

République Algérienne Démocratique et Populaire  
Ministère de L'Enseignement Supérieur et de la A Recherche Scientifique

UNIVERSITE MOULOU D MAMMERRI DE TIZI-OUZOU



FACULTE DE GENIE ELECTRIQUE ET D'INFORMATIQUE

DEPARTEMENT D'ELECTROTECHNIQUE

## Mémoire de Fin d'Etude

En vue de l'obtention du diplôme de master académique en électrotechnique

Option: **Machines Electriques**

Présenté par :

**BOURICHA Mohamed**

**LOUNES Abdelkader**

**Thème**

**Etude et conception d'un micro- transformateur  
intégré**

**Promotion 2016/2017**

**Membres de jury :**

**M .A.DICHE**

Maitre assistant classe A, UMMTO, président

**M<sup>me</sup> G.YOUSFI**

Maitre assistante classe A, UMMTO, promotrice

**M .A.NAIT OUSLIMANE**

Maitre assistant classe A, UMMTO, examinateur

**M<sup>me</sup>.F.BOUALI**

Maitre assistante classe A, UMMTO, examinatrice

## **Remerciements**

*Nos sincères remerciements et notre profonde reconnaissance à Mme YOUSFI, qui a bien voulu diriger ce travail, et pour sa disponibilité, elle a été là au moment où on avait le plus besoin de son aide précieuse.*

*Nous lui exprimons notre gratitude pour ses orientations et ses encouragements périodiques qui ont menés à terme ce mémoire.*

*Nous tenons aussi à remercier l'ensemble des enseignants du département génie électrique, qui ont contribué à notre cursus d'étude chacun dans son domaine.*

*A toutes les personnes qui ont aidé de près ou de loin à la réalisation de ce projet.*

## *Dédicaces*

*Je dédie ce modeste travail :*

*A ceux qui sont la source de mon inspiration et mon courage*

*A ma très chère Maman, qui me donne toujours l'espoir de  
vivre et qui n'a jamais cessé de prier pour moi ;*

*A mon Père l'idole, pour ses encouragements et son soutien, et  
surtout pour son amour et sa sacrifice afin que rien n'entrave  
le parcours de mes études.*

*A Mes deux sœurs, à mon cher unique frère, ainsi, qu'à tous  
mes neveux.*

*A mes enseignants.*

*A mes amis (es), et tous mes camarades.*

*Et à tous les personnes que j'aime*

*LOUNES Abdelkader*

## *Dédicaces*

*Je dédie ce modeste travail :*

*A mes très chers parents qui ont toujours été là pour moi.*

*A mon frère Rafik*

*A ma sœur yasmine*

*A MON BINOME LOUNES Abdelkader avec qui j'ai partagé  
ce travail.*

*Ainsi qu'à tous ceux qui m'ont aidé de près ou de loin pour  
l'élaboration de ce travail*

*A tous ceux qui ont cru en moi*

*BOURICHA Mohamed*

# Sommaire

<b>Introduction Générale</b> .....	01
<b>Chapitre I : Etat de l'art des transformateurs</b>	
I.1.Introduction .....	02
I.2. le transformateur et ses caractéristiques.....	02
I.2.1. Constitution et Principe de fonctionnement d'un transformateur .....	03
I.2.1.1.description d'un transformateur .....	03
I.2.1.2. Symbole d'un transformateur.....	05
I.2.1.3. principe de fonctionnement d'un transformateur.....	05
I.2.1.3.Etablir les équations du transformateur en utilisant un transformateur idéal.....	06
I.3 Pertes dans le transformateur .....	09
I.3.1. pertes magnétiques .....	09
I.3.2. pertes dans les enroulements.....	09
I.4. Les matériaux utilisés dans la fabrication du transformateur.....	11
I.4.1.Le conducteur.....	11
I.4.2 .Isolants électriques .....	11
I.4.3 .Matériaux magnétiques .....	11
I.5.les types de transformateurs .....	12
I.5.1. transformateur de puissance .....	12
I.5.2. autotransformateur .....	12
I.5.3. transformateur variable .....	12
I.5.4.transformateur d'isolement .....	12
I.5.5.transformateur d'impédance.....	13
I.5.6.transformateur de mesure .....	13
I.5.7.transformateur déphaseur .....	13
I.5.8.transformateur d'essai .....	13
I.6. les micros transformateurs .....	13
I.6.1. Définition .....	14
I.6.2. Introduction à la technologie planaire.....	14
I.6.2.1 Les différents types de composants planaires .....	14
I.6.2.2 Avantages et inconvénients des composants planaire.....	15
I.6.3 .La piézoélectricité.....	16

I.6.3.1 matériaux piézoélectrique .....	17
I.6.3.2 architecture et principe d'un transformateur piézoélectrique.....	18
I.6.4. les différentes structures d'un micro transformateur intégré .....	19
I.6.4.1. Transformateur à enroulement entrelacés .....	19
I.6.4.2. Transformateur à enroulement empilés.....	20
I.6.4.3. Transformateur enroulement à orientation face to face .....	20
I.6.4.4 Transformateur 3D .....	20
I.6.5. Domaine d'utilisation des micros transformateurs intégrés .....	21
I.6.6. Avantages et inconvénients d'un transformateur intégré.....	22
I.6.6.1. avantage.....	22
I.6.6.2. inconvénients.....	22
I.6.7.Conclusion.....	23

## **Chapitre II : modélisation électromagnétiques et méthodes de résolutions**

II.1.Introduction.....	24
II.2. Phénomènes électromagnétiques .....	24
II.2.1. équations de maxwell.....	24
II.3. Lois de comportement des milieux .....	25
II.3.1 Relations constitutives .....	26
II.3.2 loi d'Ohm.....	26
II.4. Relations de passage .....	27
II.5.conditions de jauge .....	30
II.6. Conditions aux limites .....	30
II.6.1. Condition de Dirichlet .....	30
II.6.2. Condition de Newman .....	30
II.7. Formulation des équations électromagnétiques.....	31
II.7.1.Le Modèle électrostatique.....	31
II.7.2.Le Modèle électrocinétique .....	31
II.7.3.Modèle magnétostatique .....	32
II.7.4.Modèle magnétodynamique .....	33
II.8. méthodes de résolution des équations électromagnétiques.....	34
II.8.1.Méthodes analytiques .....	35
II.8.2.Méthodes numériques .....	35
II.9. démarche de la méthode des éléments finis.....	37
II.9.1.La discrétisation spatiale (maillage) .....	37

II.9.2.Fonction d'interpolation .....	39
II.9.3.D'une équation différentielle vers une équation intégrale .....	40
II.9.4.Formulation éléments finis du modèle magnétodynamique en A .....	42
II.9.6.Avantages et inconvénients de la méthode des éléments finis .....	45
II.9.6.1. avantage .....	45
II.9.6.2. inconvénients .....	45
II.9.7.Conclusion .....	45

### **Chapitre III: application : Dimensionnement et modélisation d'un micro transformateur intégré**

III.1. Introduction .....	46
III.2. Présentation du micro-transformateur .....	46
III.3. Dimensionnement du micro-transformateur.....	47
III.3.1. détermination des inductances primaire et secondaire du micro transformateur .....	47
III.3.2 Dimensionnement du noyau magnétique .....	48
III.3.3. détermination des paramètres géométriques du micro transformateur.....	50
III.3.3.1. Calcul du nombre de spires du primaire et du secondaire.....	50
III.3.3.2 Calcul de la largeur et de l'épaisseur du conducteur primaire .....	51
III.3.3.3. Calcul de l'espace inter- spires du primaire .....	52
III.3.3.4. Calcul de la longueur totale du conducteur primaire.....	52
III.3.3.5. Calcul de la largeur et de l'inter-spire du secondaire .....	52
III.3.3.6. Calcul de la longueur total du conducteur du secondaire.....	52
III.3.3.7. Résultat du dimensionnement géométrique.....	53
III.4. modélisation du micro-transformateur .....	53
III.4.1.Le model électrique équivalent du micro-transformateur .....	53
III.4.2.Calcul des paramètres électriques .....	54
III.4.2.1. Résistances séries .....	54
III.4.2.2. Résistances parasite .....	55
III.4.2.3. capacités d'oxyde .....	55
III.4.2.4. capacités parasites de substrat .....	56
III.4.2.5. capacités de couplage .....	56
III.4.3.Résultats de calculs des paramètres électriques .....	57
III.4.4. Modélisation du micro-transformateur par la méthode des éléments finie .....	57
III.4.4.1.Organigramme de calcul par éléments finis .....	57
III.4.4.2.Structure géométrique .....	58
III.4.4.3.Caractéristiques géométriques.....	59

III.4.4.4.Caractéristiques physiques .....	59
III.4.4.5.Formulation du problème traité en termes de potentiel vecteur magnétique .....	60
III.4.4.6.Domaine de résolution et conditions aux limites .....	61
III.4.4.7.Résultats de simulation.....	61
III.4.4.8. calcul des résistances et inductances du micro- transformateur .....	62
III.4.4.9.Influence de la variation de la fréquence sur les grandeurs électriques(R, L) .....	63
III.4.4.10.Influence de la variation de la largeur du primaire et du secondaire sur la grandeur électrique ( R) .....	66
III.5. Conclusion.....	69
<b>Conclusion générale</b> .....	70

## **Références bibliographiques**

## Introduction générale :

La diminution des volumes occupés par les composants (actifs et passifs) est devenue un large domaine de recherche. L'objectif de cette course à la miniaturisation est d'une part d'augmenter le nombre de fonctionnalités sur la même puce entraînant ainsi de nouveaux marchés s'étendant du domaine des télécommunications représenté par le marché du téléphone portable à l'avionique et à l'automobile. D'autre part, la miniaturisation a permis la réduction des coûts par la mise en place de procédés de fabrication collective.

La miniaturisation des circuits logiques par intégration à très grande échelle est un des exemples les plus connus. Avec donc le développement de la microélectronique, la demande de transformateurs de tension miniaturisés est plus grande avec la multiplication des équipements portables (caméras, téléphone mobile, écran plat etc..).

En plus de son avantage d'être intégré avec l'électronique qu'il alimente, le micro transformateur présente plusieurs avantages, par rapport au transformateur conventionnel tels que: dimension très réduite, léger, sans champ magnétique (ce qui permet son utilisation dans les circuits électroniques amagnétiques), notons aussi que le micro- transformateur convient à la fabrication automatisée, degré élevé d'isolation et bas coût.

Dans ce travail, on s'intéressera essentiellement à la conception, dimensionnement, et caractérisation du transformateur planaire.

Ce document comprend trois chapitres :

Le premier chapitre est une introduction générale sur les transformateurs. Au cours de cette introduction un aperçu général sur les transformateurs de sera donné avant de basculer et de s'intéresser aux transformateurs planaires. Nous ferons une distinction entre les transformateurs "*planar*" et transformateurs "*planaires*" avant de donner les principaux matériaux utilisés dans la fabrication des transformateurs *planaires*. Quelques exemples d'utilisation des transformateurs planaires, des applications de puissance et applications de signal seront également présentés. Nous avons jugé également nécessaire de présenter quelques exemples de modèles de transformateurs existant dans la littérature.

Le deuxième chapitre a pour objet la description des phénomènes électromagnétiques et les différentes formulations issues à partir des équations de Maxwell et lois de comportement des matériaux ainsi, que les différentes méthodes de résolution utilisées essentiellement la méthode des éléments finis.

Le troisième chapitre sera consacré au dimensionnement géométrique et électrique, ainsi que l'exploitation des résultats de la simulation, obtenus avec le modèle développé.

Enfin, on terminera ce mémoire par une conclusion générale représentant une synthèse globale de notre travail

# Chapitre 1 : Etat de l'art des Transformateur

## I.1. Introduction :

Le réseau électrique est constitué de plusieurs composants pour assurer une bonne transmission de l'énergie vers les différents utilisateurs. Parmi ces composants, on trouve le transformateur.

Ce dernier doit être dimensionné selon les besoin et les événements rencontrés .Pour illustrer cela, ce chapitre est consacré à une présentation générale d'un transformateur, ainsi que l'indication de quelques notions de base sur le magnétisme, le principe, la construction de transformateurs ainsi que ses domaines d'utilisations.

## I.2. Le transformateur et ses caractéristiques :

Le transformateur est un appareil électrique qui transfère de l'énergie d'un circuit à un autre par un couplage magnétique sans partie mobile. Un transformateur comprend deux ou plusieurs enroulements couplés ou encore un seul enroulement à prises et, dans la plupart des cas, un noyau magnétique pour concentrer le flux magnétique. Un changement de courant dans un enroulement (l'enroulement primaire) crée un flux magnétique variable dans le temps dans le noyau, ce qui induit une tension dans l'(les) autre(s) enroulement(s) (enroulement secondaire).



**Figure (I.1):** Transformateur de distribution.

## I.2. 1.Constitution et Principe de fonctionnement d'un transformateur :

### I.2.1.1. Description d'un transformateur :

Le transformateur est l'un des appareils électriques les plus simples et pour autant les modèles et matériaux des transformateurs sont toujours améliorés. En matière de taille, les transformateurs vont de la taille d'un ongle, pour un transformateur caché dans un microphone de scène, jusqu'à d'énormes unités en gigawatt employées pour relier de grands pans du réseau électrique national. Tous fonctionnent cependant selon les mêmes principes et présentent de nombreuses similitudes de construction [4].

Le transformateur est constituée d'un circuit magnétique unique (ferme), sur lequel sont placés deux enroulements électriquement indépendants l'un s'appelle primaire, l'autre est appelé secondaire.

#### a- Le circuit magnétique :

Le circuit magnétique est le noyau d'un électro-aimant ou d'une bobine d'induction, il est caractérisé par :

- Perméabilité magnétique aussi élevée que possible afin de faciliter le passage des lignes de champs (flux).
- D'hystérésis aussi faible que possible pour limiter les pertes.
- Des tôles feuilletées de 0.2 à 0.3 mm d'épaisseur afin de limiter les courants de Foucault.

De résistance électrique aussi élevée que possible afin de limiter encore les courants de Foucault.

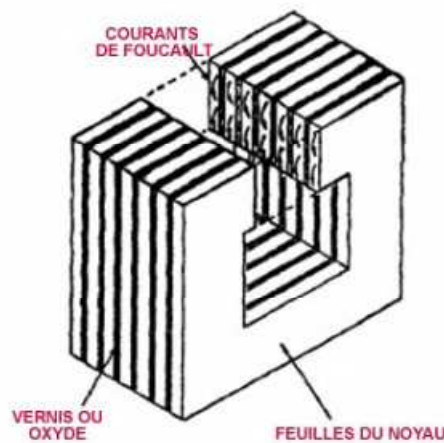


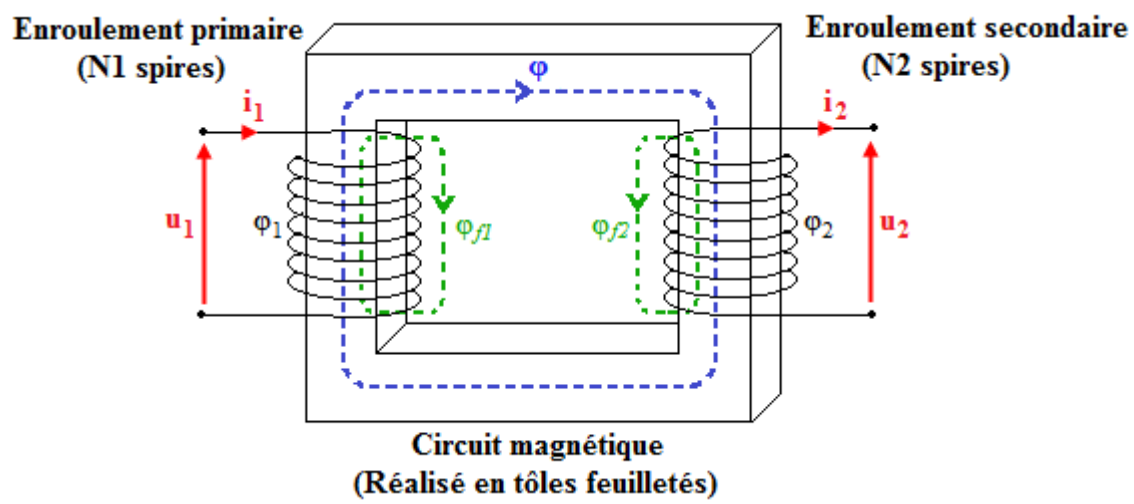
Figure (I.2): Noyau feuilleté

#### b- les enroulements :

- Le primaire : alimenté par une génératrice de tension alternative de valeur efficace  $u_1$  et comporte  $N_1$  spires. Cet enroulement primaire absorbe le courant de valeur efficace  $i_1$ , alors on peut mentionner que c'est récepteur d'énergie électrique qui transforme cette dernière en énergie magnétique.

- Le secondaire : Comporte  $N_2$  spires, il fournit sous la tension  $u_2$  le courant  $i_2$  au dipôle récepteur (la charge). Il transforme l'énergie magnétique reçue du primaire en énergie cinétique, c'est un générateur d'énergie électrique [13].

Il faut noter que les deux enroulement sont électriquement isolé mais magnétiquement couplés par le flux magnétique  $\phi(t)$ .



**Figure (I.3) :** Principe de base d'un transformateur classique

**Remarque :**

La disposition des enroulements sur les colonnes varie avec la puissance du transformateur ; il existe trois types de disposition :

- Disposition concentrique simple, utilisée pour les transformateurs de faible puissance.
- Disposition concentrique double, utilisée pour certains gros transformateurs.
- Disposition galettes alternées, utilisée dans les transformateurs à réglage de tension.

**c- l'isolation :**

Les enroulements étant soumis à des tensions électriques il faut les isoler pour assurer leur bon fonctionnement et la sécurité des utilisateurs.

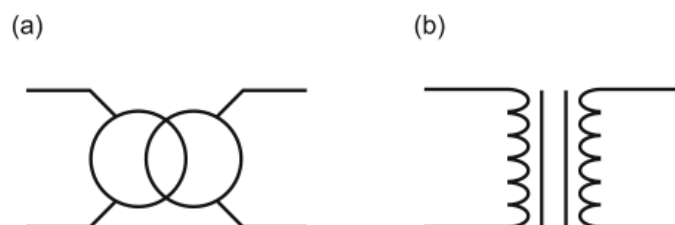
Les fils ronds ou les méplats sont recouverts d'une couche de vernis cuit constituant un émail. Les méplats existent aussi isolés par un enrubannage d'isolant mince voire de ruban de fil de verre tressé le tout imprégné dans la résine pour le verre tressé [4].

La tension entre couche présentant un risque de claquage est contrée par la mise en place d'un isolant sous forme de ruban mince et ceci systématiquement entre enroulements. L'ensemble du bobinage, voire le transformateur tout entier, est immergé dans un vernis, par gravité ou sous vide et pression, pour être ensuite passé dans une étuve afin d'être recuit [13].

Pour toute isolation une température maximale à ne pas dépasser est définie. Au-delà la durée de vie du matériau diminue rapidement [4].

**I.2.1.2. Symbole d'un transformateur :**

Un transformateur monophasé peut être symbolisé par deux façons différentes comme la montre la figure si dessus :



### I.2.1.3. Principe de fonctionnement :

Lorsque le primaire de  $N_1$  spires est alimenté par une tension alternative  $U_1$  il en résulte dans le circuit magnétique, un flux également alternatif dont l'amplitude dépend du nombre de spires  $N_1$  et de la tension  $U_1$ .

Le flux mutuelle couplé avec l'enroulement secondaire y'induit d'après la loi de FARADAY ( $e = \frac{d\phi}{dt}$ ) une f.e.m  $E_2$  proportionnelle au nombre de spires  $N_2$  de cet enroulement, la fermeture du circuit secondaire sur une charge provoque la circulation d'un courant  $i_2$ .

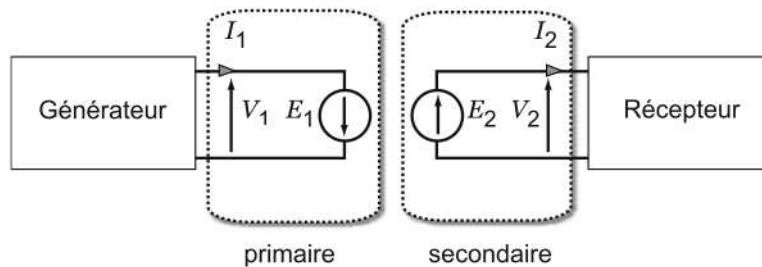


Figure (I.5): Principe de fonctionnement d'un transformateur monophasé.

### I.2.1.3.Etablir les équations du transformateur en utilisant un transformateur idéal :

Un transformateur est dit idéal lorsque :

- toutes les pertes Joule dans les conducteurs, fer dans le matériau magnétique sont considérées comme nulles (négligées),
- pas de fuite magnétique : les lignes de champ sont parfaitement canalisées, c'est à- dire que le flux magnétique créé par l'enroulement primaire est entièrement embrassé par l'enroulement secondaire.

En considérant un noyau torique (Figure I.6), les lignes de champ étant des cercles nous

Pourrons appliquer le théorème d'Ampère :

$$\oint \vec{H} \cdot d\vec{l} = \sum i \quad (\text{I.1})$$

$$H.l = nI \quad (\text{I.2})$$

$l = 2\pi R$  : Périmètre d'un cercle de rayon  $R$

L'excitation magnétique peut être exprimée par :

$$H = \frac{1}{2\pi R} (n_1 i_1 + n_2 i_2) \quad (\text{I.3})$$

L'expression du champ magnétique dans un milieu homogène et isotrope est donnée par :

$$\vec{B} = \mu_0 \mu_r H = \frac{\mu_0 \mu_r}{2\pi R} (n_1 i_1 + n_2 i_2) \quad (\text{I.4})$$

Donc le flux  $\phi$  du champ magnétique  $\vec{B}$  à travers une section droite du tore peut être donné par :

$$\varphi = \iint \vec{B} \cdot d\vec{s} = B \cdot S = \frac{\mu_0 \mu_r}{2\pi R} (n_1 i_1 + n_2 i_2) S \quad (\text{I.5})$$

Cette relation donne le flux pour une spire, pour  $n$  spires le flux à travers le circuit devient

$$\Phi = n \times \varphi \quad (\text{I.6})$$

D'après la loi de Faraday généralisée on obtient au primaire :

$$v_1 = -e_1 = -\frac{d\phi_1}{dt} = -n_1 \frac{d\varphi}{dt} \quad (\text{I.7})$$

De la même façon, on obtient au secondaire :

$$v_2 = -e_2 = -n_2 \frac{d\varphi}{dt} = -n_2 \frac{d\varphi}{dt} \quad \text{car } \varphi_1 = \varphi_2 \quad (\text{I.8})$$

À partir de (I.7) et (I.8) on peut déduire le rapport de transformation en tension  $m$  :

$$m = |v_2/v_1| = n_2/n_1 \quad (\text{I.9})$$

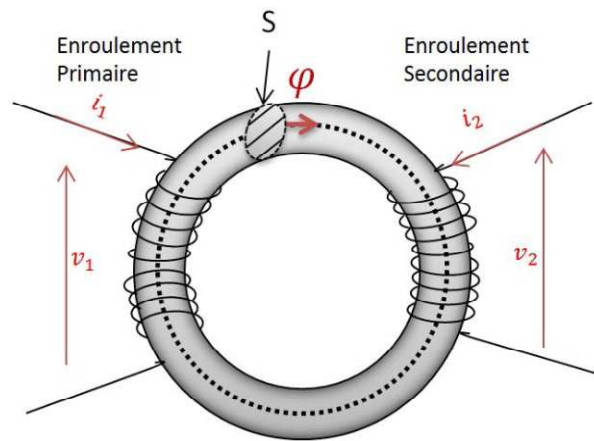


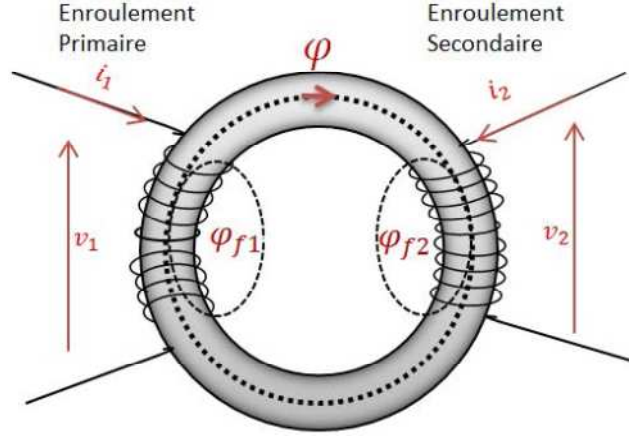
Figure (I.6): Transformateur bobiné autour d'un noyau torique

### ➤ Le transformateur réel :

Au contraire du transformateur idéal, le transformateur réel est le siège de plusieurs pertes qui ne sont plus négligeables :

- pertes cuivre : Pertes Joules dans les enroulements du transformateur,
- pertes fer : résultantes des pertes par courant de Foucault et des pertes par hystérésis dans le noyau magnétique.

En plus des pertes cuivre et fer, le flux magnétique généré par l'enroulement primaire n'est pas totalement transféré au travers de l'enroulement secondaire, on parle de fuites magnétiques. La figure I.7 illustre ce phénomène.



**Figure (I.7) :** Illustration des fuites dans le transformateur

Soit  $\varphi_1$ , le flux généré à travers une spire du bobinage primaire.

Soit  $\varphi$ , le flux à travers une section droite du circuit magnétique

Soit  $\varphi_{12}$ , le flux défini à travers une spire du bobinage secondaire (à vide, produit par le Courant  $i_1$  dans l'enroulement secondaire).

Le flux de fuite par spire primaire est  $\varphi_{f1} = \varphi_1 - \varphi$ .

Soit  $l_1$ , l'inductance de fuite primaire on aura :

$$l_1 \times i_1 = n_1 \times \varphi_1 = n_1 \times (\varphi_1 - \varphi) \quad (\text{I.10})$$

L'inductance mutuelle est définie telle que :

$$M \times i_1 = n_2 \times \varphi_{12}$$

$$M = \sqrt{(L_1 - l_1) \times (L_2 - l_2)} \quad (\text{I.11})$$

$$L_1 = \frac{n_1 \varphi_1}{i_1} \quad (\text{I.12})$$

$$L_2 = \frac{n_2 \varphi_2}{i_2} \quad (\text{I.13})$$

$L_1, L_2$  : Inductance propre du bobinage primaire et secondaire

Si  $l_1 = l_2 = 0$ , on obtient donc ce cas :  $M = \sqrt{L_1 \times L_2}$ . (I.14)

Pour exprimer l'importance du couplage magnétique entre l'enroulement primaire et secondaire on introduit la notion de coefficient de couplage  $k$  qui est défini comme suit :

$$k = \frac{M}{\sqrt{L_1 L_2}}, \quad 0 \leq k \leq 1 \quad (\text{I.15})$$

### I.3. Pertes dans le transformateur :

Comme toutes les machines électriques, le transformateur occasionne des pertes de puissance. ces pertes sont causées par :

#### I.3.1. Pertes magnétiques :

Ces pertes dans le circuit magnétique, également appelée pertes fer dépendent de la tension d'alimentation. Celle-ci deux types :

### **a : Pertes par courant de Foucault :**

Les courants de Foucault sont des courants induits dans le circuit magnétique du transformateur, en vertu de la loi de LENZ lorsque le matériau est soumis à un flux variable [4].

Pour estimer la valeur de ces pertes ; il existe des formules empiriques :

$$P_{cf} = k_{cf} \cdot V \cdot f^2 \cdot e^2 \cdot B_m^2 \quad (\text{I.16})$$

Avec :  $k_{cf}$  = constant d'épandant du matériau du circuit magnétique.

$V$  = volume du circuit magnétique.

$e$  = épaisseur des tôles du circuit magnétique.

$B_m$  = induction maximale.

### **b : Pertes par hystérésis :**

A chaque fois que le champ magnétique est inversé (50 fois par seconde en 50 Hz), une faible quantité d'énergie est perdue en hystérésis dans le noyau magnétique. La quantité (de perte) d'hystérésis est fonction du matériau du noyau [5].

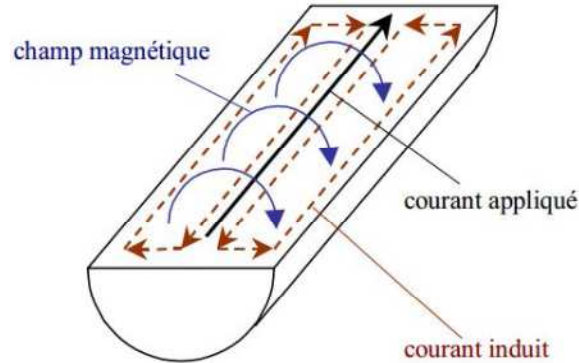
### **I.3.2. Pertes dans les enroulements :**

Le courant qui circule dans les enroulements provoque un réchauffement des conducteurs (pertes  $RI^2$  ou pertes par effet Joule). À plus haute fréquence, l'effet pelliculaire et l'effet de proximité créent une résistance d'enroulement et des pertes supplémentaires.

### **a : Effet de peau**

L'effet de peau dans un conducteur est provoqué par le courant circulant à travers le conducteur lui-même, il représente la modification de la répartition de la densité du courant dans le conducteur. En effet, lorsqu'un conducteur est parcouru par un courant variable  $i(t)$  il crée un champ magnétique  $B(t)$  variable à l'intérieur de ce dernier.

Cette variation du champ magnétique  $B(t)$  génère un flux  $\varphi$  et une f.é.m. induite. Des courants induits appelés *courants de Foucault* apparaissent dans le conducteur, ces courants sont de sens opposés au courant principal dans le centre du conducteur et de même sens à la périphérie du conducteur (Figure I.8). De ce fait, le courant est atténué au centre du conducteur et augmenté à la périphérie [4] [3].



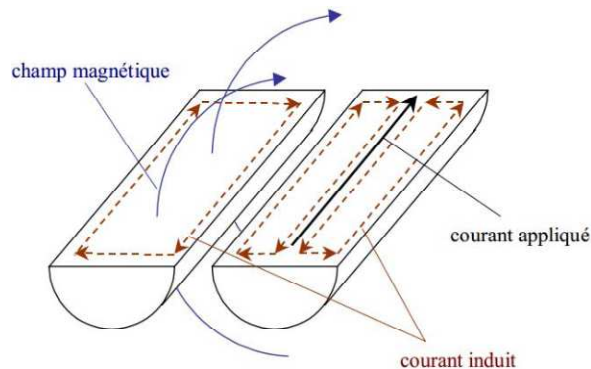
**Figure (I.8):** Origines de l'effet de peau

En très basse fréquence le phénomène de l'effet de peau est négligeable. Cependant en haute fréquence, l'augmentation des *courants de Foucault* tend à réduire la densité du courant dans le centre du conducteur et à augmenter la densité du courant à la périphérie du conducteur.

#### **b : Effet de proximité :**

On a vu précédemment que lorsqu'un conducteur est traversé par un courant variable un effet de peau apparaît à cause des *courants de Foucault*. Lorsque ce conducteur est placé à côté d'un autre conducteur un autre effet apparaît : *l'effet de proximité*.

Le principe de l'effet de proximité est illustré à la figure I.9. Lorsqu'un conducteur est traversé par un courant variable, il génère un champ magnétique variable interne et externe au conducteur. La variation du champ magnétique externe induit des *courants de Foucault* dans le conducteur qui se trouve à proximité et ainsi engendre des pertes par effet Joule. Ce phénomène d'effet de proximité peut se voir accentuer en présence d'un matériau magnétique qui canalise les lignes de champ et augmente le champ magnétique ce qui se traduira par une augmentation significative des effets de proximité[6].



**Figure (I. 9) :** Origines de l'effet de proximité

### **I.4. Les matériaux utilisés dans la fabrication du transformateur :**

#### **I.4.1. Le conducteur :**

Les principaux critères pour choisir un matériau conducteur pour la fabrication des enroulements du transformateur sont : la forte conductivité et le prix [5]. Dans la majorité des cas on utilise le cuivre, son prix et sa bonne conductivité le font considérer comme le favori des matériaux chez les constructeurs.

Il existe plusieurs sortes de conducteurs utilisés dans la fabrication des transformateurs, cependant on peut les séparer suivant la fréquence d'utilisation en deux groupes : conducteurs pour transformateur classique,

fonctionnant à des fréquences industrielles (50 Hz), et conducteurs pour des transformateurs intégrés fonctionnant à hautes fréquences.

#### **I.4.2. Isolants électriques**

En électronique les isolants sont appelés diélectriques. Ces matériaux peuvent être sous forme : de solides, liquides ou gazeux. Ils ont une résistivité très élevée de l'ordre de  $10^8$  à  $10^{11} \Omega.m$ . Leurs structures électroniques permettent d'interdire le passage du courant.

Dans le transformateur, l'isolant permet d'isoler l'enroulement primaire de l'enroulement secondaire, pour assurer un bon fonctionnement de ce dernier.

#### **I.4.3. Matériaux magnétiques**

Il existe deux groupes de matériaux magnétiques : les matériaux magnétiques durs et les matériaux magnétiques doux. Cependant, dans les composants comme les inductances et les transformateurs, les matériaux magnétiques doux sont les plus utilisés. Leurs principales caractéristiques sont la facilité de les aimanter et de les désaimanter, ce qui permet un large domaine d'utilisation dans la réalisation de machines tournantes, transformateurs, inductances, etc... [4].

Pour les composants passifs, dans le domaine d'application basse fréquence, les matériaux ferromagnétiques sont majoritairement utilisés. Ces matériaux ferromagnétiques sont caractérisés par une perméabilité très élevée allant jusqu'à 100000 et une aimantation à saturation élevée. Cependant, leur faible résistivité devient un inconvénient en haute fréquence (plus de pertes par courants de Foucault) [6].

### **I.5. Les types de transformateurs :**

#### **I.5.1. Transformateur de puissance :**

Le transformateur de puissance est un appareil dont la tension d'au moins une des phases dépasse 1000V, il en existe plusieurs types : transformateur à colonnes, transformateur cuirassé, transformateur ordinaire de phases, transformateur à l'huile et transformateur sec. Son rôle principal dans le réseau électrique est de réduire les pertes pour permettre le transport de l'énergie électrique sur les longues distances. Il peut être monophasé ou triphasé, et recevoir plusieurs couplage : étoile, triangle ou zigzag.

#### **I.5.2. Autotransformateur :**

Ce type d'appareil ne dispose que d'un seul enroulement, le secondaire étant une partie de l'enroulement primaire. Le courant alimentant le transformateur parcourt le primaire en totalité et une dérivation à un point donné de celui-ci détermine la sortie du secondaire, ses principales avantages en le comparant avec un transformateur normal sont : sa petite taille, son prix, et enfin son rendement.

#### **I.5.3. Transformateur variable :**

Il est constitué d'un noyau d'acier toroïdal, d'une bobine de cuivre en une seule couche et d'un balai-carbone. Pour faire varier proportionnellement le rapport du transformateur il suffit de jouer avec la position du balai sur la bobine. Son intérêt par rapport à un rhéostat, c'est de produire beaucoup moins de pertes joules, et sa

tension au secondaire dépend beaucoup moins de la charge. La présence d'un fusible entre le secondaire et la charge est indispensable.

#### **I.5.4. Transformateur d'isolement :**

Il est aussi appelé transformateur de séparation, il permet de créer un isolement électrique en isolant la partie primaire et la partie secondaire du transformateur. On l'utilise principalement pour des raisons de sécurité, par exemple dans les blocs opératoires où chaque salle du bloc est équipée de son propre transformateur d'isolement, pour éviter qu'un défaut dans un bloc n'affecte les autres.

#### **I.5.5. Transformateur d'impédance :**

Le transformateur en général est toujours un transformateur d'impédance, mais ce mot est attribué au transformateur qui n'est pas utilisé dans des circuits d'alimentation. Son rôle principale est d'adapter l'impédance de sortie d'un amplificateur à sa charge, il est utilisé : dans la restitution sonore, pour adapter la sortie d'un amplificateur audio à lampes (haute impédance), en électronique audio professionnelle, on utilise toujours ces transformateurs pour les entrées et sorties d'appareils haut de gamme.....etc.)

#### **I.5.6. Transformateur de mesure :**

Il est destiné à alimenter des appareils de mesure comme les compteurs, les relais et autres appareils analogues. On l'utilise pour permettre la mesure de la tension ou du courant. Si ces deux derniers sont très élevés pour être mesurés directement, Il doit faire en sorte de transformer la tension ou le courant de manière proportionnelle et sans déphasage.

#### **I.5.7. Transformateur déphaseur :**

Un transformateur déphaseur est une forme spéciale de transformateur de puissance, utilisé pour réguler le transit de puissance active entre plusieurs lignes électriques triphasées. Le coût de ces transformateurs est assez élevé, ce qui rend leur usage limité à certains nœuds assez critiques du réseau.

#### **I.5.8. Transformateur d'essai :**

Conçu spécialement pour atteindre de très hautes tensions alternatives. Il sert de source de tension dans les laboratoires de haute-tension, où est testé le matériel électrique, et permet aussi de mesurer la qualité de l'isolation électrique.

### **I.6. Les micros transformateurs :**

La fonction du transformateur varie en fonction de son utilisation soit transmission de puissance soit transmission de signal, tout en assurant une isolation galvanique.

Avec l'apparition des technologies de fabrication microélectronique et la course à la miniaturisation, les transformateurs ont vu leurs concepts de base (bobinage) évoluer pour suivre cette miniaturisation.

### I.6.1. Définition :

Le micro-transformateur est un composant passif constitué par deux ou plusieurs enroulements conducteurs déposés sur une couche magnétique ou non magnétique ; généralement on rencontre le micro-transformateur dans des applications du type convertisseur DC-DC.

### I.6.2. Introduction à la technologie planaire :

La réalisation des composants magnétiques (inductance, transformateur...) est difficile avec des technologies compatibles avec celle de la microélectronique. En particulier à cause des problèmes d'intégration des matériaux magnétiques [1].

La course vers la miniaturisation des composants a permis aux chercheurs de mettre au point des technologies permettant aussi bien la miniaturisation des composants que la fabrication collective, afin de réduire le coût et le volume qu'ils occupent. La technologie d'intégration de la micro-électronique s'appelle la technologie planaire. Cette technologie planaire proposée en 1960 par Hoerni est basée sur un procédé caractérisé par un empilement de différentes couches conductrices, isolantes et magnétiques constituant la structure [1][3].

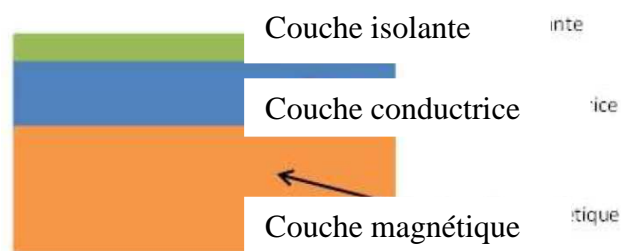


Figure (I.10) : Exemple d'illustration d'un composant planaire

#### I.6.2.1. Les différents types de composants planaires :

On peut distinguer deux types de composant planaires :

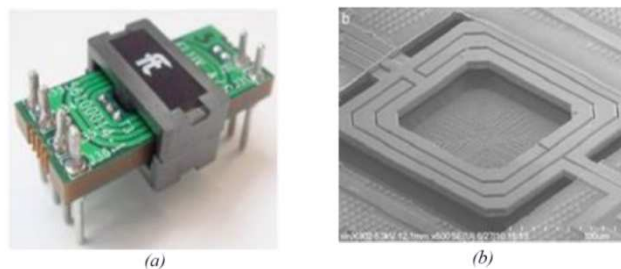


Figure (I.11) : Composants (a) Planar (b) Planaire

- **Composants planaires bas profil (Planar)** (Figure I.11.a) :

Souvent appelés aussi composants PCB (Printed Circuit Board), ils sont fabriqués par élaboration de couches conductrices et isolantes encapsulées dans un noyau magnétique commercial. Les composants planar (ou PCB) sont les plus présents sur le marché et largement utilisés dans les convertisseurs DC-DC.

- **Composants planaires couches minces/épaisses** (Figure I.11.b)

Contrairement aux composants planar, ce type de composants est élaboré à partir d'empilement de couches conductrices, magnétiques et éventuellement isolantes (Figure I.10). Ce type de composants est moins présent sur le marché que les composants planar, mais son domaine d'application est très large et s'étend de l'électronique de puissance au télécom et au photovoltaïque.

La différence entre les composants planar et planaire est la technologie de fabrication.

En effet, la fabrication des composants planar avec un noyau magnétique nécessite l'utilisation d'un noyau commercial. De ce fait, il est difficile voire impossible d'intégrer les composants planar avec noyau magnétique dans un processus de fabrication collective. Si le transformateur est réalisé sans noyau magnétique, dans ce cas il sera compatible avec la fabrication collective. Les composants planaires quant à eux (couche mince), sont réalisables en fabrication collective avec ou sans noyau magnétique.

### **I.6.2.2 Avantages et inconvénients des composants planaire :**

Les composants planaires présentent plusieurs avantages par rapport à la structure conventionnelle :

- Faible épaisseur du composant (low profil) : Les composants magnétiques planaires ont un profil beaucoup plus faible que les composants conventionnels. En général, la hauteur d'un composant magnétique est réduite à la moitié ou au tiers par rapport au composant conventionnel.
- Bonne caractéristique thermique : Les noyaux magnétiques des composants planaires ont un ratio surface sur volume plus grand que celui des noyaux magnétiques conventionnels. En conséquence, ils sont plus efficaces pour évacuer la chaleur et ont tendance à avoir de faibles sensibilités thermiques par rapport aux transformateurs traditionnels bobinés.
- **“Facilité de fabrication”**, réduction des coûts: Comme la fabrication des composants planaires est compatible avec les techniques de micro-fabrication, ces techniques permettent de réduire les coûts grâce à un procédé de fabrication collectif.
- Fréquence de fonctionnement : Au contraire des composants conventionnels qui sont généralement utilisés dans la bande des basses et moyennes fréquences jusqu'à ~10MHz, le faible profil des composants planaires permet des fréquences de fonctionnement allant jusqu'à plusieurs GHz.

### **I.6.3. La piézoélectricité :**

La piézoélectricité est un phénomène physique présent chez certains matériaux ayant une structure cristalline. Un matériau piézoélectrique est, par définition, capable de coupler les énergies élastiques et électriques. L'effet piézoélectrique existe sous deux formes détaillées ci-dessous : l'effet direct et l'effet inverse

- **Effets piézoélectriques :**

Ce phénomène fut découvert en 1880 par les frères Pierre et Jacques Curie, qui travaillaient sur la relation entre pyroélectricité et structure cristalline. La pyroélectricité traduit le couplage entre effets thermiques et effets électriques ; la piézoélectricité, quant à elle, caractérise le couplage entre les grandeurs mécaniques et les grandeurs électriques.

La piézoélectricité permet la conversion électromécanique.

L'effet piézoélectrique direct (Figure I.12) est le phénomène de polarisation électrique induite par application d'une contrainte à certains matériaux. Cette polarisation est proportionnelle à la contrainte et change de signe avec elle.

Le coefficient de proportionnalité est appelé  $d$  : coefficient piézoélectrique.

Ce phénomène est réversible : une polarisation électrique résultant de l'application d'un champ électrique entraînera une déformation du même matériau. On parle alors d'effet piézoélectrique inverse [6].

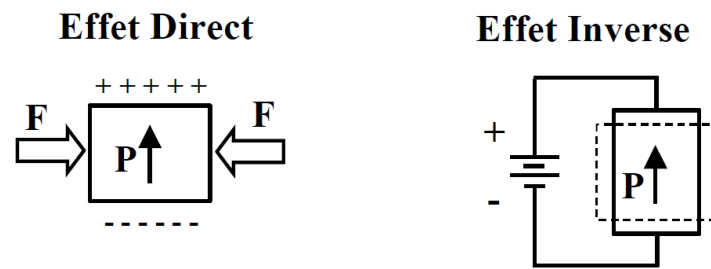


Figure (I.12) : L'effet piézoélectrique.

### I.6.3.1 matériaux piézoélectrique :

Les éléments piézoélectriques peuvent se trouver sous forme de différents matériaux, dont les classes principales ainsi que leurs caractéristiques seront énumérer si dessous :

#### a- Les classes principales de matériaux piézoélectriques

Il existe quatre classes principales de matériaux piézoélectriques : les cristaux qui possèdent une piézoélectricité naturelle, les céramiques, les polymères et les composites qui doivent être polarisés.

- **Les cristaux:** Le cristal piézoélectrique le plus connu est le quartz mais ses propriétés en termes de performance sont peu attrayantes pour les applications en vibration. D'autres matériaux, tel que le niobate de lithium ( $\text{LiNbO}_3$ ) ou le tantalate de lithium ( $\text{LiTaO}_3$ ) affichent des valeurs de coefficient de couplage plus élevées mais le coût élevé et la fragilité de ces cristaux explique qu'on ne les retrouve que très peu dans les produits actuels.
- **Les céramiques:** Les premiers matériaux piézoélectriques de synthèse à base de Titanate de Barium apparaissent après 1945. Zirconium Titanate de Plomb (PZT), élaborés dès 1945 se répandent très rapidement car leurs caractéristiques supplantent de loin celles de tous les autres matériaux piézoélectriques. Ils sont utilisés en contrôle actif de structure en tant qu'actionneurs et capteurs ils peuvent intervenir dans la composition de matériaux composites actifs.
- **Les polymères:** Certains polymères tels que le PVDF (PolyVynilDiFluorure) et des copolymères tels que le PVDF-TrFE peuvent acquérir des propriétés piézoélectriques. Ils sont adaptables à des surfaces non planes. Ils ont été éprouvés et sont utilisés dans diverses applications. Ils sont efficaces en tant que capteurs, grâce notamment à leur faible hystérésis.

Cependant leur faible coefficient de couplage électromécanique les pénalise en temps qu'actionneurs. Ils présentent de plus des pertes diélectriques élevées.

- **Les composites:** Ce sont des céramiques massives. Ces matériaux, d'abord développés pour des applications sonar, ont fait leur apparition au début des années 80 et représentent l'avancée majeure dans le domaine des matériaux piézo-électriques, depuis l'apparition des

PZT dans les années 60.

#### b- avantages des matériaux piézoélectriques :

L'utilisation de matériaux piézoélectriques présente divers avantages.

Ces matériaux sont capables d'assurer une conversion d'énergie électrique en énergie mécanique cela par l'application d'une contrainte sur un matériau piézoélectrique entraîne l'apparition d'une tension entre les électrodes. Ce phénomène est réversible ce qui permet d'utiliser les éléments piézoélectriques indifféremment comme actionneur ou capteur ou même de cumuler les deux fonctions.

Il en existe plusieurs types de matériau piézoélectrique offrant des avantages différents. Par exemple, les piézocéramiques offrent une grande rigidité structurelle ce qui leur donne un grand pouvoir actif tandis que la souplesse des films piézoélectriques leur donne une grande sensibilité.

De plus, étant donné le poids relativement faible des matériaux piézoélectriques, une grande quantité de ces éléments peut être utilisée sans augmenter de façon significative le poids de la structure [4].

### **I.6.3.2 architecture et principe d'un transformateur piézoélectrique:**

#### **a : architecture :**

Les premières structures de transformateurs piézoélectriques sont apparues dans les années 1950 suite aux travaux menés notamment par C. A. Rosen. Mais ce n'est que relativement récemment, en particulier grâce aux progrès réalisés dans la synthèse des céramiques PZT (Titanate de Zirconate de Plomb) et l'amélioration de leurs caractéristiques que le transformateur piézoélectrique a trouvé de l'intérêt.

La miniaturisation de plus en plus poussée des matériels mobiles utilisés en télécommunication mais aussi dans d'autres domaines d'application tels que le génie médical ou l'instrumentation, nécessite de disposer de sources d'énergie électrique de quelques Watts à quelques dizaines de Watts, très compactes, et offrant de bonnes performances en terme de rendement, de fiabilité, de compatibilité électromagnétique. Dans ce cadre, l'utilisation de transformateurs piézoélectriques apparaît comme une solution tout à fait prometteuse par comparaison à la solution électromagnétique classique.

En effet, le transformateur piézoélectrique se présente généralement sous la forme d'un bloc uniforme de céramique, avec deux paires d'électrodes primaires et secondaires, ce qui n'est pas le cas du transformateur électromagnétique qui nécessite un bobinage plus encombrant. De plus la puissance volumique du transformateur piézoélectrique est assez importante, de l'ordre de 20Watts/cm, ce qui est comparable à celle des transformateurs électromagnétiques en ferrite fonctionnant à haute fréquence.

Enfin le transformateur piézoélectrique possède deux parties bien distinctes ; la première peut être considérée comme la partie motrice ou primaire, et la deuxième comme la partie réceptrice ou secondaire [2].

#### **b : principe de fonctionnement :**

Le fonctionnement d'un transformateur piézoélectrique est basé sur une double conversion électromécanique (effet piézoélectrique inverse) puis mécano-électrique (effet piézoélectrique direct) de l'énergie. Pour cela, un transformateur piézoélectrique est formé d'une céramique piézoélectrique sur laquelle sont déposés deux jeux de deux électrodes primaires et secondaires. Si l'on impose une tension alternative au niveau des électrodes primaires, on génère une vibration alternative de la céramique qui induit à son tour une tension alternative entre les électrodes secondaires. Le rapport de transformation est alors en fonction du type

de polarisation de la céramique et des dimensions géométriques caractéristiques des primaires et des secondaires [7] [8].

#### **I.6.4. Les différentes structures d'un micro transformateur intégré :**

Après avoir choisi les matériaux nécessaires pour la réalisation de nos transformateurs, nous allons présenter quelques structures du micro-transformateur :

##### **I.6.4.1. Transformateur à enroulements entrelacés**

Ce type de transformateur proposé pour la première fois par E.Frlan en 1989, est constitué généralement de deux enroulements concentriques dans le même plan. Nous présenterons quelques travaux sur ce type de transformateur avec et sans matériau magnétique [20].

- **Transformateur entrelacé sans matériau magnétique**

Les enroulements sont très souvent déposés sur un substrat de silicium Ce type de transformateur, utilisé principalement dans la bande de fréquence allant de quelques centaines de MHz au GHz, occupe généralement une grande surface avec des inductances relativement faibles [8] ;

##### **Transformateur entrelacé avec matériau magnétique**

Ce type de transformateur, constitué par un empilement de couches conductrices, isolantes et magnétiques, fonctionne généralement dans le domaine du MHz (de quelques dizaines à quelques centaines de MHz). Nous précisons cependant qu'il existe peu de travaux sur ce type de transformateur utilisant un matériau magnétique.

##### **I.6.4.2. Transformateur à enroulements empilés**

Cette structure de transformateur proposée pour la première fois par Rabjohn est constituée de deux ou plusieurs bobinages disposés dans deux ou plusieurs plans différents.

La connexion entre les bobines des couches conductrices supérieures et inférieures du transformateur est assurée par des vias. Cette structure de transformateur exigeant plusieurs niveaux de métallisation.

- **Transformateur empilé sans matériau magnétique**

Ces transformateurs sont généralement déposés sur un substrat de silicium et Fonctionnent dans le domaine du GHz.

D.Y. Christopher et al ont fabriqué à l'aide d'un processus photo-lithographique un transformateur à enroulements empilés utilisé dans des alimentations à découpage fonctionnant dans la gamme de 100-500MHz.

- **Transformateur empilé avec matériau magnétique**

Ce type de transformateur fonctionne dans le domaine de fréquence allant de quelques MHz à quelques dizaines de MHz.

##### **I.6.4.3. Transformateur à orientation face to face**

Le transformateur face to face peut être obtenu en assemblant deux inductances réalisées chacune sur un substrat magnétique ou non, les deux bobines correspondent au primaire et au secondaire du transformateur. Une couche d'isolant est utilisée entre ces deux bobinages assurant ainsi l'isolation entre primaire et secondaire.

##### **I.6.4.4. Structure 3D :**

Ces transformateurs sont constitués de deux ou plusieurs bobinages enroulés autour d'un noyau magnétique ou non magnétique. Les bobinages ne sont plus planaires comme dans les exemples précédents, mais occupent un volume important. Les matériaux magnétiques utilisés sont en général de formes toroïdales ou de sections carrés et présentent une perméabilité

- relative grande **Structure de transformateurs 3D sans matériau magnétique :**

Ce type de transformateur est principalement utilisé dans le domaine de très hautes fréquences de l'ordre du GHz.

- Transformateur 3D avec matériau magnétique**

Ces transformateurs sont réalisés à partir d'empilement de couches isolantes, conductrices et magnétiques.

Leur domaine d'utilisation s'étend de quelques dizaines à quelques centaines de MHz.

Pour résumer tout ces types de transformateurs, voici un résumer dans le tableau suivant :

<b>Structure/ paramètres de choix</b>	<b>Entrelacée</b>	<b>Face to Face</b>	<b>Empilé</b>	<b>3D</b>
<b>Capacité inter enroulement s</b>	Grande (car généralement la distance entre spire est faible)	Faible (fonction de l'épaisseur de l'isolant)	Dépend de l'épaisseur de l'isolant	Peut être très faible
<b>Inductance magnétisant e</b>	Grande (pour une distance entre spires faible et une épaisseur magnétique moyenne)	Très grande (pour une épaisseur de l'isolant faible et une épaisseur magnétique moyenne)	Grande	grande
<b>fabrication</b>	Très facile	difficile	Plus difficile	Très difficile
<b>Surface occupée</b>	grande	faible	Moyenne	Moyenn e

**Tableau (I.3):** Bilan comparatif des 4 structures de transformateur

### I.6.5. Domaine d'utilisation des micros transformateurs intégrés :

Les domaines d'application des transformateurs planaires sont très variés.

Généralement on peut les classer sous deux grandes familles : les applications de puissance et les applications de traitement du signal.

### ➤ **Applications de puissance :**

L'isolation électrique et le transfert d'énergie/signal sont les fonctions principales d'un transformateur. Cependant, en technologie planaire, les transformateurs pour le transfert d'énergie sont rares, et ceux développés sont destinés aux applications de faible puissance, classiquement de l'ordre de Watt. Cette limitation est due au faible profil des transformateurs planaires.

### ➤ **Applications pour le transfert signal**

D'après ce qui a été précédé, les transformateurs sont typiquement utilisés pour le traitement du signal où les puissances sont très faibles (de l'ordre de quelques dizaines de milliwatt). Les transformateurs pour le transfert de signal doivent avoir une faible surface à des fins d'intégration, pour la réduction des bruits extérieurs sur le transformateur et un très bon gain en tension pour bien s'assurer du transfert du signal de l'entrée et non du bruit de l'environnement.

### ➤ **Applications particulières**

D'autres applications particulières font appel aux transformateurs de très hautes fréquences, à hauteur de quelques GHz.

Les applications visées concernent le domaine des très hautes fréquences à l'exemple des accès fixe de radio, les radars automobile à 77 GHz et les systèmes en série de communication à haut débit de plus de  $40.S^{-1}$  [4].

## **I.6.6. Avantages et inconvénients d'un transformateur intégré :**

### **I.6.6.1. Avantages :**

Les transformateurs piézoélectriques ont de nombreux avantages par rapport à leurs homologues magnétiques.

- Des densités de puissance plus importantes.
- Des rendements supérieurs pour les densités de puissance équivalentes.
- L'absence d'enroulement facilite la construction et limite les risques de court-circuit.
- Certaines structures jouissent d'isolation galvanique naturelle, sinon cette propriété est relativement facile à obtenir.
- Peu d'émission électromagnétique.

### **I.6.6.2. inconvénients :**

Les transformateurs piézoélectriques présentent toutefois quelques inconvénients par rapport aux transformateurs électromagnétiques.

On peut notamment citer la forte dépendance des comportements électriques et mécaniques vis-à-vis de la résistance de charge connectée au secondaire. Celle-ci influe fortement sur la puissance transférée par le transformateur, sur le rendement de ce transfert ainsi que sur le rapport de transformation. Ceci impose la mise en œuvre d'électronique complexe permettant de régler la tension ou la puissance, par exemple.

### **I.6.7. Conclusion :**

A travers ce chapitre nous avons énuméré dans une première partie le transformateur d'une manière générale, en citant son principe de fonctionnement, les matériaux utilisés dans sa fabrication, les pertes engendrées à l'intérieur de celui-ci, et les types de transformateurs existants. Ensuite on a entamé dans les trois parties restantes les micros transformateurs qui sont l'objet de notre étude. La deuxième partie est consacrée à la technologie de fabrication d'un micro transformateur, ainsi que la description de celui-ci, notamment ses avantages et ses inconvénients.

Dans la troisième et la quatrième partie, nous avons procédé à la présentation des différentes structures et les domaines d'utilisation d'un micro-transformateur intégré.

## Chapitre 2 : Modélisation électromagnétique et méthodes de résolutions

### II.1. Introduction :

L'électromagnétisme est l'étude des phénomènes résultant de l'interaction des courants électriques et des champs magnétiques. Dans ce chapitre nous présentons les bases théoriques pour mener à bien la modélisation électromagnétique.

Les équations de la physique fondamentale qui régissent de tels phénomènes sont appelées équations de Maxwell. Elles sont constituées par un ensemble des équations différentielles linéaires, appliqués à un certain nombre de grandeurs physiques appelées électromagnétiques [18].

### II.2. Phénomènes électromagnétiques :

Les phénomènes électromagnétiques étudiés au sein des dispositifs électrotechniques sont régis par les équations de Maxwell et les équations caractéristiques du milieu.

La connaissance du champ électromagnétique permet d'avoir accès au calcul des performances globales et au détail des conditions de fonctionnement de tout appareil électromagnétique que ce soit en régime permanent ou transitoire [11].

#### II.2.1. équations de maxwell :

Les quatre équations de Maxwell sont à la base de tout phénomène électrique et magnétique. Elles sont aussi fondamentales en électromagnétismes que les lois de Newton en mécanique.

Les équations de Maxwell, complétés par la loi de la force de Lorentz permettent de faire une description complète de toutes les interactions électromagnétiques [9].

##### a. Équation de Maxwell-Gauss :

$$\operatorname{div}\vec{D}=\rho \quad (\text{II.1})$$

$\vec{D}$  : Vecteur induction électrique (déplacement électrique) [C/m<sup>2</sup>],

Une charge électrique est source d'un champ électrique ; autrement dit, les lignes de champs électriques commencent et se terminent autour des charges électriques.

##### b. Equation de Maxwell-Faraday :

$$\operatorname{rot}\vec{E}=-\frac{\partial\vec{B}}{\partial t} \quad (\text{II.2})$$

$\vec{E}$  : Vecteur champ électrique [V/m].

$\vec{B}$  : Induction magnétique [T].

Cette équation exprime le couplage électrique et magnétique en régime dynamique et où la variation temporelle de  $\vec{B}$  détermine le  $\overline{\text{rot}}\vec{E}$ , mais ceci ne suffit pas pour déterminer complètement  $\vec{E}$ .

### c. Equation de Maxwell-Ampère

$$\overline{\text{rot}}\vec{H} = \vec{J}_{con} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \quad (\text{II.3})$$

$\vec{H}$  : Vecteur champ magnétique [A/m].

Où :

$\vec{J}_{con}$  : Densité de courant de conduction électrique [A/m<sup>2</sup>].

Le terme  $\frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$  exprime la densité de courant de déplacement [A/m<sup>2</sup>] négligeable en haute fréquence. Pour définir complètement les phénomènes électromagnétiques à l'intérieur d'un milieu, on rajoute les lois de comportement des milieux ainsi que la loi d'ohm généralisée.

### d. Equation de conservation du flux magnétique :

$$\text{Div}\vec{B}=0 \quad (\text{II.4})$$

Cette relation traduit mathématiquement le fait que les seules sources de champ magnétique sont les courants électriques, et il n'existe pas de charge magnétique ; c'est pourquoi les lignes du champ sont toujours fermées sur elles-mêmes. Elles forment des boucles. Ces boucles n'ont ni point de départ, ni point d'arrivée, ni point de convergence, d'où la nomination d'induction conservatrice (champ conservatif) [1].

## II.3. Lois de comportement des milieux :

Les grandeurs et les liaisons des cinq champs vectoriels dépendent des caractéristiques électromagnétiques des milieux où ils règnent. La loi d'Ohm et les équations constitutives des matériaux définissent ce milieu.

### II.3.1.Relations constitutives :

#### ➤ Induction électrique et champ électrique :

$$\vec{D} = \epsilon \vec{E} \quad (\text{II.5})$$

Où

$$\epsilon = \epsilon_r \epsilon_0$$

$\epsilon_0$  : Permittivité absolue du vide [F / m]

$\epsilon_r$  : Permittivité relative du milieu.

Cette équation décrit la relation entre le vecteur induction électrique  $\vec{D}$  et le champ électrique, elle est linéaire si  $\epsilon$  est constante dans le cas des conducteurs non polarisés nous avons :

$$\epsilon_0 = 1 / 36\pi 109 \text{ [F / M]}.$$

➤ **Induction magnétique et champ magnétique :**

$$\vec{B} = \mu \vec{H} + \vec{B}_r \quad (\text{II.6})$$

C'est la relation entre le champ magnétique et l'induction magnétique .cette dernière donne la courbe d'aimantation  $B = f ( H )$

Cette variation de  $\vec{H}$  conduit à une variation de l'induction  $\vec{B}$  , on trouve par la suite le cycle d'hystérésis dont la forme se différencie d'un matériau à un autre, donc d'un dispositif électrotechnique à un autre

**II.3.2. loi d'ohm :**

La loi d'Ohm exprime la relation liant la densité de courant  $\vec{J}$  au champ électrique  $\vec{E}$  à travers la conductivité  $\sigma$  , tel que :

$$\vec{J} = \sigma \vec{E} \quad (\text{II.7})$$

La densité de courant s'exprime en fonction de la nature du milieu étudié.

➤ **Pour un milieu conducteur avec source :**

$$\vec{J} = \vec{J}_s + \vec{E}\sigma \quad (\text{II.8})$$

$\vec{J}_s$  : est la densité de courant source [A/m<sup>2</sup>].

$\vec{E}$  : est le champ électrique induit [V/m].

➤ **Pour un milieu en mouvement on aura :**

$$\vec{J} = \sigma(\vec{E} + \vec{E}'), \quad (\text{II.9})$$

Avec  $\vec{E}' = \vec{V} \wedge \vec{B}$

$\vec{E}'$  : est le champ électromoteur.

$\vec{V}$  : est la vitesse de déplacement du milieu en mouvement [m/s].

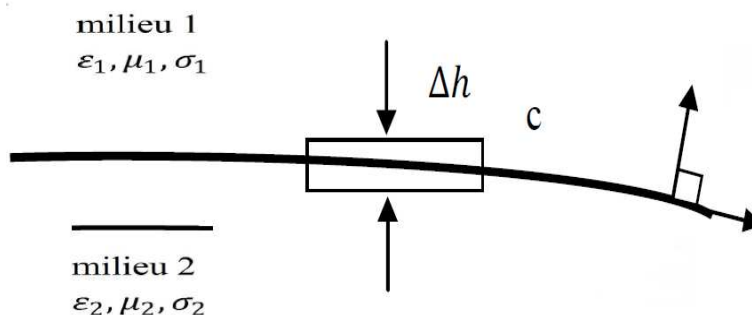
$\vec{B}$  : est l'induction magnétique [Tesla].

**II.4. Relations de passage :**

Lors du passage d'un milieu repéré (1) vers un milieu repéré (2), les grandeurs électromagnétiques subissent des discontinuités. Les équations de passage aux interfaces sont obtenues à partir des équations de Maxwell.

➤ **Conditions sur les composantes tangentielles :**

Pour l'étude des composantes tangentielle du champ magnétique et du champ électrique à l'interface, nous considérons un contour (C) au voisinage très proche de l'interface (h tend vers le zéro) [4].



**Figure (II.1) :** surface d'intégration entre deux milieux

Le calcul de la circulation du champ  $\vec{H}$  en utilisant l'équation de Maxwell-Ampère sous forme intégrale, nous permet de déduire lorsque h tend vers zéro la condition de passage des composantes tangentielles du champ magnétique, elle est donnée par l'équation suivante :

$$(\vec{H}_1 - \vec{H}_2) \wedge \vec{n} = k \quad \text{(II.10)}$$

Cette équation signifie que la composante tangentielle du champ  $\vec{H}$  à l'interface entre les deux milieux est discontinue lorsqu'une densité du courant k circule sur la surface de séparation.

Pour les composantes tangentielles du champ électrique  $\vec{E}$  nous allons calculer la circulation du champ électrique  $\vec{E}$  sur le même contour considéré précédemment, nous utilisons l'équation Maxwell-Faraday sous forme intégrale.

$$\oint_C \vec{E} d\vec{l} = \int_s \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} d\vec{l} \quad \text{(II.11)}$$

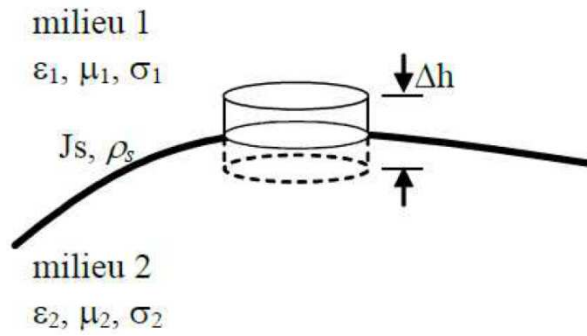
Ce qui donne :

$$(\vec{E}_1 - \vec{E}_2) \wedge \vec{n} = 0 \quad \text{(II.12)}$$

L'équation précédente exprime la continuité de la composante tangentielle du champ électrique lors du passage à travers l'interface entre les deux milieux.

➤ **Conditions sur les composantes normales :**

Pour l'étude de la condition de passage aux composantes normales, nous considérons une surface fermée au voisinage très proche de l'interface comme illustré sur la figure suivante :



**Figure (II.2) :** volume d'intégration entre deux milieux

La condition de passage sur le champ magnétique, est obtenue en calculant le flux de ce dernier à travers la surface fermée (figure II.2) et en utilisant l'équation de Maxwell (conservation du flux magnétique) sous sa forme intégrale, on obtient alors l'équation suivante :

$$\oint \vec{B} d\vec{s} = 0 \quad (\text{II.13})$$

Si on considère que la hauteur  $h$  du volume élémentaire est suffisamment petite, ce qui nous permet de négliger le flux du champ magnétique à travers la surface latérale, on aura l'équation si dessous :

$$(\vec{B}_1 - \vec{B}_2) \cdot \vec{n} = 0 \quad (\text{II.14})$$

Cette équation indique que la composante normale du champ magnétique est continue en passant d'un milieu à l'autre à travers l'interface. Pour obtenir une condition sur le déplacement électrique  $\vec{D}$ , nous faisons appel à l'équation de Maxwell-Gauss sous sa forme globale.

$$\oint \vec{D} d\vec{s} = Q_{\text{int}} \quad (\text{II.15})$$

$Q_{\text{int}}$  : Charge libre à l'intérieur de la surface fermée (figure II.2).

Si  $h$  est suffisamment petit, l'équation (II.14) peut s'écrire sous la forme suivante :

$$(\vec{D}_1 - \vec{D}_2) \wedge \vec{n} = \rho_s \quad (\text{II.16})$$

La composante normale du vecteur déplacement électrique  $\vec{D}$  est discontinue lorsqu'il y a une densité de charge surfacique libre  $\rho_s$  à l'interface entre les deux milieux.

Donc en résumé on aura les relations de passage suivantes :

Conservation de la composante tangentielle du champ électrique $\vec{E}$	$(\vec{E}_1 - \vec{E}_2) \wedge \vec{n} = 0$
Conservation de la composante normale de l'induction magnétique $\vec{B}$	$(\vec{B}_1 - \vec{B}_2) \cdot \vec{n} = 0$
Discontinuité de la composante tangentielle du champ magnétique $\vec{H}$ si les courants surfacique existent $k_s$	$(\vec{H}_1 - \vec{H}_2) \wedge \vec{n} = k$
Discontinuité de la composante normale de l'induction	$(\vec{D}_1 - \vec{D}_2) \wedge \vec{n} = \rho_s$

**Tableau(II.1) : Récapitulatif des relations de passage entre deux milieux**

$\vec{n}$  : La normale à l'interface.

$k_s$  : La densité de courant portée par la surface de séparation.

$\rho_s$  : La densité de charges portée par la surface de séparation.

**II.5. conditions de jauge :**

Les champs électromagnétiques définis par l'ensemble des équations de Maxwell ne sont pas uniques. En effet les champs à divergence sont définis à un rotationnel près, et les champs à rotationnel sont définis à un gradient près. Il convient donc d'imposer une condition supplémentaire afin d'assurer l'unicité c'est à dire la solution issue de la résolution du système d'équations. Cette condition, appelée condition de jauge est généralement exprimée sous deux formes [3] :

$$\text{div}(A) = 0 \quad \text{Jauge de coulomb} \quad (\text{II.17})$$

$$\text{div}(A) + k \frac{\partial V}{\partial t} = 0 \quad \text{Jauge de Lorentz} \quad (\text{II.18})$$

**II.6. Conditions aux limites :**

Il existe plusieurs solutions des équations aux dérivées partielles de Maxwell. Les conditions aux limites servent à déterminer une solution unique des ces équations. Ces conditions sont principalement de deux types :

**II.6.1. Condition de Dirichlet :**

$$A|_{\Gamma} = A_0 \quad (\text{II.19})$$

**II.6.2. Condition de Newman :**

$$\left. \frac{\partial A}{\partial n} \right|_{\Gamma} = A_0 \quad (\text{II.20})$$

Concernent notre champ d'étude :

- La condition de DRICHLET impose la valeur du potentiel A comme par exemple les surfaces des conducteurs, les surfaces équipotentiels (potentiel A connu sur la frontière) .
- La condition de NEUMANN impose la valeur de la normale du potentiel A tel que les plans de symétrie ou les surfaces imposées. (Neumann homogène  $\frac{\partial A}{\partial t} = 0$ ).

Ces deux conditions sont dites homogènes si les valeurs imposées sont nulles, elles sont dites hétérogène dans le cas contraire. (Neumann non homogène  $\frac{\partial A}{\partial t} \neq 0$  ).

**II.7. Formulation des équations électromagnétiques :**

Souvent, suivant les dispositifs étudiés, certains phénomènes électromagnétiques peuvent être négligés. Dans les hypothèses simplificatrices proposées, les équations étudiées dans la première partie de ce chapitre (équations de Maxwell) se simplifient. Nous aborderons les modèles électrostatique, électrocinétique, magnéto-statique et magnéto-dynamique.

### II.7.1 Le Modèle électrostatique :

Dans ce modèle, le champ  $\vec{E}$  est produit par des charges qui ne varient pas en termes de répartition. Il est régi par les équations suivantes :

$$\overrightarrow{\text{rot}} \vec{E} = 0 \quad (\text{II.21})$$

$$\text{Div} \vec{D} = \rho \quad (\text{II.22})$$

$$\vec{D} = \epsilon \vec{E} \quad (\text{II.23})$$

Puisque  $\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = \vec{0}$

La relation  $\overrightarrow{\text{rot}} \vec{E} = 0$  permet de définir une autre fonction appelée potentiel scalaire électrique  $V$ , tel que :

$$\vec{E} = -\overrightarrow{\text{grad}} V \quad (\text{II.24})$$

On aura donc en remplaçant dans les équations précédentes

$$\text{Div}(\epsilon \overrightarrow{\text{grad}} V) + \rho = 0 \quad (\text{II.25})$$

### II.7.2. Le Modèle électrocinétique :

Il étudie la répartition du courant électrique de conduction dans des conducteurs isolés soumis à des différences de potentiel continues.

Ce modèle est régi par les équations suivantes :

$$\overrightarrow{\text{rot}} \vec{E} = 0 \quad (\text{II.26})$$

$$\text{Div} \vec{D} = 0 \quad (\text{II.27})$$

$$\vec{j} = \sigma \vec{E}$$

$\overrightarrow{\text{rot}} \vec{E} = 0$  implique qu'il existe un potentiel scalaire électrique  $V$  tel que  $\vec{E} = -\overrightarrow{\text{grad}} V$

On aura donc en remplaçant dans les équations précédentes [4]

$$\text{Div}(\sigma \overrightarrow{\text{grad}} V) = 0 \quad (\text{II.28})$$

### II.7.3. Modèle magnéto-statique :

La magnéto-statique consiste en l'étude des phénomènes magnétiques en régime stationnaire

Dans ce modèle, le terme  $\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$  de l'équation est nul car le champ magnétique est produit par des sources indépendantes du temps. Il est régi par les équations suivantes :

$$\overrightarrow{\text{rot}} \vec{H} = \vec{j} \quad (\text{II.29})$$

$$\text{Div} \vec{B} = 0$$

A ces équations s'ajoute la loi de comportement magnétique:

$$\vec{B} = \mu \vec{H} + \vec{B}_r \quad (\text{II.30})$$

➤ **Formulation magnétostatique en potentiel vecteur magnétique**

$$\text{Div} \vec{B} = 0 \rightarrow \exists \vec{A} \quad \text{tel que : } \vec{B} = \overrightarrow{\text{rot}} \vec{A} \quad (\text{II.31})$$

$$\overrightarrow{\text{rot}} \vec{H} = \vec{J} \rightarrow \overrightarrow{\text{rot}} \left( \frac{\vec{B}}{\mu} \right) = \vec{J} \quad (\text{II.32})$$

$$\overrightarrow{\text{rot}} \left( \frac{\overrightarrow{\text{rot}} \vec{A}}{\mu} \right) = \vec{J} \quad (\text{II.33})$$

➤ **Formulation bidimensionnel magnétostatique en potentiel vecteur magnétique :**

$$\overrightarrow{\text{rot}} \left( \frac{\overrightarrow{\text{rot}} \vec{A}}{\mu} \right) = \vec{J} \quad (\text{II.34})$$

**Si**  $\mu$  est constante on aura  $\frac{1}{\mu} \overrightarrow{\text{rot}}(\overrightarrow{\text{rot}} \vec{A}) = \vec{J}$  (II.35)

$$\frac{1}{\mu} \overrightarrow{\text{rot}}(\overrightarrow{\text{rot}} \vec{A}) = \vec{J} \Rightarrow \frac{1}{\mu} \overrightarrow{\text{grad}}(\overrightarrow{\text{Div}} \vec{A}) - \Delta \vec{A} = \vec{J} \quad (\text{II.36})$$

$$\overrightarrow{\text{Div}} \vec{A} = 0 \quad (\text{jauge de coulomb})$$

**On aura donc en coordonnées cartésiennes dans le plan (x, y) :**

$$1/\mu \left[ \frac{\partial^2 A}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 A}{\partial y^2} \right] = J \quad ; \quad \mu = \mu_r \mu_0 \quad (\text{II.37})$$

**II.7.4. Modèle magnétodynamique :**

La magnétodynamique consiste en l'étude des phénomènes électromagnétiques couplés, en régime dynamique, en négligeant les courants de déplacement.

Contrairement aux autres modèles le terme  $\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$  n'est pas nul. Ce model est régit par les équations suivantes :

$$\overrightarrow{\text{rot}} \vec{H} = \vec{J} \quad (\text{II.38})$$

$$\overrightarrow{\text{rot}} \vec{E} = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (\text{II.39})$$

$$\vec{J} = \vec{J}_s + \vec{J}_{ind} \quad (\text{II.40})$$

$$\text{Avec : } \vec{J}_{ind} = \sigma \vec{E} + \sigma (\mathbf{v} \wedge \vec{B}) \quad (\text{II.41})$$

$J_s$  = densité de courant de source.

Nous ajoutons à ces équations les lois caractéristiques au milieu :

$$\vec{D} = \epsilon \vec{E} \quad (\text{II.42})$$

$$\vec{B} = \mu \vec{H} \quad (\text{II.43})$$

➤ **Formulation magnétodynamique en potentiel vecteur magnétique :**

$$\text{Div} \vec{B} = 0 \rightarrow \exists \vec{A} \quad \text{tel que : } \vec{B} = \overrightarrow{\text{rot}} \vec{A} \quad (\text{II.44})$$

En remplaçant l'équation (II.44) dans (II.39) on aura :

$$\overrightarrow{\text{rot}} \vec{E} = -\frac{\partial \overrightarrow{\text{rot}} \vec{A}}{\partial t} = -\overrightarrow{\text{rot}} \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \rightarrow \overrightarrow{\text{rot}} \left( \vec{E} + \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \right) = 0 \quad (\text{II.45})$$

$\overrightarrow{\text{rot}} \left( \vec{E} + \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \right) = 0$  implique qu'il existe un potentiel scalaire électrique  $V$  tel que

$$\vec{E} + \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} = -\overrightarrow{\text{grad}} V \quad (\text{II.46})$$

$$\vec{E} + \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} = -\overrightarrow{\text{grad}} V \rightarrow \vec{E} = -\left( \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} + \overrightarrow{\text{grad}} V \right) \quad (\text{II.47})$$

En remplaçant l'équation (II.43) dans (II.38) on aura :

$$\overrightarrow{\text{rot}} \left( \frac{1}{\mu} \vec{B} \right) = \vec{j} \quad (\text{II.48})$$

$$\text{Avec } \vec{j} = \vec{j}_s + \sigma \vec{E} + \sigma (\mathbf{v} \wedge \vec{B})$$

En remplaçant l'équation (II.44) dans (II.48) on aura :

$$\overrightarrow{\text{rot}} \left( \frac{1}{\mu} \overrightarrow{\text{rot}} \vec{A} \right) = \vec{j}_s + \sigma \vec{E} + \sigma (\mathbf{v} \wedge \overrightarrow{\text{rot}} \vec{A}) \quad (\text{II.49})$$

En faisant rentrer l'équation (II.47) dans (II.49) on aura

$$\overrightarrow{\text{rot}} \left( \frac{1}{\mu} \overrightarrow{\text{rot}} \vec{A} \right) = \vec{j}_s - \sigma \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} - \sigma \overrightarrow{\text{grad}} V + \sigma (\mathbf{v} \wedge \overrightarrow{\text{rot}} \vec{A}) \quad (\text{II.50})$$

$$\overrightarrow{\text{rot}} \left( \frac{1}{\mu} \overrightarrow{\text{rot}} \vec{A} \right) + \sigma \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} + \sigma \overrightarrow{\text{grad}} V - \sigma (\mathbf{v} \wedge \overrightarrow{\text{rot}} \vec{A}) = \vec{j}_s \quad (\text{II.51})$$

Les termes  $\vec{j}_s - \sigma \frac{\partial \vec{A}}{\partial t}$  et  $\sigma (\mathbf{v} \wedge \overrightarrow{\text{rot}} \vec{A})$  représentent les densités des courants induits ils traduisent le caractère dynamique dans le temps et dans l'espace des phénomènes électromagnétiques

Le terme  $-\sigma \overrightarrow{\text{grad}} V$  décrit la densité des courants dépendante des conditions électriques imposé aux extrémités des conducteurs.

### ➤ Formulation bidimensionnel magnétodynamique en potentiel vecteur magnétique:

$$\overrightarrow{\text{rot}} \left( \overrightarrow{\text{rot}} \frac{\vec{A}}{\mu} \right) = \vec{j}_s - \sigma \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} - \sigma \overrightarrow{\text{grad}} V + \sigma (\mathbf{v} \wedge \overrightarrow{\text{rot}} \vec{A}) \quad (\text{II.52})$$

$$\text{Si } \mu \text{ une constante on aura } \frac{1}{\mu} \overrightarrow{\text{rot}} \left( \overrightarrow{\text{rot}} \vec{A} \right) = \vec{j}_s - \sigma \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} - \sigma \overrightarrow{\text{grad}} V + \sigma (\mathbf{v} \wedge \overrightarrow{\text{rot}} \vec{A})$$

$$\frac{1}{\mu} \overrightarrow{\text{rot}} \left( \overrightarrow{\text{rot}} \vec{A} \right) = \vec{j}_s - \sigma \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} - \sigma \overrightarrow{\text{grad}} V + \sigma (\mathbf{v} \wedge \overrightarrow{\text{rot}} \vec{A})$$

$$\Rightarrow \frac{1}{\mu} \left( \frac{1}{\mu} \overrightarrow{\text{grad}} (\text{Div} \vec{A}) - \Delta \vec{A} \right) = \vec{j}_s - \sigma \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} - \sigma \overrightarrow{\text{grad}} V + \sigma (\mathbf{v} \wedge \overrightarrow{\text{rot}} \vec{A}) \quad (\text{II.53})$$

$$\overrightarrow{\text{div}} \vec{A} = 0 \text{ (jauge de coulomb)}$$

On aura donc en coordonnées cartésiennes dans le plan (x, y) :

$$\frac{1}{\mu} \left[ \frac{\partial^2 A}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 A}{\partial y^2} \right] = \vec{j}_s - \sigma \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} - \sigma \overrightarrow{\text{grad}} V + \sigma (\mathbf{v} \wedge \overrightarrow{\text{rot}} \vec{A}) ; \mu = \mu_r \mu_0 \quad (\text{II.54})$$

Dans le cas ou la pièce est immobile par rapport à l'inducteur et (v) est uniformément nul l'équation (II.54) devient :

$$\frac{1}{\mu} \left[ \frac{\partial^2 A}{\partial x^2} \frac{\partial^2 A}{\partial y^2} \right] + \sigma \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} = \vec{j} S$$

(II.55)

## II.8. méthodes de résolution des équations électromagnétiques :

Les phénomènes qui décrivent le comportement des dispositifs électromagnétiques sont représentés par des équations aux dérivées partielles ; ces phénomènes se trouvent dans des régions de géométrie très variée (Exemples : pièce des machines tournantes, transformateurs.....etc.) [5].

En général, la résolution de ces équations se fait à l'aide des méthodes analytiques ou des méthodes approchées.

Pour des géométries plus complexes, on a recourt à des méthodes numériques qui font appel à des techniques de discrétisation, en effet, elles transforment les équations aux dérivées partielles du champ en un système d'équations algébriques dans le domaine d'étude compte tenu des conditions aux limites [11].

### II.8.1.Méthodes analytiques:

Dans la majorité des cas, les méthodes analytiques sont utilisées dans les modélisations de configurations ayant des structures électromagnétiques à symétries et géométries simples. Les modèles électromagnétique et géométrique traité sont respectivement linéaires et unidimensionnels ou bidimensionnels mais rarement tridimensionnel [12]. ces méthodes donnent une solution exacte mais qui n'est pas facile à trouver ou qu'elle n'est pas du tout évidente vu la complexité du problème.

Les modèles analytiques trouvent leur grand intérêt dans l'étude des phénomènes avec mouvement (dynamique) et à effet de peau important (fréquence élevée) dans les induits (charge). Ils apportent aussi des avantages important en termes de coût de calcul, l'espace mémoire de volume d'informations et de facilité d'exploitation. Parmi les principales méthodes analytiques de résolution des équations aux dérivées partielles [7].

- La méthode de séparation des variables.
- La méthode intégrale.
- La méthode de séries exponentielles.

### II.8.2.Méthodes numériques :

Les méthodes numériques sont utilisées avec succès dans la plupart des problèmes de la physique. Néanmoins chacune d'elles a son domaine d'application privilégié.

Une description de ces méthodes numériques va nous permettre de déterminer les liens qui existent entre elles. C'est sur cette base que s'est effectué notre choix des méthodes numériques pour la modélisation des phénomènes électromagnétique du micro-transformateur [10].

- **Méthode des Différences Finis (MDF) :**

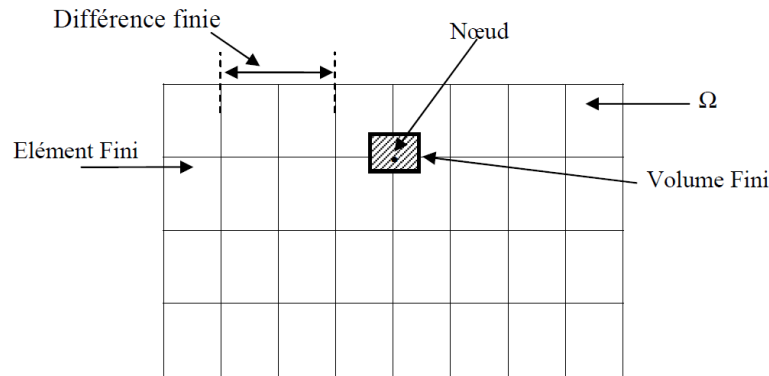
C'est une méthode basée sur le théorème de Taylor où l'on remplace l'opérateur différentiel par un opérateur aux différences. Le domaine d'étude est découpé au moyen d'une grille carrée dans le cas bidimensionnel et une grille cubique dans le cas tridimensionnel, l'équation à résoudre est écrite pour chaque point au nœud de maillage, pour cela on aura un système d'équations possédant un nombre d'équations égal au nombre de nœuds [16].

- **Méthode des intégrales de frontières (MIF) :**

Lorsqu'on utilise la MDF ou la MEF, on calcule les variables inconnues dans tout le domaine. La MIF permet de ramener le maillage à la frontière du domaine. Ainsi, le calcul des valeurs de l'inconnue sur les frontières du domaine suffit pour obtenir la solution en tout point du domaine. Pour ramener le problème sur les frontières [10]..

- **Méthode des Volumes Finis (MVF) :**

La MVF se déduit de la MDF. Le domaine d'étude ( $\Omega$ ) est subdivisé en un nombre d'éléments finis. Chaque élément contient quatre nœuds, pour le cas bidimensionnel axisymétrique, un volume fini entoure chaque nœud. L'équation différentielle est projetée sur une fonction de projection bien déterminée et ensuite intégrée dans chacun des volumes élémentaires. [13] [14].



**Figure (II.5) :** Maillage du domaine d'étude.

- **Méthode des éléments finis :**

La méthode des éléments finis (finite element method) fut développer et appliquée en premier lieu en génie civil et en mécanique, elle n'a trouvé sa place qu'aux années 1970 en électricité.

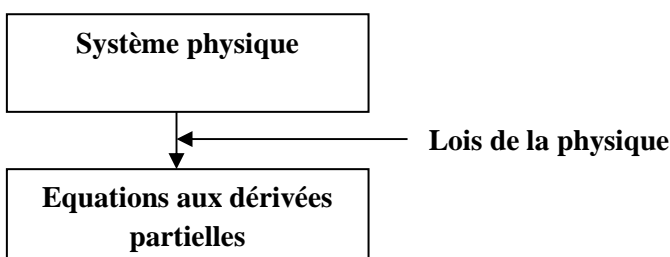
Elle est utilisée pour la résolution des équations aux dérivées partielles (EDP), dans tous les domaines des sciences de l'ingénieur Celle ci est très puissante pour la résolution des EDP de MAXWELL Surtout dans les domaines complexes.

Cette méthode ne s'applique pas directement aux équations aux dérivées partielles, mais à une formulation intégrale qui est équivalente au problème à résoudre [10], en utilisant l'une des deux approches suivantes:

- ✓ La méthode des résidus pondérés ou méthode projective qui consiste à minimiser le résidu induit par l'approximation de la fonction inconnue.
- ✓ La méthode variationnelle qui consiste à minimiser une fonctionnelle qui représente généralement l'énergie du système étudié.

### II.9. Démarches de la méthode des éléments finis :

Les principales étapes de la mise en œuvre de la méthode des éléments finis sont représentées dans le synoptique suivant :

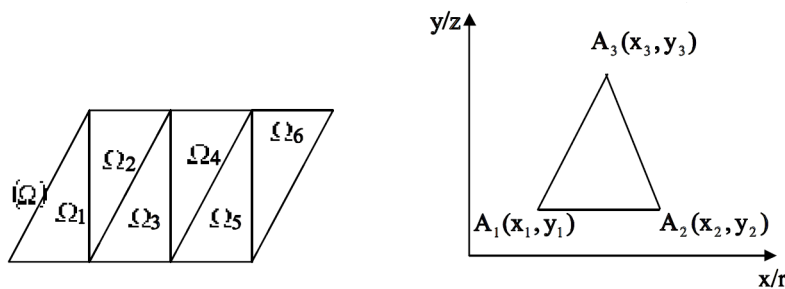


**Figure (II.6) :** étapes de la mise en œuvre de la méthode des éléments finis

### II.9.1. La discrétisation spatiale (maillage) :

La résolution des problèmes physiques par la méthode des éléments finis, nécessite de subdiviser le domaine où se déroule le phénomène étudié  $\Omega$  en petits sous domaines  $\Omega^e$  appelées éléments finis constituant le maillage. Parmi les types d'éléments utilisés dans la majorité des cas bidimensionnels, on rencontre les éléments triangulaires, les éléments rectangulaires et quadrilatéraux.

Dans une configuration triangulaire chaque élément est déterminé par trois nœuds. Au total, le maillage produit  $N_e$  éléments et  $N_n$  nœuds. Dans les zones où une plus grande précision des résultats est nécessaire, il faut procéder au remaillage de ces dernières, ce qui engendre un temps de calcul plus important.

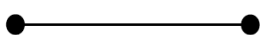


**Figure (II .7) :** découpage en éléments finis du domaine ( $\Omega$ ) et repérage d'un élément fini

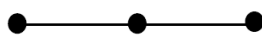
#### a) éléments réels :

Nous allons donner les éléments réels de base qu'on peut utiliser avec la MEF, et nous donnerons les éléments de référence triangulaires car le logiciel de simulation MATLAB que nous allons utiliser fait appel à un maillage à base d'éléments triangulaires.

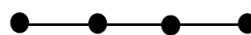
#### Eléments 1D



Linéaire (02 nœuds)



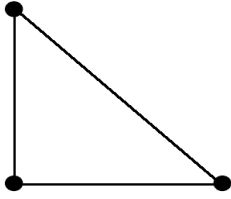
Quadratique (03 nœuds)



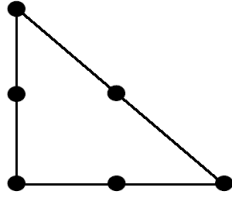
Cubique (04 nœuds)

## Eléments 2D

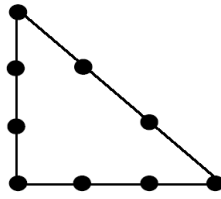
### ➤ Triangulaires



Linéaire (03 nœuds)



Quadratique (06 nœuds)

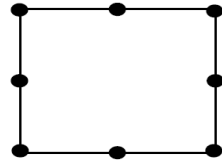


Cubique (09 nœuds)

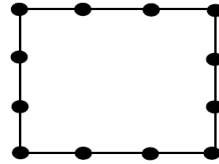
### ➤ Carrés



Linéaire (04 nœuds)



Quadratique (08 nœuds)

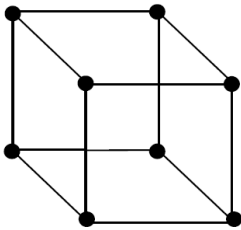


Cubique (12 nœuds)

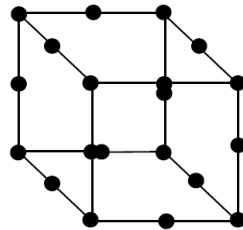
## Eléments 3D



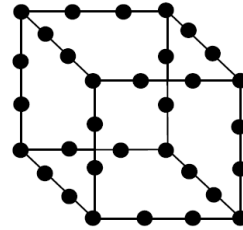
### Cube



Linéaire (08 nœuds)



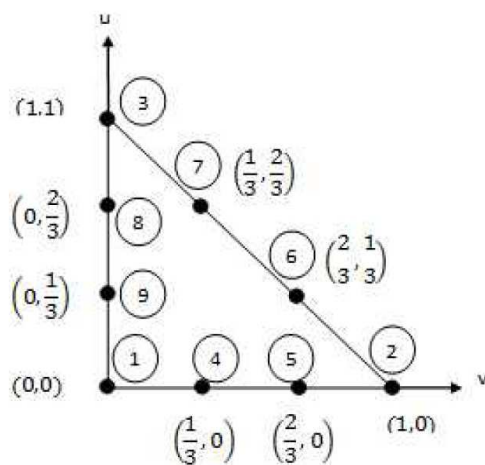
Quadratique (20 nœuds)



Cubique (32 nœuds)

## b-éléments de référence triangulaire 2D :

Cubique (09 nœuds)



## II.9.2.Fonction d'interpolation :

La fonction d'interpolation consiste à chercher la meilleure approximation d'une fonction  $F(x)$  dans le domaine  $\Omega$  de manière à satisfaire au mieux les lois physiques auxquelles elle obéit.

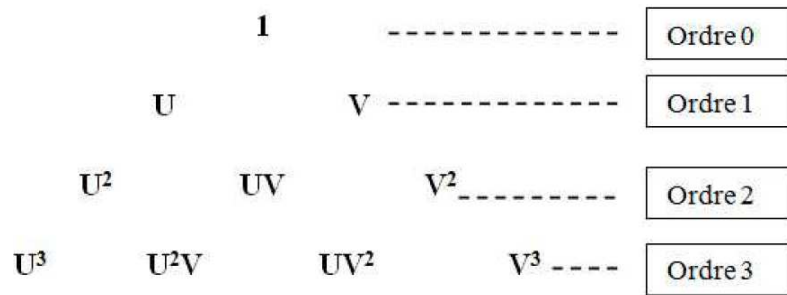
$$F(x) = \left[ N_1^e(x) \mid \dots \mid N_n^e(x) \right] \begin{Bmatrix} U_1^e \\ \vdots \\ U_n^e \end{Bmatrix} \quad (\text{II.56})$$

$U_1^e \dots U_n^e$  : sont les valeurs de  $F(x)$  aux nœuds d'interpolation de l'élément.

$N^e(x)$  : sont les fonctions d'interpolation sur l'élément.

➤ **Calcul de la fonction d'interpolation :**

La fonction d'interpolation est obtenue à partir du triangle de pascal donner sur la figure suivante :



**Figure (II.8) :** triangle de pascal

Ces fonctions sont construite de telle sorte à obéir aux deux principes suivants :

- Etat complet : ce principe stipule que le nombre de termes de la fonction doit être égal au nombre de nœuds de l'élément et la fonction doit contenir un terme constant.
- Comptabilité : ce principe énonce que la fonction d'interpolation doit être continue.

Soit la fonction d'approximation de type 2D d'un élément triangulaire :

$$A(x) = a.x + b.y + c \quad (\text{II.57})$$

$$\text{Implique : } A(x, y) = \begin{bmatrix} x & y & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix} \quad (\text{II.58})$$

**II.9.3.D'une équation différentielle vers une équation intégrale :**

La MEF ne s'applique pas directement aux EDP, mais à une formulation intégrale qui est équivalente au problème à résoudre. Cette formulation intégrale constitue une substitution à la forme d'équations aux dérivées partielles et de leurs conditions aux limites associées au phénomène à étudier. Le passage d'une EDP à une équation intégrale se fait en utilisant l'une des deux approches suivantes [8]:

➤ **Formulation variationnelle :**

L'utilisation de cette méthode nécessite la connaissance de la fonctionnelle d'énergie du système physique, équivalente au problème différentiel à résoudre, elle s'exprime par :

$$F(A) = \int L(A) d\Omega \quad (\text{II.59})$$

Sachant que :

$$L(A) = W_C - W_p \quad (\text{II.60})$$

Avec :

$L$  : la fonction de Lagrange résultant de la Co-énergie du système de type cinétique et son énergie potentielle.

$\Omega$  : Domaine d'étude.

$W_C$  : Énergie de type cinétique.

$W_p$  : Énergie de type potentiel.

Le principe de cette méthode consiste à trouver une fonctionnelle à partir de l'EDP telle que la minimum de celle-ci correspondant à la solution de l'EDP sous les conditions aux limites.

La fonctionnelle qu'il faut minimiser est donnée par la formule suivante :

$$F(A) = \int_{\Omega} \left( \int_0^B vBdB - JA \right) d\Omega \quad (\text{II.61})$$

Avec :

$B$  : induction magnétique.

$J$  : densité du courant.

$A$  : potentiel vecteur magnétique.

$v$  : réductivité magnétique.

La résolution de ce système revient à minimiser  $F(A)$  on utilise le principe de Rayleigh-Ritz, qui consiste à écrire.

$$\frac{\partial F(A)}{\partial A} = 0 \quad (\text{II.62})$$

### ➤ Formulation résidus pondérés :

Le principe de la méthode consiste à choisir les fonctions projectives de manière à minimiser l'intégrale du résidu dans l'équation suivante :

$$R = L(A) - f \quad (\text{II.63})$$

Avec :

$R$  : Le résidu de l'approximation.

$L(A)$  : L'opérateur différentiel.

$f$  : Une fonction définie sur le domaine d'étude  $\Omega$ .

$A$  : Fonction inconnue.

$$\int_{\Omega} R_i \phi_i d\Omega = 0 \quad (\text{II.64})$$

$\phi_i$  : Fonction de projection ou de pondération.

La méthode des résidus pondérés présente un intérêt particulier par rapport à la formulation variationnelle dans la mesure où son application ne nécessite pas la connaissance au préalable de la fonctionnelle d'énergie.

Le choix de la fonction de pondération, conduit à plusieurs méthodes, parmi celles-ci nous citons :

- La méthode de collaboration par point.
- La méthode des points carrés.
- La méthode de Galerkin.

On se limitera dans ce qui suit, à présenter la méthode projective de Galerkin qui consiste à choisir des fonctions de pondération identique aux fonctions de formes de la fonction d'approximation, pour obtenir un système algébrique symétrique dont la résolution devient relativement rapide.

#### ❖ La méthode de Galerkin :

La méthode de Galerkin est une méthode très générale et très robuste. L'idée de la méthode est la suivante : Partant d'un problème posé dans un espace de dimension infinie, on procède d'abord à une approximation dans une suite croissante de sous-espaces de dimension finie. On résout ensuite le problème approché, ce qui est en général plus facile que de résoudre directement en dimension infinie. Enfin, on passe à la limite quand on fait tendre la dimension des espaces d'approximation vers l'infini pour construire une solution du problème de départ [19]. Il convient de noter que, outre son intérêt théorique, la méthode de Galerkin fournit également un procédé constructif d'approximation.

#### II.9.4. Formulation éléments finis du modèle magnétodynamique en A :

##### Modèle magnétodynamique cartésien :

##### Cas cartésien :

L'équation magnétodynamique dans avec une source est donnée par :

$$\overline{rot}\left(\frac{1}{\mu}\overline{rot}(\vec{A})\right) + \sigma \cdot \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} = \vec{j}_z \quad (\text{II.65})$$

En régime harmonique l'équation devient :

$$\overline{rot}\left(\frac{1}{\mu}\overline{rot}(\vec{A})\right) + j \cdot \omega \cdot \sigma \cdot \vec{A} = \vec{j}_z \quad (\text{II.66})$$

L'équation (2.66) peut s'écrire sous la forme :

$$-\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{1}{\mu}\frac{\partial A_z}{\partial x}\right) - \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{1}{\mu}\frac{\partial A_z}{\partial y}\right) + j \cdot \omega \cdot \sigma \cdot A_z = j_{sz} \quad (\text{II.67})$$

La formulation intégrale de l'équation (II.67) peut être donnée par :

$$\iint_{\Omega} \alpha_i \left( -\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{1}{\mu}\frac{\partial A_z}{\partial x}\right) - \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{1}{\mu}\frac{\partial A_z}{\partial y}\right) + j \cdot \omega \cdot \sigma \cdot A_z - j_{sz} \right) dx dy = 0 \quad (\text{II.68})$$

L'équation (2.68) peut être réécrite comme suit :

$$-\iint_{\Omega} \alpha_i v \left( \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial A_z}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial A_z}{\partial y}\right) \right) dx dy + j \omega \iint_{\Omega} \alpha_i \sigma A_z dx dy = \iint_{\Omega} \alpha_i j_z dx dy \quad (\text{II.69})$$

L'application de théorème de Green, nous permet d'écrire :

$$-\iint_{\Omega} \alpha_i v \left( \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial A_z}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial A_z}{\partial y}\right) \right) dx dy = -\iint_{\Omega} v \left( \frac{\partial \alpha_i}{\partial x} \frac{\partial A_z}{\partial x} + \frac{\partial \alpha_i}{\partial y} \frac{\partial A_z}{\partial y} \right) dx dy + \int_{\Gamma} \left( \frac{\partial A_z}{\partial x} \alpha_i \cos(n, x) + \frac{\partial A_z}{\partial y} \alpha_i \cos(n, y) \right) d\Gamma \quad (\text{II.70})$$

On peut écrire l'équation (2.70) sous une forme plus compacte en introduisant l'opérateur nabla :

$$-\iint_{\Omega} \alpha_i v \left( \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial A_z}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{\partial A_z}{\partial y} \right) \right) dx dy = -\iint_{\Omega} v \bar{\nabla} \alpha_i \bar{\nabla} A_z dx dy + \int_{\Gamma} v \alpha_i \frac{\partial A}{\partial n} d\Gamma \quad (\text{II.71})$$

En remplaçant (2.71) dans l'équation (2.69) on aura :

$$-\iint_{\Omega} v \bar{\nabla} \alpha_i \bar{\nabla} A_z dx dy + \int_{\Gamma} v \alpha_i \frac{\partial A}{\partial n} d\Gamma + j\omega \iint_{\Omega} \alpha_i \sigma A_z dx dy = \iint_{\Omega} \alpha_i j_{sz} dx dy \quad (\text{II.72})$$

Avec  $\Gamma$  le contour sur le quel repose la surface  $\Omega$ .

En considérant des conditions aux limites type Dirichlet ou Newmann homogène, le terme sur la frontière s'annule :

$$\int_{\Gamma} v \alpha_i \frac{\partial A}{\partial n} d\Gamma = 0$$

L'expression (II.72) devient alors :

$$-\iint_{\Omega} v \bar{\nabla} \alpha_i \bar{\nabla} A_z dx dy + j\omega \iint_{\Omega} \alpha_i \sigma A_z dx dy = \iint_{\Omega} \alpha_i j_{sz} dx dy \quad (\text{II.73})$$

Sachant que :

$$A_z = \sum_{j=1}^N \alpha_j A_j \quad (\text{II.74})$$

En remplaçant (II.74) dans (II.73) :

$$\sum_{j=1}^N \alpha_j A_j \left( -\iint_{\Omega} v \bar{\nabla} \alpha_i \bar{\nabla} \alpha_j dx dy \right) A_j + j\omega \sum_{j=1}^N \left( \iint_{\Omega} \sigma \alpha_i \alpha_j dx dy \right) A_j = \iint_{\Omega} \alpha_i j_{sz} dx dy \quad (\text{II.75})$$

L'équation (II.75) peut être écrite pour tous les nœuds du domaine sous la forme algébrique, on obtient alors l'expression suivante :

$$[M] \cdot [A] + j\omega [L] \cdot [A] = [K] \quad (\text{II.76})$$

Avec :

$$M_{ij} = \iint_{\Omega} v \bar{\nabla} \alpha_i \bar{\nabla} \alpha_j dx dy$$

$$L_{ij} = \iint_{\Omega} \sigma \alpha_i \alpha_j dx dy$$

$$K_{ij} = \iint_{\Omega} \alpha_j j_{sz} dx dy$$

$$\bar{A} = A_r + jA_i$$

Où  $A_r$  est la partie réel et  $A_i$  est la partie imaginaire.

### Cas axisymétrique :

En considérant le régime harmonique et en faisant le même raisonnement que le cas des

Coordonnées cartésiennes on aura :

$$-\iint_{\Omega} \alpha_i \left( \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{v}{r} \frac{\partial A_\varphi}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{v}{r} \frac{\partial A_\varphi}{\partial z} \right) \right) drdz + j\omega \iint_{\Omega} \alpha_i \sigma A_\varphi \frac{drdz}{r} = \iint_{\Omega} \alpha_i j_\varphi dzdz \quad (\text{II.76})$$

L'application du théorème de green, nous permet d'écrire :

$$\iint_{\Omega} \frac{v}{r} \left( \frac{\partial \alpha_i}{\partial r} \frac{\partial A_\varphi}{\partial r} + \frac{\partial \alpha_i}{\partial r} \frac{\partial A_\varphi}{\partial z} \right) drdz - \int_{\Gamma} \frac{v}{r} \alpha_i \frac{\partial A}{\partial n} d\Gamma + j\omega \iint_{\Omega} \alpha_i \sigma A_\varphi \frac{drdz}{r} = -\iint_{\Omega} \alpha_i j_{s\varphi} dzdz \quad (\text{II.77})$$

En considérant les conditions aux limites type Dirichlet ou Newmann homogène, le terme sur la frontière s'annule.

En remplaçant  $A$  par sa forme discrétisée :

$$A_\varphi = \sum_{j=1}^N \alpha_j A_j \quad (\text{II.78})$$

On aura :

$$\sum_{j=1}^N \left( \iint_{\Omega} \frac{v}{r} \vec{\nabla} \alpha_i \vec{\nabla} \alpha_j drdz \right) A_j + j\omega \sum_{j=1}^N \left( \iint_{\Omega} \alpha_i \alpha_j \sigma \frac{drdz}{r} \right) A_j = -\iint_{\Omega} \alpha_i j_{sz} drdz \quad (\text{II.79})$$

L'équation (2.79) s'écrit sur tous les nœuds du domaine sous la forme matricielle suivante :

$$[M] \cdot [A] + j\omega [L] \cdot [A] = [K]$$

Avec :

$$M_{ij} = \iint_{\Omega} v \vec{\nabla} \alpha_i \vec{\nabla} \alpha_j drdz$$

$$L_{ij} = \iint_{\Omega} \sigma \alpha_i \alpha_j \frac{drdz}{r}$$

$$K_{ij} = \iint_{\Omega} \alpha_i j_{s\varphi} drdz$$

$$\bar{A} = A_r + jA_i$$

Ou  $A_r$  est la partie réel et  $A_i$  est la partie imaginaire.

## II.9.6. Avantages et inconvénients de la méthode des éléments finis :

### II.9.6.1. Les avantage :

- adaptations aux géométries complexes.
- Prise en compte des non linéarités.
- Temps de calcul relativement avantageux.

### II.9.6.2. Les inconvénients :

- non prise en considération des domaines infinis.
- Impuissante en présence de singularités dans le domaine d'étude.

## II.9.7. Conclusion :

Au final de ce chapitre, on est en possession d'un modèle mathématique qui caractérise le comportement électromagnétique d'un micro transformateur, aussi ce chapitre a fait l'objet d'un exposé sur les différentes méthodes pour la résolution des équations différentielles aux dérivées partielles. La résolution dans notre mémoire s'est faite par la méthode des éléments finis, avec une formulation en résidus pondérés et une implantation d'algorithme de calcul sous environnement MATLAB.

## **Chapitre 3 : Application : Dimensionnement et modélisation de micro transformateur intégré**

### **III.1. Introduction :**

Dans les chapitres précédents nous avons donné un état de l'art sur les transformateurs ainsi que l'énumération des phénomènes électromagnétiques et les méthodes de résolutions.

Dans ce présent chapitre, nous concentrons notre étude sur le dimensionnement et la modélisation du micro-transformateur intégré et on mettra en œuvre son application, cela à partir d'un cahier de charge donné.

Pour ce faire nous allons :

- ✓ Dimensionné les différents paramètres géométriques nécessaires, ensuite on procédera au calcul de ses derniers ainsi que les paramètres électriques en utilisant un environnement informatique qui sera MATLAB.
- ✓ Modéliser le micro-transformateur par la méthode des éléments finis, et voir l'influence de la variation de la fréquence et des paramètres géométriques sur les paramètres électriques (R, L).

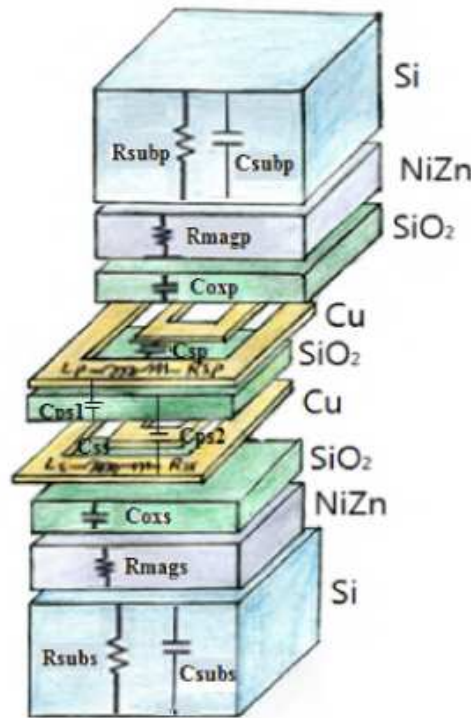
### **III.2. Présentation du micro-transformateur :**

Le micro-transformateur qui sera étudié, est utilisé pour des applications de petite puissance telles que l'électronique portable, dont la tendance va toujours dans le sens de la réduction en taille et en nombre de composants, pour cela nous avons choisi le cahier de charge suivant [20] :

- Tension d'entrée :  $V_e=12V$ .
- Tension de sortie :  $V_s=5V$ .

- Puissance de sortie :  $P_s=5 \text{ W}$ .
- Fréquence de fonctionnement :  $f=100\text{Mhz}$ .

Le micro-transformateur est constitué de deux enroulements planaire de forme spirale carré. L'enroulement primaire est composé de cinq spires et le secondaire de deux spires.



**Figure (III.1) :** coupe transversale en 3D du micro-transformateur

Les deux enroulements primaires et secondaires en cuivre sont déposés sur une couche de matériaux magnétique, le ferrite (NiZn), isolée de celle-ci par une couche de dioxyde de silicium ( $\text{SiO}_2$ ). Les trois couches sont déposées sur une quatrième couche de silicium (Si) qui sert de substrat. Les deux empilements sont séparés par une couche de dioxyde de silicium ( $\text{SiO}_2$ ) qui assure le couplage magnétique [20].

### III.3. Dimensionnement du micro-transformateur :

#### III.3.1.Détermination des inductances primaire et secondaire du micro transformateur :

Pour déterminer les inductances primaires et secondaires du micro-transformateur, il faut passer par l'énergie emmagasinée car ces inductances sont directement liées[20].

$$W = \frac{1}{2} L_p i_1^2 = \frac{1}{2} L_s i_2^2 \quad (\text{III.1})$$

Pour un courant maximum :

$$W = \frac{1}{2} L_p I_{1\text{max}}^2 = \frac{1}{2} L_s I_{2\text{max}}^2 \quad (\text{III.2})$$

Il est possible de calculer la puissance à partir de l'énergie sur une période, et ça par l'expression suivante :

$$P = \frac{W}{T} = \frac{1}{2T} L_p I_{1\text{max}}^2 \quad (\text{III.3})$$

$$I_{1\max} = \frac{V_e \alpha T}{L_p} \text{(III.4)}$$

En remplaçant  $I_{1\max}$  par sa valeur on trouve

$$P = \frac{V_e^2 \alpha^2 T}{2L_p} \text{(III.5)}$$

Cette puissance est transmise à la charge

$$P = V_s I_s = \frac{V_e^2 \alpha^2 T}{2L_p} \text{(III.6)}$$

De cette expression on tire la valeur de l'inductance primaire  $L_p$

$$L_p = \frac{V_e^2 \alpha^2 T}{2V_s I_s} \text{(III.7)}$$

Le rapport de transformateur  $m$  est l'un des principaux paramètres électriques présents dans un transformateur, il est donné par l'expression suivante

$$m = \frac{\alpha V_s}{1 - \alpha V_e} \text{(III.8)}$$

Cette expression nous a permis de trouver la valeur de  $m$  qui est égale à 0.42 avec ( $\alpha = \frac{1}{2}$ )

À partir de la valeur de l'inductance primaire  $L_p$  et du rapport de transformation  $m$  on peut calculer la valeur de l'inductance secondaire  $L_s$ , par l'expression suivante ;

$$L_s = m^2 \cdot L_p \text{(III.9)}$$

### III.3.2. Dimensionnement du noyau magnétique

Le dimensionnement du noyau magnétique se fait par deux principaux paramètres : le volume du noyau nécessaire pour stocker l'énergie qui est calculé à partir de la densité volumique, et de l'énergie emmagasinée dans les enroulements [20].

$$W_{v\max} = \frac{B_{\max}^2}{2 \mu_{NiZn}} \text{(III.10)}$$

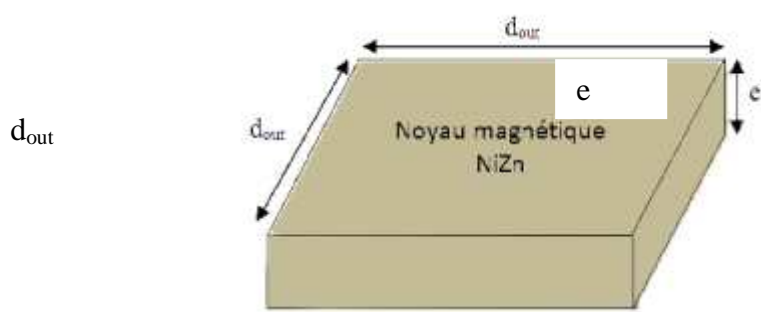
$B_{\max}$  : induction maximale que peut supporter le matériau,

$\mu_{NiZn}$  : perméabilité relative du matériau

Avec une perméabilité relative  $\mu_{NiZn}$  égale à 1400 et une induction à saturation  $B_{\max}$  égale à 0.3 Tesla, la densité volumique d'énergie sera égale à 25.59 J/m<sup>3</sup>

Le volume du noyau magnétique est donné par l'expression suivante :

$$V = \frac{W}{W_{v\max}} \text{(III.11)}$$



**Figure (III.2) :** géométrie du noyau magnétique

Tel-que :

Le diamètre extérieur égal à  $1500 \mu\text{m}$ .

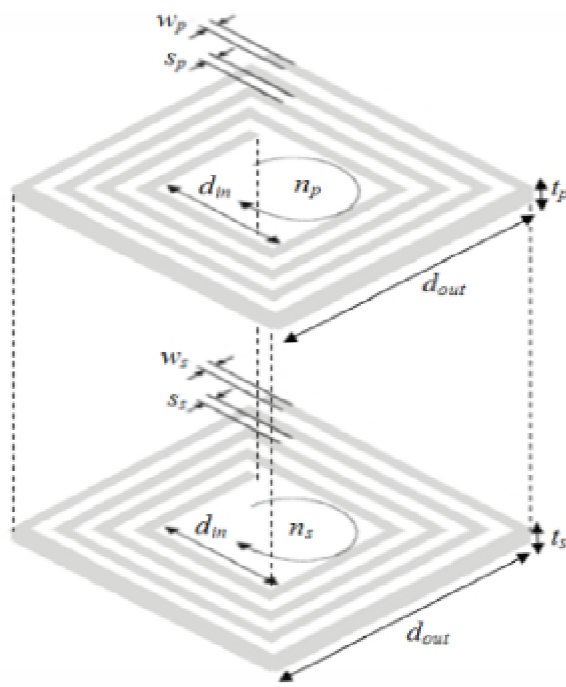
Le diamètre intérieur égal à  $750\mu\text{m}$ .

D'après l'expression (III.10), le volume du noyau nécessaire pour stoker une énergie de  $3.125 \text{ nJ}$  est égal à  $0.122 \text{ mm}^3$ .

Connaissant le volume et le diamètre extérieur  $d_{out}$ , nous pouvons déduire l'épaisseur du noyau( $e$ ) magnétique par l'expression suivante :

$$e = \frac{V}{d_{out}^2} \text{(III.12)}$$

### III.3.3. Détermination des paramètres géométriques du micro transformateur :



**Figure (III.3) :** Les différents paramètres géométriques des micro-inductances primaires et secondaires du micro-transformateur

- $w_p$  et  $w_s$  sont respectivement les largeurs des enroulements du primaire et du secondaire.
- $t_p$  et  $t_s$  sont les épaisseurs des conducteurs primaires et secondaires.
- $s_p$  et  $s_s$  représente les inter-spires du primaire et du secondaire.
- $n_p$ ,  $n_s$  et  $l_p$ ,  $l_s$  représente respectivement le nombre de tours et les longueurs total des conducteur primaire et secondaire .

### III.3.3.1. Calcul du nombre de spires du primaire et du secondaire

Pour calculer ces paramètres on utilise la méthode de Wheeler qui est une méthode de calcul analytique facile à mettre en œuvre en un taux d'erreurs ouvert, et présente faible par rapport aux autres méthodes analytiques (méthode de Grover, méthode de Mohan) [20] .

La formule de Wheeler pour le calcul de l'inductance est donnée par la relation suivante :

$$L = k_1 \cdot \mu_0 \cdot \frac{n^2 \cdot d_{avg}}{1 + k_2 \cdot \rho} \quad \text{(III.13)}$$

Avec

- $k_1$  et  $k_2$  : coefficients de la forme géométrique, pour une forme carrée on a respectivement 2.34 et 2.75
- $d_{avg}$  : diamètre moyen et  $\rho$  est le facteur de forme, ils sont définis par :

$$d_{avg} = \frac{d_{out} + d_{in}}{2} \quad \text{(III.14)}$$

$$\rho = \frac{d_{out} - d_{in}}{d_{out} + d_{in}} \quad \text{(III.15)}$$

À partir de la formule de Wheeler, on trouve l'expression du nombre de tours au primaire

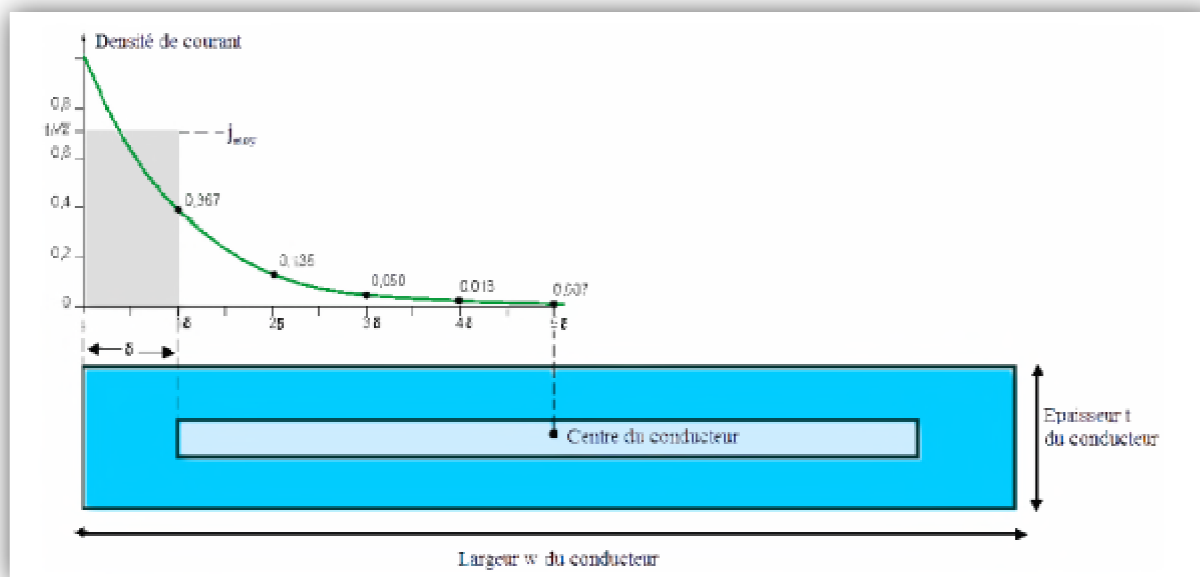
$$n_p = \sqrt{\frac{(1 + k_2 \cdot \rho) \cdot L_p}{\mu_0 \cdot k_1 \cdot d_{avg}}} \quad \text{(III.16)}$$

En trouvant la valeur du nombre de tours primaire, on peut déduire le nombre de tours au secondaire avec le rapport du transformateur  $m$ , on aura donc :

$$n_s = m \cdot n_p \quad \text{(III.17)}$$

### III.3.3.2. Calcul de la largeur et de l'épaisseur du conducteur primaire

L'effet de peau provoque une décroissance exponentielle de la densité de courant à l'intérieur du conducteur [20].



**Figure (III.4) :** Décroissance de la densité de courant à l'intérieur d'un conducteur rectangulaire

Pour que le courant circule dans tout au long du conducteur, il faut que l'une de ces conditions soit remplie :  $w_p \leq 2\delta$  ou  $t_p \leq 2\delta$ . On impose une de ces deux valeurs par exemple on prend l'épaisseur du conducteur  $t_p = 2\delta$ , on peut alors calculer sa largeur  $w_p$  [20].

La valeur moyenne de la densité de courant dans un conducteur dans la section est rectangulaire est donné par la relation suivantes :

$$j_{\text{moy}} = j_0 \cdot \frac{\left[ e^{-\left(\frac{t}{2\delta}\right)} + 1 \right]}{2} \quad (\text{III.18})$$

Le courant qui circule dans le conducteur primaire et en fonction de la section du conducteur  $S_c$  et de la densité de courant moyen  $j_{\text{moy}}$

$$i_p = S_c \cdot j_{\text{moy}} \quad (\text{III.19})$$

La section  $S_c$  de la spire primaire du micro-transformateur est rectangulaire, elle s'exprime par la relation suivante :

$$S_c = w_p \cdot t_p \quad (\text{III.20})$$

D'où

$$W_p = \frac{S_c}{t_p} \quad (\text{III.21})$$

### III.3.3.3. Calcul de l'espace inter- spires du primaire :

A partir de la forme géométrique carré de l'enroulement, on établit la l'expression suivante [20] :

$$S_p = \frac{[d_{\text{out}} - d_{\text{in}} - 2(w_p \cdot n_p)]}{2(n_p - 1)} \quad (\text{III.22})$$

### III.3.3.4. Calcul de la longueur totale du conducteur primaire :

La longueur moyenne du conducteur primaire est exprimée par la relation suivante [20]:

$$l_{tp} = [4 \cdot n_p \cdot (d_{out} - (n_p - 1) \cdot s_p - (n_p \cdot w_p))] - s_p \quad (\text{III.23})$$

### III.3.3.5. Calcul de la largeur et de l'inter-spire du secondaire :

Nous avons opté pour un inter spire identique à celui du primaire ( $S_p = S_s, t_p = t_s$ ). À partir de ce dernier, nous calculerons la largeur du secondaire par la relation suivante[20] :

$$W_s = \frac{[d_{out} - d_{in} - 2 \cdot S_s \cdot (n_s - 1)]}{2 \cdot n_s} \quad (\text{III.24})$$

### III.3.3.6. Calcul de la longueur total du conducteur du secondaire :

La longueur totale du conducteur du secondaire est déterminée à partir de l'expression suivante[20] :

$$l_{ts} = [4 \cdot n_s \cdot (d_{out} - (n_s - 1) \cdot s_s - (n_s \cdot w_s))] - s_s \quad (\text{III.25})$$

### III.3.3.7. Résultats du dimensionnement géométrique :

Les résultats du dimensionnement géométrique sont regroupés dans le tableau suivant :

Paramètres géométriques	symboles	Résultat de dimensionnement
Nombre de tours du primaire	$n_p$	5
Nombre de tours du secondaire	$n_s$	2
Diamètre extérieur	$d_{out}$	1500 $\mu\text{m}$
Diamètre intérieur	$d_{in}$	750 $\mu\text{m}$
Épaisseur du noyau	$e$	54.22 $\mu\text{m}$
Épaisseur de peau	$\delta$	6.56 $\mu\text{m}$
Largeur du primaire	$w_p$	46.39 $\mu\text{m}$
Largeur du secondaire	$w_s$	169.6 $\mu\text{m}$
Épaisseur du primaire	$t_p$	13.13 $\mu\text{m}$
Épaisseur du secondaire	$t_s$	13.13 $\mu\text{m}$
Inter-spires du primaire	$s_p$	35.75 $\mu\text{m}$
Inter-spires du secondaire	$s_s$	35.75 $\mu\text{m}$

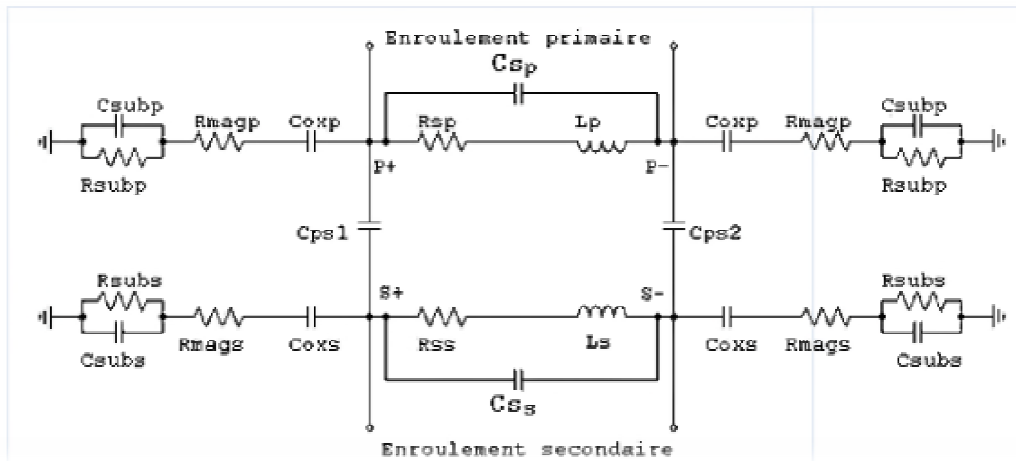
Longueur totale du primaire	$l_{tp}$	2.25 cm
Longueur totale du secondaire	$l_{ts}$	9 mm

**Tableau (III.1) :** Résultats du dimensionnement géométrique

### III.4 modélisation du micro-transformateur :

#### III.4.1. Le model électrique équivalent du micro-transformateur :

D'après la figure suivante on a Le model électrique équivalent du micro-transformateur [20].



**Figure (III.5) :** Circuit électrique équivalent du micro-transformateur

Avec

$L_p, L_s$  : inductances primaire et secondaire .

$R_{sp}, R_{ss}$ : résistances série des enroulements primaire et secondaire .

$C_{sp}, C_{ss}$ : capacités inter-spires primaire et secondaire .

$C_{ps1}$  : capacité de couplage entre l'inductance primaire et secondaire.

$C_{ps2}$  : capacité de couplage entre l'inductance secondaire et primaire.

$C_{oxp}, C_{oxs}$  : capacités associées à la couche d'isolation oxyde pour le primaire et le secondaire .

$R_{magp}, R_{mags}$  : résistances associées au noyau magnétique pour le primaire et le secondaire .

$C_{subp}, C_{subs}, R_{subp}, R_{subs}$  : les capacités et les résistances associées au substrat pour le primaire et le secondaire .

#### III.4.2. Calcul des paramètres électriques :

##### III.4.2.1. Résistances séries

Les résistances des deux enroulements enroulement primaire et secondaire de section rectangulaire s'expriment par les relations suivantes[20] :

$$R_{Sp} = \rho_{cu} \frac{ltp}{wp.teff} \text{(III.26)}$$

$$R_{S_s} = \rho_{cu} \frac{lts}{ws.teff} \text{(III.27)}$$

Avec

$\rho_{cu}$  : Résistivité du cuivre qui est égal à  $1.7 \cdot 10^{-8} \Omega.m$ .

$t_{eff}$  : épaisseur effective, elle est exprimée en fonction de l'épaisseur de peau et de l'épaisseur du conducteur :

$$t_{eff} = \delta \cdot (1 - e^{-\frac{t}{\delta}}) \text{(III.28)}$$

### III.4.2.2. Résistances parasite :

Ce sont des résistances reliées au substrat et au noyau magnétique, elles représentent les pertes joules générées par les courants induits respectivement, dans le substrat semi-conducteur et le noyau magnétique en ferrites. Elles sont données par les expressions suivantes[20] :

$$R_{subp} = 2 \cdot \rho_{si} \frac{esi}{wp.ltp} \text{(III.29)}$$

$$R_{subs} = 2 \cdot \rho_{si} \frac{esi}{ws.lts} \text{(III.30)}$$

$$R_{magp} = 2 \cdot \rho_{NiZn} \frac{eNiZn}{wp.ltp} \text{(III.31)}$$

$$R_{mags} = 2 \cdot \rho_{NiZn} \frac{eNiZn}{ws.lts} \text{(III.32)}$$

### III.4.2.3. Capacités d'oxyde

La présence d'un isolant entre le ruban conducteur et le matériau magnétique qui est aussi conducteur donne naissance à une capacité parasite  $C_{ox}$  à cause de la différence de potentiel qui règne entre les deux conducteurs. Les expressions appropriées à ces capacités d'oxyde des couches primaires et secondaires sont en fonction de la constante diélectrique  $\epsilon_{SiO_2}$ , et l'épaisseur de la couche d'oxyde  $t_{ox}$ , elles s'expriment par[20] :

$$C_{oxp} = \frac{1}{2} \cdot \epsilon_{SiO_2} \cdot \frac{wp.ltp}{t_{ox}} \text{(III.33)}$$

$$C_{oxs} = \frac{1}{2} \cdot \epsilon_{SiO_2} \cdot \frac{ws.lts}{t_{ox}} \text{(III.34)}$$

Avec  $\epsilon_{SiO_2} = 3.9$ , la permittivité relative du dioxyde de silicium.

### III.4.2.4. Capacités parasites de substrat :

Elles caractérisent les effets capacitifs qui se produisent à haute fréquence dans le semi conducteur et sont exprimé par les relations suivantes[20] :

$$C_{\text{subp}} = \frac{1}{2} \cdot \epsilon_{\text{Si}} \cdot \frac{wp \cdot ltp}{esi} \quad (\text{III.35})$$

$$C_{\text{subs}} = \frac{1}{2} \cdot \epsilon_{\text{Si}} \cdot \frac{ws \cdot lts}{esi} \quad (\text{III.36})$$

Avec  $\epsilon_{\text{Si}} = 11.8$ , la permittivité relative du silicium.

#### III.4.2.5. capacités de couplage :

Elles représentent les capacités inter-spires  $C_{\text{Sp}}$ ,  $C_{\text{Ss}}$  et les capacités de couplages entre l'inductance primaire et secondaire  $C_{\text{ps1}}$ ,  $C_{\text{ps2}}$ , elles sont exprimées par[20] :

$$C_{\text{Sp}} = \frac{1}{2} \cdot \epsilon_{\text{SiO}_2} \cdot \frac{t \cdot ltp}{Sp} \quad (\text{III.37})$$

$$C_{\text{Ss}} = \frac{1}{2} \cdot \epsilon_{\text{SiO}_2} \cdot \frac{t \cdot ltp}{Ss} \quad (\text{III.38})$$

$$C_{\text{ps1}} = \frac{1}{2} \cdot \epsilon_{\text{SiO}_2} \cdot \frac{wp \cdot ltp}{tox} \quad (\text{III.39})$$

$$C_{\text{ps2}} = \frac{1}{2} \cdot \epsilon_{\text{SiO}_2} \cdot \frac{ws \cdot lts}{tox} \quad (\text{III.40})$$

Avec  $\epsilon_{\text{SiO}_2} = 3.9$ , la permittivité relative du dioxyde de silicium.

#### III.4.3. Résultats de calculs des paramètres électriques :

Paramètres électriques	Symboles	Valeurs
Inductance primaire	$L_p$	36 nH
Inductance secondaire	$L_s$	6.25 nH
Résistance série primaire	$R_{\text{Sp}}$	1.45 $\Omega$
Résistance série secondaire	$R_{\text{Ss}}$	0.16 $\Omega$
Résistance du noyau magnétique du primaire	$R_{\text{magp}}$	103.98 K $\Omega$

Résistance du noyau magnétique du secondaire	$R_{mags}$	71.1 K $\Omega$
Capacité d'oxyde du primaire	$C_{oxp}$	2.5 pF
Capacité d'oxyde du secondaire	$C_{oxs}$	3.66 pF
Résistance du substrat du primaire	$R_{subp}$	3.54 K $\Omega$
Résistance du substrat du secondaire	$R_{subs}$	2.42 K $\Omega$
Capacité du substrat du primaire	$C_{subp}$	0.54 pF
Capacité du substrat du secondaire	$C_{subs}$	0.79 pF
Capacité inter-spires du primaire	$C_{sp}$	142.67 fF
Capacité inter-spires du secondaire	$C_{ss}$	57.07 fF
Capacité de couplage entre l'inductance primaire et secondaire	$C_{ps1}$	5 pF
Capacité de couplage entre l'inductance secondaire et primaire	$C_{ps2}$	7.32 pF

**Tableau (III.2) :** Valeurs des paramètres électriques du micro-transformateur.

#### III.4.4. Modélisation du micro-transformateur par la méthode des éléments fini :

##### III.4.4.1. Organigramme de calcul par éléments finis :

Pour l'implémentation du modèle sous environnement 'MATLAB', on procédera à plusieurs étapes:

1-Description de la géométrie du domaine.

2-Construction d'un maillage triangulaire du domaine  $\Omega$ . On utilisera des fonctions spécifiques pour la génération automatique du maillage aussi bien que pour son raffinement.

3- Imposition des conditions aux limites : MATLAB offre les deux conditions usuelles sur un domaine à deux dimensions sous la forme algébrique suivante :

- Condition de Dirichlet :

$$h u = r ;$$

- Condition généralisée de Neumann :

$\vec{n} \cdot (c \nabla u) + qu = g$  Avec  $n$  le vecteur normal,  $h, r, c, q, g$  les matrices construites à partir coordonnées des nœuds,  $u$  est l'inconnu du problème.

4- Définition des caractéristiques de chaque région, en affectant à chaque sous-domaine ses propriétés physiques ( $\sigma, \mu$ )

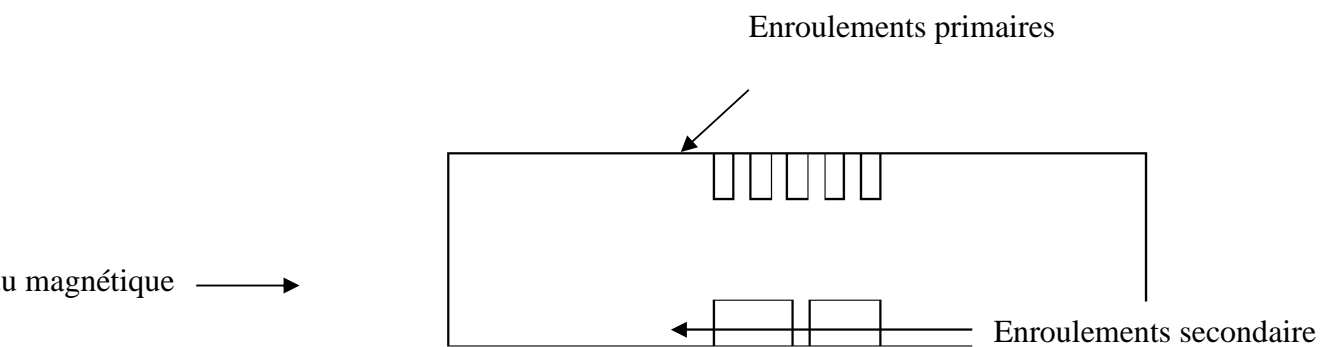
Les différentes étapes citées peuvent se résumer sous la forme de l'organigramme suivant :

Début

**Figure(III.6) :** organigramme de calcul

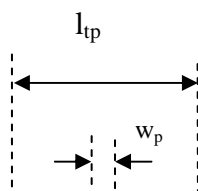
#### III.4.4.2.Structure géométrique :

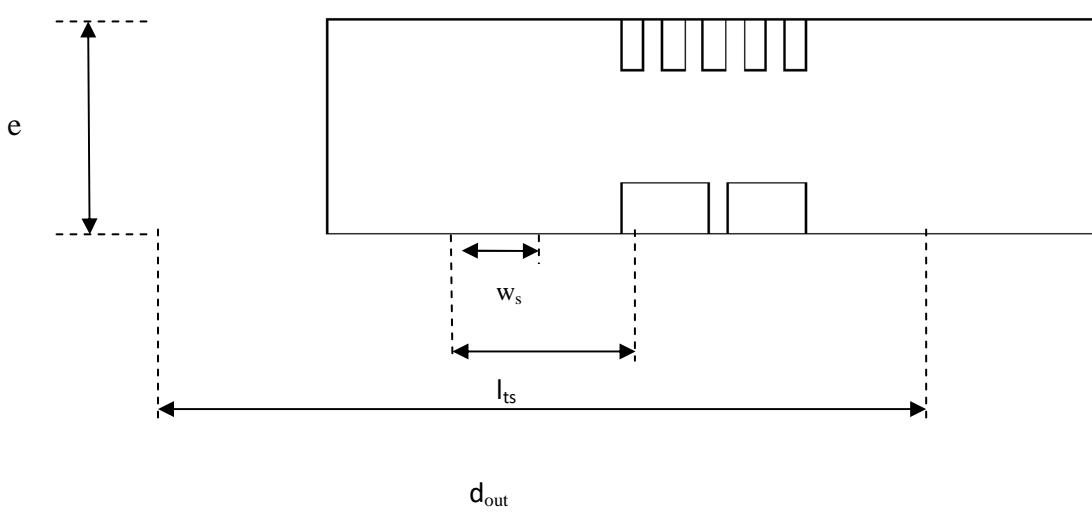
Le modèle géométrique traité dans le cadre de cette application est constitué de matériaux ferromagnétiques (noyau), et de cuivre (enroulements).



**Figure (III.7):** structure géométrique étudiée

#### III.4.4.3.Caractéristiques géométriques :





**Figure(III.8):** caractéristiques géométriques du problème

$$d_{out}=1500 \mu\text{m}$$

$$w_p=46.39 \mu\text{m}$$

$$w_s=169.6 \mu\text{m}$$

$$l_{tp}=2.25 \text{ cm}$$

$$l_{ts}=9 \text{ mm}$$

$$e=54.27 \mu\text{m}$$

#### III.4.4.4. Caractéristiques physiques :

On considère les caractéristiques et les propriétés physiques de différentes régions constituant le système comme suit :

- **L'air :**

Une conductivité électrique :  $\sigma=0$ .

Une perméabilité magnétique :  $\mu_0=4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} [\text{H} / \text{m}]$ .

Une densité de courant de source  $J_s=0$ .

- **Les enroulements :**

Une perméabilité relative  $\mu_r=1$ .

Une conductivité électrique  $\sigma_1= 5,8 \cdot 10^7 [\Omega \cdot \text{m}]^{-1}$ .

Une densité de courant de source  $J_s=6,5670586 \cdot 10^8 [\text{A}/\text{m}^2]$ .

- **Noyau :**

Une perméabilité relative  $\mu_r=1400$ .

Une conductivité électrique  $\sigma_1= 0$ .

Une densité de courant de source  $J_s=0$ .

#### III.4.4.5. Formulation du problème traité en termes de potentiel vecteur magnétique :

Pour formuler l'équation du potentiel vecteur magnétique  $\vec{A}$  en exploitent la quatrième équation de maxwell en négligent les courant de déplacement :

$$\overrightarrow{\text{rot}} \vec{H} = \vec{j} \quad (\text{III.41})$$

$$\vec{H} = \frac{\overrightarrow{\text{rot}} \vec{A}}{\mu} \quad (\text{III.42})$$

$$\vec{J} = \sigma \cdot \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \quad (\text{III.43})$$

En combinant ces différentes relations, on aura :

$$\text{rot} \left( \frac{\text{rot} \vec{A}}{\mu} \right) + \sigma \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} = \vec{J} \quad (\text{III.44})$$

Dans notre cas on travail dans le plan [x ,y] donc les composante selon [ z ] s'annule.

En adaptant cette équation à chaque région, on obtient :

**Dans l'air :**

$$1/\mu_{\text{air}} \left[ \frac{\partial^2 \vec{A}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \vec{A}}{\partial y^2} \right] = 0 \quad (\text{III.45})$$

**Dans les enroulements:**

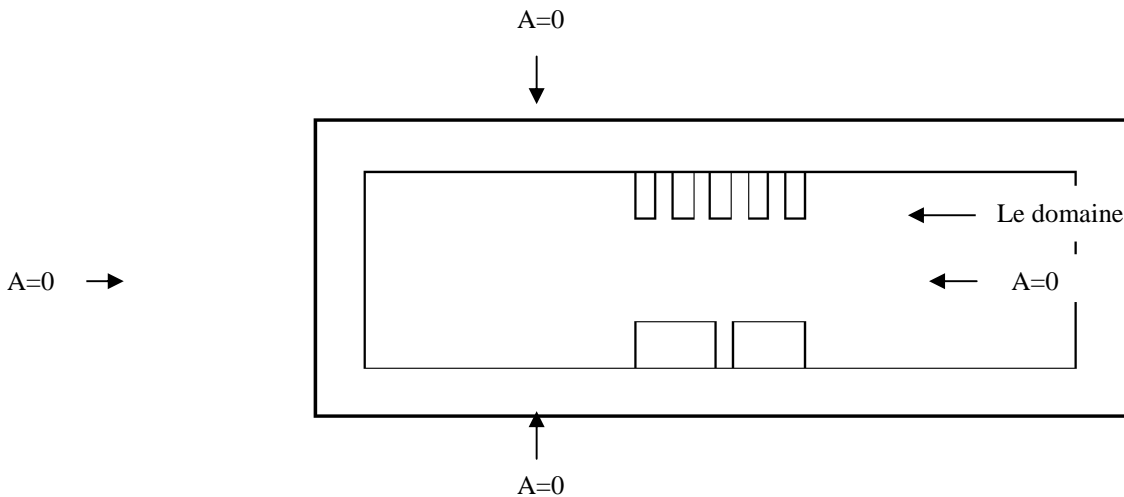
$$1/\mu_{\text{cuivre}} \left[ \frac{\partial^2 \vec{A}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \vec{A}}{\partial y^2} \right] + \sigma \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} = \vec{J} \quad (\text{III.46})$$

**Dans le noyau :**

$$1/\mu_{\text{noyau}} \left[ \frac{\partial^2 \vec{A}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \vec{A}}{\partial y^2} \right] = 0 \quad (\text{III.47})$$

### III.4.6. Domaine de résolution et conditions aux limites :

Dans ce cas d'étude, le comportement des grandeurs magnétiques et électriques nous amène à résoudre le problème en imposant les conditions aux limites de type **Dirichlet** :

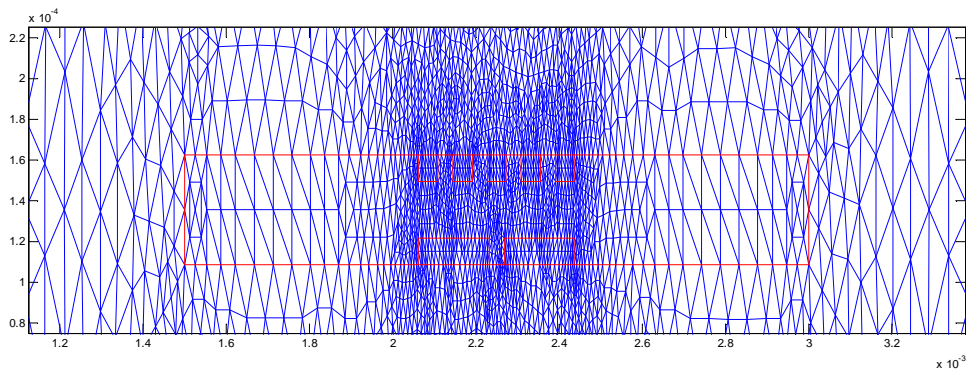


**Figure (III.9):** Domaine de résolution et conditions aux limites

### III.4.4.7. Résultats de simulation:

**Le maillage :**

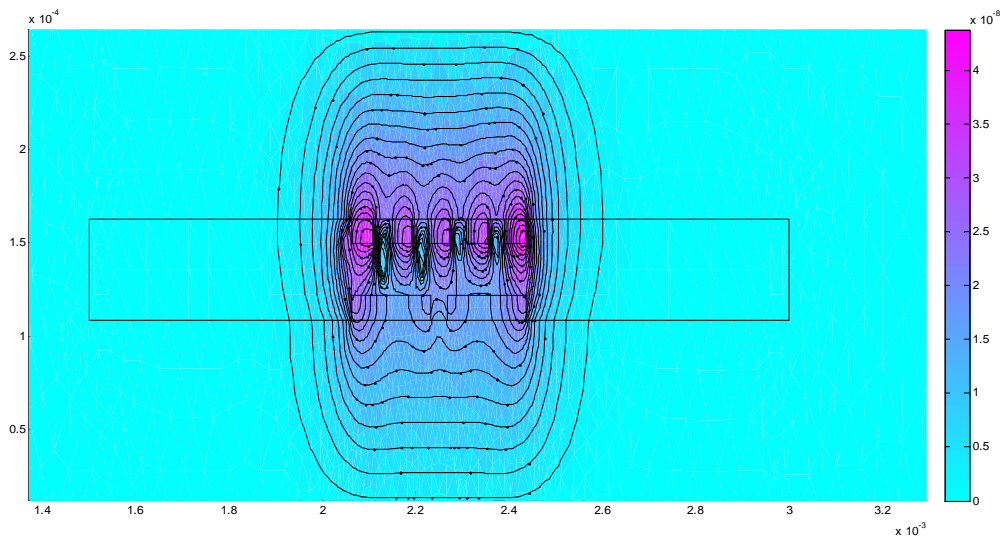
Le maillage éléments finis du domaine de résolution en élément triangulaire de premier ordre est illustré par la figure suivante :



**Figure(III.10):**

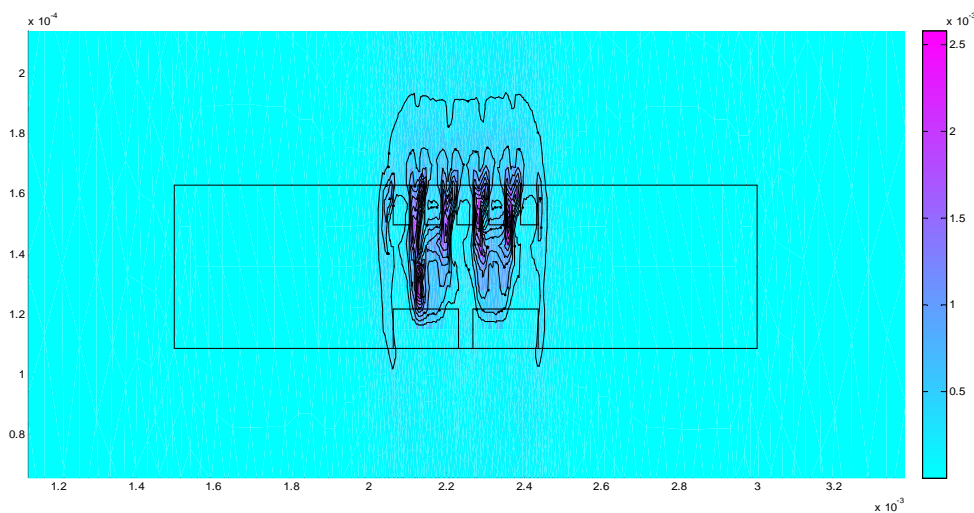
le maillage éléments finis du domaine de résolution

**Potentiel vecteur magnétique A(T.m) :**



**Figure (III.11):** Potentiel vecteur magnétique A(T .m)

**L'induction magnétique B(T) :**



**Figure (III.12):** Induction magnétique B(T)

**III.4.4.8.Calcul des résistances et inductances du micro-transformateur :**

La résistance et l'inductance sont calculés partir des relations suivante :  $R = \frac{1}{I^2} \int_{\Omega} \frac{J_i^2}{\delta} d\Omega$  (III.48)

$$X = j2\pi f \frac{1}{I^2} \int_v B.Hdv \text{ (III.49)}$$

### III.4.4.9. Influence de la variation de la fréquence sur les grandeurs électriques (R, L) :

A : Enroulement primaire :

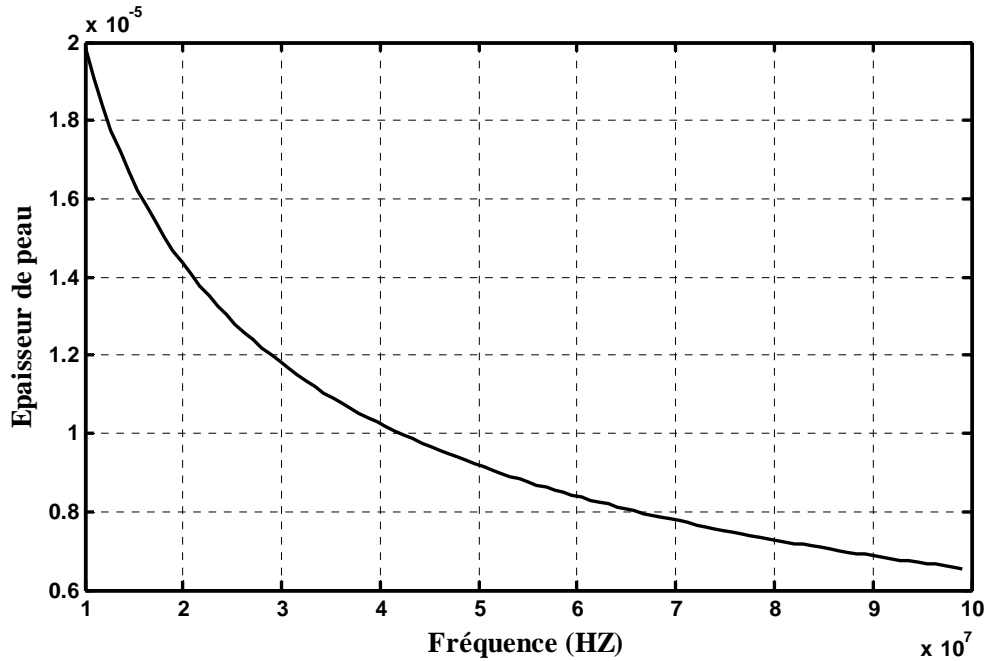


Figure (III.13) : Profondeur de pénétration en fonction de la fréquence

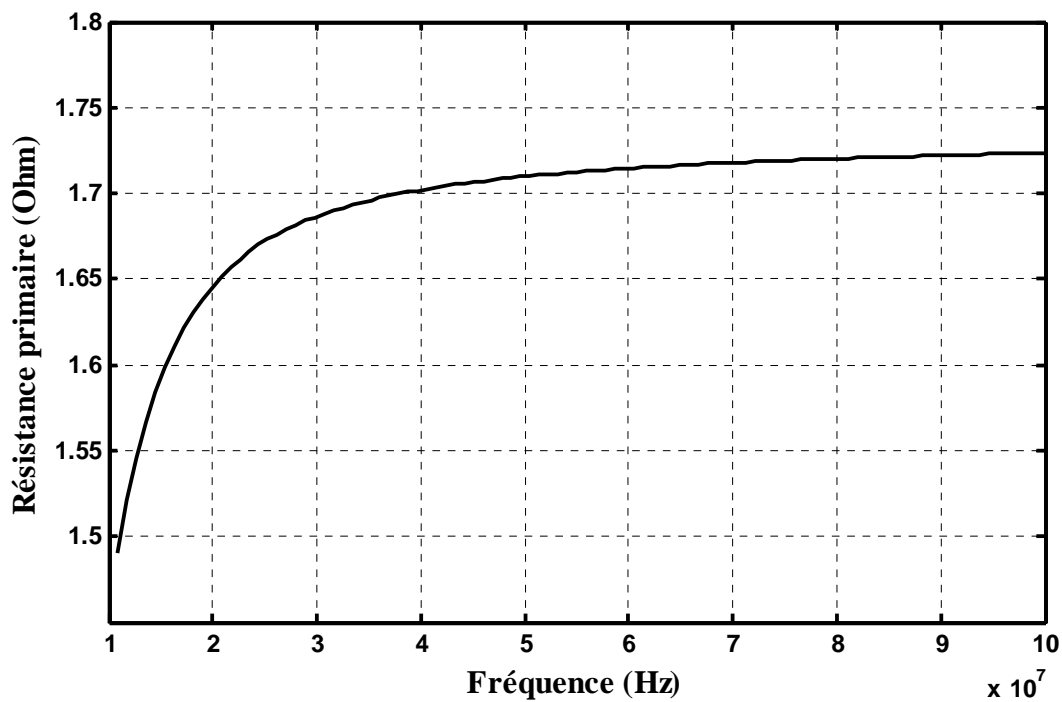


Figure (III.14) :

variation de la résistance primaire en fonction de la fréquence

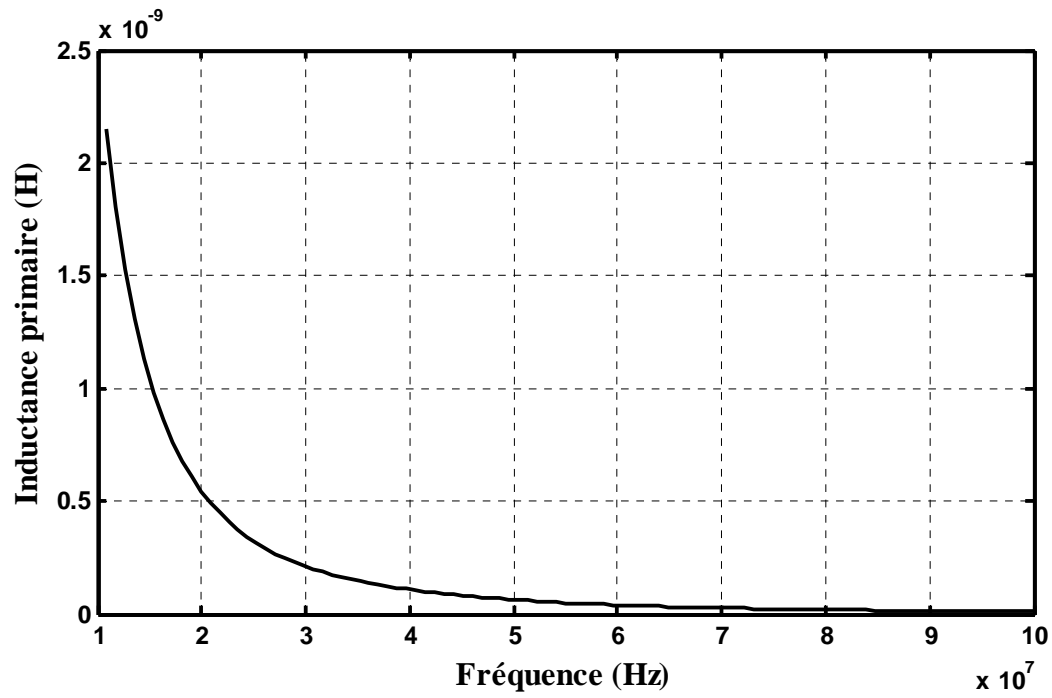


Figure (III.15) : variation de l'inductance primaire en fonction de la fréquence

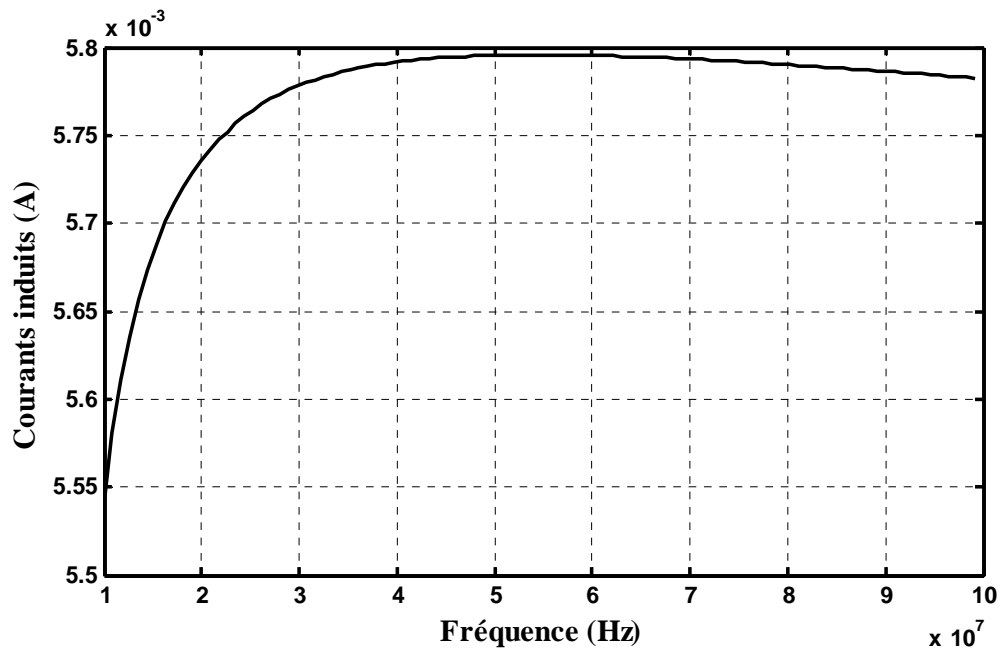


Figure (III.16) : variation des courants d'induite en fonction de la fréquence

**B : Enroulement secondaire :**

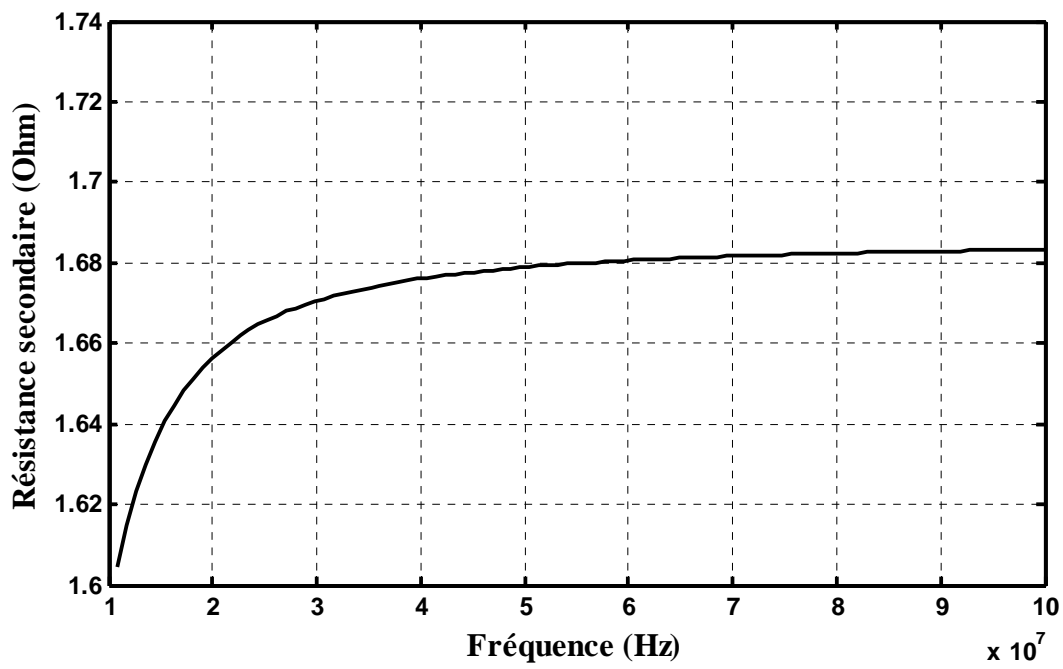


Figure (III.17) : variation de la résistance secondaire en fonction de la fréquence

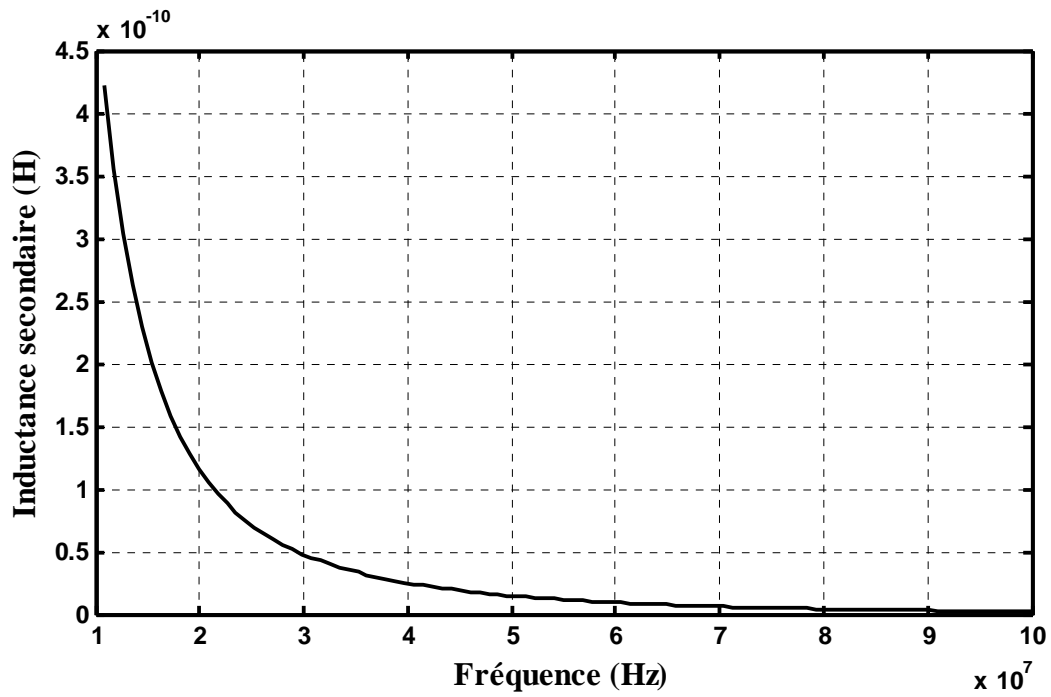


Figure (III.18): variation de l'inductance secondaire en fonction de la fréquence

C : noyau :

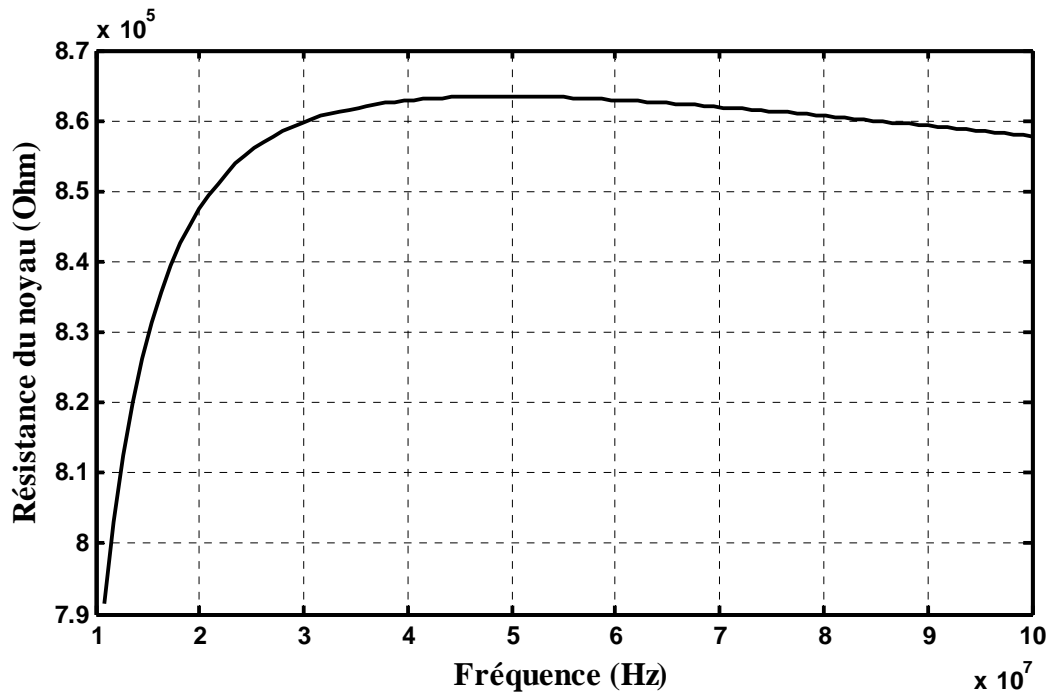


Figure (III.19): variation de la résistance du noyau en fonction de la fréquence

#### III.4.4.10. Influence de la variation de la largeur du primaire et du secondaire sur la grandeur électrique

(R):

A) Enroulement primaire :

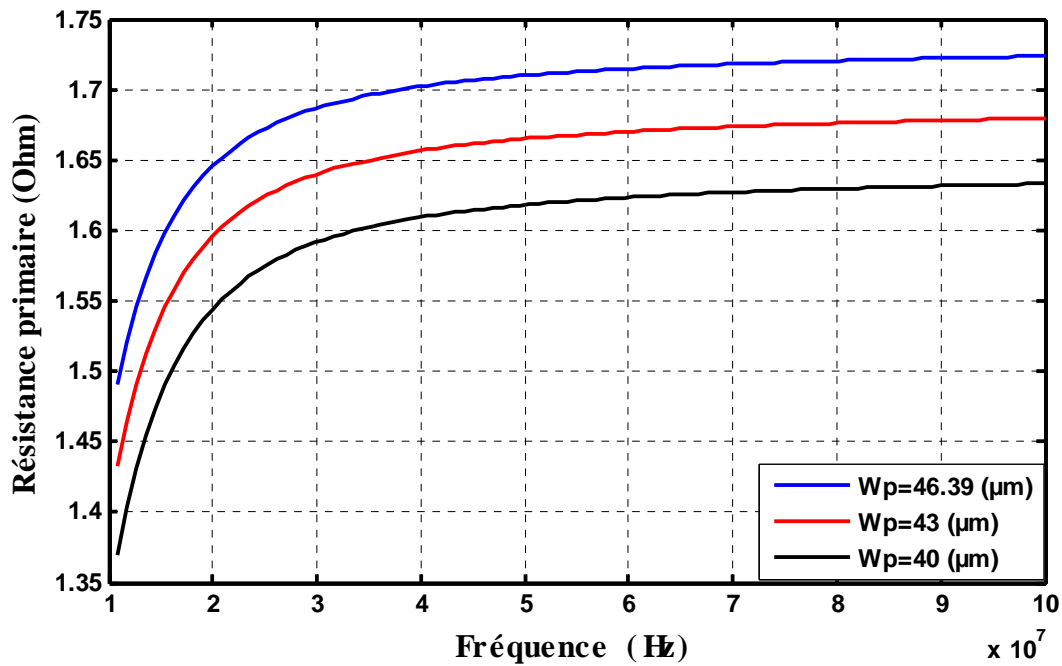


Figure (III.20) :

variation de la résistance primaire en fonction de la fréquence et de la largeur du primaire

B) Enroulement secondaire :

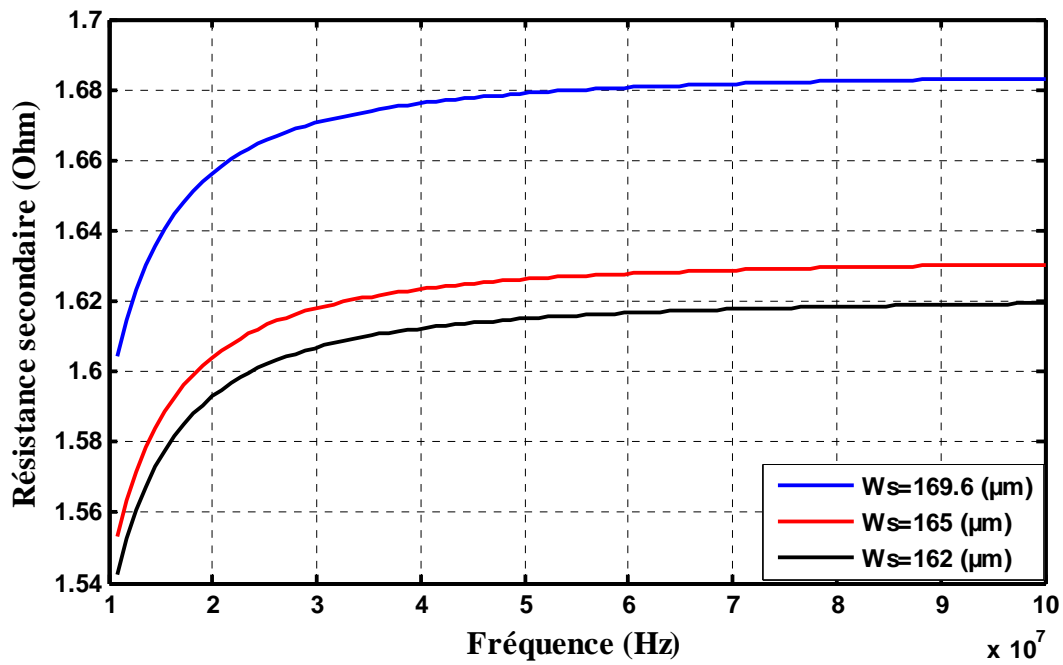


Figure (III.21) : variation de la résistance secondaire en fonction de la fréquence et de la largeur du secondaire  
 C) Noyau :

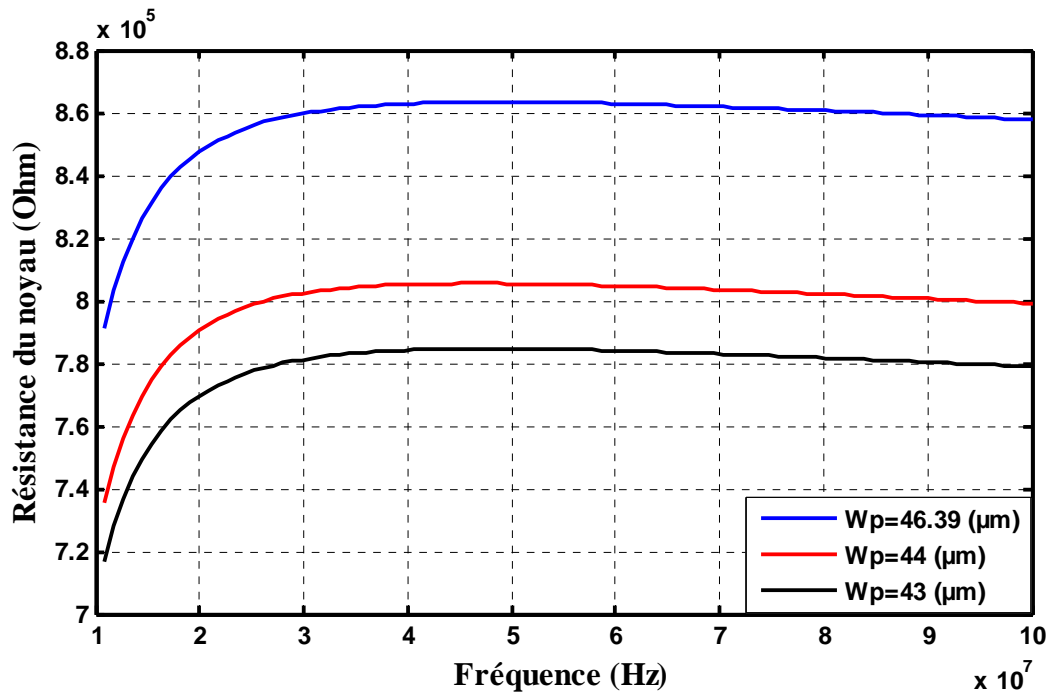
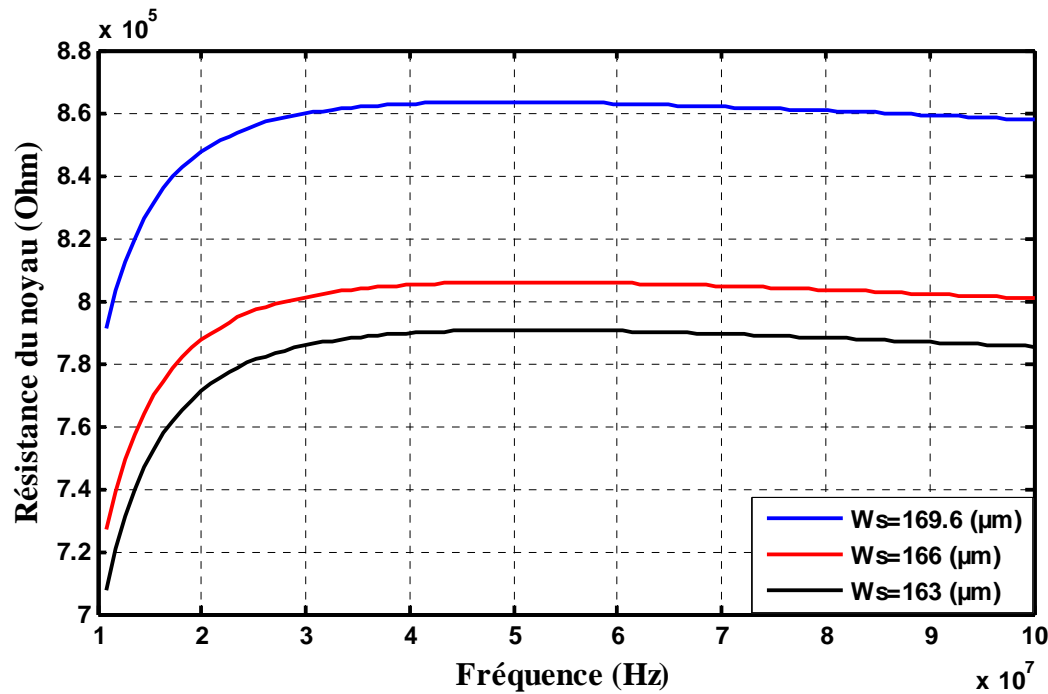


Figure (III.22): variation de la résistance du noyau en fonction de la fréquence et de la largeur du primaire



**Figure (III.23) :** variation de la résistance du noyau en fonction de la fréquence et de la largeur du secondaire

### Interprétations des résultats

Les résistances primaire et secondaire du micro-transformateur varient comme un système premier ordre en fonction de la fréquence, leur valeur augmente (régime transitoire) jusqu'à se stabiliser (régime permanent).

Les inductances primaire et secondaire du micro-transformateur varient comme une fonction  $\frac{1}{|x|}$  en fonction de la fréquence, elle commence d'une certaine valeur et diminue (régime transitoire) ensuite elles se stabilisent (régime permanent).

La valeur de la résistance primaire diminue en diminuant la largeur de l'enroulement primaire.

La valeur de la résistance secondaire diminue en diminuant la largeur de l'enroulement secondaire.

La valeur de la résistance du noyau diminue en diminuant la largeur de l'enroulement primaire et secondaire.

### III.5. Conclusion :

A travers ce chapitre nous avons modélisé le micro-transformateur dont l'enroulement primaire est constitué de cinq spires, et le secondaire de deux spires.

Cette modélisation est faite à travers un programme de calcul sous un environnement informatique : MATLAB, en utilisant la méthode des éléments finis comme méthode de résolution.

Cette application a pour but de visualiser les courbes : potentiel vecteur magnétique, induction magnétique, ainsi que l'influence des paramètres géométrique et la fréquence sur les paramètres électriques.

## Conclusion générale

Dans le cadre de ce mémoire une modélisation par éléments finis d'un micro transformateur planaire a été réalisée. L'étude a été menée en hypothèse bidimensionnelle en coordonnées cartésiennes. L'inconnue du problème est le potentiel vecteur magnétique  $\vec{A}$ .

Les transformateurs planaires sont de plus en plus utilisés dans les structures d'électroniques de puissance car ils présentent des intérêts majeurs, au niveau de l'encombrement, du rendement et de la méthode industrielle de fabrication.

Le travail a été décrit sur trois chapitres, qui sont :

Une recherche bibliographique sur les transformateurs leurs principe de fonctionnement, ainsi que leurs avantages et inconvénients et leurs principales structures a fait l'objet du premier chapitre, ce dernier se termine par quelques applications des transformateurs planaires.

Le deuxième chapitre, énumère les différents phénomènes électromagnétiques, ces derniers sont régis par les équations aux dérivées partielles de Maxwell associées aux lois constitutives.

La méthode des éléments finis est utilisée pour résoudre les équations aux dérivées partielles caractéristiques aux phénomènes physiques traités.

Le troisième chapitre porte sur l'aspect programmation. Dans un premier temps, à partir d'un cahier de charge donné nous avons effectué le dimensionnement géométrique du micro-transformateur. Ensuite ces paramètres géométriques ont été utilisés pour extraire les différents paramètres électriques nécessaires à la création d'un code de calcul par la méthode des éléments finis implanté sous environnement **MATLAB**.

Le présent travail est complété par un calcul qui traite l'influence de la fréquence ainsi que les paramètres géométrique sur les deux paramètres électriques (résistance et inductance).

En perspectives, nous souhaitons prendre en considération l'effet de la température, qui est considéré comme un obstacle majeur au dimensionnement et conception des micros transformateurs.

## Références bibliographiques :

- [<sup>1</sup>] Mikhaïl Kostenko et Ludvik Piotrovski, Machines électriques, t. I, Machines à courant continu, transformateurs, Éditions de Moscou, 1969, 3<sup>e</sup> édition, 1979,
- [<sup>2</sup>] Théodore wildi et autres électrotechnique, les presses de l université Laval 4eme édition 2005.
- [<sup>3</sup>] YAHIOU Abdelghani, « Contribution à l'étude et à l'analyse du régime transitoire dans les transformateurs de puissance », mémoire Magister En Electrotechnique 2012.
- [<sup>4</sup>] Faouzi Kahlouche « Fabrication et Caractérisation de Micro Transformateurs Planaires à Couches Magnétiques » thèse de doctorat Université Jean Monnet – Saint Etienne, France 2014.
- [<sup>5</sup>] M<sup>elle</sup> Fatima djerfaf, « caractérisation large bande diélectrique et magnétique de couches minces et de substrats », thèse de doctorat , université Ferhat Abbas, Algérie, 2012.
- [<sup>6</sup>] Khamis Youssouf, »Modélisation de transformateurs planaires intégrés » thèse de doctorat, Université Jean Monnet – Saint Etienne, France 2014.
- [<sup>7</sup>]Dejan VASIC, « Apports des matériaux piézoélectriques pour l'intégration hybride et monolithique des transformateurs », thèse de doctorat, école normale supérieure de Cachan, France, 2003.
- [<sup>8</sup>] M : AIDA CHERIF, « Optimisation du transformateur piézoélectrique. Application : contrôle semi-passive des vibrations », thèse de doctorat, université Ferhat Abbas, Algérie. 2012.
- [9] Clément Nadal, « Contribution à la conception et la modélisation transformateur piézoélectrique dédiée à la génération de plasma », thèse de doctorat, université de Toulouse, France, 2011.
- [<sup>10</sup>] BELKHIRI Yamina, « Modélisation des Phénomènes Electromagnétiques et Mécaniques Couplés par la Méthode des Volumes Finis », mémoire de magister, université de Batna, Algérie.
- [<sup>11</sup>] Amoumene Manel Naima Benras Imane, « Modélisation des phénomènes électromagnétiques d'une micro pompe magnétohydrodynamique à conduction », Mémoire master académique, université Kasdi Merbah, Algérie ,2016 .
- [<sup>12</sup>] M'Zali Nabil, « étude des problèmes de la comptabilité électromagnétique dans un circuit imprimé, Mémoire magister, université Mouloud Mammeri », Algérie 2014.
- [13] Madjid Meziani, « contribution à la modélisation analytico-numérique des transformateurs de puissance » Mémoire de magister, université Mouloud Mammeri, Algérie, 2011.
- [14] HABI Saliha ,HAFSI Fatima, « Etude et Calcul de la Force Statique d'un Electroaimant à Noyau Plongeur » Mémoire master académique, université Kasdi Merbah, Algérie 2015.
- [15] Cristian GOLOVANOV, « Développement de formulations éléments finis 3D en potentiel vecteur magnétique: application à la simulation de dispositifs électromagnétiques en mouvement », Thèse doctorat, institue national polytechnique de Grenoble, 1992.
- [16] CHERIF Salma, « thème modélisation électromagnétique de système multi capteurs-pièce à défauts complexes pour le control non destructif par courant de Foucault », Mémoire magister, université Mouloud Mammeri, Algérie, 2011.

17 BENDAOUOUD Mohamed Abed Elhalim, HAFIANE Mohamed Tarek, « Modélisation des Phénomènes magnéto-thermique dans les dispositifs de limiteur de courant à base de supraconducteur à haute température critique » Mémoire MASTER, université Kasdi Merbah, Algérie ,2015.

[18] YOUSFI Ghania, « évaluation des propriétés physiques des matériaux composites par une technique d'homogination », mémoire magister , université Mouloud Mammeri, Algérie ,2010.

[19] Jean-Christophe Cuillière, « *Introduction à la méthode des éléments finis - 2<sup>e</sup> édition*, [Dunod](#) », 2016

[20]Melle.DERKAOUI Mokhtaria, « intégration d'un transformateur dans une alimentation à découpage de type flyback », université d'Oran, Algérie.

## ***Résumé***

A travers ce mémoire effectué on a énuméré, le micro-transformateur intégré, qui est un dispositif important dans les réalisations électroniques.

Ce thème est traité sous différents angles, ce qui nous amène à une composition de 3 chapitres, dont le premier fera l'objet d'une description globale du transformateur, afin d'entamer le micro transformateur intégré.

Après avoir finalisé le premier chapitre, on a procédé à l'étude des phénomènes électromagnétiques qui seront l'objet du deuxième chapitre ; avec une description plus approfondie de la méthode des éléments finis avec laquelle on ressoudra les équations aux dérivées partielles régissant la modélisation du micro transformateur.

Enfin au troisième chapitre, le dimensionnement de notre micro-transformateur a été effectué avec un code de calcul, et une application sous un outil informatique MATLAB, en utilisant la méthode des éléments finis pour récupérer et visualiser l'influence du paramètre géométrique( épaisseur du noyau)et fréquentiel sur les deux caractéristiques électriques (inductance et résistance).

## **Les mots clés :**

**Transformateur**

**Micro transformateur**

**Méthodes analytiques**

**Méthode des éléments finis**

**Modélisation et dimensionnement**

