [G] \begin{bmatrix} \frac{\partial \alpha_1}{\partial x} & 0 & \frac{\partial \alpha_2}{\partial x} & 0 & \frac{\partial \alpha_3}{\partial x} & 0 \\ 0 & \frac{\partial \alpha_1}{\partial y} & 0 & \frac{\partial \alpha_2}{\partial y} & 0 & \frac{\partial \alpha_3}{\partial y} \\ \frac{\partial \alpha_1}{\partial y} & \frac{\partial \alpha_1}{\partial x} & \frac{\partial \alpha_2}{\partial y} & \frac{\partial \alpha_2}{\partial x} & \frac{\partial \alpha_3}{\partial y} & \frac{\partial \alpha_3}{\partial x} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_1 \\ v_1 \\ u_2 \\ v_2 \\ u_3 \\ v_3 \end{Bmatrix} d\Omega_m^e \tag{IV.29}$$

$$= \int_{\Omega_m^e} \begin{Bmatrix} \psi_1 f_{Vx} \\ \psi_2 f_{Vy} \end{Bmatrix} d\Omega_m^e + \int_{\Gamma_m^e} \begin{Bmatrix} \psi_1 f_{Sx} \\ \psi_2 f_{Sy} \end{Bmatrix} d\Gamma_m^e$$

L'approche de Galerkine consiste à écrire l'équation (IV.29) en choisissant les fonctions pondérations comme étant les fonctions de forme de discrétisation $\psi_1 = \alpha_j \left(j = 1,2,3 \right)$ et $\psi_2 = \alpha_j \left(j = 1,2,3 \right)$. Le problème (IV.29) devient:

$$\sum_{i=1}^{N_{element}^{mec}} \begin{bmatrix} \int_{\Omega_m^e} \left(\frac{\partial \alpha_i}{\partial x} G_{11} \frac{\partial \alpha_j}{\partial x} + \frac{\partial \alpha_i}{\partial y} G_{33} \frac{\partial \alpha_j}{\partial y} \right) & \int_{\Omega_m^e} \left(\frac{\partial \alpha_i}{\partial x} G_{12} \frac{\partial \alpha_j}{\partial y} + \frac{\partial \alpha_i}{\partial y} G_{33} \frac{\partial \alpha_j}{\partial x} \right) \\ \int_{\Omega_m^e} \left(\frac{\partial \alpha_i}{\partial x} G_{21} \frac{\partial \alpha_j}{\partial y} + \frac{\partial \alpha_i}{\partial y} G_{33} \frac{\partial \alpha_j}{\partial x} \right) & \int_{\Omega_m^e} \left(\frac{\partial \alpha_i}{\partial y} G_{22} \frac{\partial \alpha_j}{\partial y} + \frac{\partial \alpha_i}{\partial x} G_{33} \frac{\partial \alpha_j}{\partial x} \right) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_j \\ v_j \end{Bmatrix} d\Omega_m^e \tag{IV.30}$$

$$= \sum_{i=1}^{N_{element}^{mec}} \left(\int_{\Omega_m^e} \begin{bmatrix} \alpha_i & 0 \\ 0 & \alpha_i \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} f_{Vx\,j} \\ f_{Vy\,j} \end{Bmatrix} d\Omega_m^e + \int_{\Gamma_m^e} \begin{bmatrix} \alpha_i & 0 \\ 0 & \alpha_i \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} f_{Sx_j} \\ f_{Sy_j} \end{Bmatrix} d\Gamma_m^e \right)$$

$$K_{ij} = \begin{bmatrix} \int_{\Omega_m^e} \left(\frac{\partial \alpha_i}{\partial x} G_{11} \frac{\partial \alpha_j}{\partial x} + \frac{\partial \alpha_i}{\partial y} G_{33} \frac{\partial \alpha_j}{\partial y} \right) & \int_{\Omega_m^e} \left(\frac{\partial \alpha_i}{\partial x} G_{12} \frac{\partial \alpha_j}{\partial y} + \frac{\partial \alpha_i}{\partial y} G_{33} \frac{\partial \alpha_j}{\partial x} \right) \\ \int_{\Omega_m^e} \left(\frac{\partial \alpha_i}{\partial x} G21 \frac{\partial \alpha_j}{\partial y} + \frac{\partial \alpha_i}{\partial y} G_{33} \frac{\partial \alpha_j}{\partial x} \right) & \int_{\Omega_m^e} \left(\frac{\partial \alpha_i}{\partial y} G_{22} \frac{\partial \alpha_j}{\partial y} + \frac{\partial \alpha_i}{\partial x} G_{33} \frac{\partial \alpha_j}{\partial x} \right) \end{bmatrix} = \int_{\Omega_m} [B]^T [G] [B] d\Omega_m$$

$$F_{Vi} = \int_{\Omega_m} [\alpha_i]^T \begin{Bmatrix} f_{Vx} \\ f_{Vy} \end{Bmatrix} d\Omega$$

$$F_{s_i} = \int_{\Gamma_m} [\alpha_i]^T \begin{Bmatrix} f_{Sx} \\ f_{Sy} \end{Bmatrix} d\Gamma$$

Où $N_{element}^{mec}$ et Ω_m^e présentent le nombre d'éléments triangulaire et le domaine des éléments finis élémentaires respectivement. α_j : Fonction d'interpolation au nœud j.

Le problème (IV.30) est équivalent à résoudre un système d'équations, qui s'écrit sous la forme matricielle suivante : Trouver ***U***, tel que :

$$[K]\{U\} = \{F_V\} + \{F_s\} \tag{IV.31}$$

Selon le système de coordonnées cartésiennes (2D) (x, y), l'équation d'équilibre mécanique en régime dynamique (II.42) le comportement dynamique s'écrire comme suit:

$$\begin{cases} \rho \dfrac{\partial^2 u}{\partial^2 t} = \dfrac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} + \dfrac{\partial \sigma_{xy}}{\partial y} + f_{Vx}^{em} \\ \rho \dfrac{\partial^2 v}{\partial^2 t} = \dfrac{\partial \sigma_{xy}}{\partial x} + \dfrac{\partial \sigma_{yy}}{\partial y} + f_{Vy}^{em} \\ \sigma(U) \bullet n = f_S^{em} \end{cases} \tag{IV.32}$$

En utilisant la méthode de Galerkine (MEF) pour l'équation d'équilibre mécanique (IV.32) le système algébrique à résoudre sera donnée par la relation matricielle suivante :

$$[M]\frac{\partial^2}{\partial t}\{U(t)\} + [K]\{U(t)\} = \{F(t)\} \tag{IV.33}$$

Ou $\mathrm{U(t)}, \frac{\partial^2 \mathrm{U}}{\partial \mathrm{t}^2}$ sont des vecteurs de déplacement et d'accélération globaux; $[M]$ et $[K]$ représentent respectivement les matrices de masse globale et de rigidité mécanique; $F(t)$ est le vecteur de force magnétique *[N]*. *[M]* est assemblé par la matrice de masse $[M^e]$ et qui est donné par la relation suivante :

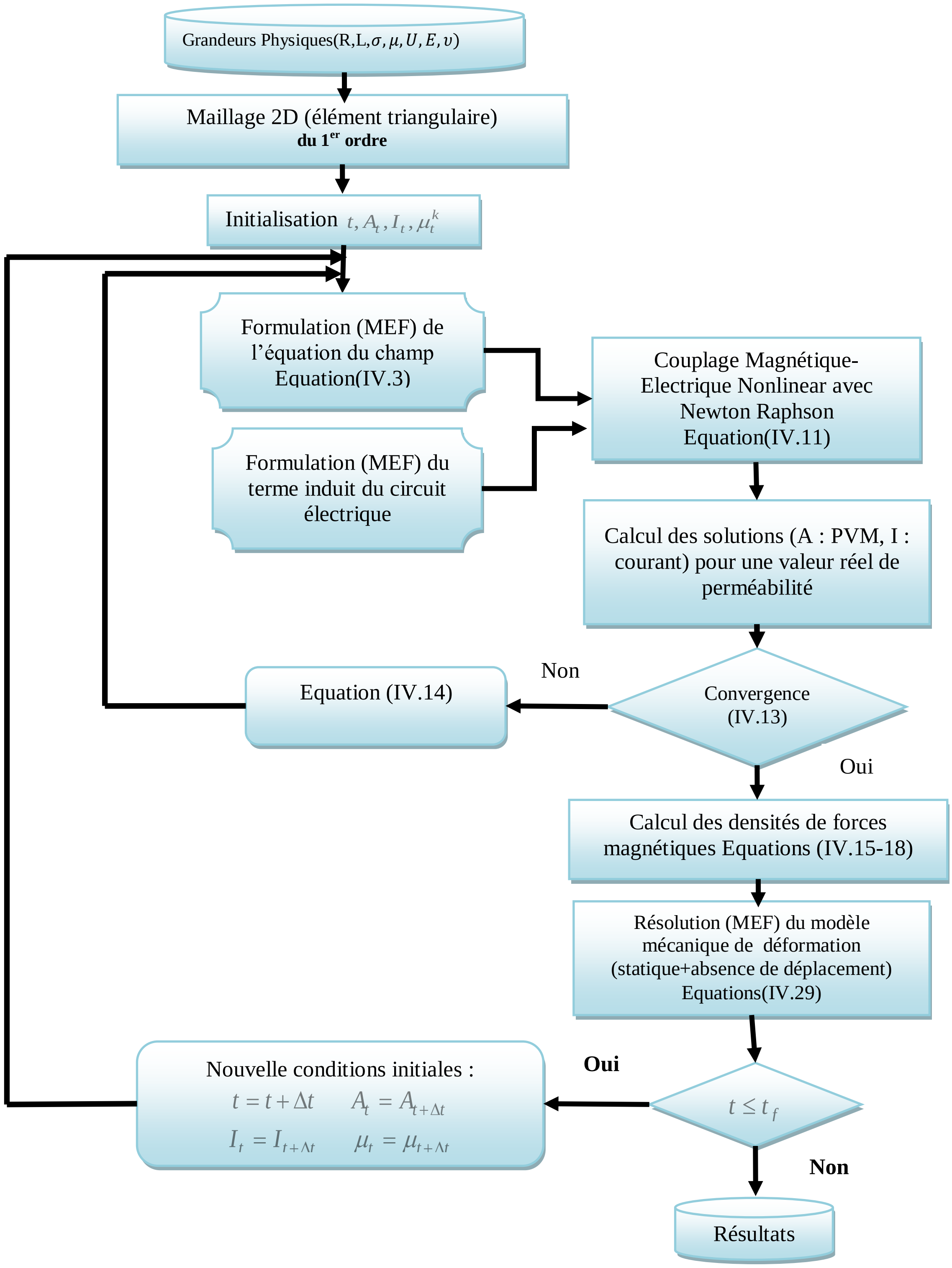
$$\left[M^e\right]=\int_{\Omega_m^e}\rho\begin{bmatrix}\Psi_1 & 0\\ 0 & \Psi_2\end{bmatrix}\begin{Bmatrix}\dfrac{\partial^2 u}{\partial t^2}\\ \dfrac{\partial^2 v}{\partial^2 t}\end{Bmatrix}d\Omega_m=\int_{\Omega_m^e}\rho[\alpha]^T[\alpha]\left\{\ddot{U}\right\}d\Omega_m^e \qquad \text{(IV.34)}$$

IV.7 Applications et résultats

Les dispositifs électromagnétiques qui ont fait objet d'applications dans ce chapitre, concernent des actionneurs électromagnétiques dans le cadre d'une modélisation multi-physique du couplage magnéto-électrique et mécanique de déformation. L'implémentation numérique est basée sur la méthode des éléments finis et sur un algorithme pas à pas dans le temps avec la prise en compte des non linéarités des matériaux ferromagnétiques.

Le déroulement de la résolution du problème magnéto-électrique et mécanique de déformation **[Abba 2019]** est présenté sur la Figure (IV.5). Dans un premier temps les équations du champ électromagnétiques et celles des circuits électriques en régime transitoire sont fortement couplées équation (IV.11). Ceci est effectué en considérant la saturation magnétique par la méthode de Newton–Raphson (N-R). Ensuite, la solution temporelle du modèle couplé magnéto-électrique (MEF) a permis de calculer les densités de force magnétique en utilisant la méthode de force de Lorentz (LZ). Ces forces magnétiques s'expriment en fonction de la variation temporelle des courants induits et deviennent un terme source du problème mécanique. Enfin l'équation de déformation mécanique structurelle est couplée séquentiellement au phénomène électromagnétique pour le calcul des déformations. Dans le cas des petites déformations le remaillage à chaque instant n'est pas nécessaire.

Ce modèle permet d'une part de calculer avec une meilleure précision, les densités de forces magnétiques afin d'obtenir les déformations mécaniques dans les matériaux ferromagnétiques non linéaires et d'autre part pour l'analyse précoce des déformations dédiées au contrôle non destructif dans lequel les déformations mécaniques maximales en fonction des densités volumiques des forces magnétiques maximales à l'état sain et en présence des défauts sont présentées .

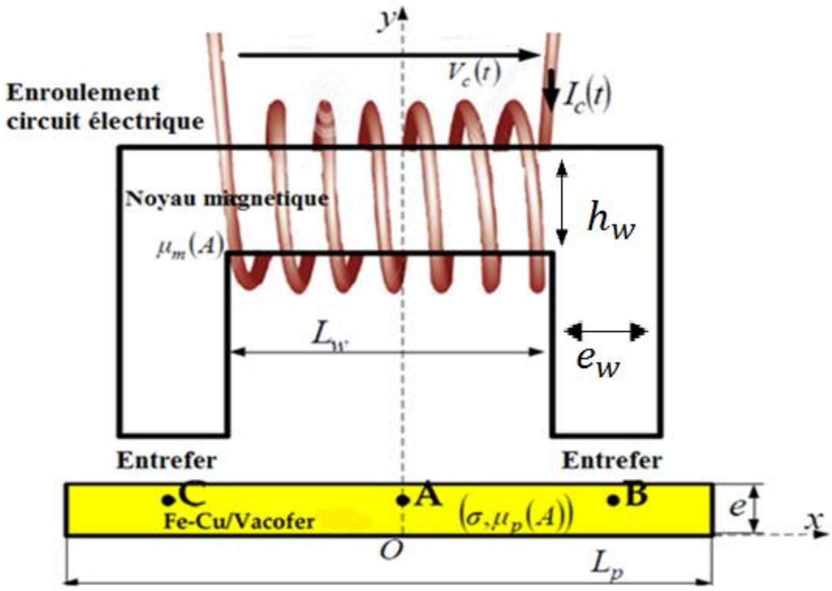


Figure(IV.5) : *Implémentation de l'algorithme du couplage multi-physique d'un actionneur électromagnétique.*

IV.7.1. Application I : Modélisation multi-physique d'un actionneur électromagnétique

IV.7.1.1 Domaine d'étude et conditions aux limites

Considérerons le problème d'un actionneur électromagnétique **[Benali 1997]** illustré sur la Figure (IV.6). Il est constitué d'un enroulement électrique alimenté en tension $V_c(t)$, un noyau ferromagnétique fixe et une plaque d'un matériau ferromagnétique haute performance. Les paramètres géométriques, électriques et mécaniques d'actionneur électromagnétique sont donnés par le Tableau (IV.1) et Tableau (IV. 2).



Figure(IV.6) : *Configuration géométrique de l'actionneur électromagnétique* ***[Abba 2019]****.*

Noyau et la plaque ferromagnétique	**Longeur de la plaque (Lp)**	**Largeur (Hw)**	**Largeur (Lw)**	**Largeur (ew)**	**Epaisseur de la plaque (e)**	**Epaisseur de l'entrefer**
Valeurs [mm]	90	15	40	10	5	1-5
La bobine (25spires)	**Largeur**	**Longeur**	**Longeur suivant (0z)**		-	
Valeurs [mm]	10	30	**50**		-	

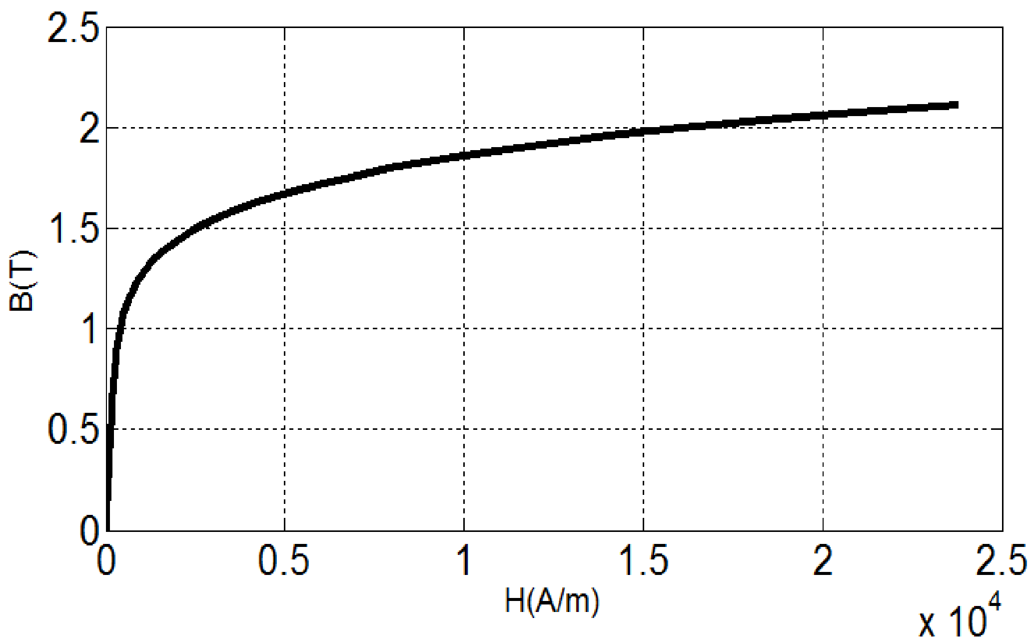
Tableau(IV.1).*Paramètres géométriques de l'actionneur [***Benali 1997].**

Paramètres Electrique	**Conductivité Electrique σ (MS/m)**	**Perméabilité magnétique μ**	**Résistance Rend [Ω]**	**L'inductance Lend [mH]**
Bobine	Le terme induit est négligeable	μ_0	1	3.5
Noyau ferromagnetique(Fe)	Le terme induit est négligeable	$\mu(A_z)$	-	-
Plaque ferromagnetique	10.21 (Vacofer S1) 9.1 (Fe-Cu alloy)	$\mu(A_z)$	-	-

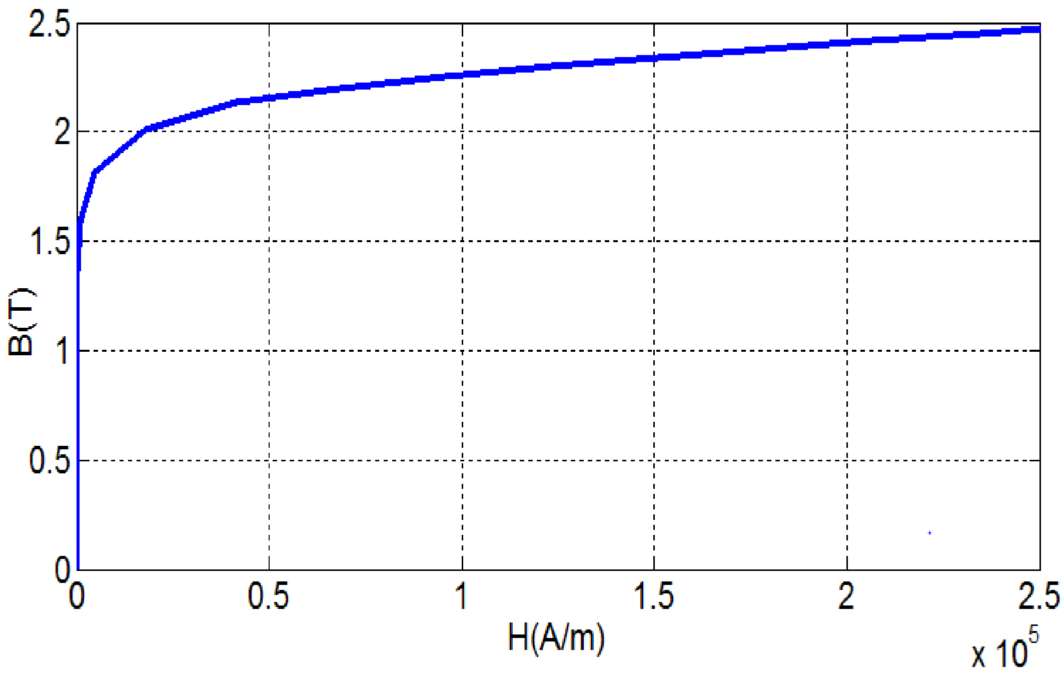
Tableau (IV. 2) : *Paramètres électrique* ***[Benali 1997] (VACUUMSCHMELZE GMBH, GERMANY, 2001).***

Parameters mécanique	**La masse volumique Kg/m3**	**Poisson Ration (υ)**	**Module de Young (GPa)**	**Limite d'élasticité (MPa)**	Résistance a la traction **(MPa)**	**Saturation magnétique**
Valeur	**7860**	**0.33(VacoferS1)** **0.24(Fe-Cu alloy)**	**200**	**200**	**320**	**2.4 T (Vacofer S1)** **2.2T (Fe cu alloy)**

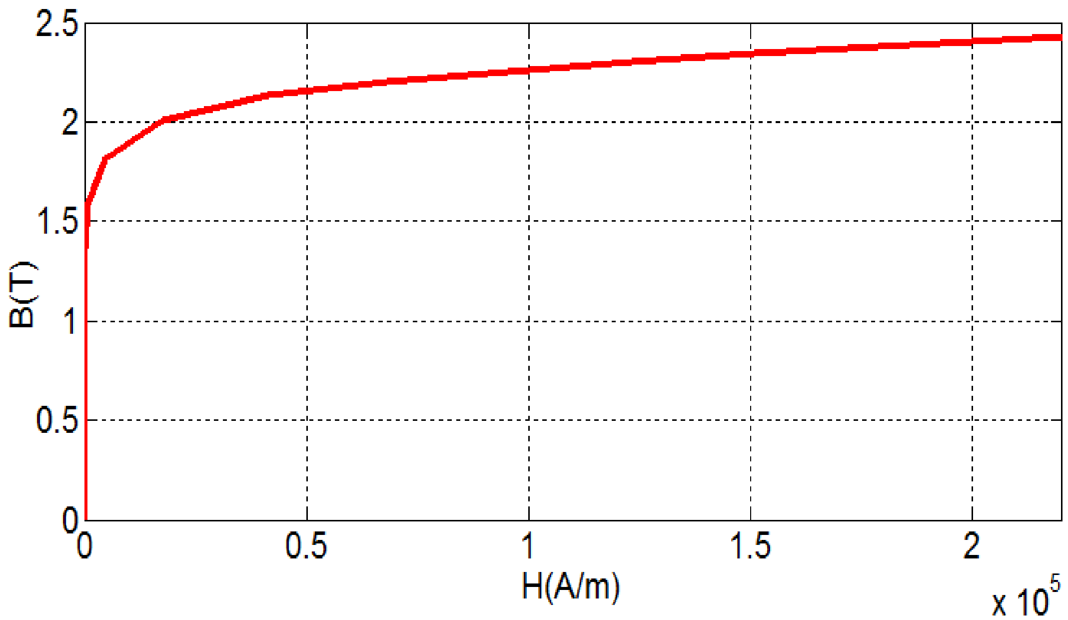
Tableau (IV. 3) : *Paramètres mécanique* ***(VACUUMSCHMELZE GMBH, GERMANY, 2001).***



Figure(IV.7): *L'approximation de la courbe B-H le matériau noyau ferromagnétique (Fe)* ***[Benali 1997].***

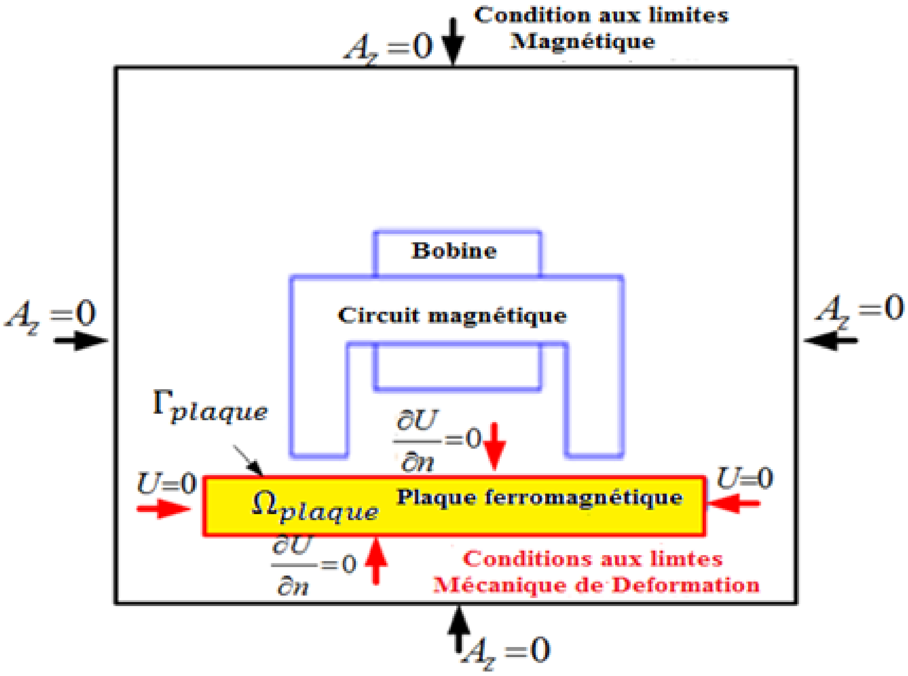


Figure(IV.8): L'approximation de la courbe B-H Vacofer S1 **(VACUUMSCHMELZE GMBH, GERMANY, 2001)**



Figure(IV.9): L'approximation de la courbe B-H Fe-Cu alloy **(VACUUMSCHMELZE GMBH, GERMANY, 2001)**

Les conditions aux limites homogènes de Dirichlet et de Neumann appliqué aux modèles électromagnétiques et mécaniques sont présentées par la Figure(IV.7). Des conditions aux limites de Dirichlet homogènes sont imposées pour les composantes de déplacement (U=0) aux deux limites verticales de la plaque. Par ailleurs, des conditions aux limites homogènes de Neumann $\left(\frac{\partial U}{\partial n} = 0\right)$ ont été prescrites aux deux limites horizontales de la plaque. De plus, les contraintes associées à la densité de force magnétique de surface sont également établies par l'équation(IV.17).



Figure(IV.10) : *Les conditions aux limites du problème magnétique et mécanique de déformation.*

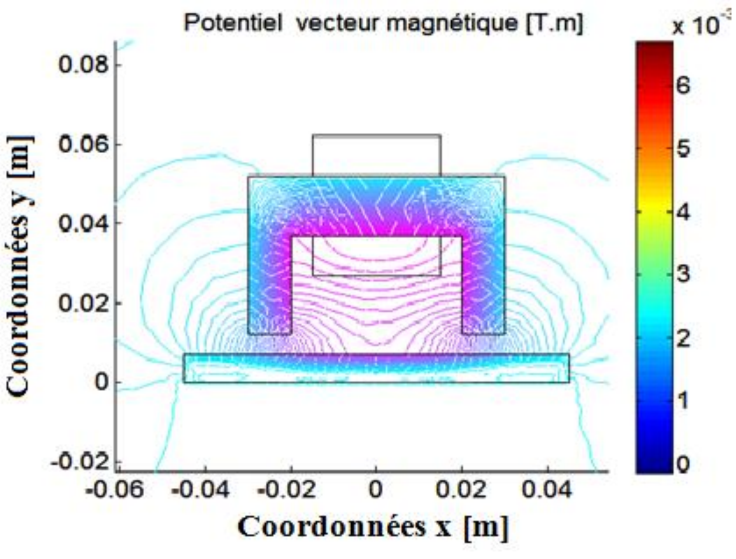
IV.7.1.2 Les résultats des simulations du couplage fort magnéto-électrique (MEF)

L'objectif de cette partie d'application est la simulation du couplage magnéto-électrique en régime transitoire d'un actionneur électromagnétique Figure(IV.6) en utilisant la méthode des éléments finis (MEF), et en tenant compte de la non linéarité de la plaque ferromagnétique grâce à la dépendance de l'induction magnétique et la perméabilité magnétique gérée par la méthode itérative de Newton -Raphson (N-R). La résolution du système d'équations (IV.11) nécessite une discrétisation temporelle, et pour chaque pas de temps, nous devons assurer la convergence de l'algorithme de Newton-Raphson (NR) pour déterminer les valeurs de perméabilité magnétique appropriées obtenues a partir du teste de convergence (équation (IV.13)).

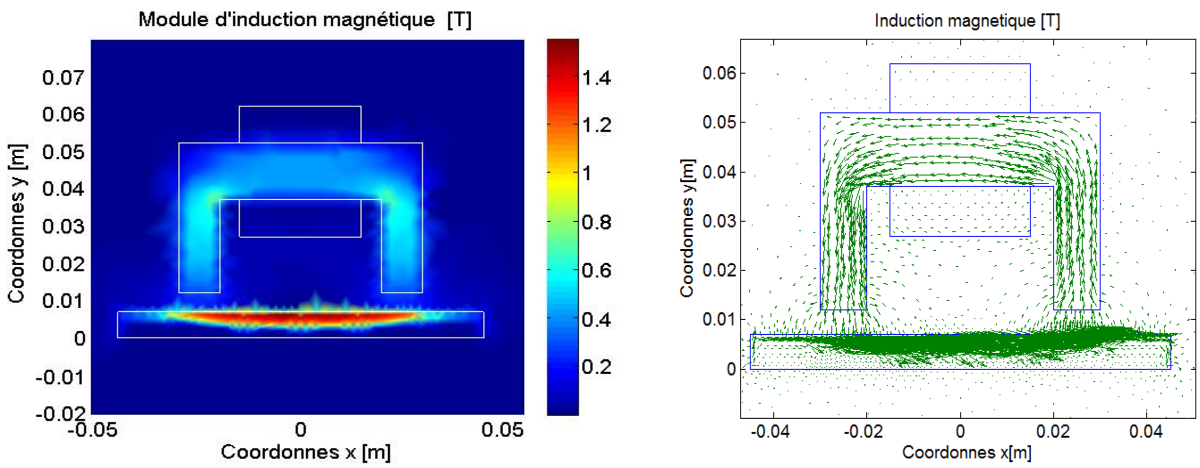
Le maillage d'éléments finis du problème électromagnétique est obtenu à l'aide du générateur de maillage automatique du d'outil Matlab PDE contenant **8476 éléments triangulaires** et **4259 nœuds**. La bobine est alimentée par un échelon de tension de 80V. La durée de la simulation était de **50 ms**, avec un pas de temps de **Δt=1ms**.

À chaque pas de temps, le système d'équations (IV.11) correspondant à l'algorithme de Newton-Raphson résolue de façon itérative pour obtenir la valeur de la perméabilité magnétique. La dernière valeur ensuite est utilisée pour établir le système algébrique, où la solution conduit aux valeurs du potentiel vecteur magnétique **(A)** et les courants dans la bobine **(I_c)** à chaque pas de temps.

La Figure(IV.11) montre les lignes équipotentielles des valeurs nodales du potentiel vecteur magnétique a **t=0.05s**, qui sont particulièrement concentrés sur la section de la plaque ferromagnétique. La distribution du module ainsi que la représentation du vecteur de l'induction magnétique calculé sont présentés sur la Figure(IV.12). La distribution de l'induction magnétique est importante dans la plaque ferromagnétique. Cela impliquerait une grande force magnétique dans la plaque. La valeur maximale de la densité de flux magnétique dans la plaque est **1,75 T**. Cette valeur correspond à la région non linéaire de la courbe **(B–H)** associée au matériau **VacoferS1**.



Figure(IV.11): *Distribution du potentiel vecteur magnétique a t=0.05s.*



(a) (b)

Figure(IV.12) : *Distribution du module et vecteur de l'induction magnétique.*

En imposant un échelon de tension, nous avons comparé l'évolution temporelle du courant calculé dans la bobine (linéaire et non linéaire). Les résultats sont présentés par la Figure(IV.13). Cette figure montre que le courant dans la bobine exprime les phénomènes classiques du circuit inductif associé au noyau ferromagnétique. La valeur en régime permanent du courant correspondant à la valeur maximale d'environ **78A**. Le comportement du courant transitoire est apparu comme une image de la courbe de magnétisation du noyau ferromagnétique. Dans ce cas, il est possible de déterminer la valeur de l'inductance de la bobine en utilisant soit l'énergie magnétique emmagasinée dans le système ou la constante du temps. Le rapport de la l'inductance divisé par la résistance **(L/R)** est la constante de temps électrique.

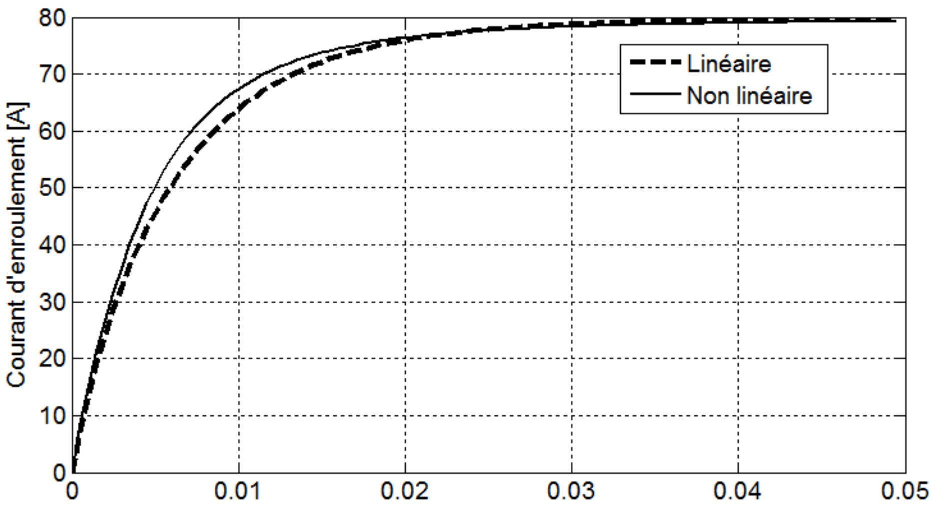


Figure (IV.13): *Comparaison de l'évolution du courant (linéaire et non-linéaire).*

Les Figures(IV.14), (IV.15), (IV.16) et (IV.17) montrent l'évolution temporelle maximale des courants induits et des densités de force magnétique, ainsi que la force magnétique totale du matériau **Vacofer S1** selon leurs composants en coordonnées cartésiennes **2D- (x, y)**.

La Figure (IV.14) décrit l'évolution temporelle des valeurs maximales des courants induits dans les positions **A (0, 6.5 mm)**, **B (25 mm, 6.5 mm)** et **C (−25 mm, 6.5 mm)** de la plaque ferromagnétique. D'après l'équation (IV.19), le comportement des courants induits est exprimé par la variation du potentiel vecteur magnétique en fonction du temps**.** Dans les premiers instants, le courant induit au point **A (0, 6.5mm)** atteint une valeur maximum de **5MA/m^2** a **t=0.005s** puis décroit pour se stabiliser a une valeur constante de **0.1MA/m^2**.

La densité volumique de force magnétique f_{Vy} dans les matériaux ferromagnétiques non linéaires est calculée en utilisant la formule de la force magnétique de Lorentz équation (IV.16), basée sur la densité de courant induit J_{eddy}et le champ magnétique $\vec{H}$. La distribution temporelle des densités de force magnétique dans la plaque ferromagnétique est similaire aux comportements des densités de courant induits, comme le montre les Figures (IV.15), (IV.16) et (IV.17) pour le matériau non linéaire Vacofer S1. Les valeurs maximales des densités de force magnétique volumique f_{Vy} sont positives et d'environ **7.8MN/m^3** et **3.5 MN/m^3**, respectivement, pour le point ***A*** et les deux points aux extrémités de la plaque ferromagnétique (point **B** et **C**).

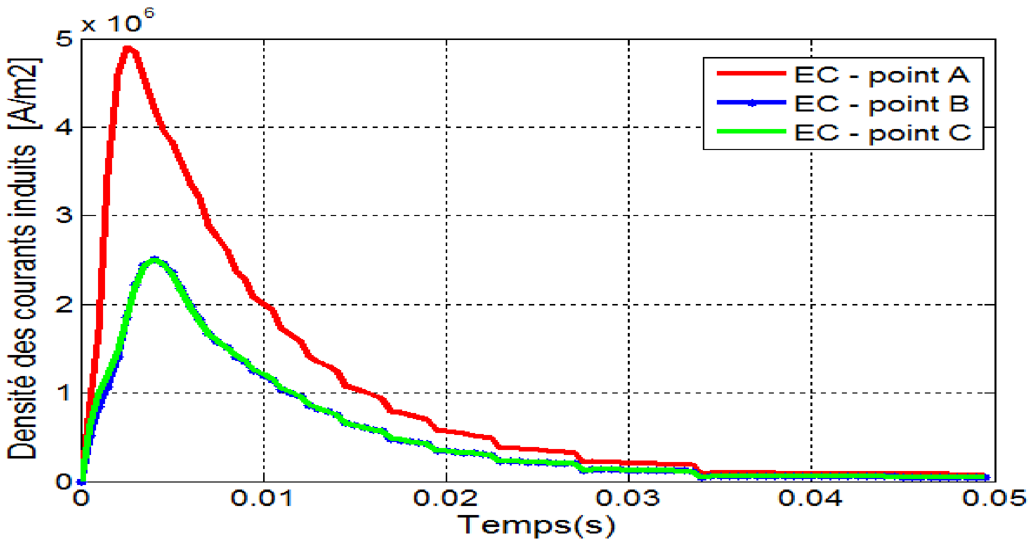


Figure (IV.14): *Densité de courant induit maximal dans la plaque ferromagnétique non-linéaire VACOFER S1.*

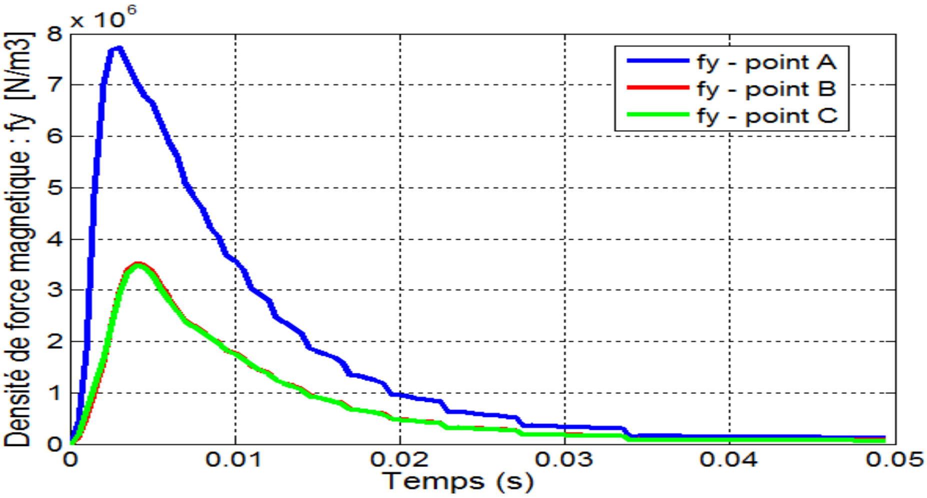


Figure (IV.15): *Densité de force magnétique volumique maximal f_{Vy} dans la plaque ferromagnétique non-linéaire VACOFER S1.*

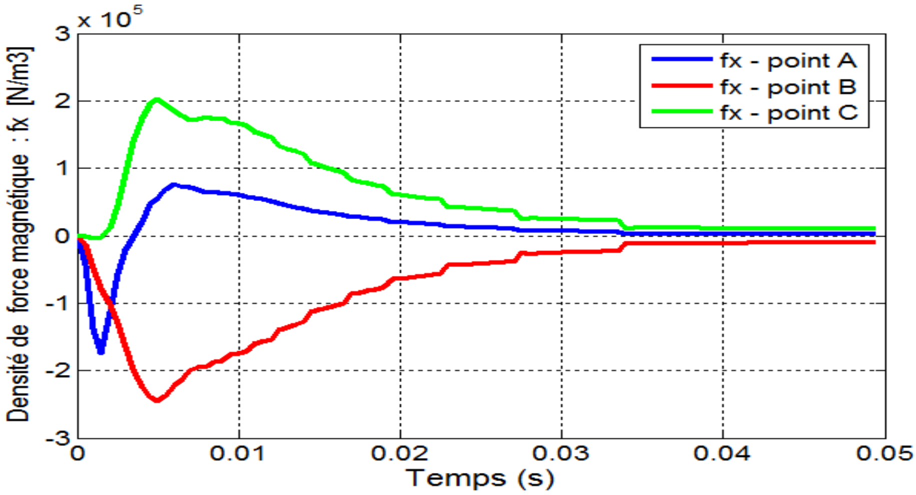
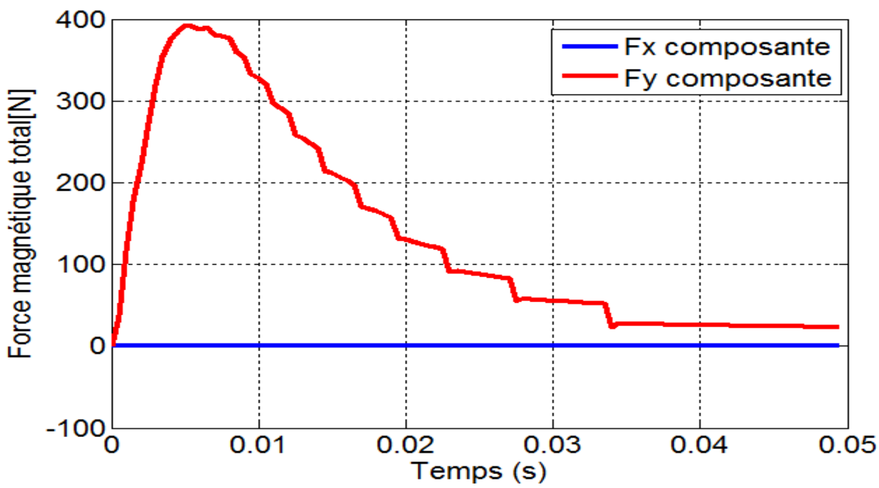


Figure (IV.16): *Densité de force magnétique volumique maximal f_{Vx} dans la plaque ferromagnétique non-linéaire VACOFER S1.*

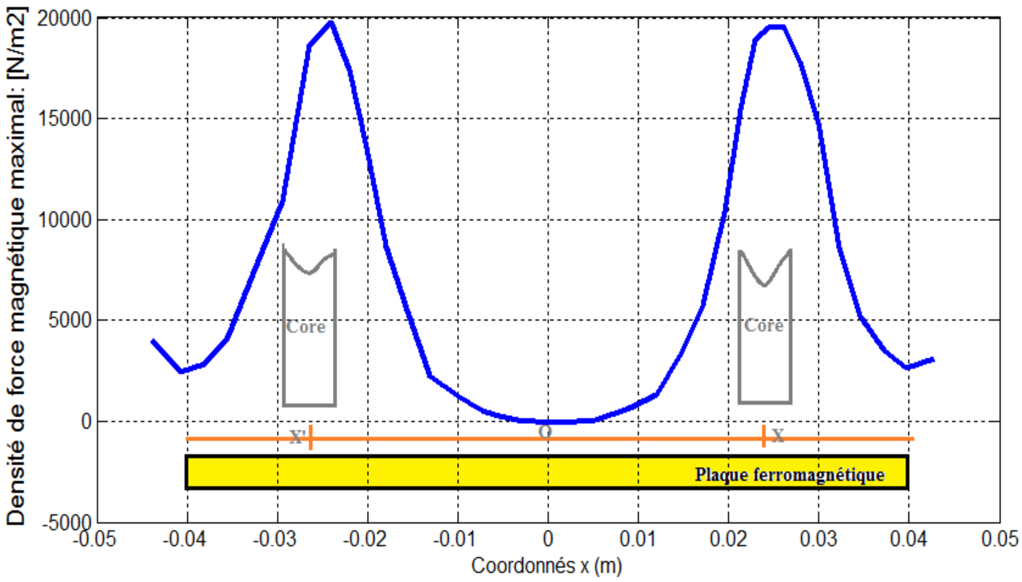


Figure(IV.17) : *La force magnétique totale pour un matériau non linéaire VACOFER S1.*

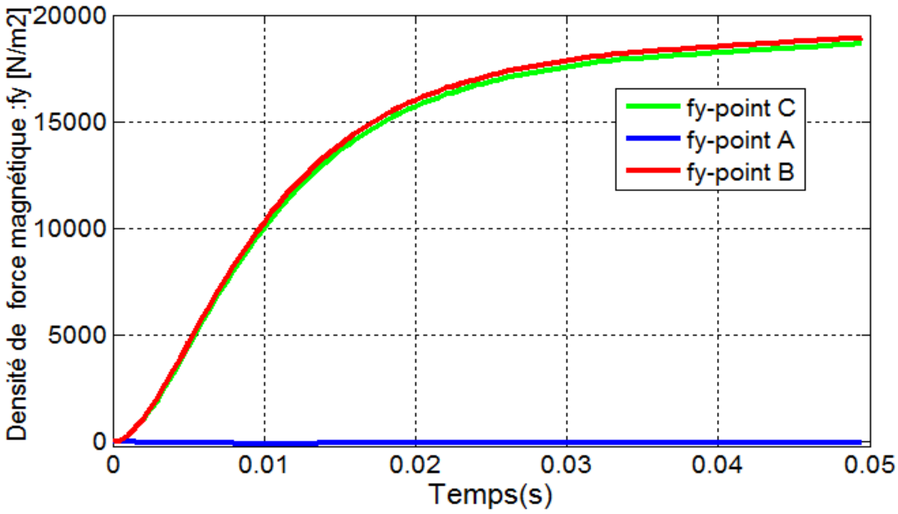
La Figure (IV.17) présente la variation temporelle de la force magnétique totale (globale) suivant les deux composantes ***x*** et ***y*** de la plaque ferromagnétique non-linéaire **Vacofer S1**. A partir de ces résultats, on constate que la composante de la force total est importante suivant la direction *y*. La valeur maximale de cette force est environ de **400N**. L'observation de l'allure de la variation temporelle de la force totale générée par le modèle électromagnétique qui est due à l'augmentation et a la diminution des courants de Foucault montre que l'effet hystérésis n'était pas négligeable. En plus, les forces générées étaient évidemment proportionnelles à la valeur aux carrées du courant. Les résultats obtenus sont en bonne concordance avec ceux trouvé dans en **[Benali 1997]**.

La Figure (IV.18) d'écrit la répartition spatiale de la densité de force magnétique surfacique maximale f_{Sy} de la plaque ferromagnétique **non-linéaire Vacofer S1** et les Figures (IV.19) et (IV.20) montrent l'évolution temporelle de la densité de force magnétique surfacique maximale f_{Sx} et f_{Sy} respectivement pour les différentes points **A**, **B** et **C**.

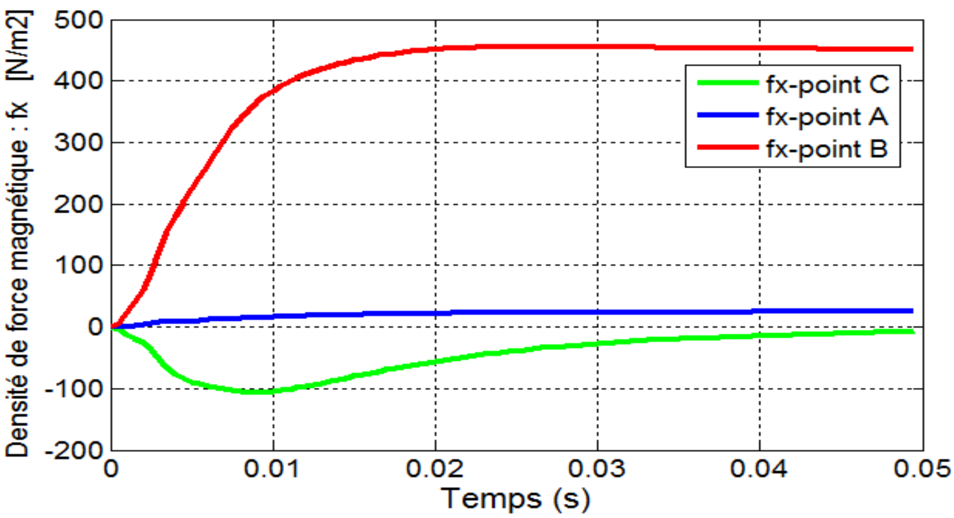
D'après les résultats obtenus on remarque que l'amplitude de la densité volumique de force magnétique est supérieure à celle de la densité surfacique de force magnétique. Par conséquent, pour la forme de l'actionneur étudié Figure (IV.17), il n'y a pas d'effet significatif sur la déformation due à la densité de force magnétique de surface.



Figure(IV.18) *: Densité de force surfacique f_y en fonction de la position.*



Figure(IV.19) : *Densité de force surfacique f_{Sy} en fonction du temps.*

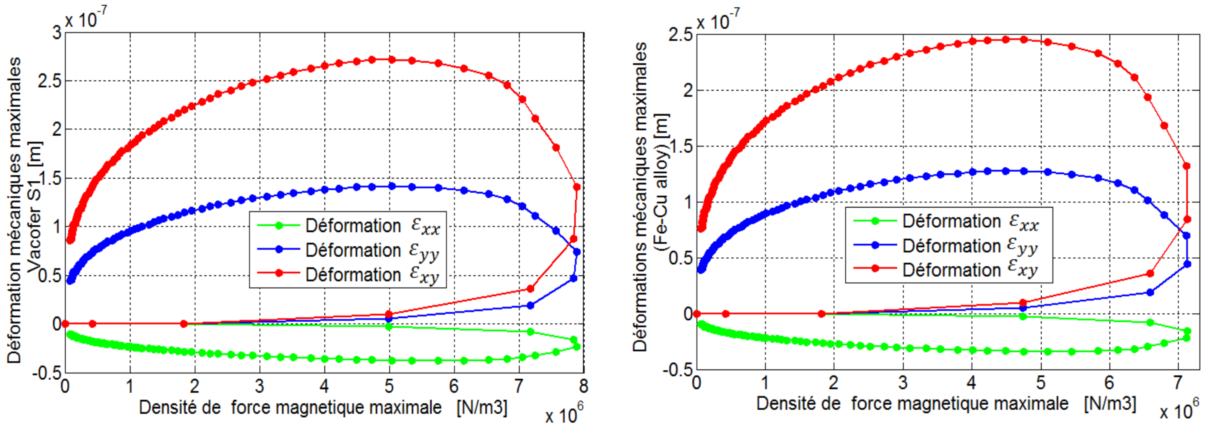


Figure(IV.20) : *Densité de force surfacique f_{Sx} en fonction du temps.*

IV.7.1.3 Les résultats des simulations du problème de déformation mécanique (MEF)

L'objectif de cette partie est calculé des déformations mécaniques dans la plaque ferromagnétique de l'actionneur électromagnétique en utilisant la méthode des éléments finis (MEF) sous l'effet des densités de forces électromagnétiques surfaciques et volumiques. Dans ce travail, les déformations mécaniques de la plaque ferromagnétique sont principalement dues aux densités de force d'origine magnétique. Une attention particulière est portée sur le calcul des densités volumiques de force magnétique maximale, qui provoquent des déformations importantes sur la plaque ferromagnétique. Les résultats des déformations mécaniques sont présentées pour un seul élément fini, qui correspondant à la densité de force magnétique la plus élevée.

L'équation de déformation mécanique est séquentiellement couplée aux phénomènes électromagnétiques **(MEF-2D)**. Ce couplage est réalisé avec une indépendance entre les deux maillages (magnétique et mécanique). A chaque instant les densités de force magnétique de Lorentz (FLZ) calculées par le couplage fort magnéto-électrique sont appliquées sur chaque élément du maillage du problème mécanique. Ces densités de force magnétique ont servi comme des paramètres d'entrée du modèle mécanique dans le but de déterminer les composantes des déplacements $(\boldsymbol{u}\ \boldsymbol{et}\ \boldsymbol{v})$et les composantes des déformations mécaniques $(\boldsymbol{\varepsilon_{xx}}, \boldsymbol{\varepsilon_{yy}}, \boldsymbol{\varepsilon_{xy}})$dans la plaque ferromagnétique pour les différents alliages **Vacofer S1** et **Fe-Cu alloy.** Les variations temporelles des composantes maximales de déformation mécanique $(\boldsymbol{\varepsilon}_{\mathbf{xx}}, \boldsymbol{\varepsilon}_{\mathbf{yy}}, \boldsymbol{\varepsilon}_{\mathbf{xy}})$ en fonction de la variation temporelle de la densité volumique de force magnétique maximale $\mathbf{f_{Vy}}$ pour une tension d'alimentation de **80 V** et pour deux types de matériaux ferromagnétiques non linéaires **(Vacofer S1 et Fe-Cu alloy)** sont présentées sur la Figure (IV.21).



(a) (b)

Figure(IV.21) : *Évaluation des composantes des déformations en fonction de la densité de force magnétique pour deux matériaux ferromagnétiques non linéaires:(a)Vacofer S1, (b) Fe–Cu alloy.*

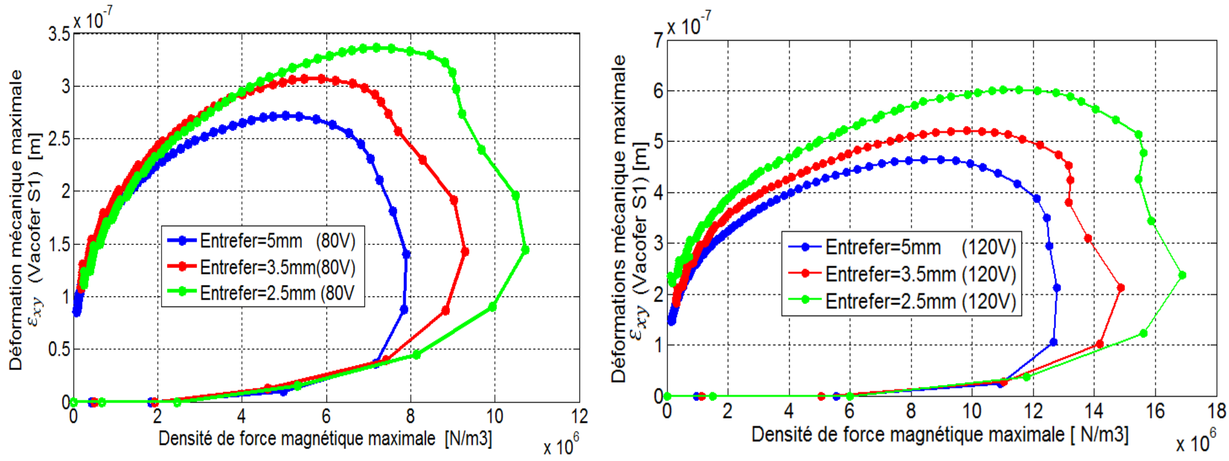
A partir des résultats obtenus, on constate que l'augmentation des déformations est due à la l'augmentation des distributions maximales des densités de force magnétique de Lorentz basées sur la densité de courant induit et l'état magnétique de la plaque. Les valeurs maximales des densités de force magnétique et les composantes des déformations mécaniques maximales pour le matériau Vacofer S1 sont plus importantes par rapport à celles du matériau Fe-Cu alloy. Ceci peut s'expliquer par le fait que les densités de forces magnétiques volumique dépendent directement de la conductivité électrique Equation (IV.16). Les valeurs maximales des déformations mécaniques pour le matériau présentant la conductivité électrique la plus élevée Vacofer sont :$\varepsilon_{xy} = 0.272$ µm, $\varepsilon_{yy} = 0.149$ µm et$\varepsilon_{xx} = -0.04$ µm a l'instant t=0.05s.

IV.7.1.4 Influences des paramètres géométriques et physiques sur les déformations mécaniques de la plaque ferromagnétique

Dans cette partie, l'influence des paramètres géométriques et physiques, tels que l'épaisseur de l'entrefer, la tension d'alimentation et la conductivité électrique, sur la déformation mécanique sont étudiés afin de fournir des informations utiles pour la conception des actionneurs électromagnétiques. L'analyse par élément finis (MEF) du modèle de déformation mécanique a permis d'identifier les zones les plus sensible dans l'actionneur électromagnétique afin de réduire les contraintes et déformations maximales .

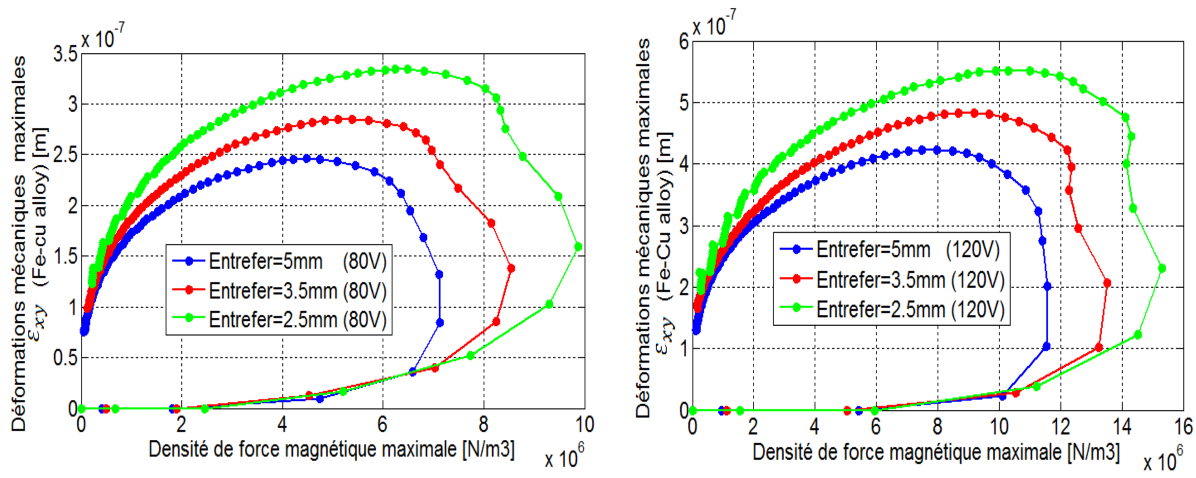
La plaque ferromagnétique de l'actionneur est la partie la plus sensible en cas des déformations où des contraintes mécaniques excessives. La Figure (IV.22) et (IV.23) présentent la variation de la composante de déformation maximale ε_{xy} en fonction de la densité volumique de force magnétique maximal f_{Vy} pour différentes épaisseurs de l'entrefer et tension d'alimentation 80V et 120V des alliages (Vacofer S1) et (Fe-Cu alloy) respectivement.

D'apres la figure (IV.22) et (IV.23), on constate que la réduction de l'entrefer et l'augmentation de la tension d'alimentation engendrent une augmentation de la déformation ce qui permet de dépasser la limite de fatigue de la plaque ferromagnétique. Afin d'obtenir une densité de force et une déformation mécanique très importantes, l'entrefer est choisie le plus petit possible. Par conséquent, la durée de vie de l'actionneur sera diminuée .On remarque que des valeurs précises de l'épaisseur de l'entrefer et de la tension d'alimentation sont nécessaires pour la conception de l'actionneur.



(a) (b)

Figure (IV.22). *Déformation maximale du Vacofer S1 magnétique non-linéaire pour différentes entrefer et tension d'alimentation: tension d'alimentation (a) 80V, et (b) 120V.*



(a) (b)

Figure (IV.23) : *Déformation maximale du Fe-Cu alloy magnétique non-linéaire pour différentes entrefer et tension d'alimentation: tension d'alimentation (a) 80V, et (b) 120V.*

En comparant les résultats de la Figure (IV.22) et (IV.23), on remarque que la valeur maximale de la déformation augmente avec l'augmentation de la conductivité électrique, tandis que la tension d'alimentation augmente. Par conséquent, la conductivité électrique de la plaque ferromagnétique a une grande influence sur le comportement de la déformation en fonction de la distribution de la densité de force magnétique. La distribution irrégulière des densités de force magnétique provient de la direction du champ magnétique ainsi que les propriétés du matériau magnétique non linéaire. Lorsque la densité de courant induit augmente, le matériau magnétique fonctionne dans la région de saturation, dans ce cas la densité de flux magnétique devient très importante et donc des fortes déformations dues à la distribution irrégulière des densités de force magnétiques. La plaque ferromagnétique est non seulement une partie importante du circuit magnétique qui supporte la densité de flux magnétique, mais également une partie importante du milieu dans lequel les courants induits peuvent être induits.

Le tableau (IV.4) présente la comparaison des valeurs de la déformation mécanique ε_{xy} pour deux matériaux magnétiques non linéaires Vacofer S1 et Fe-Cu alloy, différentes valeurs de tension d'alimentation (80V et 120V) et différentes épaisseur de l'entrefer (2.5mm, 3.5mm ; 5mm) :

Epaisseur de l'entrefer	**Tension**	**Déformation ε_{xy} [µm]**	
		VacoferS1	**Fe-Cu alloy**
5 mm	80V	0.272	0.246
	120V	0.465	0.423
3.5 mm	80V	0.307	0.285
	120V	0.521	0.482
2.5 mm	80V	0.363	0.334
	120V	0.602	0.552

Tableau(IV.4) : *Les déformations maximales pour les différents épaisseurs entrefers et tension d'alimentation pour les alliages Vacofer S1 et Fe–Cu alloy* ***[Chentangny 2014]****.*

IV.7.2 Application II : L'analyse précoce des déformations dédiées au contrôle non destructif d'un actionneur électromagnétique

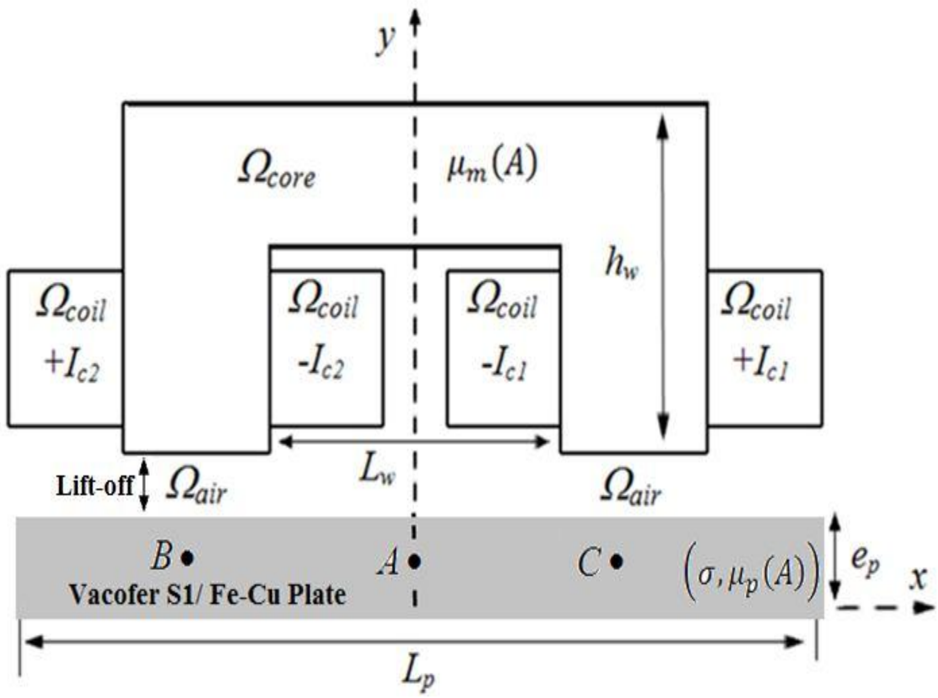
Les matériaux ferromagnétiques dans les dispositifs et les actionneurs électromagnétiques sont soumis à des problèmes indésirables, tels que les vibrations, le bruit acoustique et les défauts géométriques ou les défauts de dégradation des propriétés **[Hilgert 2005] [Belahcen 2006][Lee 2008] [Podhajecki 2008][Pengpeng 2016]**.Particulièrement ces phénomènes sont caractérisés par le couplage entre les équations électromagnétiques et mécaniques.

Dans ce contexte, la simulation numérique multi-physique basée sur la méthode des éléments finis (MEF) est utilisée pour développer des dispositifs innovants modernes et moins chers à utiliser dans l'industrie. La méthode des éléments finis (MEF) est une méthode numérique largement utilisée et bien adaptée au calcul du champ électromagnétique, étude de la distribution des courants de Foucault, la non-linéarité des matériaux et les problèmes mécaniques.

L'objectif de cette partie est étudié la relation entre la distribution de la densité de force magnétique de Lorentz sur la déformation mécanique afin de caractériser les différents défauts géométriques dans les matériaux conducteurs et ferromagnétiques et leurs impacts sur le fonctionnement des actionneurs électromagnétiques.

III.7.2.1 Caractéristiques géométrique et physique de l'actionneur

Les propriétés géométriques et physiques de l'actionneur électromagnétique **[Abba 2020]** Figure (IV.24) sont présentées dans le Tableau (IV.5). Les dimensions des différents défauts géométriques sont expliquées et données dans la Figure (IV.25) et le Tableau (IV.6) respectivement. Il est constitué de deux bobines alimentées par un échelon de tension de 45V.



Figure(IV.24) : *Configuration géométrique de l'actionneur électromagnétique* ***[Abba 2020]***

Paramètres électriques et mécaniques	Valeurs	Paramètres géométrique	Valeurs [mm]
Module de Young (E)	200 kN/mm2	Longueur de la plaque (Lp)	170
Coefficient de Poisson (υ)	0.33(Vacofer S1) 0.24(Fe-Cu alloy)	Epaisseur de la plaque (e)	15
Resistance (Rc)	1Ω	Epaisseur de l'entrefer	1-5
inductance (L_{end})	5mH	hw	37
Conductivité électrique (MS/m)	10.21(Vacofer S1) 9.1 (Fe-Cu alloy)	(Lw)	15

Tableau(IV.5)._Paramètres géométriques et physiques de l'actionneur électromagnétique_ _**[Chentangny 2014].**_

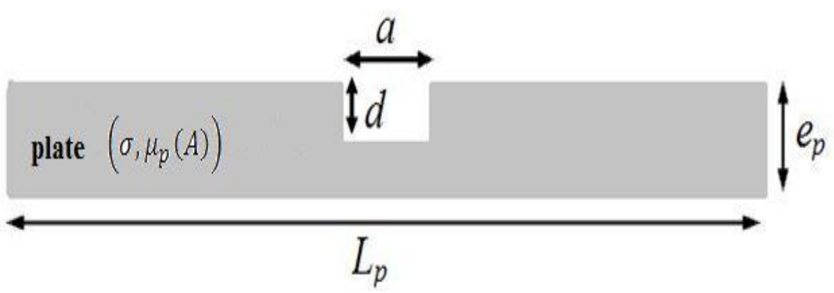


Figure (IV.25) : _Étude de la plaque ferromagnétique en présence du défaut._

Dimensions des défauts	Longueur (a) [mm]	Profondeur (d) [mm]
Défaut 1	6	0.75
Défaut 2	6	1
Défaut 3	10	1
Défaut 4	6	1.25

Tableau(IV.6) : _Dimensions des différents défauts de la plaque ferromagnétique_

IV.7.2.2 Résultats du problème électrique-magnétique dans la plaque ferromagnétique en présence des défauts

La présence des défauts géométriques dans les dispositifs électromagnétiques modifie la répartition de densité de flux magnétique et par conséquent augmente les courants de Foucault qui déclenchent une défaillance précoce et majeure des pièces. Dans cette partie, l'évaluation non destructive de l'actionneur électromagnétique Figure (IV.21) est étudiée à travers la représentation de la déformation maximale en fonction de la densité de force magnétique maximale permettant l'analyse de la déformation mécanique pour différentes épaisseurs d'entrefers à l'état sain et en présence des défauts de différentes dimensions géométriques.

L'évolution temporelle des courants calculés dans les bobines est présentée par la Figure(IV.26). Cette figure montre que les courants dans les bobines expriment les phénomènes classiques du circuit inductif associé au noyau ferromagnétique. La valeur en régime permanent du courant correspondant à la valeur maximale d'environ 40A pour un échelon de tension de 45V et un lift-off de 5mm.

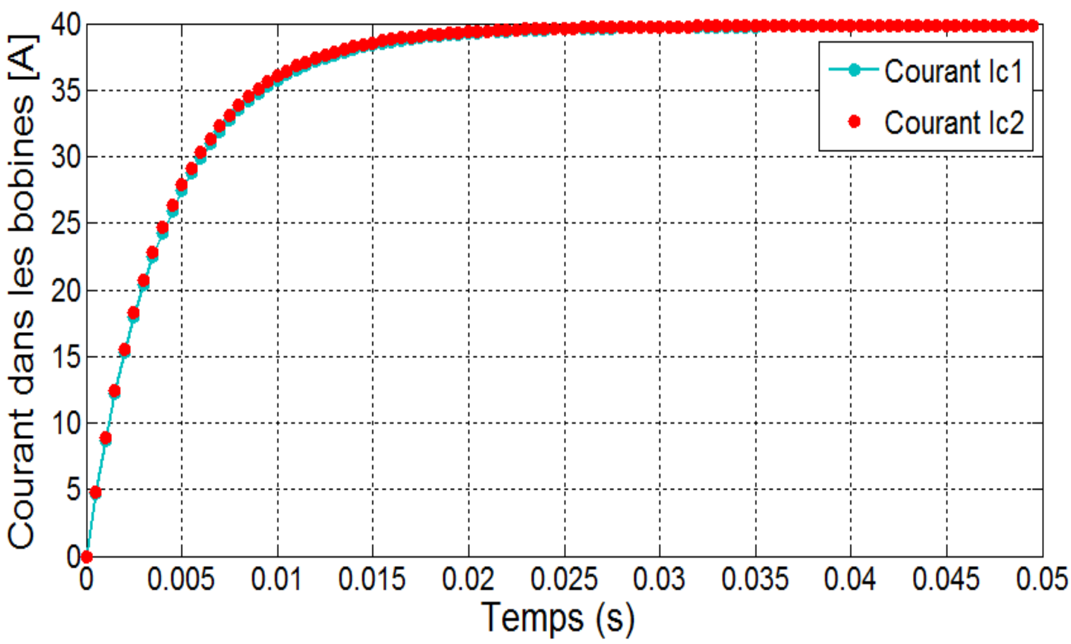
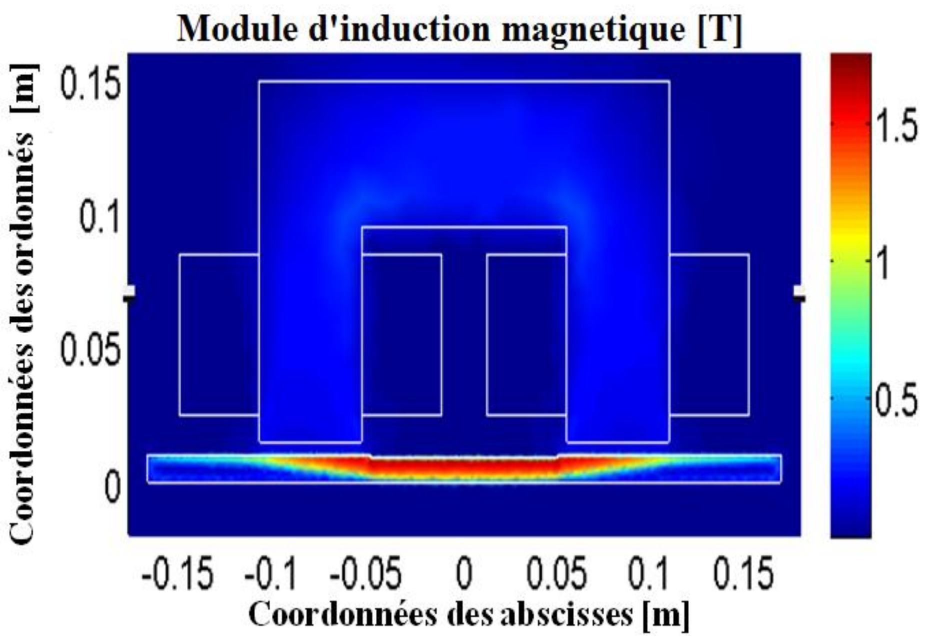
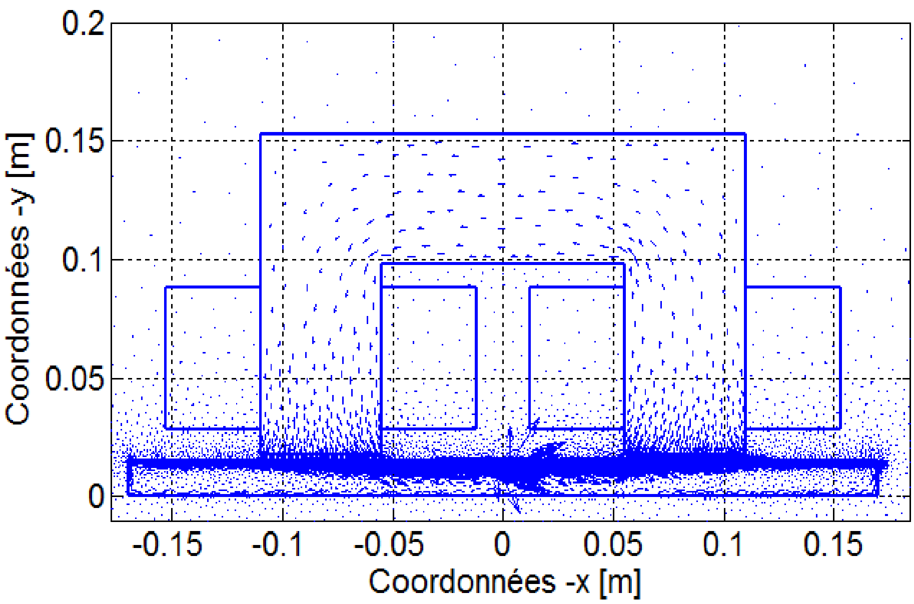


Figure (IV.26): *L'évolution temporelle des courants non linéaire dans les bobines.*

La distribution du module ainsi que la représentation du vecteur de l'induction magnétique calculé en présence du défaut sont présentés sur la Figure(IV.27). Le flux magnétique est important dans zone entourant le défaut. Cela impliquerait une grande force magnétique dans la zone du défaut. La valeur maximale de la densité de flux magnétique dans la plaque est 1,6 T. Cette valeur correspond à la région non linéaire de la courbe (B–H) associée au matériau VacoferS1.



(a)

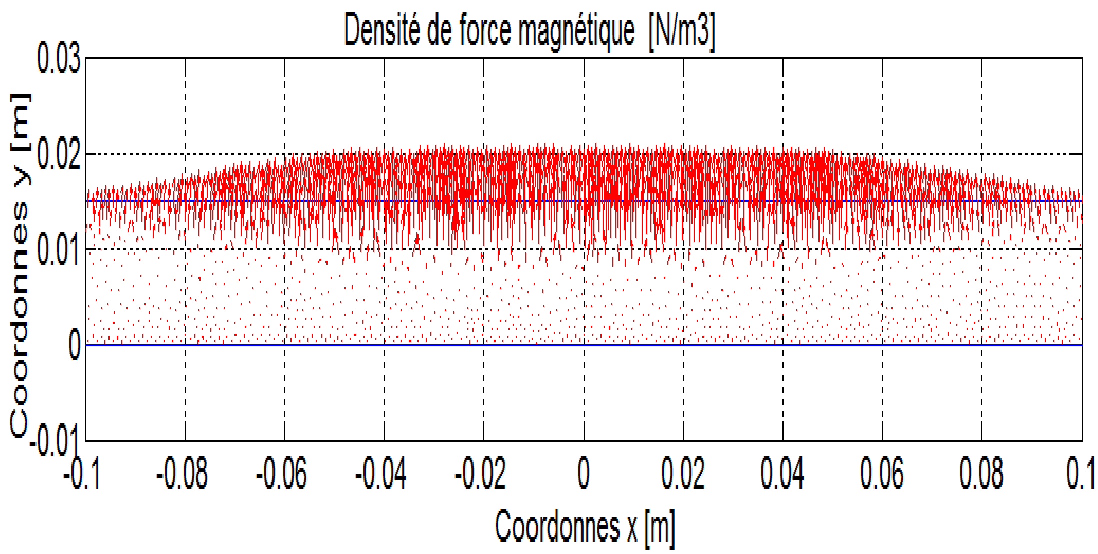


(b)

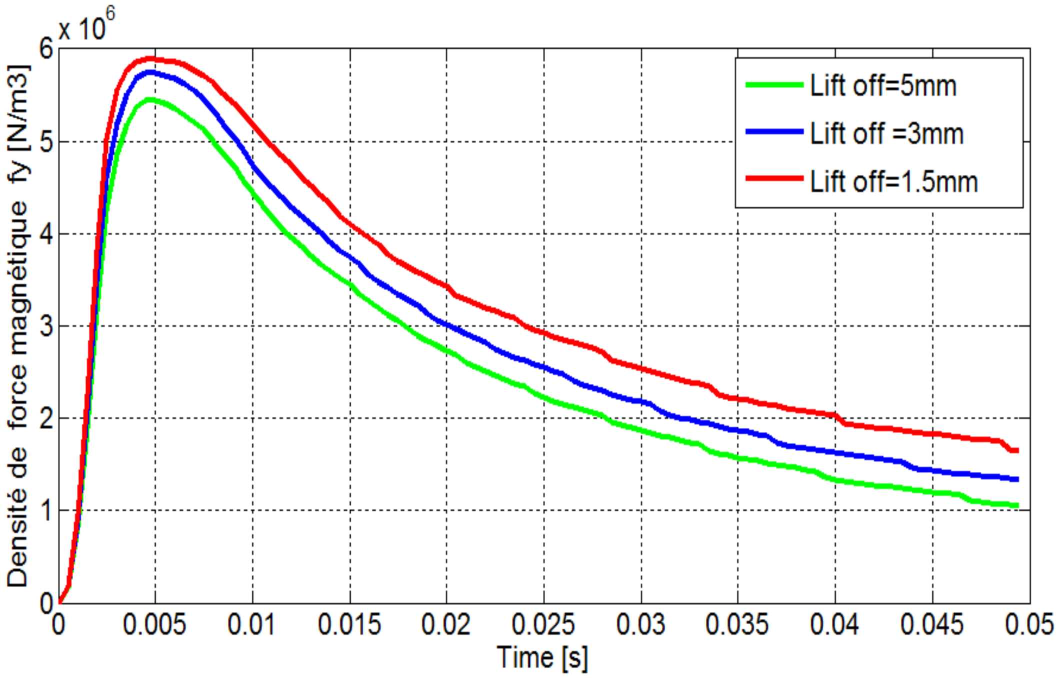
Figure(IV.27) : *Distribution du module et vecteur de l'induction magnétique en présence du défaut.*

La Figure (IV.28) et (IV.29) présentent la distribution du vecteur de densité de force magnétique ainsi que les variations de densité de force magnétique f_{Vy} en fonction du temps à l'état sain de la plaque ferromagnétique pour différents lift-offs respectivement. On remarque que les densités de forces magnétiques non linéaires f_{Vy} augmentent avec la diminution d'épaisseur du lift-off, à chaque fois les bobines s'approchent de la plaque ferromagnétique le champ pénètre plus dans celle-ci et des courants induits plus importants sont induits dans la plaque. Cette augmentation est beaucoup plus significatif pour lift off=1.5mm.

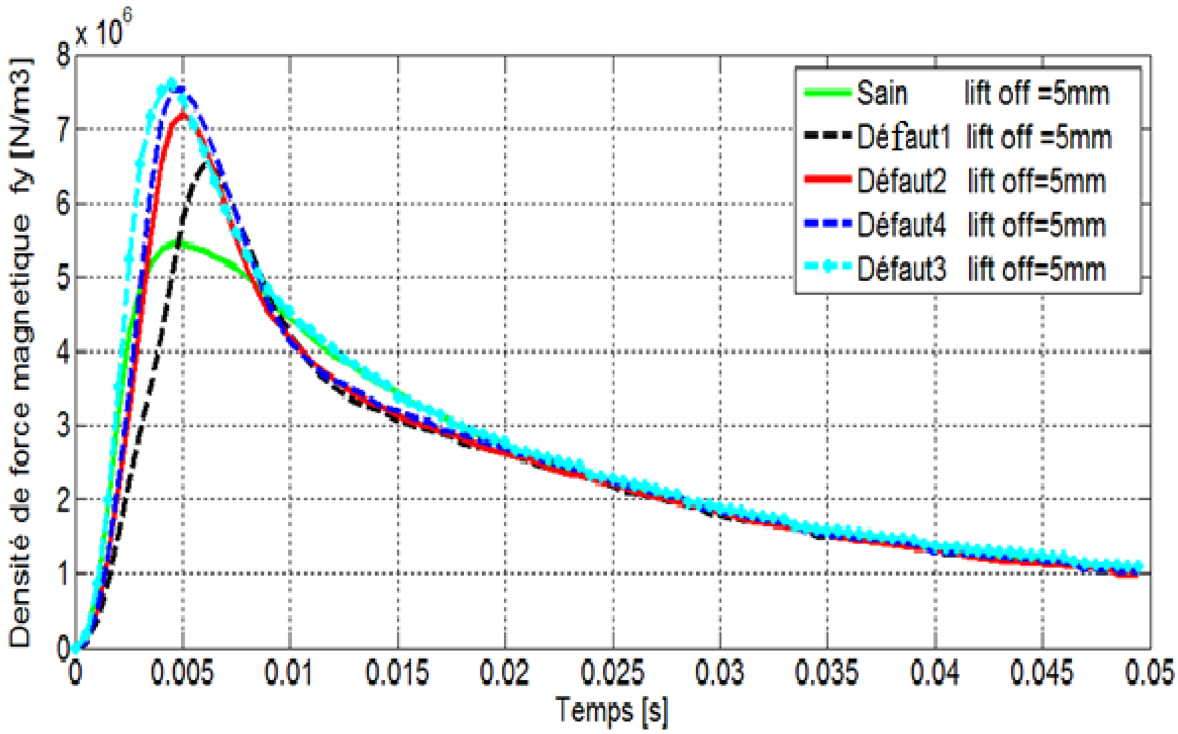
La Figure (IV.29) présente la variation temporelle de la densité volumique de force magnétique f_{Vy} a l'état sain et en présence des défauts dans la plaque ferromagnétique, a épaisseur d'entrefer fixe (lift-off=5mm). D'après les résultats de cette figure, on constate que la présence des défauts dans la plaque ferromagnétique influence largement sur l'amplitude de la densité volumique de force magnétique f_{Vy} , à épaisseur d'entrefer fixe. La forme de défaut entraîne une augmentation de la densité de force magnétique dans la région entourant le défaut. On note une différence entre les densités de forces magnétiques f_{Vy} pour les différents défauts, l'augmentation est beaucoup plus significative pour le cas de défaut 3.



Figure(IV.28) : *Distribution du vecteur de densité de force magnétique a l'état sain de la plaque ferromagnétique pour un lift-off= 5mm.*



Figure(IV.29) : *Densité volumique de force magnétique en fonction du temps pour différents lift off a l'état sain.*



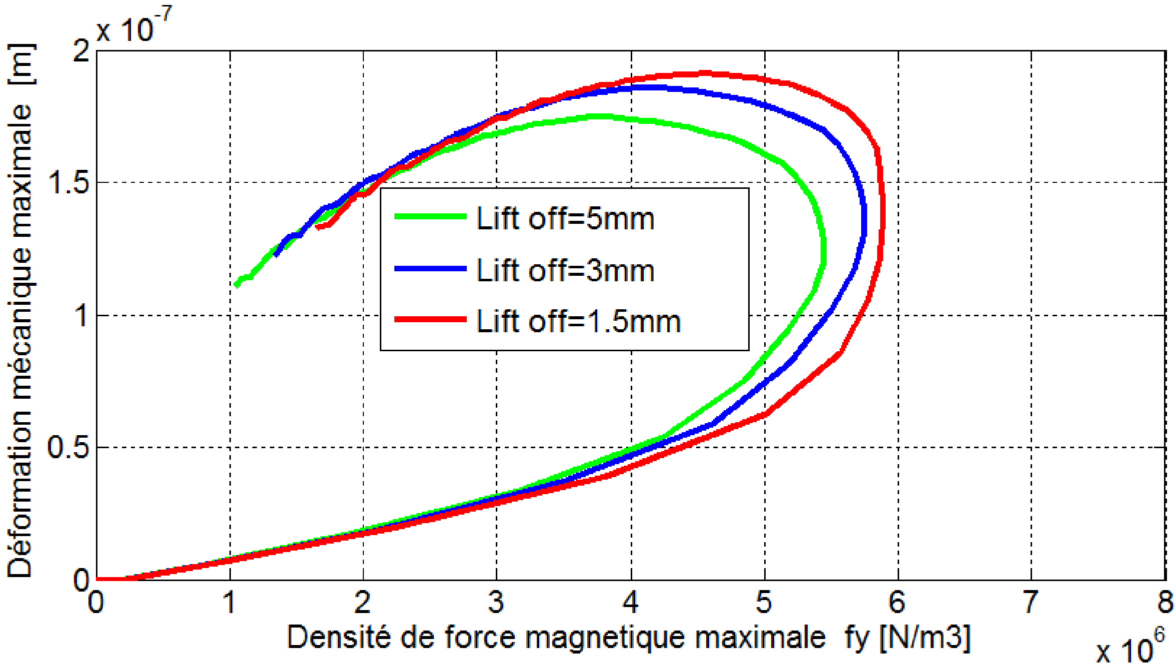
Figure(IV.30) : *Densité volumique de force magnétique en fonction du temps sans et avec présence de défaut pour un lift off de 5mm.*

IV.7.2.3 Résultats du problème mécanique sans et avec présence de défauts

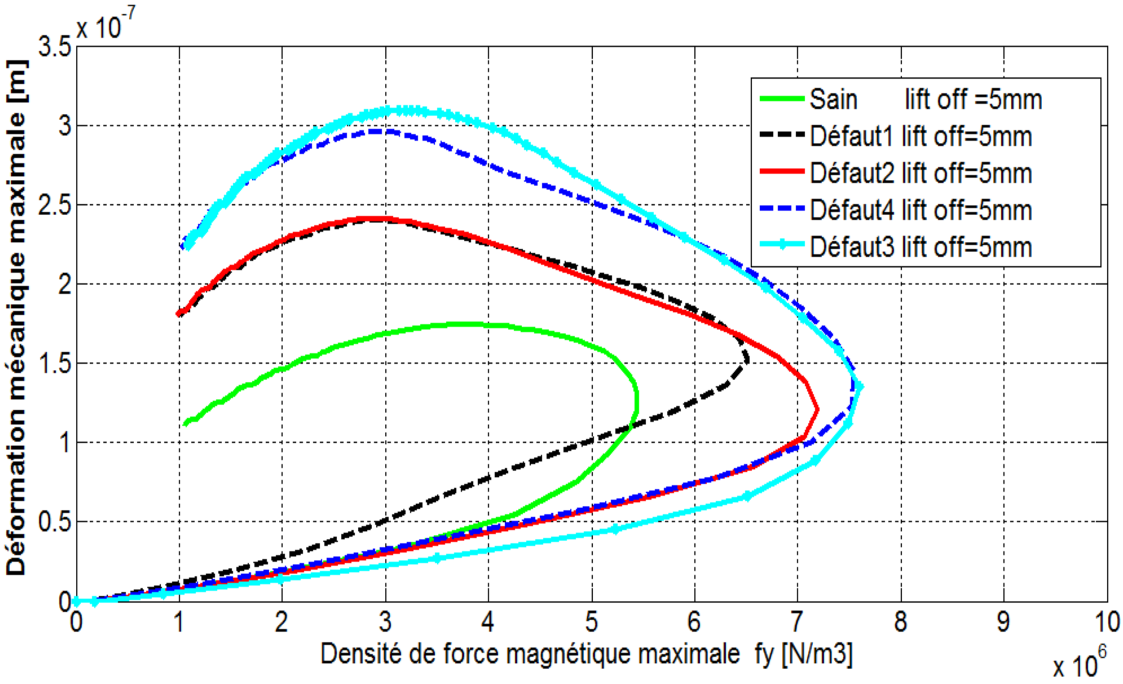
L'analyse par éléments finis (MEF) du modèle de déformation mécanique a permis de calculer les déformations maximales dans la plaque ferromagnétique à l'état sain et en présence du défaut .

Les Figures (IV.31), (IV.32) présentent la déformation mécanique maximale ε_{xy} en fonction de la densité volumique de force d'origine magnétique maximale f_{Vy} pour différents défauts géométriques et différents lift offs. D'après ces figures, il est notable que l'épaisseur de l'entrefer (lift-off) a peu d'influence sur l'amplitude des déformations mécaniques (Figure (IV.31)). Par contre, la présence du défaut agit d'une manière notable, à épaisseur d'entrefer fixée (lift-off=5mm), sur l'amplitude des déformations mécaniques (Figure(IV.32)).

Bien que, l'effet de l'épaisseur du lift-off ainsi que la présence du défaut agissent de manière sensible sur le niveau des efforts d'origine magnétique et sur les déformations mécaniques de la structure, ce qui permet de dépasser la limite de fatigue de la plaque ferromagnétique. Lorsque la conductivité électrique des matériaux et des propriétés magnétiques non linéaires sont élevées, la plaque ferromagnétique en présence du défaut est très affectée. Les valeurs des déformations mécaniques calculées correspondent à des déformations élastiques.



Figure(IV.31) : *Déformation mécanique maximale en fonction de la densité volumique de force magnétique maximale pour différentes lift-offs a l'état sain.*



Figure(IV.32) : *Déformation mécanique maximale en fonction de la densité volumique de force magnétique maximale sans et avec présence de défaut pour un lift off de 5mm.*

Le Tableau (IV.7) résume les valeurs maximales de la densité de densité de force magnétique non linéaire et de la déformation mécanique pour les différents lift-offs à l'état sain et en présence du défaut pour le cas du matériau magnétique non linéaire Vacofer S1.

Lift offs [mm]		Densité de force magnétique f_{Vy} [MN/m^3]	Déformation $\varepsilon_{xy}[\mu m]$
1.5mm (Sain)		5.8927	0.1907
3mm(Sain)		5.7462	0.1857
5mm	Sain	5.4465	0.1744
	Défaut 1	6.5154	0.2398
	Défaut 2	7.1957	0.2408
	Défaut 3	7.5970	0.3088
	Défaut 4	7.5488	0.2956

Tableau(IV.7). *Valeurs maximales de la densité de force magnétique et de la déformation mécanique en fonction de différents lift-offs à l'état sain et en présence du défaut.*

IV.8 Conclusion

Ce chapitre a proposé une méthodologie de modélisation multi-physique pour l'analyse du comportement des actionneurs électromagnétiques. Nous avons traité le couplage électrique-magnétique par éléments finis (MEF) en régime transitoire et le phénomène de déformation mécanique en utilisant des matériaux ferromagnétiques non linéaires (Vacofer S1/ Fe-Cu alloy). Le calcul des composants des densités de force magnétique a été fait en utilisant la force magnétique de Lorentz (FLZ) en régime transitoire. Ces densités de forces d'origine magnétiques sont des sources pour le modèle de déformation mécanique.

Une analyse précise sous différentes sources de tension, différentes épaisseurs d'entrefer, différentes propriétés de conductivité électrique (Vacofer S1 / Fe-Cu alloy) et différents défauts géométriques a révélé une influence notable sur l'amplitude des densités de forces magnétiques f_V ainsi que l'amplitude des déformations mécaniques $\{\varepsilon\}$.

Les résultats l'actionneur obtenus à partir des modèles couplés électriques-magnétique par éléments finis et de la déformation structurelle mécanique étaient en bon accord qualitatif avec les modèles trouvés dans la littérature scientifique. Les résultats de déformation mécanique peuvent contribuer à la conception de l'actionneur. La méthodologie semble être suffisamment robuste, fiable et applicable à un large éventail d'appareils.

Conclusion générale

La première application de ce travail, est dédiée à la modélisation (2D) du couplage électrique-magnétique et mécanique du mouvement d'un moteur à induction à cage d'écureuil. L'implémentation numérique est basée sur la méthode des éléments finis .Un processus itératif avec facteur de relaxation en pas à pas dans le temps est établi en incluant l'algorithme de Newton-Raphson pour la prise en compte la non-linéarité du circuit magnétique. La prise en compte du mouvement dans cette approche a été réalisée à l'aide de la méthode d'interpolation nodale basée sur le couplage des champs du stator et du rotor à travers les nœuds d'interfaces de leurs maillages respectifs situé dans l'entrefer. Le modèle d'équations mécaniques ainsi que les expressions de la force/couple électromagnétique sont détaillés. Enfin nous avons procédé à la validation expérimentale du modèle de la machine asynchrone mise en oeuvre sous environnement MATLAB. Une compagne de résultats expérimentaux sont obtenus pour la machine asynchrone, dont les résultats à rotor bloqué sont comparés a ceux calculés montrant une très bonne concordance.

La deuxième application impliquant les actionneurs électromagnétiques, concerne l'étude du couplage électrique-magnétique en régime transitroire et tenant compte des non-linéarités magnétiques auquel est associé sequentielement le modèle mécanique de déformation statique électromagnetiques basée sur en utilisant la méthode des éléments finis 2D (MEF). La finalité étant de calculer les deformations mécaniques dues aux variations temporelles des densités de forces magnétiques. et d'étudier l'influence des éventuels défauts dans les pièces magnétiques en. L'exploitation de la déformation mécanique maximale en fonction de la densité de force magnétique a chaque instant de calcul se présente comme une impedance mécanique de déformation–dont le profil permet le controle non-destructif par l'étude de la présence d'éventuels défauts dans les pièces magnétiques. L'étude montre une forte influence de l'amplitude croissante de la tension d'alimentation, d'une réduction du lift-off, et de la conductivité électrique sur l'augmentation des déformations mécaniques. Le modèle développé apporte une contribution significative en ouvrant des perspectives d'investigations dans le domaine du contrôle . Le modèle de couplage mis en oeuvre sous environnement MATLAB a permis d'obtenir des résultats qui reproduisent qualitativement ceux fournis dans la littérature . La méthodologie semble être suffisamment robuste, fiable pour être applicable à un large éventail de dispositifs électromagnétiques.

Parmi les perspectives et développement réalisables, nous envisagerons :

- Les modèles développés sont à améliorer pour être finalisé,
- L'application d'une méthode d'optimisation intégrant les critères vibratoires.

Annexes

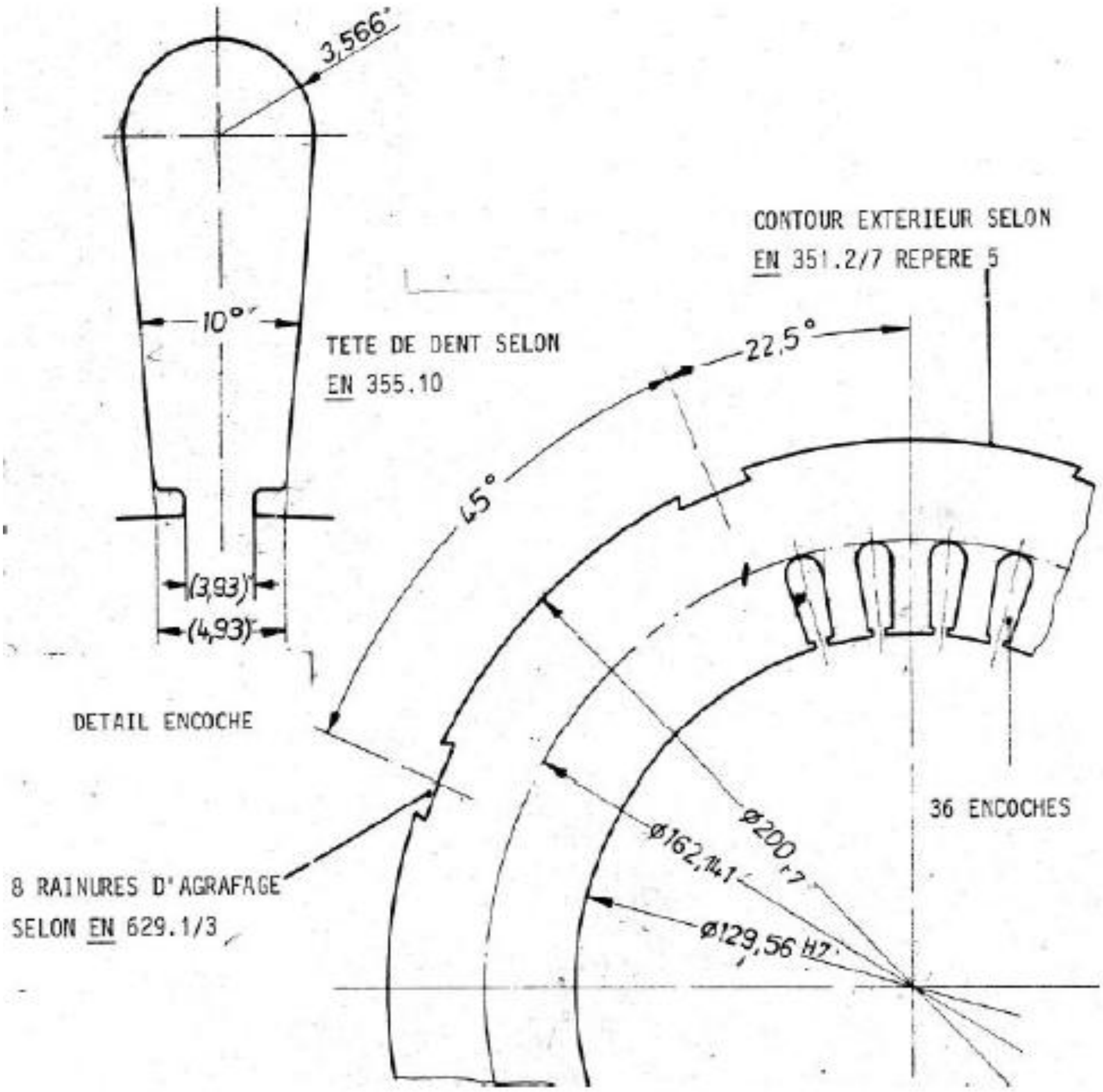
Annexe A : conception des machines asynchrones.

Annexe B. Couplage des équations électromagnétique- circuit dans la machine asynchrone**.**

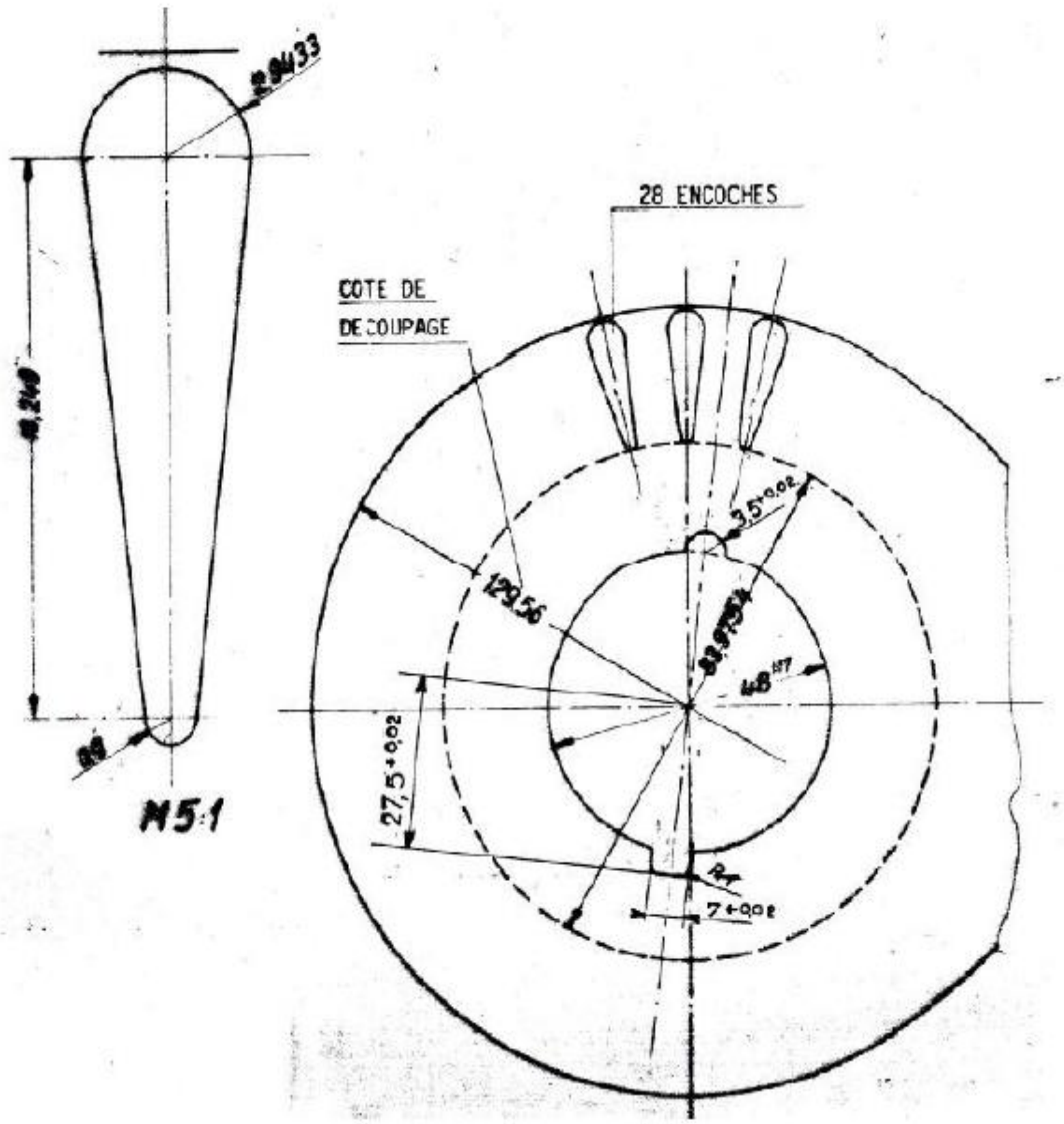
Annexe C. Modèle d’Arkkio et modèles dérivées.

Annexe D. Traitement du non linéarité

A : conception des machines asynchrones.



Figure(A.1) : *La forme géométrique de la feuille statorique [Electro-Industrie]*



Figure(A.2) : *La forme géométrique de la feuille rotorique [Electro-Industrie].*

B. Modélisation couplée magnéto-électrique dans la machine asynchrone par éléments finis

B.1 Discrétisation spatiale par éléments finis du modèle couplée magnéto-électrique

La méthode des résidus pondérés démarre en assumant que l'existence d'une solution approchée A_z. Cette solution vérifiée l'équation aux dérivées partielles moyenne en certain erreur ou résidu donnée comme suit :

$$\Re = \left[\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{1}{\mu}\frac{\partial A_z}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{1}{\mu}\frac{\partial A_z}{\partial y} \right) - N_s l \frac{N_{cond}^{enc}}{\alpha S_{enc}} I_s + \sigma \frac{\partial A_z}{\partial t} - \sigma \frac{U_r}{l} \right] dxdy = 0 \tag{B.1}$$

Pour minimiser le plus possible le résidu on multiplie par une fonction de pondération $W(x,y)$ de sorte que l'intégrale sur le domaine de résolution soit nulle. Comme le domaine de résolution est discrétisé en éléments finis, le résidu doit êtres finalement annulé sur chacun des éléments finis, ce qui revient à écrire :

$$\iint_{\Omega} (W.\Re) dxdy = \sum_{e=1}^{M} \iint_{\Omega^e} \left[W^e \right] \left[\Re^e \right] dxdy = 0 \tag{B.2}$$

$$\iint_{\Omega} (W.\Re) dxdy = \iint_{\Omega} [W] \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{1}{\mu}\frac{\partial A_z}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{1}{\mu}\frac{\partial A_z}{\partial y} \right) - N_s .l. \frac{N_{cond}^{enc}}{\alpha S_{enc}} I_s + \\ \sigma \frac{\partial A_z}{\partial t} - \sigma \frac{U_r}{l} \end{bmatrix} dxdy = 0 \tag{B.3}$$

L'application du théorème Green, nous permet d'écrire :

$$\begin{aligned} \iint_{\Omega} [W] \left[\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{1}{\mu}\frac{\partial A_z}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{1}{\mu}\frac{\partial A_z}{\partial y} \right) \right] dxdy = \oint_{\Gamma} \frac{1}{\mu} [W] \left(\frac{\partial A_z}{\partial n} \right) d\Gamma - \\ \iint_{\Omega} \frac{1}{\mu} \left(\frac{\partial [W]}{\partial x}\frac{\partial A_z}{\partial x} + \frac{\partial [W]}{\partial y}\frac{\partial A_z}{\partial y} \right) dxdy \end{aligned} \tag{B.4}$$

On obtient ainsi la forme intégrale complète comme suite ;

$$\begin{aligned} &\iint_{\Omega} \frac{1}{\mu} \left(\frac{\partial [W]}{\partial x}\frac{\partial A_z}{\partial x} + \frac{\partial [W]}{\partial y}\frac{\partial A_z}{\partial y} \right) dxdy - \oint_{\Gamma} \frac{1}{\mu} [W] \left(\frac{\partial A_z}{\partial n} \right) d\Gamma - \iint_{\Omega} [W] \left(Ns.l. \frac{N_{cond}^{enc}}{\alpha S_{enc}} \right) I_s dxdy \\ &+ \iint_{\Omega} [W] \sigma \frac{\partial A_z}{\partial t} dxdy - \iint_{\Omega} [W] \sigma \frac{U_r}{l} dxdy \end{aligned} \tag{B.4}$$

Pour le cas d'un maillage constitué d'éléments finis triangulaires du premier ordre, la fonction d'approximation de l'inconnue sur chaque élément vaut :

$$A_z(x,y,t) = \sum_{j=1}^{N_{nodes}} N_j(x,y) \cdot A_{z_j}(x,y,t) \tag{B.5}$$

Avec N_j la fonction d'approximation sur chaque élément du maillage. La méthode de Galerkine consiste à poser la fonction de pondération $W(x,y)$ égale à la fonction d'approximation $N(x,y)$ sur chaque élément du maillage :

$$\left[W^e\right] = \left[N_i^e\right]^{tr} = \begin{bmatrix} N_1 \\ N_2 \\ N_3 \end{bmatrix}^{tr} \tag{B.6}$$

En concéderons des conditions aux limites type Dirichlet ou Newman homogène, le terme sur la frontière s'annule :

$$\oint_\Gamma \frac{1}{\mu}[W]\left(\frac{\partial A_z}{\partial n}\right) d\Gamma = 0 \tag{B.7}$$

Ainsi la forme intégrale sur le domaine complet c'est la somme des formes intégrales sur chaque élément finis :

$$\begin{aligned} &\sum_{e=1}^{N^{\Omega^e}_{elements}} \iint_{\Omega^e} \frac{1}{\mu^e}\left(\frac{\partial N_i}{\partial x}\frac{\partial N_j}{\partial y}\right)\{A_{zj}\}dxdy - \sum_{e=1}^{N^{\Omega^e}_{elements}} \iint_{\Omega^e} N_i\left(N_s.l.\frac{N^{enc}_{cond}}{\alpha S_{enc}}\right)\{I_s\}dxdy + \\ &\sum_{e=1}^{N^{\Omega^e}_{elements}} \iint_{\Omega^e} N_i.N_j.\sigma\left\{\frac{\partial A_{zj}}{\partial t}\right\}dxdy - \sum_{e=1}^{N^{\Omega^e}_{élements}} \iint_{\Omega^e} N_i\,\frac{\sigma}{l}\{U^r\}dxdy = 0 \end{aligned} \tag{B.8}$$

L'assemblage des matrices élémentaire conduit au système algébrique suivant :

$$[K]\{A_z\} - [D_s]\{I_s\} + [M_r]\left\{\frac{\partial A_z}{\partial t}\right\} - [D_r]\{U_r\} = 0 \tag{B.9}$$

Pour les différentes parties des deux domaines stator et rotor de la machine Asynchrone l'équation du champ s'écrit :

$$[K_s]\{A_z^s\} - N_s.l.[D_s]\{I_s\} = 0 \tag{B.10}$$

$$[K_r]\{A_z^r\} + [M_r]\left\{\frac{\partial A_z^r}{\partial t}\right\} - [D_r]\{U_r\} = 0 \tag{B.11}$$

B.2 Discrétisation temporelle des équations couplée magnétique-électrique

L'équation (B.10) sera multiplier a l'instant $(t+\Delta t)$ par β et par $(1-\beta)$ a l'instant t, et on obtient les équations (B.12) (B.13):

$$\beta[K_s]\{A_z^s\}-N_s.l\beta.[D_s]\{I_s\}=0 \qquad \text{(B.12)}$$

$$(1-\beta)[K_s]\{A_z^s\}-N_s.l(1-\beta).[D_s]\{I_s\}=0 \qquad \text{(B.13)}$$

En regroupant les équations (B.12) et (B.13) on obtient L'équation (B.17) qui représente la discrétisation temporelle de la formulation de Galerkine de l'équation de champ au stator :

$$\beta[K_s]\{A^s\}_{t+\Delta t}-\beta[D_s]\{I_s\}_{t+\Delta t}=-(1-\beta)[K_s]\{A^s\}_t+(1-\beta)[D_s]\{I_s\}_t \qquad \text{(B.14)}$$

En multipliant l'équation du champ au rotor (B.11) a l'instant $(t+\Delta t)$ par β et par $(1-\beta)$ a l'instant, on obtient l'équation:

$$\left(\beta[K_r]+\frac{[M_r]}{\Delta t}\right)\{A^r\}_{t+\Delta t}-\beta[D_r]\{U_r\}_{t+\Delta t}=-\left[(1-\beta)[K_r]-\frac{[M_r]}{\Delta t}\right]\{A^r\}_t+(1-\beta)[D_r]\{U_r\}_t \qquad (B.15)$$

Dans cette section, la discrétisation temporelle des équations de circuit électrique sera présentée. En multipliant l'équation électrique au stator a l'instant $(t+\Delta t)$ par β et par $(1-\beta)$ a l'instant, on obtient l'équation: L'addition des deux équations (B.19) et (B.20) on obtient l'équation résultante suivante :

$$\begin{cases}\beta\{V^s\}_{t+\Delta t}=\beta[R_s]\{I_s\}_{t+\Delta t}+\beta[L_s]\left\{\dfrac{\partial I_s}{\partial t}\right\}_{t+\Delta t}+\beta N_s l_z[D_s]^{tr}\left\{\dfrac{\partial A_z^s}{\partial t}\right\} & (B.16)\\ (1-\beta)\{V^s\}_t=(1-\beta)[R_s]\{I_s\}_t+(1-\beta)[L_s]\left\{\dfrac{\partial I_s}{\partial t}\right\}_t+(1-\beta)N_s l_z[D_s]^{tr}\left\{\dfrac{\partial A_z^s}{\partial t}\right\} & (B.17)\end{cases}$$

$$\begin{aligned}&[\mathrm{D_s}]^{tr}\{A^s\}_{t+\Delta t}+\frac{\Delta t}{N_s.l_z}\left(\beta[R_s]+\frac{[L_s]}{\Delta t}\right)\{I_s\}_{t+\Delta t}=[D_s]^{tr}\{A^s\}_t\\&-\frac{\Delta t}{N_s l_z}\left[(1-\beta)[R_s]-\frac{[L_s]}{\Delta t}\right]\{I_s\}_t+\frac{\Delta t}{N_s l_z}\left(\beta\{V^s\}_{t+\Delta t}+(1-\beta)\{V^s\}_t\right)\end{aligned} \qquad \text{(B.18)}$$

Application méthode des éléments finis et en multipliant l'équation électrique du rotor (IV.28) du circuit électrique au a l'instant $(t+\Delta t)$ par β et par $(1-\beta)$ a l'instant, on obtient l'équation:

$$\begin{cases} \beta\{U^r\}_{t+\Delta t} = \beta[R_r]\{I_r\}_{t+\Delta t} + \beta l_r[R_r][D_r]\left\{\dfrac{\partial A_z^r}{\partial t}\right\}_{t+\Delta t} & (B.19) \\ (1-\beta)\{U^r\}_t = (1-\beta)[R_r]\{I_r\}_t + (1-\beta)l_r[R_r][D_r]\left\{\dfrac{\partial A_z^r}{\partial t}\right\}_t & (B.20) \end{cases}$$

L'addition des deux équations (B.19) et (B.20) on obtient l'équation résultante suivante :

$$[\mathrm{D_r}]\{A_z^r\}_{t+\Delta t} + \beta\frac{\Delta t}{l_r}\{I_r\}_{t+\Delta t} - \beta\frac{\Delta t}{l_r R_r}\{U_r\}_{t+\Delta t} = [D_r]\{A_z^r\}_t - (1-\beta)\frac{\Delta t}{l_r}\{I_r\}_t + (1-\beta)\frac{\Delta t}{l_r R_r}\{U_r\}_t \qquad (B.21)$$

Après la discrétisation de l'équation (IV.29), on obtient l'équation $\{I_r\}_{t+\Delta t}$ suivante :

$$\begin{aligned} \{I_r\}_{t+\Delta t} = &-\left[\left(2\left(\beta[R_{sc}]+\frac{[L_{sc}]}{\Delta t}\right)+\left(\beta[R_{be}]+\frac{[L_{be}]}{\Delta t}\right)[M][M]^{tr}\right)^{-1}\left(2\left((1-\beta)[R_{sc}]-\frac{[L_{sc}]}{\Delta t}\right)\right) + \left((1-\beta)[R_{be}]-\frac{[L_{be}]}{\Delta t}\right)[M][M]^{tr}\right]\{I_r\}_t \\ &-\left[\left(2\left(\beta[R_{sc}]+\frac{[L_{sc}]}{\Delta t}\right)+\left(\beta[R_{be}]+\frac{[L_{be}]}{\Delta t}\right)[M][M]^{tr}\right)^{-1}\beta[M][M]^{tr}\right]\{U^r\}_{t+\Delta t} - \\ &-\left[\left(2\left(\beta[R_{sc}]+\frac{[L_{sc}]}{\Delta t}\right)+\left(\beta[R_{be}]+\frac{[L_{be}]}{\Delta t}\right)[M][M]^{tr}\right)^{-1}(1-\beta)[M][M]^{tr}\right]\{U^r\}_t \end{aligned} \qquad (B.22)$$

Avec :

$$\mathrm{f_0} = 2\left(\beta[R_{sc}]+\frac{[L_{sc}]}{\Delta t}\right)+\left(\beta[R_{be}]+\frac{[L_{be}]}{\Delta t}\right)[M][M]^{tr}$$

$$\mathrm{f_1} = 2\left((1-\beta)[R_{sc}]-\frac{[L_{sc}]}{\Delta t}\right)+\left((1-\beta)[R_{be}]-\frac{[L_{be}]}{\Delta t}\right)[M][M]^{tr}$$

$$M=\begin{bmatrix}1&0&.&.&.\\0&1&.&.&.\\.&.&.&.&.\\.&.&.&.&0\\.&.&.&0&1\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}0&0&.&.&.\\-1&0&.&.&.\\.&-1&.&.&.\\.&.&.&.&0\\.&.&.&-1&0\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}0&0&.&.&-h\\0&0&.&.&.\\.&.&.&.&.\\.&.&.&.&0\\.&.&.&0&0\end{bmatrix}$$

$$\{I_r\}=\left(I_r^1\quad I_r^2\quad I_r^3\quad\ldots\quad I_r^k\quad\ldots\quad I_r^N\right)^{tr}$$

En remplacent l'équation (B.22) dans (B.21) :

$$\begin{aligned}&[D_r]\{A^r\}_{t+\Delta t}-\beta\frac{\Delta t}{l_rR_r}\left(1+\beta[R_r]f_0^{-1}[M][M]^{tr}\right)\{U^r\}_{t+\Delta t}=\\&[D_r]\{A^r\}_t+(1-\beta)\frac{\Delta t}{l_rR_r}\left(1+\beta[R_r]f_0^{-1}[M][M]^{tr}\right)\{U_r\}_t+\frac{\Delta t}{l_r}\left(\beta f_0^{-1}f_1-(1-\beta)\right)\{I_r\}_t\end{aligned}\tag{B.23}$$

Apres la discrétisation en résume les équations du couplage magnéto-électrique (B.14) (B.15) (B.18) et (B.23) sont :

$$\beta[K_s]\{A^s\}_{t+\Delta t}-\beta[D_s]\{I_s\}_{t+\Delta t}=-(1-\beta)[K_s]\{A^s\}_t+(1-\beta)[D_s]\{I_s\}_t$$

$$\left(\beta[K_r]+\frac{[M_r]}{\Delta t}\right)\{A^r\}_{t+\Delta t}-\beta[D_r]\{U_r\}_{t+\Delta t}=-\left[(1-\beta)[K_r]-\frac{[M_r]}{\Delta t}\right]\{A^r\}_t+(1-\beta)[D_r]\{U_r\}_t$$

$$\begin{aligned}&[\mathrm{D_s}]^{tr}\{A^s\}_{t+\Delta t}+\frac{\Delta t}{N_s.l_z}\left(\beta[R_s]+\frac{[L_s]}{\Delta t}\right)\{I_s\}_{t+\Delta t}=[D_s]^{tr}\{A^s\}_t\\&-\frac{\Delta t}{N_sl_z}\left[(1-\beta)[R_s]-\frac{[L_s]}{\Delta t}\right]\{I_s\}_t+\frac{\Delta t}{N_sl_z}\left(\beta\{V^s\}_{t+\Delta t}+(1-\beta)\{V^s\}_t\right)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}&[D_r]\{A^r\}_{t+\Delta t}-\beta\frac{\Delta t}{l_rR_r}\left(1+\beta[R_r]f_0^{-1}[M][M]^{tr}\right)\{U^r\}_{t+\Delta t}=\\&[D_r]\{A^r\}_t+(1-\beta)\frac{\Delta t}{l_rR_r}\left(1+\beta[R_r]f_0^{-1}[M][M]^{tr}\right)\{U_r\}_t+\frac{\Delta t}{l_r}\left(\beta f_0^{-1}f_1-(1-\beta)\right)\{I_r\}_t\end{aligned}$$

C. Modèle d'Arkkio et modèle dérivée

Le modèle développé au cours de nos travaux repose principalement sur la méthodologie d'Arkkio dont le modèle est très complet et tenant compte d'aspects aussi bien physique que technique de fond. Il existe d'autre modèle qui reposent sur quelques simplifications d'ordre paramétrique. Parmi ces modèles, nous retrouvons les travaux d'Y.Ouazir **[Ouazir 2006]** et B.Benali **[Benali 1997]** que nous pouvons reporter comme suit :

C.1 Modèle d'Y.Ouazir [Ouazir 2006]

La cage du rotor est constitué de barres massives conductrices court-circuités a leurs extrémités par des annaux. $[R_r]$ est la résistance d'une barre et $[R_{sc}]$ et $[L_{sc}]$ respectivement la résistance et l'inductance de fuite d'un annaux de court-circuit. Le passage du modèle d'Arkkio à celui de Y.Ouazir consiste a poser :

$$[R_{be}] = 0, [L_{be}] = 0, [L_b] = 0$$

Les modifications dont le modèle couplée magnéto-électrique en régime transitoire non linéaire sont données comme suite :

$$[\mathrm{Z_s}] = \frac{\Delta t}{N_s . l_z}\left(\beta[R_s] + \frac{[L_s]}{\Delta t}\right)$$

$$[G_s] = -\frac{\Delta t}{N_s l_s}\left((1-\beta)[R_s] - \frac{[L_s]}{\Delta t}\right)$$

$$[\mathrm{C_s}] = \frac{\Delta t}{N_s . l_z}[I_d]$$

$$[z_r] = \beta\Delta t\left(1 + \beta R_r\left(2\left(\beta[R_{sc}] + \frac{[L_{sc}]}{\Delta t}\right)\right)^{-1} MM^{tr}\right)$$

$$[G_r] = (1-\beta)\frac{\Delta t}{l_r R_r}\left(1 + \beta R_r\left(2\left(\beta[R_{sc}] + \frac{[L_{sc}]}{\Delta t}\right)\right)^{-1} MM^{tr}\right)$$

$$[C_r] = \frac{\Delta t}{l_r}\left(\beta\left(2\left(\beta[R_{sc}] + \frac{[L_{sc}]}{\Delta t}\right)\right)^{-1}\left(2\left((1-\beta)[R_{sc}] + \frac{[L_{sc}]}{\Delta t}\right)\right) - (1-\beta)\right)$$

C.2 Modèle de B.Benali [Benali 1997]

La cage du rotor est constitué N barres massives conductrices court-circuités a leurs extrémités par des annaux. $[R_r]$ est la résistance d'une barre et $[R_{sc}]$ est l'inductance de fuite d'un annaux de court-circuit. Le passage du modèle d'Arkkio à celui de B.Benali consiste a poser :

$$[R_{be}] = 0, [L_{be}] = 0, [L_b] = 0, [L_{sc}] = 0$$

Les modifications dont le modèle couplée magnéto-électrique en régime transitoire non linéaire sont données comme suite :

$$[\mathrm{Z_s}] = \frac{\Delta t}{N_s.l_z}\left(\beta[R_s] + \frac{[L_s]}{\Delta t}\right)$$

$$[G_s] = -\frac{\Delta t}{N_s l_s}\left((1-\beta)[R_s] - \frac{[L_s]}{\Delta t}\right)$$

$$[\mathrm{C_s}] = \frac{\Delta t}{N_s.l_z}[I_d]$$

$$[z_r] = \beta\Delta t\left(1 + \beta R_r\left(2(\beta[R_{sc}])\right)^{-1} MM^{tr}\right)$$

$$[G_r] = (1-\beta)\frac{\Delta t}{l_r R_r}\left(1 + \beta R_r\left(2(\beta[R_{sc}])\right)^{-1} MM^{tr}\right)$$

$$[C_r] = \frac{\Delta t}{l_r}\left(\beta(2(\beta[R_{sc}]))^{-1}(2((1-\beta)[R_{sc}])) - (1-\beta)\right)$$

D. Traitement du non linéarité magnétique

Le problème de non-linéarité magnétique a été traité dans notre cas en utilisant l'algorithme itératif de **Newton-Raphson**. Les principales étapes de cet algorithme de résolution dans le cadre de la méthode des éléments finis sont décrites comme suit :

$$A_j^{k+1} \approx A_j^k - \sum_{i=1}^{nn} \left\{ \frac{\partial}{\partial A_j} \left(\frac{\partial F[A]}{\partial A_i} \right)_k^{-1} \right\} \left\{ \frac{\partial F[A]}{\partial A_i} \right\}_k \tag{D.1}$$

Ou les quantités

$$\frac{\partial F[A]}{\partial A_i} \quad et \quad \frac{\partial}{\partial A_j} \left(\frac{\partial F[A]}{\partial A_i} \right)$$

Sont données comme suite :

$$\frac{\partial F[A]}{\partial A_i} = \sum_{i=1}^{ne} \iint_{\Omega_e} \left(\upsilon_e \left(B_e^2 \right) \sum_{k=1}^{m} \vec{\nabla} \alpha_i \vec{\nabla} \alpha_k A_k - j_0^e \alpha_i \right) d\Omega_e \tag{D.2}$$

$$\frac{\partial}{\partial A_j} \left(\frac{\partial F(A)}{\partial A_i} \right) = \sum_{e=1}^{ne} \left\{ \iint_{\Omega_e} \upsilon_e \left(B_e^2 \right) \sum_{k=1}^{m} \vec{\nabla} \alpha_i \vec{\nabla} \alpha_k d\Omega + 2 \iint_{\Omega_e} \left(\begin{array}{c} \dfrac{\partial \upsilon_e \left(B_e^2 \right)}{\partial B^e} \bullet \\ \displaystyle\sum_{k=1}^{m} \vec{\nabla} \alpha_i \vec{\nabla} \alpha_k A_k^e \sum_{i=1}^{m} \vec{\nabla} \alpha_j \vec{\nabla} \alpha_l A_l^e \end{array} \right) d\Omega_e \right\} \tag{D.3}$$

Compte tenu des formules d'intégration dans le triangle linéaire, ces équations deviennent ;

$$\frac{\partial F[A]}{\partial A_i} = \sum_{e=1}^{ne} \left\{ \frac{\upsilon^e \left(B_e^2 \right)}{4\Delta_e} \sum_{k=1}^{3} \left(b_i b_k + c_i c_k \right) \right\} - \sum_{e=1}^{ne} j_0 \frac{\Delta_e}{3} \tag{D.4}$$

$$\frac{\partial}{\partial A_j} \left(\frac{\partial F(A)}{\partial A_i} \right) = \sum_{e=1}^{ne} \begin{array}{l} \left\{ \dfrac{\upsilon^e \left(B_e^2 \right)}{4\Delta_e} \displaystyle\sum_{k=1}^{3} \left(b_i b_k + c_i c_k \right) \right\} + \\ \displaystyle\sum_{e=1}^{ne} \left\{ \frac{1}{2\Delta_e} \frac{\partial \upsilon^e \left(B_e^2 \right)}{\partial B^e} \sum_{k=1}^{3} \left(\frac{b_i b_k + c_i c_k}{2\Delta_e} \right) A_k \sum_{l=1}^{3} \left(\frac{b_i b_l + c_i c_l}{2\Delta_e} \right) A_l \right\} \end{array} \tag{D.5}$$

L'expression de la réluctivité est donnée par l'expression :

$$\upsilon \approx \varepsilon + (c-\varepsilon)\frac{B^{2\alpha}}{B^{2\alpha}+\tau} \tag{D.6}$$

En considérant l'expression de la réluctivité donnée par l'équation (D.6), on calcule :

$$\frac{\partial \upsilon(B^2)}{\partial B^2} = \upsilon_0 \frac{\partial \upsilon_0(B^2)}{\partial B^2} = \upsilon_0 (c-\varepsilon)\tau\alpha \frac{B^{2\alpha}}{\left(B^{2\alpha}+\tau\right)^2} \tag{D.7}$$

En écrivant l'expression (D.5) pour l'élément triangulaire e, on obtient la matrice jacobéenne suivante :

$$\frac{\partial}{\partial [A]^e}\left(\frac{\partial F([A])}{\partial [A]^e}\right) = [SJ]^e \tag{D.7}$$

La matrice SJ^e peut s'écrire sous forme d'une somme de deux matrices :

$$[SJ]^e = [S]^e + [SNL]^e \tag{D.8}$$

Méthode de Linéarisation
(a).Equation Matricielle Elémentaire
$[S]^e[A]^e = [F]^e$ (D.9)
$[S]^e$: matrice élémentaire de raideur. $[A]^e$: matrice élémentaires des vecteurs des champs. $[F]^e$: matrice élémentaire des vecteurs des sources.
(b).Equation Matricielle Globale
$[S][A] = [F]$ (D.10)
$[S]$: matrice de raideur. $[A]$: matrice des vecteurs des champs. $[F]$: matrice des vecteurs des sources.

Tableau(D.1) : *Méthode de Linéarisation.*

Bibliographie

[Abba 2019]: F.Abba, M.Rachek "Finite Element Analysis Based Coupling Models For the study of Mechanical Deformation in Electromagnetic Actuators", In 2019 International Conference on Advanced Electrical Engineering (ICAEE) (pp.1-5). IEEE.

[Abba 2020]: F.Abba, M.Rachek, "Non Destructive Evaluation Based on Time Stepping Finite Element Electromagnetic Fields and Mechanical Structural Deformation Coupling Models", Przegląd Elektrotechniczny., R.95 NR 7/2020,135-140,ISSN 0033-2097.

[Albanese 1991]: R.Albanese, E. Coccorese, R.Martone, G.Mariano, G.Rubbinacci, « On The Numerical Solution of The Nonlinear Three-Dimensional Eddy Current Problem», IEEE Trans.Mag, Vol.27,No.5,pp 3990-3995, septembre 1991.

[Amara 2012] :Y. Amara, « Modélisation pour le Dimensionnement des Machines Electriques. Application à des Machines Spéciales », Thèse de Doctorat, Université Paris XI, 2012.

[Arkkio 1987]:A.Arkkio, «Analysis of Induction Motors Based on the Numerical Solution of the Magnetic Field and Circuit Equations», These de Doctorat, Université de technologie d'Helsinki, Sweeden, 1987.

[Assad 2015] :B. Assad, « Contribution à la Prise en Compte des Aspects Thermiques des Machines Electriques dans un Environnement Mécatronique », Thèse de Docteur De l'Université de Technologie de Compiègne. 11 décembre 2015, France.

[Aubertin 2001] :M. Aubertin, « Contribution à la Modélisation 3D des Systèmes Electromagnétiques : Etude de Méthodes de Recollement de Maillages », Thèse de Doctorat, Université de Lille1, soutenue 28 Janvier 2011.

[Aucejo-Galindo 2010] :V. Aucejo-Galindo, « Méthode Tensorielle Générale pour Une Modélisation Multi-physique de Dispositifs Magnéto Mécaniques Rapides », Thèse de Doctorat, l'Université Paul Verlaine de Metz, 2010.

[Aydin 2017]:U.Aydin, P.Rasilo, F.Martin, D.Singh, L.Daniel, A.Belahcen, A. Arrkio, «Magneto-Mechanical Modeling of Electrical Steel Sheets, Journal of Magnetism and Magnetic Materials, Journal of Magnetism and Magnetic Materials », Journal of Magnetism and Magnetic Materials". 439 (2017), 82-90.

[Bajda 2020]:Ye.I. Bajda, M.Clemens, M.Pantelyat, S.V.Vyrovets, «Multiphysics Models of Innovative Actuators of LV and Vacuum Circuit Breakrs », Abstract of the 19 the Internationnal IGTE symposium on Numerical Field Calculation in Electrical Engineering", At: Graz, Austria, 2020.

[Bara 2015] :G. Bara, « Modélisation des Machines Electrique dans Flux 3D Overlay 3D », Master Ingénierie Electrique Electronique et Informatique Industrielle, de université de lorraine, 2015.

[Barre 2003] : O. Barré, « Contribution à l'étude des Formulations de Calcul de la Force Magnétique en Magnétostatique, Approche Numérique et Validation Expérimentale», Thèse de doctorat, Ecole centrale de Lille et université des sciences et technologie de Lille, 2003, France.

[Barakat 2001]: G.Barakat, T.El-meslouhi, B. Dakyo, «Analysis of the Cogging Torque Behavior of a Two Phase Axial Flux Permanent Magnet Synchronous Machine», Magnetics, IEEE Transaction on, Jul 2001.

[Bavay 2000] : J. C .Bavay, J.Verdun, J, « Alliage Fer-Silicium », Technique de l'ingénieur. 2000.

[Belahcen 2004]: A.Belahcen, «Magneoelasticity, Magnetic Forces and Magnetostriction in Electrical machines», Thése de Doctorat, Helsinki University of Technologie, 2004.

[Belahcen 2006]:A.Belahcen, «Vibration of Rotating Electrical Machines due to Magneto mechanical coupling and Magnetostriction», IEEE Transactions on Magnetics. Vol.42, No.4, 2006.

[Belfkira 2009] :R.Belfkira, « Dimensionnement et Optimisation des Centrales hybrides de Production d'Energie Electrique à Base d'Energies Renouvelables : Application aux Sites isolés », Groupe de Recherche en Electrotechnique et Automatique de Havre, Université du Havre, 2009.

[Benali 1997] : B.Benali, «Contribution à la Modélisation des Systèmes Electrotechniques à L'aide des Formulations en Potentiels : Application à la Machine Asynchrone », Thèse de Doctorat, l'Université des Sciences et Technologies de Lille, 1997, Algérie.

[Benamrouche1990]:N.Benamrouche, «An Investigation of the Loss Distribution in Induction Motors fed From Non-sinusoidal Supplies», Thése de Doctorat, Sheffield, Angleterre, 1990.

[Bendali 2014] :M. Bendali, « Conception Multi-niveau Multi-physique de Systèmes Mécatroniques Automobiles: Prise en Compte de la Contrainte de Fiabilité de Convertisseurs de Puissance Embarqués dans un Véhicule Hybride/électrique », Thése de Doctoral, Paris 11.2014.

[Bernot 1999] :F.Bernot, « Machines à Courant Continu – Constitution et Fonctionnement ", Techniques de l'ingénieur », Techniques de l'ingénieur, D3555, pages 1-14, Mai 1999.

[Bertrand 2006] : Bertrand Du Peloux de Saint Romain, « Modélisation des Actionneurs Electromagnétiques par Réseaux de Reluctances. Création d'un outil métier dédie au Predimensionnement par optimisation », Thése de doctorat, Université Joseph Fourier, 2006.

[Biro 1993]:O.Biro,K.Preis,G.Vrisk,K.R.Richter and I.Ticar , «Computation of 3-D Magnetoelastic Field using a Reduced Scalar Potential ", IEEE Transactions on Magnetics», Vol.29,No2 ,1993,P.1329-1332.

[Boldea 2002] Ion. Boldea, syerd.A.Nasar, «The induction machine handbook », ISBN: 0-8493-0004,CRC press, 2002.

[Bossavit 1991] :A.Bossavit, C.Emson, I.D.Mayergoyz, « Méthodes Numériques en Electromagnétismes», Edition Eyrolles, 1991.

[Bossavit 2011]:A.Bossavit « Virtuel Power Principle and Maxwell's Tensor :Which Comes First ?»,COMPEL,Vol.30,N.6 ,pp:1804-1814, 2011.

[Boughanmi 2012] :W.Boughanmi, “Eco-conception des Motorisations Electriques : Application a la Machine Asynchrone”, Thèse de Doctorat, Université d’ARTOIS. 2012.

[Boughanmi 2016]:W.Boughanmi, F. A.Benabou, Y.Le Menach ,« Finite Element Implementation and Experimental Validation of 2-D/3-D Magnetic Force Formulas», IEEE Trans.Magn., Vol.52, no.3,2016.

[Baranski 2019]: M. Baranski, « FE Analysis of Coupled Electromagnetic-Thermal Phenomena in the Squirrel Cage Motor Working at High Ambient Temperature», COMPEL, Vol.38, N.04, 2019.

[Baranski 2017]:M. Baranski, W. Szelag, C.Jedrycka, « Influence of Temperature on Partial Demagnetization of the Permanent Magnets during Starting Process of Line Start Permanent Magnet Synchronous Motors», Electrical Machines (SME) , International Symposium, Poland, 2017.

[Brauer 1995]: Brauer, J.R.; Ruehl, J.J., Hirtenfelder, F, « Coupled Nonlinear Electromagnetic and Structural Finite Element Analysis of an Actuator Excited by an Electric Circuit», IEEE.Trans. Magn. 1995, 31, 1861–1864, doi:10.1109/20.43909.

[Brauer 2006] :J.Brauer, “Magnetic Actuators and Sensors”, Johny Wily and Sons, INC Publications, IEEE magnetic Society, 2006.

[Brisset 2007] :S.Brisset, « Démarches et Outils pour la Conception Optimale des Machines Electriques», Thèse de doctorat, l’Ecole Centrale de Lille (IDN), 2008.

[Caillard 2016] :P.Caillard, « Conception par Optimisation d'une Chaine de Traction Electrique et de Son Contrôle par Modélisation Multi-physique », Thèse de Doctorat, L’école Centrale de Lille, 2016.

[Caldora 2001] : M.Caldora Costa, « Optimisation des Dispositifs Electromagnétiques dans un Contexte d’Analyse par la Méthode des Eléments Finis », Thése de doctorat, INPG-LEG, 2001.

[Carpentier 2014] :A. Carpentier, «Formulation intégrale de volume magnétostatique et calcul des densités de force magnétique : Application au couplage magnéto-mécanique», Thése de Doctorat, Université de Grenoble, 2014.

[Chari 1971]: Chari, M.V.K.; Silvester, P, «Finite-element Analysis of Magnetically Saturated DC Machines», IEEE Trans. Power App. Syst. 1971, PAS-90, 2362–2372, doi:10.1109/TPAS.1971.

[Chauveau 2001] :E. Chauveau, « Contribution au Calcul Electromagnétique et Thermique des Machines Electriques Application à L’étude de L’influence des Harmoniques sur L’échauffement des Moteurs Asynchrones », Thèse de Doctorat, l’IUT de Saint-Nazaire, 2001.

[Chedot 2004] : L.Chedot, « Contribution à l’Etude des Machines Synchrones à Aimants Permanents Internes à Large Espace de Fonctionnement. Application à L’alterno-Démarreur», Rapport de Thése, Université de Technologie de Compiègne, 2014.

[Chitroju 2009]: R. Chitroju, « Improved Performance Characteristics of Induction Machines With non-Skewed Symmetrical Rotor Slots, ed. Stockholm, Sweden: Licentiate Thesis Electrical Machines and Power Electronics, School of Electrical Engineering, KTH, 2009.

[Claude 2014] : Claude CHEVASSU Grégory VALENTIN : Machines asynchrones, Cours et Problèmes, version du 21 septembre 2014.

[Clausse 2018] : Clausse B, « Modélisation des Traducteurs Electromagnétiques Acoustiques (EMAT) Pour le Controle Non-Destructif (CND) de Milieux Ferromagnétiques », Thése de Doctorat, Université de Paris SACLAY, 2018.

[Coulomb1981] J.L.Coulomb, « Analyse Tridimensionnelle des Champs Electriques et Magnétiques par la Méthode des Eléments Finis », Thése de doctorat sciences physiques Université scientifiques médicale, INP Grenoble, 1981.

[Coulomb1983]: J.L.Coulomb, «A Methodology for the Determination of Global Electromechanical Quantities from a Finite Element Analysis and its Application to the Evaluation of Magnetic Forces, Torques and Stiffness», IEEE Trans.Magn.19.2514-2519, 1983.

[Cyr 2007] :C.CYR , « Modélisation et Caractérisation des Matériaux Magnétique Composites Doux Utilisé dans Les Machines Electriques », Thèse de Doctorat, Ecole National Supérieur D'arts et Métiers Lille, France , 2007.

[Daanoune 2012] : A Daanoune, « Contribution à l'Etude et à l'Optimisation d'une Machine Synchrone à Double Excitation pour Véhicules Hybrides », Thèse de doctorat, Université de Grenoble, 2012.

[Damien 2016] :J. Damien, « *Contribution au Développement d'Outils de Conception de Machines Synchrones à Aimants Permanents en vue de l'Intégration Convertisseur-Machine : Etude des Machines Electriques Double Etoile à Coupleur Magnétique Intégré pour une Application Aéronautique* », Thése de Doctorat, Génie Electrique, Institut National Polytechnique de Toulouse, 2016.

[Davidsson 2018]:A. Davidsson, A. Arkkio, A. Belahcen, « A High-Performance Open-Source Finite Element Analysis Library for Magnetics in MATLAB», Proceedings of the IEEE XIII International Conference on Electrical Machines (ICEM) pp. 486-492, 2018

[Delmotte 2003]: C.Delmotte-Delforge, H.Hénao, G.Ekwe, P.Brocher, G-A, Capolino, «Comparison of Two Modelling Methods for Induction Machine Study: Application to Diagnostic». Int.Journal for computation and Maths. In Electrical and Electronic Eng (COMEL), Vol.22, No. 4, PP.891-908, 2003.

[Do 2010] :D.V.Do, « Diagnostic de Batteries Lithium dans les Applications Embarquées». Thése de Doctorat, Université de Technologie de Compiègne, 2010.

[Driesen 2002]:J.Driesen, K.Hameyer, « Newton and Quasi-Newton Algorithms for Non-Linear Electromagnetic-Thermal Coupled Problems », COMPEL-The International Journal for Computation and Mathematics in Electrical and Engineering, Vol.21, No.1, pp.116-125.

[Eyglunent 1997]:B. Eyglunent , « Manuel de thermique». Ed.Hermes,Paris,1997.

[Electro-Industrie] : Polycopie de machine asynchrone de l'entreprise d'électro-industrie ENEL.

[Féliachi 1981] : M.Féliachi, « Contribution au Calcul du Champ Electromagnétique par la Méthode des Eléments Finis, en Vue D'une Modélisation Dynamique des Machines Electriques »,Thèse de doctorat, Conservatoire des Arts et Métiers, Paris, France, 21 janvier 1981.

[Fournet 1985] :G.Fournet, «Electromagnétisme à partir des équations locales», Masson .1985.

[Galopin 2006] :N.Galopin, K.Azoum, M. Besbes, F. Bouillault, L. Daniel, L.; O.Hubert, F. Alves, « Caractérisation et Modélisation des Déformations Induites par les Forces Magnétiques et par la Magnetostriction», Revue Internationale du Génie Electrique-RS RIGE, vol.9, pp.499–514,2006 doi:10.3166/rige.9.499-514

[Galopin 2007] : N.Galopin, « Modélisation et Caractérisation de Matériaux Actifs pour la Conception de Dispositifs », de Doctorat de l'Université Paris Sud ,2007.

[Gasmi 1996] : N.Gasmi, «Contribution à la Modélisation des Phénomenes Electriques-Magnétiques Couplés et du Mouvement pour les Systémes Electromagnetiques 3D», Thése de Doctorat, universté versité Paris VI,Octobre 1996.

[Gillon 2009] : F.Gillon, « Méthodologies de Conception Optimale des Composants Electromagnétique », Habilitation a dirigé des recherches, Université des sciences et technologies de Lille 2009.

[Girardin 2008] : Anthony GIRARDIN, « Contribution à l'Optimisation des Performances des Alternateurs Automobiles », Thèse de doctorat, INP de Grenoble, Octobre 2008.

[Golovanov 1997]: C.Golovanov,Y.Maréchaland G.Meunier, « 3D Mesh Connection Techniques Applied to Movement Simulation »,Compumag,the 11th conference on the computation Electromagnetic fields rio de janeiro,novembre 03-06,pp 677-378,1997.

[Graedel 1998]:T.E.Graedel, «Streamlined Life-cycle Assessment », Upper saddle river jesey, printice hall, 1998.

[Gutfrind 2012] :C. GUTFRIND, « Optimisation des Actionneurs Electromécaniques de la Boucle D'air d'un Moteur Thermique », Thèse de doctorat, École Supérieure d'Électricité (Supélec), Gif-sur-Yvette, Juillet 2012.

[Habra2007] : W. Habra, «Développement de Modèles Thermiques Compacts en Vue de la Modélisation Electrothermique des Composants de Puissance », Doctorat a l'université Paul Sabatier-Toulouse III. 2007.

[Hecht 1990] : F.Hecht, A. Marrocco, F.Piriou, A. Razek, «Modélisation des Systèmes Electrotechniques par Couplage des Equations Electriques et Magnétiques», Revue Phys.Appl.25,1990

[Hecquet 2006] : M.Hecquet, « Contribution a L'instrumentation de la Démarche de Conception des Machines Electriques », Habilitation à Diriger des Recherches, Université des Sciences et Technologies de Lille, 2006.

[Hendrix 2017] : Hendrix, J. De Bruyne, S. Jeanmart, H. Pochet, M.Francesco, C. Alconero, P. L, « Analyses de Cycle de Vie de Différentes Motorisations de Véhicules Particuliers ».

[Henneron 2004]T.Henneron, « Contribution à la Prise en Compte des Grandeurs Globales dans les Problèmes D'Electromagnétisme Résolus avec la Méthode des Eléments Finis», thèse de doctorat Université de Lille, Décembre 2004.

[Hibbeler 2012]:R.C.Hibbeler, «Structural Analysis», Printice-Hall: Englewood Cliffs, NJ, USA, 2012; ISBN 9780132570534.

[Hocini 2013] : F. Hocini, « Association de la Commande pour L'étude par Eléments Finis des Phénomènes Magnéto-Elastiques et Vibratoires dans Les Systèmes Electrotechniques », Thèse de Doctorat en sciences de l'université Mouloud Mammeri de Tizi-Ouzou, 2013, Algérie.

[Hilgert 2005]:Hilgert T., Vandevelde L., Melkebeek J, « Magnetostriction Measurements on Electrical Steels by Means of Strain Gauges and Numerical Applications, Przegląd Elektrotechniczny(Electrical review)., 81 (2005), No. 5, 87-91.

[Hughes 1978] :T.J.R .Hughes, W.K.Liu, "Implicit-Explicit Finite Elements in Transient analysis: Stability theory". J. Appl. Mech.1978, 45, 371–374, doi:10.1115/1.3424304.

[ISO 2006] :ISO 14040: Environmental Management-Life Cycle Assessment- Principles and Framework, 2006.

[Piriou 1990]: F.Piriou, A.Razek. «A Model for Coupled Magneto-Electric Circuit in Electric Machines with Skewed Slots», IEEE Transaction On Magnetics, Vol.26, No.2, 1990.

[Jannot 2010]X.Jannot, «Modélisation et Optimisation d'un Ensemble Convertisseur-Machine.Application aux Systèmes d'Entrainement à Haute Vitesse »,Thèse de doctorat, Spélec, 2010.

[Jin 2002]J. Jin, « The Finite Element Method in Electromagnetic», Second Edition 2002, ISBN 0-471-43818-9, John Wiley and Sons, INC.

[Jing 2004]: D.Jing, «Computational Analysis of a Permanent Magnet Synchronous Machine using Numerical Techniques», Thése de Doctorat, Université de Singapore, 2004.

[Khlissa 2015] :R.Khlissa, « Contribution à la Définition des Méthodes d'Optimisation Rapides et Economiques pour le Dimensionnement d'Actionneurs Electriques », Thèse de doctoral, Université de Technologie de Compiègne, 15 Juin 2015.

[Kada 2015] : N. Kada Belghitri, « Contribution à la modélisation par la méthode des réseaux des réluctances (MRR) d'une machine à réluctance variable », Thése de Doctorat, Université des Sciences de la technologie, d'Oran, 2015.

[Kostenko 1979] :M.Kostenko, L.Piotrovski, «Machine a Courant Alternatif», Edition .Mir. Moscou", 1979.

[Kulterer 2014]:K.Kulterer, R.Werle, P.Lackner, C.Brunner, M.Ellis, Policy Guidelines for Electric Motor Systems_Part2: Toolkit Policy Makers.IEA 4E Electric Motor Systems Annex, 2014.

[Kuttler 2013] : S. Kuttler, « Dimensionnement Optimale de Machines Synchrones pour des Applications de Véhicules Hybrides », Thése de Doctorat, Université de Compiègne, 2013.

[Lacombe 2007] : G.Lacombe, « Définition et Réalisation d'une Nouvelle Génération de Logiciel pour la Conception des Moteurs du Futur », Thése de Doctorat, Institut national de Grenoble, 2007.

[Lallart 2016] :M.Lallart, «Modélisation des Couplages Multi-physiques et Application aux Systèmes Electro actifs de Faibles Dimensions », L'habilitation à Diriger Des Recherches, Université Claude Bernard Lyon I, 2016.

[Lateb 2006] :R.Lateb, « Modélisation des Machines Asynchrones et Synchrone a Aimants avec Prise en Compte des Harmoniques d'Espace et de Temps : Application à la Propulsion Marine par POD », Thése de Doctorat, L'institue National Polytechnique de Lorraine, 2006.

[Lee 2008] :Lee, S.H.; He, X.; Kim, D.K.; Elborai, S.; Choi, H.S.; Park, I.H.; Zahn, M, «Evaluation of the Mechanical Deformation in Incompressible Linear and Nonlinear Magnetic Material using Various Electromagnetic Force Density Methods»,J. Appl. Phys, 97, 10E108-1–10E108-4, doi:10.1063/1.1859771,2008.

[Lee 2000]: B.S. Lee , P.Vijayraghavan ,R.Krishnan, « Design of Linear Switched Reluctance Machine », IEEE Transactions on Industry Applications, Vol.36,No.6,pp1571-1580, 2000.

[Liu 2016] :C.Liu, « Dimensionnements et Comparaisons de Convertisseurs Electromécaniques à Bas Coût et à Grande Disponibilité pour Véhicules Electriques », Thèse de Doctorat, Gif-sur-Yvette, 06/07/2016.

[Liwshitz 1967] :M.Liwschitz, « Calcul des Machines Electriques ». Volume II.SPES Lausanne 1967.

[Maouche 2007] : B.Maouche, « Elaboration de Modèles par les Grandeurs Électro-magnetiques Couplées. Application au contrôle et à l'Évaluation Non Destructives par Courant de Foucault». Thése de Doctorat, Université de Ferhat Abbass-Setif, Janvier 2007.

[Maxwell 1873]:J.C.Maxwell, «A Treatise on Electricity and Magnetism, Oxford University Press».London.1873.

[Meunier 2002] : G.Meunier, « Modèles et Formulations en Electromagnétisme », Electromagnétisme et Eléments Finis 2. Sous la direction de Gérard Meunier. Hermès Science. Lavoisier 2002.ISBN 2-7462-0547-5.

[Marroco 1977] : A. Marroco, « Analyse Numérique de Problèmes d'électrotechnique». Ann Sc Math Que 1(2) : 217-296.

[Martin 2013] :F. Martin, « Contribution au Dimensionnement Optimal de Machines Synchrones à Aimants Déposés en Surface pour Applications a Hautes Vitesses », Thése de Doctorat, Université de Nantes

[Multon 2005] :B. Multon, « Applications des Aimants aux Machines Electriques », Numéro ISBN : 2-909968 - 63 - 4. 2005.

[Nair 2015] :D.G.Nair, A.Arkkio, «Coupled analytical and 3D numerical thermal analysis of a TEFC induction motor », Electrical Machines and Systems (ICEMS), 18 th International Conference , pp.103-108, on-line IEEE Xplore, 2015.

[Nowak 2009]: L.Nowak, J.Mikolajewicz, W. Pietrowski, «Field-Circuit Model of the Thermal Phenomena in Axial-Symmetry Electromagnetic Devices », Electrical Review, Vol.85, No.6,pp.63-66.

[N'tshuika 2011] : B.S N'tshuika, « Optimisation de Gammes : Application à la Conception des Machines Synchrones à Concentration de Flux », INP de Grenoble, Février 2011.

[Nguyen 2019]:D.M. Nguyen, I. Bahri, G.Krebs, E.Berthelot, C.Marchand, « Vibration Study of Intermittent Control for a Switched Reluctance Machine », Math.Comput.Simul.Vol.158, pp.308-325.2019.

[Ouazir 2006] :Y.Ouazir, «Contribution à la Modélisation Electromagnétique des Machines à Induction », Thèse de Doctorat, école national polytechnique, 2006, Algérie.

[Pantelya 2011] : M.Pantelyat, M.Shulzhenko,Y.Matyukhim,P.Gontarowskiy,I.Dolezel,B.Ulrych « Numerical Simulation of Electrical enginnering devices Magneto-Thermo-Mechanical Coupling», Vol.30,N.4,2011.

[Patankar1980]: S.V. Patankar, « Numerical Heat Transfer and Fluid flow», Ed.Hemisphere publishing corp., New York, 1980.

[Chentangny 2014] Patrice Koffi Chentangny, Frédéric Dubas, Sossou Houndedako, Antoine Vianou, Christophe Espanet, « Etudes Théorique et Expérimentale des Pertes par Courants de Foucault dans les Aimants Permanents à Partir d'un Dispositif de Type Electroaimant », Symposium de Génie Electrique 2014, Cachan, France.

[Perrin 1995]: R.Perrin-Bit, J.LCoulomb, «A three Dimensional Finite Element Mesh Connection for Problems Involving Movement», IEEE Trans.Mag, Vol.31, No.3, PP 1920-1923, May 1995.

[Pengpeng 2016]Pengpeng S., XiaojingZ., Magnetic Charge Model for 3D MMM Signals. Non

Destructive Testing and Evaluation. 31 (2016), No. 1, 45-60

[Perrin1996] : R.Perrin-Bit, «Modélisation des Machines Tournantes par la Méthode des Eléments Finis Tridimensionnels : Calcul des Grandeurs Magnétiques avec Prise en Compte du Mouvement», Thèse de Doctorat, INP Grenoble, Septembre, 1996.

[Podhajecki 2008] PodhajeckiJ.,MlotA., KorkoszM., Resina E., Arrkio A.; Comparison Vibration due to Maxwell Forces and Magnetostriction in BLDC Motors, Przegląd Elektrotechniczny(Electrical review)., 62 (2008), No. 28, 325-330.

[Pyrhonen 2008]: Juha Pyrhonen, Tapani Jokinen and Valéria Hrabovcova, «Design of Rotating Electrical Machines», John Wiley & Sons, Ltd. ISBN: 978-0-470-69516-6, 2008.

[Rachek 2007] : M'hemed RACHEK, « Modélisation par Eléments Finis de Systèmes Electromagnétiques en Mouvement de Structures Tridimensionnelles .Application au Couplage Magnétique-mécanique et au Contrôle Non-Destructif par Courant de Foucault », Thèse de Doctorat, université Mouloud Mammeri de Tizi-Ouzou, 2007, Algérie.

[Rachek 2012] : M'hemed Rachek, Tarik Merzouki, « Finite element method applied to the modelling and analysis of induction motors», Numerical modelling, 2012.

[Ragot 2008] :P. Ragot, « Modélisation analytique Multi-physique pour la Conception Optimale des Moteurs Synchrones à Aimants Permanents », Thése de Doctorat, Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne (EPFL) ,2008.

[Ren1994]:Z.Ren, «Comparison of Different Force Calculation Methods in 3-D Finite Element Modelling», IEEE Trans.Magn., Vol.30, No.5, pp.3471-3474.

[Ren1995]: Ren Z.; Ionescu B.; Besbes M.; Razek A, « Calculation of Mechanical Deformation of Magnetic Materials in Electromagnetic Devices», IEEE Trans. Magn., 31 (1995), 1873-1876.

[Reyene 1988]: G.Reyene, G.Meunier, J.F.Imhoff, E, Euxibie, «Magnetic Forces and Mechanical Behavior of Ferromagnetic Materials Presentation and Results on Theoretical Experimental and Numerical Approaches», IEEE Transactions on Magnetics, Vol.24, pp.234-237, January 1988

[Rezgui 2012] :A. Rezgui, « Interopérabilité de Modèles dans le Cycle de Conception des Systèmes Electromagnétiques Via des Supports Complémentaires: Langage VHDL-AMS et Composants Logiciels ICAr », Thése de doctorat, Université de Grenoble ,2012.

[Rousseaux 2005] :P. Rousseaux, « Life Cycle Analysis », LCA, Technical enginnering, reference G 5500, 2005.

[Sathyan 2020] : Sabin Sathyan, « Magnéto-Vibro-Acoustic Computation Techniques for Electrical Machines », Thése de Doctorat, Université Aalto, 2020.

[Schwarz 1964]: K.K.Schwarz, «Survey of Basic Stray Load Losses in Squirrel Cage Induction Motors», Proc.IEEE, vol.111, pp. 1565-1573, 1964.

[Séguier 1994] :G.Séguier, F.Notelet, « Electrotechnique Industrielle »,TEC DOC Lavoisier 1994, Paris.

[Skomki 2013]: R.Skomki, P.Manchanda, P.Kumar, B.Balamurugan, A.Kashyap, D.J.Sellmver, «Predicting the Future of Permanent-Magnet Materials», IEEE Transaction on Magnetics, Vol. 49.no.7, pp.3215-3220, jul.2013.

[Stratton 2007] :J.A. Stratton, « Electromagnetic Theory», Wiley, Hoboken, NJ.

[Tandon 1983]: S.C. Tandon, A.F. Armor, M.V.K. Chari, « Nonlinear Transient Finite Element Field Computation for Electrical Machines and Devices », IEEE Trans. Power App. Syst, PAS-102, 1089–1095, 1983, doi:10.1109/TPAS.1983.318049.

[Timoshenko 1951]: S.Timoshenko, J.Y. Goodier, « Theory of Elasticity, McGraw-Hill », New York, NY.

[Tong 2014]:Wei Tong, "Mechanical Design of Electric Motors", CRC Press Taylor & Francis Group, 2014.

[Tonti 2002]: E.Tonti, «Finite Formulation of Electromagnetic Field», IEEE Transactions on Magnetics, Vol.38, No.2, pp.333-336, March 2002.

[Tuan 2009] :Tuan Vu Tran, « Problèmes Combinatoires et Modèles Multi-niveaux pour la Conception Optimale des Machines Electriques ». Thése de doctorat, L'école centrale de Lille, 2009.

[Valente 2018] :G.Valente, L.Panini, A.Formentini, A.Gerada, P.Zanchetta, « Radial Force Contrôle of Multisector Permanent-Magneti Machines for Vibration Suppression », IEEE Trans.Ind.Electron, Vol.65.pp.5395-5405,2018.

[Valavi 2018]:M.Valavi, E. Devillers, J.Besnerais, A.Le Nysveen,R,Nilsen, « Influence of Converter Topology and Carrier Frequency on Air Gap Field Harmonics, Magnetic, Force, and Vibrations in Converter-Fed Hydropower Generator »,IEEE Trans. Ind.Appl,Vol.54,pp.2202-2214,2018.

[Yahiaoui 1994] :A.Yahiaou, « Modélisation Electromagnétique d'un Actionneur Asynchrone en Vue de sa Commande», Thése de Doctorat, Université Paris VI, 1994.

[Younsi 2017] :M.O. Younsi, « Analyse, Diagnostic et Optimisation Energétiques d'un Parc de Machines Electriques sur Site Industriel », Thése de Doctorat, Université de l'Artois, 2017.

[Zaouia 2018]: M.Zaouia, S.Hamrioui, P.Lorenz, « Multi-physical Modeling and Analysis of Tubular Linear Switched Reluctance Motors», Iranian Journal of science and technology, transactions of electrical

Résumé

L'objectif de ce travail de thèse est la modélisation multi-physique de dispositifs électromécaniques, par couplage des modèles d'équations du champ électromagnétique en régime transitoire avec le modèle d'équations mécaniques du mouvement et de la déformation structurelle, dédiée à la conception optimale et au diagnostic par contrôle non destructif (CND). La résolution numérique des modèles multi-physiques mis en œuvre intégrant les non-linéarités magnétiques par l'algorithme de newton-Raphson dans un schéma en pas a pas dans temps, le calcul des densités de forces magnétiques responsables du mouvement et de la déformation, est basée sur la méthode des éléments finis (2D) sous environnement Matlab. Les modèles numériques sont été appliqués d'une part à une machine à induction à cage dont le dimensionnement est préalablement amélioré par un calcul analytico-empirique, dans le cadre de la modélisation du couplage fort électrique-magnétique en régime transitoire non linéaire. D'autre part la modélisation numérique multi-physique du couplage électrique-magnétique et mécanique de déformation dans les actionneurs électromécaniques, est dédié au (CND) à travers le calcul des profils de la déformation maximale statique en fonction de la densité de force magnétique dans une pièce fortement ferromagnétique, et ce pour différentes amplitudes de la tension d'alimentation, du lift-off, et de la conductivité électrique.

Mots-clés : Dimensionnement analytico-empirique, Modèles multi-physiques électromagnétique-mécanique, Densités de forces magnétiques, Déformations mécaniques, Eléments Finis (EF), Contrôle Non-Destructif (CND), Actionneurs électromécaniques.

Abstract

The aim of this work is the multi-physics modeling of electromechanical devices, via the coupling transient electromagnetic field equations with the mechanical equations models of motion and structural deformation, dedicated to optimal design and non-destructive testing (NDT) diagnostics. The multi-physics numerical analysis implemented considering the magnetic saturation through the Newton-Raphson algorithm (N-R) method in the step-by-step numerical integration scheme, the calculation of the densities of magnetic forces responsible for the motion and deformation, is based on the finite element (2D) method using the Matlab software. On the one hand, the numerical models are applied to a squirrel cage induction motor whose sizing is previously improved by an analytical-empirical calculation, as part of transient strongly coupling model with the magnetic field and the electric circuit considering the magnetic saturation. On the other hand, the multi-physical numerical modeling of electric circuit-magnetic field and mechanical structural deformation models as dedicated to (NDT) in electromagnetic actuators through the calculation the maximum deformation as a function of the magnetic force density profiles in ferromagnetic materials , for different supply voltage, and the lift-off, and the electrical conductivity.

Keywords: Analytical-empirical sizing, Multi-physical models electromagnetic field-Mechanical, Magnetic Force Density, Mechanical Deformations, Finite Elements (FE), Non-Destructive Evaluation (NDT), Electromechanical Actuators.