

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE  
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE  
SCIENTIFIQUE

Université Mouloud Mammeri de Tizi-Ouzou  
Faculté du Génie de la Construction  
Département de Génie Mécanique



# Mémoire de fin d'études

En vue de l'obtention du diplôme  
Master en génie mécanique  
Option : énergétique

*Thème :*

*Etude du comportement et du  
fonctionnement de la pompe dans  
les quatre quadrants*

Proposé et dirigé par :

Mr: FERROUK Mohamed

Préparé par

Melle : KHETTAB Thinhinane

*Promotion 2020/2021*

# Remerciement

*Avant tout, je remercie « Allah » qui a illuminé mon chemin*

*Et qui m'a aidé et m'a donné le courage pour achever mes  
études*

*Je remercie fortement mon promoteur Mr Ferrouk  
Mohamed pour l'aide qu'il m'a offert durant la période de  
réalisation de ce travail et encore pour sa confiance et ses  
encouragements.*

*Je tiens à remercier aussi :*

*Les membres de jury pour avoir accepté d'évaluer mon travail*

*Le corps d'enseignants et les étudiants de l'UMMTO*

*Tous ceux qui ont contribué de près ou de loin à l'élaboration  
de ce mémoire*

# Dédicace

*Je dédie ce modeste travail en signe de reconnaissance*

*et de respect :*

*A mes très chers parents que dieu les protège*

*A ma très chère sœur Dihia*

*A mes chers frères Jugurtha et Massinissa*

*A toute ma grande famille*

*A tous mes ami(e)s sans exception*

*Thinhinane*

## **Résumé**

*Les machines tournantes sont utilisées dans de nombreux domaines de l'industrie pour convertir l'énergie mécanique en pression au sein d'un fluide. Les pompes sont constituées d'au moins une partie rotative contenant des aubes transmettant l'énergie au fluide (la roue), laquelle est liée à un arbre, lui-même mis en rotation par un moteur.*

*Afin de compléter notre formation et améliorer nos connaissances dans le domaine de pompage, une procédure de stockage des caractéristique de la pompe dans un ordinateur numérique a été présentée et analysé par le logiciel fortran, une procédure itérative d'analyse des transitoire dans le système de tuyauterie provoqués par diverses opérations de pompage a été décrite, et les conditions aux limites pour un certain nombre de cas généralement trouvés dans la pratiques ont été développées.*

## **ABSTRACT**

*Rotating machines are used in many areas of industry to convert mechanical energy into pressure within a fluid pumps consist of at least one rotating part containing vanes transmitting energy to the fluid (the wheel), which is linked to a shaft, itself rotated by a motor.*

*In order to complete our training and improve our knowledge in the field of pumping, a procedure for storing the characteristics of the pump in a digital computer was presented and analyzed by the fortran software, an iterative procedure for analyzing transients in the system. Of piping caused by various pumping operations has been described, and the bounday conditions for a number of cases generally found in practice have been developed.*

**Table des matières**

Introduction générale

**Chapitre I : Théorie des pompes**

I.1. Introduction..... 3

I.2. Historique des pompes ..... 3

I.3. Définition d’une pompe centrifuge ..... 4

I.4. Pompes centrifuges ..... 4

    1. Les pompes monocellulaires ..... 4

    2. Les pompes multicellulaires ..... 5

I.5. Constitution d’une pompe centrifuge..... 6

    I.5.1. Les composants hydrauliques..... 6

    I.5.2. Les composants mécaniques ..... 7

I.6. Classification des pompes centrifuges ..... 8

    A) Selon la trajectoire du fluide (trajectoire de l’écoulement)..... 8

    B) Selon le nombre d’étages : ..... 8

    C) Selon la disposition de l’axe de la pompe ..... 9

I.7. Principe de fonctionnement d’une pompe centrifuge ..... 9

I.8. théorie de base du fonctionnement d’une pompe..... 10

    I.8.1 Théorème d’Euler..... 10

    I.8.2. Puissance et rendement de la pompe ..... 13

    I.8.3. Relations entre les moments cinétiques et les énergies par unité de poids ou hauteurs  
..... 13

I.9.tracé d’une roue de pompe centrifuge..... 14

I.10. rendement générale d’une pompe ..... 16

    I.10.1.Pertes aérodynamique à l’intérieur des aubes ou pertes de charge ..... 16

    I.10.2.Pertes par fuites ..... 17

    I.10.3.Pertes mécanique..... 17

I.11. Courbes caractéristiques d'une pompe .....	19
I.11.1 relation entre $H_{th}$ et $Q$ .....	19
I.11.2 Tracé des courbes H et $\eta_n$ .....	21
I.12. Le NPSH .....	22
Conclusion.....	24

## **Chapitre II : Fonctionnement de la pompe en régime transitoire**

II.1. Introduction .....	25
II.2. L'analyse des transitoire .....	25
II.2.1. Définition d'un régime transitoire .....	25
II.2.2. Les quatre quadrants de fonctionnement .....	25
II.3. Représentation des courbes de performance.....	28
II.4. Représentations en iso valeurs.....	28
II.4.1. Iso valeurs de vitesse de rotation .....	28
II.4.2. Iso valeurs de hauteur et de couple .....	29
II.5. Conditions transitoires causées par divers fonctionnement de la pompe .....	30
II.6. représentation mathématique d'une pompe .....	31
II.7. conditions aux limites de panne de pompe .....	34
II.7.1. Équations des conditions imposées par la pompe : .....	35
II.7.2. Équation différentielle des masses en rotation.....	38
II.7.3. Équation caractéristique de la conduite de refoulement .....	39
II.7.4. Équation de continuité .....	39
II.7.5. Solution des équations gouvernantes : .....	39
II.8. conditions aux limites pour des cas particuliers .....	41
II.8.1. Pompes parallèles.....	42
II.8.2. Pompes en série (fig.II.9).....	44
II.9. Mise en marche de la pompe .....	50

## **Chapitre III: validation du programme élaboré et simulation d'un exemple test**

III.1. Introduction .....	52
III.2. Informations générales .....	52
III.3. Programme principal et sous programmes .....	52
III.4. Méthode de calcul .....	52
III.5. Description de l'input :.....	54
III.6. Description de l'output :.....	54
III.7.Exemple Test.....	54
III.8. Discussion des résultats obtenus .....	55

Conclusion générale

Bibliographie

Annexes

Liste des figure

Figure I. 1: Pompe centrifuge .....	4
Figure I. 2: Pompes monocellulaires .....	5
Figure I. 3: Pompe multicellulaire .....	5
Figure I. 4: Constitution d'une pompe centrifuge .....	7
Figure I. 5: Les composants mécaniques d'une pompe centrifuge .....	8
Figure I. 6: Représentation des domaines respectifs des trois types de pompes centrifuges ....	8
Figure I. 7: Type de roue pour les pompes centrifuges .....	9
Figure I. 8: pompage du niveau inferieure à un niveau supérieur.....	10
Figure I. 9 : Machine génératrice .....	13
Figure II. 1:4-quadrants de fonctionnement .....	26
Figure II. 2: Iso valeurs de vitesse pour des vitesses de rotation positives .....	28
Figure II. 3: Iso valeurs de vitesse pour des vitesses de rotation négatives .....	29
Figure II. 4: Représentation en iso valeurs de la hauteur et du couple .....	30
Figure II. 5: Caractéristiques des pompes de différentes vitesses spécifiques.....	34
Figure II. 6: Approximation des courbes caractéristique des pompes par les droites segmentées.....	35
Figure II. 7: Notation des conditions aux limites pour la pompe.....	37
Figure II. 8: Pompe avec longue conduite d'aspiration.....	43
Figure II. 9: Notation pour les pompes en série .....	45
Figure III. 1:Organigramme des conditions aux limites pour la pompe.....	53
Figure III. 2: Système hydraulique étudié.....	54
Figure III. 3: Evolution de $\alpha$ et de $v$ en fonction du temps.....	58
Figure III. 4 : Evolution de la pression aux extrémités de la conduite 1.....	58
Figure III. 5: Evolution de la pression aux extrémités de la conduite 2.....	59
Figure III. 6: Evolution du débit aux extrémités de la conduite 1.....	59
Figure III. 7: Evolution du débit aux extrémités de la conduite 2.....	60

## Liste des tableaux

Tableau II. 2: Zones des 4-quadrants de fonctionnement .....	27
Tableau II. 3: La zone de fonctionnement de la pompe. ....	33

<u>Symboles</u>	<u>Désignations</u>	<u>Unités</u>
<b>D et L</b>	Diamètre et la longueur en mètre	[m]
<b>H ou Z</b>	hauteurs en mètre	[m]
<b>S</b>	Surface	[m <sup>2</sup> ]
<b>V ou c</b>	La vitesse	[m/s]
<b>N</b>	vitesse de rotation en tours par minute	[tr/min]
<b>N<sub>s</sub></b>	La vitesse spécifique de rotation en tour par minute	[tr/min]
<b>P</b>	pression en bar ou en Pascale	[Pa]
<b>ΔP</b>	La différence de pression en Pascale	[Pa]
<b>H<sub>m</sub></b>	Hauteur manométrique en mètre	[m]
<b>H<sub>mt</sub></b>	Hauteur manométrique total en mètre de colonne de liquide	[mCL]
<b>H<sub>th</sub></b>	Hauteur théorique	[m]
<b>ξ</b>	Les pertes de charge en mètre	[m]
<b>ρ</b>	la masse volumique en kilogramme par mètre cube	[kg/m <sup>3</sup> ]
<b>q<sub>v</sub></b>	Débit volumique en mètre cube par seconde	[m <sup>3</sup> /s]
<b>ν</b>	la viscosité cinématique	[m <sup>2</sup> /s]
<b>c</b>	la vitesse absolue	[m/s]
<b>U</b>	vitesse d'entraînement	[m/s]
<b>W</b>	la vitesse relative du fluide	[m/s]
<b>β</b>	l'angle (w, u)	[°]
<b>α</b>	: l'angle (c, u)	[°]
<b>C<sub>u</sub></b>	la composante tangentielle de la vitesse absolue projetée dans la direction de U.	[m/s]
<b>C<sub>x</sub></b>	le composant dans la direction axiale	[m/s]
<b>C<sub>m</sub></b>	la composante méridionale de la vitesse C	[m/s]
<b>η</b>	Rendement de la pompe	[%]
<b>T</b>	Temps	[S]
<b>g</b>	accélération due à la pesanteur	[m/s <sup>2</sup> ]
<b>Θ</b>	Angle	[0° 360°]
<b>WR<sup>2</sup></b>	moment d'inertiepolaire combiné	[kg . m <sup>2</sup> ]

## Abréviations

**NPSH** : Charge nette absolue à l'aspiration (Net Positive Suction Head)

**NPSH<sub>Req</sub>** : NPSH requise

**NPSH<sub>disp</sub>** : NPSH disponible

**HMT** : Hauteur manométrique totale d'une pompe

# **Introduction générale**

## Introduction générale

Dès la plus haute antiquité jusqu'à l'époque moderne, l'homme n'a jamais cessé de voir en eau une de ses préoccupations fondamentale. Elément de base à toute vie qu'elle soit végétale ou animale, ce liquide fait l'objet d'un intérêt majeur.

Au fur et à mesure du développement de la science, la pompe est apparue lorsque le besoin en eau nécessaire à la survie de l'homme l'obligea à trouver un système de transport de cette eau, du puits ou de la rivière à son habitat. L'homme utilisa d'abord l'énergie musculaire pour le transport de cette eau. Plus la distance et la quantité en eau augmentaient, il avait besoin de beaucoup d'énergie. Les techniques de pompage ont dépassé les limites initiales de leur domaine d'application. Les pompes sont passées du simple transport de l'eau et des divers fluides liquides à la transmission de la puissance mécanique. Ces appareils permettant un transfert d'énergie entre le fluide et un dispositif mécanique convenable. Suivant les conditions d'utilisation, ces machines communiquent au fluide soit principalement de l'énergie potentielle par accroissement de la pression en aval, soit principalement de l'énergie cinétique par la mise en mouvement du fluide

Dans l'installation de pompage, la mise en marche ou l'arrêt d'une pompe refoulant dans un système de conduites provoque des variations de pression qui peuvent être lourdes de conséquences. C'est le phénomène du coup de bélier. A cet effet, un programme de calcul rédigé en langage fortran permettant de prédire la pression et le débit lors d'un transitoire provoqué par un arrêt brusque de la pompe suite à une panne de courant, a été élaboré et testé. Les résultats issus de ce programme pour un cas test rapporté dans la littérature sont identiques à ceux données par M. Hanif Chaudhry dans l'ouvrage : *Appliedhydraulictransients*.

Le programme de calcul élaboré est une extension et du programme déjà élaboré, basé sur la méthode des caractéristiques permettant de prédire les pressions lors d'une fermeture brusque de la vanne. Ce dernier permet de mettre en évidence l'effet du temps de fermeture et du mode d'opération de la vanne sur l'évolution de la pression en fonction du temps. L'objectif de notre étude est donc d'étendre l'utilisation du programme aux transitoires provoqués par un arrêt brusque de la pompe suite à une coupure de courant électrique. Le modèle décrivant le comportement de la pompe dans les quatre quadrants, détaillé au chapitre deux, a été implémenté.

Dans le chapitre 1, la théorie de la pompe en régime permanent a été passée en revue. Le chapitre 2, est consacré à la description du comportement de la pompe dans les quatre quadrants. Le chapitre 3 donne des informations concernant le programme et présente les résultats obtenus pour un exemple test rapporté dans la littérature.

La conclusion et les développements possibles en perspective sont exposés après le chapitre 3.

En annexe, sont donnés les fichiers source et les données concernant la pompe utilisée.

# **Chapitre I**

## **La théorie des pompes**

## **I.1. Introduction**

Les pompes sont des éléments essentiels dans la vie et le confort des êtres humains. Les pompes déplacent les fluides qu'ils soient chauds ou froids, propres ou sales. Elles effectuent cette opération de manière extrêmement efficace et préservent l'environnement. Il y a deux grandes familles de pompes : les pompes volumétriques et les pompes centrifuges. Dans ce chapitre, nous allons présenter les caractéristiques  $H-Q$  d'une pompe centrifuge en régime normale.

## **I.2. Historique des pompes**

L'idée même de la pompe centrifuge est difficile à dater. On a pu créditer Denis Papin d'en avoir fabriqué une des premières au XVII<sup>e</sup> siècle. Mais des machines similaires bien plus anciennes ont été décrites. En 1735, M. Le Demeure invente une pompe basée sur ce principe pour être utilisée dans les jardins du roi.

Cependant ces inventions demeurent sans lendemain, et il faut attendre la seconde moitié du XIX<sup>e</sup> siècle pour voir apparaître ce type de machine autrement que par des prototypes. La seconde moitié et du XIX<sup>e</sup> siècle voit le démarrage de l'utilisation des pompes centrifuges en Angleterre, Allemagne. Plusieurs modèles sont présentés à la grande exposition universelle de Londres en 1851. Cependant l'utilisation des pompes alternatives restera la règle dans l'industrie du XIX<sup>e</sup> siècle.

L'essor de la machine centrifuge accompagne celui de l'utilisation des moteurs électriques auxquels elle est particulièrement adaptée, puisqu'elle ne requiert aucune pièce intermédiaire de transformation du mouvement: La pompe centrifuge est un enfant du XX<sup>e</sup> siècle. Dès 1902, la maison Sulzer Frères avait donné, à la suite d'un appel d'offres, une solution pratique dans l'installation d'accumulation de Ruppoldingen en Suisse, qui forme un établissement complémentaire des usines électriques situées au fil de l'Aar, dans le Canton d'Argovie. La pompe rejetait de l'eau la nuit dans un bassin situé à 325 mètres en amont, pour produire 850 kW supplémentaire le jour. La même technique est utilisée dans l'usine suisse de Porrentruy en 1910.

La société d'Auguste Râteau, fondée en 1903, met en œuvre au Barrage de la Girotte une pompe qui vient compléter celle de Sulzer Frères installée en 1921 ou 1922. Cette pompe centrifuge remonte l'eau descendant du premier barrage de la Girotte en l'acheminant via une conduite forcée vers une roue à aube alimentée par l'usine électrique en aval du barrage. L'eau

est aspirée axialement dans la pompe et accéléré radialement pour être refoulé 500 mètres plus haut dans la retenue.

En 1925, l'installation de pompage-turbinage de Belleville, juste sous le lac, la première en France, permet d'afficher une puissance de 20 MW en période de pointe, en remontant dans le lac, 520 mètres plus haut, 450 litres par seconde [1].

### **I.3. Définition d'une pompe centrifuge**

Une pompe centrifuge est une machine rotative qui pompe un liquide par la conversion de l'énergie cinétique de rotation à l'énergie hydrodynamique de l'écoulement de fluide en le forçant au travers d'une roue à aube ou d'une hélice appelée impulseur (souvent nommée improprement turbine). C'est le type de pompe industrielle le plus commun. Par l'effet de la rotation de l'impulseur, le fluide pompé est aspiré axialement dans la pompe, puis accéléré radialement, et enfin refoulé tangentiellement [2].



Figure I. 1: Pompe centrifuge [3].

### **I.4. Pompes centrifuges**

Les pompes centrifuges peuvent être classées en deux sorts [4]

**1. Les pompes monocellulaires :** elles sont composées d'une seule cellule (une roue à aube + diffuseur).

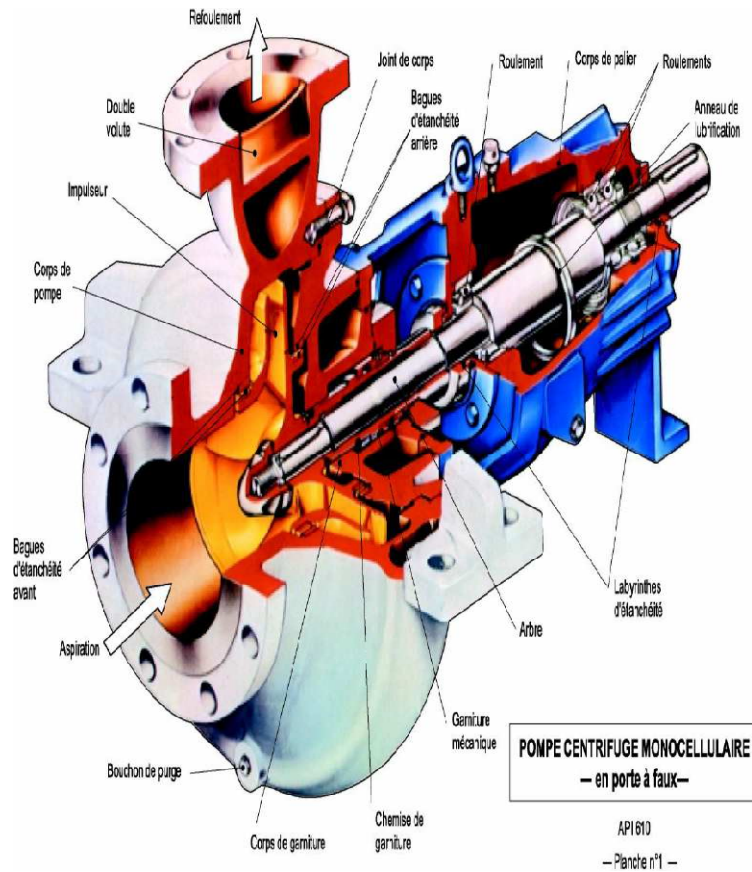


Figure I. 2: Pompes monocellulaires [5].

**2. Les pompes multicellulaires :** Le collecteur de la première cellule conduit l'eau dans la roue de la seconde et ainsi de suite. Lorsque l'eau arrive dans la seconde roue, elle arrive avec la pression revue de la première, elle reprend en conservant cette pression une nouvelle vitesse, de nouveau transformée en pression au contact des diffuseurs et ainsi de suite [4].

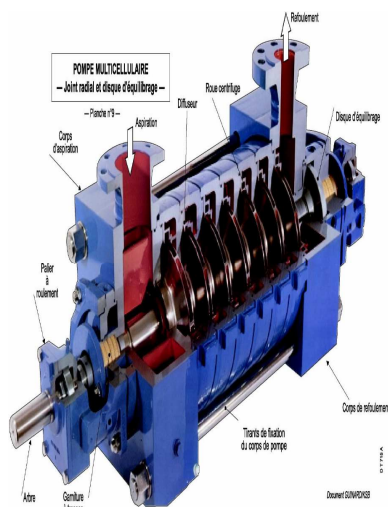


Figure I. 3: Pompe multicellulaire [6].

## I.5. Constitution d'une pompe centrifuge

### I.5.1. Les composants hydrauliques

Une pompe centrifuge est composée d'un rotor (roue à aubes) qui tourne à l'intérieur d'une partie fixe appelée volute ou bêche spirale. Le principe de base de fonctionnement d'une pompe centrifuge résulte de la mise en rotation du fluide en lui communiquant de l'énergie sous forme de pression en se servant de la force centrifuge créée par la roue de la pompe. Chaque organe de la pompe a un rôle bien défini :

- **Roue à aubes** : Tourne autour de son axe à grande vitesse. L'eau qui pénètre axialement par l'ouïe est rejetée vers la périphérie de la roue par la force centrifuge. L'éjection de l'eau crée une légère dépression à l'ouïe qui permet à l'eau de l'extérieur d'entrer dans la pompe (aspiration).
  
- **Volute** : La volute a pour rôle de :
  - Canaliser l'eau vers la sortie de la pompe.
  - Réduire les turbulences.
  - Réduire la vitesse de l'eau, ce phénomène se produit par augmentation de la section de la veine liquide
  
- **Le diffuseur** : Quand il existe, il a un rôle complémentaire à la volute :
  - Réduire les turbulences.
  - Transformer en pression une partie de la grande vitesse de fluide acquise lors de son passage à travers la roue. [7]

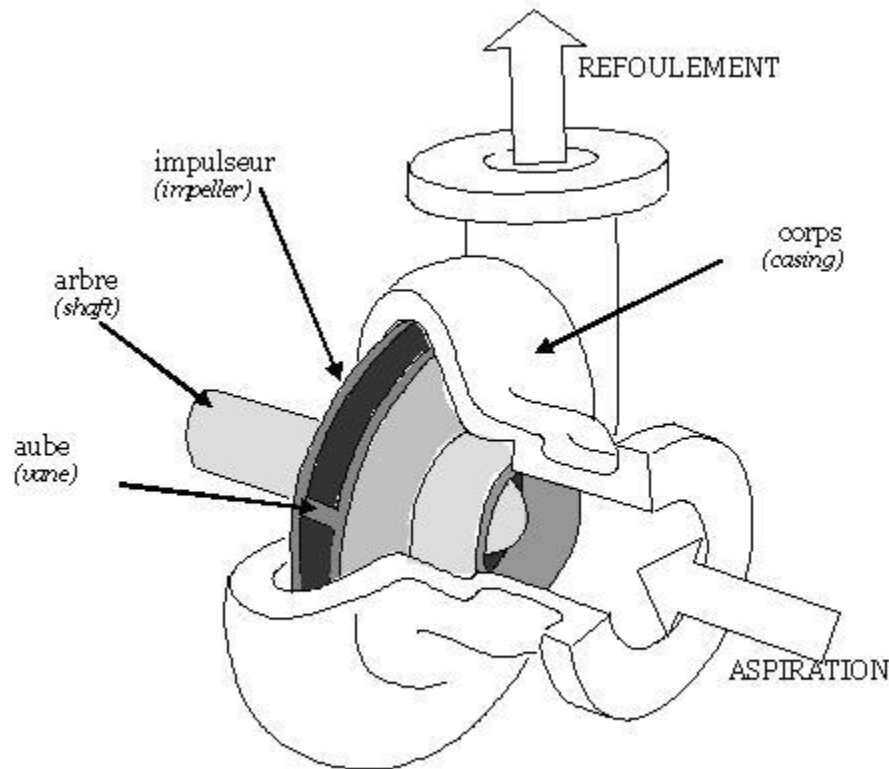


Figure I. 4: Constitution d'une pompe centrifuge [8]

### I.5.2. Les composants mécaniques

Ils comprennent les éléments suivants [9] :

- **Arbre** : il a pour fonction de porter l'impulseur, d'assurer son centrage dynamique et de transmettre la puissance.
- **Palier à roulement** : il a un rôle double :
  - D'une part, assurer le centrage de l'arbre (fonction palier radial).
  - D'autre part, équilibrer les efforts axiaux qui s'exercent sur l'équipage mobile (fonction butée). Le graissage est réalisé à la graisse ou à l'huile.
- **Un système d'étanchéité** : Vers l'extérieur, il a pour fonction d'empêcher une fuite externe ou, tout au moins, d'en limiter l'importance. L'étanchéité externe peut être assurée par un système de tresses avec presse-étoupe ou par une garniture mécanique [9].

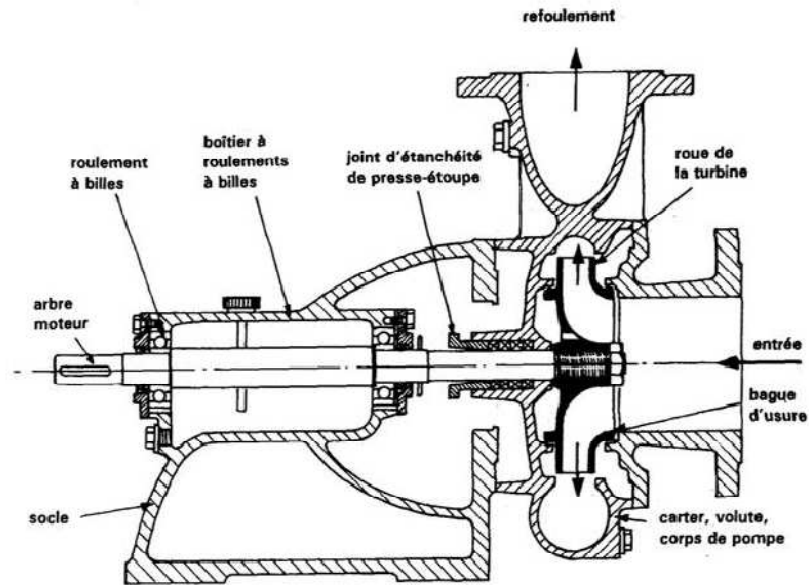


Figure I. 5: Les composants mécaniques d'une pompe centrifuge [10]

## I.6. Classification des pompes centrifuges

Dans la famille roto dynamiques, on classe les pompes [11] :

### A) Selon la trajectoire du fluide (trajectoire de l'écoulement)

- Les pompes centrifuges (à écoulement radial).
- Les pompes hélico-centrifuges (à écoulement diagonal).
- Les pompes axiales ou à hélices (à écoulement axiales).

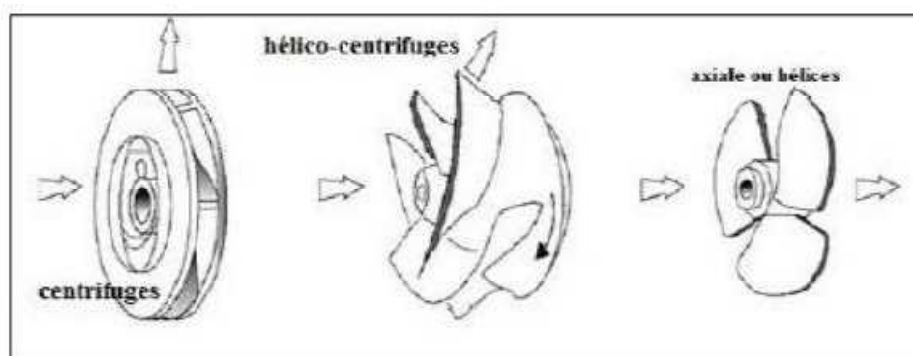


Figure I. 6: Représentation des domaines respectifs des trois types de pompes centrifuges [12]

### B) Selon le nombre d'étages :

- Monocellulaire : avec une seule roue (impulser) sur l'arbre.
- Multicellulaire : avec plusieurs (impulseur) sur l'arbre disposé en série

### C) Selon la disposition de l'axe de la pompe

- Pompe vertical.
- Pompe horizontal.

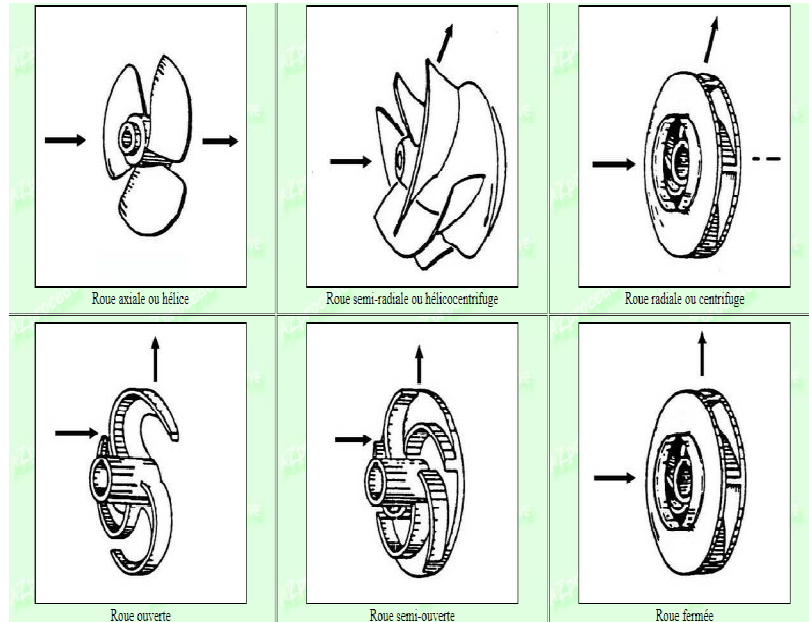


Figure I. 7: Type de roue pour les pompes centrifuges [13]

## I.7. Principe de fonctionnement d'une pompe centrifuge

On peut décomposer le fonctionnement en trois étapes :

### ➤ Aspiration

Le liquide est aspiré au centre du rotor par une ouverture appelée distributeur dont le rôle est de conduire le fluide depuis la conduite d'aspiration jusqu'à la section d'entrée du rotor. La pompe étant amorcée c'est à dire pleine de liquide la vitesse du fluide qui entre dans la roue augmente et par conséquent la pression dans l'ouïe diminue et engendre ainsi une aspiration et maintient l'amorçage.

### ➤ Accélération

La rotation augmente la vitesse du fluide tandis que la force centrifuge qui le comprime sur la périphérie augmente sa pression. Les aubes sont le plus souvent incurvées et inclinées vers l'arrière par rapport au sens de rotation mais ce n'est pas une obligation.

➤ **Refolement**

Dans l'élargissement en sorte qui se comporte comme un divergeant le liquide perd de la vitesse

Au profit de l'accroissement de pression : l'énergie cinétique est convertie en énergie de pression [14].

**I.8. théorie de base du fonctionnement d'une pompe**

**I.8.1 Théorème d'Euler**

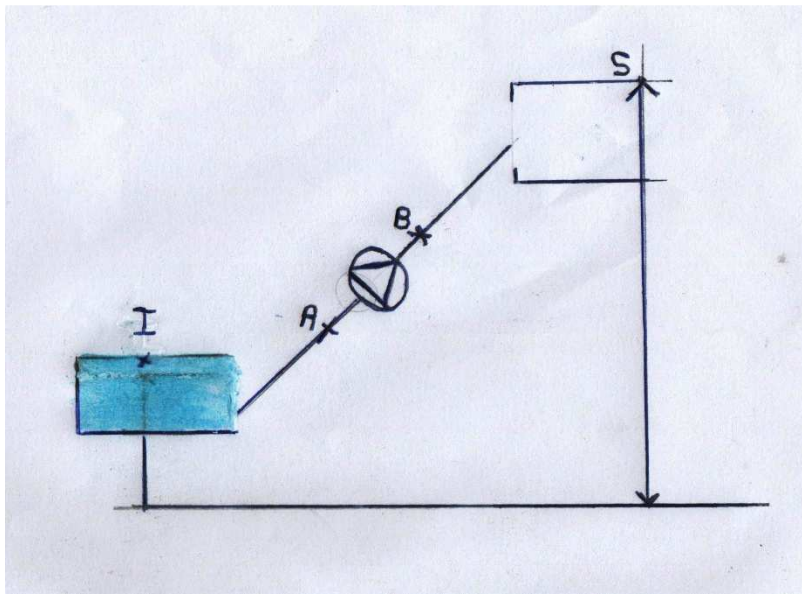


Figure I. 8: pompage du niveau inférieure à un niveau supérieur.

La **Figure (I.8)** présente deux systèmes de pompage du niveau inférieur I à un niveau supérieur S à l'aide d'une pompe placée entre les point **A** et **B**.

L'équation de Bernoulli à l'aspiration permet d'écrire :

$$Z_I + \frac{P_I}{\rho g} + \frac{V_I^2}{2g} = Z_A + \frac{P_A}{\rho g} + \frac{V_A^2}{2g} + \xi_{IA} \tag{I.1}$$

$P_I$  Est égale à la pression atmosphérique,  $V_I \approx 0$

$$Z_A + \frac{P_A}{\rho g} + \frac{V_A^2}{2g} = Z_I - \xi_{IA} \tag{I.2}$$

Pour la conduite de refolement, on a :

$$Z_B + \frac{P_B}{\rho g} + \frac{V_B^2}{2g} = Z_S + \frac{P_S}{\rho S} + \frac{V_S^2}{2g} + \xi_{BS} \quad (\text{I.3})$$

$$Z_B + \frac{P_B}{\rho g} + \frac{V_B^2}{2g} = Z_S + \xi_{BS} \quad (\text{I.4})$$

En appelant  $E_A$  et  $E_B$  Les énergies totales de l'unité de poids du liquide à l'entrée et à la sortie de la pompe, on aura donc :

$$E_B - E_A = Z_S - Z_I + \xi_{BS} + \xi_{IA} \quad (\text{I.5})$$

$$\text{Avec } E = Z + \frac{P}{\rho g} + \frac{V^2}{2g} \quad (\text{I.6})$$

$(Z_S - Z_I)$  Est la hauteur géométrique de pompage .en lui ajoutant les pertes de charge de l'installation, on obtient la hauteur nécessaire que doit délivrer la pompe que l'on désigne par  $H$ .

A l'intérieure de la pompe ; l'entrée de la roue est désignée par l'indice 1et sa sortie par l'indice 2.

Entre A et 1 et entre 2 et B, il s'agit de parties fixes et le théorème de Bernoulli permet d'écrire :

$$E_1 = E_A - \xi_{A1} \quad (\text{I.7})$$

$$E_2 = E_B + \xi_{2B} \quad (\text{I.8})$$

A l'intérieur de la roue mobile, on ne peut pas appliquer ce théorème, le mouvement a y étant pas permanant par suite du passage périodique en un point donné dans l'espace absolu des diverses aubes mobiles.

Dans les organes fixes, l'énergie de position du liquide est transformée en énergie de pression, ou en énergie cinétique, ou réciproquement. L'énergie totale du fluide aux pertes de charge près, reste constante.

La transformation de l'énergie mécanique délivrée par l'arbre entrainé par le moteur électrique, en énergie de pression et en énergie cinétique, s'effectue dans la roue. Là, le mécanismeest régi par le théorème des moments des quantités de mouvement.

Le couple de la roue est responsable de la différence algébrique des moments cinétiques entre entrée et la sortie de la roue.

Le mouvement avant l'entrée et après la sortie de la roue est supposé permanent donc il s'agit d'un régime de fonctionnement déterminé et nettement établi.

Pendant le temps  $d_t$ , Les surfaces révolution  $S_1$  Et  $S_2$  qui entourent la roue sont venues en  $S'_1$  et  $S'_2$  .la quantité de fluide comprise entre  $S_1$  et  $S'_1$  Et celle comprise entre  $S_2$  Et  $S'_2$  sont égales, en vertu De l'équation de continuité.

En désignant par  $Q$  Le débit volumique et  $\rho$  la masse volumique, le débit massique Et  $\rho Q$  et la masse de fluide écoulée pendant le temps  $d_t$  est  $\rho Q d_t$  .

La quantité de mouvement contenue dans la portion de fluide comprise entre  $S'_1$  Et  $S_2$  étant restée invariable. La variation du moment de la quantité de mouvement entre l'instant  $t$  et  $(t + d_t)$  Est alors égale à :

$$\rho Q d_t (v_2 r_2 \cos \alpha_2 - v_1 r_1 \cos \alpha_1) \quad (I.9)$$

Cette quantité est égale au couple de tous les efforts appliqués à la portion de fluide considéré qui sont :

- a) Le couple des forces de pression sur  $S_1$  Et sur  $S_2$  qui est nul ;
- b) Le couple des forces de pressions sur les surfaces de révolution qui limitent la roue est également nul.
- c) Le seul couple non nul est celui des actions des aubes sur le fluide. Si le  $C$  est le couple moteur, le couple appliqué au fluide par la roue est :

$$C = \rho Q (v_2 r_2 \cos \alpha_2 - v_1 r_1 \cos \alpha_1) \quad (I.10)$$

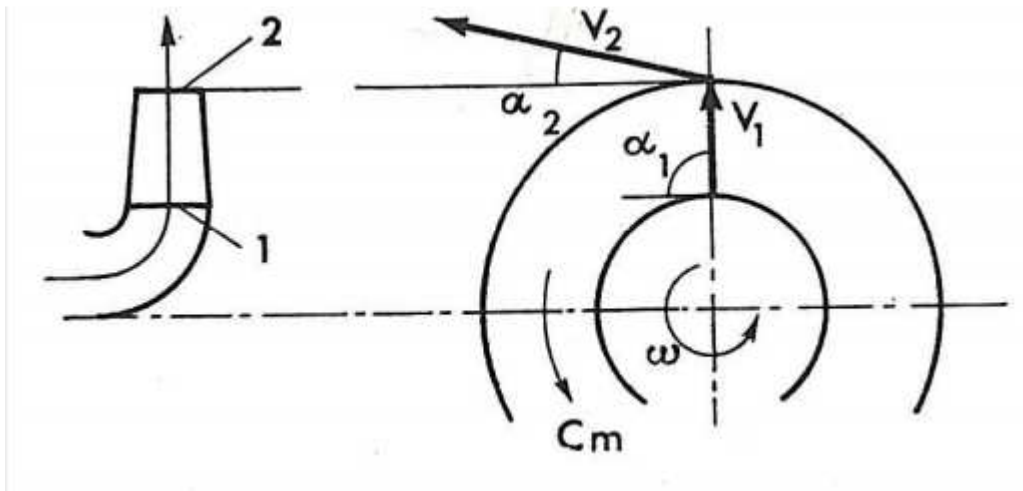


Figure I. 9 : Machine génératrice

Dans beaucoup de machines génératrices, la vitesse d'entrée  $v_1$  est dirigée radialement ( $\alpha_1 = 90^\circ$ ). Dans ce cas, la formule d'Euler se simplifie à :

$$C = C_m = \rho Q v_2 r_2 \cos \alpha_2 \quad (\text{I. 11})$$

### I.8.2. Puissance et rendement de la pompe

La puissance recueillie dans le fluide est  $\rho g Q H$ . en appelant  $\eta_p$  le rendement de la pompe, on a alors :

$$C \omega = \frac{\rho g Q H}{\eta_p} \quad (\text{I. 12})$$

### I.8.3. Relations entre les moments cinétiques et les énergies par unité de poids ou hauteurs

Soient  $u_1$  et  $u_2$  les vitesses périphériques de la roue à l'entrée et à la sortie ( $u_1 = \omega r_1$  Et  $u_2 = \omega r_2$ ). En s'aidant de l'équation d'Euler, on a :

$$\rho Q (v_2 r_2 \cos \alpha_2 - v_1 r_1 \cos \alpha_1) \omega = \frac{\rho g Q H}{\eta_p} \quad (\text{I. 13})$$

$$\frac{H}{\eta_p} = \frac{1}{g} (v_2 u_2 \cos \alpha_2 - v_1 u_1 \cos \alpha_1) \quad (\text{I. 14})$$

La hauteur théorique  $H_{th}$  désigne la hauteur fournie par la pompe lorsque son rendement est égal à l'unité :

$$H_{th} = \frac{H}{\eta_p} \tag{I. 15}$$

$$H_{th} = \frac{1}{g} (v_2 u_2 \cos \alpha_2 - v_1 u_1 \cos \alpha_1) \tag{I. 16}$$

**I.9.tracé d'une roue de pompe centrifuge**

Pour tracer une machine devant fournir un débit  $Q$  pour une hauteur d'élévation  $H$ , Cela à une vitesse de rotation  $N$  également imposée ces données étant supposées bien étendu réalisables.

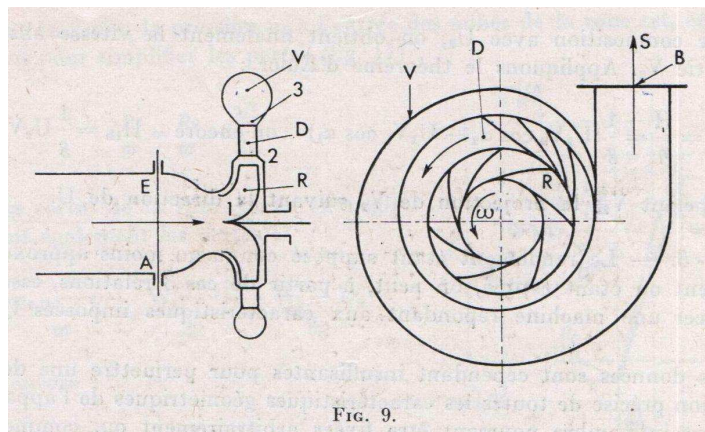


Figure I. 10: Tracé d'une roue de pompe centrifuge [15]

Avec un appareil centrifuge commençons par étudier le tracé de la roue qui est l'organe le plus important de la machine.

A l'entrée des aubes mobiles, le fluide n'ayant rencontré aucun aubage préalable et n'ayant donc aucun moment cinétique, la vitesse absolue  $v_1$  est radiale .si  $u_1$  est la vitesse d'entraînement, la décomposition de  $v_1$  donne la vitesse relative d'entrée  $w_1$ .les aubes mobiles doivent, à cet endroit, avoir la direction de  $w_1$ , l'angle d'entrée est  $\beta_1$

A cet endroit, l'équation de continuité donne (figure.11) :

$$Q = 2\pi r_1 l_1 v_1 \tag{I. 17}$$

A la sortie de la roue, la direction de la vitesse relative  $w_2$  est donnée par les aubes (angles de sortie  $\beta_2$ ) et sa grandeur par l'équation de continuité

$$Q = 2\pi l_2 r_2 w_2 \sin \beta_2 \quad (\text{I. 18})$$

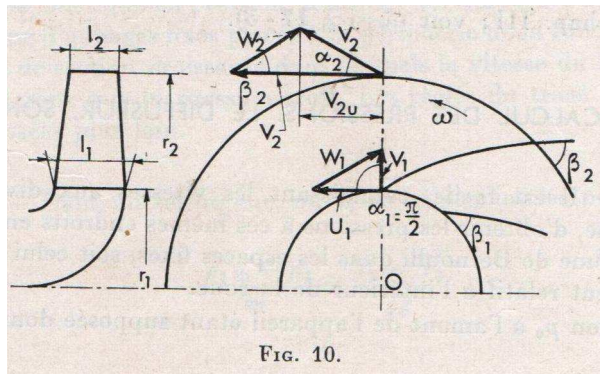


Figure I. 11 : vitesses a entrée et à la sortie de la roue [15]

Parcomposition avec  $u_2$ , on obtient finalement la vitesse absolue de sortie  $v_2$ . Appliquons le théorème d'Euler :

$$H_{th} = \frac{H}{\eta} = \frac{1}{g} (v_2 u_2 \cos \alpha_2 - v_1 u_1 \cos \alpha_1) \quad (\text{I. 19})$$

Ont encore  $H_{th} = \frac{1}{g} u_2 v_2 u$

En appelant  $v_2 u$  la projection de  $v_2$  suivant la direction de  $u$ .

-Le rendement étant supposé connu au moins approximativement ou étant estimé, on peut, à partir de ces 3 relations, essayer de tracer une machine répondant aux caractéristique imposées  $Q, H$  et  $N$ .

- Ces données sont cependant insuffisantes pour permettre une détermination précise de toutes les caractéristiques géométrique de l'appareil.

Un certain nombre pourront être fixées arbitrairement ou, comme on le verra, en fonction des qualités particulières à obtenir.

-On peut d'abord se fixer le diamètre extérieur de la roue .ceci fixe  $u_2$  et donne  $v_2 u$  d'après le théorème d'Euler .comme on le verra plus loin, les principales qualités de la machine sont conditionnées par ce choix.

-Le choix de la largeur de sortie permet, équation de continuité qui donne  $w_2 \sin \beta_2$  de finir de déterminer le triangle des vitesses de sortie.

-Le choix du rayon  $r_1$  est théoriquement aussi arbitraire, mais on conçoit qu'il doive être tel qu'il permette un développement suffisant des aubes et , d'autre part, qu'il permette aussi d'assurer avec une vitesse non exagérée l'alimentation axiale de la roue et le changement de direction du fluide avant son entrées radiale dans les aubes .

-En choisissant finalement  $l_1$ , la vitesse  $v_1$  est alors déterminée de même que le triangle des vitesses d'entrée .le choix de  $l_1$  qui est théoriquement aussi arbitraire ,doit être tel cependant que dans le changement de direction du fluide ,avant l'entrée dans les aubes ,il ne se produise pas de grandes variations de vitesses et que même pendant le trajet du fluide dans la roue ,les variations de la vitesse relative ne soient pas exagérées .[15]

## I.10. rendement générale d'une pompe

Les diverses pertes d'énergie d'une machine génératrice sont de nature différente. On peut les classer en [15].

### I.10.1.Pertes aérodynamique à l'intérieur des aubes ou pertes de charge

Elles comprennent les pertes  $\xi_r$  dans la roue et celles  $\xi_d$  dans le diffuseur (ou plus généralement dans les parties fixes de l'appareil, telles que volute, etc.).

Au régime normal, ce sont les seules pertes de cette nature qui existent ou devraient exister.

En dehors de ce régime l'orque le débit varie, les triangles de vitesses se déforment et aussi bien à l'entrée de la roue qu'à l'entrée de diffuseur, le fluide se présente sous un angle différent de celui des aubes. Il en résulte des pertes par choc  $\xi_c$  qui il convient d'ajouter aux pertes par frottement.

Au totale, on a les pertes aérodynamique suivantes :

$\xi_f \{ \xi_r \text{ Dans la roue ; } \xi_d \text{ dans le diffuseur } \}$ .

$\xi_c \{ \xi_{cr} \text{ Pertes par chocs à l'entrée de la roue ; } \xi_{cd} \text{ pertes par choc à l'entrée de diffuseur } \}$

La hauteur recueillie est alors

$$H = H_{th} - \Sigma \xi \quad (\text{I. 20})$$

### I.10.2. Pertes par fuites

Dans le joint, à l'extérieur de la roue, entre la partie mobile et la partie fixe, il y'a un débit de fuites  $q$  que l'on réduit au minimum par un système de barrages appropriés .il est nécessaire que le débit dans la roue soit  $(Q+q)$  pour qu'on puisse disposer du débit  $Q$  à la sortie de l'appareil.

Il peut y avoir en plus, le long de l'arbre des pertes par fuites entre l'intérieur et l'extérieur de l'appareil. Dans les machines multicellulaires, ces pertes se produisent de cellule à cellule.il faut bien entendu en tenir compte également.

Il existe même parfois suivant les modes et procédés de construction des fuites allant du refoulement à l'aspiration ou plus généralement d'une partie à plus haute pression vers une partie a plus basse pression ,entre deux parties du stator et dont il faut aussi tenir compte si on ne peut pas les éviter.

Dans ce qui suit, nous supposerons pour simplifier que le débit  $q$  à la garniture d'ouïe est la seule fuite de l'appareil.

### I.10.3. Pertes mécanique

Ces pertes sont de deux sortes. D'abord, les flasques extérieurs de la roue absorbent par frottement sur le fluide ambiant une certaine puissance  $W_f$  .les frottement dans les paliers et la butée absorbent d'autre part une puissance  $W_p$  représentant les pertes mécanique externe.

Ces deux pertes sont de nature essentiellement différente, les première représente des frottements sur le fluide véhicule par l'appareil et ne sont pas sans analogie avec les pertes par frottement à l'intérieur des canaux eux- même.

En tous cas, elles se produisent à l'intérieur même de la machine (pertes internes) et les calories dégagées modifient plus ou moins l'état du fluide véhiculé.

Dans le cas des liquides, cette modification est insignifiante. Dans le cas des fluide compressible comme on le verra ultérieurement, elle ne l'est pas .les autres sont essentiellement des pertes externes et sont de nature très différente suivant la nature et la technique propre des paliers (à huile, à graisse, paliers à billes, etc.).

❖ **Rendements**

Compte tenu de toutes ces pertes, la puissance peut s'écrire

$$W = \bar{\omega}(H + \Sigma \xi)(Q + q) + w_f + w_p \text{ (I.21)}$$

La puissance utile est

$$W = \bar{\omega} QH \text{ (I.22)}$$

D'où le rendement globale

$$\eta_g = \frac{QH}{(H + \Sigma \xi)(Q + q) + w_f + w_p} \text{ (I.23)}$$

On peut décomposer ce rendement global en rendement élémentaire, ce qui est souvent utile, dans un but de comparaison, on distingue.

a) Le rendement hydraulique(ou aérodynamique, si le fluide est un gaz)

Qui tient compte uniquement des pertes dans les aubages :

$$\eta_h = \frac{H}{H_{th}} = \frac{H}{(H + \Sigma \xi)} \text{ (I.24)}$$

b) Le rendement volumétrique

$$\eta_v = \frac{Q}{Q + q} \text{ (I.25)}$$

c) le rendement mécanique

En appelant  $w_i$  (puissance interne) l'expression  $(H + \Sigma \xi) (Q + q)$ , on le définit par

$$\eta_m = \frac{w_i}{w} \quad (\text{I. 26})$$

Avec ces expressions le rendement global apparait comme un produit

$$\eta_g = \eta_h \times \eta_v \times \eta_m \quad (\text{I. 27})$$

## I.11. Courbes caractéristiques d'une pompe

### I.11.1 relation entre $H_{th}$ et $Q$

Nous supposons d'abord pour simplifier, qu'il, Ya aucune autre pertes que les pertes aérodynamique dans les aubages.

Supposons alors la vitesse de rotation constante et le débit variable et proposons –nous de déterminer comment varient les caractéristique  $H$  et  $W$  en fonction de  $Q$ .

Commençant d'abord par  $H_{th}$  : lorsque le débit croit, la vitesse  $V_1$  augmente, la direction de  $W_1$  est modifiée, d'où les pertes par choc à l'entrée de la roue (fig. I.12).

À la sortie, la direction de la vitesse relative est imposée par l'angle de sortie des aubes. La vitesse  $W_2$  ne change donc pas en direction et croit avec le débit .La direction de  $V_2$  par contre est modifiée, d'où des pertes par choc à l'entrée du diffuseur ou du bec de la volute.

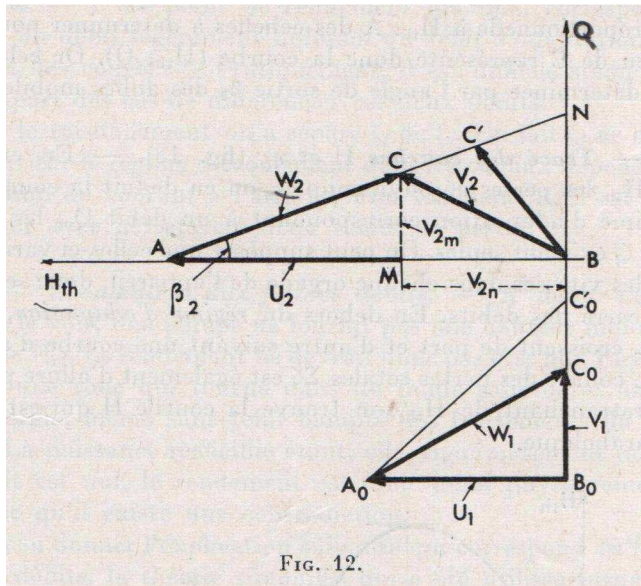


Figure I. 12 : Triangle des vitesses [15]

Le théorème d'Euler donne :

$$H_{th} = \frac{1}{g} u_2 v_2 u \quad (I. 28)$$

Et en tenant compte que dans le triangle de sortie, on a :

$$v_2 u = u_2 - \frac{v_{2m}}{\tan \beta_2} \quad (I. 29)$$

On trouve :

$$H_{th} = \frac{u_2^2}{g} - \frac{u_2 v_{2m}}{g \tan \beta_2} \quad (I. 30)$$

Le débit est d'autre part donné par l'équation de continuité

$$Q = 2\pi r_2 l_2 v_{2m} \quad (I. 31)$$

De sorte qu'en éliminant  $v_{2m}$  on trouve que  $H_{th}$  est de la forme

$$H_{th} = AN^2 + BNQ \quad (I. 32)$$

$N$  : étant la vitesse de rotation

Pour une même vitesse de rotation, on voit que  $H_{th}$  varie linéairement avec le débit. On voit d'ailleurs que si, sur le triangle des vitesses de sortie, on trace deux axes perpendiculaires à partir du point **B**, le point **C** a pour ordonnée une quantité proportionnelle au débit et pour abscisse une quantité proportionnelle à  $H_{th}$ . A des échelles à déterminer pour les deux axes, le lieu de **C** représente donc la courbe  $(H_{th}, Q)$  Or celui-ci est la droite **AC** déterminée par l'angle de sortie  $\beta_2$  des aubes mobiles [15]

### I.11.2 Tracé des courbes $H$ et $\eta_n$

En enlevant de la courbe  $H_{th}$  les pertes aérodynamiques, on en déduit la courbe **H**.

Au régime d'adoption correspondant à un débit  $Q_0$ , les pertes par frottement  $\xi_f$  existent seules. On peut supposer que celles-ci varient comme les carrés des vitesses dans chaque organe de l'appareil, donc sensiblement comme le carré des débits. En dehors du régime d'adaptation, les pertes par choc  $\xi_c$  croissant de part et d'autre suivant une courbe d'allure parabolique et en les

Retranchant de  $H_{th}$ , on trouve la courbe **H** qui est également d'allure parabolique.

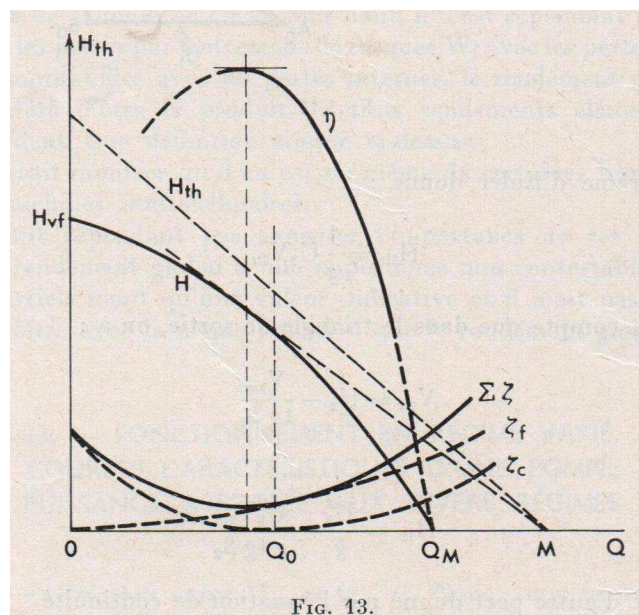


Figure I. 13 : Courbe caractéristique H-Q et  $\eta$ -Q [15]

Elle coupe les axes en deux points :

- a) à débit nul,  $H_{vf}$  est dite hauteur à vanne fermée

- b) à hauteur nulle,  $Q_M$  est le débit maximum que peut délivrer l'appareil lorsqu'il refoule à la même pression qu'à l'aspiration (refoulement dit à gueule bée).

Le rendement aérodynamique ou hydraulique est le rapport des ordonnées des deux courbes  $H$  et  $H_{th}$ . Il est maximal au point de contact de la courbe  $H$  avec la tangente menée du point  $M$ , point où la droite  $H_{th}$  coupe l'axe des débits [15]

### I.12. Le NPSH


Le **NPSH** (Net Positive Section Head) se traduit en français par « hauteur nette à l'aspiration (**HNA**) ». Le **NPSH** est égal à la différence entre la pression absolue totale à l'entrée de la pompe et la tension de vapeur du liquide.

$$NPSH = h_{asp} - h_v \quad (I.33)$$

Soit une pompe centrifuge dont l'axe (supposé horizontal) est une hauteur  $H_a$  au-dessus du plan à l'aspiration. Soit  $P_a$  la pression absolue à l'entrée de la roue au point **A** et  $V_A$  la vitesse en ce même point. Étant la perte de charge totale entre les points **C** et **A** d'un filet liquide partant de la surface libre à l'aspiration en **C** et passant en **A**. En appliquant le théorème de Bernoulli au mouvement du liquide entre ces deux points, il vient que [16] :

$$h_A + \frac{P_A}{\rho g} + \frac{V_A^2}{2g} + J_A = \frac{P_m}{m} \quad (I.34)$$

$P_A$ : Pression atmosphérique.

 **Définition du NPSH** : C'est la pression totale en [ $m$ ] de colonne liquide pompée déterminée à la bride d'aspiration de la pompe, moins la  $P_v$  du liquide à la température de fonctionnement Mathématiquement :

$$NPSH = H_A - \frac{P_v}{\rho g} = \frac{P_A}{\rho g} + \frac{V_A^2}{2g} + Z_A - \frac{P_v}{\rho g} \quad (I.34)$$

$P_v$ : Pression de vapeur du liquide.

$P_A$  : Pression d'aspiration de la pompe.

$H_A$  : Hauteur

$V_A$  : vitesse coté d'aspiration.

$Z_A$  : Altitude

$g$  : Accélération due à la pesanteur

Dans l'étude des systèmes avec pompe, on définit deux types de **NPSH**. Le  **$NPSH_d$**  (disponible), Le  **$NPSH_r$**  (requis) [16].

### **NPSH requis**

Le  **$NPSH_r$**  est une caractéristique de la pompe et n'a aucun rapport avec le système. Toutes les pompes ont un  **$NPSH_r$**  différent et les valeurs peuvent être obtenues auprès des constructeurs.  **$NPSH_r$**  est défini comme la pression d'aspiration minimum requise à l'entrée de la pompe. Cette valeur ne doit pas être prise pour suffisante pour garantir que la cavitation n'apparaîtra pas parce qu'elle est mesurée au moment où la cavitation apparaît. Le niveau de cavitation est mesuré comme étant le point auquel l'aspiration chute de **3%**, c'est pour cela qu'il faut s'assurer que le  **$NPSH_d$**  est plus grand que le  **$NPSH_r$**  en prévoyant une marge [17].

Donc :

**$NPSH_{disponible} > NPSH_{requis}$**  → sans cavitation.

**$NPSH_{disponible} \leq NPSH_{requis}$**  → avec cavitation.

On estime nécessaire de se réserver une marge de sécurité de **0,5 m** et donc d'avoir :

$$NPSH_d > NPSH_r + 0,5$$

**$(NPSH)_d$**  : C'est une donnée fournie par l'installateur de la pompe Le  **$(NPSH)_r$**  : c'est une donnée fournie par le constructeur.

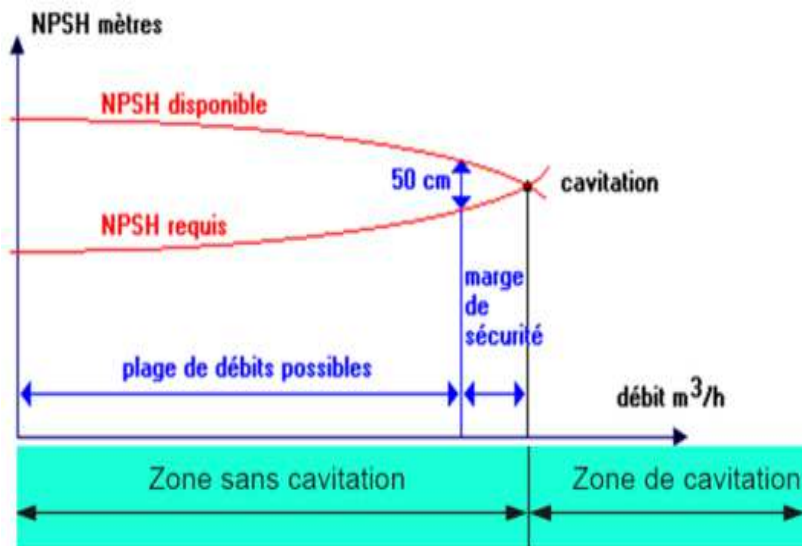


Figure I. 14 : Variation du NPSH requis et NPSH disponible avec le débit circulé par la pompe [18]

## Conclusion

Dans ce chapitre nous avons présentées la théorie d'une pompe, caractéristiques H-Q, les pertes dans la pompe, rendement, point de fonctionnement, NPSH requis, NPSH disponible en régime normal.

# **Chapitre II**

## **Fonctionnement de la pompe en régime transitoire**

## **II.1. Introduction**

Le démarrage ou l'arrêt des pompes provoque des transitoires dans les installations de pompage. Pour analyser ces transitoires il faut que la hauteur de pompage et le débit dépendant de la vitesse de la pompe, le changement de la vitesse transitoires doivent être pris en compte dans la conception. A cet effet, des conditions aux limites spéciales aux extrémités de la pompe et dans la canalisation doivent être connues et développées. Dans ce chapitre l'analyse des transitoires causés par diverses opérations de pompage est présentée Une procédure pour stocker les caractéristiques de la pompe dans un programme informatique est décrite.

## **II.2. L'analyse des transitoire**

### **II.2.1. Définition d'un régime transitoire**

Un régime transitoire est le régime d'évolution d'un système qui n'a pas encore atteint un état stable ou le régime établi. Un régime transitoire peut apparaitre lors modification d'un système.

### **II.2.2. Les quatre quadrants de fonctionnement**

Dans certains transitoires accidentels imaginés pour les études de sûreté des réacteurs (par exemple une brèche en amont de la pompe), un débit inverse peut traverser les pompes (le fluide entre par le refoulement et ressort par l'aspiration), ce qui peut entraîner le dévirage de la roue (elle se met à tourner en sens inverse du sens habituel). Pour étudier les pompes dans ces conditions, des quadrants de fonctionnement ont été définis suivant le signe de la vitesse de rotation et du débit : ils permettent de découper la description des performances d'une pompe en 4 zones.

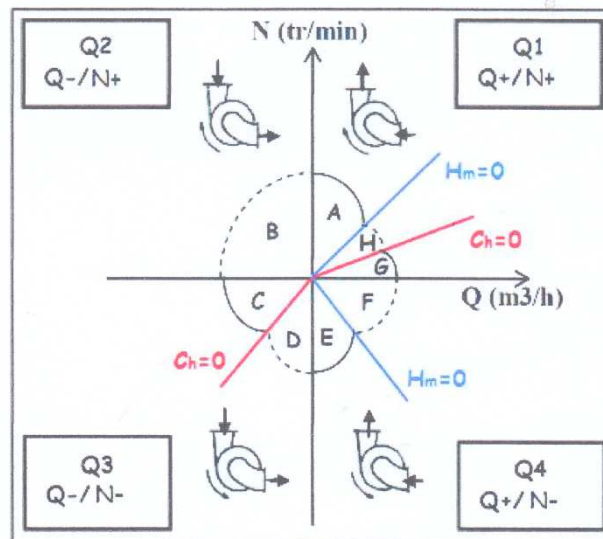


Figure II. 1:4-quadrants de fonctionnement (Matteo [19])

La représentation des modes de fonctionnement et des performances en 4 quadrants trouve son origine dans les travaux de Knapp datant de 1937 [20]. C'est un thème actuel de recherche dans le domaine des pompes, avec l'étude de comportements accidentels et l'essor des pompes-turbines (Ramos [21], Couzinet et al [22], Matteo [19]). Ci-dessus, figure II.1., est proposée une représentation des quatre quadrants de fonctionnement cohérente avec la convention utilisée au sein du code de calcul de thermo hydraulique.  $Q$  est le débit,  $N$  la vitesse de rotation,  $H_m$  la hauteur manométrique et  $Ch$  le couple hydraulique. Q1, Q2, Q3 et Q4 signifient respectivement quadrants 1, 2, 3 et 4. Les lettres A à H sont utilisées pour désigner les différentes zones de fonctionnement (dites aussi "modes").

La numérotation n'est pas universelle, mais dans ce cas :

- ❖ le quadrant **1** correspond à une vitesse de rotation et un débit positifs
- ❖ le quadrant **2** correspond à une vitesse de rotation positive et un débit négatif
- ❖ le quadrant **3** correspond à une vitesse de rotation et un débit négatifs
- ❖ le quadrant **4** correspond à une vitesse de rotation négative et un débit positif

On trouve divers modes de fonctionnement physique dans ces quadrants :

- ❖ Dans le quadrant **1** : mode « pompe normale », mode « dissipation d'énergie » et mode « turbine anormale » respectivement notés A, H et G
- ❖ Dans le quadrant **2** : mode dissipation d'énergie noté B

- ❖ Dans le quadrant 3 : mode turbine normale, mode dissipation d'énergie respectivement notés C et D
- ❖ Dans le quadrant 4 : mode pompe anormale, mode dissipation d'énergie respectivement notés E et F.

Zone	Débit $m$	Vitesse de rotation $\omega$	Hauteur $H_{geom}$ (variable géométrique) et $H$ (variable thermodynamique)	Couple $C_{hyd,geom}$ (variable géométrique) et $C_{hyd}$ (variable thermodynamique)	Puissance fournie à la roue (produit $C_{hyd}\omega$ )	Comportement
A	+	positive	$H_{geom} = H > 0$	$C_{hyd,geom} = C_{hyd} > 0$	positive	Pompe centrifuge (normale)
B	-	positive	$H_{geom} = -H > 0$	$C_{hyd,geom} = C_{hyd} > 0$	positive	Dissipation d'énergie
C	-	négative	$H_{geom} = -H > 0$	$C_{hyd,geom} = C_{hyd} > 0$	négative	Turbine centripète (normale)
D	-	négative	$H_{geom} = -H > 0$	$C_{hyd,geom} = C_{hyd} < 0$	positive	Dissipation d'énergie
E	+	négative	$H_{geom} = H > 0$	$C_{hyd,geom} = C_{hyd} < 0$	positive	Pompe en rotation inverse
F	+	négative	$H_{geom} = H < 0$	$C_{hyd,geom} = C_{hyd} < 0$	positive	Dissipation d'énergie
G	+	positive	$H_{geom} = H < 0$	$C_{hyd,geom} = C_{hyd} < 0$	négative	Turbine centrifuge
H	+	positive	$H_{geom} = H < 0$	$C_{hyd,geom} = C_{hyd} > 0$	positive	Dissipation d'énergie

Tableau II. 1: Zones des 4-quadrants de fonctionnement (Matteo [19])

Pour les courbes de performance 4-quadrants d'une machine, il est d'usage de représenter la hauteur et le couple sous forme de grandeurs géométriques, au sens où elles sont prises de manière fixe entre l'entrée et la sortie du système et pas entre l'amont et l'aval de l'écoulement. Au contraire, l'approche thermodynamique s'attache aux variables liées au sens de l'écoulement et est utilisée pour réaliser des bilans d'énergie sur le fluide qui traverse la machine. Il faut donc être attentif à définir correctement le lien entre variables géométriques et variables thermodynamiques (Matteo [19]) lors de l'étude de telles machines tournantes. Giljen [23] fournit dans ses travaux un tableau récapitulatif des zones de fonctionnement et des quadrants similaire à celui présenté ici, mais avec des conventions différentes. En effet, sans que cela impacte l'analyse physique de la machine, ni la

numérotation des quadrants ni l'appellation des zones de fonctionnement ne sont universelles entre les différents auteurs de la littérature.

### II.3. Représentation des courbes de performance

Les courbes de performance d'une machine tournante sont les évolutions de la hauteur et du couple en fonction du débit et de la vitesse de rotation. La hauteur constitue la différence de pression totale entre l'entrée et la sortie de la machine. Le couple constitue l'énergie transmise au fluide par la machine et est qualifié de "couple hydraulique".

Les courbes de performance peuvent également être appelées "cartes de performance" ou "caractéristiques". La performance de couple est parfois donnée plutôt sous forme de courbes de puissance et de rendement.

Il existe différentes représentations de ces courbes de performance en fonction du besoin.

### II.4. Représentations en iso valeurs

#### II.4.1. Iso valeurs de vitesse de rotation

Il s'agit de la représentation la plus classique. Un exemple de courbes de performance issues des mesures expérimentales de Knapp [20] est donné en figures II.2 (pour les vitesses de rotation positives) et II.3 (pour les vitesses de rotation négatives). Les variations de la hauteur et du couple en fonction du débit sont tracées pour plusieurs vitesses de rotation. On obtient ainsi un réseau de courbes.

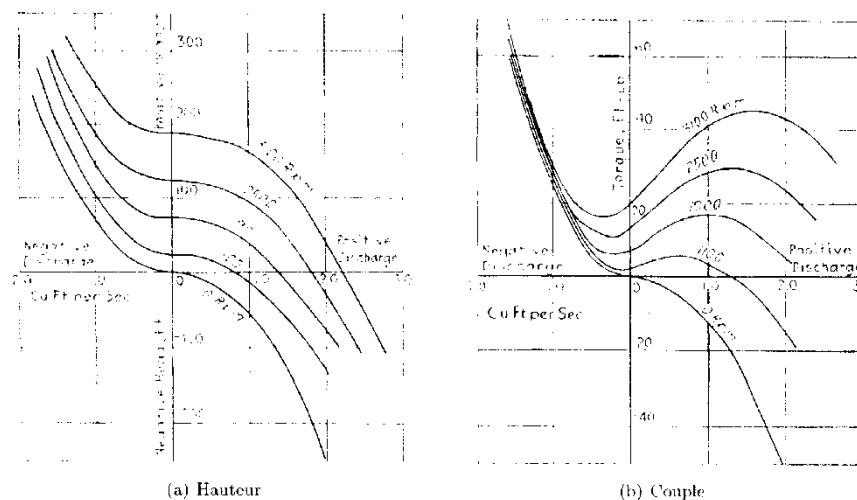


Figure II. 2: Iso valeurs de vitesse pour des vitesses de rotation positives (Knapp [20])

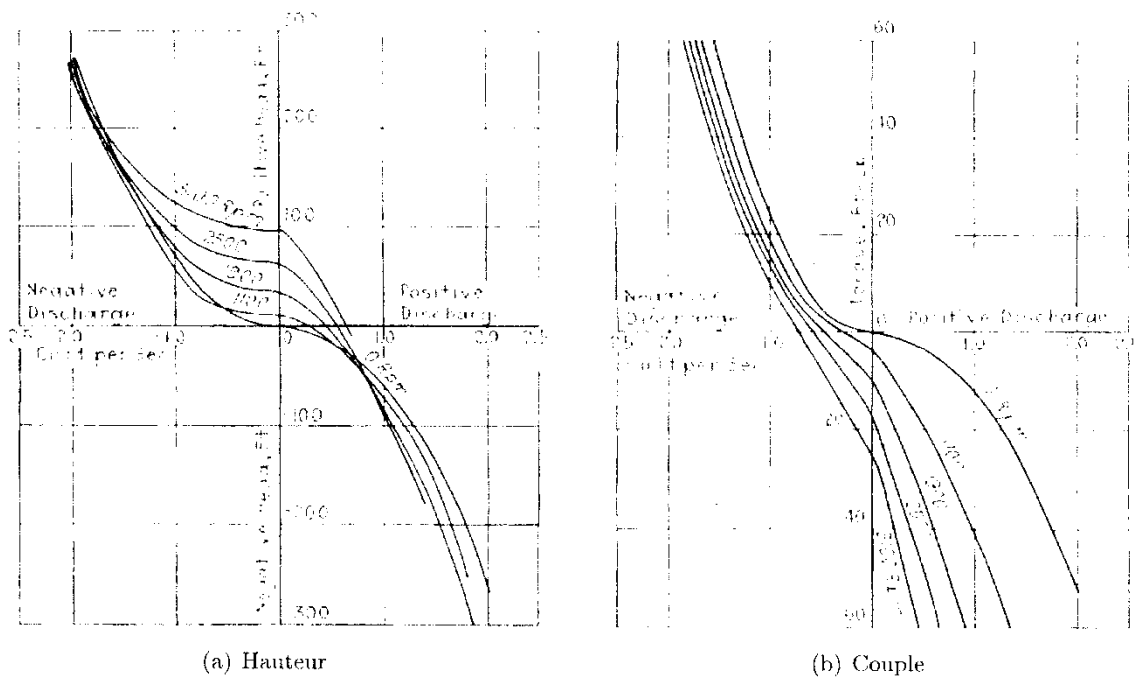


Figure II. 3: Iso valeurs de vitesse pour des vitesses de rotation négatives (Knapp [20])

Cette représentation n'est pas très pratique à l'utilisation au sein de codes de calcul transitoires. En effet, il est alors nécessaire de procéder à des interpolations entre les courbes renseignées pour traduire le fonctionnement de la pompe au cours du calcul. De plus, la gestion des très grands débits (positifs ou négatifs) peut être compliquée avec cette représentation en iso valeurs si l'on approche des limites du domaine renseigné.

#### II.4.2. Iso valeurs de hauteur et de couple

Il s'agit d'une représentation bien adaptée pour visualiser les modes de fonctionnement de la machine (évoqués précédemment au paragraphe II.2), car nous avons vu que les zones étaient partagées par les valeurs nulles de hauteur et de couple. Un exemple de cette représentation issu des travaux de Farman [24] est donné figure II.4. Le réseau de courbes correspond ici à des valeurs constantes de hauteur (lignes pleines) et de couple (lignes pointillées). Les valeurs données sur ce graphe sont exprimées en pourcentages de la grandeur nominale (hauteur nominale HN ou couple nominal CN).

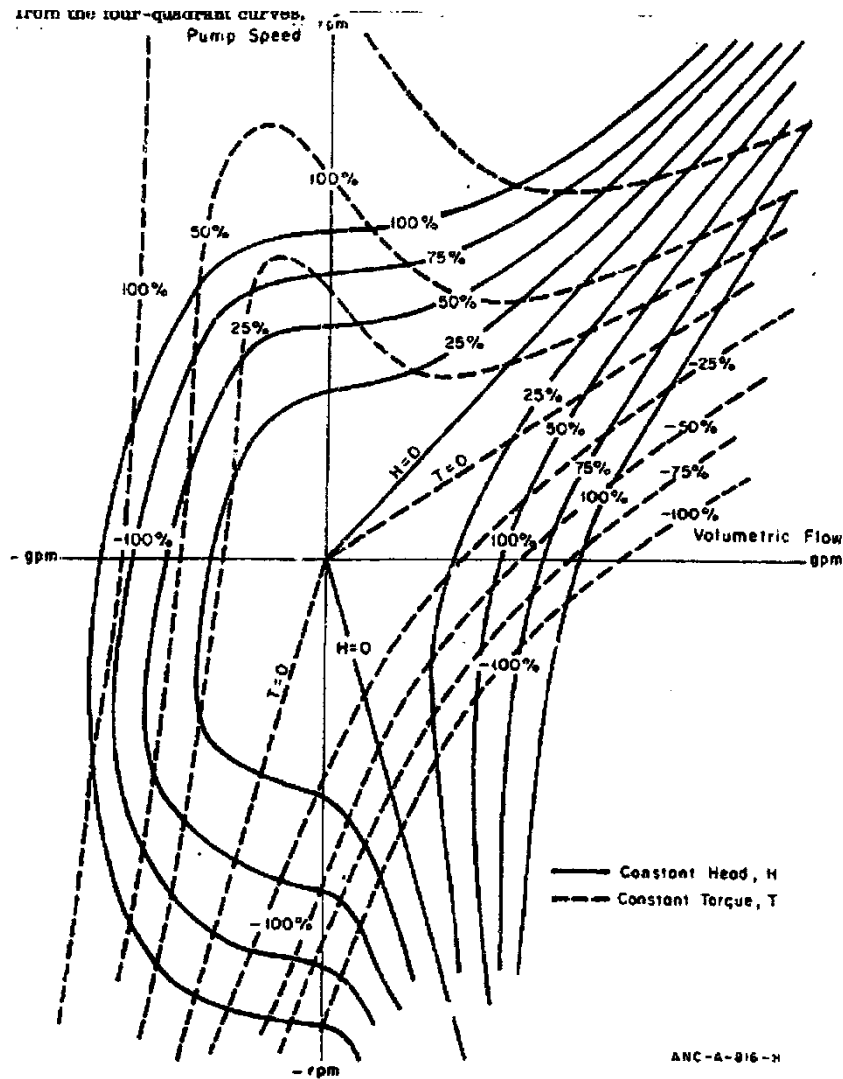


Figure II. 4: Représentation en iso valeurs de la hauteur et du couple (Farman [24])

## II.5. Conditions transitoires causées par divers fonctionnement de la pompe

Lors d'undémarrage de la pompe, la vanne de refoulement est généralement maintenue fermée pour réduire la charge électrique sur le moteur de la pompe ; et lorsque la vitesse de la pompe atteint la vitesse nominale, la vanne s'ouvre progressivement. habituellement, dans une procédure normale d'arrêt de la pompe, la vanne de décharge est d'abord fermée lentement, puis l'alimentation électrique de la pompe. Le moteur est éteint les transitoires provoqués par ces deux opérations peuvent être analysés en utilisant les conditions aux limites, puisque la vitesse de la pompe reste presque constante pendant les transitoires dans le système de tuyauterie cependant, si les pompes ne sont pas démarrées ou arrêtées comme indiqué précédemment, les procédures décrites dans ce chapitre doivent être utilisées pour analyse

transitoire. Les transitoires causés par les opérations d'urgence de la pompe (par exemple, une panne de courant soudaine) sont généralement graves, et le pipeline doit être conçu pour résister à des transitoires hydrauliques positifs et les pressions négatives causées par ces opérations. Suite à une panne de courant, la vitesse de la pompe diminue car l'inertie de la pompe est généralement faible par rapport à celle du liquide dans la conduite de refoulement. Comme le débit et la hauteur de refoulement à la pompe sont réduits, des ondes de dépression se propagent en aval dans la conduite de refoulement et des ondes de pressions positives se propagent en amont dans la conduite d'aspiration.

Le débit dans la conduite de refoulement se réduit rapidement à zéro puis s'inverse dans la pompe même si celle-ci peut encore tourner dans le sens normal. Dans cette condition (c'est-à-dire lorsqu'il y a un écoulement inverse à travers la pompe alors qu'elle tourne dans le sens normal), on dit que la pompe fonctionne dans la zone de dissipation d'énergie. En raison de flux inverse, la pompe ralentit rapidement, s'arrête momentanément, puis s'inverse, c'est-à-dire que la pompe fonctionne maintenant comme une turbine. La vitesse de la pompe augmente dans le sens inverse jusqu'à ce qu'elle atteigne la vitesse d'emballage. Avec l'augmentation de la vitesse inverse, le débit inverse à travers la pompe est réduit en raison de l'effet d'étouffement, et des ondes de pressions positives et négatives sont produites dans les conduites de refoulement et d'aspiration, respectivement.

## II.6. représentation mathématique d'une pompe

La relation entre le débit,  $Q$ , et la pression,  $H$ , à la limite doit être connue afin de développer les conditions aux limites.

Le débit d'une pompe centrifuge dépend de la vitesse de rotation  $N$  et de la hauteur de la pompe  $H$ ; et les changements de vitesse en régime transitoire dépendent du couple,  $T$ , et du moment d'inertie combiné de la pompe, du moteur et du liquide entraîné dans la roue de la pompe. Ainsi, quatre variables à savoir  $Q$ ,  $H$ ,  $N$  et  $T$ , doivent être spécifiées pour la représentation mathématique d'une pompe.

Les courbes montrant les relations entre ces variables sont appelées les caractéristiques de la pompe. Divers auteurs ont présenté ces courbes sous différentes formes graphiques adaptées à une analyse graphique ou informatique de toutes les méthodes proposées pour stocker les caractéristiques de la pompe dans un ordinateur numérique, la méthode utilisée par

Marchal et al [25]. Semble être le plus approprié et est utilisé ici. Bien que les données sur la caractéristique de la pompe dans la zone de pompage soient généralement disponibles. Peu de données, sont disponible soit pour la zone de dissipation d'énergie, soit pour la zone de fonctionnement de la turbine .si les données caractéristique complètes ne sont pas disponible, les caractéristique d'une pompe ayant à peu près la même vitesse spécifique peuvent être utilisées comme approximation, appliqué les données relatives aux caractéristique des pompes prototypes sont obtenues à partir des résultats d'essais sur modèle en utilisant des relations homologues [26].

Les relations suivantes sont valides

$$\left. \begin{array}{l} \frac{H}{N^2 D^2} = \text{Constante} \\ \text{Et} \\ \frac{N}{Q D^3} = \text{Constante} \end{array} \right\} \quad (\text{II.1})$$

Dans laquelle  $D =$  diamètre de la roue .puisque  $D$  est constant pour une unité particulière, il peut être inclus dans les constantes de l'équation 1, c'est -à-dire

$$\left. \begin{array}{l} \frac{H}{N^2} = \text{Constante} \\ \text{Et} (\text{II.2}) \\ \frac{N}{Q} = \text{Constante} \end{array} \right\}$$

Equation 2 peut être non dimensionnée en utilisant les quantités pour la condition nominal comme valeur de référence .définissons les variables sans dimension suivantes :

$$\left. \begin{array}{l} \mathbf{v} = \frac{Q}{Q_R} \\ \mathbf{h} = \frac{H}{H_R} \\ \mathbf{\alpha} = \frac{N}{N_R} \\ \mathbf{\beta} = \frac{T}{T_S} \end{array} \right\} \quad (\text{II.3})$$

Dans cette équation  $T=$  couple et l'indice  $R$  désigne la valeur des variables pour les conditions nominal. Sur la base d'équations 2 et 3 peut être écrit comme

$$\left. \begin{aligned} \frac{h}{\alpha^2} &= \text{Constante} \\ \frac{\alpha}{v} &= \text{Constante} \end{aligned} \right\} \text{(II.4)}$$

Zone de fonctionnement	$v\alpha$	angle $\Theta$
Pompe	+	$0^\circ < \Theta < 90^\circ$
Dissipation d'énergie	-	$90^\circ < \Theta < 180^\circ$
Turbine	-	$180^\circ < \Theta < 270^\circ$
Energie de la turbine		
Dissipation	+	$270^\circ < \Theta < 360^\circ$

Tableau II. 2: La zone de fonctionnement de la pompe.

Puisque  $\alpha$  devient nul lors de l'analyse des transitoires pour les quatre zones de fonctionnement,  $\frac{h}{\alpha^2}$  devient infini .pour éviter cela, le paramètre  $\frac{h}{\alpha^2+v^2}$  au lieu de  $\frac{h}{\alpha^2}$  peut être utilisé\*.

Les signes de  $v$  et  $\alpha$  dépendent des zones de fonctionnement .en plus de la nécessité de définir une courbe caractéristique différente pour chaque zone de fonctionnement  $\frac{\alpha}{v}$  devient infini pour  $v=0$ . Pour éviter cela, une nouvelle variable  $\Theta$  peut être défini [25] comme

$$\Theta = \tan^{-1} \frac{\alpha}{v} \text{(II.5)}$$

Puis la courbe caractéristique peut être tracée entre  $\Theta$  et  $\frac{h}{\alpha^2+v^2}$

Par définition  $\Theta$  est toujours fini, et sa valeur varié entre  $0^\circ$  et  $360^\circ$  pour les quatre zones de fonctionnement (voir le TableauII.2).

Semblable à la courbe de pression, la courbe caractéristique de couple peut être tracé entre  $\frac{\beta}{(\alpha^2+v^2)}$  et  $\Theta$ .

En utilisant les données présentées par thomas [27], courbes caractéristique pour les pompes ayant une vitesse\*\* spécifique de **25**, **+147**, et **261** les unités **SI (1276,7600, et13, 500gal/min)** sont représentées à la figure II.5 et à l'annexe E.

**II.7. conditions aux limites de panne de pompe**

L'équation caractéristique (l'équation si la limite a des tuyaux sur les côtés amont et aval) et les conditions \*Marchal et al .suggèrent que le signe(h)  $\sqrt{\frac{|h|}{(\alpha^2+v^2)}}$  soit utiliser pour augmenter la précision pour des valeurs plus petites de ce paramètre (signe désigne le signe de (h)). Cependant,  $\frac{h}{\alpha^2+v^2}$  est utilisé ici car il simplifie la dérivation des conditions aux limites pour l'extrémité de la pompe.

La vitesse spécifique =  $N_R \frac{\sqrt{Q_R}}{H_R^{3/4}}$ . En unité [SI], Pour une pompe à double aspiration  $Q_R$  est divisé par 2 lors du calcul de la vitesse spécifique .certains auteurs utilisent à tort une vitesse spécifique de 35 unités SI pour cette pompe. Comme la pompe avait un double aspiration, le débit nominal doit être divisé par deux pour calculer la vitesse spécifique.

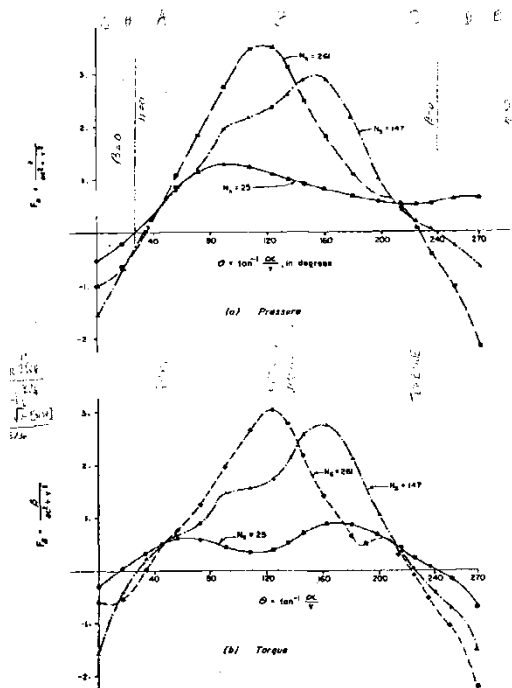


Figure II. 5: Caractéristiques des pompes de différentes vitesses spécifiques.

Posés par la frontière sont résolus simultanément pour déterminer les conditions aux limites .pour une extrémité de la pompe, les caractéristique de la pompe définissent les conditions imposées par la limite, et une équation différentielle définit la variation de la vitesse de la pompe avec le temps après une panne de courant. Ainsi, nous devons résoudre simultanément ces équations pour développer les conditions aux limites pour extrémité de la pompe.

Pour faciliter la compréhension de la dérivation, considérons d'abord un système simple n'ayant qu'une seule pompe et une ligne d'aspiration très courte. Nous développerons les conditions aux limites pour des cas plus complexes dans la section suivante.

### II.7.1. Équations des conditions imposées par la pompe :

Les caractéristique de la pompe peuvent être représentées mathématiquement par des courbes entre  $\Theta$  et  $\frac{h}{\alpha^2 + v^2}$  et entre  $\Theta$  et  $\frac{\beta}{(\alpha^2 + v^2)}$  dans laquelle  $\Theta = \tan^{-1} \frac{\alpha}{v}$ .

Pour utiliser ces courbes dans un modèle mathématique, des points discrets sur ces courbes à intervalles égaux de  $\Theta$ , entre angle  $\Theta = 0^\circ$  et  $\Theta = 360^\circ$ , sont stockés dans l'ordinateur. Chaque segment de ces courbes entre les points mémorisés dans l'ordinateur peut être approximé par des lignes droites fig. II.6.

Si un nombre suffisant des points (par exemple, 73) est stockés, alors l'erreur introduite par l'approximation des courbes par des droites segmentaires est négligeable .pour toute valeur de  $\alpha$  et  $v$  (sauf lorsque  $\alpha$  et  $v$  sont simultanément à zéro), la valeur de  $\Theta = \tan^{-1}(\frac{\alpha}{v})$  peut-être déterminé en utilisons la fonction **IBMATAN2**. Cependant, cette fonction calcule la valeur de  $\Theta$  entre  $0$  et  $\pi$  et entre  $0$ .

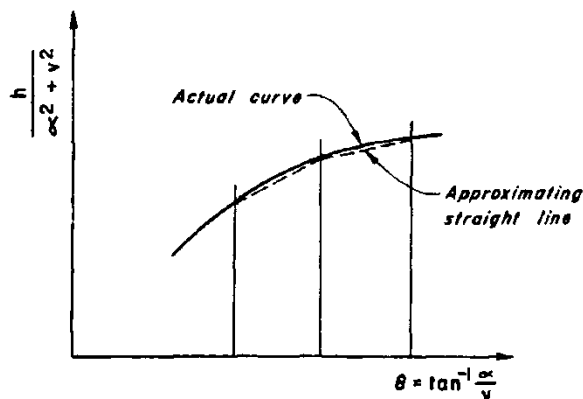


Figure II. 6: Approximation des courbes caractéristique des pompes par les droites segmentées.

Et  $-\pi$ , alors que notre angle d'intérêt se situe entre  $0$  et  $2\pi$ . Cette limitation peut être contournée en ajoutant  $2\pi$  à la valeur calculée  $\Theta$  si  $\Theta < 0$  ; par exemple, si cette fonction est donnée par  $-30^\circ$ , alors la valeur de  $\Theta$  à utiliser pour déterminer le point sur la courbe caractéristique de la pompe est  $360-30=330^\circ$ . supposons que le calcul a progressé jusqu' au  $i$ ème pas de temps ; que les variables  $\alpha, v, h$  and  $\beta$  au début de ce pas de temps sont connues ; et que l'on veut calculer les valeurs de ces variables à la fin du pas de temps .

Notons ces inconnues par  $\alpha_p, v_p, h_p$  et  $\beta_p$ . Pour déterminer la valeur de ces variables, il faut tout d'abord déterminer l'équation du segment des caractéristiques de la pompe correspondant à  $\alpha_p$  et  $v_p$ .

Cependant, comme les valeurs de ces variables sont initialement inconnues, on peut utiliser, comme première estimation, leurs valeurs déterminées par extrapolation à partir des valeurs connues pour les pas de temps précédents c'est - à- dire,

$$\left. \begin{aligned} \alpha_e &= \alpha_i + \Delta \alpha_{i-1} \\ v_e &= v_i + \Delta v_{i-1} \end{aligned} \right\} \quad (\text{II.6})$$

Dans laquelle  $\alpha_e$  et  $v_e$  sont les valeurs a estimées à la fin du  $i$ ème pas de temps,  $\alpha_i$  et  $v_i$  se réfèrent à des valeurs connues au début  $i$ ème pas de temps, et  $\Delta \alpha_{i-1}$  et  $\Delta v_{i-1}$  sont la variation de ces variables au cours du  $(i-1)$ ème pas de temps .tant donné que la vitesse de la pompe et le débit de la pompe varient progressivement, l'extrapolation linéaire précédente devrait donner des estimations suffisamment précises si la taille du pas de temps de calcul  $\Delta t$  est petit .maintenant ,les points de grille de chaque cote de  $\Theta = \tan^{-1}(\frac{\alpha_e}{v_e})$  sont recherchés, et les ordonnées  $\frac{h}{\alpha^2 + v^2}$  et  $\frac{\beta}{(\alpha^2 + v^2)}$  pour ces points de grill sont déterminées à partir des valeur stockées .à partir de ceux-ci ,les constantes\* pour équation de la ligne droite segmentaire sont déterminées. Maintenant, en supposant que les points correspondant à  $\alpha_p, v_p, h_p$  et  $\beta_p$  sont des constantes pour les droites représentent pour recherche.

$$\frac{h_p}{\alpha_p^2 + v_p^2} = a_1 + a_2 \tan^{-1}\left(\frac{\alpha_p}{v_p}\right) \quad (\text{II.7})$$

$$\frac{\beta_p}{\alpha_p^2 + v_p^2} = a_3 + a_4 \tan^{-1}\left(\frac{\alpha_p}{v_p}\right) \quad (\text{II.8})$$

Ou,  $a_1$  et  $a_2$  et  $a_3$  et  $a_4$  sont des constantes pour les droites représentant respectivement les caractéristiques de la tête et du couple .en se référant à la Figure .II.7.L'équation suivante peut être écrite pour la hauteur manométrique totale à la pompe :

$$H_{P_{i,1}} = H_{suc} + H_p - \Delta H_{P_U} \quad (\text{II.9})$$

\*si  $y = a_1 + a_2x$  est l'équation d'une droite passant par les pointes  $(x_1, y_1)$  et  $(x_2, y_2)$  alors a  $a_1 = \frac{y_1x_2 - y_2x_1}{x_2 - x_1}$  et  $a_2 = \frac{(y_2 - y_1)}{(x_2 - x_1)}$

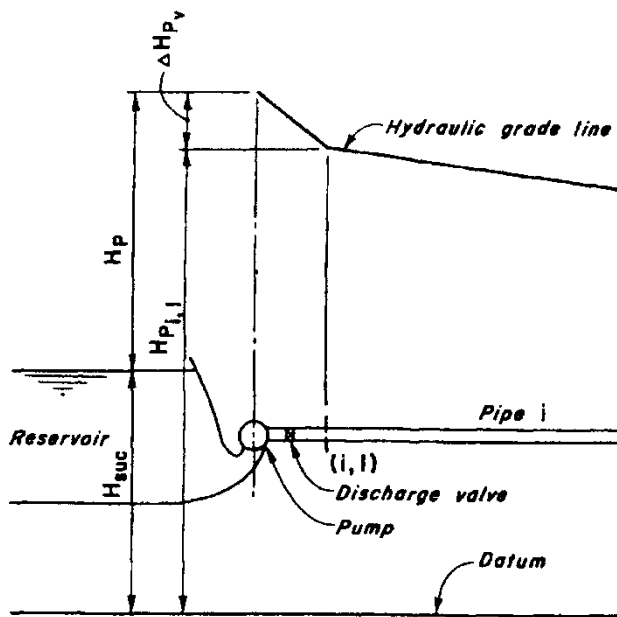


Figure II. 7: Notation des conditions aux limites pour la pompe.

Dans laquelle  $H_{suc}$  = hauteur de la surface de liquide dans le réservoir d'aspiration au-dessus de la référence,  $H_p$  = hauteur de pompage à la fin du pas de temps, et  $\Delta H_{P_U}$  = pertes de charge dans la vanne de refoulement. Notez que la charge dynamique dans

le tuyau de refoulement, qui est généralement faible, n'est pas prise en compte dans l'équation (II.9)

. La perte de charge dans la pompe est donnée par équation :

$$\Delta H_{P_U} = C_v Q_{P_{i,1}}^2 = C_v Q_{P_{i,1}} |Q_{P_{i,1}}| \quad (\text{II.10})$$

Dans laquelle  $C_v$  = coefficient de pertes de charge dans la pompe .notez que dans cette équation,  $Q_{P_{i,1}}^2$  est écrit comme  $Q_{P_{i,1}} |Q_{P_{i,1}}|$  pour tenir compte du flux inverse. Les équations (II.7.)Et (II.10)représentent les conditions imposées par la frontière.

### II.7.2. Équation différentielle des masses en rotation

Le couple d'accélération pour un système de rotation est égal au produit de l'accélération angulaire et du moment d'inertie polaire du système .comme il n'y a pas de couple externe agissant sur la pompe suit à une panne de courant, la décélération de couple de transitoires hydraulique appliqués est le couple de la pompe. Par conséquent.

$$T = -WR^2 \frac{d\omega}{dt}$$

$$\text{Ou } T = -WR^2 \frac{2\pi dN}{60 dt} \quad (\text{II.11})$$

Dans lequel  $WR^2$  =moment d'inertie polaire combiné de la pompe, du moteur, de l'arbre et du liquide entraîné dans la roue de la pompe, et  $\omega$  et N sont la vitesse de rotation de la pompe, en (rad/s) et en (tr/min), respectivement .sur la base de équation (II.3) et équation(II.11) peut s'écrire :

$$\beta = -WR^2 \frac{2\pi N_R}{60 T_R} \frac{d\alpha}{dt} \quad (\text{II.12})$$

Dans cette équation,  $T = \frac{60YH_R Q_R}{2\pi N_R \eta_R}$  lequel  $R$  = poids spécifique du liquide et  $\eta_R$  =efficacité de la pompe aux conditions nominales. En utilisant une valeur moyenne de  $\beta$  au cour du pas de temps, cette équation peut être écrite sous une forme aux différences finies comme :

$$\frac{\alpha_p - \alpha}{\Delta t} = - \frac{60 T_R}{2\pi W R^2 N_R} \frac{\beta + \beta_p}{2} \quad (\text{II.13})$$

$$\alpha_p - C_6\beta_p = \alpha + C_6\beta \quad (\text{II.14})$$

$$\text{Dans lequel } C_6 = \frac{-15T_R \Delta t}{\pi WR^2 N_R} \quad (\text{II.15})^*$$

### II.7.3. Équation caractéristique de la conduite de refoulement

Comme la conduit d'aspiration est courte, elle peut être négligée dans analyse .par conséquent, nous n'avons besoin que l'équation caractéristique de la ligne de décharge c'est-à-dire pour la section (i, 1).

$$Q_{P_{i,1}} = C_n + C_a H_{P_{i,1}} \quad (\text{II.16})$$

$WR^2$  En  $kg \cdot m^2$  et  $T_R$  en  $Nm$  ;  $N_R$  tr/mn.

### II.7.4. Équation de continuité

Puisque 'il n'Ya pas de stockage entre le réservoir d'aspiration et la section (i, 1)

$$Q_{P_{i,1}} = Q_P \quad (\text{II.17})$$

Dans lequel  $Q_P$  = s'écoule à travers la pompe à la fin du pas de temps.

### II.7.5. Solution des équations gouvernantes :

Pour développer les conditions au limites, nous devons résoudre les équations(II.7) à (II.10),(II.14), (II.16), et(II.17) simultanément .en éliminant  $H_{P_{i,1}}$  ,  $\Delta H_{P_U}$  et  $Q_{P_{i,1}}$  des équations(II.9),(II.10) (II.16) et(II.17) et en utilisant  $Q_R$  et  $H_R$  comme valeurs de référence, l'équation résultante peut être écrite comme.

$$Q_R v_p = C_n + C_a H_{suc} + C_a H_R h_p - C_a C_v Q_R^2 v_p |v_p| \quad (\text{II.18})$$

Nous n'avons maintenant quatre équations, c'est-à-dire les équations. (II.7), (II.8), (II.14) et (II.18) dans quatre inconnues  $\alpha_p$ ,  $v_p$ ,  $h_p$  et  $\beta_p$  Poursimplifier la solution, nous allons d'abord éliminer  $h_p$ , et  $\beta_p$  de ces équations.

Comme discuté ci- dessous .en remplaçant  $h_p$  de équation(II.7) dans équation (II.18) et pour  $\beta_p$  de équations. (II.8) Dans équation(II.14) et en s'simplifiant, on obtient :

$$F_1 = C_a H_R a_1 (\alpha_p^2 + v_p^2) + C_a H_R a_2 (\alpha_p^2 + v_p^2) \tan^{-1} \frac{\alpha_p}{v_p} - Q_R v_p - C_a C_v Q_R^2 v_p |v_p| + C_n + C_a H_{suc} = 0 \quad (\text{II.19})$$

$$F_2 = \alpha_p - C_6 a_3 (\alpha_p^2 + v_p^2) - C_6 a_4 (\alpha_p^2 + v_p^2) \tan^{-1} \frac{\alpha_p}{v_p} - \alpha - C_6 \beta = 0 \quad (\text{II.20})$$

Les équations (II.19) et (II.20) sont des équations non linéaires à deux inconnues,  $\alpha_p$  et  $v_p$ . ces équations peuvent être résolues en utilisant la méthode de Newton-Raphson dans laquelle une solution des équations est d'abord devinée, qui est ensuite affinée au degré de précision requis par des itérations successives. soit  $\alpha_p^{(1)}$  et  $v_p^{(1)}$  valeurs initialement estimées de la solutions, qui peuvent être prises égales à  $\alpha_e$ , et  $v_e$ , telles que déterminées à partir de l'équation (II.6\*). Ensuite, une meilleure estimation de la solution des équations (II.19) et (II.20) est :

$$\alpha_p^{(2)} = \alpha_p^{(1)} + \delta\alpha_p \quad (\text{II.21})^{**}$$

$$v_p^{(2)} = v_p^{(1)} + \delta v_p \quad (\text{II.22})^{**}$$

\*Exposant (1) indique les valeurs estimées et exposant (2) indique des valeurs après la première itération.

\*\*Ces équations peuvent être déduites de la dérivation générale présentée à la page 47

Dans lequel :

$$\delta\alpha_p = \frac{F_2 \frac{\partial F_1}{\partial v_p} - F_1 \frac{\partial F_2}{\partial v_p}}{\frac{\partial F_1 \partial F_2}{\partial \alpha_p \partial v_p} - \frac{\partial F_1 \partial F_2}{\partial v_p \partial \alpha_p}} \quad (\text{II.23})$$

$$\delta v_p = \frac{F_2 \frac{\partial F_1}{\partial \alpha_p} - F_1 \frac{\partial F_2}{\partial \alpha_p}}{\frac{\partial F_1 \partial F_2}{\partial v_p \partial \alpha_p} - \frac{\partial F_1 \partial F_2}{\partial \alpha_p \partial v_p}} \quad (\text{II.24})$$

Dans l'équation, (II.23) et (II.24), les fonctions  $F_1$  et  $F_2$  et leurs dérivées par rapport à  $\alpha_p$  et  $v_p$  sont évaluées en  $\alpha_p^{(1)}$  et  $v_p^{(1)}$ . Différenciation des équations (II.19) et (II.20) donnent les expressions suivantes pour ces dérivées :

$$\frac{\partial F_1}{\partial \alpha_p} = C_a H_R \left( 2a_1 \alpha_p + a_2 v_p + 2a_2 \alpha_p \tan^{-1} \frac{\alpha_p}{v_p} \right) \quad (\text{II.25}) \quad \frac{\partial F_1}{\partial v_p} =$$

$$C_a H_R \left( 2a_1 v_p - a_2 \alpha_p + 2a_2 v_p \tan^{-1} \frac{\alpha_p}{v_p} \right) - Q_R - 2C_a C_v Q_R^2 |v_p| \quad (\text{II.26})$$

$$\frac{\partial F_2}{\partial \alpha_p} = 1 - C_6 \left( 2a_3 \alpha_p + a_4 v_p + 2a_4 \alpha_p \tan^{-1} \frac{\alpha_p}{v_p} \right) \quad (\text{II.27})$$

$$\frac{\partial F_2}{\partial v_p} = C_6 \left( -2a_3 v_p + a_4 \alpha_p - 2a_4 v_p \tan^{-1} \frac{\alpha_p}{v_p} \right) \quad (\text{II.28})$$

Si  $|\delta \alpha_p|$  et  $|\delta v_p|$  sont inférieurs à une tolérance spécifiée (par exemple, 0.001), alors sont des solutions des équations (II.19) et (II.20). Sinon,  $\alpha_p^{(1)}$  et  $v_p^{(1)}$  sont supposés égaux à  $\alpha_p^{(2)}$  et  $v_p^{(2)}$ , et la procédure ci-dessus est répétée jusqu'à ce qu'une solution soit obtenue. Après avoir déterminé  $\alpha_p$  et  $v_p$ , on vérifie si le segment de la caractéristique de pompe utilisé dans les calculs correspondants à  $\alpha_p$  et  $v_p$ . Si ce n'est pas le cas, alors  $\alpha_e$  et  $v_e$  sont supposés égaux à  $v_p$  et  $\alpha_p$ , et la procédure mentionnée ci-dessus est répétée.

Cependant, si le segment correct a été utilisé, alors  $h_p$  et  $\beta_p$  sont déterminées à partir des équations (II.7) et (II.8);  $H_p$  et  $Q_p$  de équations (II.3) et ;  $Q_{p,i,1}$  et  $H_{p,i,1}$ , d'après les équations (II.9) et (II.17). Les valeurs de  $\alpha$  et  $v$  sont initialisées pour le pas de temps suivant. (C'est-à-dire,  $\alpha = \alpha_p$  et  $\beta = \beta_p$ ), et la solution passe au pas de temps suivant.

## II.8. conditions aux limites pour des cas particuliers

Dans la section (II.7), des conditions aux limites ont été développées pour un système n'ayant qu'une seule pompe et une courte conduite d'aspiration. En raison de la faible longueur, la propagation des ondes de coup de bélier dans la conduite d'aspiration a été négligée. Dans cette section, nous développerons des conditions aux limites pour des systèmes complexes souvent rencontrés en pratique. Les conditions aux limites pour le système non couverts ici peuvent être développées en suivant une procédure similaire.

Nous décrirons brièvement la configuration du système, puis présenterons les équations gouvernantes et les expressions pour  $F_1$ ,  $F_2$ ,  $\frac{\partial F_1}{\partial \alpha_p}$ ,  $\frac{\partial F_1}{\partial v_p}$ ,  $\frac{\partial F_2}{\partial \alpha_p}$  et  $\frac{\partial F_2}{\partial v_p}$ . En utilisant ces expressions, les solutions peuvent être déterminées comme indiqué dans la section (II.7).

### II.8.1. Pompes parallèles

Les systèmes ayant des pompes parallèles aux quelles l'alimentation est coupée simultanément peuvent être analysés comme suit :

Si la longueur du tuyau entre chaque pompe et le collecteur de refoulement est longue, alors chaque pompe à un système peut être analysée en utilisant les conditions aux limites (notez que le collecteur de décharge sera considéré comme une jonction de deux ou plusieurs tuyaux).

Cependant, si le tuyau entre chaque pompe et le collecteur de refoulement est court, alors ce tuyau peut être négligé dans l'analyse, et le refoulement combiné de toutes les pompes peut être considéré comme le débit du coté amont du collecteur de refoulement. Les conditions aux limites pour ce dernier cas sont développées dans cette section. L'équation de continuité pour ce cas est :

$$Q_{P_{i,1}} = n_p Q_P \quad (\text{II. 29})$$

Dans laquelle  $n_p$  = nombre de pompe parallèles .selon la longueur de la conduit d'aspiration, les conditions aux limites pour les pompes parallèles peuvent être réparties dans les deux cas suivantes :

1. Conduite d'aspiration courte. Si la conduite d'aspiration est courte, les coups de bélier dans cette conduite peuvent être négligés. sur la base d'équation(II.29), équation. (II.18) devient :

$$n_p Q_R v_p = C_n + C_a H_{suc} + C_a H_R h_p - C_a C_v Q_R^2 v_p |v_p| \quad (\text{II. 30})$$

Équation (II.7), (II.8) et (II.14) sont également valables pour ce cas. En procédant de la même manière qu'à la section (II.7), on obtient les expressions suivantes :

$$F_1 = C_a H_R a_1 (\alpha_p^2 + v_p^2) + C_a H_R a_2 (\alpha_p^2 + v_p^2) \tan^{-1} \frac{\alpha_p}{v_p} - n_p Q_R v_p - C_a C_v Q_R^2 v_p |v_p| + C_n + C_a H_{suc} = 0 \quad (\text{II. 31})$$

$$\frac{\partial F_1}{\partial v_p} = C_a H_R \left( 2a_1 v_p - a_2 \alpha_p + 2a_2 v_p \tan^{-1} \frac{\alpha_p}{v_p} \right) - n_p Q_R - 2C_a C_v Q_R^2 |v_p| \quad (\text{II. 32})$$

L'expression pour  $F_2$ ,  $\frac{\partial F_1}{\partial \alpha_p} \frac{\partial F_2}{\partial \alpha_p}$  et  $\frac{\partial F_2}{\partial v_p}$  donnée par les équations. (II.20), (II.25), (II.27), et (II.28), respectivement.

2. Conduite d'aspiration longue figure. II.8. Si la ligne d'aspiration n'est pas courte par rapport à la ligne de refoulement, alors les coups de bélier dans la première doivent être caractéristiques de la ligne d'aspiration. En se référant à la figure II.8,

$$H_P = H_{P_{i+1,1}} - H_{P_{i,n+1}} \tag{II. 33}$$

$$Q_{P_{i,n+1}} = C_P - C_{a_i} H_{P_{i,n+1}} \tag{II. 34}$$

$$Q_{P_{i+1,1}} = C_n + C_{a_{i+1}} H_{P_{i+1,1}} \tag{II. 35}$$

$$Q_{P_{i,n+1}} = Q_{P_{i+1,1}} = n_p Q_p \tag{II. 36}$$

De plus, les équations. (II.7), (II.8) et (II.14) sont valables pour ce cas. En multipliant l'équation. (II.34) par  $C_{a_{i+1}}$  et équation (II.35) par  $C_{a_i}$  se substituant à  $Q_{P_{i,n+1}}$  et  $Q_{P_{i+1,1}}$  De l'équation (II.36) et en ajoutant les équations résultantes, nous obtenons

$$n_p Q_p (C_{a_i} + C_{a_{i+1}}) = C_n C_{a_i} + C_p C_{a_{i+1}} + C_{a_i} C_{a_{i+1}} H_P \tag{II. 37}$$

En utilisant  $Q_R$  et  $H_R$  comme de référence, équation. (II.37) peut s'écrire :

$$h_p = \frac{n_p (C_{a_i} + C_{a_{i+1}}) Q_R v_p - C_n C_{a_i} - C_p C_{a_{i+1}}}{C_{a_i} C_{a_{i+1}} H_R} \tag{II. 38}$$

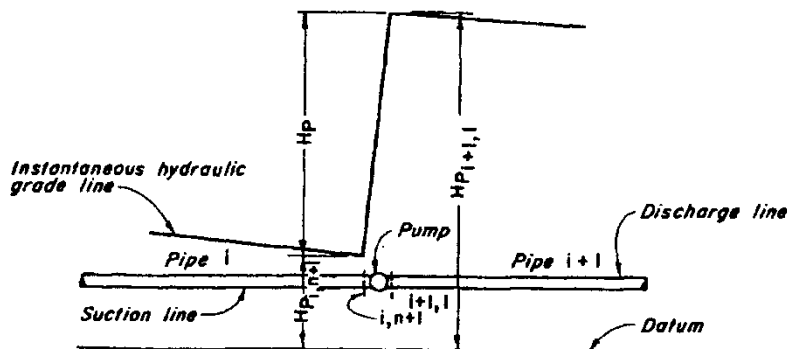


Figure II. 8: Pompe avec longue conduite d'aspiration

Elimination des  $h_p$  des équations. (II.7) Et (II.38) donnent :

$$F_1 = a_1(\alpha_p^2 + v_p^2) + a_2(\alpha_p^2 + v_p^2) \tan^{-1} \frac{\alpha_p}{v_p} - C_7 v_p + C_8 = 0 \quad (\text{II. 39})$$

Dans laquelle :

$$C_7 = \frac{n_p(C_{a_i} + C_{a_{i+1}})Q_R}{C_{a_i}C_{a_{i+1}}H_R} \quad (\text{II. 40})$$

$$C_8 = \frac{C_n C_{a_i} + C_p C_{a_{i+1}}}{C_{a_i}C_{a_{i+1}}H_R} \quad (\text{II. 41})$$

En différenciant l'équation(II.39) par rapport à  $\alpha_p$  et  $v_p$  on obtient

$$\frac{\partial F_1}{\partial \alpha_p} = 2a_1\alpha_p + 2a_2\alpha_p \tan^{-1} \frac{\alpha_p}{v_p} + a_2 v_p \quad (\text{II. 42})$$

$$\frac{\partial F_1}{\partial v_p} = 2a_1 v_p + 2a_2 v_p \tan^{-1} \frac{\alpha_p}{v_p} - a_2 \alpha_p - C_7 \quad (\text{II. 43})$$

Les équations(II.20), (II.27) et (II.28) définissent les expressions pour  $F_2$ ,  $\frac{\partial F_2}{\partial \alpha_p}$  et  $\frac{\partial F_2}{\partial v_p}$ .

### II.8.2. Pompes en série (fig. II.9)

Si la longueur du tuyau entre les deux groupes de pompage est longue, alors chaque groupe de pompage peut être analysé individuellement en supposant que les pompes en aval ont un long succès.

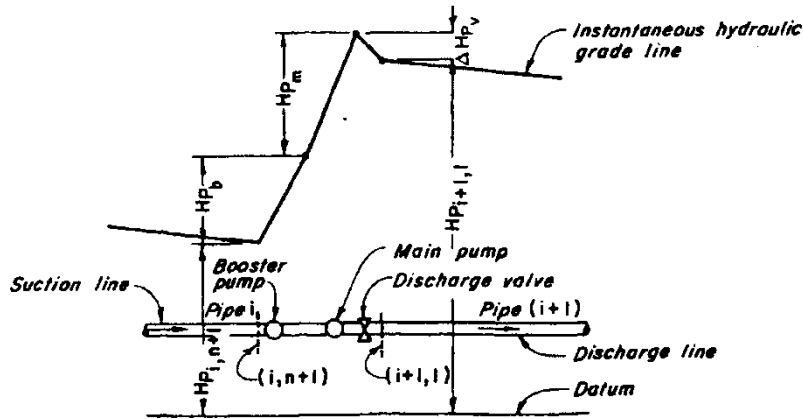


Figure II. 9: Notation pour les pompes en série

Ligne de démarcation. Cependant, si la longueur du tuyau entre les pompes est courte, alors ce tuyau peut être négligé dans l'analyse, et les conditions aux limites combinées pour les deux unités de pompage peuvent être développés comme discuté ci- dessous .en se référant à la figure II.9, les équations suivantes peuvent être écrites pour le système :

1. hauteur de pompage

$$H_{P_{i+1,1}} = H_{P_{i,n+1}} + H_{P_b} + H_{P_m} - \Delta H_{P_U} \quad (\text{II. 44})$$

2. équations de continuité

$$Q_{P_{i,n+1}} = n_p Q_{P_b} \quad (\text{II. 45})$$

$$Q_{P_b} = Q_{P_m} \quad (\text{II. 46})$$

$$Q_{P_{i+1,1}} = n_p Q_{P_m} \quad (\text{II. 47})$$

3. équation caractéristique positive pour la ligne d'aspiration

$$Q_{P_{i,n+1}} = C_P - C_{a_i} H_{P_{i,n+1}} \quad (\text{II. 48})$$

4. équation caractéristique négative pour la ligne de refoulement

$$Q_{P_{i+1,1}} = C_n + C_{a_{i+1}} H_{P_{i+1,1}} \quad (\text{II. 49})$$

5. équations pour la perte de charge dans la vanne

$$\Delta H_{P_U} = C_v Q_{P_{i+1,1}} |Q_{P_{i+1,1}}| \quad (\text{II. 50})$$

6. équations pour les caractéristiques de la pompe

$$h_{p_m} = a_{1_m}(\alpha^2 p_m + v^2 p_m) + a_{2_m}(\alpha^2 p_m + v^2 p_m) \tan^{-1} \frac{\alpha p_m}{v p_m} \quad (\text{II.51})$$

$$h_{p_b} = a_{1_b}(\alpha^2 p_b + v^2 p_b) + a_{2_b}(\alpha^2 p_b + v^2 p_b) \tan^{-1} \frac{\alpha p_b}{v p_b} \quad (\text{II.52})$$

$$\beta_{p_m} = a_{3_m}(\alpha^2 p_m + v^2 p_m) + a_{4_m}(\alpha^2 p_m + v^2 p_m) \tan^{-1} \frac{\alpha p_m}{v p_m} \quad (\text{II.53})$$

$$\beta_{p_b} = a_{3_b}(\alpha^2 p_b + v^2 p_b) + a_{4_b}(\alpha^2 p_b + v^2 p_b) \tan^{-1} \frac{\alpha p_b}{v p_b} \quad (\text{II.54})$$

7. équation pour les masses en rotation (c'est -à- dire des équations similaires à l'équation (II.14).

$$\alpha_{p_m} - C_{6_m} \beta_{p_m} = \alpha_m + C_{6_m} \beta_m \quad (\text{II.55})$$

$$\alpha_{p_b} - C_{6_b} \beta_{p_b} = \alpha_b + C_{6_b} \beta_b \quad (\text{II.56})$$

Dans les équations précédents, les indices **b**, **m** et **v** se réfèrent respectivement au compresseur et à la pompe principale et à la vanne ;

$n_p$  = nombre de group de pompage connectés en parallèle ; et  $C_{v=}$  coefficient de pertes de charge dans la vanne .pour résoudre ces équations, réduisons d'abord le nombre d'inconnues de 13 à trois comme suit :

Elimination  $Q_{P_{i,n+1}}$   $Q_{P_{i+1,1}}$   $H_{P_{i+1,1}}$   $H_{P_{i,n+1}}$   $H_{P_u}$   $Q_{P_b}$  de l'équation (II.44) à (II.50) donne :

$$H_{P_m} + H_{P_b} = \frac{n_p Q_{P_m} - C_n}{C_{a_{i+1}}} - \frac{C_p - n_p Q_{P_m}}{C_{a_i}} + C_v n_p Q_{P_m} |Q_{P_m}| \quad (\text{II.57})$$

Car  $H_{R_m}$ ,  $H_{R_b}$  et  $Q_{R_m}$  comme valeur de référence, équation, (II.57) peut être écrite comme :

$$h_{p_m} H_{R_m} + h_{p_b} H_{R_b} = \frac{n_p Q_{R_m}}{C_{a_{i+1}}} v_{p_m} + \frac{n_p Q_{R_m}}{C_{a_i}} v_{p_m} + n_p C_v Q^2 R_m v_{p_m} |v_{p_m}| - \frac{C_n}{C_{a_{i+1}}} - \frac{C_p}{C_{a_i}} \quad (\text{II.58})$$

En substituant des expressions pour  $h_{p_m}$  et  $h_{p_b}$  à partir des équations (II.51) et (II.52) en équation (II.58) et en simplifiant l'équation résultante on obtient

$$\begin{aligned} F_1 = & a_{1_m} H_{R_m} (\alpha^2 p_m + v^2 p_m) + \\ & a_{2_m} H_{R_m} (\alpha^2 p_m + v^2 p_m) \tan^{-1} \frac{\alpha p_m}{v_{p_m}} + a_{1_b} H_{R_b} (\alpha^2 p_b + v^2 p_m) + \\ & a_{2_b} H_{R_b} (\alpha^2 p_b + v^2 p_m) \tan^{-1} \frac{\alpha p_b}{v_{p_m}} - n_p C_v Q^2 R_m v_{p_m} |v_{p_m}| - \\ & \frac{n_p Q_{R_m}}{C_{a_{i+1}}} v_{p_m} - \frac{n_p Q_{R_m}}{C_{a_i}} v_{p_m} + \frac{C_n}{C_{a_{i+1}}} + \frac{C_p}{C_{a_i}} = 0 \quad (\text{II.59}) \end{aligned}$$

Notez que dans équation. II.59, nous avons remplacé par  $v_{p_m}$  et  $v_{p_b}$  car les deux sont égaux car le nombre d'ensemble de pompage principal et d'appoint est égal.

En éliminant  $\beta_{p_m}$  des équations II.53 et II.55 et  $\beta_{p_b}$ , des équations II.54 et II.56, on obtient

$$\begin{aligned} F_2 = & \alpha_{p_m} - C_{6_m} \left[ a_{3_m} (\alpha^2 p_m + v^2 p_m) + a_{4_m} (\alpha^2 p_m + v^2 p_m) \tan^{-1} \frac{\alpha p_m}{v_{p_m}} \right] - \\ & \alpha_m - C_{6_m} \beta_m \quad (\text{II.60}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} F_3 = & \alpha_{p_b} - C_{6_b} \left[ a_{3_b} (\alpha^2 p_b + v^2 p_m) + a_{4_b} (\alpha^2 p_b + v^2 p_m) \tan^{-1} \frac{\alpha p_b}{v_{p_m}} \right] \\ & - \alpha_b - C_{6_b} \beta_b \quad (\text{II.61}) \end{aligned}$$

Nous avons maintenant trois équations non linéaires équations (II.59-II.61) à trois inconnues, bras  $\alpha_{p_m}$ ,  $v_{p_m}$ ,  $\alpha_{p_b}$

Pour résoudre ces équations par la méthode de newton – raphson, il faut obtenir une solution des équations suivants :

$$\left( \frac{\partial F_1}{\partial \alpha_{p_m}} \delta \alpha_{p_m} + \frac{\partial F_1}{\partial v_{p_m}} \delta v_{p_m} + \frac{\partial F_1}{\partial \alpha_{p_b}} \delta \alpha_{p_b} \right)^{(1)} = -F_1^{(1)} \quad (\text{II.62})$$

$$\left(\frac{\partial F_2}{\partial \alpha_{P_m}} \delta \alpha_{P_m} + \frac{\partial F_2}{\partial v_{P_m}} \delta v_{P_m} + \frac{\partial F_2}{\partial \alpha_{P_b}} \delta \alpha_{P_b}\right)^{(1)} = -F_2^{(1)} \quad (\text{II. 63})$$

$$\left(\frac{\partial F_3}{\partial \alpha_{P_m}} \delta \alpha_{P_m} + \frac{\partial F_3}{\partial v_{P_m}} \delta v_{P_m} + \frac{\partial F_3}{\partial \alpha_{P_b}} \delta \alpha_{P_b}\right)^{(1)} = -F_3^{(1)} \quad (\text{II. 64})$$

Dans ces équations, les fonctions  $F_1, F_2$  et  $F_3$  et leur dérivées sont évaluées pour les valeurs estimées de  $\alpha_{P_m}^{(1)}, v_{P_m}^{(1)}$  et  $\alpha_{P_b}^{(1)}$ , et une meilleure estimation de la solution est déterminée à partir des équations suivantes :

$$\alpha_{P_m}^{(2)} = \alpha_{P_m}^{(1)} + \delta \alpha_{P_m} \quad (\text{II. 65})$$

$$v_{P_m}^{(2)} = v_{P_m}^{(1)} + \delta v_{P_m} \quad (\text{II. 66})$$

$$\alpha_{P_b}^{(2)} = \alpha_{P_b}^{(1)} + \delta \alpha_{P_b} \quad (\text{II. 67})$$

Comme précédemment, l'exposant entre parenthèse fait référence au numéro de l'itération les expressions des dérivés obtenus en différenciant les équations II.59 à I.61 sont :

$$\begin{aligned} \frac{\partial F_1}{\partial \alpha_{P_m}} &= 2a_{1m} H_{R_m} \alpha_{P_m} + 2a_{2m} H_{R_m} \alpha_{P_m} \tan^{-1} \frac{\alpha_{P_m}}{v_{P_m}} \\ &\quad + a_{2m} H_{R_m} v_{P_m} \end{aligned} \quad (\text{II. 68})$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial F_1}{\partial v_{P_m}} &= 2a_{1m} H_{R_m} v_{P_m} + 2a_{2m} H_{R_m} v_{P_m} \tan^{-1} \frac{\alpha_{P_m}}{v_{P_m}} - a_{2m} H_{R_m} \alpha_{P_m} \\ &\quad + 2a_{1b} H_{R_b} v_{P_m} + 2a_{2b} H_{R_b} v_{P_m} \tan^{-1} \frac{\alpha_{P_b}}{v_{P_m}} - a_{2b} H_{R_b} \alpha_{P_b} \\ &\quad - 2 n_p C_v Q^2 R_m |v_{P_m}| - \frac{n_p Q_{R_m}}{C_{a_{i+1}}} - \frac{n_p Q_{R_m}}{C_{a_i}} \end{aligned} \quad (\text{II. 69})$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial F_1}{\partial \alpha_{P_b}} &= 2a_{1b} H_{R_b} \alpha_{P_b} + 2a_{2b} H_{R_b} \alpha_{P_b} \tan^{-1} \frac{\alpha_{P_b}}{v_{P_m}} \\ &\quad + a_{2b} H_{R_b} v_{P_m} \end{aligned} \quad (\text{II. 70})$$

$$\frac{\partial F_2}{\partial \alpha_{p_b}} = 0 \quad (\text{II. 71})$$

$$\frac{\partial F_2}{\partial \alpha_{p_m}} = 1 - 2C_{6_m} a_{3_m} \alpha_{p_m} - 2C_{6_m} a_{4_m} \alpha_{p_m} \tan^{-1} \frac{\alpha_{p_m}}{v_{p_m}} - C_{6_m} a_{4_m} v_{p_m} \quad (\text{II. 72})$$

$$\frac{\partial F_2}{\partial v_{p_m}} = -2C_{6_m} a_{3_m} v_{p_m} - 2C_{6_m} a_{4_m} v_{p_m} \tan^{-1} \frac{\alpha_{p_m}}{v_{p_m}} + C_{6_m} a_{4_m} \alpha_{p_m} \quad (\text{II. 73})$$

$$\frac{\partial F_3}{\partial \alpha_{p_m}} = 0 \quad (\text{II. 74})$$

$$\frac{\partial F_3}{\partial \alpha_{p_b}} = 1 - 2C_{6_b} a_{3_b} \alpha_{p_b} - 2C_{6_b} a_{4_b} \alpha_{p_b} \tan^{-1} \frac{\alpha_{p_b}}{v_{p_m}} - C_{6_b} a_{4_b} v_{p_m} \quad (\text{II. 75})$$

$$\frac{\partial F_3}{\partial v_{p_m}} = -2C_{6_b} a_{3_b} v_{p_m} - 2C_{6_b} a_{4_b} v_{p_m} \tan^{-1} \frac{\alpha_{p_b}}{v_{p_m}} + C_{6_b} a_{4_b} \alpha_{p_b} \quad (\text{II. 76})$$

Si  $|\delta \alpha_{p_m}|$ ,  $|\delta \alpha_{p_b}|$  et  $|\delta v_{p_m}|$  obtenus en résolvant simultanément les équations II.62 à II.64, sont inférieure a une tolérance spécifié (par exemple ,0.001) alors  $\alpha_{p_m}^{(2)}$ ,  $v_{p_m}^{(2)}$  et  $\alpha_{p_b}^{(2)}$ , sont les solutions des équations II.59 à II.61 ; sinon de  $\alpha_{p_m}^{(1)}$ ,  $v_{p_m}^{(1)}$  et  $\alpha_{p_b}^{(1)}$

Sont supposé égaux à de  $\alpha_{p_m}^{(2)}$ ,  $v_{p_m}^{(2)}$  et  $\alpha_{p_b}^{(2)}$ , et la procédure ci- dessus est répétée jusqu' à ce qu'une solution soit obtenue. Ensuite, il est vérifié si le segment des caractéristique de la pompe utilisé dans les calculs correspondant à  $\alpha_p$  et  $v_p$ . Si ce n'est le cas, alors  $\alpha_{e_m}$ ,  $\alpha_{e_b}$  et  $v_{e_m}$  sont supposé égal à  $\alpha_{p_m}^{(2)}$ ,  $\alpha_{p_b}^{(2)}$  et  $v_{p_m}^{(2)}$  respectivement, et la procédure ci – dessus est répétée ; sinon, les valeurs des variables restantes sont obtenues à partir des équations II.44 et II.56, et la solution progresse au pas de temps suivant. Pour éviter un nombre illimité d'itérations en cas de divergence de l'itération, un compteur doit être utilisé pour que les calculs soient arrêtés si le nombre d'itérations dépasse une valeur spécifiée (par exemple 30).

## II.9. Mise en marche de la pompe

Dans certains système de tuyauterie, il n'y a pas de vanne de régulation en aval de la pompe, par conséquent la procédure de démarrage de la pompe dans de telles installations peut produire des pressions très élevées, en particulière si le moteur de type à induction et est démarré à travers la ligne (c'est ta dire sans réduire la tension). Les transitoires provoqué par le démarrage d'une pompe peuvent être analysé en sélectionnant un temps de démarrage,  $T_s$  et en supposant que la vitesse de la pompe augmente linéairement de zéro à la vitesse nominal.

Le temps spécifié par le fabricant du moteur doit être diminué d'environ 30 pour cent [28] pour obtenir une valeur pour  $T_s$ .

Comme la vitesse de la pompe est connue (elle est supposé augmenté de zéro à  $N_R$ , dans le temps  $T_s$ ), les données pour les caractéristiques de couple et de moment d'inertie,  $WR^2$  de la pompe- moteur ne sont pas requis pour analyse. La hauteur de pompage et le débit de la pompe peuvent être calculés comme indiqués ci- dessous.

Estimer le débit de pompe adimensionnel,  $v_e$  à la fin du pas de temps extrapolation à partir des valeurs connues de  $v$  pour les pas de temps précédentes.

A partir des caractéristique de la pompe, déterminer  $h_p$  pour la valeur connue de  $\alpha_p$  et pour la valeurestimé de débit de la pompe,  $v_e$  .alors,  $H_{P_{1,1}} = h_p H_R$  dans laquelle indice (1,1) fait référence à la première section de la conduite de refoulement juste en aval de la pompe. Maintenant, en utilisant cette valeur de  $H_{P_{1,1}}$  calculer le débit à la section (1,1) à partir des équations caractéristique négative ( $Q_P = C_n + C_a H_p$ ) on a :

$$Q_{P_{1,1}} = C_n + C_a H_{p_{1,1}} \quad (\text{II. 77})$$

Puis déterminer  $v_e = \frac{Q_{P_{1,1}}}{(n_p Q_R)}$  dans la quelle  $n_p$  =nombre de pompe parallèle. Si  $|v_p - v_e| \leq \epsilon$ , dans lequel  $\epsilon$  est une tolérance spécifiée (par exemple, 0.001), passez au pas de temps suivant.

Sinon, supposez que  $v_e$  est égal à la moyenne de la valeur calculée de  $v_p$  et de la valeur estimé,  $v_e$  lors de itération précédente, et répétez la procédure.

Si la conduite de refoulement est sous une hauteur manométrique statique avant le démarrage de la pompe, il n'y aura aucun débit dans la conduite de refoulement jusqu'à ce que la hauteur manométrique dépasse cette hauteur statique. Cette condition peut être incluse dans l'analyse ci- dessus en supposant que  $Q_{P_{1,1}} = 0,0$  jusqu' à ce que  $H_{P_{1,1}}$  dépasse la charge statique

L'augmentation de la pression lors d'un démarrage peut être réduite en ayant un démarrage lent. Cela peut être fait en augmentant le  $WR^2$  du moteur de la pompe, en réduisant la tension, ou en ayant un démarrage à remontage partiel. L'économie globale de la diminution de la pression maximale pour réduire l'épaisseur de la paroi du tuyau par ces méthodes doit être étudiée avant leurs sélections.

## **Chapitre III**

### **Validation du programme élaboré et simulation d'un exemple test**

### III.1. Introduction

Dans ce chapitre, nous explicitons la structure (organigramme), les théories et méthodes de calcul numérique ainsi que les rôles du programme principal et les sous programmes développés. Les résultats obtenus pour un exemple test sont également présentés et comparés avec ceux donnés dans la littérature.

### III.2. Informations générales

Le programme élaboré est rédigé en langage Fortran 95 et il a été testé. Fortran est un langage de programmation pensé dans les années 50 pour le calcul scientifique. Il continue à être largement utilisé dans le domaine de la recherche scientifique pour le calcul intensif. Contrairement à des langages plus évolués, le déroulement des opérations individuelles en machine reste relativement contrôlable dans le langage, ce qui permet d'écrire des codes relativement efficaces en termes de calcul

Input du programme : entrée manuelle et unité logique 5.

Output du programme : Unité logique 6.

### III.3. Programme principal et sous programmes

Le programme principal s'occupe de la lecture des données d'entrées et ordonne l'ouverture du fichier output à créer. Les équations de conservation de la masse et de quantité de mouvement en régime transitoire avec les conditions aux limites décrites au Chapitre II sont résolues par la méthode des caractéristiques. Le modèle permettant de décrire le fonctionnement de la pompe dans les quatre quadrants est codé dans la subroutine *pump*. Cette dernière fait appel à la subroutine *PARAB* pour l'interpolation des grandeurs caractéristiques de la pompe stockées dans le fichier input.

Le programme élaboré permet de calculer la pression, le débit en tout point de l'installation hydraulique suite à un transitoire causé par un arrêt brusque des pompes suite à une coupure du courant électrique.

### III.4. Méthode de calcul

Chaque conduite ou tronçon de conduite est divisé en un nombre de points équidistants et en ces points la pression et le débit sont calculés en fonction du temps afin de

connaître la pression maximale pouvant détériorer la conduite suite à une surpression et la pression minimale pouvant provoquer le phénomène de cavitation. La méthode de calcul utilisée est la méthode des caractéristiques. L'organigramme du modèle de la pompe est illustré par la Figure III.1. Le code source du programme est donné en annexe A.

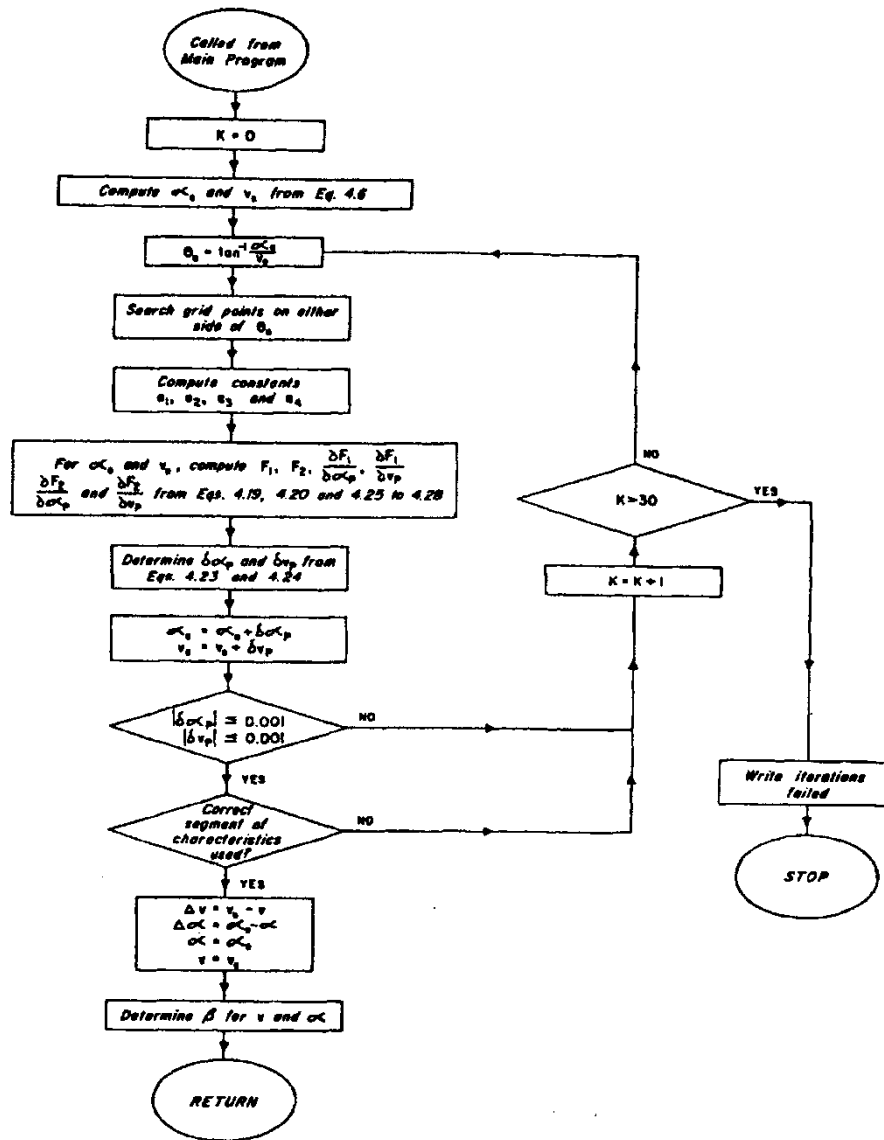


Figure III. 1: Organigramme des conditions aux limites pour la pompe.

### III.5. Description de l'input :

Les entrées du programme sont :

Nombre de pipes, coefficient de frottement, vitesse du son, nombre de tronçons du dernier pipe, débit régime permanent, vitesse de la pompe en régime permanent, temps du transitoire, nombre de pompe en parallèles, nombre de points sur la courbe caractéristique, angle d'intervalle de stockage de la caractéristique, hauteur et débit de référence de la pompe, rendement de la pompe et son moment d'inertie.

### III.6. Description de l'output :

Les sorties du programme sont stockées dans l'unité 6. Les premières sorties sont les données d'entrées. Ensuite vient la distribution des grandeurs adimensionnelles  $\alpha$ ,  $v$  (données au Chapitre II), de la pression, du débit en fonction du temps à l'entrée et à la sortie de chaque pipe.

### III.7.Exemple Test

L'exemple ci-après a été simulé. Le système hydraulique permet de pomper de l'eau d'un réservoir inférieur à un réservoir situé à un niveau supérieur à l'aide de deux pompes parallèles. Les deux pompes fonctionnent aux conditions normales. Les données caractéristiques de l'installation sont données sur la Figure III.2.

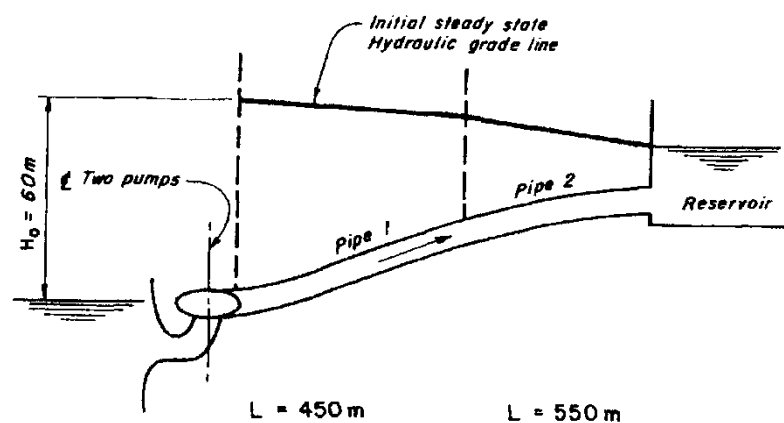


Figure III. 2: Système hydraulique étudié.

Données géométriques

Pipe 1

L= 450 m, D=0.75m a= 1100 m/s f= 0.012

Pipe 2

L=550 m, D = 0.75m, a=900 m/s f=0.01

Débit  $Q_0 = 0.5m^3/sec$

Données de la pompe

$Q_R = 0.25m^3/s$   $H_R = 60m$   $N_R = 1100 tr/mn$   $WR^2 = 16.85kgm^2$

Rendement de la pompe aux conditions nominales = 0.84

Les états transitoires sont causés par une panne d'alimentation simultanée des deux pompes. Les données des caractéristique de la pompe pour **N=25 unités SI** présentées sur la figure (II.5 Chapitre II) ont été utilisées dans l'analyse.

Au débit nominal et à la vitesse nominale de la pompe, la hauteur manométrique à l'extrémité amont de la conduite de refoulement serait égale à la hauteur manométrique nominale.

En partant de ce débit et de cette hauteur manométrique en amont appliqués, les conditions de régime permanent dans la conduite de refoulement ont été déterminées. Ensuite l'alimentation a été supposée défaillante et les conditions transitoires résultantes ont été calculées. Comme l'inertie du liquide entre la pompe et le collecteur de refoulement était faible, le refoulement des deux pompes a été regroupé et considéré comme le débit à l'extrémité amont du système. Les résultats obtenus par le programme sont présentés dans le paragraphe ci-après.

### III.8. Discussion des résultats obtenus

Dans cette section, nous donnons les résultats obtenus pour l'exemple test ci-dessus. Le fichier output ainsi obtenu est le suivant :

```
NUMBER OF PIPES = 2
NUMBER OF REACHES ON LAST PIPE = 2
STEADY STATE DISCH. = 0.500 M3/S
STEADY STATE PUMP SPEED =1100.0 RPM
TIME FOR WHICH TRANSIENTS ARE TO BE COMPUTED = 15.0 S
NUMBER OF PARALLEL PUMPS = 2
```

## Chapitre III Validation du programme élaboré et simulation d'un exemple test

NUMBER OF POINTS ON CHARACTERISTIC CURVE = 55  
 THETA INTERVAL FOR STORING CHARACTERISTIC CURVE = 5.  
 RATED DISCH. = 0.25 M3/S  
 RATED HEAD = 60.0 M  
 RATED PUMP SPEED =1100.0 RPM  
 PUMP EFFICIENCY = 0.840  
 WR2 = 16.85KG-M2

### POINTS ON HEAD CHARACT. CURVE

	-0.530	-0.476	-0.392	-0.291	-0.150	-0.037	0.075	0.200	0.345	0.500
0.655	0.777	0.900	1.007	1.115	1.188	1.245	1.278	1.290	1.287	
1.269	1.240	1.201	1.162	1.115	1.069	1.025	0.992	0.945	0.908	
0.875	0.848	0.819	0.788	0.755	0.723	0.690	0.656	0.619	0.583	
0.555	0.531	0.510	0.502	0.500	0.505	0.520	0.539	0.565	0.593	
0.615	0.634	0.640	0.638	0.630						

### POINTS ON TORQUE CHARACT. CURVE

	-0.350	-0.474	-0.180	-0.062	0.037	0.135	0.228	0.320	0.425	0.500
0.548	0.588	0.612	0.615	0.600	0.569	0.530	0.479	0.440	0.402	
0.373	0.350	0.340	0.340	0.350	0.380	0.437	0.520	0.605	0.683	
0.750	0.802	0.845	0.872	0.883	0.878	0.860	0.823	0.780	0.725	
0.660	0.580	0.490	0.397	0.310	0.230	0.155	0.085	0.018	-0.052	
	-0.123	-0.220	-0.348	-0.490	-0.680					

PIPE NO	LENGTH (M)	DIA (M)	WAVE VEL. (M/S)	FRIC FACTOR
1	450.0	0.75	900.0	0.010
2	550.0	0.75	1100.0	0.012

PIPE NO	ADJUSTED WAVE VEL (M/S)
1	900.0
2	1100.0

TIME	ALPHA	V	PIPE	DISCH. NO	HEAD (M) (i) (N+i)	DISCH. (M3/S) (1) (N+1)		
0.0	1.00	1.00	1.00	1	60.0	59.6	0.500	0.500
				2	59.6	59.0	0.500	0.500
0.5	0.69	0.69	0.69	1	28.3	59.6	0.347	0.500
				2	59.6	59.0	0.500	0.500
1.0	0.52	0.57	0.57	1	14.8	24.9	0.283	0.363
				2	24.9	59.0	0.363	0.500
1.5	0.42	0.56	0.56	1	7.6	10.0	0.279	0.305
				2	10.0	59.0	0.305	0.227
2.0	0.36	0.55	0.55	1	4.0	36.6	0.276	0.139
				2	36.6	59.0	0.139	0.111
2.5	0.31	-0.00	-0.00	1	7.4	47.5	-0.002	0.066
				2	47.5	59.0	0.066	0.050
3.0	0.29	-0.24	-0.24	1	8.7	24.7	-0.121	-0.085
				2	24.7	59.0	-0.085	0.020
3.5	0.26	-0.32	-0.32	1	9.4	15.2	-0.159	-0.152
				2	15.2	59.0	-0.152	-0.221
4.0	0.21	-0.36	-0.36	1	9.2	38.8	-0.181	-0.300
				2	38.8	59.0	-0.300	-0.324
4.5	0.11	-0.73	-0.73	1	24.6	48.0	-0.367	-0.367
				2	48.0	59.0	-0.367	-0.379
5.0	-0.09	-0.89	1	31.3	41.4	-0.446	-0.447	
				2	41.4	59.0	-0.447	-0.409
5.5	-0.34	-0.96	1	34.5	39.6	-0.479	-0.484	
				2	39.6	59.0	-0.484	-0.514
6.0	-0.58	-0.97	1	39.0	49.6	-0.485	-0.549	

### Chapitre III Validation du programme élaboré et simulation d'un exemple test

6.5	-0.81	-1.06	1	2	49.6	59.0	-0.549	-0.558
				53.3	56.3	-0.529	-0.566	
				2	56.3	59.0	-0.566	-0.584
7.0	-1.02	-1.05	1	64.7	62.0	-0.523	-0.569	
				2	62.0	59.0	-0.569	-0.574
7.5	-1.19	-1.00	1	75.5	67.8	-0.502	-0.537	
				2	67.8	59.0	-0.537	-0.554
8.0	-1.31	-0.93	1	82.7	74.0	-0.463	-0.492	
				2	74.0	59.0	-0.492	-0.499
8.5	-1.37	-0.86	1	87.1	76.1	-0.428	-0.430	
				2	76.1	59.0	-0.430	-0.431
9.0	-1.39	-0.76	1	86.5	74.9	-0.379	-0.367	
				2	74.9	59.0	-0.367	-0.361
9.5	-1.37	-0.66	1	82.1	72.1	-0.332	-0.308	
				2	72.1	59.0	-0.308	-0.304
10.0	-1.32	-0.59	1	75.2	68.5	-0.293	-0.266	
				2	68.5	59.0	-0.266	-0.256
10.5	-1.26	-0.53	1	68.1	63.7	-0.267	-0.237	
				2	63.7	59.0	-0.237	-0.228
11.0	-1.20	-0.50	1	61.4	59.5	-0.248	-0.226	
				2	59.5	59.0	-0.226	-0.218
11.5	-1.15	-0.48	1	56.0	56.9	-0.242	-0.226	
				2	56.9	59.0	-0.226	-0.223
12.0	-1.10	-0.50	1	52.3	55.2	-0.248	-0.238	
				2	55.2	59.0	-0.238	-0.234
12.5	-1.07	-0.52	1	50.3	53.7	-0.261	-0.254	
				2	53.7	59.0	-0.254	-0.253
13.0	-1.06	-0.55	1	49.4	53.2	-0.275	-0.275	
				2	53.2	59.0	-0.275	-0.275
13.5	-1.05	-0.58	1	49.7	53.7	-0.291	-0.295	
				2	53.7	59.0	-0.295	-0.297
14.0	-1.06	-0.62	1	50.9	54.5	-0.308	-0.314	
				2	54.5	59.0	-0.314	-0.315
14.5	-1.08	-0.64	1	52.8	55.4	-0.322	-0.328	
				2	55.4	59.0	-0.328	-0.331
15.0	-1.10	-0.66	1	54.9	56.6	-0.330	-0.339	
				2	56.6	59.0	-0.339	-0.342

	PIPE NO	MAX. PRESS. (M)	MIN. PRESS. (M)
1	87.4	4.0	
	2	76.1	10.0

Les résultats obtenus ont été vérifiés et validés avec ceux donnés dans la référence [29].

Pour les mêmes conditions, notre programme donne le même résultat que celui rapporté dans la référence [29].

La Figure III.3. Montre l'évolution de  $\alpha$  et  $v$  en fonction du temps suite à une panne de courant entraînant l'arrêt des deux pompes.

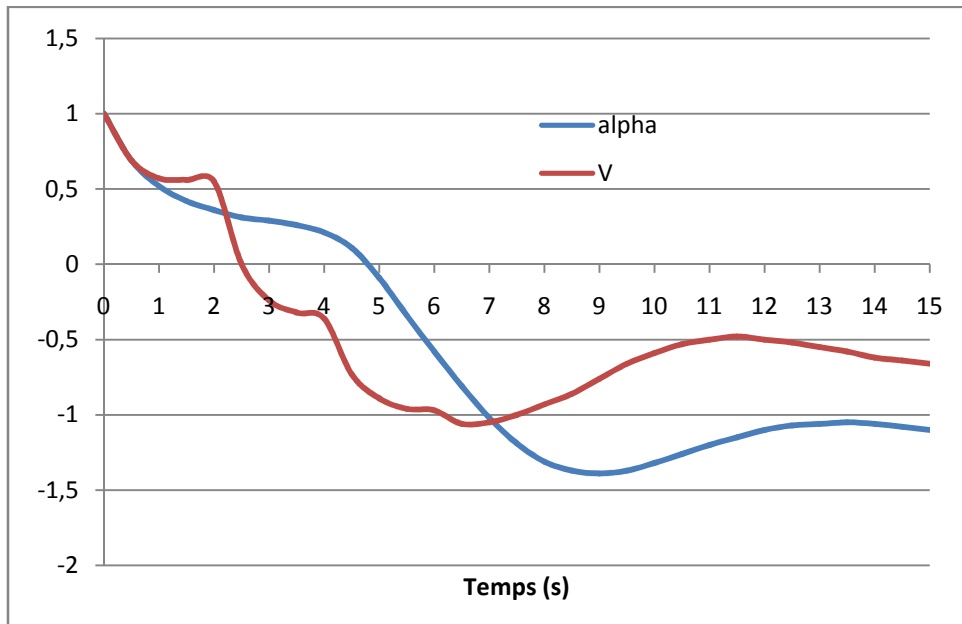


Figure III. 3: Evolution de  $\alpha$  et de  $v$  en fonction du temps

Les Figure III.4 et Figure III.5 montrent respectivement l'évolution de la pression aux extrémités des deux conduites.

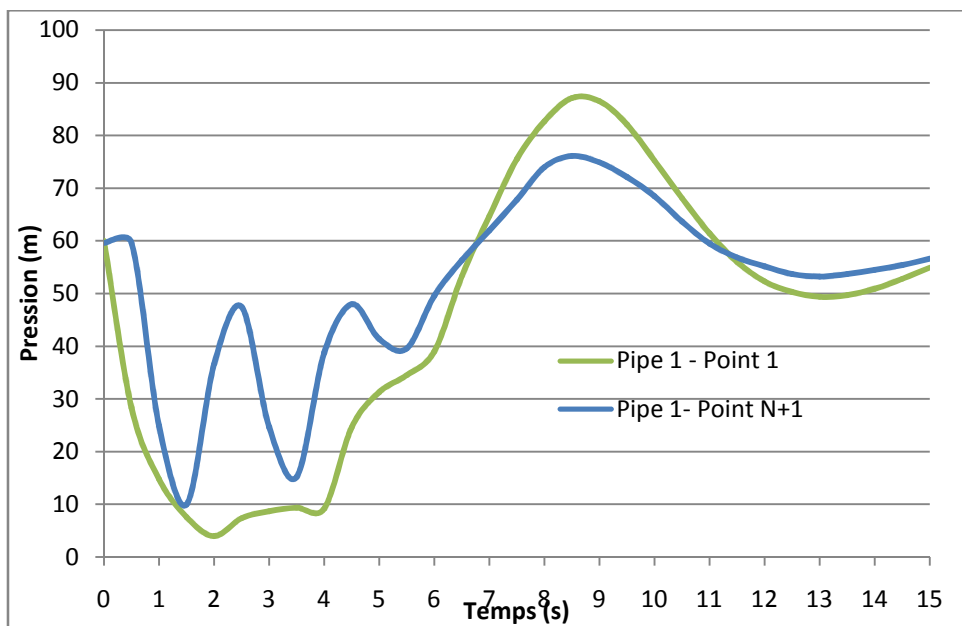


Figure III. 4 : Evolution de la pression aux extrémités de la conduite 1

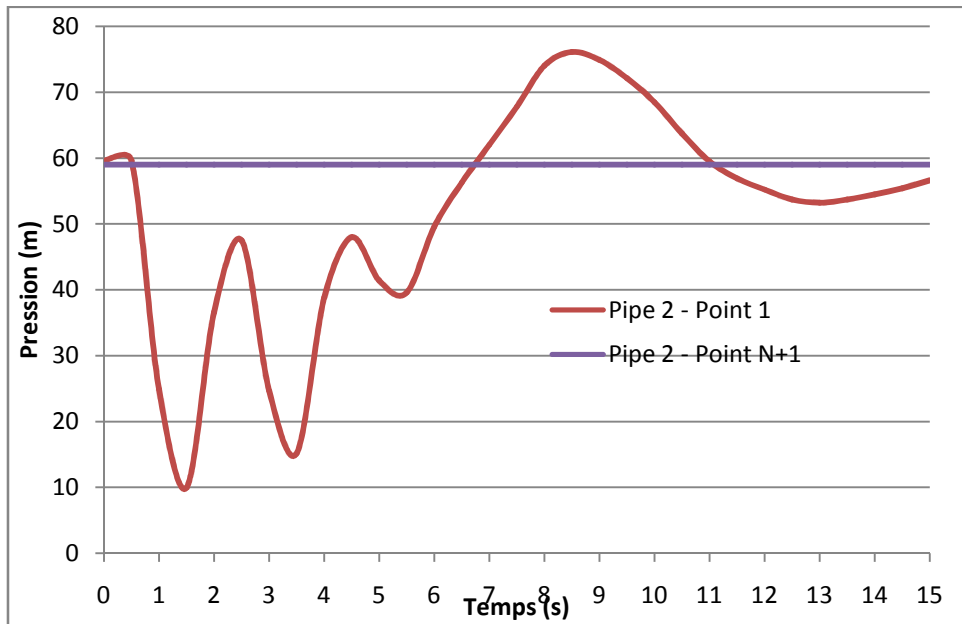


Figure III. 5: Evolution de la pression aux extrémités de la conduite 2

Les Figure III.6 et Figure III.7 montrent respectivement l'évolution du débit aux extrémités des deux conduites.

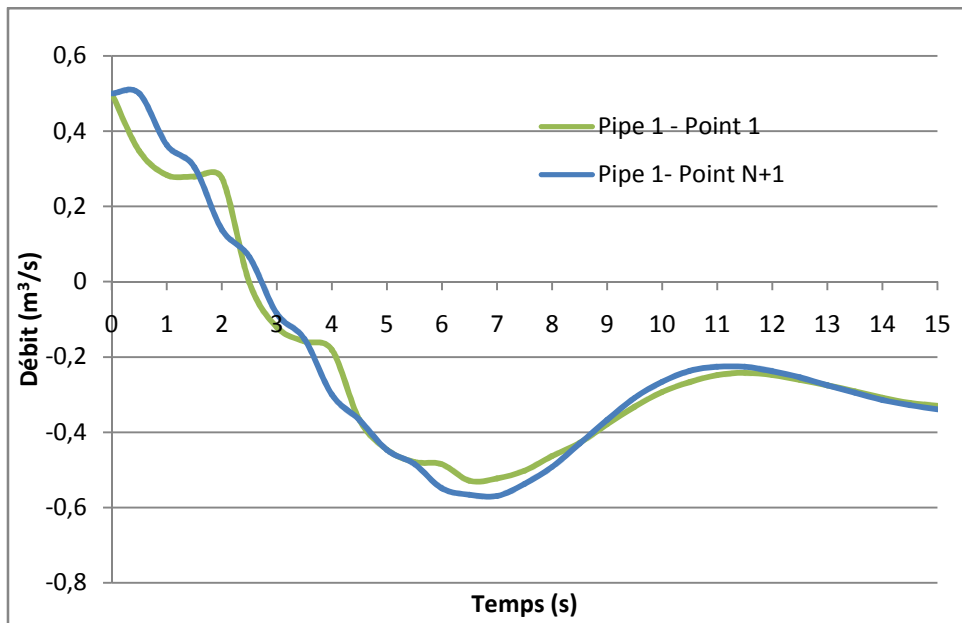


Figure III. 6: Evolution du débit aux extrémités de la conduite 1

Au bout de 2.5 secondes, le débit s'annule et devient négatif et la pompe se comporte comme une turbine.

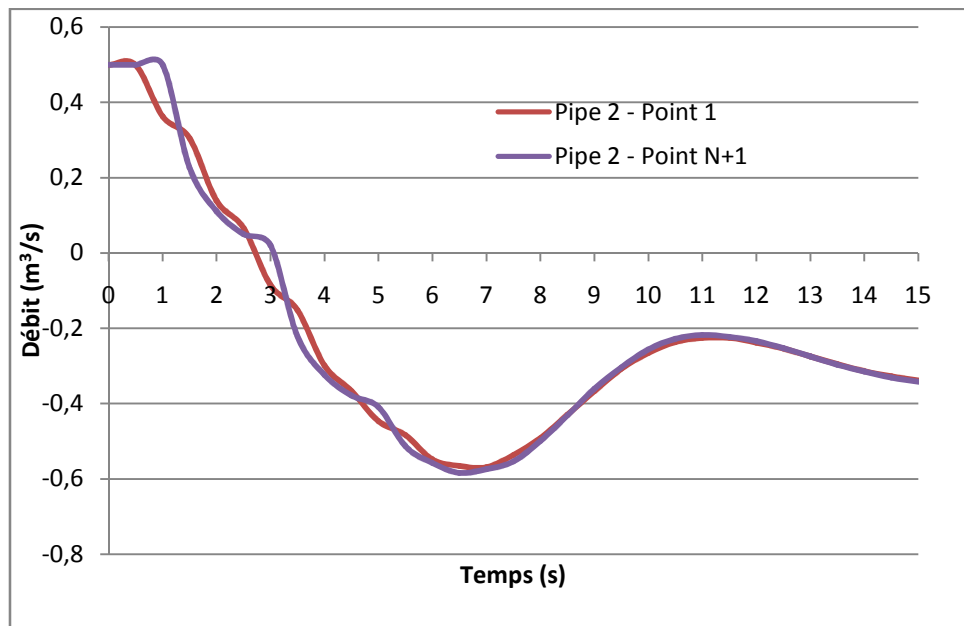


Figure III. 7: Evolution du débit aux extrémités de la conduite 2.

Le débit dans la conduite 2 s'annule avec un léger retard par rapport à la conduite 1.

# **Conclusion générale**

## Conclusion générale

Pour mener à bien notre étude, il a fallu en premier maîtriser le langage fortran qui n'a pas été dispensé durant notre formation.

Une recherche bibliographique sur le comportement des pompes dans les quatre quadrants a été menée. Les équations régissant ce comportement, ont été implémentées dans un sous-programme PUMP rédigé en Fortran 95 en vue d'étendre l'utilisation d'un programme déjà élaboré, basé sur la méthode des caractéristiques permettant de prédire les pressions lors d'une fermeture brusque de la vanne. Ce dernier permet de mettre en évidence l'effet du temps de fermeture et du mode d'opération de la vanne sur l'évolution de la pression en fonction du temps. Le programme ainsi obtenu permet d'analyser le comportement d'une installation hydraulique lors d'un transitoire provoqué par l'arrêt de pompe suite à une coupure de l'alimentation électrique.

Les résultats issus de ce programme pour un cas test rapporté dans la littérature sont identiques à ceux donnés par M. Hanif Chaudhry dans l'ouvrage : *Appliedhydraulictransients*.

La vitesse spécifique de la pompe utilisée dans l'exemple test est de 25. En perspectives, il est souhaitable d'étendre la base de données fournissant les caractéristiques de la pompe à d'autres valeurs de vitesse spécifique pour pouvoir étudier et simuler le comportement de n'importe quelle installation hydraulique.

# **Bibliographie**

## Bibliographie

- [1] Historique de pompe : [https://fr.wikipedia.org/wiki/Pompe\\_centrifuge#Histoire](https://fr.wikipedia.org/wiki/Pompe_centrifuge#Histoire)
- [2] Définition d'une pompe centrifuge : <https://www.thermal-engineering.org/fr/quest-ce-quunepompe-centrifuge-définition/>
- [3] <https://www.usinenouvelle.com/expo/pompe-centrifuge-horizontale-p9003.html>
- [4] BOUAZIZA ,Houd, “ une étude et amélioration par la méthode FMD d'un élément clé de l'industrie ” mémoire de master, université de Skikda, Juin 2015.
- [5] <http://dspace.univ-tlemcen.dz/bitstream/112/12253/1/Ms.GM.Abdallah%20Benkhettou.pdf>
- [6] <https://docplayer.fr/202563915-Etude-du-regime-rationnel-de-fonctionnement-d-une-pompe-centrifuge-avec-vitesse-variable-par-mli.html>
- [7] BENMOUSSA.Y, “ théorie de fonctionnement des pompes centrifuges ” cour, université de Bechar.
- [8] [https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/9/90/Pompe\\_centrifuge.JPG](https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/9/90/Pompe_centrifuge.JPG)
- [9] les composants mécaniques : <https://fr.scribd.com/document/475035517/chap-3-pompecentrifuge>
- [10] [https://www.researchgate.net/figure/Schema-representant-une-pompe-centrifuge-Fraenkel-Fra94\\_fig3\\_338500756](https://www.researchgate.net/figure/Schema-representant-une-pompe-centrifuge-Fraenkel-Fra94_fig3_338500756)
- [11] MOUMENE Salah Eddin, “ Etude et Maintenance des pompes centrifuges industrielles ” mémoire de master, université de Annaba, Juin 2019
- [12] <https://dspace.univ-ouargla.dz/jspui/bitstream/123456789/19318/1/PFE%20FINAL.pdf>
- [13] [https://dspace.univguelma.dz/jspui/bitstream/123456789/10182/1/SERHANE\\_IMANE\\_Electrom%C3%A9canique.\\_Electrom%C3%A9canique.pdf](https://dspace.univguelma.dz/jspui/bitstream/123456789/10182/1/SERHANE_IMANE_Electrom%C3%A9canique._Electrom%C3%A9canique.pdf)
- [14] Mr.BourezguezAbderezak, “Commande des machines hydraulique ” cour, université de Guelma ,2019.
- [15] M.SEDILLE TOME2 : pompe centrifuge et axiales turbines hydrauliques, Masson & CIE, 1967
- [16] KESSAL A.Seif Eddine, “ L'impact de La Cavitation sur la Disponibilité de la Pompe 104J ”, mémoire de master ; université de Annaba, 2016.
- [17] NPSHr : [http://www.sasravey.fr/media/Services/LA\\_CAVITATION.pdf](http://www.sasravey.fr/media/Services/LA_CAVITATION.pdf)
- [18] [https://library.ensh.dz/images/site\\_lamine/pdf/these\\_master/2017/6-0044-17.pdf](https://library.ensh.dz/images/site_lamine/pdf/these_master/2017/6-0044-17.pdf)

- [19] L. Matteo. Modélisation unidimensionnelle du comportement d'une pompe roto dynamique en fonctionnement normal et accidentel. Bilan de 1ere année de thèse. STMF/LMES/NT/17-006/A, 2016.
- [20] R. T. Knapp. Complete characteristics of centrifugal pumps and their use in prediction of transient behaviour. Transactions of the American Society of Mechanical Engineers, 59 :683–689, 1937.
- [21] H. Ramos and A. Borga. Pumps as turbines : an un conventional solution to energy production. Urban Water, 1 :261–263, 1999.
- [22] A. Couzinet, L. Gros, and D. Pierrat. Characteristics of centrifugal pumps working in direct or reverse mode : focus on the unsteady radial thrust. International Journal of Rotating Machinery, 2013, Article ID 279049, 2013.
- [23] Z. Giljen, M. Nedeljkovic, and Y.G. Cheng. Pump-turbine characteristics for analysis of unsteady flows. In 28th IAHR Symposium on Hydraulic Machinery and Systems, Grenoble France, July 4-8, 2016.
- [24] R. F. Farman and N. R. Anderson. A pump model for Loss-of-Coolant Accident Analysis. In National Topical Meeting on Water Reactor Safety, volume CONF-730-304, pages 569–580, Salt Lake City USA, 1973.
- [25] Marchal, M., Flesch, G., and Suter, p., "the calculation of Waterhammer problems by means of the Digital computer," paper presented at international symposium on Waterhammer in pumped storage projects, sponsored by Amer. soc. of Mech. Engrs. , 1965, pp. 168-188.
- [26] Streeter, V.L. , Fluid machanics, Third Edition, McGraw Hill Book Co., New York, pp.466-468.
- [27] Thomas, G., "Determination of pump characteristics for a computerized Transient Analysis,"proc.First international conference on pressure surges, organized by British hydromechanicReseach Assoc. at canterbury, England, sept.1972, pp.A3-21-A3-32.
- [28] Joseph, I. and Hamill, F.,"Start-up pressures in short pump Discharge Lines, "jour. , Hyd.Div., Amer .soc.of civil Engrs., vol.98, july 1972, pp.1117-1125.
- [29] M.Hanifchaudhry: AppliedHydraulic Transients,1979

# Annexes

## Liste des programmes

```

C
C*** ANALYSIS OF TRANSIENTS IN A PIPELINE CAUSED BY PUMPS
C
REAL L,NR,NO
DIMENSION Q(10,20),H(10,20),OP(10,20),HP(10,20),CA(10),F(10),
1 CF(10),AR(10),A(10),L(10),N(10),D(10),FH(60),FB(60),HMAX(10),
2 HMIN(10)
COMMON /CP/ALPHA,QR,V,CN,DALPHA,DV,BETA,C5,C6,HPP,T
COMMON /PAR/FH,FB,DTH
DATA G/9.81/

C
C READING AND WRITING OF INPUT DATA
C
C GENERAL DATA
READ(5,10) NP,NR,L,P,IPRINT,HPP,Q0,NO,TLAST
10 FORMAT(4I2,5F10.2)
WRITE(6,20) NP,NR,L,P,Q0,NO,TLAST,HPP
20 FORMAT(8X,'NUMBER OF PIPES =',I3/8X,'NUMBER OF REACHES ON LAST PIPE
1E =',I3/8X,'STEADY STATE DISCH. =',F6.3,' M3/S'/8X,'STEADY STATE
2 PUMP SPEED =',F6.1,' RPM'/8X,'TIME FOR WHICH TRANS. STATE COND.
3 ARE TO BE COMPUTED =',F5.1,' S'/8X,'NUMBER OF PARALLEL PUMPS =',
4 ,I3/1)

C
C READING AND WRITING OF PUMP DATA
C
READ(5,21) NPC,DTH,QR,HR,NR,ER,WR2,(FH(I),I=1,NPC)
21 FORMAT(12.6F10.2/(7F10.3))
READ(5,22) (FB(I),I=1,NPC)
22 FORMAT(7F10.3)
WRITE(6,23) NPC,DTH,QR,HR,NR,ER,WR2,(FH(I),I=1,NPC)
23 FORMAT(8X,'NUMBER OF POINTS ON CHARACTERISTIC CURVE =',I4/
1 8X,'THETA INTERVAL FOR STORING CHARACTERISTIC CURVE =',F4.0/8X,
2 'RATED DISCH. =',F5.2,' M3/S'/8X,'RATED HEAD =',F6.1,' M'/8X,
3 'RATED PUMP SPEED =',F6.1,' RPM'/8X,'PUMP EFFICIENCY =',F6.3/8X,
4 'WR2 =',F7.2,' KG-M2'/8X,'POINTS ON HEAD CHARAC'/(8X,10F7.3))
WRITE(6,25) (FB(I),I=1,NPC)
25 FORMAT(8X,'POINTS ON TORQUE CHARACTERISTIC'/(8X,10F7.3))
C
C DATA FOR PIPES
READ(5,30) (L(I),D(I),A(I),F(I),I=1,NP)
30 FORMAT(4F10.3)
WRITE(6,40)
40 FORMAT(8X,'PIPE NO',5X,'LENGTH',5X,'DIA',5X,'HAVE VEL.',5X,'FRI
2C FACTOR'/22X,'(M)',6X,'(M)',7X,'(M/S)')
WRITE(6,50)((L(I),D(I),A(I),F(I),I=1,NP)
50 FORMAT(10X,13.6X,F7.1,3X,F5.2,5X,F7.1,11X,F5.3)
DT=L(NP)/(NR*L*P*A(NP))
WRITE(6,51)
51 FORMAT(8X,'PIPE NO',5X,'ADJUSTED HAVE VFL'/26X,'(M/S)')
C
C CALCULATION OF PIPE CONSTANTS
DO 60 I=1,NP
AR(I)=0.7854*D(I)**2
AUNADJ=A(I)
AN=L(I)/(DT*A(I))
N(I)=AN

AN1=N(I)
IF(AN-AN1.GE.0.5) N(I)=N(I)+1
A(I)=L(I)/(DT*N(I))
WRITE(6,55) I,A(I)
55 FORMAT(10X,13.12X,F7.1)
CA(I)=G*AR(I)/A(I)
CF(I)=F(I)*DT/(2.*D(I))*AR(I)
F(I)=F(I)+L(I)/(2.*G*D(I)*N(I))*AR(I)**2)
60 CONTINUE
C
C COMPUTATION OF CONSTANTS FOR PUMP
C
C THE FOLLOWING CONSTANTS ARE FOR SI UNITS. FOR ENGLISH UNITS,
REPLACE 93604.59 BY 995.875 AND 4.775 BY 153.744
TR=(93604.99*HR*QR)/(NR*ER)
C5=CA(1)*HR
C6=(4.775*TR*DT)/(NR*WR2)
ALPHA=NO/HR
V=Q0/(HPP*QR)
DV=0.0
DALPHA=0.0

C
C CALCULATION OF STEADY STATE CONDITIONS
C
IF(V.EQ.0.0) GO TO 65
TH=ATAN2(ALPHA,V)
TH=57.296*TH
GO TO 68
65 TH=0.0
68 CALL PARAB(TH,1,Z)
HO=Z*HR*(ALPHA**2+V**2)
HI,1)=HO
CALL PARAB(TH,2,Z)
BETA=Z*(ALPHA**2+V**2)
DO 80 I=1,NP
NN=N(I)+1
DO 70 J=1,NN
H(I,J)=H(I,1)-(J-1)*F(I)*Q0**2
IF(I.NE.NP.AND.J.EQ.NN) H(I+1,1)=H(I,NN)
Q(I,J)=Q0
70 CONTINUE
HMAX(I)=H(I,1)
HMIN(I)=H(I,1)
80 CONTINUE
NN=N(NP)+1
HRES=H(NP,NN)
T=0.0
WRITE(6,85)
85 FORMAT(8X,'TIME',2X,'ALPHA',4X,'V',4X,'PIPE',7X,
1 'HEAD (M)',7X,'DISCH. (M3/S)'/29X,'NO.',5X,'(1)',5X,'(N+1)'/
1.5X,'(1)',5X,'(N+1)')
90 K=0
T=1
NN=N(I)+1
WRITE(6,86) T,ALPHA,V,I,H(I,1),H(I,NN),Q(I,1),Q(I,NN)
86 FORMAT(F12.1,F7.2,F7.2,15,F9.1,F9.1,F9.3,F10.3)
87 FORMAT(26X,15,2F9.1,F9.3,F10.3)
89 CONTINUE
150 T=T+DT
K=K+1

```

```

IF(T.GT.TLAST) GO TO 240
C
C PUMP AT UPSTREAM END
C
CN=Q(I,2)-H(I,2)*CA(I)-CF(I)*Q(I,1)*ABS(Q(I,1))
CALL PUMP
QP(I,1)=NPP*V*QR
HP(I,1)=(QP(I,1)-CN)/CA(I)
C
C INTERIOR POINTS
C
DO 170 I=1,NP
NN=N(I)
DO 160 J=2,NN
CN=Q(I,J+1)-CA(I)*H(I,J+1)-CF(I)*Q(I,J+1)*ABS(Q(I,J+1))
CP=Q(I,J-1)+CA(I)*H(I,J-1)-CF(I)*Q(I,J-1)*ABS(Q(I,J-1))
QP(I,J)=0.5*(CP+CN)
HP(I,J)=(CP-QP(I,J))/CA(I)
160 CONTINUE
170 CONTINUE
C
C SERIES JUNCTION
C
NP1=NP-1
IF(NP.EQ.1) GO TO 178
DO 175 I=1,NP1
N1=N(I)
NN=N(I)+1
CN=Q(I+1,2)-CA(I+1)*H(I+1,2)-CF(I+1)*Q(I+1,2)*ABS(Q(I+1,2))
1) CP=Q(I,N1)+CA(I)*H(I,N1)-CF(I)*Q(I,N1)*ABS(Q(I,N1))
HP(I,NN)=(CP-CN)/(CA(I)+CA(I+1))
HP(I+1,1)=HP(I,NN)
QP(I,NN)=CP-CA(I)*HP(I,NN)
QP(I+1,1)=CN+CA(I+1)*HP(I+1,1)
175 CONTINUE
C
C RESERVOIR AT DOWNSTREAM END
C
178 NN=N(NP)+1
HP(NP,NN)=HRES
CP=Q(NP,NN-1)+CA(NP)*H(NP,NN-1)-CF(NP)*Q(NP,NN-1)*ABS(Q(NP,
NN-1))
QP(NP,NN)=CP-CA(NP)*HP(NP,NN)
C
C STORING MAX. AND MIN. PRESSURES AND VARIABLES FOR NEXT TIME STEP
C
210 DO 230 I=1,NP
NN=N(NP)+1
DO 220 J=1,NN
Q(I,J)=QP(I,J)
H(I,J)=HP(I,J)
220 CONTINUE
IF (H(I,1).GT.HMAX(I)) HMAX(I)=H(I,1)
IF (H(I,1).LT.HMIN(I)) HMIN(I)=H(I,1)
230 CONTINUE
IF(K.EQ.1)PRINT) GO TO 90
GO TO 150
240 WRITE(6,250)
250 FORMAT(/,10X,'PIPE NO.',5X,'MAX. PRESS.',5X,'MIN. PRESS.',/27X
1,'M',16X,'M')
WRITE(6,260) (I,HMAX(I),HMIN(I),I=1,NP)
260 FORMAT(12X,13,7X,FT.1,9X,FT.1)
STOP
END
SUBROUTINE PUMP
DIMENSION FH(60),FB(60)
COMMON /CP/ALPHA,QR,V,CN,DALPHA,DV,BETA,C5,C6,NPP,T
1 /PAR/FH,FB,DTH
KK=0
JJ=0
C
C COMPUTATION OF PUMP DISCHARGE
C
VE=V*DV
ALPHA=ALPHA+DALPHA
JJ=JJ+1
10 IF (VE.EQ.0.0.AND.ALPHA.EQ.0.0) GO TO 70
TH=ATAN2(ALPHA,VE)
TH1=TH
TH=TH*57.296
IF (TH.LT.0.0) TH=TH+360.
IF (TH1.LT.0.0) TH1=TH1+6.28318
GO TO 30
20 TH=0.0
TH1=0.0
30 N=TH/DTH+1.
A1=FH(N)*N-FH(N+1)*(N-1)
A2=(FH(N+1)-FH(N))/DTH*0.017453)
A3=FB(N)*N-FB(N+1)*(N-1)
A4=(FB(N+1)-FB(N))/DTH*0.017453)
ALPSQ=ALPHA*ALPHA
YESQ=VE*VE
ALPV=ALPSQ*YESQ
F1=C5*A1*ALPV+C5*A2*ALPV*TH1-QR*VE*NPP*CN
F2=ALPHA-C6*A3*ALPV-C6*A4*ALPV*TH1-ALPHA-C6*BETA
F1AL=C5*(2.*A1*ALPHA+A2*VE+2.*A2*ALPHA*TH1)
F1V=C5*(2.*A1*VE-A2*ALPHA+2.*A2*VE*TH1)-QR*NPP
F2AL=L.-C6*12.*A3*ALPHA+A4*VE+2.*A4*ALPHA*TH1)
F2V=C6*(-2.*A3*VE+A4*ALPHA-2.*A4*VE*TH1)
DENOM=(F1*F2V-F1V*F2AL)/DENOM
DV=(F1*F2AL-F2*F1AL)/DENOM
ALPHA=ALPHA+DALPHA
VE=VE*DV
IF (ABS(DV).LE.0.001.AND.ABS(DALPHA).LE.0.001) GO TO 50
IF (JJ.GT.30) GO TO 70
GO TO 8
50 TH=ATAN2(ALPHA,VE)
TH=57.296*TH
IF (TH.LT.0.0) TH=TH+360.
CALL PARAB(TH,2,BETA)
IF (NB.EQ.N) GO TO 60

```

```
MB=TH/DTH+1
IF (MB.EQ.M) GO TO 60
GO TO 8
60 DALPHA=ALPHAE-ALPHA
DV=VE-V
ALPHA=ALPHAE
V=VE
BETA= BETA * (ALPHA*ALPHA+V*V)
RETURN
70 WRITE(6,80) T,ALPHAE,VE
80 FORMAT(8X,'***ITERATIONS IN PUMP SUBROUTINE FAILED' /8X,'T=',F8.2
2/8X,'ALPHAE =',F6.3/8X,'VP =',F6.3)
STOP
END
```

```
SUBROUTINE PARAB(X;J,Z)
COMMON /PAR/FH,FB,DX
DIMENSION FH(60),FB(60)
I=X/DX
R=(X-I*DX)/DX
IF(I.EQ.0) R=R-1.
I=I+1
IF(I.LT.2) I=2
GO TO (10,20),J
10 Z=FH(I)+0.5*R*(FH(I+1)-FH(I-1))+R*(FH(I+1)+FH(I-1)-2.*FH(I))
RETURN
20 Z=FB(I)+0.5*R*(FB(I+1)-FB(I-1))+R*(FB(I+1)+FB(I-1)-2.*FB(I))
RETURN
END
```

## Les données caractéristiques de la pompe

$-\tau$ $\beta = \tan^{-1} \frac{\alpha}{v}$ (Degrees)	$N_s = 25$		$N_s = 147$		$N_s = 261$	
	$\frac{h}{\alpha^2 + v^2}$	$\frac{\beta}{\alpha^2 + v^2}$	$\frac{h}{\alpha^2 + v^2}$	$\frac{\beta}{\alpha^2 + v^2}$	$\frac{h}{\alpha^2 + v^2}$	$\frac{\beta}{\alpha^2 + v^2}$
0	-0.530	-0.350	-1.560	-1.560	-1.000	-0.560
5	-0.476	-0.474	-1.290	-1.200	-0.948	-0.600
10	-0.392	-0.180	-1.035	-0.895	-0.892	-0.605
15	-0.291	-0.062	-0.795	-0.600	-0.820	-0.580
20	-0.150	0.037	-0.540	-0.355	-0.665	-0.503
25	-0.037	0.135	-0.308	-0.135	-0.475	-0.355
30	0.075	0.228	-0.032	0.060	-0.275	-0.160
35	0.200	0.320	+0.122	0.235	-0.055	+0.070
40	0.345	0.425	0.310	0.380	+0.200	0.320
45	0.500	0.500	0.500	0.500	0.500	0.500
50	0.655	0.548	0.635	0.580	0.705	0.620
55	0.777	0.588	0.745	0.645	1.035	0.708
60	0.900	0.612	0.860	0.695	1.280	0.825
65	1.007	0.615	0.982	0.755	1.508	0.955
70	1.115	0.600	1.140	0.850	1.730	1.150
75	1.188	0.569	1.365	0.970	1.970	1.413
80	1.245	0.530	1.595	1.115	2.225	1.608
85	1.278	0.479	1.790	1.300	2.485	1.780
90	1.290	0.440	1.960	1.485	2.740	1.960
95	1.287	0.402	2.048	1.518	2.980	2.150
100	1.269	0.373	2.110	1.540	3.195	2.345
105	1.240	0.350	2.158	1.545	3.380	2.525
110	1.201	0.340	2.203	1.560	3.515	2.710
115	1.162	0.340	2.250	1.592	3.572	2.900
120	1.115	0.350	2.315	1.642	3.570	3.000
125	1.069	0.380	2.390	1.720	3.490	3.010
130	1.025	0.437	2.495	1.900	3.350	2.925
135	0.992	0.520	2.630	2.090	3.140	2.760
140	0.945	0.605	2.785	2.315	2.875	2.500
145	0.908	0.683	2.905	2.530	2.570	2.245
150	0.875	0.750	3.000	2.650	2.300	1.990
155	0.848	0.802	3.020	2.720	2.065	1.750
160	0.819	0.845	2.975	2.740	1.840	1.518
165	0.788	0.872	2.825	2.685	1.633	1.300
170	0.755	0.883	2.652	2.535	1.440	1.085
175	0.723	0.878	2.442	2.310	1.260	0.870
180	0.690	0.860	2.185	2.090	1.080	0.660
185	0.656	0.823	1.890	1.850	0.920	0.500
190	0.619	0.780	1.525	1.570	0.780	0.505
195	0.583	0.725	1.195	1.250	0.710	0.555
200	0.555	0.660	0.935	0.955	0.670	0.615
205	0.531	0.580	0.695	0.730	0.660	0.630
210	0.510	0.490	0.500	0.530	0.555	0.500
215	0.502	0.397	0.374	0.350	0.410	0.315
220	0.500	0.310	0.277	0.175	0.265	0.100
225	0.505	0.230	0.190	0.000	0.065	-0.075
230	0.520	0.155	0.114	-0.160	-0.140	-0.315
235	0.539	0.085	0.058	-0.295	-0.345	-0.515
240	0.565	0.018	-0.015	-0.425	-0.550	-0.715
245	0.593	-0.052	-0.110	-0.550	-0.745	-0.880
250	0.615	-0.123	-0.220	-0.670	-0.960	-1.030
255	0.634	-0.220	-0.334	-0.820	-1.200	-1.225
260	0.640	-0.348	-0.440	-0.992	-1.480	-1.450
265	0.638	-0.490	-0.550	-1.213	-1.810	-1.860
270	0.630	-0.680	-0.670	-1.500	-2.200	-2.200