



*République Algérienne Démocratique et Populaire
Ministère de l'enseignement supérieur et la recherche Scientifique*



*Université de Mouloud Mammeri de Tizi-Ouzou
Faculté de Génie de la Construction
Département de Génie Civil*

Mémoire de fin d'études

*En vue d'obtention du diplôme de MASTER en Génie Civil.
Option : Constructions Hydrauliques et Aménagements*

Thème

***Application des méthodes statistiques multidimensionnelles
« ACP » et « AFC » à l'analyse de la vulnérabilité des
réservoirs en béton.
Application à un parc de la wilaya de Tizi-Ouzou***

Réalisé par :

Melle TOUILEB Dyhia

Melle SMACHI Imane

Encadré par :

Prof. BOUZELHA Karima

Promotion 2019/2020

Remerciements

La réalisation de ce mémoire a été possible grâce au concours de plusieurs personnes à qui nous voudrions témoigner toute notre gratitude.

Tout d'abord, nous tenons à présenter nos respectueux remerciements à

Mme BOUZELHA Karima,

Professeur au département de génie civil, pour sa patience, sa disponibilité et surtout ses judicieux conseils, qui ont contribué à alimenter notre réflexion.

*Un grand merci également à **M. HAMMOUM Hocine**, Professeur au département de génie civil pour avoir eu la patience de répondre à nos innombrables questions.*

Nous le remercions pour sa disponibilité, ses orientations qui ont grandement contribué à l'élaboration de ce travail.

*Nous tenons tout particulièrement à remercier Monsieur **METNA Boussad**, maître assistant enseignant au Département d'Agronomie de l'Université Mouloud MAMMERI de Tizi-Ouzou.*

Qui nous a aidé à trouver des solutions pour avancer dans notre travail.

Qu'il trouve ici toute notre gratitude et nos sincères respects.

A tous les enseignants de la faculté de génie de la construction qui ont contribué à notre formation avec beaucoup de compétence et de dévouement un spécial remerciement aux membres de jury pour l'honneur qu'ils nous ont fait en acceptant de juger ce travail.

Merci

Dédicaces

C'est avec toute l'ardeur de mes sentiments que je dédie ce modeste travail qui est le fruit de ma profonde reconnaissance à : Mes

***parents**, que dieu les gardes et les protèges.*

*Mes chers frères (**Mohand, Abdarezak**) et mes beaux frères.*

Mes chères sœurs

*(**Lamia, Assia, Lilia.***

*A ma nièce Lyne a mes neveux(**Mohamedakli, Amar, Boussaad, Aylan, Yani**).*

*Sans oublier mes tantes mes oncles, mes cousins (**Anis, Aghiles...**) a*

*Mes cousines (**Fetta, Kahina...**)aux quelles j'ai faire tout ce chemin avec un état d'esprits paisible et joviale*

A la mémoire de mon oncle qui ma apporté tan du bonheur et que j'oublierai jamais.

A la mémoire de mes chers grands-parents que dieu les accueille dans son vaste paradis

*Toute ma famille, mes ami(e)s proches **Kamélia, Abbas, Katia,***

Hassiba, Assia, Fadhila**à toute la promo **CHA

*A ma chère binôme **Imane** et toute sa famille*

A tous ceux qui ont contribué de près ou de loin pour que ce projet soit possible, je vous dis merci.



Je dédie ce modeste travail à

*Mes chers parents, ma mère que j'aime
beaucoup, et mon père que j'adore, que dieu
vous garde pour nous.*

Mes chères sœurs (Karima, Kenza, Ania) et

*Mes frères (Nadir, Mustapha, Djamel)a qui je
souhaite tout le bonheur.*

Mes belles sœurs et beaux frères.

*Mes adorables nièces et neveux Lina, Neila,
Aris, Ilyas et Farid que dieu les protège*

*A ma chère binôme Dyhia avec j'ai partagé ce
travail*

*Mes chers ami(e)s (Melissa, Azouaou, Amel,
Mina, Assia, Dyhia, Lydia) et à toute la promo
CHA*

*Et a tous ceux qui ont contribué de près ou de
loin pour que ce projet soit possible, je vous dis
merci*

Principales notations rencontrées dans ce travail par ordre d'apparition.

Symboles	Significations	Unités
Nei	note élémentaire d'une retenue	[-]
Pi	coefficient de pondération d'une retenue	[-]
Iv	indice de vulnérabilité d'une retenue	[-]
X	matricée de tableau de données	[-]
d₂	distance euclidienne entre deux individus	[-]
$\bar{X}_j$	moyenne de chaque variable j	[-]
σ_j	écart type de chaque variable j	[-]
r	coefficient de corrélation entre les différents variables	[-]
G	centre de gravité du nuage de point	[m]
Xc	matrice des données centrées	[-]
V	matrice de variance-covariance	[-]
var x	variance de la variable x	[-]
Cov_{xy}	covariance des variables x et y	[-]
Y	matrice des données centrées réduites	[-]
D_{1/σ}	matrice diagonale	[-]
R	matrice des corrélations	[-]
IG	inertie totale du nuage de point	[m4]
λ_i	valeur propre	[-]
C_k	composante principale	[-]
C	matrice des composantes principales	[-]
Δ	matrice des axes principaux	[-]
ui	axe factoriel	[-]
χ^2	Khi 2	[-]
n_{i.}	Effectif total de la ligne i	[-]
n_{.j}	Effectif total de la colonne j	[-]

Chapitre 1 : Synthèse bibliographique

Figure 1.1 : Organigramme de la méthodologie d'évaluation des ouvrages hydrauliques (Mathieu, 2003).....	3
Figure 1.2 : Etanchéité de l'ouvrage assuré par une sache en béton.	10
Figure 1. 3: Fissure et trou sur la couverture.....	10
Figure 1. 4: Suintement au niveau de la paroi.....	10
Figure 1.5 : Fuite sur la paroi du réservoir.	10
Figure 1. 6: Eclatement de l'enduit d'enrobage des aciers.....	10
Figure 1. 7: Eclatement de l'enduit d'enrobage des aciers, fissure horizontale dans la paroi sous la ceinture supérieure.	11
Figure 1.8 : Ecaillage sous la ceinture supérieure du réservoir Touaresse 1965.....	11
Figure 1.9 : Fissure horizontale sur la paroi du réservoir Touaresse 1965.	11
Figure 1. 10: Fissure et suintement au niveau du radier.....	11
Figure 1.11: Présence de végétation autour du réservoir.	11
Figure 1.12:Fuite au niveau de la paroi du réservoir.....	15
Figure 1. 13: Répartition spatiale du parc des réservoirs expertisés dans la zone d'étude (H.Hammoum)	15
Figure 1. 14: Analyse thématique pour l'indice de vulnérabilité à la mise en service.....	16
Figure 1.15: Analyse thématique pour l'indice de vulnérabilité au jour de l'inspection 2010. .	16

Chapitre 2 : Application de l'ACP sous R à l'analyse de la vulnérabilité un parc de réservoirs

Figure 2.1: Représentation graphique de la matrice des corrélations et des niveaux de signification.....	31
Figure 2.2 : Diagramme des valeurs propres et variance.	34
Figure 2.3: Construction d'un espace factoriel (Duby et al,2008).	34
Figure 2.4 : Représentation graphique de la contribution des variables à l'inertie des axes.....	37
Figure 2.5 : Représentation graphique de la qualité de représentation des variables aux axes..	39
Figure 2.6 : Cercle de corrélation des variables dans le plan factoriel (1-2).....	40
Figure 2.7: Cercle de corrélation des variables dans le plan factoriel (1-3).....	41
Figure 2.8: Cercle de corrélation des variables dans le plan factoriel (2-3).....	42
Figure 2.9 : Représentation des individus dans le plan factoriel (1-2).....	47
Figure 2.10 : Représentation des individus dans le plan factoriel (1-3).....	48

Figure 2.11 : Représentation des individus dans le plan factoriel (2-3).....	48
Figure 2.12: Représentation des variables et individus dans le plan factoriel (1-2).	49
Figure 2.13: Représentation des variables et individus dans le plan factoriel (1-3).	50
Figure 2.14 : Représentation des variables et individus dans le plan factoriel (2-3).	51
Figure 2.15 : La représentation des variables supplémentaires dans le plan factoriel (1-2).	52
Figure 2.16: La représentation des variables supplémentaires dans le plan factoriel (1-3).	53
Figure 2.17: La représentation des variables supplémentaires dans le plan factoriel (2-3).	53

Chapitre 3 : Une AFC pour l'analyse de la vulnérabilité d'un parc de réservoirs

Figure 3.1 : Distribution des n individus.....	57
Figure 3.2 : Table de contingence.	58
Figure 3.3 : comparaison profils lignes au profil moyen.	59
Figure 3.4 : Comparaison des profils colonnes au profil moyen.....	59
Figure 3.5 : nuage profils- lignes.	60
Figure 3.6 : Nuage profils-colonnes.	61
Figure 3.7 : Ajustement dans R^J du nuage des profils-lignes .i	62
Figure 3.8 : Données AFC.....	66
Figure 3.9 : Profils-lignes.	67
Figure 3.10 : Profils-colonnes.	68
Figure 3.11 : Pourcentage des valeurs propres.....	70
Figure 3.12 : Représentation simultanée des deux variables.....	71
Figure 3.13 : Diagramme des contributions de ligne DIM1.	72
Figure 3.14 : Diagramme des contributions de ligne DIM2.	72
Figure 3.15 : Diagramme des contributions totale des lignes aux dimensions 1- 2.....	73
Figure 3.16 : Représentation graphique des points lignes les plus contributifs.	73
Figure 3.17 : Représentation de contribution des lignes dans le plan factoriel (1-2).....	74
Figure 3.18 : Représentation graphique des points colonnes les plus contributifs.....	75
Figure 3.19 : Diagramme des contributions de colonne DIM1.....	75
Figure 3.20 : Diagramme des contributions de colonne DIM2.	76
Figure 3.21 : Diagramme des contributions totale des colonnes aux dimensions 1et 2.....	76
Figure 3.22 : Représentation de contribution des colonnes dans le plan factoriel (1-2).....	77

Figure 3.23 : Représentation graphique des cosinus carrés des lignes.....	78
Figure 3.24 : Représentation graphique des cosinus carrés des colonnes.....	79
Figure 3.25 : Représentation des variables dans le plan factoriel 1-2.....	79

Chapitre 1 : Synthèse bibliographique.

Tableau 1.1: Liste des paramètres d'analyse.	3
Tableau 1.2 : Grille de hiérarchisation d'une note partielle d'un paramètre.	4
Tableau 1.3 : Classification d'un réservoir en fonction de son « Iv ».	4
Tableau 1.4 : Présentation des réservoirs expertisés (Miloudi, 2014).	5
Tableau 1.5 : Calcul de l'indice de vulnérabilité au jour de l'inspection en 2014.	12
Tableau 1.6: Résultats de l'indice de vulnérabilité des réservoirs expertisés.	13

Chapitre 2 : Application de l'ACP sous R à l'analyse de la vulnérabilité un parc de réservoirs

Tableau 2.1 : Représentation d'un type tableau de donnée ACP.	18
Tableau 2.2 : Données brutes $n \times p$	19
Tableau 2.3 : Tableau traité par R [®]	21
Tableau 2.4 : Matrice des données centrée réduites.	23
Tableau 2.5 : Moyenne et écarts types des variables.	24
Tableau 2.6 : Matrice de corrélation.	24
Tableau 2.7 : Nouveau tableau de données ACP.	26
Tableau 2.8 : Matrice de corrélation.	27
Tableau 2.9 : Tableau de données finales.	28
Tableau 2.10 : Matrice de corrélation finale.	29
Tableau 2.11 : Table de Bravais-Pearson (Dagnelie, 2011).	30
Tableau 2.12 : Matrice de corrélation finale.	31
Tableau 2.13 : Vecteurs propres.	32
Tableau 2.14 : Valeurs propres et leur variance associé.	33
Tableau 2. 15 : Coordonnées factorielles des variables.	36
Tableau 2.16 : Contribution des variables à l'inertie des axes.	37
Tableau 2.17 : Qualité des représentations des variables ($\cos^2$).	38
Tableau 2.18 : Coordonnées factorielles des individus.	43
Tableau 2.19 : Contribution relatives des individus à l'inertie des axes.	44
Tableau 2.20 : Qualités des représentations des individus ($\cos^2$)	46
Tableau 2.21 : Contribution des variables à la formation de l'axe 1.	50

Chapitre 3 : Une AFC pour l'analyse de la vulnérabilité d'un parc de réservoirs

Tableau 3.1: Table de données.	66
Tableau 3.2 : Tableau des profil-ligne	67
Tableau 3.3 : Tableau des profil-colonne.	68
Tableau 3.4 : Tableau de test de Khi2.	69
Tableau 3.5 : Tableau des valeurs propres et variances.....	69
Tableau 3.6 : Contribution des lignes.	71
Tableau 3.7 : Contribution des colonnes.	74
Tableau 3.8 : Cosinus carrés des lignes (Paramètres).....	77
Tableau 3.9 : Cosinus carrés des colonnes (niveau de vulnérabilité).	78

Introduction générale

Chapitre 1 : Synthèse bibliographique

Intrudocion	1
1.1 Différentes approche d'analyse des risques.....	1
1.2 Définition de la vulnérabilité.....	2.
1.3 Exposé de la méthode de l'indice de vulnérabilité des réservoirs	3.
1.4 Application de la méthode de l'indice de vulnérabilité à un cas d'étude	5.
1.4.1 Présentation du parc de réservoir expertisé.....	5
1.4.2 Fiche d'enquête du réservoir de Touaresse	6
1.4.3 Détermination de l'indice de vulnérabilité.....	12
Conclusion	17

Chapitre 2 : Application de l'ACP sous R à l'analyse de la vulnérabilité un parc de réservoirs

Introduction	18
2.1 Données ACP	18
2.2 Analyse en composante principale normée	22
2.2.1 Vérification des conductions d'application de l'ACP	25.
2.2.2 Détermination du seuil de corrélation significative	29
2.2.3 Calcul numérique des axes principaux.....	32
2.2.3.1 Sélection du nombre q axes factoriel retenir	33
2.2.4 Interprétation des résultats de l'ACP.....	34
2.2.4.1 Construction d'un espace factoriel	34
2.2.4.2 Composantes principales	35
2.2.4.3 Etude des variables (paramètres d'analyse).....	36.
2.2.4.4 Etude des individus.....	43
2.2.4.4.1 Cordonnées factoriel des individus.....	43.
2.2.4.4.2 Contribution relative des individus à l'inertie des axes.....	44.
2.2.4.4.3 Qualité de représentation des individus (cosinus carré)	45.
2.2.4.4.4 Projection les individus dans les plans factoriels.....	47.
2.2.4.4.5 Lien entre les variables et les individus	49

2.3 Variables supplémentaire.....	52
Conclusion.....	54

Chapitre 3 : Une AFC pour l'analyse de la vulnérabilité d'un parc de réservoirs

Intrudocion	56
3.1 Définition de l'AFC	56
3.2 Principe d'une AFC	56
3.3 Exposé de la méthode d'AFC	57
3.3.1 Présentation des données d'une AFC	57
3.3.2 Transformation des données en profils	58
3.3.2.1 Profils-lignes.....	58
3.3.2.2 Profils-colonnes	59
3.3.3 Nuages des profils	59
3.3.3.1 Nuages des profils-lignes.....	59.
3.3.3.2 Nuage de profils-colonnes	60.
3.3.4 Ajustement des profils.....	61
3.3.4.1 Ajustement du nuage des profils-lignes.....	61
3.3.4.2 Ajustement du nuage des profils-colonnes	62
3.3.5 La dualité.....	62
3.3.5.1 Statistique du khi2	62
3.3.5.2 Interprétation d'inertie des axes.....	63
3.3.6 Représentation graphique	64
3.3.7 Qualité de représentation cosinus carré.....	64
3.3.8 Contrebutons des axes.....	65
3.4 Application de l'AFC au cas d'étude.....	65
3.4.1 Présentation des données.....	65
3.4.2 Profils-lignes	67
3.4.3 Profils-colonnes.....	68
3.4.4 Test du khi2.....	69
3.4.5 Valeurs propres et variances.....	69
3.4.6 Représentation graphique des variables	70
3.4.7 Contrebutons et la qualité de représentation (cosinus carré) des variables.....	71
3.4.7.1 Contrebutons des lignes « paramètres d'analyse ».....	71

3.4.7.2	Contributions des colonnes	.74
	Tableau 3.7 : Contribution des colonnes.	74
	Figure 3.18 : Représentation graphique des points colonnes les plus contributifs.....	75
3.4.7.3	Qualité de représentation cosinus carré	.77
	Tableau 3.8 : Cosinus carrés des lignes (Paramètres).	.77
	Tableau 3.9 : Cosinus carrés des colonnes (niveau de vulnérabilité).....	78
3.4.7.4	Représentation des variables dans les deux axes factoriels	.79
	Conclusion	80

Conclusion générale

Références bibliographiques

Annexes

Depuis plus d'une dizaine d'année, l'équipe de recherchespécialisée en ouvrage hydraulique s'intéresse à la thématique de l'analyse de risque sur les ouvrages de génie civil, liés au métier de l'eau. Plusieurs pistes ont été entreprises voir explorées tant en durabilité qu'en vulnérabilité. Cet intérêt est dicté par l'aspect et l'importance particulière de ce type d'ouvrage, liés aux nouveaux défis qui attendent notre planète quant à la préservation de la ressource en eau.

Cette étude que nous développons ici se veut être une contribution pratique, permettant lacompréhension du phénomène du vieillissement des ouvrages hydrauliques, et par voie de conséquence de mettre au point des méthodologies pour l'évaluation de la vulnérabilité.La présente étude s'inscrit dans la continuité d'une série de travaux de recherche initiée par l'équipe de recherche enouvrages hydrauliques.Par ordre chronologique cet axe de recherche se décline comme suit :

Hammoumet al. (2011)ont étudié l'évaluation de la vulnérabilité aux aléas naturels du parc de réservoirs en bétonde la wilaya de Tizi-Ouzou, dans un système d'information géographique (SIG), ce travail a été effectué dans le cadre de la préparation du mémoire de master de Bouhadoun et Belkacem (2011). En (2012),Hammoumdans le cadre de la préparation de sa thèse de doctorat a développé des méthodes d'aide à l'expertise en vue du diagnostic et d'analyse de risques liés au vieillissement des réservoirs en béton armé. Ce travail de recherche a abouti à plusieurs publications, dont (Hammoum et al, 2011), (Hammoum et all, 2014)...etc. La méthode d'indice de vulnérabilité développé a été adaptéepar (Hammoum et al, 2014) aux réservoirs surélevé pour l'analyse de leur vulnérabilité sismique, et ce dans le cadre du mémoire de master de Slimani (2012). En (2013), Bouzelha et al ont développé une méthode d'expertisepour l'analyse de la vulnérabilité des retenues collinaire. Ce travail a été soutenu par Saradouni en 2013 dans le cadre de la préparation de sa thèse de magister et a été testé avec succès à l'échelle du parc de la wilaya de Tizi-Ouzou. En vue d'une contribution à l'étude de la vulnérabilité des réservoirs en béton, l'Analyse des composantes principales ACP a été appliqué dans le cadre de la préparation du mémoire de magister de Miloudi(2014). Ce travail a donné lieu à une publication (Miloudi et al, 2016).Cette méthode ACP a été appliquée au cas des retenues collinaires par Bouzelha dans le cadre du mémoire de master de Haouili et Djema(2019). Aliche (2016), dans sa thèse de doctorat a traité l'évolution de vulnérabilité des réservoirs en béton dans leur cycle de vie. Ce travail de recherche est en cours de publication.

La démarche de l'étude que nous présentons ici, et qui s'inscrit dans la continuité de ces travaux de recherche est assez intéressante dans la mesure où les paramètres d'analyse de

L'indice de vulnérabilité « Iv » sont basés sur une étude qualitative du jugement de l'expert. L'Analyse en Composantes Principales « **ACP** » de ces paramètres d'analyse de la vulnérabilité des réservoirs, initiée précédemment sur les travaux de Miloudi(2014) et deHaouili et Djema (2019)àdonné une satisfaction partielle car est plus adaptée aux variables d'analyse quantitatives. C'est dans cette optique que nous proposons une analyse plus adaptée à ce type de paramètres qualitatifs nommée Analyse Factorielle des Correspondances « **AFC** »pour apprécier la liaison ou plus précisément la correspondance entre les différents paramètres d'analyse et le niveau de vulnérabilité. Ainsi le travail est structuré en trois chapitres :

Le premier chapitre est consacré la présentation de la méthode de l'indice de la vulnérabilité aux aléas naturels. Celle-ci est testée à l'échelle du parc de 54 réservoirs de la wilaya de Tizi-Ouzou.

Le deuxième chapitre est consacré à l'application de la méthode d'Analyse en Composantes Principales « **ACP** » pour l'analyse de la vulnérabilité du parc de réservoirs expertisés, en utilisant le logiciel le **R**[®]. Ces résultats seront confrontés ceux issus du logiciel **Statbox** par Miloudi (2014).

Le troisième chapitre, qui fait l'originalité de ce travail, est dédié à l'application de la Méthode « **AFC** » pour l'analyses de la vulnérabilité des réservoirs du parc ayant fait l'objet d'étude. Le logiciel utilisé est le **R**[®].

Enfin, une conclusion générale relatera les principaux apports de notre travail.

Introduction

En génie civil les réservoirs de stockage d'eau en béton sont considérés comme des ouvrages d'arts hydrauliques qui occupent une place très particulière parmi les constructions, ils occupent une place importante dans les réseaux d'adduction. Afin d'assurer la charge nécessaire aux abonnés, les réservoirs sont implantés sur des sommets de collines et de monticoles ; c'est pour cette raison que ces ouvrages sont soumis à des conditions très rudes ; comme les intempéries (neige et vent) et aux catastrophes naturelles (séisme).

En Algérie, il n'existe pas une méthodologie standard permettant l'analyse de la vulnérabilité des réservoirs. En 2012, Hammoum a mis au point une méthode de diagnostic, basé sur l'évaluation de l'indice de vulnérabilité aux aléas naturels (séisme, neige, vent etc), afin de prédire le niveau de dégradation et de vieillissement pouvant survenir dans ces ouvrages hydrauliques.

Dans ce chapitre, nous présenterons brièvement cette méthode qualitative pour l'évaluation de l'indice de vulnérabilité de réservoirs, avec une application un cas d'étude. Nous présenterons également les résultats de l'expertise effectuée à l'échelle d'un parc de la wilaya de Tizi-Ouzou en vue de leur exploitation.

1.1 Différentes approche d'analyse des risques

Les méthodes d'analyse de risques sont regroupées dans deux familles : les méthodes internes et les méthodes externes.

❖ Les méthodes internes

Elles reposent sur la connaissance profonde du fonctionnement du système étudié (un ouvrage en génie civil). Nous distinguons deux approches :

✚ **Approche par modèle physique** : cette approche repose sur la modélisation physique des processus ou discrets de dégradation du système.

✚ **La modélisation fonctionnelle par la sûreté de fonctionnement** : elle repose sur la prévision de l'évaluation de la performance du système (aptitude au service, sécurité structurale, durabilité...) en fonction de l'environnement et des sollicitations auxquelles il est soumis.

❖ Les méthodes externes

Nous distinguons les méthodes basées sur l'analyse statistique et celles basées sur l'expertise :

✚ **Analyse des risques à partir des statistiques** : l'analyse des risques à partir des statistiques est mise en œuvre en génie civil des lors qu'il est possible d'établir des corrélations entre les défaillances et des facteurs explicatifs. les statistiques sont

utilisées couramment pour l'analyse de phénomènes présentant une dérive au cours du temps. Elles permettent la prévision de l'évolution du comportement d'un ouvrage (prévision des déplacements, des pressions interstitielles....) et l'anticipation des phénomènes indésirables. Et parmi ces analyses « Analyse des données multi-variées » « L'ADM » regroupe un ensemble de méthodes statistiques utilisées pour analyser les données caractérisées par le fait qu'à chaque individu statistique sont associées plusieurs valeurs observées. Ces méthodes d'analyses sont fondées, soit sur les mathématiques '*méthodes d'analyse factorielle*', soit sur l'informatique qualifiée le plus souvent d'automatique. Elles se distinguent les unes des autres selon les types de données décrites sur les individus et présentées sous forme de tableaux. Et parmi les méthodes d'analyse factorielle on retrouve:

- Analyse en composantes principales « ACP »;
- Analyse factoriel des correspondances « AFC »..... etc.

 **Analyse des risques par expertise :** l'analyse des risque par expertise est mise en œuvre ou la modalisation physique ou fonctionnelle n'est pas possible et ou les données sont peu abondantes. L'expert est alors le seul capable de prévoir l'évolution d'un système et ses défaillances potentielles. Certains domaines du génie civil à l'instar des ouvrage de la SNCF ou encore des constructions hydraulique, ont formalisé cette approche par le développement d'outils d'aide l'expertise basés sur la capitalisation des connaissances experte et du retour d'expérience, et parmi les études des plus intéressantes dans ce domaine « Vulnérabilité des ouvrage hydraulique » (barrages, réservoirs.....etc) on trouve les travaux fait par l'équipes de (*Mathieu et al, 1990*) et (*Hammoum et al ,2012*).

1.2 Définition de la vulnérabilité

La vulnérabilité traduit la fragilité d'un système dans son ensemble et sa capacité à surmonter les effets provoqués par les aléas naturels (neige, vent, séisme...etc.). Le seuil de vulnérabilité est considéré comme étant le niveau moyen de dégradation à un temps donné d'un réservoir de stockage. Les études de vulnérabilité sont réalisées sur des différentes constructions (bâtiments, ouvrages hydrauliques etc). La notion de vulnérabilité inclut l'importance des structures en termes de coût mis aussi de vies humaines menacées (*Miloudi, 2014*).

1.3 Exposé de la méthode de l'indice de vulnérabilité des réservoirs

En Algérie jusqu'à présent, il n'existe pas de méthodologie standardisée ou formalisée permettant d'analyser l'état de vulnérabilité des réservoirs. Dans les études préliminaires ou du diagnostic rapide, lorsqu'il n'y a pas de données suffisantes dans les réservoirs, l'analyse des risques utilise une inspection visuelle et se fonde uniquement sur les connaissances et les retours des experts. Nous décrivons dans cette section la méthode de l'indice de vulnérabilité des réservoirs aux risques naturels, développée par **Hammoum (2012)**. Cette méthode est basée sur différents types d'analyses ; *structurelle, fonctionnelle et environnementale*, comme le montre l'organigramme ci-après (figure1.1).

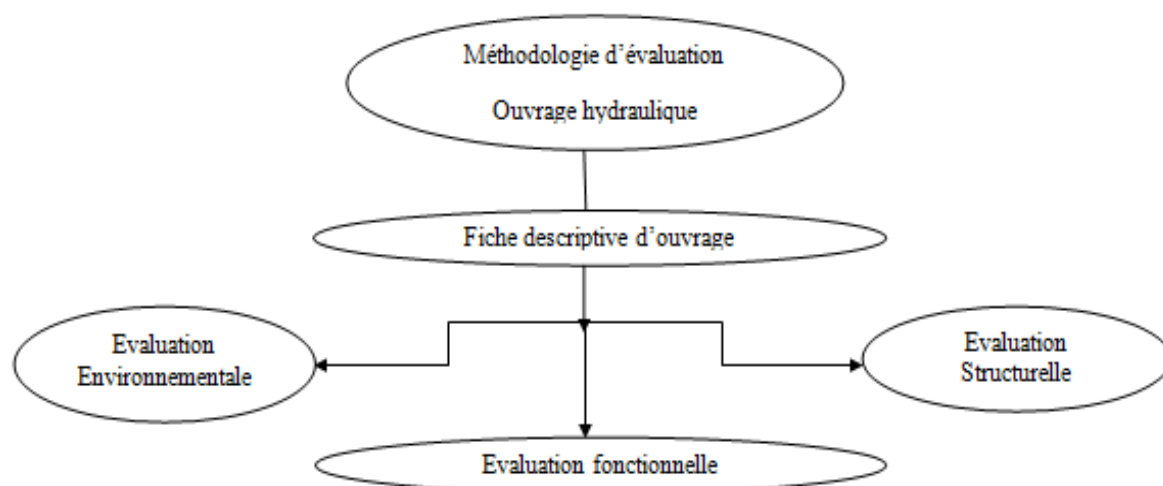


Figure 1.1 : Organigramme de la méthodologie d'évaluation des ouvrages hydrauliques (Mathieu, 2003).

Pour évaluer l'indice de vulnérabilité des réservoirs vis-à-vis des aléas naturels, treize paramètres influençant sur la vulnérabilité sont définis (tableau 1.1).

Tableau 1.1: Liste des paramètres d'analyse.

Type d'analyse	N°	Désignation des paramètres
Analyse environnementale	1	Implantation du réservoir
	2	Zone sismique
	3	Type de sol
	4	Zone de la neige
	5	Zone du vent
Analyse structurelle	6	Type de la structure
	7	Type de fondation
	8	Etanchéité des parois
	9	Etanchéité de la couverture
	10	Défauts apparents
Analyse fonctionnelle	11	Rôle de réservoir
	12	Importance du réservoir
	13	Fréquence d'entretien

Chacun des treize paramètres sera sanctionné par une note élémentaire N_{ei} . Le principe de notation choisi par **Hammoum (2012)** correspond aux critères d'amplification des notes en fonction de l'accroissement des risques de vulnérabilité. Chaque élément de notation est

affecté d'un coefficient P_i de pondération. La note élémentaire N_{ei} de chaque paramètre est comprise entre 1 et 4 : 1 correspond à la situation idéale et 4 à la situation critique avec des notes intermédiaires. Il en est de même des poids de pondération P_i dont les valeurs varient de 1 à 4 : 1 pour une pénalisation minimale du paramètre et 4 pour une pénalisation maximale en considérant des situations intermédiaires. L'expérience du **Cemagref**, dans le domaine d'évaluation des dégradations des ouvrages hydrauliques a montré qu'une analyse à 4 valeurs est bien adaptée au diagnostic rapide.

La note partielle d'un paramètre est alors obtenue par le produit ($N_{ei} \cdot P_i$) et l'indice de vulnérabilité « Iv » s'exprime comme la somme des notes partielles des différents paramètres :

$$Iv = \sum_{i=1}^{13} N_{ei} P_i$$

Pour un critère donné, une grille d'évolution de la note partielle ($N_{ei} \cdot P_i$) est construite en tenant compte de tous les scénarios possibles. Les résultats obtenus sont illustrés dans le tableau 1.2 (**Hammoum, 2012**).

Tableau 1.2 : Grille de hiérarchisation d'une note partielle d'un paramètre.

	Note élémentaire N_{ei}			
	1	2	3	4
	1	2	3	4
	2	4	6	8
	3	6	9	12
Pondération P_i	4	8	12	16

Aussi, en considérant tous les critères d'analyse énumérés précédemment au nombre de treize, une classification, répartie en quatre niveaux de vulnérabilité est proposée (tableau 1.3).

Tableau 1.3 : Classification d'un réservoir en fonction de son « Iv ».

Niveau de vulnérabilité	Vert	Orange 1	Orange 2	Rouge
Indice de vulnérabilité Iv	13-49	49-87	87-136	136-196

- **Le niveau vert : $13 \leq IV \leq 49$** : Le réservoir expertisé n'est pas vulnérable. L'ouvrage présente un bon comportement aux aléas naturels et ne nécessite pas une attention particulière après sa réalisation et sa mise en service. Seules les interventions ordinaires périodiques sont nécessaires.
- **Le niveau orange 1 : $49 \leq IV \leq 87$** : le comportement aux aléas naturels est assez bon. Le réservoir est moyennement vulnérable.

- **Le niveau orange 2 : $87 \leq IV \leq 136$** : le réservoir a une tenue et un comportement faible aux aléas naturels. Il présente une vulnérabilité assez élevée.
- **Le niveau rouge : $136 \leq IV \leq 196$** : le réservoir a une très faible tenue aux aléas donc une vulnérabilité très élevée. Par conséquent, le réservoir doit être mis hors service ou à défaut en situation de restriction d'utilisation, immédiatement.

1.4 Application de la méthode de l'indice de vulnérabilité à un cas d'étude

1.4.1 Présentation du parc de réservoir expertisé

Le parc de réservoirs de stockage d'eau potable qui fait l'objet de notre étude se trouve dans la wilaya de Tizi-Ouzou (tableau 1.4). Ces réservoirs ont été expertisés par Hammoum (2012) et Aliche (2014). Ces ouvrages en béton armé de forme circulaire sont gérés par l'Algérienne Des Eaux (ADE), et sont implantés dans les différentes daïra ; à savoir (Larbaa Nath Irathen, Draa Ben Khedda et Mekla). Cette région est classée zone de moyenne sismicité (zone IIa) selon le Règlement Parasismique Algérien (RPA99/2003).

Pour appliquer la méthode de l'indice de vulnérabilité, présentée ci-dessus, nous avons choisi un réservoir du parc ayant fait l'objet d'expertise par Aliche (2014), soit le réservoir N°24, implanté à Touaresse, daïra Draa Ben Khedda (tableau 1.4) Ce réservoir posé au sol, de capacité 1000 m³ a été réalisé en 1965. La fiche d'expertise établie par Aliche est présentée ci-après :

Tableau 1.4 : Présentation des réservoirs expertisés (Miloudi, 2014).

Région d'étude (daïra)	Nom du site	Code	Désignation des réservoirs
LarbaaNathIrathen	Adnis	1	Réservoir Irdjen de capacité 150 m3
	Ait hague	2	Réservoir Irdjen de capacité 100 m3
	Ait halli	3	Réservoir Irdjen de capacité 100 m3
	Ait yacoub	4	Réservoir Irdjen de capacité 150 m3
	Boudjlil	5	Réservoir Irdjen de capacité 500 m3
	Ibhlal	6	Réservoir Irdjen de capacité 500 m3
	Mehriz	7	Réservoir Irdjen de capacité 100 m3
	Mestigua	8	Réservoir Irdjen de capacité 50 m3
	Monobloc1	9	Réservoir Irdjen de capacité 500 m3
	Monobloc2	10	Réservoir Irdjen de capacité 500 m3
	SR1	11	Réservoir Irdjen de capacité 1000 m3
	SR2	12	Réservoir Irdjen de capacité 1000 m3
	SR3	13	Réservoir Irdjen de capacité 100 m3
	Taghanimt	14	Réservoir Irdjen de capacité 100 m3
	Taksebt	15	Réservoir Irdjen de capacité 2000 m3
	Tala amara	16	Réservoir Irdjen de capacité 200 m3
	Tansaout	17	Réservoir Irdjen de capacité 500 m3
	Tamazirt 1	18	Réservoir Irdjen de capacité 500 m3
	Tamazirt 2	19	Réservoir Irdjen de capacité 200 m3
	Zone insustrielle	20	Réservoir Irdjen de capacité 2 x 1500 m3
	Ath ighil	21	Réservoir Irdjen de capacité 200 m3
	Mouldioun village	22	Réservoir DBK de capacité 200 m3

Draa Ben Khedda	Mouldioune zone	23	Réservoir DBK de capacité 1000 m3
	Touaresse	24	Réservoir DBK de capacité 1000 m3
	Touaresse	25	Réservoir DBK de capacité 1000 m3
	SR1	26	Réservoir Sidi Naaman de capacité 1000 m3
	SR2	27	Réservoir Sidi Naaman de capacité 1000 m3
	chef lieu	28	Réservoir Sidi Naaman de capacité 200 m3
	Maassal	29	Réservoir Sidi Naaman de capacité 1000 m3
	Chef lieu 1	30	Réservoir Tadmaït de capacité 1000 m3
	Chef lieu 2	31	Réservoir Tadmaït de capacité 1500 m3
	keflaagab	32	Réservoir Tadmaït de capacité 200 m3
	Baghdad	33	Réservoir Tadmaït de capacité 200 m3
	Ait Saada (ouarezki)	34	Réservoir Tadmaït de capacité 100 m3
	Ait Saada bas	35	Réservoir Tadmaït de capacité 200 m3
	Ait Saada haut	36	Réservoir Tadmaït de capacité 300 m3
	TighiltTiguerfiouine	37	Réservoir Tadmaït de capacité 1000 m3
	Telta 1	38	Réservoir Tadmaït de capacité 100 m3
	Telta 2	39	Réservoir Tadmaït de capacité 1500 m3
	Adjaba	40	Réservoir Tirmatine de capacité 250 m3
	Avarane 1	41	Réservoir Tirmatine de capacité 500 m3
	Avarane 2	42	Réservoir Tirmatine de capacité 1500 m3
	Herrouka 1	43	Réservoir Tirmatine de capacité 500 m3
	Herrouka 2	44	Réservoir Tirmatine de capacité 100 m3
	Ibhlal 1	45	Réservoir Tirmatine de capacité 100 m3
	Ibhlal 2	46	Réservoir Tirmatine de capacité 200 m3
	Megdoul 1	47	Réservoir Tirmatine de capacité 200 m3
	Megdoul 2	48	Réservoir Tirmatine de capacité 500 m3
	Menacera	49	Réservoir Tirmatine de capacité 100 m3
Mekla	chef lieu 1	50	Réservoir Mekla de capacité 500 m3
	chef lieu 2	51	Réservoir Mekla de capacité 200 m3
	SRI Chaibe	52	Réservoir Mekla de capacité 500 m3
	SR2 Djamaa NSaridj	53	Réservoir Mekla de capacité 500 m3
	SR3 Djamaa N Saridj	54	Réservoir Mekla de capacité 1000 m3

1.4.2 Fiche d'enquête du réservoir de Touaresse

❖ Fiche descriptive de l'ouvrage

Wilaya : Tizi-Ouzou

Daïra : Draa Ben Khedda

Commune : Draa Ben Khedda

Lieu dit : Touaresse

Coordonnées (système de projection : UTM) :

X :

Y :

Date de visite : 09-02-2014

Capacité de l'ouvrage : 1000 m³

Forme de l'ouvrage : Circulaire (X) Rectangulaire ()

Carré () Quelconque ()

Date de mise en service : 1980

Personnes rencontrées sur site : SHAKI MOHAMED

Clôture : Oui

Nom des ingénieurs chargés de l'expertise :

- H.HAMMOUM
- N.MILOUDI
- A.ALICHE

❖ Evaluation environnementale

a.1. Implantation de l'ouvrage

Paramètres hydrologique (Pi)				
Implantation de l'ouvrage (Nei)	Au sud du pays (1)	Sur la bande nord à l'ouest de pays (2)	Sur la bande au centre de pays (3)	Sur la bande nord à l'est de pays (4)
Montagne (1)			X	
Vallées de tell (2)				
Hauts plateaux et nord de l'Atlas Saharien (2)				
Grandes étendues sahariennes (3)				
Région côtière (4)				

a.2. Zone sismique

Site d'implantation (Pi)				
Zone sismique (Nei)	Milieu désertique (1)	Milieu rural (2)	Milieu industriel (3)	Milieu urbain (4)
Zone0 (1)				
Zone I (1)				
Zone IIa (2)				X
Zone IIb (3)				
Zone III (4)				

a.3. Type de sol

Effet du site (Pi)				
Type de sol (Nei)	risque de liquéfaction (1)	Présence de faille en surface (2)	Risque d'éboulement rocheux (3)	Risque de glissement de terrain (4)
Sol rocheux (1)				
Sol ferme (2)				
Sol meuble (3)				X
Sol très meuble (4)				

a.4. Action de la neige et de sable

Forme de toiture (Pi)				
Zone de neige (Nei)	En forme de voutes (1)	En pente à un ou à deux versants (2)	A versants multiples ou à deux redans (3)	Avec discontinuités de niveau (4)
Zone D (1)				
Zone C (2)				
Zone B (3)				
Zone A (4)	X			

a.5. Action de vent

Zone de vent Nei	Pas d'action (1)	Zone I (2)	Zone II (3)	Zone III (4)
		X		
Pi=Ph+Pc+Pt+Ps				
Hauteur de réservoir Ph	Catégorie de terrain Pc		Site topographique Pt	Etat de surface Ps
Hauteur <5m : 0,25	Catégorie I : 0,25		Site 1 : 0,25	Site 1 : 0,25
Hauteur de 5 à 10m : 0,50	Catégorie II : 0,50	X	Site II : 0,50	Site II : 0,50
Hauteur de 10 à 15m : 0,75	Catégorie III : 0,75		Site III : 0,75	Site III : 0,75
Hauteur >15m : 1,00	Catégorie IV : 1,00		Site IV : 1,00	Site IV : 1,00

❖ Evaluation structurelle

a.1. Type de structure

Matériaux (Pi)	Charpente métallique (1)	Béton précontraint (2)	Béton armé (3)	Maçonnerie (4)
Type de réservoir (Nei)				
Réservoir enterré (1)				
Réservoir semi enterré (2)				
Réservoir posé au sol (3)			X	
Réservoir surélevé (4)				

a.2. Type de fondation

Etat de tassement (Pi)	Pas de tassement (1)	Début d'évolution de tassement avec arrêt (2)	Tassement indiquant une évolution avancée (3)	Tassement qui traduit une modification de comportement (4)
Type de fondation (Nei)				
Puits ou pieux (1)				
Radier général (2)	X			
semelles continus (3)				
semelles isolée (4)				

a.3. Etanchéité de la paroi

Etat de l'étanchéité (Pi)	Satisfaisante (1)	Assez Satisfaisante (2)	Moyennement satisfaisante (3)	Insatisfaisante (4)
Mode de l'étanchéité de la paroi (Nei)				
Classe A (1)				
Classe B (2)			X	
Classe C (3)				
Classe D (4)				

a.4. Etanchéité de la couverture

Etat de l'étanchéité (Pi)	Satisfaisante 1	Assez Satisfaisante 2	Moyennement satisfaisante 3	Insatisfaisante 4
Type de couverture (Nei)				
Revêtement par imprégnation de surface (1)				
Revêtement de type enduit (2)		X		
Revêtement résine synthétique (3)				
Revêtement par membrane (4)				

a.5. Défauts apparents

Age de l'ouvrage (Pi)	1	2	3	4
Indice de gravité (Nei)	1	2	3	4
Niveau 1 (1)				
Niveau 2 (2)				
Niveau 3 (3)				X
Niveau 4 (4)				

❖ **Evaluation fonctionnelle****a.1. Rôle d'un réservoir dans un réseau**

Etat d'accessibilité de L'ouvrage (Pi)	1	2	3	4
Rôle du réservoir (Nei)	1	2	3	4
Réservoir brise charge ou de transit (1)				
Réservoir de distribution (2)	X			
Réservoir de tête (3)				
Réservoir de station de pompage (4)				

a.2. Importance du réservoir

Capacité de l'ouvrage Pi	1	2	3	4
Importance de l'ouvrage Nei	1	2	3	4
Le réservoir alimente des bâtiments du groupe 3 (1)				
Le réservoir alimente des bâtiments du groupe 2 (2)				
Le réservoir alimente des bâtiments du groupe IB (3)		X		
Le réservoir alimente des bâtiments du groupe 1A (4)				

a.3. Fréquence d'entretien

Fréquence de l'entretien Nei	1	2	3	4
				X

❖ **Pathologies répertoriées**

L'expertise effectuée sur l'ouvrage Touaresse par Hammoum (2012), Miloudi (2014) et Aliche (2016) à révélé plusieurs pathologies ; à savoir : fissures et suintements, éclatement du béton, présence de végétation...etc. Ces défauts apparents sont illustrés par les figures ci-après :



Figure 1.2 : Fissure et trou sur la couverture.

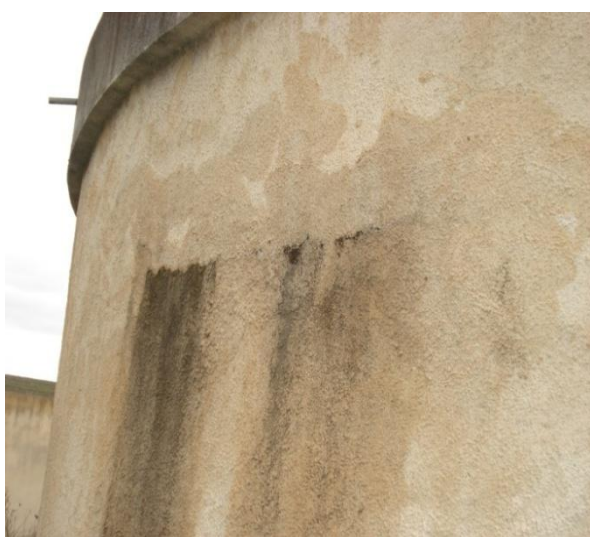


Figure 1.3 : Suintement au niveau de la paroi.



Figure 1.4 : Fuite sur la paroi du réservoir.



Figure 1.5: Eclatement de l'enduit d'enrobage des aciers.



Figure 1.6 : Eclatement de l'enduit d'enrobage et fissure horizontale dans la paroi sous la ceinture supérieure.



Figure 1.7 : Ecaillage sous la ceinture supérieure du réservoir Touaressse 1965.



Figure 1.8 : Fissure horizontale sur la paroi du réservoir Touaressse 1965.



Figure 1.9 : Fissure et suintement au niveau du radier.



Figure 1.10: Présence de végétation autour du réservoir.



Figure 1.11: Fuite au niveau de la paroi du réservoir.

L'origine de ces défauts est liée au manque d'entretien de l'ouvrage ou des erreurs dans le dimensionnement, et à l'accroissement de la fréquence de chargement, vu l'évolution

démographique de la ville de DBK depuis l'année de mise en service de l'ouvrage. Ce qui peut induire la perte de résistance de l'ouvrage suite à la dégradation de l'étanchéité et à la propagation des fissures et des fuites. Selon la classification de Mathieu, est en se basant sur les défauts énumérés, nous déduisons que le réservoir Touaresse est classé indice de gravité de niveau 3 défaut spécifique de gravité variable. La non prise en charge de l'ouvrage par le gestionnaire peut produire une évolution anormale des dégâts ; ce qui va mettre en cause la durée de vie de l'ouvrage.

1.4.3 Détermination de l'indice de vulnérabilité

L'indice de vulnérabilité est calculé sur la base des informations portées sur la fiche d'enquête. Le détail de calcul est présenté sur le tableau 1.5 La valeur de l'indice de vulnérabilité obtenue $[49 < (IV=77,50) < 87]$ classe le réservoir expertisé en **orange 1**. Il présente une vulnérabilité moyenne aux différents aléas naturels. Les indices de vulnérabilité des différents réservoirs expertisés sont déterminés par procédés analogue. Les résultats sont illustrés dans le (tableau1.6).

Tableau 1.5 : Calcul de l'indice de vulnérabilité au jour de l'inspection en 2014.

Evaluation	Paramètre	Critère de notation	Note élémentaire	N _{ei}	Coefficient de pondération		Pi	N _{ei} .P _i	
2. Environnementale	1	Implantation de l'ouvrage	Montagne	1	Paramètre hydraulique	Bande nord centre	3	3	32.5
	2	Zone sismique	Zone IIa	2	Site d'implantation	Milieu désertique	4	8	
	3	Type de sol	Sol rocheux	3	Effet du site	Risque d'éboulement	4	12	
	4	Zone de neige	Zone A	4	Forme de toiture	Toiture en forme de coupole	1	4	
	5	Zone du vent	Zone I	2	Hauteur	Ph = 0,75,	2.75	5.5	
					Catégorie du terrain	Pc = 0,50,			
					Site topographique	Pt = 0,75,			
					Etat de surface	Ps = 0,75.			
3. Structurelle	6	Type de réservoir	Posé au sol	3	Matériaux	Béton armé	3	9	33
	7	Type de fondation	Radier	2	Etat de tassement	Pas de tassement	1	2	
	8	Mode de l'étanchéité de la paroi	Classe B	2	Etat de l'étanchéité	Etanchéité satisfaisante.	3	6	
	9	Type de couverture	Revêtement par enduit	2	Etat de l'étanchéité	Pas de désordres visibles, satisfaisante	2	4	
	10	Indice de gravité	Niveau 1	1	Age de l'ouvrage	Age de l'ouvrage : 1 an	4	12	
4. Fonctionnelle	11	Rôle du réservoir	Distribution	2	Etat d'accessibilité de l'ouvrage	route revêtue	1	2	12
	12	Importance de l'ouvrage	Pour bâtiments du groupe 1B	3	Capacité de l'ouvrage	Capacité : 1000 m³	2	6	
	13	Fréquence de l'entretien	Semestrielle	4			4	4	
					Indice de vulnérabilité		Iv	77.5	

Tableau 1.6: Résultats de l'indice de vulnérabilité des réservoirs expertisés.

Paramètres Nom du site	Code	I _v	Implantation de l'ouvrage	Zone Sismique	Type De Sol	Action De la Neige	Action De Vent	Type de la structure	Type des Fondations	Etanchéité De la paroi	Etanchéité De la Couverture	Défauts Apparents	Rôle de réservoir	Importance de ouvrage	Fréquence De L'entretien
Abréviation utilisées		I _v	I.R.1	Z.S	T.S	A.N	A.V	T.S.1	T.F	E.P	E.C	D.A	R.R	I.R	F.E
Adnis (Irdjen)	1	70.5	3	4	8	4	5.5	9	2	6	6	12	6	1	4
Ait hague (Irdjen)	2	53	3	2	8	4	5	6	2	2	2	8	6	1	4
Ait halli (Irdjen)	3	66.5	3	4	12	4	5.5	9	4	4	2	12	2	1	4
Ait yacoub (Irdjen)	4	53	3	2	4	4	5	6	2	2	6	8	6	1	4
Boudjlil (Irdjen)	5	52	3	2	3	4	6	9	2	4	2	6	6	1	4
Ibhlal (Irdjen)	6	58.5	3	2	8	4	6.5	9	2	8	2	6	3	1	4
Mehriz (Irdjen)	7	51.5	3	4	3	4	5.5	9	2	6	2	2	6	1	4
Mestigue (Irdjen)	8	65.5	3	4	8	4	5.5	6	2	6	4	12	6	1	4
Monoblo 1 (Irdjen)	9	52	3	4	12	4	4	9	2	2	2	1	4	1	4
Monoblo 2 (Irdjen)	10	52.5	3	4	6	4	5	9	2	2	2	2	8	1	4
SR1 (Irdjen)	11	60.5	3	4	8	4	6.5	9	2	6	2	6	4	2	4
SR 2 (Irdjen)	12	52	3	4	8	4	6	9	2	2	2	2	4	2	4
SR 3 (Irdjen)	13	64.5	3	2	8	4	5.5	9	2	2	2	4	6	1	4
Taghanimt (Irdjen)	14	51.5	3	4	8	4	5.5	9	2	2	8	12	2	1	4
Taksebt (Irdjen)	15	48	3	4	4	4	6.5	9	2	4	2	6	1	2	4
Tala amara (Irdjen)	16	48.5	3	4	4	4	5	9	2	2	2	6	2	1	4
Tansaout (Irdjen)	17	57	3	2	4	4	5.5	9	2	2	2	4	6	1	4
Tamazirt 1 (Irdjen)	18	51	3	4	4	4	5	6	2	2	8	8	6	1	4
Tamazirt 2 (Irdjen)	19	79	3	4	3	4	6	9	2	6	2	2	4	2	4
Zone insuatrielle (Irdjen)	20	67	3	2	12	4	6	9	2	4	12	12	6	3	4
Ath Ighil (Irdjen)	21	75.5	3	4	8	4	6	9	2	6	2	12	6	1	4
Mouldioune village (DBK)	22	54.5	3	4	12	4	6.5	9	4	8	8	9	2	2	4
Moudioune zone (DBK)	23	77.5	3	4	8	4	5.5	9	2	2	2	3	4	4	4
Touaresse (DBK)	24	72	3	8	12	4	5.5	9	2	6	4	12	2	6	4
Touaresse (DBK)	25	59.5	3	8	12	4	6	9	4	2	4	8	2	6	4
SR 1 (Sidi Naaman)	26	54.5	3	4	12	4	5.5	9	2	4	2	4	2	4	4
SR 2 (SidiNaaman)	27	71.5	3	4	12	4	5.5	9	2	2	2	2	1	4	4
Chef lieu (Sidi Naaman)	28	64	3	4	12	4	5.5	9	2	8	4	12	2	2	4
Maassal (Sidi Naaman)	29	74.5	3	4	8	4	6	9	2	4	8	4	4	4	4
Chef lieu 1 (Tadmait)	30	63	3	8	12	4	4.5	6	2	6	6	9	4	6	4
Chef lieu 2 (Tadmait)	31	72	3	8	12	4	5	6	2	6	2	3	2	6	4
Kef laagab (Tadmait)	32	60	3	4	12	4	5	9	2	6	6	9	6	2	4

Baghdad (Tadmait)	33	68	3	4	12	4	4	6	2	4	4	9	2	2	4
Ait Saada ouarezki (Tadmait)	34	60	3	4	12	4	5	9	2	6	6	9	2	2	4
Ait Saada bas (Tadmait)	35	50.5	3	2	8	4	6	6	2	4	6	9	4	2	4
Ait Saada haut (Tadmait)	36	66	3	2	8	4	5.5	9	4	2	2	1	4	2	4
Tighilt Tiguerfiouine (Tadmait)	37	56.5	3	4	8	4	5	9	2	6	4	9	4	4	4
Telta 1 (Tadmait)	38	72.5	3	4	12	4	5.5	9	2	6	4	9	8	2	4
Telta 2 (Tadmait)	39	65.5	3	4	12	4	5.5	9	2	4	2	2	8	6	4
Adjaba (Tirmitine)	40	61.5	3	4	4	4	5.5	9	2	4	6	12	2	2	4
Avarane 1 (Tirmitine)	41	75.5	3	4	12	4	5.5	9	2	2	12	12	4	2	4
Avarane 2 (Tirmitine)	42	61	3	4	12	4	5	6	2	6	2	3	4	6	4
Herrouka 1 (Tirmitine)	43	66	3	4	4	4	6	9	2	6	4	12	4	4	4
Herrouka 2 (Tirmitine)	44	56.5	3	4	4	4	5.5	9	2	4	4	8	3	2	4
Ibhlal 1 (Tirmitine)	45	57	3	4	8	4	5	9	2	4	4	4	4	2	4
Ibhlal 2 (Tirmitine)	46	48	3	4	8	4	5	9	2	2	2	1	2	2	4
Megdoul 1 (Tirmitine)	47	56.5	3	4	4	4	5.5	9	2	4	4	1	8	4	4
Megdoul 2 (Tirmitine)	48	49.5	3	4	4	4	5.5	9	2	4	2	3	1	4	4
Menacera (Tirmitine)	49	51.5	3	4	8	4	5.5	9	2	4	2	2	2	2	4
Chef lieu 1 (Mekla)	50	69	3	8	12	4	5	6	2	4	2	12	4	3	4
Chef lieu 2 (Mekla)	51	63.5	3	6	12	4	4.5	3	2	4	2	12	4	3	4
SR 1 Chaibe (Mekla)	52	71.5	3	4	12	4	5.5	9	2	6	4	12	4	2	4
SR 2 Chaibe (Mekla)	53	62	3	4	8	4	5	6	2	4	4	12	4	2	4
SR 3 Chaibe (Mekla)	54	65.5	3	4	8	4	5.5	9	2	4	6	9	3	4	4

Pour montrer l'intérêt de cette méthode d'indice de vulnérabilité, **Hammoum (2012)** a procédé une analyse thématique des réservoirs de la commune d'Irdjen, en utilisant un SIG. La répartition spatiale des réservoirs est présentée en figure 1.12.



Figure 1.12 : Répartition spatiale du parc des réservoirs expertisés dans la zone d'étude (Hammoum.2012).

Afin d'apprécier l'évolution de la vulnérabilité dans le temps des réservoirs du parc, cette analyse est effectuée en considérant trois périodes de leur cycle de vie : la mise en service (figure 1.13), le jour de l'inspection de l'ouvrage (figure 1.14) et l'après réhabilitation de l'ouvrage (figure 1.15).



Figure 1.13: Analyse thématique pour l'indice de vulnérabilité à la mise en service.



Figure 1.14: Analyse thématique pour l'indice de vulnérabilité au jour de l'inspection 2010.



Figure 1.15 : Analyse thématique pour l'indice de vulnérabilité après réhabilitation.

Les résultats de l'analyse, faite à la mise en service, ont montré que 75% des réservoirs présentaient un bon comportement aux aléas naturels (classe verte) et 25% des ouvrages sont classés en orange 1 (figure 1.13). Ceci s'explique bien sûr par l'influence de certains paramètres environnementaux (lieu d'implantation, type du sol), et fonctionnels (le rôle du réservoir, l'accessibilité). Au jour de l'inspection, il a été constaté que 20% seulement des réservoirs expertisés sont de classe verte (figure 1.14). En revanche, 80% des réservoirs restants sont de classe orange 1. Ainsi, l'indice de vulnérabilité augmente en fonction de l'âge

et du niveau de gravité des ouvrages ceci étant dû aux aléas naturels et accélérés par le manque d'entretien. Après réhabilitation, une diminution de l'indice de vulnérabilité a été marquée et 37% des réservoirs ont retrouvé un bon comportement (figure 1.15) (**Hammoum, 2012**).

Conclusion

La méthode de l'indice de vulnérabilité aux aléas naturels mis au point par Hammoum (**2012**), permet une évaluation simplifiée et rapide de la vulnérabilité des réservoirs en béton armé ; comme nous l'avons montré à travers l'expertise effectuée à l'échelle d'un parc de 54 réservoirs dans la wilaya de Tizi-Ouzou. Pour une analyse plus poussée des paramètres de vulnérabilités définis, et afin de ressortir les liaisons existantes entre ces derniers, nous proposons d'appliquer dans un premier temps la méthode l'analyse en composantes principales « **ACP** » sous le Logiciel **R**®, afin de vérifier les résultats obtenus par Miloudi, (**2014**) sur le même parc de réservoirs, en utilisant le logiciel **Satbox**. Dans la continuité de ce travail, nous proposons une méthode plus adaptée aux variables qualitatives ; à savoir l'analyse factorielle des correspondances « **AFC** » pour traiter le tableau de vulnérabilité calculé à l'échelle du parc de réservoirs présentés afin de ressortir les correspondances entre les paramètres.

Introduction

L'analyse en composantes principales dite « **ACP** » est une méthode statistique multivariée destinée à rechercher des informations contenues dans un tableau de variables quantitatives décrites sur des individus, et permet d'explorer les liaisons entre variables et les ressemblances entre individus (*Miloudi, 2014*).

Dans le cadre de ce chapitre, l'ACP est appliquée à l'échelle du parc de réservoirs présenté dans le premier chapitre afin de ressortir les liaisons existantes entre les paramètres d'analyse (*environnementaux, structuraux et fonctionnels*) ayant servi de base pour le calcul de l'indice de vulnérabilité des réservoirs (individus) et mettre en valeur la sensibilité de certains de ces paramètres (variables) par rapport aux autres, pour déterminer quel sont les paramètres les plus influant. Le logiciel **R**® est utilisé pour l'application de cette « **ACP** ». Les résultats seront comparés ceux obtenus par Miloudi (*2014*) sur le même parc de réservoir, en utilisant **Statbox**.

2.1 Données ACP

L'analyse en composantes principale s'applique à des tableaux rectangulaires croisant des individus en ligne et les variables quantitatives en colonnes (tableau 2.1).

Tableau 2.1 : Représentation d'un type tableau de donnée ACP.

<i>Individus</i> \ <i>Variables</i>	<i>Var₁... Var_j... Var_p</i>
Ind ₁ ⋮ Ind _i ⋮ Ind _n	X _{ij}

Cette matrice qu'on note par **X** possède des observations à ***n*** individus et ***p*** variables. A l'intersection d'une ligne et d'une colonne se trouve la valeur de la modalité pour l'individu.

$$X = \begin{bmatrix} x_{11} & \cdots & x_{1p} \\ x_{21} & \cdots & x_{2p} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ x_{n1} & \cdots & x_{np} \end{bmatrix} \quad (2.1)$$

Dans notre cas d'étude, les individus sont « **les réservoirs** » au nombre de 54 ($n=54$) et les variables sont « **les paramètres d'analyse** » au nombre de 13 ($p=13$), tel que l'illustre le tableau 2.2.

Tableau 2.2 : Données brutes $n \times p$.

Paramètres Nom du site	Code	I _v	Implantation de l'ouvrage	Zone Sismique	Type De Sol	Action De la Neige	Action De Vent	Type de la structure	Type des Fondations	Etanchéité De la paroi	Etanchéité De la Couverture	Défauts Apparents	Rôle de réservoir	Importance de ouvrage	Fréquence De L'entretien
Abréviation utilisées		I _v	I.R.1	Z.S	T.S	A.N	A.V	T.S.1	T.F	E.P	E.C	D.A	R.R	I.R	F.E
Adnis (Irdjen)	1	70.5	3	4	8	4	5.5	9	2	6	6	12	6	1	4
Ait hague (Irdjen)	2	53	3	2	8	4	5	6	2	2	2	8	6	1	4
Ait halli (Irdjen)	3	66.5	3	4	12	4	5.5	9	4	4	2	12	2	1	4
Ait yacoub (Irdjen)	4	53	3	2	4	4	5	6	2	2	6	8	6	1	4
Boudjlil (Irdjen)	5	52	3	2	3	4	6	9	2	4	2	6	6	1	4
Ibhlal (Irdjen)	6	58.5	3	2	8	4	6.5	9	2	8	2	6	3	1	4
Mehriz (Irdjen)	7	51.5	3	4	3	4	5.5	9	2	6	2	2	6	1	4
Mestigue (Irdjen)	8	65.5	3	4	8	4	5.5	6	2	6	4	12	6	1	4
Monoblo 1 (Irdjen)	9	52	3	4	12	4	4	9	2	2	2	1	4	1	4
Monoblo 2 (Irdjen)	10	52.5	3	4	6	4	5	9	2	2	2	2	8	1	4
SR1 (Irdjen)	11	60.5	3	4	8	4	6.5	9	2	6	2	6	4	2	4
SR 2 (Irdjen)	12	52	3	4	8	4	6	9	2	2	2	2	4	2	4
SR 3 (Irdjen)	13	64.5	3	2	8	4	5.5	9	2	2	2	4	6	1	4
Taghanimt (Irdjen)	14	51.5	3	4	8	4	5.5	9	2	2	8	12	2	1	4
Takebt (Irdjen)	15	48	3	4	4	4	6.5	9	2	4	2	6	1	2	4
Tala amara (Irdjen)	16	48.5	3	4	4	4	5	9	2	2	2	6	2	1	4
Tansaout (Irdjen)	17	57	3	2	4	4	5.5	9	2	2	2	4	6	1	4
Tamazirt 1 (Irdjen)	18	51	3	4	4	4	5	9	2	2	8	8	6	1	4
Tamazirt 2 (Irdjen)	19	79	3	4	3	4	6	9	2	6	2	2	4	2	4
Zone insustrielle (Irdjen)	20	67	3	2	12	4	6	9	2	4	12	12	6	3	4
Ath Ighil (Irdjen)	21	75.5	3	4	8	4	6	9	2	6	2	12	6	1	4
Mouldioune village (DBK)	22	54.5	3	4	12	4	6.5	9	4	8	8	9	2	2	4
Moudioune zone (DBK)	23	77.5	3	4	8	4	5.5	9	2	2	2	3	4	4	4
Touaresse (DBK)	24	72	3	8	12	4	5.5	9	2	6	4	12	2	6	4
Touaresse (DBK)	25	59.5	3	8	12	4	6	9	4	2	4	8	2	6	4
SR 1 (Sidi Naaman)	26	54.5	3	4	12	4	5.5	9	2	4	2	4	2	4	4
SR 2 (Sidi Naaman)	27	71.5	3	4	12	4	5.5	9	2	2	2	2	1	4	4
Chef lieu (Sidi Naaman)	28	64	3	4	12	4	5.5	9	2	8	4	12	2	2	4
Maassal (Sidi Naaman)	29	74.5	3	4	8	4	6	9	2	4	8	4	4	4	4
Chef lieu 1 (Tadmait)	30	63	3	8	12	4	4.5	6	2	6	6	9	4	6	4
Chef lieu 2 (Tadmait)	31	72	3	8	12	4	5	6	2	6	2	3	2	6	4
Kef laagab (Tadmait)	32	60	3	4	12	4	5	9	2	6	6	9	6	2	4
Baghdad (Tadmait)	33	68	3	4	12	4	4	6	2	4	4	9	2	2	4

Ait Saada ouarezki (Tadmait)	34	60	3	4	12	4	5	9	2	6	6	9	2	2	4
Ait Saada bas (Tadmait)	35	50.5	3	2	8	4	6	6	2	4	6	9	4	2	4
Ait Saada haut (Tadmait)	36	66	3	2	8	4	5.5	9	4	2	2	1	4	2	4
Tighilt Tiguerfiouine (Tadmait)	37	56.5	3	4	8	4	5	9	2	6	4	9	4	4	4
Telta 1 (Tadmait)	38	72.5	3	4	12	4	5.5	9	2	6	4	9	8	2	4
Telta 2 (Tadmait)	39	65.5	3	4	12	4	5.5	9	2	4	2	2	8	6	4
Adjaba (Tirmitine)	40	61.5	3	4	4	4	5.5	9	2	4	6	12	2	2	4
Avarane 1(Tirmitine)	41	75.5	3	4	12	4	5.5	9	2	2	12	12	4	2	4
Avarane 2 (Tirmitine)	42	61	3	4	12	4	5	6	2	6	2	3	4	6	4
Herrouka 1 (Tirmitine)	43	66	3	4	4	4	6	9	2	6	4	12	4	4	4
Herrouka 2 (Tirmitine)	44	56.5	3	4	4	4	5.5	9	2	4	4	8	3	2	4
Ibhlal 1 (Tirmitine)	45	57	3	4	8	4	5	9	2	4	4	4	4	2	4
Ibhlal 2 (Tirmitine)	46	48	3	4	8	4	5	9	2	2	2	1	2	2	4
Megdoul 1 (Tirmitine)	47	56.5	3	4	4	4	5.5	9	2	4	4	1	8	4	4
Megdoul 2 (Tirmitine)	48	49.5	3	4	4	4	5.5	9	2	4	2	3	1	4	4
Menacera (Tirmitine)	49	51.5	3	4	8	4	5.5	9	2	4	2	2	2	2	4
Chef lieu 1 (Mekla)	50	69	3	8	12	4	5	6	2	4	2	12	4	3	4
Chef lieu 2 (Mekla)	51	63.5	3	6	12	4	4.5	3	2	4	2	12	4	3	4
SR 1 Chaibe (Mekla)	52	71.5	3	4	12	4	5.5	9	2	6	4	12	4	2	4
SR 2 Chaibe (Mekla)	53	62	3	4	8	4	5	6	2	4	4	12	4	2	4
SR 3 Chaibe (Mekla)	54	65.5	3	4	8	4	5.5	9	2	4	6	9	3	4	4

L'analyse du tableau 2.2 montre que les paramètres « *implantation de l'ouvrage* », « *action de la neige* », et « *fréquence d'entretien* » présentent des valeurs identiques pour les différents individus et ne peuvent donc participer à une « **ACP** ». Ces paramètres sont alors retirés de la matrice, et le nombre de variables est réduit à 11 (tableau 2.3) :

Tableau 2.3 : Tableau traité par R®.

I.V	Zone Sismique	Type De sol	Action De Vent	Type de la structure	Type des fondations	Etanchéité de la paroi	Etanchéité De la couverture	Défauts apparents	Rôle de réservoir	Importance De l'ouvrage
59.5	4	8	5.5	9	2	6	6	12	6	1
42.0	2	8	5.0	6	2	2	2	8	6	1
55.5	4	12	5.5	9	4	4	2	12	2	1
42.0	2	4	5.0	6	2	2	6	8	6	1
41.0	2	3	6.0	9	2	4	2	6	6	1
47.5	2	8	6.5	9	2	8	2	6	3	1
40.5	4	3	5.5	9	2	6	2	2	6	1
54.5	4	8	5.5	6	2	6	4	12	6	1
41.0	4	12	4.0	9	2	2	2	1	4	1
41.0	4	6	5.0	9	2	2	2	2	8	1
49.5	4	8	6.5	9	2	6	2	6	4	2
41.0	4	8	6.0	9	2	2	2	2	4	2
41.5	2	8	5.5	9	2	2	2	4	6	1
53.5	4	8	5.5	9	2	2	8	12	2	1
40.5	4	4	6.5	9	2	4	2	6	1	2
37.0	4	4	5.0	9	2	2	2	6	2	1
37.5	2	4	5.5	9	2	2	2	4	6	1
46.0	4	4	5.0	6	2	2	8	8	6	1
40.0	4	3	6.0	9	2	6	2	2	4	2
68.0	2	12	6.0	9	2	4	12	12	6	3
56.0	4	8	6.0	9	2	6	2	12	6	1
64.5	4	12	6.5	9	4	8	8	9	2	2
43.5	4	8	5.5	9	2	2	2	3	4	4
66.5	8	12	5.5	9	2	6	4	12	2	6
61.0	8	12	6.0	9	4	2	4	8	2	6
48.5	4	12	5.5	9	2	4	2	4	2	4
43.5	4	12	5.5	9	2	2	2	2	1	4
60.5	4	12	5.5	9	2	8	4	12	2	2
53.0	4	8	6.0	9	2	4	8	4	4	4
63.5	8	12	4.5	6	2	6	6	9	4	6
52.0	8	12	5.0	6	2	6	2	3	2	6
61.0	4	12	5.0	9	2	6	6	9	6	2
49.0	4	12	4.0	6	2	4	4	9	2	2
57.0	4	12	5.0	9	2	6	6	9	2	2
49.0	2	8	6.0	6	2	4	6	9	4	2
39.5	2	8	5.5	9	4	2	2	1	4	2
55.0	4	8	5.0	9	2	6	4	9	4	4
61.5	4	12	5.5	9	2	6	4	9	8	2
54.5	4	12	5.5	9	2	4	2	2	8	6
50.5	4	4	5.5	9	2	4	6	12	2	2
64.5	4	12	5.5	9	2	2	12	12	4	2
50.0	4	12	5.0	6	2	6	2	3	4	6
55.0	4	4	6.0	9	2	6	4	12	4	4
45.5	4	4	5.5	9	2	4	4	8	3	2
46.0	4	8	5.0	9	2	4	4	4	4	2
37.0	4	8	5.0	9	2	2	2	1	2	2
45.5	4	4	5.5	9	2	4	4	1	8	4
38.5	4	4	5.5	9	2	4	2	3	1	4
40.5	4	8	5.5	9	2	4	2	2	2	2
58.0	8	12	5.0	6	2	4	2	12	4	3
52.5	6	12	4.5	3	2	4	2	12	4	3
60.5	4	12	5.5	9	2	6	4	12	4	2
51.0	4	8	5.0	6	2	4	4	12	4	2
54.5	4	8	5.5	9	2	4	6	9	3	4

2.2 Analyse en composante principale normée

L'intérêt de l'analyse en composante principale normée est d'éliminer les dimensions individuelles de chacune des variables étudiées. Cela consiste à normaliser les variables et à travailler sur des variables sans dimension. Il y a plusieurs façons de normaliser les variables, mais la plus couramment utilisée est celle qui consiste à diviser les valeurs des variables par leur écart-type, c'est-à-dire que l'on travaille sur des variables centrées et réduites. Centrer les données revient à travailler sur des variables sans unité, et la réduction permet d'accorder la même importance à chaque variable, ne pas réduire permet de donner plus d'importance aux variables qui ont une variabilité plus grande (une variance plus grande). C'est-à-dire l'opération de réduction diminue l'importance des variables les plus dispersées, elle peut inversement, augmenter l'importance des variables peu dispersées. La matrice des données centrées réduites (sans dimensions) est donnée par la relation (2.2). Ces nouvelles valeurs représentent les nouvelles coordonnées des points variables par rapport au barycentre.

$$Y = \begin{bmatrix} (x_{11} - x_{.1})/\sigma_1 & \cdots & (x_{1j} - x_{.j})/\sigma_j & \cdots & (x_{1p} - x_{.p})/\sigma_p \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ (x_{i1} - x_{.1})/\sigma_1 & \cdots & (x_{ij} - x_{.j})/\sigma_j & \cdots & (x_{ip} - x_{.p})/\sigma_p \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ (x_{n1} - x_{.1})/\sigma_1 & \cdots & (x_{nj} - x_{.j})/\sigma_j & \cdots & (x_{np} - x_{.p})/\sigma_p \end{bmatrix} \quad (2.2)$$

La matrice centrée réduites obtenue pour notre cas d'étude est illustrées par le tableau 2.4. La moyenne $\bar{X}_j$ et l'écart type σ_j de chaque variable X_j sont déterminés à partir du logiciel **R** conformément aux relations (2.3) et (2.4) respectivement. Les résultats sont illustrés sur le tableau 2.4:

$$\bar{X}_j = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_{ij} \quad (2.3)$$

$$\sigma_j = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_{ij} - \bar{X}_j)^2} \quad (2.4)$$

Tableau 2.4 : Matrice des données centrée réduites.

I.V	Z.S	T.S	A.V	T.S.1	T.F	E.P	E.C	D.A	R.R	I.O
1.09	-0.05	-0.16	0.12	0.51	-0.29	0.99	0.85	1.25	1.04	-0.97
-0.95	-1.39	-0.16	-0.80	-1.62	-0.29	-1.24	-0.76	0.24	1.04	-0.97
0.62	-0.05	1.09	0.12	0.51	3.56	-0.12	- 0.76	1.25	1.04	-0.97
-0.95	-1.39	-1.40	-0.80	-1.62	-0.29	-1.24	0.85	0.24	1.04	-0.97
-1.06	-1.39	-1.71	1.04	0.51	-0.29	-0.12	- 0.76	-0.27	1.04	-0.97
-0.31	-1.39	-0.16	1.95	0.51	-0.29	2.11	-0.76	-0.27	-0.52	-0.97
-1.12	- 0.05	-1.71	0.12	0.51	-0.29	0.99	-0.76	-1.28	1.04	-0.97
0.51	- 0.05	-0.16	0.12	-1.62	-0.29	0.99	0.04	1.25	1.04	-0.97
-1.06	- 0.05	1.09	-2.63	0.51	-0.29	-1.24	-0.76	-1.53	-	-0.97
-1.06	-0.05	-0.78	-0.80	0.51	-0.29	-1.24	-0.76	-1.28	2.09	-0.97
-0.07	-0.05	-0.16	1.95	0.51	-0.29	0.99	-0.76	- 0.27	-	-0.34
-1.06	-0.05	-0.16	1.04	0.51	-0.29	-1.24	-0.76	-1.28	-	-0.34
-1.00	-1.39	-0.16	0.12	0.51	-0.29	-1.24	-0.76	-0.77	1.04	-0.97
0.39	- 0.05	- 0.16	0.12	0.51	-0.29	-1.24	1.66	1.25	- 1.04	-0.97
-1.12	- 0.05	-1.40	1.95	0.51	-0.29	-0.12	-0.76	-0.27	-1.57	-0.34
-1.53	- 0.05	-1.40	-0.80	0.51	-0.29	-1.24	-0.76	-0.27	- 1.04	-0.97
-1.47	-1.39	- 1.40	0.12	0.51	-0.29	-1.24	-0.76	-0.77	1.04	-0.97
-0.48	- 0.05	-1.40	-0.80	-1.62	-0.29	-1.24	1.66	0.24	1.04	-0.97
-1.18	- 0.05	-1.71	1.04	0.51	-0.29	0.99	-0.76	-1.28	-	-0.34
2.07	- 1.39	1.09	1.04	0.51	-0.29	-0.12	3.27	1.25	1.04	0.29
0.68	- 0.05	- 0.16	1.04	0.51	-0.29	0.99	-0.76	1.25	1.04	-0.97
1.67	- 0.05	1.09	1.95	0.51	3.56	2.11	1.66	0.49	-1.04	-0.34
0.77	- 0.05	- 0.16	0.12	0.51	-0.29	-1.24	- 0.76	-1.02	-	0.92
1.90	2.64	1.09	0.12	0.51	-0.29	0.99	0.04	1.25	-1.04	2.19
1.26	2.64	1.09	1.04	0.51	3.56	-1.24	0.04	0.24	-1.04	2.19
-0.19	- 0.05	1.09	0.12	0.51	-0.29	- 0.12	-0.76	-0.77	-1.04	0.92
-0.77	-0.05	1.09	0.12	0.51	-0.29	-1.24	-0.76	-1.28	-1.57	0.92
1.20	- 0.05	1.09	0.12	0.51	-0.29	2.11	0.04	1.25	-1.04	-0.34
0.33	- 0.05	-0.16	1.04	0.51	-0.29	- 0.12	1.66	-0.77	-	0.92
1.55	2.64	1.09	-1.72	-1.62	-0.29	0.99	0.85	0.49	-	2.19
0.22	2.64	1.09	-0.80	-1.62	-0.29	0.99	-0.76	-1.02	-1.04	2.19
1.26	- 0.05	1.09	-0.80	0.51	-0.29	0.99	0.85	0.49	1.04	-0.34
-0.13	-0.05	1.09	-2.63	-1.62	-0.29	-0.12	0.04	0.49	-1.04	-0.34
0.80	-0.05	1.09	-0.80	0.51	-0.29	0.99	0.85	0.49	-1.04	- 0.34
-0.13	-1.39	- 0.16	1.04	-1.62	-0.29	-0.12	0.85	0.49	-	-0.34
-1.24	-1.39	- 0.16	0.12	0.51	3.56	-1.24	-0.76	-1.53	-	-0.34
0.56	-0.05	-0.16	-0.80	0.51	-0.29	0.99	0.04	0.49	-	0.92
1.32	- 0.05	1.09	0.12	0.51	-0.29	0.99	0.04	0.49	2.09	-0.34
0.51	-0.05	1.09	0.12	0.51	-0.29	- 0.12	- 0.76	-1.28	2.09	2.19
0.04	-0.05	-1.40	0.12	0.51	-0.29	-0.12	0.85	1.25	-1.04	-0.34
1.67	-0.05	1.09	0.12	0.51	-0.29	- 1.24	3.27	1.25	-	-0.34
-0.02	-0.05	1.09	-0.80	-1.62	-0.29	0.99	-0.76	-1.02	-	2.19
0.56	-0.05	-1.40	1.04	0.51	-0.29	0.99	0.04	1.25	-	0.92
-0.54	-0.05	-1.40	0.12	0.51	-0.29	-0.12	0.04	0.24	-0.52	-0.34
-0.48	-0.05	-0.16	-0.80	0.51	-0.29	-0.12	0.04	-0.77	-	-0.34
-1.53	-0.05	-0.16	-0.80	0.51	-0.29	-1.24	-0.76	-1.53	-1.04	-0.34
-0.54	-0.05	-1.40	0.12	0.51	-0.29	-0.12	0.04	-1.53	2.09	0.92
-1.35	-0.05	-1.40	0.12	0.51	-0.29	-0.12	-0.76	-1.02	-1.57	0.92
-1.12	-0.05	-0.16	0.12	0.51	-0.29	-0.12	-0.76	-1.28	-1.04	-0.34
0.91	2.64	1.09	-0.80	-1.62	-0.29	-0.12	-0.76	1.25	-	0.29
0.27	1.29	1.09	-1.72	-3.75	-0.29	-0.12	-0.76	1.25	-	0.29
1.20	-0.05	1.09	0.12	0.51	-0.29	0.99	0.04	1.25	-	-0.34
0.10	-0.05	-0.16	-0.80	-1.62	-0.29	- 0.12	0.04	1.25	-	-0.34
0.51	-0.05	-0.16	0.12	0.51	-0.29	-0.12	0.85	0.49	-0.52	0.92

Tableau 2.5 : Moyenne et écarts types des variables.

	Abréviation utilisées	Moyenne	Ecart-Type
Indice de vulnérabilité	I.V	61.14	8.61
Zone sismique	Z.S	4.07	1.49
Type de sol	T.S	8.50	3.22
Action de vent	A.V	5.44	0.54
Type de la structure	T.S.1	8.28	1.41
Type des fondations	T.F	2.15	0.52
Etanchéité de la paroi	E.P	4.22	1.79
Etanchéité de couverture	E.C	3.89	2.48
Défauts apparents	D.A	7.06	3.96
Rôle de réservoir	R.R	4.00	1.91
Importance de l'ouvrage	I.O	2.54	1.58

Pour avoir la matrice de corrélation, nous allons pré-multiplier la matrice des données centrées réduites (2.2), par sa transposée. Cette matrice est donnée par l'équation (2.3) :

$$R = \frac{1}{n} Y_c^t Y_c = \frac{1}{n} \begin{bmatrix} 1 & \text{cor}(x_1, x_2) \cdots \text{cor}(x_1, x_p) \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \text{cor}(x_2, x_1) & 1 \cdots \text{cor}(x_2, x_p) \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \text{cor}(x_n, x_1) & \text{cor}(x_n, x_2) \cdots 1 \end{bmatrix} \quad (2.5)$$

Avec :

$$\text{cor}(x_i, x_j) = r(x_i, x_j) = \frac{\text{cov}(x_i, x_j)}{\sigma_i \sigma_j} \quad (2.6)$$

Les particularités de l'ACP normée est que la trace de la matrice de corrélation est toujours égale à p , (nombre de paramètres). La matrice de corrélation R contient des valeurs unitaires sur sa diagonale principale.

Les valeurs de la matrice de corrélation donnée par le logiciel $R^{\circledast}$ est illustrée par le tableau 2.6 :

Tableau 2.6 : Matrice de corrélation.

	IV	Z.S	T.S	A.V	T.S.1	T.F	E.P	E.C	D.A	R.R	I.O
IV	1	0.42	0.65	0.08	-0.05	0.16	0.52	0.59	0.72	0.01	0.34
Zone sismique Z.S	0.42	1	0.40	-0.25	-0.24	0.08	0.19	-0.06	0.17	-0.30	0.61
Type de sol T.S	0.65	0.40	1	-0.26	-0.17	0.22	0.21	0.16	0.25	-0.18	0.38
Action de vent A.V	0.08	-0.25	-0.26	1	0.48	0.23	0.26	0.08	0.02	-0.05	-0.05
Type de la structure T.S.1	-0.05	-0.24	-0.17	0.48	1	0.15	0.02	0.01	-0.25	-0.08	-0.10
Type des fondations T.F	0.16	0.08	0.22	0.23	0.15	1	-0.04	0.01	0.03	-0.22	0.04
Etanchéité de la paroi E.P	0.52	0.19	0.21	0.26	0.02	-0.04	1	0.04	0.33	-0.05	0.15
Etanchéité de la couverture E.C	0.59	-0.06	0.16	0.08	0.01	0.01	0.04	1	0.50	0.05	-0.01
Défauts apparents D.A	0.72	0.17	0.25	0.02	-0.25	0.03	0.33	0.50	1	-0.07	-0.12
Rôle de réservoir R.R	0.01	-0.30	-0.18	-0.05	-0.08	-0.22	-0.05	0.05	-0.07	1	-0.20
Importance de l'ouvrage I.O	0.34	0.61	0.38	-0.05	-0.10	0.04	0.15	-0.01	-0.12	-0.20	1

2.2.1 Vérification des conditions d'application de l'ACP

Il ne suffit pas d'avoir un tableau croisant des variables quantitatives et des individus pour appliquer une ACP, encore faut-il que ce tableau vérifie la factorisation des variables. Une première stratégie consiste à inspecter la matrice de corrélation de vérifier deux tests ; le test de sphéricité de Bartlett et la singularité de la matrice de corrélation :

- a. Test de sphéricité de Bartlett** : ce test statistique vérifie l'hypothèse nulle selon laquelle toutes les corrélations seraient égales à zéro. On s'intéresse ainsi à la **p-value** fournie par le logiciel **R**®. Cette **p-value** est ensuite comparée l'indice de **significativité α (le risque d'erreur)** que l'on s'est fixé (**soit 5%**). Ainsi, si **p-value** < 5%, on conclura le rejet de l'hypothèse nulle, et si **p-value** > 5% on conclura l'acceptation de l'hypothèse nulle.

NB : Si l'indice de **significativité α (le risque d'erreur)** tend vers **0.00**, il est très significatif. Lorsqu'il est inférieur à **0.05**, il est significatif, entre **0.05** et **0.10**, il est acceptable et au-dessus de **0.10** on rejette l'application de l'ACP (**Ruben, 2011**).

- b. Non singularisation de la matrice de corrélation** : une ACP serait injustifiée dans le cas d'une matrice singulière (déterminant nul). **Field(2000)** suggère qu'on ne peut procéder à une ACP si le déterminant de la matrice des corrélations est inférieur à 10^{-5} . Dans le cas où le déterminant serait égal à 1, la matrice s'apparente alors à la matrice identité (**tous les termes sauf éventuellement ceux de sa diagonale, sont nuls**), ce qui traduit une absence totale de corrélation entre les variables, donc une **ACP** serait totalement absurde : **il faut s'assurer que la matrice de corrélation soit de déterminant non nul, et différent de l'unité.**

Pour le cas de notre matrice de corrélations (tableau 2.6), une des conditions de l'application de l'ACP n'est pas vérifié ; à savoir la matrice de corrélation est singulière ($\det = 0.54 \times 10^{-5} < 10^{-5}$) ; la raison est que la variable Iv est parfaitement corrélée avec l'ensemble des variables. Pour poursuivre notre ACP, nous retranchons la variable Iv du tableau de données qui sera réduit à 10 colonnes (tableau 2.7).

Tableau 2.7 : Nouveau tableau de données ACP.

Z.S	T.S	A.V	T.S.1	T.F	E.P	E.C	D.A	R.R	I.O
4	8	5.5	9	2	6	6	12	6	1
2	8	5.0	6	2	2	2	8	6	1
4	12	5.5	9	4	4	2	12	2	1
2	4	5.0	6	2	2	6	8	6	1
2	3	6.0	9	2	4	2	6	6	1
2	8	6.5	9	2	8	2	6	3	1
4	3	5.5	9	2	6	2	2	6	1
4	8	5.5	6	2	6	4	12	6	1
4	12	4.0	9	2	2	2	1	4	1
4	6	5.0	9	2	2	2	2	8	1
4	8	6.5	9	2	6	2	6	4	2
4	8	6.0	9	2	2	2	2	4	2
2	8	5.5	9	2	2	2	4	6	1
4	8	5.5	9	2	2	8	12	2	1
4	4	6.5	9	2	4	2	6	1	2
4	4	5.0	9	2	2	2	6	2	1
2	4	5.5	9	2	2	2	4	6	1
4	4	5.0	6	2	2	8	8	6	1
4	3	6.0	9	2	6	2	2	4	2
2	12	6.0	9	2	4	12	12	6	3
4	8	6.0	9	2	6	2	12	6	1
4	12	6.5	9	4	8	8	9	2	2
4	8	5.5	9	2	2	2	3	4	4
8	12	5.5	9	2	6	4	12	2	6
8	12	6.0	9	4	2	4	8	2	6
4	12	5.5	9	2	4	2	4	2	4
4	12	5.5	9	2	2	2	2	1	4
4	12	5.5	9	2	8	4	12	2	2
4	8	6.0	9	2	4	8	4	4	4
8	12	4.5	6	2	6	6	9	4	6
8	12	5.0	6	2	6	2	3	2	6
4	12	5.0	9	2	6	6	9	6	2
4	12	4.0	6	2	4	4	9	2	2
4	12	5.0	9	2	6	6	9	2	2
2	8	6.0	6	2	4	6	9	4	2
2	8	5.5	9	4	2	2	1	4	2
4	8	5.0	9	2	6	4	9	4	4
4	12	5.5	9	2	6	4	9	8	2
4	12	5.5	9	2	4	2	2	8	6
4	4	5.5	9	2	4	6	12	2	2
4	12	5.5	9	2	2	12	12	4	2
4	12	5.0	6	2	6	2	3	4	6
4	4	6.0	9	2	6	4	12	4	4
4	4	5.5	9	2	4	4	8	3	2
4	8	5.0	9	2	4	4	4	4	2
4	8	5.0	9	2	2	2	1	2	2
4	4	5.5	9	2	4	4	1	8	4
4	4	5.5	9	2	4	2	3	1	4
4	8	5.5	9	2	4	2	2	2	2
8	12	5.0	6	2	4	2	12	4	3
6	12	4.5	3	2	4	2	12	4	3
4	12	5.5	9	2	6	4	12	4	2
4	8	5.0	6	2	4	4	12	4	2
4	8	5.5	9	2	4	6	9	3	4

La nouvelle matrice de corrélation donnée par le logiciel **R**® est donnée par le tableau 2.8 :

Tableau 2.8 : Matrice de corrélation.

	Z.S	T.S	A.V	T.S.1	T.F	E.P	E.C	D.A	R.R	I.R
Zone sismique Z.S	1	0.40	-0.25	-0.24	0.08	0.19	-0.06	0.18	-0.30	0.61
Type de sol T.S	0.40	1	-0.26	-0.17	0.22	0.21	0.16	0.25	-0.18	0.38
Action de vent A.V	-0.25	-0.26	1	0.48	0.23	0.26	0.08	0.02	-0.05	-0.05
Type de la structure T.S.1	-0.24	-0.17	0.48	1	0.15	0.02	0.01	-0.25	-0.08	-0.1
Type des fondations T.F	0.08	0.22	0.23	0.15	1	-0.04	0.01	0.03	-0.22	0.04
Etanchéité de la paroi E.P	0.19	0.21	0.26	0.02	-0.04	1	0.04	0.33	-0.05	0.15
Etanchéité de la couverture E.C	-0.06	0.16	0.08	0.01	0.01	0.04	1	0.50	0.05	-0.01
Défauts apparents D.A	0.18	0.25	0.02	-0.25	0.03	0.33	0.50	1	-0.07	-0.12
Rôle de réservoir R.R	-0.30	-0.18	-0.05	-0.08	-0.22	-0.05	0.05	-0.07	1	-0.2
Importance de l'ouvrage I.O	0.61	0.38	-0.05	-0.1	0.04	0.15	-0.01	-0.12	-0.2	1

Le test de sphéricité de Bartlett est vérifié, la **p-value** = $2.20 \times 10^{-16} < \alpha = 5\%$, nous pouvons ainsi rejeter l'hypothèse nulle selon laquelle toutes les corrélations seraient égales à zéro. Par ailleurs, la matrice de corrélation est non singulière, son déterminant est supérieur à 10^{-5} (det = 0.079).

Après vérification de ces deux conditions, il est également important d'examiner chacune des variables de façon individuelle pour nous assurer que chacune d'elles est en relation avec d'autres variables. En inspectant la matrice de corrélations (tableau 2.8), nous constatons que les variables présentent au moins une corrélation substantielle avec une autre à l'exception du «**type de fondation** » ; alors, il est recommandé de retrancher cette variable et de reprendre le calcul de l'ACP, car toutes les variables doivent faire partie de la solution dans le but de diminuer la perte d'information.

Pour relancer encore une fois le logiciel **R**® nous retiendrons 9 variables (tableau 2.9)

Tableau 2.9 : Tableau de données finales.

Z.S	T.S	A.V	T.S.1	E.P	E.C	D.A	R.R	I.O
4	8	5.5	9	6	6	12	6	1
2	8	5	6	2	2	8	6	1
4	12	5.5	9	4	2	12	2	1
2	4	5	6	2	6	8	6	1
2	3	6	9	4	2	6	6	1
2	8	6.5	9	8	2	6	3	1
4	3	5.5	9	6	2	2	6	1
4	8	5.5	6	6	4	12	6	1
4	12	4	9	2	2	1	4	1
4	6	5	9	2	2	2	8	1
4	8	6.5	9	6	2	6	4	2
4	8	6	9	2	2	2	4	2
2	8	5.5	9	2	2	4	6	1
4	8	5.5	9	2	8	12	2	1
4	4	6.5	9	4	2	6	1	2
4	4	5	9	2	2	6	2	1
2	4	5.5	9	2	2	4	6	1
4	4	5	6	2	8	8	6	1
4	3	6	9	6	2	2	4	2
2	12	6	9	4	12	12	6	3
4	8	6	9	6	2	12	6	1
4	12	6.5	9	8	8	9	2	2
4	8	5.5	9	2	2	3	4	4
8	12	5.5	9	6	4	12	2	6
8	12	6	9	2	4	8	2	6
4	12	5.5	9	4	2	4	2	4
4	12	5.5	9	2	2	2	1	4
4	12	5.5	9	8	4	12	2	2
4	8	6	9	4	8	4	4	4
8	12	4.5	6	6	6	9	4	6
8	12	5	6	6	2	3	2	6
4	12	5	9	6	6	9	6	2
4	12	4	6	4	4	9	2	2
4	12	5	9	6	6	9	2	2
2	8	6	6	4	6	9	4	2
2	8	5.5	9	2	2	1	4	2
4	8	5	9	6	4	9	4	4
4	12	5.5	9	6	4	9	8	2
4	12	5.5	9	4	2	2	8	6
4	4	5.5	9	4	6	12	2	2
4	12	5.5	9	2	12	12	4	2
4	12	5	6	6	2	3	4	6
4	4	6	9	6	4	12	4	4
4	4	5.5	9	4	4	8	3	2
4	8	5	9	4	4	4	4	2
4	8	5	9	2	2	1	2	2
4	4	5.5	9	4	4	1	8	4
4	4	5.5	9	4	2	3	1	4
4	8	5.5	9	4	2	2	2	2
8	12	5	6	4	2	12	4	3
6	12	4.5	3	4	2	12	4	3
4	12	5.5	9	6	4	12	4	2
4	8	5	6	4	4	12	4	2
4	8	5.5	9	4	6	9	3	4

La matrice de corrélation finale donnée par le logiciel R® est illustrée par le tableau 2.10 :

Tableau 2.10 : Matrice de corrélation finale.

	Z.S	T.S	A.V	T.S.1	E.P	E.C	D.A	R.R	I.O
Zone sismique Z.S	1	0.40	-0.25	-0.24	0.19	-0.06	0.18	-0.30	0.61
Type de sol T.S	0.40	1.00	-0.26	-0.17	0.21	0.16	0.25	-0.18	0.38
Action de vent A.V	-0.25	-0.26	1.00	0.48	0.26	0.08	0.02	-0.05	-0.05
Type de la structure T.S.1	-0.24	-0.17	0.48	1.00	0.02	0.01	-0.25	-0.08	-0.10
Etanchéité de la paroi E.P	0.19	0.21	0.26	0.02	1.00	0.04	0.33	-0.05	0.15
Etanchéité de la couverture E.C	-0.06	0.16	0.08	0.01	0.04	1.00	0.50	0.05	-0.01
Défauts apparents D.A	0.18	0.25	0.02	-0.25	0.33	0.50	1.00	-0.07	-0.12
Rôle de réservoir R.R	-0.30	-0.18	-0.05	-0.08	-0.05	0.05	-0.07	1.00	-0.20
Importance de l'ouvrage I.O	0.61	0.38	-0.05	-0.10	0.15	-0.01	-0.12	-0.20	1.00

2.2.2 Détermination du seuil de corrélation significative

Pour évaluer l'intensité et le sens de la relation linéaire entre les variables (paramètres d'analyse), nous déterminons le coefficient de corrélation «*r*» de **Bravais-Pearson**. L'intensité de relation linéaire sera donc d'autant plus forte que la valeur du coefficient est proche de +1 ou de -1. En revanche, ce coefficient est nul ($r = 0$) lorsqu'il n'y a pas de relation linéaire entre les variables (ce qui n'exclut pas l'existence d'une relation autre que linéaire). Par ailleurs, le coefficient est de signe positif si la relation est positive (directe, croissante) et de signe négatif si la relation est négative (inverse, décroissante). La table de **Bravais-Pearson** (tableau 2.11) fournit les valeurs « *r*_{critiques} » au-delà desquelles les coefficients de corrélation obtenus sont significatifs. Ainsi, pour des échantillons de taille *n*, le degré de liberté **d.d.l = n-2**.

- Si « *r* » calculé est strictement inférieur à « *r* » critique, au seuil α choisi et à $ddl = n-2$, il n'est pas possible de conclure à une relation entre les deux variables.
- Si « *r* » calculé est supérieur ou égale à « *r* » critique, il existe bien une relation entre les deux variables. A ce moment-là, le signe de *r* calculé va permettre d'indiquer le sens de la liaison.

Nous présentons ci-dessous la table de Bravais-Pearson aux niveaux de signification $\alpha = 0,1$ (10%), 0.05 (5%), 0.02 (2%), 0.01 (1%), 0.001 (0.1%).

Tableau 2.11 : Table de Bravais-Pearson (Dagnelie, 2011).

ddl \ α	0.1	0.05	0.02	0.01	0.001
1	0.988	0.997	0.9995	0.9999	
2	0.900	0.950	0.980	0.990	0.999
3	0.805	0.878	0.934	0.959	0.991
4	0.729	0.811	0.882	0.917	0.974
5	0.669	0.754	0.833	0.874	0.950
6	0.622	0.707	0.789	0.834	0.924
7	0.582	0.666	0.750	0.798	0.898
8	0.549	0.632	0.716	0.765	0.872
9	0.521	0.602	0.685	0.735	0.847
10	0.497	0.576	0.658	0.708	0.823
11	0.476	0.553	0.634	0.684	0.801
12	0.458	0.532	0.612	0.661	0.780
13	0.441	0.514	0.592	0.641	0.760
14	0.426	0.497	0.574	0.623	0.741
15	0.412	0.482	0.558	0.606	0.724
16	0.400	0.468	0.542	0.590	0.708
17	0.389	0.456	0.528	0.575	0.693
18	0.378	0.444	0.516	0.561	0.678
19	0.369	0.433	0.503	0.549	0.665
20	0.360	0.423	0.492	0.537	0.652
21	0.352	0.413	0.482	0.526	
22	0.344	0.404	0.472	0.515	
23	0.337	0.396	0.462	0.505	
24	0.330	0.388	0.453	0.496	
25	0.323	0.381	0.445	0.487	0.597
26	0.317	0.374	0.437	0.479	
27	0.311	0.367	0.430	0.471	
28	0.306	0.361	0.423	0.463	
29	0.301	0.355	0.416	0.456	
30	0.296	0.349	0.409	0.449	0.554
35	0.275	0.325	0.381	0.418	0.518
40	0.257	0.304	0.358	0.393	0.498
45	0.243	0.288	0.338	0.372	0.464
50	0.231	0.273	0.322	0.354	0.443
60	0.211	0.250	0.295	0.325	0.407
70	0.195	0.232	0.274	0.303	0.397
80	0.183	0.217	0.256	0.283	0.356
90	0.173	0.205	0.242	0.267	0.337
100	0.164	0.195	0.230	0.254	0.321

En utilisons cette table, nous déduisons par interpolation le coefficient de corrélation critique pour notre cas d'étude, avec un ddl= 52 au seuil $\alpha=0,05$, soit $r_{\text{critique}}=0,268$. Cela signifie qu'au-delà de cette valeur toutes les corrélations sont significatives, avec les niveaux de signification suivant :

- Au seuil des 5%, nous avons des corrélations **significatives (*)**
- Au seuil des 1% , nous avons des corrélations **hautement significatives (**)**
- Au seuil de 0.1%, nous avons des corrélations **très hautement significatives (***)**

Ces conclusions nous amènent aux résultats suivants (tableau 2.12) :

- **Une corrélation significative (*) négative entre :** « zone sismique » et le « rôle de réservoir » ($r=-0.30$)
- **Une corrélation significative(*) positive entre :** « étanchéité de la paroi » et « défauts apparents » ($r=0.33$)

- Une corrélation hautement significative (**) positives entre : « importance de l'ouvrage » et « type de sol » ($r=0.38$), « zone sismique » et « type de sol » ($r=0.40$).
- Des corrélations très hautement significatives (***) positives entre : « action du vent » et « type de structure » ($r=0.48$), « étanchéité de la couverture » et « défaut apparent » ($r=0.50$) « zone sismique » et « importance de l'ouvrage » ($r=0.61$)

Ces conclusions sont bien illustrées par la figure 2.1. Les variables corrélées négativement sont des variables de sens opposés, autrement dit lorsque l'une augmente l'autre diminue. Les variables corrélées positivement sont des variables presque identiques et évoluent dans le même sens.

Tableau 2.12 : Matrice de corrélation finale.

	Z.S	T.S	A.V	T.S.1	E.P	E.C	D.A	R.R	I.O
Zone sismique Z.S	1.00	0.40 **	-0.25	-0.24	0.19	-0.06	0.18	-0.30 *	0.61 ***
Type de sol T.S	0.40 **	1.00	-0.26	-0.17	0.21	0.16	0.25	-0.18	0.38 **
Action de vent A.V	-0.25	-0.26	1.00	0.48 ***	0.26	0.08	0.02	-0.05	-0.05
Type de la structure T.S.1	-0.24	-0.17	0.48 ***	1.00	0.02	0.01	-0.25	-0.08	-0.10
Etanchéité de la paroi E.P	0.19	0.21	0.26	0.02	1.00	0.04	0.33 *	-0.05	0.15
Etanchéité de la couverture E.C	-0.06	0.16	0.08	0.01	0.04	1.00	0.50 ***	0.05	-0.01
Défauts apparents D.F	0.18	0.25	0.02	-0.25	0.33 *	0.50 ***	1.00	-0.07	-0.12
Rôle de réservoir R.R	-0.30 *	-0.18	-0.05	-0.08	-0.05	0.05	-0.07	1.00	-0.20
Importance de l'ouvrage I.O	0.61 ***	0.38 **	-0.05	-0.10	0.15	-0.01	-0.12	-0.20	1.00

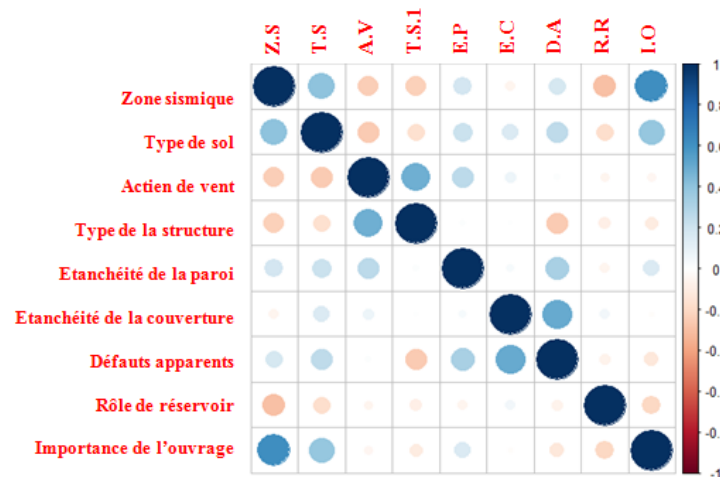


Figure 2.1: Représentation graphique de la matrice des corrélations et des niveaux de signification.

2.2.3 Calcul numérique des axes principaux

Les vecteurs propres sont les axes principaux d'inertie maximum associés aux valeurs propres. Chaque vecteurs propres x de composante $(x', x'', \dots)$ associé à la valeur propre λ doit vérifier la relation :

$$(V - \lambda I_n) \begin{pmatrix} x' \\ x'' \\ \vdots \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \end{pmatrix} \quad (2.7)$$

Les valeurs propres sont les solutions d'équation (2.8)

$$\det(V - \lambda I) = 0 \text{ tq } \lambda_1 > \lambda_2 > \lambda_3 \quad (2.8)$$

V étant la matrice des variance-covariance empirique de p variables quantitatives $(x_1, x_2, \dots, x_n, x_p)$, mesurées sur un ensemble de n individus. Celle-ci est donnée par la matrice (2.9) :

$$V = \frac{1}{n} X_c^t X_c = \frac{1}{n} \begin{bmatrix} \text{vac}(x_1) & \text{cov}(x_1, x_2) & \dots & \text{cov}(x_1, x_p) \\ \text{cov}(x_2, x_1) & \text{var}(x_2) & \dots & \text{cov}(x_2, x_p) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \text{cov}(x_n, x_1) & \text{cov}(x_n, x_2) & \dots & \text{var}(x_p) \end{bmatrix} \quad (2.9)$$

Avec :

$$\text{Var}(x_j) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_{ij} - x_{\bullet j})^2 \quad (2.10)$$

$$\text{Cov}(x_j, x_{j'}) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_{ij} - x_{\bullet j})(x_{ij'} - x_{\bullet j'}) \quad (2.11)$$

Et :

$$x_{\bullet j} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_{ij} \quad (2.12)$$

Ainsi, le premier axe factoriel est celui associé à la plus grande valeur propre λ_1 , le deuxième axe est celui associé à la deuxième valeur propre λ_2 et ainsi de suite

Nous représentons dans le tableau 2.13 qui suit, les résultats des vecteurs propres obtenus par le logiciel **R®**, pour notre étude de cas.

Tableau 2.13 : Vecteurs propres.

	Dim 1	Dim 2	Dim 3	Dim 4	Dim 5	Dim 6	Dim 7	Dim 8	Dim 9
Zone sismique Z.S	0.52	-0.15	0.17	0.03	-0.01	-0.31	0.57	0.20	-0.47
Type de sol T.S	0.47	0.05	-0.01	-0.10	0.23	0.73	-0.25	0.33	-0.14
Action de vent A.V	-0.24	0.41	0.48	0.09	0.05	-0.28	-0.35	0.51	-0.25
Type de la structure T.S.1	-0.29	0.18	0.51	-0.26	0.26	0.33	0.57	-0.06	0.22
Etanchéité de la paroi E.P	0.22	0.40	0.25	0.64	-0.19	0.18	0.00	-0.49	-0.08
Etanchéité de la couverture E.C	0.11	0.52	-0.26	-0.42	0.42	-0.20	-0.07	-0.40	-0.30
Défauts apparents D.A	0.27	0.55	-0.30	-0.03	-0.26	-0.11	0.24	0.35	0.53
Rôle de réservoir R.R	-0.23	0.01	-0.37	0.57	0.63	0.00	0.22	0.22	-0.01
Importance de l'ouvrage I.O	0.42	-0.19	0.35	0.04	0.45	-0.32	-0.24	-0.12	0.53

2.2.3.1 Sélection du nombre q axes factoriel retenir

Les critères utilisés pour sélectionner le nombre d'axes factoriel sont généralement empirique. Nous distinguons :

- **Le critère du coude de Cattell** : il consiste à détecter un coude sur le diagramme des valeurs propres, qui représentent le nombre de facteurs au-delà duquel l'information ajoutée est peu pertinente.
- **Le critère de Kaiser** : qui consiste à ne retenir que les axes dont les valeurs propres sont supérieures à 1.

- **Pourcentage d'inertie expliquée**

Le pourcentage de variance (d'inertie) expliqué par les axes factoriel retenus est obtenu par la somme de leurs valeurs propre divisé par la trace. Cette valeur permet d'évaluer la quantité d'information initiale recueillie par chaque axe. Le pourcentage d'inertie (variance ou dispersion du nuage) expliqué par un axe factoriel mesure la part d'inertie expliqué par l'axe.

$$\frac{\lambda_i}{\sum_{i=1}^p \lambda_i} \times 100 \quad (2.13)$$

Les valeurs propres et leurs variances associées sont déterminées à partir du logiciel **R**® conformément aux relations sus cités Les résultats sont illustrés sur le tableau 2.14. Nous remarquons que la somme des valeurs propres est égale aux nombres des variables (p=9). Nous constatons également que les axes ayant des valeurs propres $\lambda > 1$ sont : DIM1, DIM2, DIM3. Le premier axe factoriel présente 26.48% de l'inertie totale, le deuxième axe factoriel présente 18.47% et le troisième 16.92% l'inertie. L'inertie présentée par les trois axes est de 61.87%.

Tableau 2.14 : Valeurs propres et leur variance associé.

	Valeur propre	Variance %	Variance cumulé %
Dim.1	2.38	26.48	26.48
Dim.2	1.66	18.47	44.95
Dim.3	1.52	16.91	61.87
Dim.4	0.93	10.33	72.20
Dim.5	0.83	9.29	81.49
Dim.6	0.65	7.22	88.72
Dim.7	0.43	4.86	93.58
Dim.8	0.37	4.15	97.74
Dim.9	0.20	2.25	100
Σ	9	100	

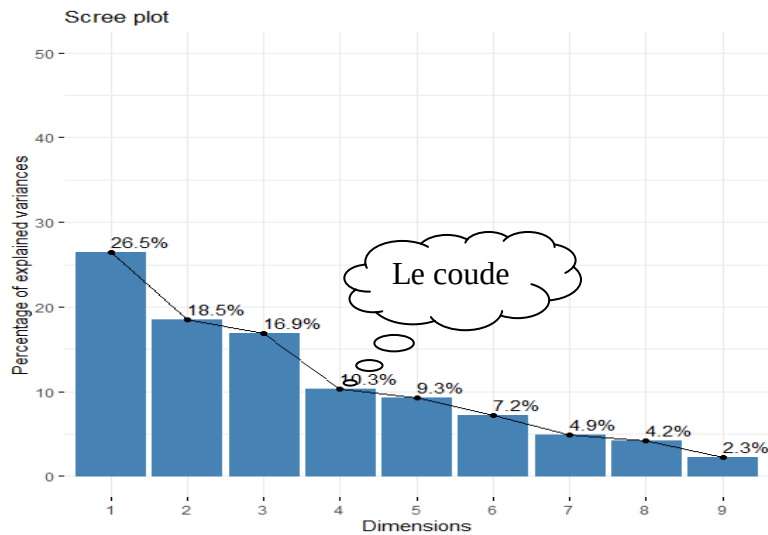


Figure 2.2 : Diagramme des valeurs propres et variance.

Par ailleurs, le critère *du coude de Cattell* (figure 2.2) conduit à retenir également 3 axes principaux avec un taux d'information ou d'inertie est de 61.87%.

2.2.4 Interprétation des résultats de l'ACP

2.2.4.1 Construction d'un espace factoriel

Pour construire l'espace factoriel, on effectue un changement de repère passant du repère défini par les p variables à un repère de dimension p le moins déformant possible pour le nuage. Cet espace sera défini par p nouveaux axes, appelés axes factoriels (figure 2.3).

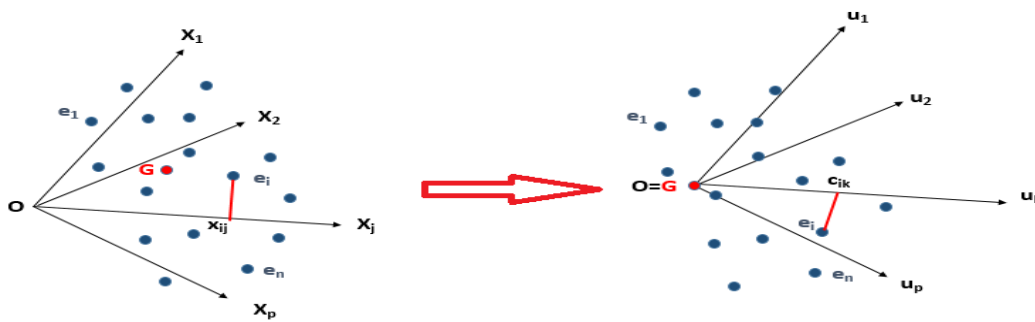


Figure 2.3: Construction d'un espace factoriel (Duby et al, 2008).

Chaque axe factoriel $\mathbf{k}$, de vecteur directeur $\mathbf{u}_k$, représente une nouvelle variable $\mathbf{C}_k$ de dimension p , construite comme combinaison linéaire des variables de départ, appelée composante principale. La coordonnée $\mathbf{C}_{ik}$ d'un individu i donné sur cet axe factoriel (k) correspond à la valeur de la composante principale prise par cet individu.

2.2.4.2 Composantes principales

Les composantes principales sont construites de manière à restituer la majeure partie de l'information du tableau, (elles déforment le moins possible l'information). La première composante principale sera une combinaison linéaire des variables de départ de dispersion maximale (celles qui ont la plus grande variance). Les axes qu'elles déterminent sont des axes principaux et les formes linéaires sont des facteurs principaux.

La première composante principale s'écrit :

$$c^1 = x_1^1 u_1^1 + x_2^1 u_1^2 + \dots + x_p^1 u_1^n \quad (2.14)$$

Les composantes principales forment le vecteur C, tel que :

$$C = \begin{pmatrix} c^1 \\ c^2 \\ \vdots \\ c^n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_1^1 x_2^1 \dots x_p^1 \\ x_1^2 x_2^2 \dots x_p^2 \\ \vdots \\ x_1^n x_2^n \dots x_p^n \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_1^1 u_2^1 \dots u_p^1 \\ u_1^2 u_2^2 \dots u_p^2 \\ \vdots \\ u_1^n u_2^n \dots u_p^n \end{pmatrix} \quad (2.15)$$

Avec :

$$X_c = \begin{pmatrix} x_1^1 x_2^1 \dots x_p^1 \\ x_1^2 x_2^2 \dots x_p^2 \\ \vdots \\ x_1^n x_2^n \dots x_p^n \end{pmatrix} \quad \text{La matrice des données centrées}$$

Et :

$$\Delta = \begin{pmatrix} u_1^1 u_2^1 \dots u_p^1 \\ u_1^2 u_2^2 \dots u_p^2 \\ \vdots \\ u_1^n u_2^n \dots u_p^n \end{pmatrix} \quad \text{La matrice des axes principaux}$$

Ce qui donne :

$$c^1 = \begin{pmatrix} c_{11} \\ c_{12} \\ \vdots \\ c_{1p} \end{pmatrix} \text{ et } c^2 = \begin{pmatrix} c_{21} \\ c_{22} \\ \vdots \\ c_{2p} \end{pmatrix} \text{ et } \dots \dots c^n = \begin{pmatrix} c_{n1} \\ c_{n2} \\ \vdots \\ c_{np} \end{pmatrix}$$

Ainsi, les composantes principales forment une matrice :

$$c = X_c \Delta \quad (2.16)$$

La variance d'une composante principale est égale à l'inertie apportée par l'axe principal qui lui est associé.

2.2.4.3 Etude des variables (paramètres d'analyse)

Le logiciel **R**[®] fournit les coefficients des combinaisons linéaires qui définissent les nouveaux axes permettant de calculer les nouvelles coordonnées d'un point-variable à partir des anciennes et également de voir le poids d'une ancienne variable dans la définition d'un facteur. Le repérage des variables d'origine, correspondant aux **coefficients les plus élevés** en valeur absolu, permet de dégager une interprétation des facteurs. Cette interprétation est facilitée par l'examen des corrélations "anciennes - nouvelles" variables (qui sont d'ailleurs proportionnelles aux coefficients) représentées dans le tableau 2.15.

Tableau 2. 15 : Coordonnées factorielles des variables.

	Dim.1	Dim.2	Dim.3
Zone sismique Z.S	0.81	-0.20	0.21
Type de sol T.S	0.73	0.07	-0.01
Action de vent A.V	-0.37	0.53	0.60
Type de la structure T.S.1	-0.45	0.23	0.63
Étanchéité de la paroi E.P	0.33	0.51	0.31
Étanchéité de couverture E.C	0.17	0.67	-0.32
Défauts apparents D.A	0.41	0.71	-0.37
Rôle de réservoir R.R	-0.35	0.01	-0.46
Importance de l'ouvrage I.O	0.65	-0.24	0.43

Après analyse des résultats du tableau 2.15, nous retenons ce qui suit :

- les variables qui ont plus contribué à la formation de l'axe 1 sont : « zone sismique (Z.S) », « type de sol (T.S) » et « importance de l'ouvrage (I.O) ».
- Les variables qui ont plus contribué à la formation de l'axe 2 sont : « étanchéité de paroi (E.P) », « étanchéité de la couverture (E.C) » et « défauts apparents (D.A) ».
- Les variables qui ont plus contribué à la formation de l'axe 3 sont : « action de vent (A.V) », « type de la structure (T.S.1) » et « rôle du réservoir (R.R) ».

a1. Contribution des variables à l'inertie des axes

Le tableau (2.16) suivant nous montre la contribution relative des variables (paramètres d'analyse) à l'inertie des 3 axes, telle que donnée par le logiciel **R**[®].

Tableau 2.16 : Contribution des variables à l'inertie des axes.

	Dim.1	Dim.2	Dim.3
Zone sismique Z.S	27.51	2.36	2.87
Type de sol T.S	22.28	0.29	0.01
Action de vent A.V	5.60	17.21	23.25
Type de la structure T.S.1	8.52	3.31	26.17
Étanchéité de la paroi E.P	4.69	15.94	6.37
Étanchéité De couverture E.C	1.16	27.18	6.63
Défauts apparents D.A	7.12	30.13	8.92
Rôle de réservoir R.R	5.16	0.01	13.79
Importance de l'ouvrage I.O	17.96	3.58	11.99
La somme	100	100	100

Les repérages des variables, correspondant aux coefficients les plus élevés, permet de dégager les interprétations suivantes :

- Les variables « zone sismique (Z.S)», « type de sol (T.S)» et « importance de l'ouvrage (I.O)» contribuent à la formation du premier axe. Elles expliquent à elle seules 67.75% de l'inertie totale de l'axe.
- Les variables « étanchéité de la paroi (E.P)», « étanchéité de la couverture (E.C)» et « Défauts apparent (D.A) » contribuent la formation du deuxième axe et expliquent à elles seules 73.25% de la formation du deuxième axe.
- Les variables « action de vent (A.V)», « type de la structure (T.S) », et le « rôle de réservoir (R.R) » contribuent la formation du troisième axe et expliquent à elles seules 63.22% de la formation du troisième axe.

La représentation graphique de la contribution des variables à l'inertie des axes est donnée par le logiciel R® « **package corrplot** » en figure 2.4

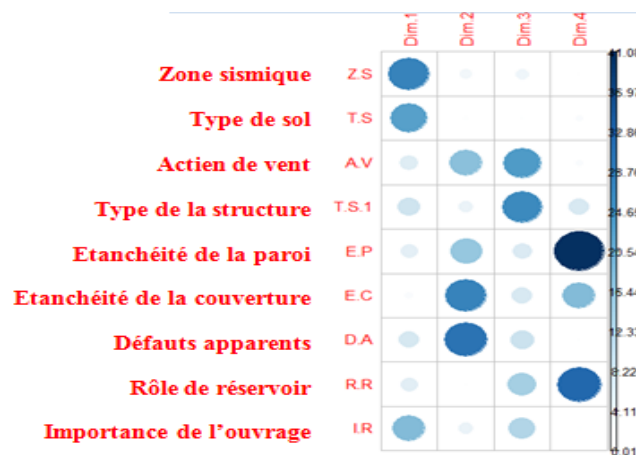


Figure 2.4 : Représentation graphique de la contribution des variables à l'inertie des axes.

a2. Qualité de représentation des variables (Cosinus carrées) :

La qualité de représentation des variables sur un axe factoriel est mesurée par le cosinus carré de l'angle entre l'axe factoriel et le vecteur G_{ei} .

$$\cos(\alpha)^2 = \frac{\langle \overrightarrow{Ge_i}, \overrightarrow{Gu_k} \rangle^2}{\|\overrightarrow{Ga_i}\|^2} \quad (2.17)$$

Le cosinus de l'angle entre l'axe factoriel et la variable n'est autre que la corrélation entre l'axe factoriel et la variable initiale indiquant la qualité de représentation de la variable sur l'axe. Plus une corrélation entre une variable et un axe est forte, plus la variable est proche de l'axe.

Nous représentons sur le tableau 2.17 la qualité de représentation des paramètres d'analyse déterminées à partir du logiciel R®. Nous retenons de ces résultats ce qui suit :

- Les variables « zone sismique (Z.S) », « type de sol (T.S) » et « importance de l'ouvrage (I.O) » sont proches du premier axe factoriel et sont bien représenté sur cet axe.
- Les variables « action du vent (A.V) », « étanchéité de la paroi (E.P) », « étanchéité de la couverture (E.C) » et « défauts apparents (D.A) » sont proches du deuxième axe factoriel et sont bien représenté sur cet axe.
- Les variables « action du vent (A.V) » et « type de structure (T.S.1) » sont proches du troisième axe factoriel et sont bien représenté sur cet axe. Toutefois, la variable « rôle de réservoir (R.R) » intervient plus dans la formation des axes qu'on a éliminés.

Les représentations graphiques de **la qualité de représentation** des paramètres d'analyse, données par le logiciel R® « **package corrplot** », est illustrée sur la figure 2.5.

Tableau 2.17 : Qualité des représentations des variables ($\cos^2$).

	Dim.1	Dim.2	Dim.3
Zone sismique Z.S	0.66	0.04	0.04
Type de sol T.S	0.53	0.00	0.00
Action de vent A.V	0.13	0.29	0.35
Type de la structure T.S.1	0.20	0.06	0.40
Etanchéité de la paroi E.P	0.11	0.27	0.10
Etanchéité de la couverture E.C	0.03	0.45	0.10
Défauts apparents D.A	0.17	0.50	0.14
Rôle de réservoir R.R	0.12	0.00	0.21
Importance de l'ouvrage I.O	0.43	0.06	0.18

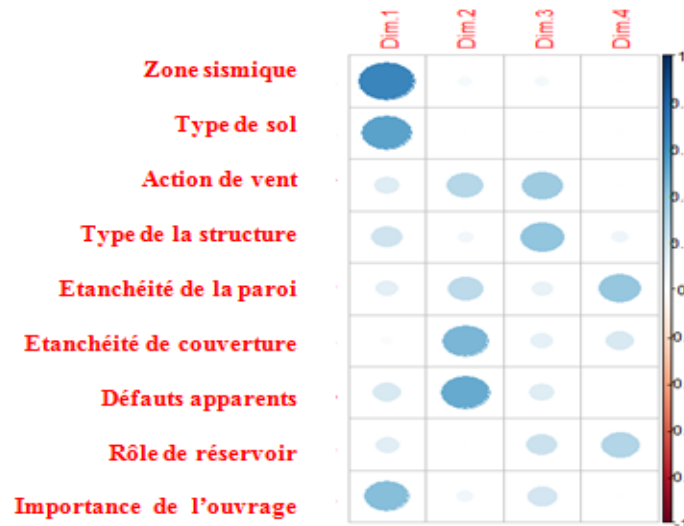


Figure 2.5 : Représentation graphique de la qualité de représentation des variables aux axes.

Pour confirmer choix des axes principaux, il y a lieu de vérifier que les variables contribuant à la formation de ces derniers soient corrélées. Dans notre cas, nous avons :

- **1er axe DIM 1** : corrélations positives entre :
 - « zone sismique (Z.S) » et « type de sol (T.S) » (**);
 - « zone sismique (Z.S) » et « importance de l'ouvrage (I.O) » (***);
 - « importance de l'ouvrage (I.O) » et « type de sol (T.S) » (**).
- **2ème axe DIM 2**, corrélation positive entre :
 - « étanchéité de la couverture (E.C) » et « défauts apparents (D.A) » (***).
 - « étanchéité de la paroi (E.P) » et « défauts apparents (D.A) » (*).
- **3ème axe DIM 3**, corrélation positive entre :
 - « action du vent (A.V) » et « type de structure (T.S.1) » (***).

Ce qui confirme le bon choix de nos axes Dim.1, Dim.2 et Dim.3.

Aussi, déduisons que les variables qui ont plus contribué à la formation des axes Dim.1, Dim.2 et Dim.3 respectivement sont la « zone sismique (Z.S) », le « défaut apparent (D.A) » et le « type de structure (T.S.1) » (tableau 2.16).

a3. Représentation graphique des variables (Cercles de corrélation)

La représentation des variables se distingue par la présence d'un cercle de corrélation. Celui-ci permet de voir, parmi les variables initiales, les groupes de variables très corrélées entre elles. Sur un plan factoriel déterminé, on interprète deux types de positions :

- Les positions des variables par rapport aux axes.

- Les positions des variables les unes par rapport aux autres.
 - Les variables qui sont bien représentées sont celles qui sont proches ou sur le cercle de corrélation.
 - Deux variables qui sont proches ou confondu (angle de 0°) sont corrélées positivement (coefficient de corrélation proche de 1),
 - Deux variables opposées (formant un angle de 180°) sont corrélées négativement (coefficient de corrélation proche de -1)
 - deux variables positionnées à angle droit (angle de 90°) ne sont pas du tout corrélées (coefficient de corrélation égal à 0)

Les cercles de corrélations des « paramètres d'analyse » sont représentés dans trois plans factoriels.

➤ **Plan factoriel (1-2)**

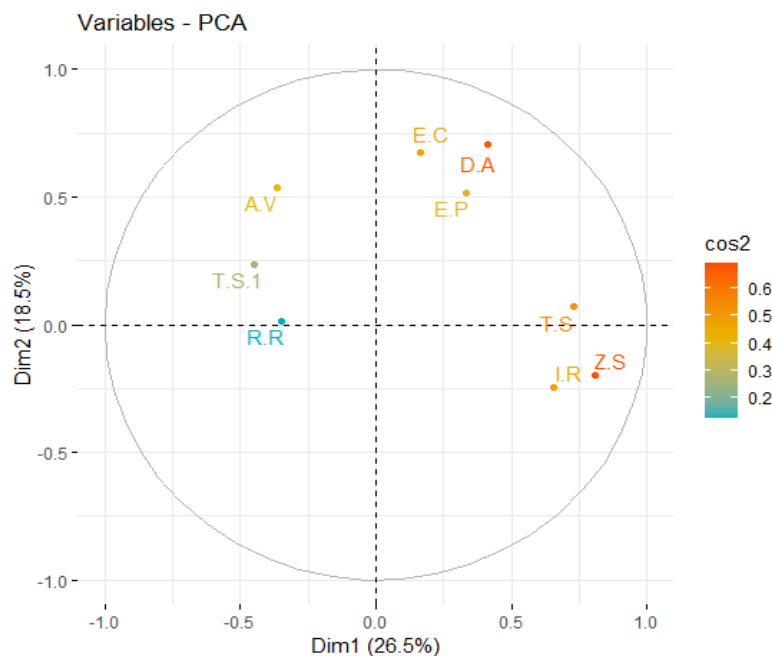


Figure 2.6 : Cercle de corrélation des variables dans le plan factoriel (1-2).

Dans ce plan factoriel (1-2), les variables qui sont bien représentées (proches du cercle de corrélation) sont : « défauts apparents (D.A) », « type de sol (T.S) » et « zone sismique (Z.S) » ; ce qui veut dire que ces variables sont bien corrélées avec les deux facteurs constituant ce plan.

Les variables qui sont proches entre elles, donc qui sont corrélées positivement sont :

- « zone sismique (Z.S) » et « importance de l'ouvrage (I.O) » ;
- « zone sismique (Z.S) » et « type de sol (T.S) » ;

- « étanchéité de la couverture (E.C) » et « défauts apparents (D.A) » ;
- « étanchéité de la paroi(E.P) » et « défauts apparents (D.A) »,

Les variables qui ont le plus contribué à la formation des axes (proches de l'axe et loin du centre de gravité) sont :

- Axe factoriel 1 : « zone sismique(Z.S) », « type de sol (T.S)» et « importance de l'ouvrage(I.O) ».
- Axe factoriel 3 : « type de la structure (T.S.1) », « action de vent (A.V) »

➤ **Plan factoriel (1- 3)**

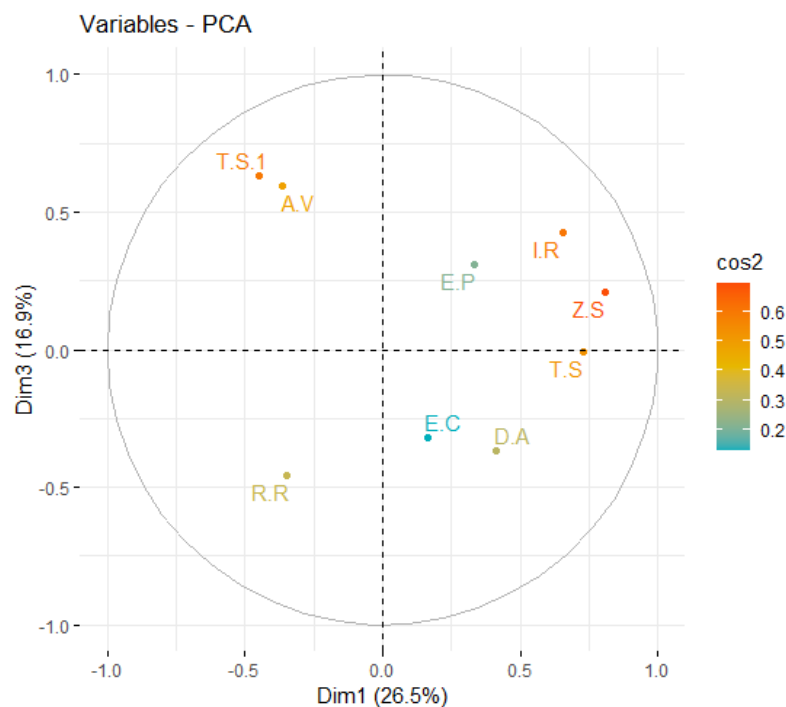


Figure 2.7: Cercle de corrélation des variables dans le plan factoriel (1-3).

Les variables corrélées avec les deux facteurs sont : « Importance de l'ouvrage (I.O) », « Zone sismique (Z.S) » et « Type de sol (T.S) », ce qui veut dire que ces variables sont bien constituant ce plan.

Les variables corrélées entre elles :

- « zone sismique (Z.S) » et « type de sol (T.S) » ;
- « importance de l'ouvrage (I.O) » et « zone sismique (Z.S) » ;
- « étanchéité de la couverture (E.C) » et « défauts apparents (D.A) » ;
- « action du vent (A.V) » et « type de structure (T.S.1) ».

Les variables qui ont le plus contribué à la formation des axes :

- Axe 1 sont : « zone sismique (Z.S) », « type de sol (T.S) » et « importance de l'ouvrage (I.O) ».
- Axe 3 sont : « action de vent (A.V) », « type de la structure (T.S.1) ».

➤ **Plan factoriel (2-3)**

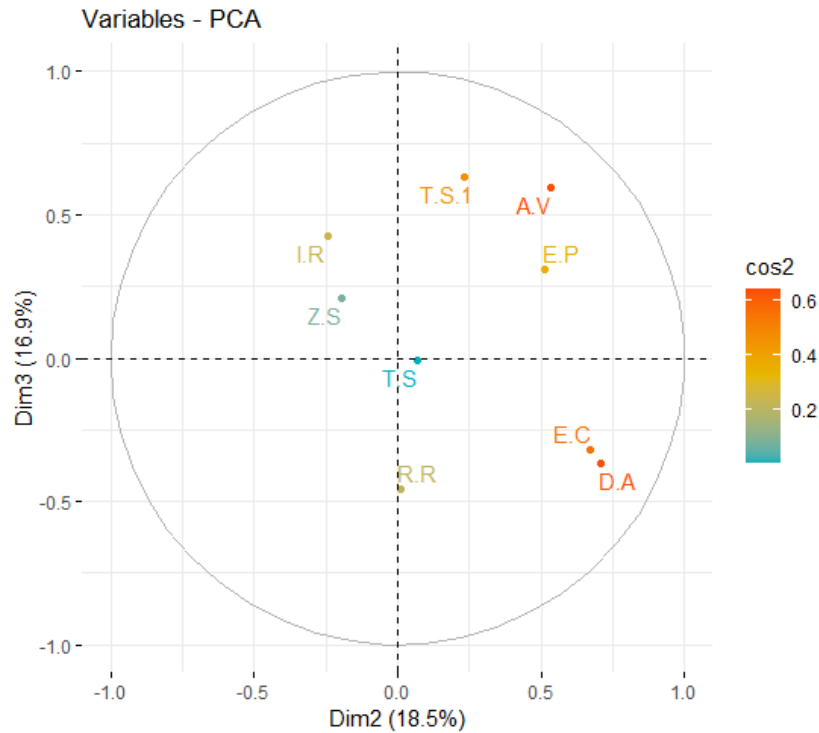


Figure 2.8: Cercle de corrélation des variables dans le plan factoriel (2-3).

- Les variables qui sont bien représentées par ce plan: « action de vent (A.V) », « défauts apparent (D.A) » et « type de la structure (T.S.1) ».
- Les variables ayant contribué à la formation de l'axe 1 : « type de sol (T.S) » (tableau 2.17).
- Les variables qui ont le plus contribué à la formation de l'axe 2 : « importance de réservoir (I.R) » « rôle de réservoir (R.R) » et la « zone sismique (Z.S) » (tableau 2.18).

La lecture des cercles des corrélations confirme bien les conclusions retenues par l'interprétation des différents tableaux des contributions et de la qualité de représentation.

2.2.4.4 Etude des individus

2.2.4.4.1 Cordonnées factoriel des individus

Les coordonnées factorielles des individus sont obtenues par une projection orthogonale de l'individu sur l'axe factoriel. Le repérage des individus contribuant à la formation d'un axe est effectué par les valeurs des coordonnées **le plus élevé en valeur absolue**.

Les coefficients de ces coordonnées factorielles sont fournis par le logiciel **R®**. Les résultats sont illustrés sur le tableau 2.18.

Après analyse des résultats, il ressort que :

Les individus qui ont le plus contribué à la formation de l'axe 1 sont :

5, 7, 10, 12, 13, 16, 17, 19, 24, 25, 30, 31, 34, 36, 37, 42, 44, 47, 50 et 51 ;

Les individus qui ont le plus contribué à la formation de l'axe 2 sont :

1, 3, 9, 14, 20, 21, 22, 23, 27, 28, 32, 38, 40, 41, 43, 45, 46, 52 et 54 ;

Les individus qui ont le plus contribué à la formation de l'axe 3 sont :

2, 4, 6, 8, 11, 15, 18, 26, 29, 33, 35, 39, 48, 49 et 53 ;

Tableau 2.18 : Coordonnées factorielles des individus.

Site des réservoirs	N°	Dim.1	Dim.2	Dim.3
Adnis (Irdjen)	1	-0.29	1.86	-0.75
Ait hague (Irdjen)	2	-1.08	-0.99	-2.36
Ait halli (Irdjen)	3	0.36	0.62	0.15
Ait yacoub (Irdjen)	4	-1.49	-0.21	-2.77
Boudjlil (Irdjen)	5	-2.76	0.25	0.06
Ibhlal (Irdjen)	6	-1.41	1.59	1.64
Mehriz (Irdjen)	7	-1.87	-0.45	0.43
Mestigue (Irdjen)	8	0.25	1.05	-1.64
Monoblo 1 (Irdjen)	9	-0.21	-2.48	-1.02
Monoblo 2 (Irdjen)	10	-1.93	-1.66	-0.97
SR1 (Irdjen)	11	-0.79	0.82	1.61
SR 2 (Irdjen)	12	-1.33	-1.01	0.90
SR 3 (Irdjen)	13	-2.19	-0.77	-0.53
Taghanimt (Irdjen)	14	-0.21	1.37	-0.75
Taksebt (Irdjen)	15	-1.26	0.29	1.92
Tala amara (Irdjen)	16	-1.24	-1.17	-0.10
Tansaout (Irdjen)	17	-2.77	-0.84	-0.51
Tamazirt 1 (Irdjen)	18	-0.70	0.00	-2.75
Tamazirt 2 (Irdjen)	19	-1.58	-0.20	1.48
Zone insustrielle (Irdjen)	20	-0.07	3.09	-1.02
Ath Ighil (Irdjen)	21	-0.68	1.40	0.11
Mouldioune village (DBK)	22	0.73	3.00	1.42
Moudioune zone (DBK)	23	-0.51	-1.49	0.82
Touaresse (DBK)	24	3.43	0.48	1.77
Touaresse (DBK)	25	2.46	-0.59	1.95
SR 1 (Sidi Naaman)	26	0.62	-0.85	1.41
SR 2 (Sidi Naaman)	27	0.36	-1.57	1.47
Chef lieu (Sidi Naaman)	28	1.20	1.81	0.72

Maassal (Sidi Naaman)	29	-0.16	0.74	0.85
Chef lieu 1 (Tadmait)	30	4.14	-0.66	-0.58
Chef lieu 2 (Tadmait)	31	3.58	-1.96	1.12
Kef laagab (Tadmait)	32	0.58	1.01	-0.76
Baghdad (Tadmait)	33	1.78	-1.03	-2.04
Ait Saada ouarezki (Tadmait)	34	1.06	0.99	0.02
Ait Saada bas (Tadmait)	35	-0.52	1.07	-1.08
Ait Saada haut (Tadmait)	36	-1.88	-1.32	0.31
Tighilt Tiguerfiouine (Tadmait)	37	0.68	0.28	0.28
Telta 1 (Tadmait)	38	0.04	0.98	-0.50
Telta 2 (Tadmait)	39	0.31	-1.33	0.83
Adjaba (Tirmitine)	40	-0.37	1.21	-0.03
Avarane 1(Tirmitine)	41	0.58	2.17	-1.34
Avarane 2 (Tirmitine)	42	1.93	-1.54	0.28
Herrouka 1 (Tirmitine)	43	-0.14	1.39	0.95
Herrouka 2 (Tirmitine)	44	-0.85	0.24	0.29
Ibhlal 1 (Tirmitine)	45	-0.43	-0.62	-0.06
Ibhlal 2 (Tirmitine)	46	-0.72	-1.92	0.48
Megdoul 1 (Tirmitine)	47	-1.38	-0.94	0.28
Megdoul 2 (Tirmitine)	48	-0.50	-1.12	1.70
Menacera (Tirmitine)	49	-0.63	-0.95	1.13
Chef lieu 1 (Mekla)	50	2.90	-0.79	-0.88
Chef lieu 2 (Mekla)	51	3.04	-1.35	-2.64
SR 1 Chaibe (Mekla)	52	0.72	1.38	0.05
SR 2 Chaibe (Mekla)	53	0.73	0.10	-1.75
SR 3 Chaibe (Mekla)	54	0.43	0.63	0.43

2.2.4.4.2 Contribution relative des individus à l'inertie des axes

La contribution relative des individus à l'inertie des axes est donnée par le logiciel R®. Les résultats sont illustrés dans le tableau 2.19.

Tableau 2.19 : Contribution relatives des individus à l'inertie des axes.

Site des réservoirs	N°	Dim.1	Dim.2	Dim.3
Adnis (Irdjen)	1	0.06	3.86	0.69
Ait hague (Irdjen)	2	0.90	1.09	6.78
Ait halli (Irdjen)	3	0.10	0.43	0.03
Ait yacoub (Irdjen)	4	1.72	0.05	9.30
Boudjlil (Irdjen)	5	5.92	0.07	0.00
Ibhlal (Irdjen)	6	1.53	2.80	3.26
Mehriz (Irdjen)	7	2.70	0.22	0.22
Mestigue (Irdjen)	8	0.05	1.23	3.25
Monoblo 1 (Irdjen)	9	0.03	6.86	1.27
Monoblo 2 (Irdjen)	10	2.89	3.07	1.15
SR1 (Irdjen)	11	0.49	0.75	3.14
SR 2 (Irdjen)	12	1.37	1.13	0.99
SR 3 (Irdjen)	13	3.72	0.67	0.34
Taghanimt (Irdjen)	14	0.03	2.09	0.68
Taksebt (Irdjen)	15	1.24	0.10	4.47
Tala amara (Irdjen)	16	1.20	1.53	0.01
Tansaout (Irdjen)	17	5.97	0.79	0.32
Tamazirt 1 (Irdjen)	18	0.38	0.00	9.17
Tamazirt 2 (Irdjen)	19	1.93	0.04	2.66
Zone insustrielle (Irdjen)	20	0.00	10.66	1.26
Ath Ighil (Irdjen)	21	0.36	2.18	0.01
Mouldioune village (DBK)	22	0.42	10.03	2.44
Moudioune zone (DBK)	23	0.20	2.46	0.82
Touaresse (DBK)	24	9.16	0.25	3.81
Touaresse (DBK)	25	4.72	0.39	4.62

SR 1 (Sidi Naaman)	26	0.30	0.80	2.40
SR 2 (Sidi Naaman)	27	0.10	2.76	2.62
Chef lieu (Sidi Naaman)	28	1.11	3.66	0.63
Maassal (Sidi Naaman)	29	0.02	0.61	0.87
Chef lieu 1 (Tadmait)	30	13.31	0.48	0.40
Chef lieu 2 (Tadmait)	31	9.96	4.28	1.53
Kef laagab (Tadmait)	32	0.26	1.14	0.70
Baghdad (Tadmait)	33	2.48	1.17	5.04
Ait Saada ouarezki (Tadmait)	34	0.87	1.09	0.00
Ait Saada bas (Tadmait)	35	0.21	1.27	1.41
Ait Saada haut (Tadmait)	36	2.76	1.94	0.11
Tighilt Tiguerfiouine (Tadmait)	37	0.36	0.08	0.10
Telta 1 (Tadmait)	38	0.00	1.08	0.30
Telta 2 (Tadmait)	39	0.08	1.97	0.84
Adjaba (Tirmitine)	40	0.11	1.63	0.00
Avarane 1(Tirmitine)	41	0.26	5.24	2.19
Avarane 2 (Tirmitine)	42	2.91	2.63	0.09
Herrouka 1 (Tirmitine)	43	0.01	2.14	1.10
Herrouka 2 (Tirmitine)	44	0.56	0.06	0.10
Ibhlal 1 (Tirmitine)	45	0.14	0.43	0.00
Ibhlal 2 (Tirmitine)	46	0.41	4.09	0.28
Megdoul 1 (Tirmitine)	47	1.47	0.99	0.10
Megdoul 2 (Tirmitine)	48	0.19	1.41	3.50
Menacera (Tirmitine)	49	0.31	1.01	1.55
Chef lieu 1 (Mekla)	50	6.56	0.70	0.95
Chef lieu 2 (Mekla)	51	7.18	2.04	8.50
SR 1 Chaibe (Mekla)	52	0.40	2.11	0.00
SR 2 Chaibe (Mekla)	53	0.41	0.01	3.74
SR 3 Chaibe (Mekla)	54	0.14	0.44	0.22

Les quinze individus 5, 7, 12, 13, 17, 24, 25, 30, 31, 36, 37, 42, 44, 47 et 50 expliquent à eux seuls 76.08% de la formation du premier axe.

Les vingt trois individus 1, 3, 9, 10, 14 16, 20, 21, 22, 23, 27, 28, 32, 34, 38, 39, 40, 41, 43, 45, 46, 52 et 54 expliquent à eux seuls 64.75% de la formation du deuxième axe.

Les seize individus 2, 4, 6, 8, 11, 15, 18, 19, 26, 29, 33, 35, 48, 49, 51 et 53 expliquent à eux seuls 53.35% de la formation du troisième axe.

2.2.4.4.3 Qualité de représentation des individus (cosinus carré)

Pour interpréter correctement la proximité de projection d'un individu sur un plan, il faut s'assurer que cet individu soit bien représenté dans le plan. Pour cela, nous devons calculer le cosinus de l'angle entre l'axe factoriel et l'individu, ou plutôt le carré du cosinus. Plus ce cosinus est grand, plus l'individu sera proche de l'axe factoriel et donc sera bien représenté sur cet axe. Le cosinus carré n'est autre que la corrélation entre l'axe factoriel et l'individu initial indiquant la qualité de représentation de l'individu sur l'axe. Les coordonnées des individus sont égales aux corrélations avec les axes. Plus une corrélation entre un individu et un axe est forte, plus l'individu est proche de l'axe.

La qualité de représentation des individus est déterminée à partir du logiciel **R**[®]. Les résultats sont illustrés sur le tableau 2.20 ci-dessous :

Tableau 2.20 : Qualités des représentations des individus ($\cos^2$).

Site des réservoirs	N°	Dim.1	Dim.2	Dim.3
Adnis (Irdjen)	1	0.01	0.62	0.10
Ait hague (Irdjen)	2	0.12	0.10	0.59
Ait halli (Irdjen)	3	0.02	0.07	0.00
Ait yacoub (Irdjen)	4	0.19	0.00	0.67
Boudjlil (Irdjen)	5	0.86	0.01	0.00
Ibhlal (Irdjen)	6	0.16	0.20	0.22
Mehriz (Irdjen)	7	0.41	0.02	0.02
Mestigue (Irdjen)	8	0.01	0.15	0.37
Monoblo 1 (Irdjen)	9	0.00	0.45	0.08
Monoblo 2 (Irdjen)	10	0.35	0.26	0.09
SR1 (Irdjen)	11	0.11	0.11	0.44
SR 2 (Irdjen)	12	0.34	0.19	0.16
SR 3 (Irdjen)	13	0.68	0.09	0.04
Taghanimt (Irdjen)	14	0.01	0.23	0.07
Taksebt (Irdjen)	15	0.17	0.01	0.40
Tala amara (Irdjen)	16	0.22	0.19	0.00
Tansaout (Irdjen)	17	0.86	0.08	0.03
Tamazirt 1 (Irdjen)	18	0.04	0.00	0.65
Tamazirt 2 (Irdjen)	19	0.33	0.01	0.29
Zone insutrielle (Irdjen)	20	0.00	0.53	0.06
Ath Ighil (Irdjen)	21	0.07	0.30	0.00
Mouldioune village (DBK)	22	0.04	0.65	0.14
Moudioune zone (DBK)	23	0.06	0.51	0.16
Touaresse (DBK)	24	0.70	0.01	0.19
Touaresse (DBK)	25	0.36	0.02	0.22
SR 1 (Sidi Naaman)	26	0.08	0.16	0.43
SR 2 (Sidi Naaman)	27	0.02	0.29	0.25
Chef lieu (Sidi Naaman)	28	0.17	0.38	0.06
Maassal (Sidi Naaman)	29	0.00	0.10	0.13
Chef lieu 1 (Tadmait)	30	0.84	0.02	0.02
Chef lieu 2 (Tadmait)	31	0.65	0.19	0.06
Kef laagab (Tadmait)	32	0.06	0.20	0.11
Baghdad (Tadmait)	33	0.26	0.09	0.34
Ait Saada ouarezki (Tadmait)	34	0.21	0.19	0.00
Ait Saada bas (Tadmait)	35	0.04	0.17	0.17
Ait Saada haut (Tadmait)	36	0.52	0.26	0.01
Tighilt Tiguerfiouine (Tadmait)	37	0.15	0.03	0.03
Telta 1 (Tadmait)	38	0.00	0.13	0.03
Telta 2 (Tadmait)	39	0.01	0.14	0.05
Adjaba (Tirmitine)	40	0.02	0.25	0.00
Avarane 1(Tirmitine)	41	0.02	0.31	0.12
Avarane 2 (Tirmitine)	42	0.32	0.20	0.01
Herrouka 1 (Tirmitine)	43	0.00	0.29	0.14
Herrouka 2 (Tirmitine)	44	0.27	0.02	0.03
Ibhlal 1 (Tirmitine)	45	0.11	0.24	0.00
Ibhlal 2 (Tirmitine)	46	0.08	0.56	0.04
Megdoul 1 (Tirmitine)	47	0.19	0.09	0.01
Megdoul 2 (Tirmitine)	48	0.03	0.18	0.40
Menacera (Tirmitine)	49	0.11	0.24	0.34
Chef lieu 1 (Mekla)	50	0.62	0.05	0.06
Chef lieu 2 (Mekla)	51	0.42	0.08	0.32
SR 1 Chaibe (Mekla)	52	0.13	0.46	0.00
SR 2 Chaibe (Mekla)	53	0.11	0.00	0.62
SR 3 Chaibe (Mekla)	54	0.08	0.16	0.08

Les individus 5, 7, 10, 12, 13, 17, 19, 24, 25, 30, 31, 36, 42, 44, 50 et 51 sont bien représentés sur le premier axe factoriel.

Les individus 1, 9, 20, 21 22, 23, 27, 28, 41, 43, 46, et 52 sont bien représentés sur deuxième axe factoriel.

Les individus 2, 4, 8, 11, 15, 18, 19, 26, 33, 48, 49, 51 et 53 sont proches du troisième axe factoriel et sont bien représentés sur cet axe.

Les individus 3, 6, 14, 16, 29, 32, 34, 35, 37, 38, 39, 40, 45, 47 et 54 interviennent plus dans la formation des axes que nous avons éliminés.

2.2.4.4.4 Projection des individus dans les plans factoriels

La projection des individus dans les plans factoriels permettra d'identifier les individus qui ont contribué à la formation des axes. Puisque tous les individus ont le même poids, un individu contribuera d'autant plus à la confection d'un axe que sa projection sur cet axe sera éloignée du centre de gravité du nuage. Inversement, un individu dont la projection sur un axe sera proche du centre de gravité contribuera faiblement à l'inertie portée par cet axe.

Les 54 réservoirs (individus) sont projetés dans les plans factoriels 1-2 (figure 2.9) et 1-3 (figure 2.10) 2-3 (figure 2.11).

➤ Plan factoriel (1-2)

La figure 2.9 montre que les individus bien représentés sur le plan factoriel (1-2) sont les suivants :

1, 5, 9, 10, 17, 20, 22, 23, 24, 25, 27, 28, 30, 31, 33, 36, 42, 41, 46, 50 et 51

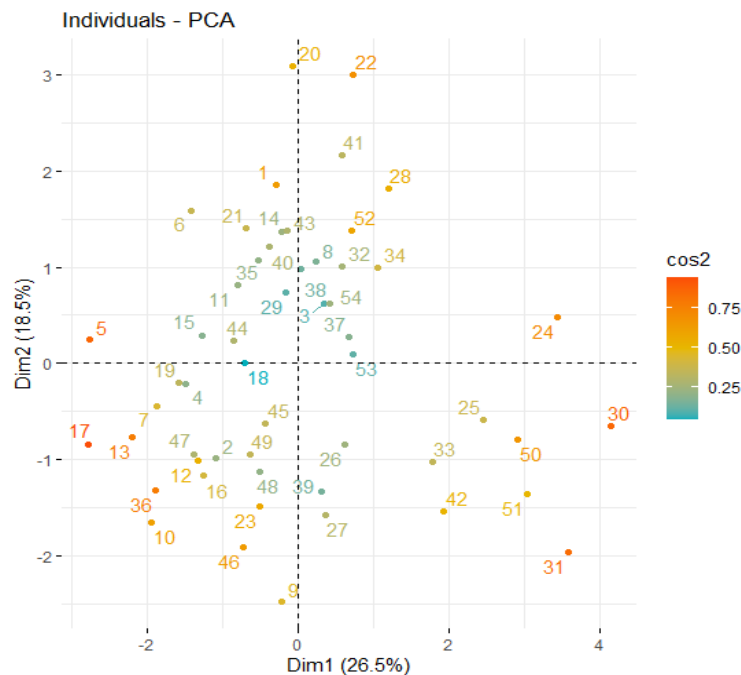


Figure 2.9 : Représentation des individus dans le plan factoriel (1-2).

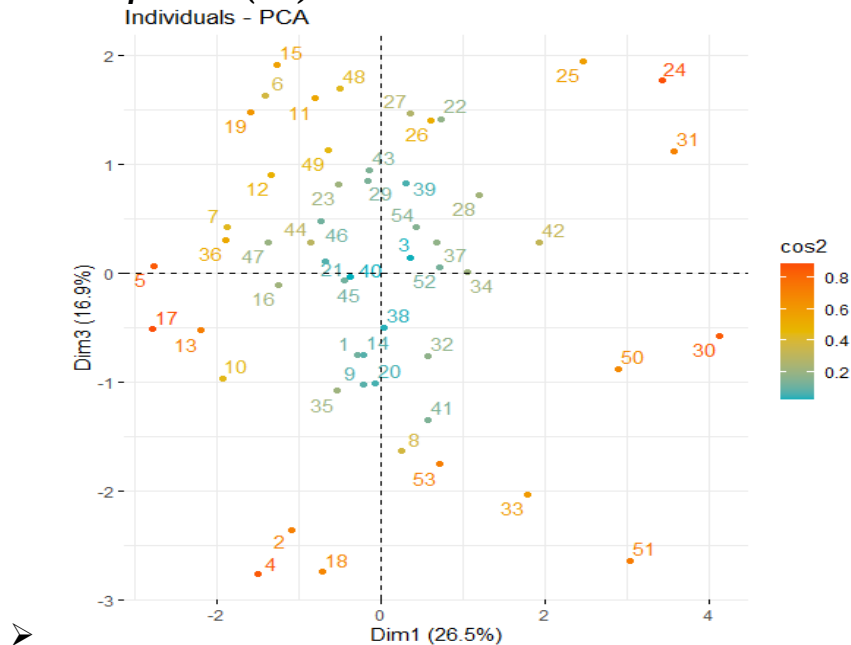
➤ **Plan factoriel (1-3)**

Figure 2.10 : Représentation des individus dans le plan factoriel (1-3).

La figure 2.10 montre que les individus bien représentés sont les suivants

2, 4, 5, 6, 8, 10, 11, 13, 15, 17, 18, 19, 24, 25, 28, 30, 31, 33, 42, 48, 50, 51 et 52

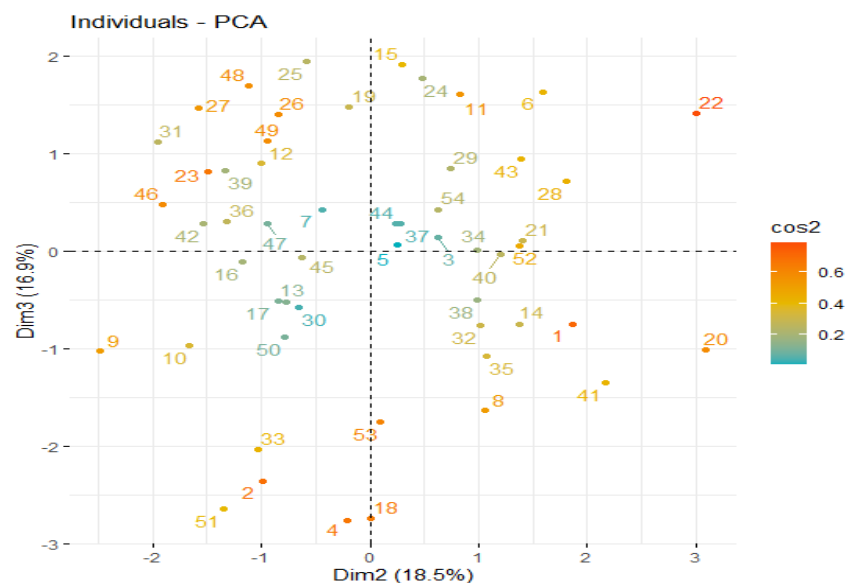
➤ **Plan factoriel (2-3)**

Figure 2.11 : Représentation des individus dans le plan factoriel (2-3).

La figure 2.11 montre que les individus bien représentés dans le plan factoriel (2-3) sont :

1,2,4,6,8,9,11,15,18,19,20,22,23,24,,25,26,27,31,33,41,48,51,53 .

Remarque : les résultats présentés par les figures 2.8, 2.9 e 2.10 confirment ceux données dans les tableaux 2.18 2.19 2.20.

2.2.4.4.5 Lien entre les variables et les individus

L'examen de graphiques précédant permet *d'identifier les groupes d'individus* ayant pris des valeurs proches sur certaines variables. Pour la construction des groupes d'individus nous nous basons sur les individus qui ont des corrélations significatives ($>r_{\text{critique}}$) avec les axes considérés. L'utilisation des variables permettra de caractériser ces différents groupes.

Puisque nous avons deux axes, nous aurons quatre groupes : 2 groupes par axe (un groupe définissant les individus dont les coordonnées sur l'axe sont négatives et un groupe définissant les individus dont les coordonnées sur l'axe sont positives).

➤ Projection des individus et variables dans le plan factoriel (1-2)

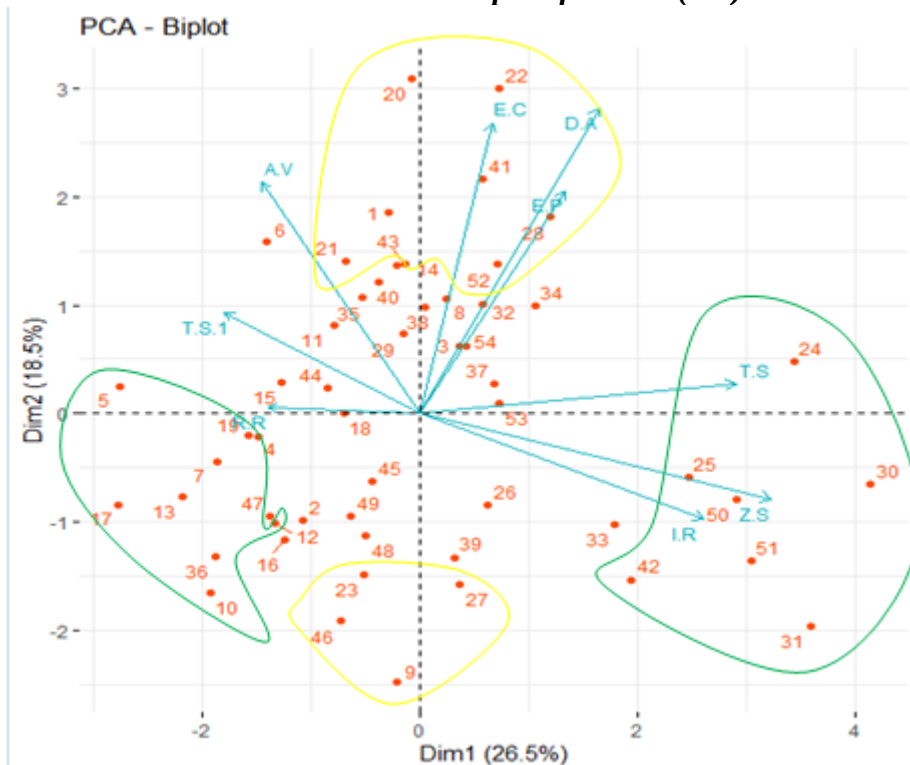


Figure 2.12: Représentation des variables et individus dans le plan factoriel (1-2).

✚ L'axe 1 (couleur verte)

Le premier groupe d'individus dont les coordonnées sur l'axe DIM1 sont positives contient les individus suivants : 24, 25, 30, 31, 42, 50, 51

Le deuxième groupe d'individus dont les coordonnées sur l'axe DIM1 sont négatives contient les individus suivants : 5, 7, 10, 13, 17, 19, 36.

Ces deux groupes rassemblent aussi les variables qui ont contribué à la formation de l'axe DIM1 (tableau18), soient « zone sismique (Z.S) », « type de sol (T.S) » et « l'importance de l'ouvrage (I.O) ». Leurs coordonnées sur l'axe DIM1 sont positives (elles se trouvent à droite de l'axe).

De ce fait, nous déduisons que ce sont les individus de ce groupe qui ont contribué à la corrélation des variables de ce groupe. Le groupe d'individus qui se trouve à droite ont de fortes valeurs pour ces variables et ceux qui se trouvent à gauche ont de faibles valeurs pour ces variables ; comme le montre le cas des individus 5 et 51 du tableau 2.21.

Tableau 2.21 : Contribution des variables à la formation de l'axe 1.

	Zone sismique	Type de sol	Importance de l'ouvrage
Boudjlil N°5	2	3	1
Chef lieu 2 Mekla N°51	6	12	3

✚ L'axe 2 (couleur jaune)

Le premier groupe d'individus, dont les coordonnées sur l'axe DIM2 sont positifs contient les individus suivants : 1, 14, 21, 28, 41, 43, 52.

Le deuxième groupe d'individus dont les coordonnées sur l'axe DIM2 sont négatifs contient les individus suivants : 9, 23, 27, 46.

Nous savons que les variables qui ont plus contribué à la formation de l'axe DIM2 sont étanchéité de la paroi, étanchéité de la couverture et défaut apparents. Leur coordonnées sur l'axe DIM2 sont positives (elles se trouvent en haut de l'axe).

Le groupe d'individus qui se trouve en haut ont de fortes valeurs pour ces variables, et celui qui se trouve en bas ont de faibles valeurs pour ces variables.

➤ Projection des individus et variables dans le plan factoriel 1-3

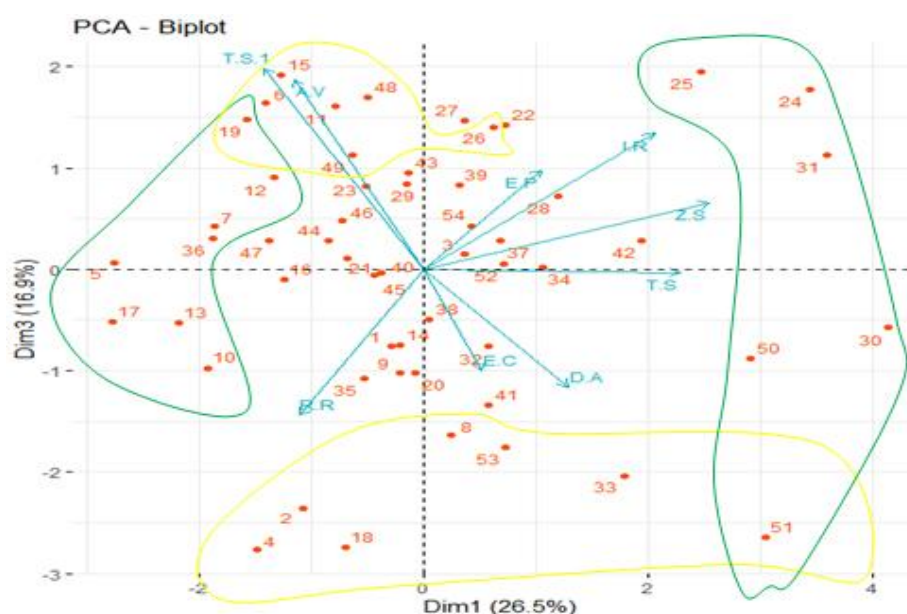


Figure 2.13: Représentation des variables et individus dans le plan factoriel (1-3).

✚ L'axe 1(Couleur verte)

Dans ce plan factoriel 1-3 nous retrouvons les mêmes informations concernant les individus et les variables avec le plan factoriel 1-2.

✚ L'axe 3 (Couleur jaune)

Le premier groupe d'individus dont les coordonnées sur l'axe 3 sont positives contient les individus suivants : 11, 15, 19, 22, 48,49.

Le deuxième groupe d'individus dont les coordonnées sur l'axe 3 sont négatives contient les individus suivants : 2, 4, 8, 18, 33, 51, 53.

Nous savons que les variables qui ont plus contribué à la formation de l'axe 3 sont Action du vent et Type de structure. La figure 2.14 montre que les coordonnées de ces variables sont positives. Elles se trouvent ainsi en haut de l'axe 3.

De ce fait, le groupe d'individus se trouvant en haut de l'axe 3 ont de fortes valeurs pour ces variables, et celui qui se trouve en bas ont de faibles valeurs pour ces variables.

➤ Projection des individus et variables dans le plan factoriel (2-3)

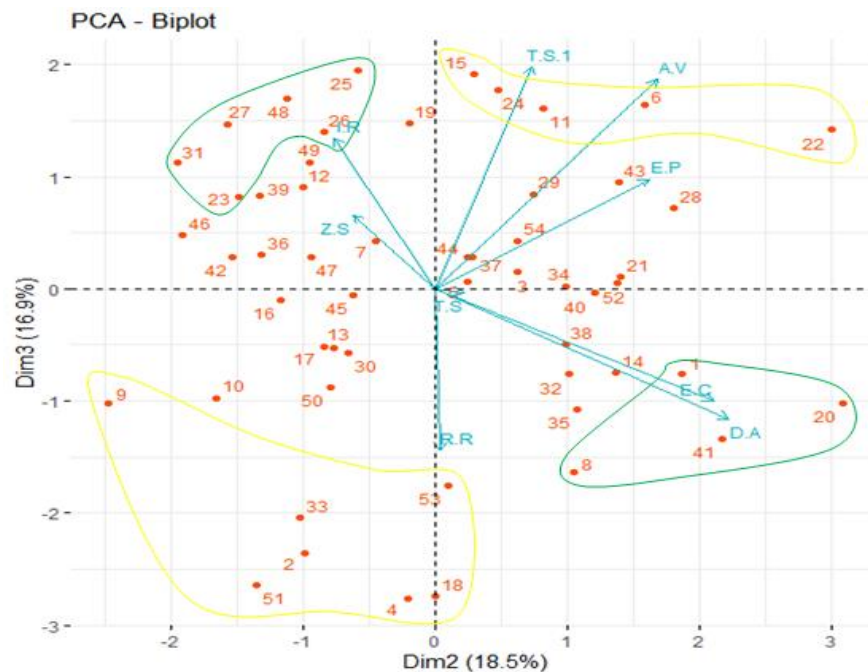


Figure 2.14 : Représentation des variables et individus dans le plan factoriel (2-3).

Les individus appartenant aux différents groupes constitués sont ceux qui ont participé à la présence de corrélations significatives entre les différentes variables comme illustré dans la matrice de corrélation (tableau 2.14). Nous pouvons alors dire que les individus se trouvant dans un même groupe se ressemblent du point de vu de ces variables.

2.3 Variables supplémentaire

Les variables supplémentaires sont les variables retranché dans le tableau final de l'ACP et qui ne présentent aucune corrélation linéaire. Afin de comprendre comment ces variables sont liées aux autres variables ayant fait l'objet d'un ACP, nous les faisons apparaître dans la représentation graphique des cercles de corrélation en les introduisant comme variables supplémentaires. La représentation de ces variables supplémentaires dans les plans factoriels (1-2 et 1-3 et 2-3), sont illustrés dans les figures (2.14 et 2.15 et 2.16).

➤ Représentation graphique des variables supplémentaires dans le plan factoriel (1-2)

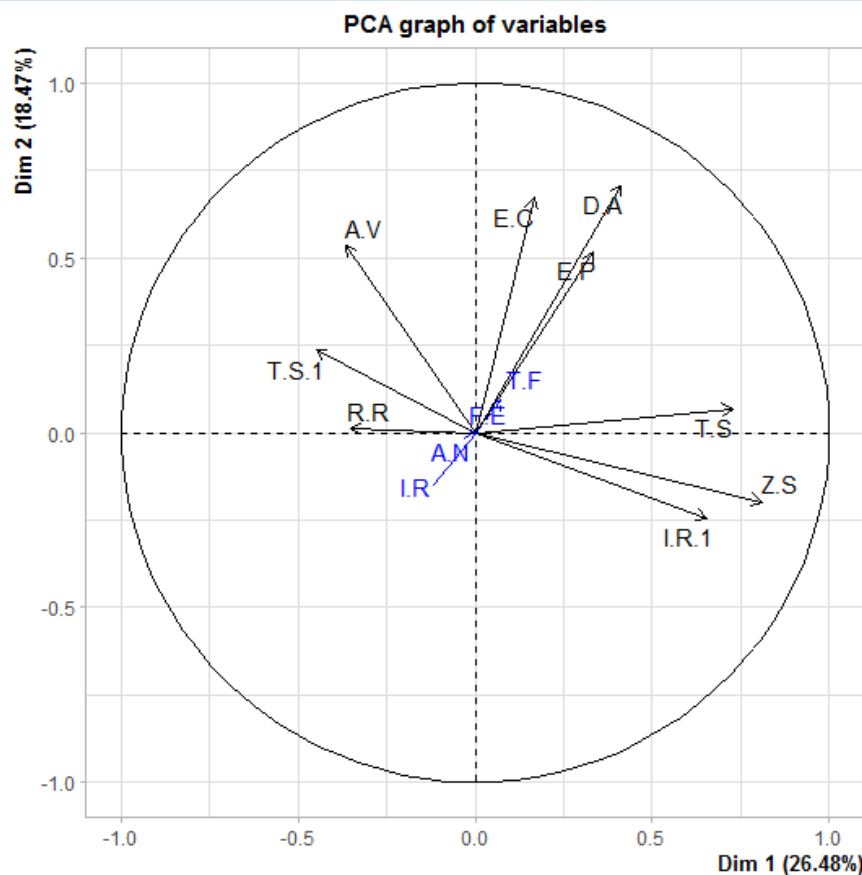


Figure 2.15 : La représentation des variables supplémentaires dans le plan factoriel (1-2).

➤ *Représentation graphique des variables supplémentaires dans le plan factoriel (1 - 3)*

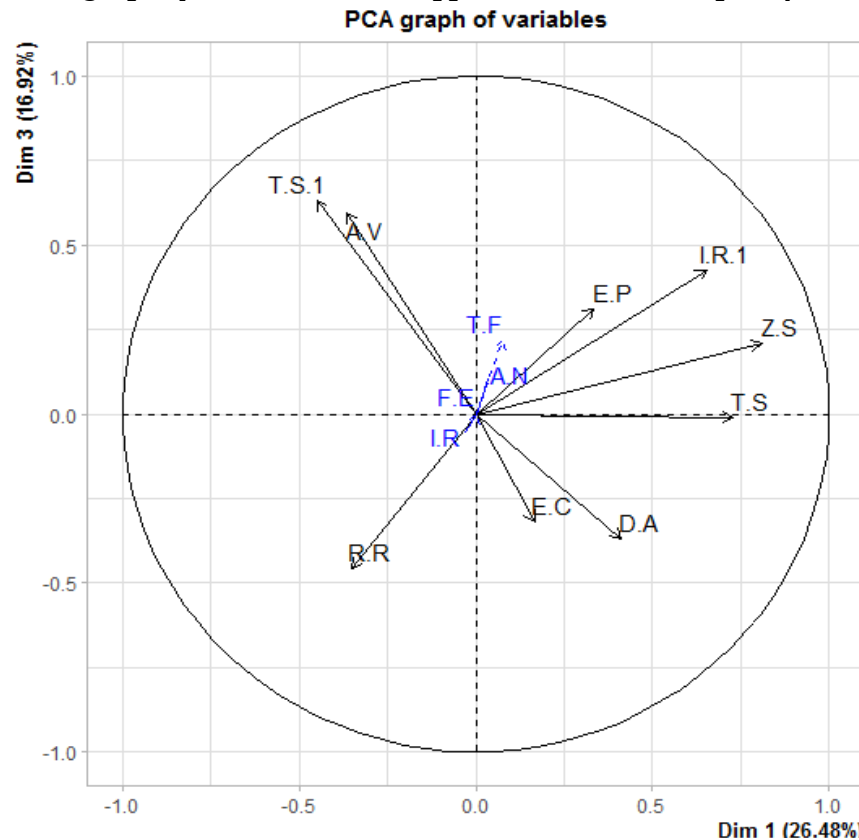


Figure 2.16: La représentation des variables supplémentaires dans le plan factoriel (1-3).

➤ *Représentation graphique des variables supplémentaires dans le plan factoriel (2 - 3)*

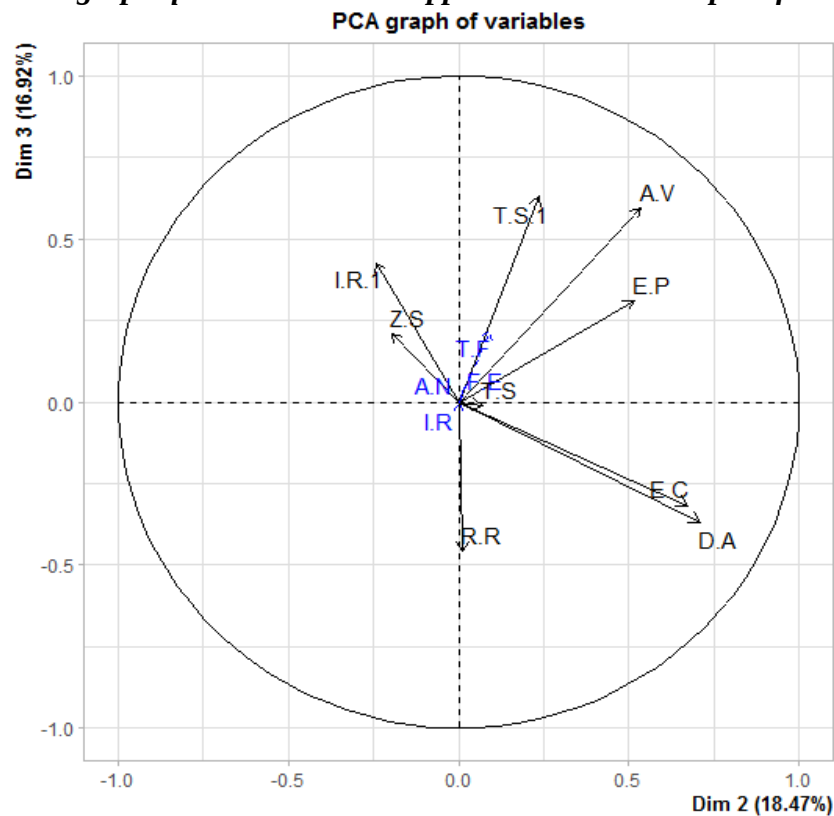


Figure 2.17: La représentation des variables supplémentaires dans le plan factoriel (2-3).

Après analyse des résultats, nous remarquons que les variables supplémentaires sont représentées par le logiciel **R**® avec une couleur (bleu) qui ne figure pas dans la palette de la légende, à savoir : implantation de l'ouvrage (I.R), action de la neige (A.N), fréquence de l'entretien (F.E), type de fondation (T.F). Ces variables sont proches du centre du cercle et loin de la périphérie. Ce qui confirme que ces variables ne présentent aucune corrélation. Nous concluons que ces variables sont les plus prépondérantes dans le calcul de l'indice Iv, ceci étant confirmé par valeurs importantes de leurs notes partielles.

Conclusion :

La méthode d'analyse en composante principale « **ACP** », est appliquée avec succès dans ce chapitre, à l'échelle d'un parc de 54 réservoirs (individus). Les variables considérées sont les paramètres d'analyse de la vulnérabilité des réservoirs. La factorisation des données (test de sphéricité de Bartlett et non singularité de la matrice de corrélation) a montré la présence de corrélation significative entre les variables (corrélation supérieures la corrélation critique égale à 0.268).

Pour une meilleure représentation graphique des variables et des individus dans les plans factoriels, deux critères sont considérés ; le critère du coude de Cattell et le critère de Kaiser. A cet effet, trois axes principaux sont retenus **DIM1**, **DIM2** et **DIM3**. Ces axes sont associés à des valeurs propres supérieures à 1 et présentent 62% de l'inertie totale, c-à-d de l'information retenue par rapport à l'information initiale. Le reste de l'information est porté par les autres axes non retenus. Les variables ayant contribué aux formations de ces trois axes principaux sont corrélées positivement. Toute fois, la « **zone sismique** », le « **défaut apparent** » et le « **type de structure** » sont les variables qui ont plus contribué à la formation de ces axes. La lecture des cercles des corrélations (graphique variables) a confirmé les conclusions retenues par l'interprétation des différents résultats.

D'autre part, la qualité de représentations des individus est déterminée de la même manière, à partir du seuil minimal critique = 0.268. Au delà de cette valeur toutes les corrélations sont significatives. L'examen des graphiques des variable individus a permis d'identifier quatre groupes d'individus ayant pris des valeurs proches sur certaines variables. Les individus appartenant aux différents groupes constitués sont ceux qui ont participé à la présence de corrélations significatives entre les différentes variables, illustrées dans la matrice de corrélation. Nous pouvons alors dire que les individus se trouvant dans un même groupe se ressemblent du point de vu de ces variables.

Enfin, la comparaison des résultats obtenus par les deux logiciels (Stabox et le logiciel R[®]) confirment la fiabilité de nos résultats, sachant que ces derniers sont identiques.

Introduction

Aujourd'hui, les méthodes d'analyse des données sont employées dans un grand nombre de domaines qu'il est impossible d'énumérer : l'ingénierie, gestion, économie...etc. Les objectifs des chercheurs en analyse de données est de répondre aux problèmes posés par des tableaux de grandes dimensions.

Parmi ces méthodes, l'analyse factorielle des correspondances « **AFC** » qui est une méthode puissante pour synthétiser et résumer de vastes tableaux de contingence, pour objet de traiter des informations obtenues dans les domaines les plus divers, dans des situations très complexes, toutes sont destinées à aider l'utilisateur à la lecture et l'interprétation de l'informations d'une manière plus simple et à décrire la dépendance ou la correspondance entre deux ensembles de caractère i et j .

Dans ce chapitre, nous proposons d'appliquer la méthode AFC, sous **R**[®], pour étudier les correspondances pouvant exister entre les paramètres d'analyse de la vulnérabilité et les niveaux de vulnérabilité définis par la méthode d'indice de vulnérabilité, présentée au premier chapitre. Nous présentons le principe de l'AFC, l'exposé de la méthode et son application au parc d'étude de la wilaya de Tizi-Ouzou.

3.1 Définition de l'AFC

L'analyse factorielle des correspondances notée « **AFC** » est une méthode factorielle de statistique descriptive multidimensionnelle. Elle a été mise à point par l'équipe de recherche du professeur **BENZEKRI** au début des années 60 à l'université de Paris VI (**Dervin, 1990**). Cette technique statistique permet d'analyser la liaison existante entre deux variables qualitatives par traitement des tableaux de données où les valeurs sont positives et homogènes comme les tableaux de contingence. Le but principal de l'AFC est de lire l'information contenue dans un espace multidimensionnel par une réduction de la dimension de cet espace, tout en conservant un maximum d'information contenue dans l'espace de départ (**Ilhame, 2019**) le terme « correspondance » provient du fait que l'on cherche mettre les modalités de ces variables en correspondance.

3.2 Principe d'une AFC

Elle consiste à réaliser un (ou plusieurs) graphiques à partir d'un tableau de données, en réduisant les dimensions de l'espace de représentation des données, tout en essayant de ne pas

perdre trop d'information au moment de cette réduction. Pour cela, il suffit de déterminer les axes de projection qui sont les plus aptes à représenter correctement l'information.

En ACP, les données analysées sont celles d'un tableau de n individus sur lesquels on a mesuré p variables. En AFC, si on s'intéresse au cas classique d'un tableau de contingence, on remarque que la comparaison de deux lignes du tableau n'est pas facile car les effectifs sont inégaux. En revanche, si on divise chaque ligne par son effectif total, on obtient alors des pourcentages que l'on appelle « profils » et les comparaisons entre lignes deviennent alors beaucoup plus faciles.

Quand on compare deux objets, il faut se donner une mesure qui permette de caractériser la ressemblance entre eux. L'ACP utilisait implicitement la distance euclidienne sur les données ; l'AFC utilise la distance du khi-2 « $d_{\chi^2}^2(i, j')$ » sur les profils, c'est-à-dire les données divisées par leur effectif.

3.3 Exposé de la méthode d'AFC

3.3.1 Présentation des données d'une AFC

À l'origine, l'Analyse Factorielle des Correspondances « AFC » a été conçue pour étudier des tableaux appelés couramment tableaux de contingence (ou tableaux croisés). Il s'agit de tableaux d'effectifs obtenus en croisant les modalités de deux variables qualitatives. Les données sont constituées par n individus pour lequel on dispose de deux variables qualitatives. Ces données sont regroupées dans un tableau dans lequel on retrouve en lignes les modalités de la variable V_1 et en colonnes les modalités de la variable V_2 (**figure 3.1**). A l'intersection de la ligne i et la colonne j on trouve X_{ij} le nombre d'individus ayant choisi ou bien procédant à la fois la modalité i, j (Husson et Pagès, 2016).

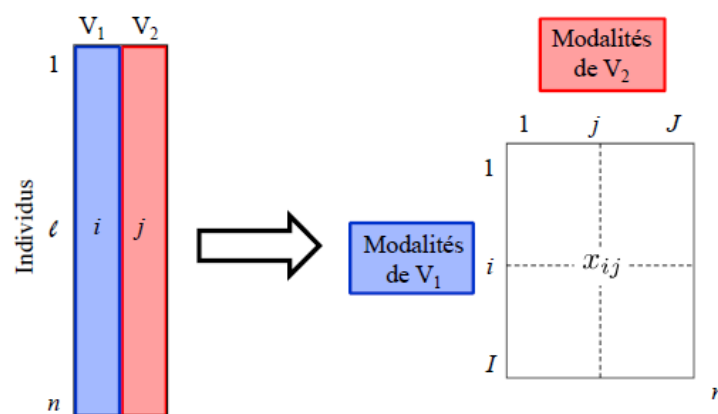


Figure 3.1 : Distribution des n individus.

A partir de tableau de données nous construisons un tableau de contingence. Dans ce tableau, les modalités des caractères sont exclusives les unes par rapport aux autres et exhaustives. Il en résulte que les sommes en ligne et en colonne du tableau ont un sens. Le tableau des données se présente alors de la façon suivante (figure 3.2) :

		Modalités de Y			
$Z_{(N,n)} =$	Modalités de X	1	j	n	n
	1				$z_{i.}$
	...				
	i		z_{ij}		
	...				
N					M
		$z_{.j}$			
		Sommes en colonne			Somme totale

Figure 3.2 : Table de contingence.

3.3.2 Transformation des données en profils

Dans un tableau de contingence, les mots individus et variables n'ont pas la même signification que dans le tableau de l'ACP. En effet, dans le tableau de contingence les lignes et les colonnes représentent les modalités de deux caractères. Pour conserver une homogénéité dans la présentation des deux analyses, on pose par convention que les modalités du caractère V_1 en lignes portent le nom d'individus et que les p modalités du caractère V_2 en colonnes portent le nom de variable.

On suppose qu'il existe une liaison entre les variable V_1 et V_2 , et on cherche à d'écrire, à expliciter, cette liaison. Pour cela on se base sur l'étude des profils-lignes et des profils-colonnes.

3.3.2.1 Profils-lignes

On appelle i profil ligne, le vecteur de dimension j des fréquences de la variable V_1 conditionnellement à la valeur de V_2 , (figure 3.3) s'écrit :

$$f_j^i = \frac{n_{ij}}{n_j} = \frac{f_{ij}}{f_{.j}} = f_{.j} \quad (3.1)$$

Et pour la fréquence marginale de la modalité i :

$$f_{i.} = \frac{n_{i.}}{n} \quad (3.2)$$

Avec :

$n_{i.}$: Effectif total de la ligne i ,

$n_{.j}$: Effectif total de la colonne j .

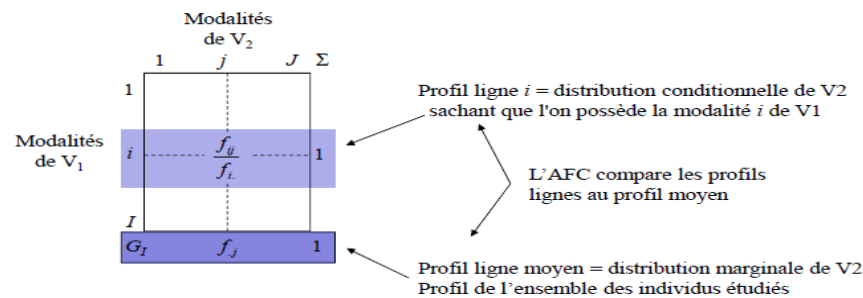


Figure 3. 3 : Comparaison profils-lignes au profil moyen.

3.3.2.2 Profils-colonnes

On appelle j profil colonne, le vecteur de dimension i des fréquences de la variable V_1 conditionnellement à la valeur j de V_2 , (figure 3.4) s'écrit :

$$f_i^j = \frac{n_{ij}}{n_j} = \frac{f_{ij}}{f_j} = f_{i.} \quad (3.3)$$

Et pour la fréquence marginale de la modalité j :

$$f_j = \frac{n_j}{n} \quad (3.4)$$

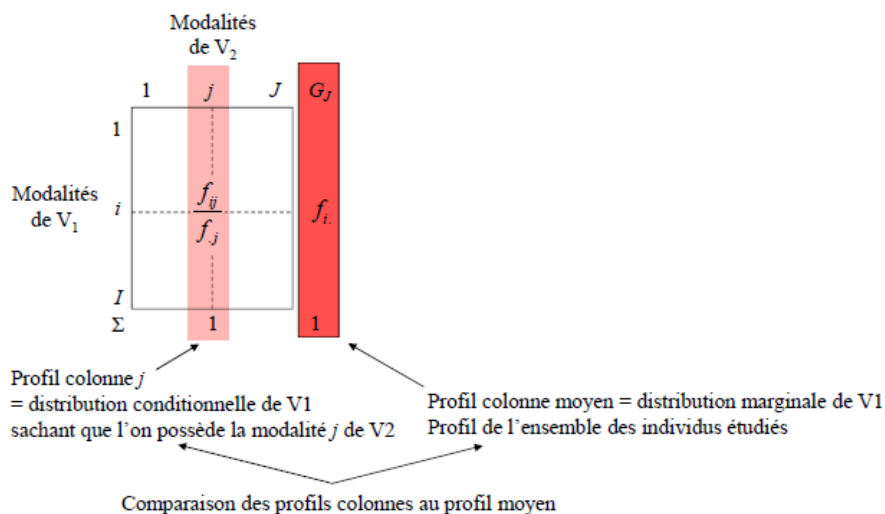


Figure 3.4 : Comparaison des profils-colonnes au profil moyen.

3.3.3 Nuages des profils

3.3.3.1 Nuages des profils-lignes

S'intéresser aux modalités de la première variable revient à considérer les données comme une juxtaposition de profils-lignes. Chaque profil-ligne est une suite de j valeurs numériques et peut être représenté par un point de l'espace R^J dont chacune des j dimensions est associée à une modalité de la seconde variable. La distance du χ^2 définissant la ressemblance entre profils-lignes possède les propriétés d'une distance euclidienne et confère à R^J la structure d'espace euclidien. Cette distance revient à affecter le poids $1/f_j$ à la j^e dimension de R_J . La somme des coordonnées de chaque profil-ligne vaut 1 ; il en résulte que le nuage NI appartient à un hyperplan, noté H_I (Escofier et Pagès, 2008).

Distance entre deux profils :

$$d_{\chi^2}^2(i, i') = \sum_{j=1}^J \frac{1}{f_j} \left(\frac{f_{ij}}{f_i} - \frac{f_{i'j}}{f_{i'}} \right)^2 \quad (3.5)$$

Distance au profil moyen :

$$d_{\chi^2}^2(i, G_i) = \sum_{j=1}^J \frac{1}{f_j} \left(\frac{f_{ij}}{f_i} - f_j \right)^2 \quad (3.6)$$

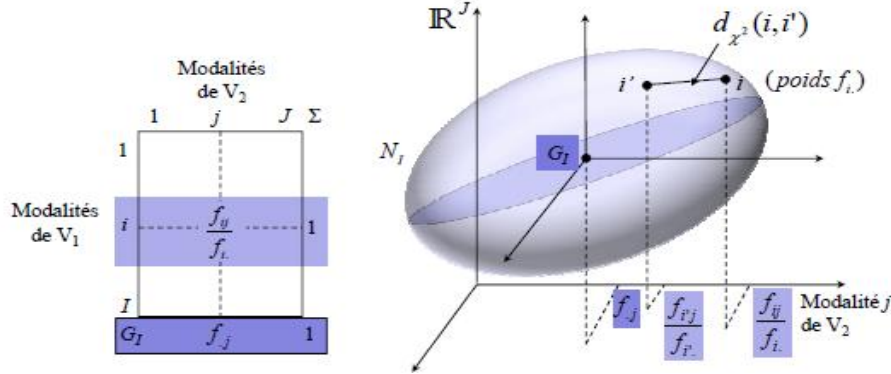


Figure 3.5 : Nuage profils-lignes.

En AFC, les poids affectés à chaque point du nuage sont imposés. Le point i a un poids égal à la fréquence marginale f_i . (Ce poids est proportionnel à l'effectif de la classe d'individus représentée par le point i).

Le **barycentre** des points de N_I munis de ces poids est noté G_I . Sa j^{e} coordonnée est égale à la fréquence marginale f_j .

$$f_j = \sum_i f_i \frac{f_{ij}}{f_i} \quad (3.7)$$

3.3.3.2 Nuage de profils-colonnes

Compte tenu du rôle symétrique joué par les lignes et les colonnes en AFC, la construction du nuage des profils-colonnes s'effectue selon une démarche strictement identique à celle du nuage des profils-lignes. Il est toutefois utile de la décrire, ne serait-ce que pour fixer les notations.

S'intéresser aux modalités de la seconde variable revient à considérer les données comme une juxtaposition de profils-colonnes. Chaque profil-colonne est une suite de I valeurs numériques et peut être représenté par un point de l'espace $\mathbf{R}^I$ dont chacune des dimensions est associée à une modalité de la première variable. $\mathbf{R}^I$ est muni d'une structure euclidienne par la distance du χ^2 : à la i^{e} dimension on affecte le poids $1/f_i$ (Escofier et Pagès, 2008).

Distance entre deux profils :

$$d_{\chi^2}^2(j, j') = \sum_{i=1}^I \frac{1}{f_i} \left(\frac{f_{ij}}{f_j} - \frac{f_{i'j'}}{f_{j'}} \right)^2 \quad (3.8)$$

Distance au profil moyen G_J :

$$d_{\chi^2}^2(j, G_J) = \sum_{i=1}^I \frac{1}{f_i} \left(\frac{f_{ij}}{f_j} - f_i \right)^2 \quad (3.9)$$

Avec :

f_i : est la somme de la ligne i sur toutes les colonnes,

f_j : est la somme de la colonne j sur toutes les lignes.

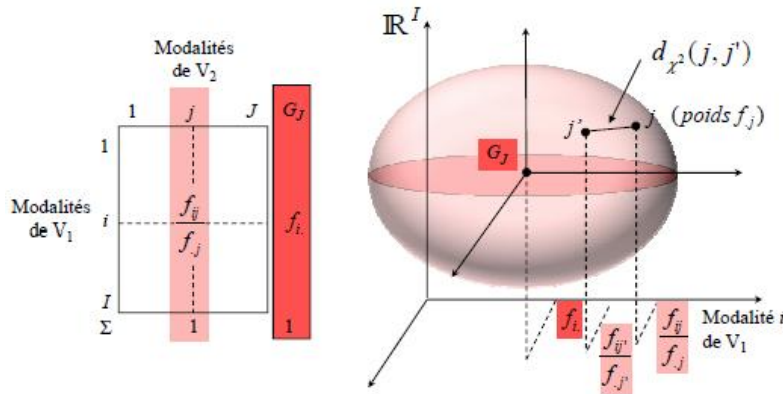


Figure 3.6 : Nuage profils-colonnes.

Le point G_J représente la marge $\{f_i, i = 1, \dots, I\}$; c'est le barycentre de N_J lorsque l'on munit chaque profil-colonne j du poids f_j ; en tant que profil moyen, il sert constamment de référence dans l'étude de N_J .

3.3.4 Ajustement des profils

3.3.4.1 Ajustement du nuage des profils-lignes

Dans R^J , l'ajustement vise à obtenir une suite d'images planes approchées du nuage N_I . De la même façon que l'ACP, l'AFC procède en recherchant une suite d'axes orthogonaux sur lesquels le nuage N_I est projeté. Chaque axe possède la propriété de rendre maximum l'inertie projetée du nuage N_I avec la contrainte d'être orthogonal aux axes déjà trouvés. Les images planes de N_I doivent être telles que les distances entre les points de l'image ressemblent le plus possible aux distances entre les points de N_I . Cet objectif est tout à fait analogue à celui de l'ajustement du nuage des individus en ACP : pratiquement, il implique que le nuage analysé soit centré, c'est-à-dire que son barycentre soit choisi comme origine des axes.

Dans le nuage centré, la classe définie par la modalité i est représentée par un point dont la coordonnée sur le j^e axe vaut : $f_{ij}/f_i - f_{.j}$. La position de ce point exprime la différence entre la répartition, sur l'ensemble des modalités de la seconde variable, des individus de la classe i et celle de la population totale. Ainsi, rechercher les directions d'inertie maximum du nuage

centré revient à mettre en évidence les classes qui s'écartent le plus du profil de l'ensemble de la population.

Chaque profil est muni d'un poids égal à sa fréquence marginale $f_{i.}$. Ce poids intervient en premier lieu dans le calcul du barycentre du nuage. Il intervient aussi dans l'inertie et donc dans le critère d'ajustement satisfait par les axes (figure 3.7) (Escofier et Pagès, 2008).

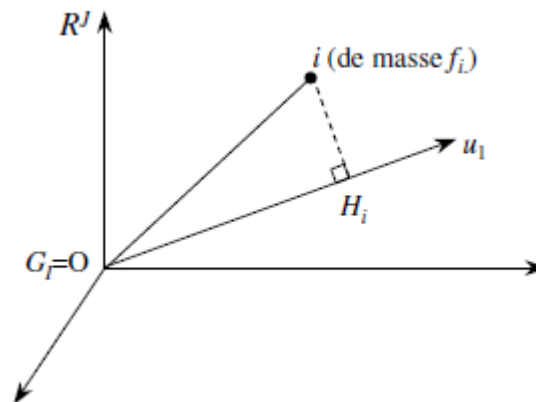


Figure 3.7 : Ajustement dans R^J du nuage des profils-lignes .i .

3.3.4.2 Ajustement du nuage des profils-colonnes

Du fait du rôle symétrique joué par les lignes et les colonnes en AFC, l'ajustement de N_J dans R^I se pose dans les mêmes termes et possède les mêmes propriétés que l'ajustement de N_I dans R^J . (Escofier et Pagès, 2008).

3.3.5 La dualité

Les deux nuages N_I et N_J constituent deux représentations d'un même tableau, l'une à travers ses profils-lignes, l'autre à travers ses profils-colonnes. Il s'ensuit que les analyses de ces deux nuages ne sont pas indépendantes : les relations entre ces deux analyses sont communément regroupées sous le terme de dualité.

Cette dualité est plus fondamentale et plus riche en AFC qu'en ACP car les lignes et les colonnes représentent des objets de même nature, ce qui n'est pas le cas en ACP (Escofier et Pagès, 2008).

3.3.5.1 Statistique du khi2

Lorsque l'on étudie un tableau de contingence, c'est-à-dire une population de n individus au travers de deux variables qualitatives, il est classique de mesurer la significativité de la liaison entre ces deux variables à l'aide de la statistique χ^2 . Appliquée à un tableau d'effectifs, cette statistique mesure l'écart entre les effectifs observés et les effectifs théoriques que l'on obtiendrait en moyenne si les deux variables étaient indépendantes. Elle s'écrit :

$$\chi^2 = \sum_{ij} \frac{(nf_{ij} - nf_{i.}f_{.j})^2}{nf_{i.}f_{.j}} \quad (3.10)$$

a. Test du Khi2 :

Le test du khi2 permet de **déterminer la probabilité que les deux variables d'un tableau de contingence soient indépendantes**, c'est-à-dire qu'il n'existe pas de relation entre les modalités en ligne et les modalités en colonne (les unes ne conditionnent pas les autres, et réciproquement). Cela veut dire que le fait d'appartenir à une modalité de la première variable n'a pas d'influence sur la modalité d'appartenance de la deuxième variable. Dans ce test, l'hypothèse nulle (H0) suppose qu'il y a indépendance entre les deux variables. Si nous acceptons l'hypothèse d'indépendance (H0), nous n'aurons pas d'utilité à réaliser une « AFC » car les points projetés seront extrêmement proches ou confondus avec le centre de gravité, confondus avec le centre du graphe. Si nous rejetons l'hypothèse d'indépendance ($p\text{-value} < 0,05$), l'hypothèse alternative (H1) suppose que la liaison entre les deux variables est significative sans que nous puissions définir l'intensité de la liaison (**Pressac et Mell, 2017**). Rappelons que pour que le test du khi2 soit opératoire, il doit respecter un certain nombre de conditions (pour reprendre les propos de Claude Grasland) :

- ❖ **L'effectif total** du tableau de contingence doit être supérieur ou égal à 20.
- ❖ **L'effectif marginal** du tableau de contingence doit toujours être supérieur ou égal à 5.
- ❖ **L'effectif théorique** des cases du tableau de contingence doit être supérieur à 5 dans 80% des cases du tableau de contingence.

3.3.5.2 Interprétation d'inertie des axes

L'inertie d'un point (ou d'un nuage de points) dans un espace euclidien se décompose sur toute base orthogonale : c'est la somme de ses inerties sur chacun des axes de cette base.

L'ajustement des nuages N_I et N_J décompose leur inertie selon des directions privilégiées : du fait de l'orthogonalité des axes, la somme des inerties d'un nuage sur chacun des axes est égale à l'inertie totale du nuage.

Contrairement au cas de l'ACP, dans laquelle l'inertie des nuages est égale au nombre de variables, cette inertie en AFC traduit la structure du tableau : l'inertie de chacun des deux nuages, des profils-lignes et des profils-colonnes, est égale à la statistique Φ^2 .

$$\sum_{K=1}^K \lambda_K = \text{Inertie}(N_I) = \Phi^2 \quad (3.11)$$

Avec :

λ_k : valeur commune de l'inertie associée à chacun de ces deux axes.

L'AFC propose donc une décomposition de cette statistique et chaque facteur représente une part de la liaison entre les variables. L'inertie d'un facteur a donc une signification en absolu, et pas seulement en pourcentage de l'inertie totale du nuage : elle mesure en absolu l'importance de la part de liaison qu'il représente. Nous donnons l'interprétation des deux valeurs limites entre lesquelles elle se situe.

Lorsqu'un tableau vérifie les relations d'indépendance, les nuages sont concentrés en un point (leur barycentre) ; tous les profils-lignes sont identiques et égaux à la marge ligne $\{f_{.j} ; j = 1, \dots, J\}$ et tous les profils-colonnes sont identiques et égaux à la marge-colonne $\{f_{i.} ; i = 1, \dots, I\}$. L'inertie des nuages N_I et N_J relativement à leur centre de gravité est nulle et l'AFC ne donne aucun facteur (ou plutôt toute direction est associée à une inertie projetée nulle) (*Escofier et Pagès, 2008*).

3.3.6 Représentation graphique

En AFC, on utilise la représentation simultanée des points-lignes et des points-colonnes. En effet, on a vu le rôle symétrique joué par les lignes et les colonnes : on trouve donc sur le même graphique des points-lignes et des points-colonnes.

Les points-lignes et colonnes sont obtenus en projetant, sur le plan formé par les deux axes factoriels choisis, les éléments-lignes et colonnes.

Les premiers axes fournissent généralement plus d'information par apport aux autres axes. Ce qui est intéressant d'étudier sur les graphiques, ce sont les proximités des points :

- **Proximités entre les points-lignes** (entre les lignes):
2 point-lignes proches révèlent un comportement semblable des caractères-lignes correspondants pour ces deux axes de projection.
- **Proximités entre les points-colonnes** (entre les colonnes):
2 points-colonnes proches révèlent un comportement semblable des caractères-colonnes correspondants pour ces deux axes de projection.
- **Proximités des point-lignes avec les points-colonnes:**
Ceci est beaucoup plus délicat. Il faut d'abord comprendre ce que signifie la proximité d'un point-ligne avec un point-colonne.

3.3.7 Qualité de représentation cosinus carré

Le $\cos^2$ indique la qualité de représentation individuelle et cumulée des points modalités sur les premiers facteurs. Il représente l'information de la modalité rapportée par le ou les

facteurs concernés. Le $\cos^2$ est important pour l'appréciation des proximités entre les modalités homologues (soit lignes soit colonnes). Lorsque deux modalités de la même variable sont proches et bien représentées ($\cos^2$ élevé), nous pouvons conclure à une similarité des profils. Si elles sont éloignées au contraire, on peut penser qu'ils sont dissemblables.

La qualité de représentation d'une ligne ou d'une colonne dans n dimensions est simplement la somme des cosinus carré de cette ligne ou colonne sur les n dimensions. Si un point ligne est bien représenté par deux dimensions, la somme des $\cos^2$ est proche de 1.

3.3.8 Contrebutons des axes

Les contributions indiquent dans quelle mesure un caractère colonne (ligne) contribue à la formation d'un facteur. Le fait que les contributions de certains points soient plus fortes que d'autres nous indique que ces points sont les « principaux constituants » d'un axe donné. C'est donc sur la détermination de ces points que l'on basera l'explication des axes.

3.4 Application de l'AFC au cas d'étude

Nous proposons d'appliquer l'« AFC » à l'analyse de la vulnérabilité du parc de 54 réservoirs de la wilaya de Tizi-Ouzou dans le but d'étudier les éventuelles correspondances pouvant exister entre les modalités des variables faisant l'objet de notre analyse ; à savoir d'une part les 13 paramètres ayant servis pour le calcul de l'indice de vulnérabilité du parc d'autre part les niveaux de vulnérabilité (vert, orange 1, orange 2 et rouges) déjà définis. Le logiciel **R**[®] est utilisé pour ressortir ces liaisons.

3.4.1 Présentation des données

Les données sont regroupées dans un tableau de contingence (croisé) à n lignes et p colonnes, appelé aussi tableau d'effectif (N) dans lequel on retrouve en lignes les modalités de la variable **V_1 (paramètres d'analyse)** et en colonnes les modalités de la variable **V_2 (niveaux de vulnérabilité)**. A l'intersection de la ligne i et la colonne j nous retrouvons le nombre X_{ij} d'individus (réservoirs) procédant à la fois la modalité i et j . Ces données sont illustrées dans le tableau (3.1) et par la figure 3.8, telle que donnée par le logiciel **R**[®].

Tableau 3.1: Table de données.

Couleurs Paramètres	Vert 1 → 3	Orange 1 4 → 6	Orange 2 8 → 9	Rouge 12 → 16	Sommes
Implantation de l'ouvrage I.O.1	0	54	0	0	54
Zone sismique Z.S	9	40	5	0	54
Type de sol T.S.1	3	11	19	21	54
Action de la neige A.N	0	54	0	0	54
Action de vent A.V	0	54	0	0	54
Type de la structure T.S	1	10	43	0	54
Type des fondations T.F	50	4	0	0	54
Etanchéité de la paroi E.P	16	35	3	0	54
Etanchéité de la Couverture E.C	28	20	4	2	54
Défauts apparents D.A	16	10	14	14	54
Rôle de réservoir R.R	20	30	4	0	54
Importance de l'ouvrage I.O	39	15	0	0	54
Fréquence De l'entretien F.E	0	54	0	0	54
Sommes	182	391	92	37	702

Tableau AFC

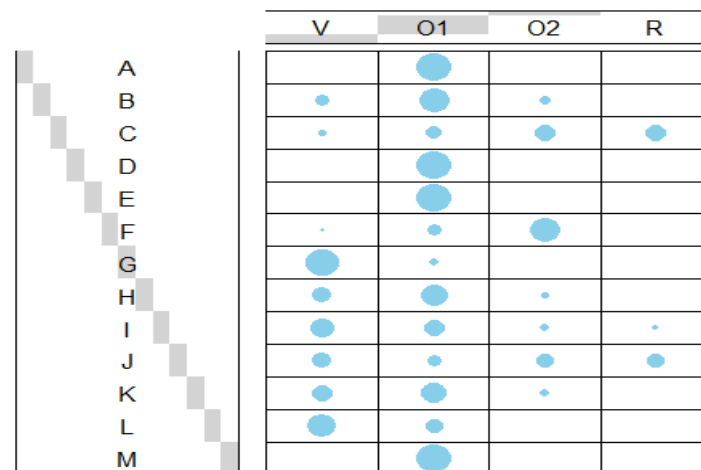


Figure 3.8 : Données AFC.

En AFC, le tableau de contingence n'est pas analysé directement, il est transformé en profil. Nous distinguerons deux types des profils : les profils-lignes et les profils-colonnes. Cette transformation découle de l'objectif qui vise à étudier la liaison entre les deux variables.

3.4.2 Profils-lignes

On appelle i profil ligne, le vecteur de dimension j des fréquences de la variable V_1 « paramètres d'analyse » conditionnellement à la valeur de V_2 « niveaux de vulnérabilité ». Les résultats sont présentés dans le tableau 3.2, conformément la relation (3.1) et illustrées par l'histogramme de la figure 3.9.

Tableau 3.2 : Tableau des profils-lignes.

Couleurs Paramètres	Vert	Orange 1	Orange 2	Rouge	Total
	1 → 3	4 → 6	8 → 9	12 → 16	
Implantation de l'ouvrage I.O.1	0.00	100.00	0.00	0.00	100.00
Zone sismique Z.S	16.67	74.07	9.26	0.00	100.00
Type de sol T.S.1	5.56	20.37	35.19	38.89	100.00
Action de la neige A.N	0.00	100.00	0.00	0.00	100.00
Action de vent A.V	0.00	100.00	0.00	0.00	100.00
Type de la structure T.S	1.85	18.52	79.63	0.00	100.00
Type des fondations T.F	92.59	7.41	0.00	0.00	100.00
Etanchéité de la paroi E.P	29.63	64.81	5.56	0.00	100.00
Etanchéité de la Couverture E.C	51.85	37.04	7.41	3.70	100.00
Défauts apparents D.A	29.63	18.52	25.93	25.93	100.00
Rôle de réservoir R.R	37.04	55.56	7.41	0.00	100.00
Importance de l'ouvrage I.O	72.22	27.78	0.00	0.00	100.00
Fréquence De l'entretien F.E	0.00	100.00	0.00	0.00	100.00
Marge ligne	25.93	55.70	13.11	5.27	100.00

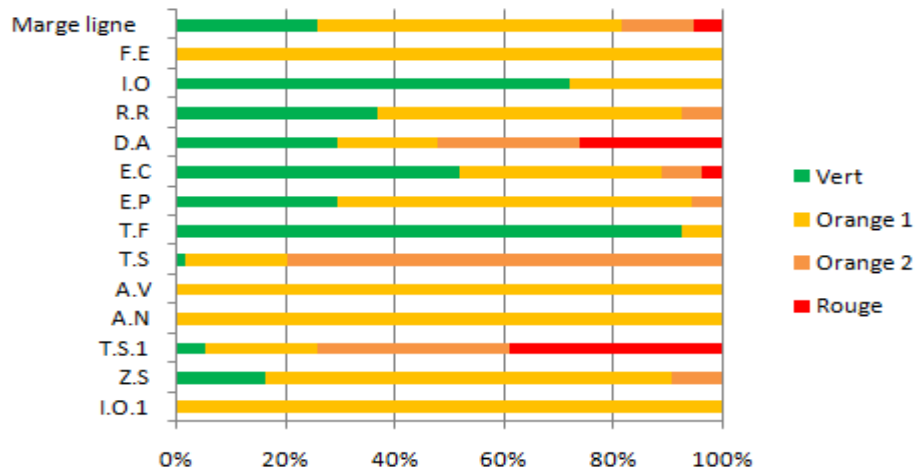


Figure 3.9 : Histogramme profils-lignes.

3.4.3 Profils-colonnes

On appelle j profil colonne, le vecteur de dimension i des fréquences de la variable V_1 « paramètres d'analyse » conditionnellement à la valeur j de V_2 « niveaux de vulnérabilité ». Les résultats sont donnés dans le tableau 3.3, conformément la relation (3.3) et illustrés par la figure 3.10.

Tableau 3.3 : Tableau des profils-colonnes.

Couleurs Paramètres	Vert 1 → 3	Orange 1 4 → 6	Orange 2 8 → 9	Rouge 12 → 16	Marge colonne
Implantation de l'ouvrage I.O.1	0.00	13.81	0.00	0.00	7.69
Zone sismique Z.S	4.95	10.23	5.43	0.00	7.69
Type de sol T.S.1	1.65	2.81	20.65	56.76	7.69
Action de la neige A.N	0.00	13.81	0.00	0.00	7.69
Action de vent A.V	0.00	13.81	0.00	0.00	7.69
Type de la structure T.S	0.55	2.56	46.74	0.00	7.69
Type des fondations T.F	27.47	1.02	0.00	0.00	7.69
Etanchéité de la paroi E.P	8.79	8.95	3.26	0.00	7.69
Etanchéité de la Couverture E.C	15.38	5.12	4.35	5.41	7.69
Défauts apparents D.A	8.79	2.56	15.22	37.84	7.69
Rôle de réservoir R.R	10.99	7.67	4.35	0.00	7.69
Importance de l'ouvrage I.O	21.43	3.84	0.00	0.00	7.69
Fréquence De l'entretien F.E	0.00	13.81	0.00	0.00	7.69
Total	100	100	100	100	100

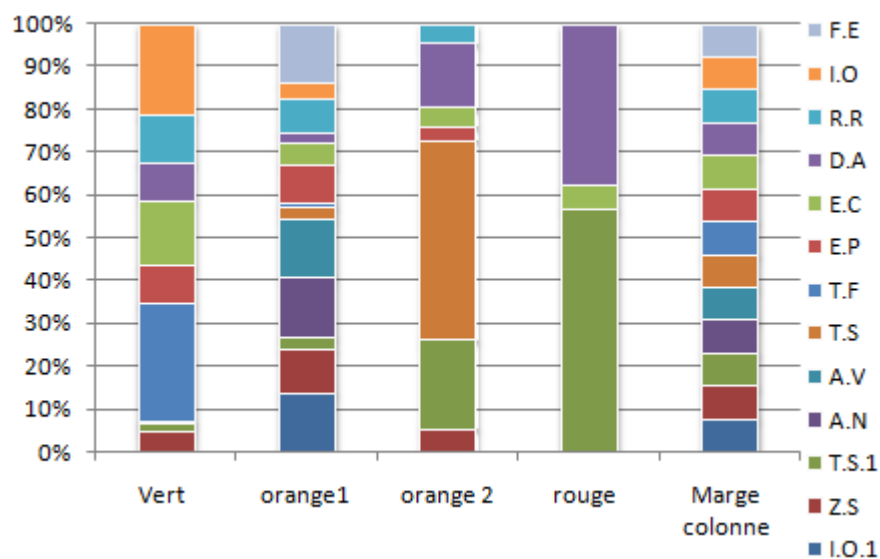


Figure 3.10 : Histogramme profils-colonnes.

Les profils ligne et colonne montrent que les paramètres « type de fondation » et « importance de l'ouvrage » associés à la couleur verte avec 48.9%, les paramètres « implantation de l'ouvrage » et « action de neige », « action de vent » et « fréquence de l'entretien » et « zone sismique » associés à la couleur orange 1 avec 65.47% et les « type de sol » et « type de structure » et le « défauts apparents » ont contribué à la couleur orange 2 avec 82.61%, les paramètres « type de sol » et « défauts apparents » associés à la couleur rouge avec 94.6%.

Remarque

Rappelons que notre objectif est de visualiser la nature de la liaison entre deux variables qualitatives. Mais faut-il encore que cette liaison soit significative. Pour ce faire, nous réalisons un test du Khi2.

3.4.4 Test du khi2

Le test du khi2 mesure **la significativité d'une liaison mais pas son intensité**. Ce test est réalisé par le logiciel **R**[®] et les résultats sont dans le tableau 3.4.

Tableau 3.4 : Tableau de test de Khi2.

X-squared	Degré de liberté (DF)	P-value
831.02	36	$<2.2 \times 10^{-16}$

Nous constatons que le p-value est inférieure à 0.05 ce qui signifie que la **probabilité que les variables soient indépendantes** est inférieure à $2,2 \times 10^{-16}$ et que l'hypothèse d'indépendance entre les deux variables est rejetée. Ainsi, l'application de l'AFC est justifiable.

3.4.5 Valeurs propres et variances

Les valeurs propres correspondent à la quantité d'informations retenue par chaque axe. L'examen de ces valeurs propres permet de déterminer le nombre d'axes principaux à conserver.

Le tableau 3.5 illustre les valeurs propres et les variances obtenues par le logiciel **R**[®], concernant notre tableau de données.

Tableau 3.5 : Tableau des valeurs propres et variances.

	Valeurs propres	Variances %	Variances cumulées %
DIM 1	0.54	45.47	45.47
DIM 2	0.45	37.94	83.42
DIM 3	0.20	16.58	100

Les dimensions sont ordonnées par ordre décroissant des valeurs propre et listées en fonction de la quantité de variance expliquée. La dimension 1 explique la plus grande variance (**45.47%**), suivie de la dimension 2 (**37.94%**), puis de la troisième (**16.58%**). Le pourcentage cumulé expliqué est obtenu en ajoutant les proportions successives de variances expliquées pour obtenir le total courant 100%. Pour déterminer le nombre d'axes à retenir, nous nous référons à ces pourcentages d'inertie qui expliquent l'information retenues par chacun des axes. Dans notre analyse, les deux premiers axes expliquent 83.42% de la variance totale, que nous jugeons acceptable pour retenir les deux premiers axes.

Une autre méthode pour déterminer le nombre d'axes à retenir est de visualiser le graphique des valeurs propres (figure 3.11), ordonnées de la plus grande à la plus petite valeur. Le coude montre que l'information à rajouter est peu pertinente à partir du 2^{ème} axe ce qui confirme le choix de 2 axes.

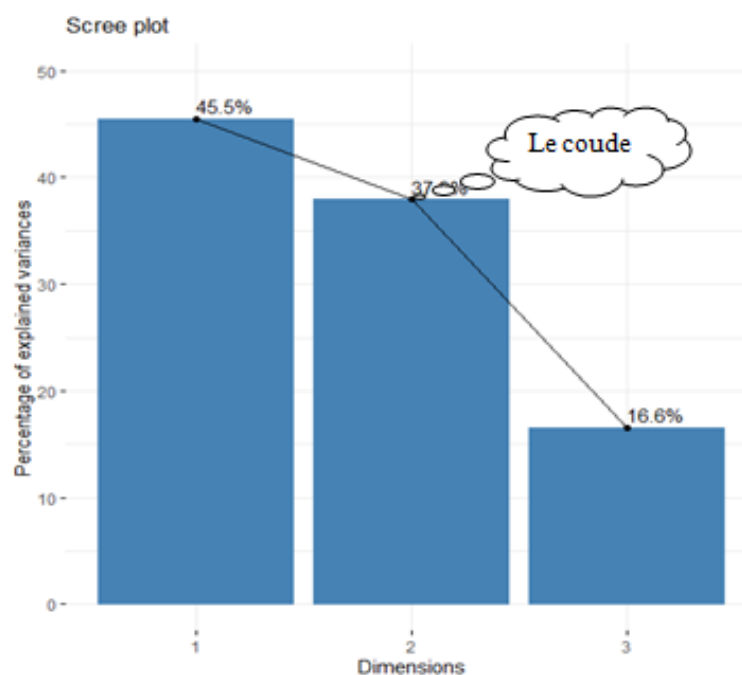


Figure 3.11 : Pourcentage des valeurs propres.

3.4.6 Représentation graphique des variables

Les modalités V_1 et V_2 sont projetées sur le plan factoriel (1-2) pour montrer les **paramètres d'analyse** et **niveaux de vulnérabilité** simultanément (figure 3.12). Les paramètres d'analyse sont représentés par des points bleus et niveaux de vulnérabilité par des triangles rouges. Notons que seule la distance entre ces modalités peut être vraiment interprétée.

Nous constatons que :

- Les paramètres « 7 » type de fondation, et « 9 » étanchéité de la couverture importance de l'ouvrage « 12 » sont associés à la couleur verte « V ».
- Les paramètres « 1 » implantation de l'ouvrage, « 4 » action de neige, « 5 » action de vent et « 13 » fréquence de l'entretien sont associés à la couleur orange 1 « O1 ».
- Les paramètres « 3 » type de sol et « 10 » défauts apparents sont associés à la couleur rouge « R ».
- Les paramètres « 3 » type de sol et « 6 » type de la structure sont fréquemment à la couleur orange 2 « O2 ».

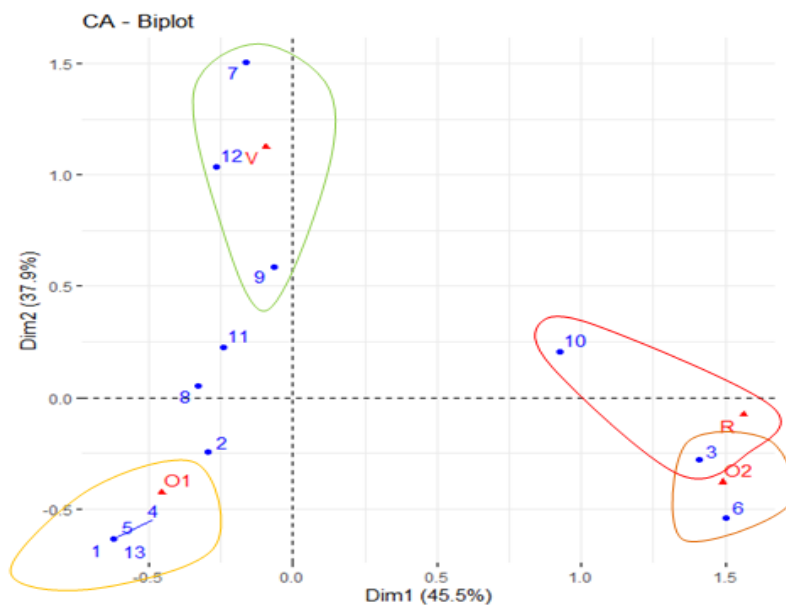


Figure 3.12 : Représentation simultanée des deux variables.

3.4.7 Contrebutions et la qualité de représentation (cosinus carré) des variables

3.4.7.1 Contrebutions des lignes « paramètres d'analyse »

Les contributions indiquent dans quelle mesure un caractère ligne contribue à la formation d'un facteur. Les contributions des paramètres d'analyse sont présentées dans le tableau 3.6.

Tableau 3.6 : Contribution des lignes.

	DIM1	DIM2	DIM3
1	5.50	6.95	0.18
2	1.22	1.02	0.47
3	28.46	1.34	32.54
4	5.50	6.95	0.18
5	5.50	6.95	0.18
6	32.22	4.99	53.11
7	0.39	38.91	0.67
8	1.53	0.05	0.26
9	0.06	5.93	0.02
10	12.28	0.71	11.28
11	0.83	0.87	0.62
12	1.01	18.37	0.30
13	5.50	6.95	0.18

Ainsi, nous constatons que les paramètres « 3 » type de sol et « 6 » type de la structure et « 10 » défaut apparent contribuent à la formation du premier avec 73.14%, tel que l'illustre la figure 3.13. La droite en pointillée rouge, sur les graphiques ci-dessus, indique la valeur moyenne attendue, et calculer comme suit :

$$\frac{1}{n_{\text{lignes}} - 1} = \frac{1}{13 - 1} = 8.33 \%$$

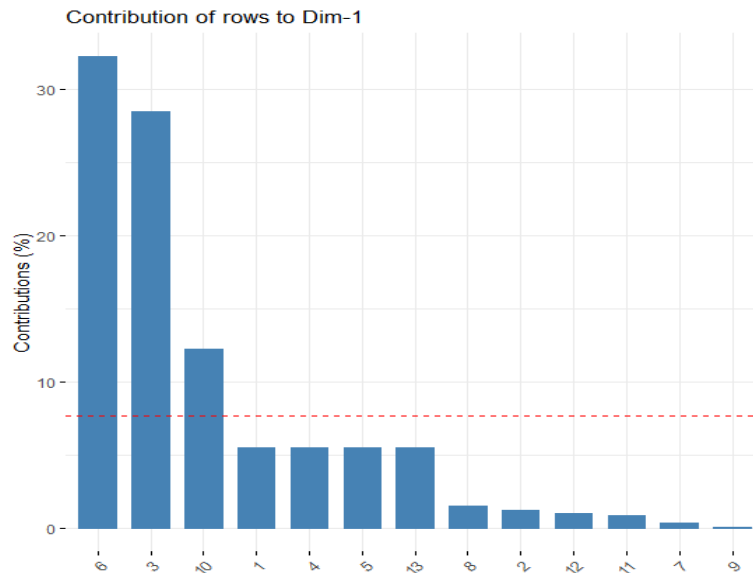


Figure 3.13 : Diagramme des contributions de ligne DIM1.

Par ailleurs les paramètres « 7 » type de fondation, « 12 » importance de l'ouvrage contribuent avec 57.28 % à la formation du deuxième axe, comme l'illustre la figure 3.14 :

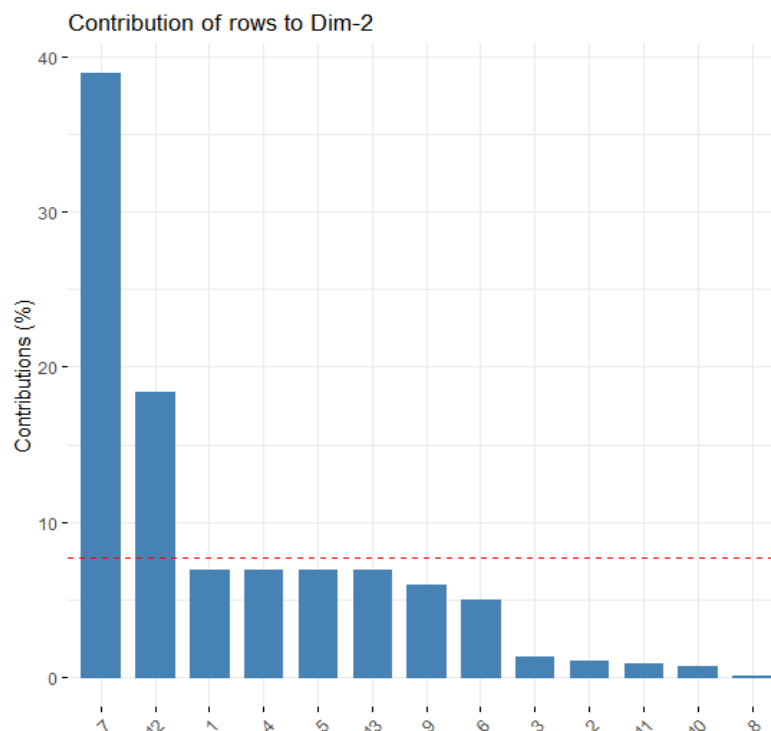


Figure 3.14 : Diagramme des contributions de ligne DIM2.

La contribution totale aux dimensions 1 et 2 est représentée par la figure 3.15 :

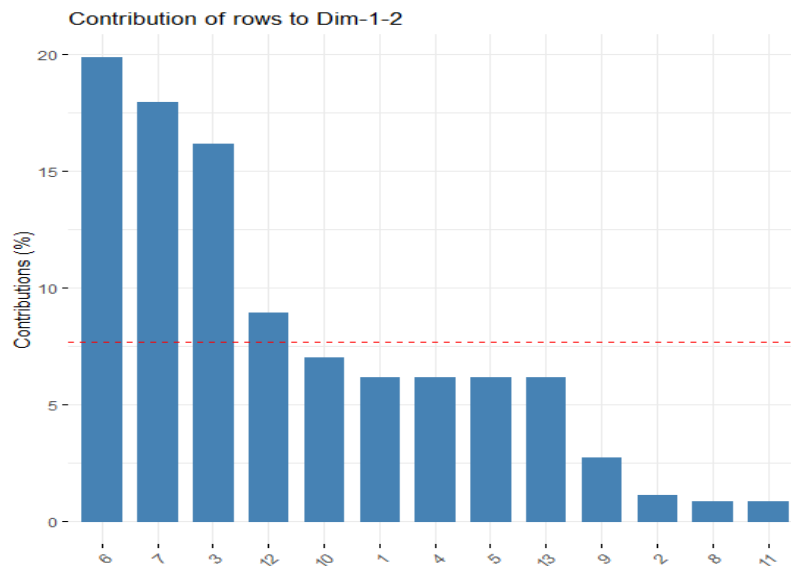


Figure 3.15 : Diagramme des contributions totale des lignes aux dimensions 1- 2.

Les autres paramètres ont contribué à la formation du troisième axe. Ces contributions sont illustrées par la figure 3.16 :

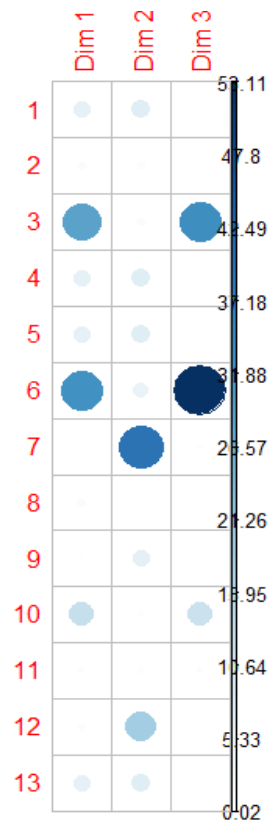


Figure 3.16 : Représentation graphique des points lignes les plus contributifs.

✚ Représentation de contribution des lignes dans le plan factoriel (1-2).

La représentation graphique des contributions des lignes dans le plan factoriel (1-2) (figure 3.17) donne une idée de la contribution des lignes aux différents pôles de la dimension 1 et 2. Les paramètres qui contribuent mieux à la formation des axes sont loin du centre de gravité.

Le paramètre « 10 » rôle de réservoir a une contribution importante au pôle positif de la première dimension, tandis que les paramètres « 3 » type de sol, « 6 » type de la structure ont une contribution majeure au pôle négatif de la première dimension.

En d'autres termes, la dimension 1 est principalement définie par l'opposition des paramètres « 10 » rôle de réservoir (pôle positif) avec « 3 » type de sol, et « 6 » type de la structure (pôle négatif). Les paramètres « 1 » implantation de l'ouvrage, « 7 » type des fondations et « 12 » Importance de l'ouvrage, « 13 » fréquence de l'entretien contribuent à la formation de l'axe deux.

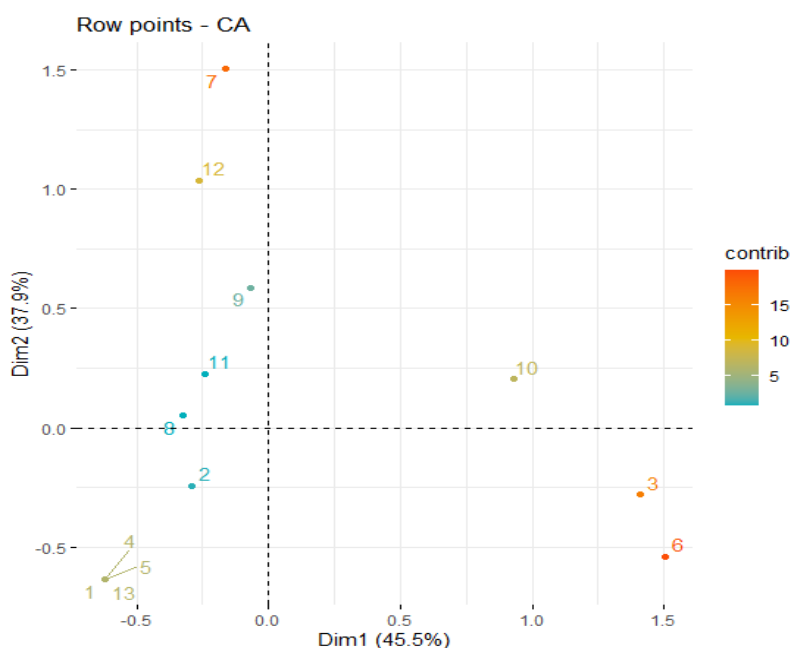


Figure 3.17 : Représentation de contribution des lignes dans le plan factoriel (1-2).

3.4.7.2 Contrebutons des colonnes

Les contributions des colonnes (niveaux de vulnérabilité) sont illustrées dans le tableau 3.7 et figure 3.18.

Tableau 3.7 : Contribution des colonnes.

	DIM1	DIM2	DIM3
Vert	0.43	73.08	0.56
Orange 1	21.43	22.61	0.26
Orange 2	54.16	4.23	28.49
Rouge	23.98	0.06	70.69

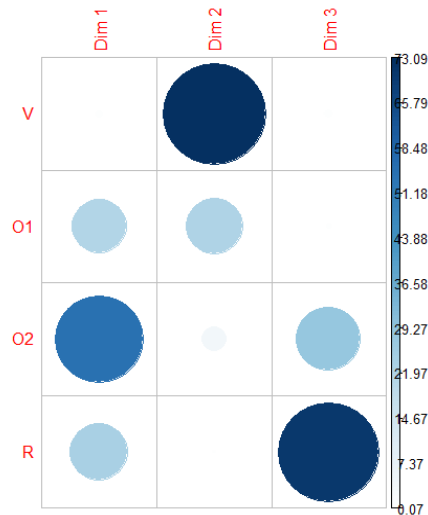


Figure 3.18 : Représentation graphique des points colonnes les plus contributifs.

Nous constatons que la couleur orange 2 (O2) contribue avec 54,16% à la formation de l'axe 1 (figure 3.19), et la couleur verte «V» contribue avec 73.08% à la formation de l'axe deux (figure 3.20).sur l'axe 3 ces contribution sont celles de la couleur rouge (R) 70.69%. La droite en pointillée rouge, sur les graphiques ci-dessus, indique la valeur moyenne attendue, et calculer comme suit :

$$\frac{1}{n_{\text{colonne}} - 1} = \frac{1}{4-1} = 33.33 \, \%.$$

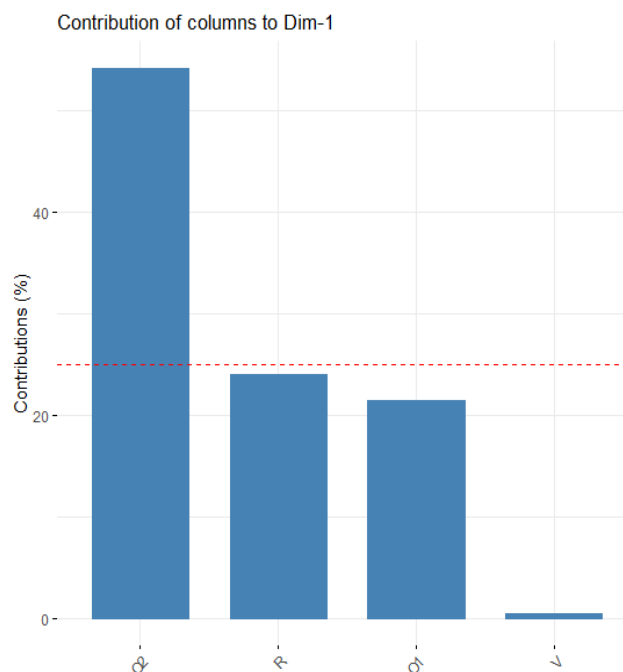


Figure 3.19 : Diagramme des contributions de colonne DIM1.

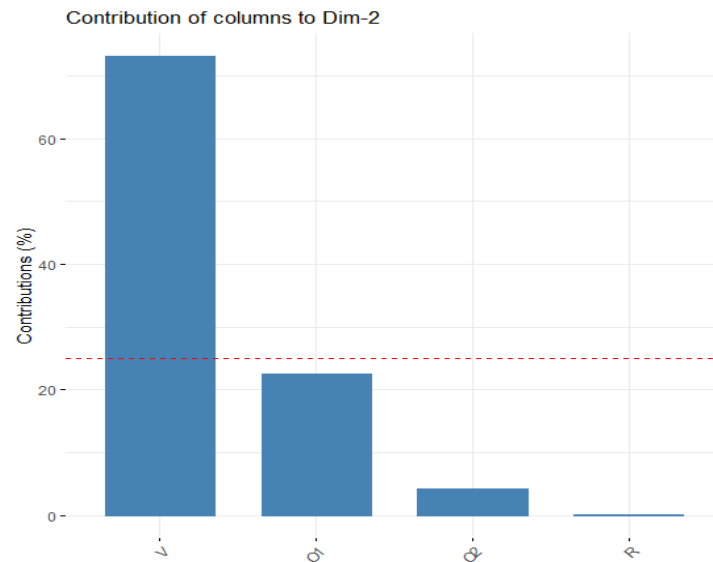


Figure 3.20 : Diagramme des contributions de colonne DIM2.

Les contributions totales aux deux dimensions sont représentées sur la figure 3.21

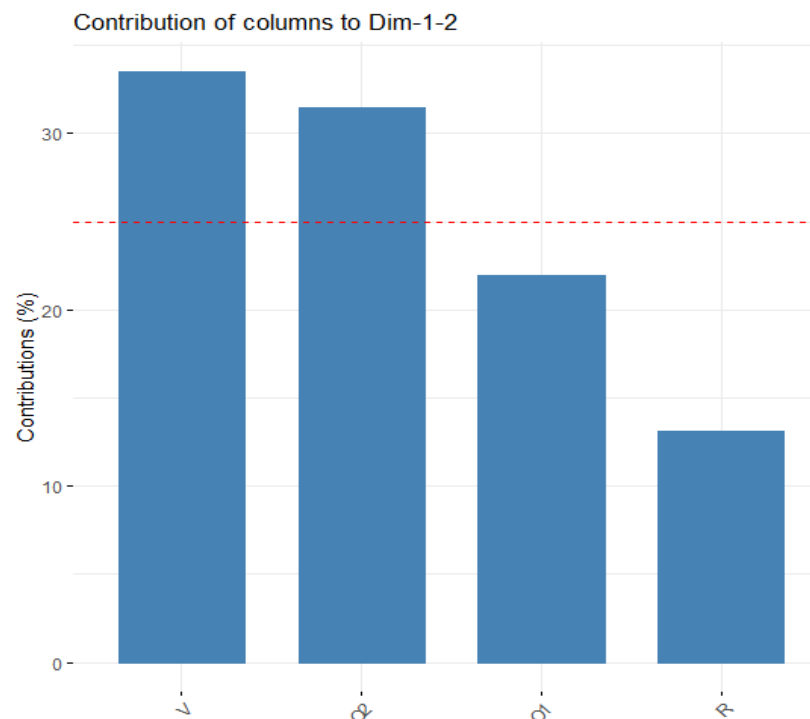


Figure 3.21 : Diagramme des contributions totale des colonnes aux dimensions 1et 2.

✚ Représentation de contribution des colonnes dans le plan factoriel (1-2)

La représentation graphique des contributions des colonnes dans le plan factoriel (1-2) est illustrée par la figure 3.22. Il ya lieu e constater que les deux couleurs verte et orange 2 sont les plus importants dans la définition des deux axes car elles sont les plus éloignées du centre de gravité.

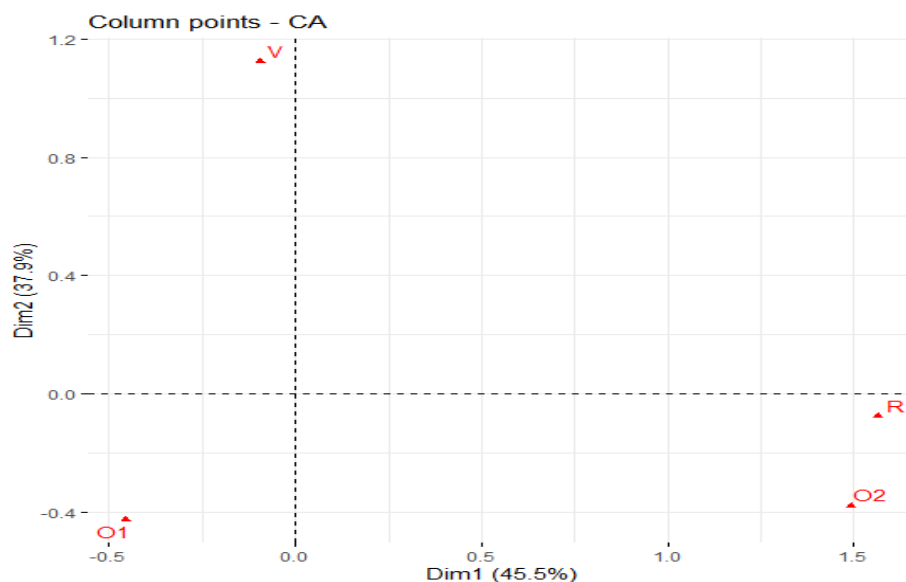


Figure 3.22 : Représentation de contribution des colonnes dans le plan factoriel (1-2).

3.4.7.3 Qualité de représentation cosinus carré

La qualité de représentation d'une ligne ou d'une colonne dans n dimensions est simplement la somme des cosinus carré de cette ligne ou colonne sur les n dimensions.

➤ Qualité de représentation des lignes (cos2)

La qualité de représentation des lignes (paramètres d'analyse) est traduite par leur cos2 (tableau 3.8). Nous ne constatons que les paramètres « 3 » type de sol, « 6 » type de la structure « 8 » étanchéité de la paroi et « 10 » défauts apparents sont bien représentés sur l'axe 1, les paramètres « 7 » type de fondation, « 9 » étanchéité de la couverture, et « 12 » importance de l'ouvrage sont plutôt bien représentés sur l'axe 2. Les paramètres sont mal représentés sur l'axe 3.

La représentation graphique obtenue par le logiciel **R**[®] est dans la figure (3.23)

Tableau 3.8 : Cosinus carrés des lignes (Paramètres).

	DIM 1	DIM 2	DIM 3
1	0.48	0.51	0.01
2	0.54	0.38	0.08
3	0.69	0.03	0.29
4	0.48	0.51	0.01
5	0.48	0.51	0.01
6	0.58	0.07	0.35
7	0.01	0.98	0.01
8	0.92	0.02	0.05
9	0.01	0.98	0.01
10	0.72	0.03	0.24
11	0.47	0.41	0.13
12	0.06	0.93	0.01
13	0.48	0.51	0.01

La représentation graphique des $\cos^2$ des lignes sur le plan factoriel (1-2) est donnée par la figure 3.22. Les paramètres qui sont bien représentés sont les plus éloignés du centre de gravité.

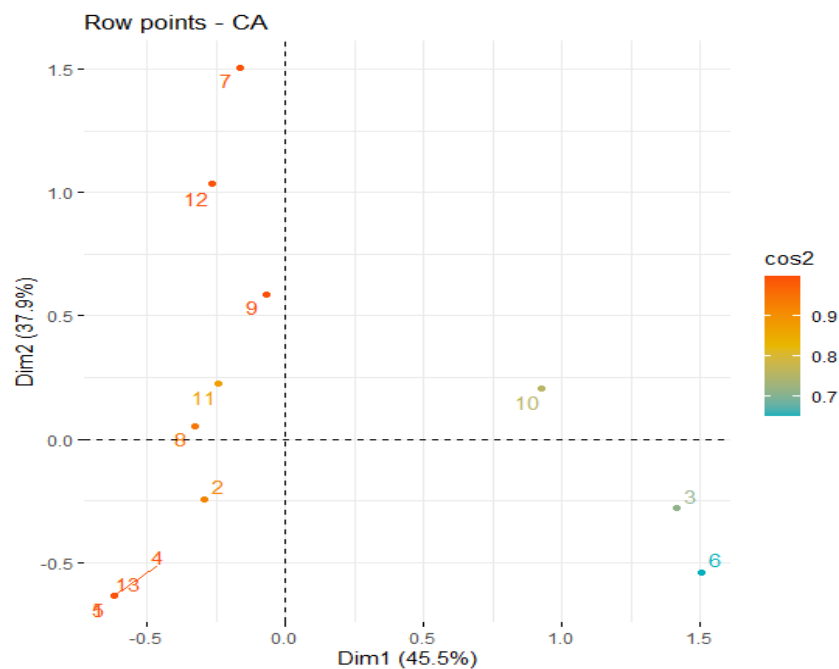


Figure 3.23 : Représentation graphique des cosinus carrés des lignes.

➤ **Qualité de représentation des colonnes ($\cos^2$)**

L'examen des cosinus carrés sur les colonnes (niveau de vulnérabilité) montre que la couleur orange2 est bien représentée sur l'axe 1, et la couleur verte est bien représentée sur l'axe 2 (tableau 3.9). La représentation graphique de cette qualité confirme les résultats et montre que les deux modalités suscitées sont les plus éloignées du centre de gravité. Ce qui nous a conduits à nous limiter à deux axes.

Tableau 3.9 : Cosinus carrés des colonnes (niveau de vulnérabilité).

	DIM 1	DIM 2	DIM 3
Vert	0.01	0.99	0.00
Orange 1	0.53	0.47	0.00
Orange 2	0.80	0.05	0.15
Rouge	0.48	0.00	0.52

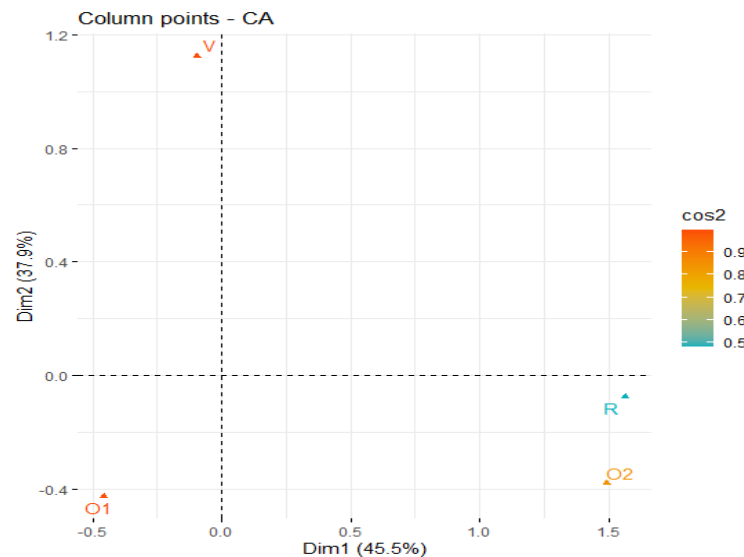


Figure 3.24 : Représentation graphique des cosinus carrés des colonnes.

3.4.7.4 Représentation des variables dans les deux axes factoriels

La qualité de représentation représente des corrélations des variables avec des axes.

Le plan factoriel est défini par deux axes, ce qui nous donne la représentation suivant :

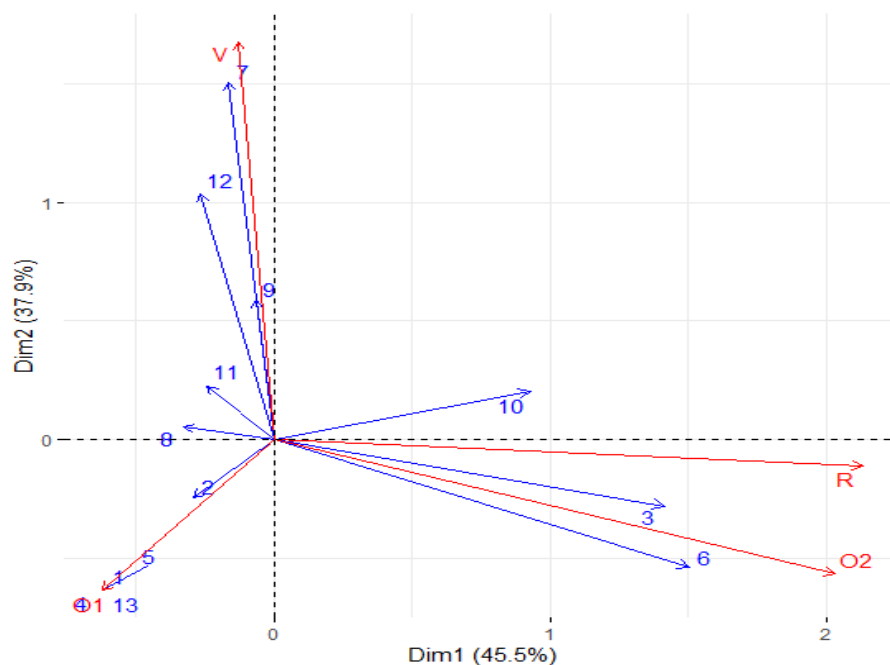


Figure 3.25 : Représentation des variables dans le plan factoriel 1-2.

Plus une flèche est proche d'un axe, plus la contribution de la ligne sur cet axe par rapport à l'autre axe est importante. Si la flèche est à mi-chemin entre les deux axes, la ligne contribue aux axes de manière identique.

- Il est évident que le paramètre « 10 » défauts apparents a une contribution importante au pôle positif de la première dimension, tandis que les paramètres « 7 » type de la

fondation et « 12 » importance de l'ouvrage ont une contribution majeure au pôle négatif de la première dimension;

- La dimension 2 est principalement définie par les paramètres « 3 » type de sol et « 6 » type de la structure.
- Le paramètre « 2 » zone sismique contribue aux deux axes de manière identique.

Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons appliqué la méthode d'Analyse Factorielle des Correspondances « AFC » sous $\mathbf{R}^{\circledast}$, à un tableau de contingence, croisant les modalités de deux variables qualitatives ; à savoir en ligne les treize paramétrés d'analyse (environnementaux, structuraux et fonctionnels) et en colonne le niveau de vulnérabilité (vert, orange1, orange2 et rouge). Pour justifier l'application de l'AFC, nous avons appliqué le test khi2. La valeur de la p-value obtenue ($2,2 \times 10^{-16}$) nous a permis de rejeter l'hypothèse d'indépendance entre ces deux variables.

L'analyse des profils ligne et colonne ont montré que :

- Les paramètres « **type de fondation** » et « **importance de l'ouvrage** » sont associés à la couleur verte avec un pourcentage de 48.9%. Ces paramètres ont contribué au bon comportement de l'ouvrage
- Les paramètres « **implantation de l'ouvrage** », « **action de neige** », « **action de vent** » et « **fréquence de l'entretien** » sont associés à la couleur orange 1 avec 55.24%. et le « **type de sol** », « **type de structure** » et « **défauts apparents** » ont contribué à la couleur orange 2 avec un pourcentage 82.61%. Ces paramètres balancent les réservoirs dans le comportement moyen à faible.
- Les paramètres « **type de sol** » et « **défauts apparents** » sont associés à la couleur rouge avec un pourcentage de 94.6%. Ces paramètres ont contribué au mauvais comportement de la structure.

Pour la représentation graphique des points lignes et des points colonnes, deux axes principaux sont retenus (DIM1, DIM2). Ces axes représentent 83.42% de l'inertie totale (l'information initiale), le reste de l'information est posté par le troisième axe, non retenus.

Les paramètres d'analyses ayant contribué à la formation de l'axe 1 sont « **rôle de réservoir** », « **type de sol** » et « **type de la structure** ». Les paramètres « **implantation de l'ouvrage** » et « **importance de l'ouvrage** » et « **fréquence de l'entretien** » ont contribué à la formation de l'axe 2.

Les méthodes statistiques multidimensionnelles (**ACP** et **AFC**) sont utilisées dans ce mémoire pour contribuer à l'analyse de la vulnérabilité d'un parc de 54 réservoirs expertisés dans la wilaya de Tizi-Ouzou, et ce en utilisant la méthode d'indice de vulnérabilité aux aléas naturels (séisme, vent, neige etc), dite méthode d'expertise.

L'analyse en composante principale «**ACP**» est utilisée pour explorer les liaisons linéaires existantes entre les variables quantitatives (paramètres d'analyse) et les ressemblances entre individus (réservoirs), en utilisant le logiciel **R**[®]. Le but est de ressortir les paramètres les plus prépondérants, afin de rendre l'information moins redondante. Ainsi, les résultats ont mis en évidence les paramètres qui sont corrélés entre eux et les individus semblables qui ont servis à ces corrélations. Les résultats obtenus montrent que trois axes principaux DIM1, DIM2, et DIM3 sont retenus, avec un taux d'information de 62%. Les variables ayant contribué à la formation de ces axes sont corrélées positivement. Les paramètres prépondérants ayant contribué à la formation des axes DIM1 sont « zone sismique », « type de sol » et « importance de l'ouvrage ». Les paramètres prépondérants ayant contribué à la formation de l'axe DIM2 sont « étanchéité de la couverture », « défauts apparents », « étanchéité de la paroi ». Enfin les paramètres prépondérants ayant contribué à la formation de l'axe DIM3 sont « action du vent » et « type de structure ». Ces résultats confirment bien ceux issus par Miloudi (2014), en utilisant le logiciel Statbox.

L'Analyse Factoriel des Correspondance «**AFC**», sous logiciel **R**[®] est testée pour la première fois dans ce mémoire pour analyser les correspondances pouvant exister entre les « paramètres d'analyse » et les « niveaux de vulnérabilité (vert, orange et rouge) », issus de la méthode d'indice de vulnérabilité. Cette méthode, adaptée aux variables qualitatives s'applique au traitement d'un tableau de contingence croisant les modalités de deux variables (paramètres d'analyse en lignes), et (niveaux de vulnérabilité en colonne). Les résultats obtenus ont mis en évidence les paramètres ayant contribué au bon comportement des réservoirs « **type de fondation** », « **importance de l'ouvrage** », les paramètres ayant contribué au comportement moyen ou assez bon de ces ouvrages « **implantation de l'ouvrage** », « **action de neige** », « **action de vent** », « **fréquence d'entretien** », « **type de sol** », « **type de structure** » et « **défauts apparents** », et enfin les paramètres ayant contribué au mauvais comportement des réservoirs « **type de sol** » et « **défauts apparents** ».

Deux axes principaux sont retenus pour la représentation graphique des points lignes et des points colonnes (DIM1, DIM2), avec un pourcentage de 83.42% de l'inertie totale (l'information initiale).

Les paramètres d'analyses ayant contribué à la formation de l'axe DIM1 sont « **rôle de réservoir** », « **type de sol** » et « **type de la structure** ». Les paramètres « **implantation de l'ouvrage** » et « **importance de l'ouvrage** » et « **fréquence de l'entretien** » ont contribué à la formation de l'axe DIM2.

Nous faisons remarquer aussi que les paramètres communs à la zone d'étude (implantation de l'ouvrage, action de neige et action de vent) ont influencé considérablement le pourcentage de contribution des axes retenus et les contributions des paramètres au comportement des réservoirs (bon, moyen ou mauvais). Ces paramètres ont été retirés pour l'application de l'ACP étant donné leur redondance.

Enfin, les deux méthodes appliquées ACP et AFC ont mis en évidence le caractère redondant de la méthode de l'indice de vulnérabilité, appliquée à l'échelle locale.

- **ALICHE A.**, 'Contribution à l'analyse de l'évolution de vulnérabilité des réservoirs en béton dans leur cycle de vie,' , Thèse de Doctorat LMD, l'UMMTO , 2016.
- **ALICHE. A, HAMMOUM. H, BOUZELHA. K, HANNACHI. N.E**, Modélisation de l'évolution dans le temps de la vulnérabilité d'un réservoir d'eau en béton, annales du BTP, N° 1, 2015, Editions ESKA, Paris. pp. 17-29. ISSN 1270-9840. (www.eska.fr).
- **BRIGITTE E. et JEROME P.**, ' Analyses factorielles simples et multiples - Objectifs, méthodes et interprétation', Edition Dunod, ISBN 978-2-10-053809-6Paris, 2008.
- **BENDJABALLAH I. ,** ' Analyses factorielles des correspondances,' thèse de master en mathématique, Université Mohamed Khider, Biskra, juin2019.
- **BOUZELHA K., HAMMOUM H., SARADOUNI F., FERNANE M., LOUNNAS S.**, 'Vulnerability of small dams to natural hazards through a GIS, Third International Symposium on Life-Cycle Civil Engineering, IALCCE 2012, from the 03rd to 04th october2012, In Vienna, Austria, (www.ialcce2012.org).
- **BOUZELHA K., HAMMOUM H., SARADOUNI F., FERNANE M., LOUNNAS S.**, ' Vulnerability of small dams to natural hazards through a GIS, in : A. Strauss, D. M. Frangopol, K. Bergmeister (Eds), Life-Cycle and Sustainability of civil Infrastructure Systems, Ed. Taylor and Francis Group CRC Press, London, United Kingdom, 2013, pp. 649-656., ISBN : 978-0-415-62126-7. (www.crcpress.com).
- **BOUZELHA K., HAMMOUM H., SARADOUNI F., BENAMAR A.**, ' (2018). Assessment of the vulnerability index of small dams to natural hazards. Case study. In A. S. H. Makhoulf, M. Aliofkhazraei (Eds.), Handbook of Materials Failure Analysis with Case Studies from the Construction industries (Elsevier ed., pp. 329-350). <https://doi.org/10.1016/B978-0-08-101928-3.00015-X>
- **DERVIN C.**, 'Comment interpréter les résultats d'une analyse factorielle des correspondances ?,'I.N.R.A – I.N.A –P.G., 'Mathématique- Informatique – Biométrie, Mars 1990.

- **DJEMA F. et HAOULI S. ,** ' Contribution à l'étude de la vulnérabilité des retenues collinaires« Application de la méthode ACP sous le logiciel R », ' Mémoire de Master en Génie Civil, UMMTO, 2014.
- **FIELD A. P.,** 'Discovering Statistics Using SPSS for Windows: Advanced Techniques for the Beginner', Sage Publications, 496 pages, 2000.
- **HAMMOUM H.,** 'Diagnostic et analyse de risques liés au vieillissement des réservoirs en béton armé. Développement de méthodes d'aide à l'expertise', Thèse de Doctorat science en Génie Civil, UMMTO, 2012.
- **HAMMOUM. H, BOUZELHA. K.,** Expertise d'un réservoir de capacité 2000 m3 à Jijel par la détermination de l'indice de vulnérabilité, in : M. Karama, A. Menou, A. Moudden, A. El hami (Eds.), International Symposium of Aircraft Materials ACMA 2010, Marrakech, Marocco, 2010, pp 187. ISBN 978-2-9534804-1-2.
- **HAMMOUM H., BOUZELHA K., BOUHADOUN. D, BELKACEM. F.,** Evaluation de la vulnérabilité aux aléas naturels d'un parc de réservoirs en béton dans un système d'information géographique, Annual Conference of the Canadian Society for Civil Engineering 2011, Ottawa, Ontario, Canada, du 14 au 17 juin 2011. ISBN 978-1-894662-18-5. (www.csce.ca).
- **HAMMOUM H., BOUZELHA K., BOUHADOUN D., BELKACEM F.,** 'Evaluation de la vulnérabilité aux aléas naturels d'un parc de réservoirs en béton dans un système d'information géographique, Annual Conference of the Canadian Society for Civil Engineering 2011, Ed. Curran Associates, Inc., New York, USA, décembre 2011, Volume 1, pp. 271-281, ISBN: 978-1-61839-218-3 (www.proceedings.com).
- **HAMMOUM H., BOUZELHA K.,** Analyse de risques liés au vieillissement des réservoirs en béton. Proposition de méthodes d'aide à l'expertise, In : Presses Académiques Francophones editor. Saarbrücken, Germany, 2014. pp. 297. ISBN 978-3-8381-4110-7. (<https://www.presses-academiques.com/catalog/details/store/hu/book/978-3-8381-4110-7/analyse-de-risques-liés-au-vieillissement-des-réservoirs-en-béton?search=hammoum>)
- **HAMMOUM H., BOUZELHA K., SLIMANI D.,** Prioritizing repairs to reinforced concrete water storage elevated tanks regarding seismic risk, in : Michael Grantham, P A Muhammed Basheer, Bryan Magee, Marios (Eds.), Concrete solutions, Ed. Taylor

and Francis Group CRC Press, London, United Kingdom, 2014, pp 519-526, ISBN 9781138027084. (www.crcpress.com).

- **HAMMOUM H., BOUZELHA K., SLIMANI D.,** 'Prioritising Repairs to Reinforced Concrete Water Storage Elevated Tanks Regarding Seismic Risk. 5th International Conference on Concrete Repair, from 1 to 3 september 2014, Queen's university, Belfast, UK. (www.concrete-solutions.info).
- **HAMMOUM, H., BOUZELHA, K., SLIMANI, D.** (2015). Chapter 8: Seismic risk of RC water storage elevated tanks: Case study. In A. S. H. Makhoul, M. Aliofkhaezai (Eds.), Handbook of Materials Failure Analysis with Case Studies from the Chemicals, concrete and Power industries (Elsevier ed., pp. 187-217). (<http://www.sciencedirect.com/science/book/9780081001165>).
- **MATTHIEU P.,** 'Evaluation de la vulnérabilité sismique de bâtiments à partir de mesures in situ', Submitted on 22 Jan 2014, HAL Id: tel-00934454.
- **MEGNOUNIF I.,** 'Analyse de données en géotechnique pour le dimensionnement des ouvrages - cas de l'aéroport d'Alger,' Université Aboubakr Belkaid, Tlemcen, 2013.
- **MILOUDI N.,** 'Contribution à l'étude de la vulnérabilité des réservoirs en béton par Analyse des composantes principales,' Mémoire de Magister en Génie Civil, UMMTO, 2014.
- **Miloudi N., Hammoum H., Bouzelha K. , Metna B. , Pantet A.,** "Principal Component Analysis of the Vulnerability Index for the Natural Hazards of Water Storage Tanks", in J. Kruis, Y. Tsompanakis, B.H.V. Topping, (Editors), "Proceedings of the Fifteenth International Conference on Civil, Structural and Environmental Engineering Computing", Civil-Comp Press, Stirlingshire, UK, Paper 98, 2015. doi:10.4203/ccp.108.98.
- **Miloudi N., Hammoum H., Bouzelha K., Metna B., Pantet A.,** "Principal Component Analysis of the Vulnerability Index for the Natural Hazards of Water Storage Tanks", Fifteenth International Conference on Civil, Structural and Environmental Engineering Computing, From 1 to 4 September 2015, Prague, RepubliqueTcheque. (<http://www.civil-comp.com/conf/conf2015/cc2015.htm>).

- **PAGES J. et HUSSON F.**, 'Analyse Factorielle des Correspondances (AFC)', Laboratoire de mathématiques appliquées - Agrocampus Rennes, 2016.
- **PRESSAC J. B. et MELL L.**, 'Analyse factorielle des correspondances sous R - Partie I', Submitted on 2 May 2017, HAL Id: hal-01516697.
- **ROSS I. et ROBENT G.**, ' Programmation multi-paradigmes : orientée objet, impérative, fonctionnelle, procédurale, réflexive ([https://fr.wikipedia.org/wiki/R_\(langage\)](https://fr.wikipedia.org/wiki/R_(langage))), 10 octobre 2020.
- **SARADOUNI F.**, ' Contribution à l'étude de la vulnérabilité des retenues collinaires vis - a- vis des aléas naturels, dans un système d'information géographique (SIG). Mémoire de magister en Géotechnique et Environnement, UMMTO, 2013.

Annexe 1

Application de la méthode ACP sous logiciel R®

1.1 Présentation du logiciel R®

R® est un langage de programmation et un logiciel libre destiné aux statistiques et à la science des données gratuit et multiplateforme, il est à la fois un langage informatique et un environnement de travail. Etant un logiciel Freeware accessible au large public, il peut s'installer sur différents systèmes d'exploitation, tel que Windows, MACOS X, Linux...créé par Ross **Ihaka** et **Robert Gentleman**(**Vincent. R, 2014**). Il est dérivé du langage S et développé depuis une dizaine d'années par un groupe de volontaires de différent pays. En septembre 2020, **R®** est classé 9^{ème} dans l'index TIOBE qui mesure la popularité des langages de programmation (**Ihka et Robert, 2020**).

R® est un logiciel orienté objet dans sa programmation et son utilisation. Il offre des fonctions de base très utiles dans le concept de la modularité qui facilite son interprétation via son interface très riche, appuyée par son grand nombre de packages. Ces derniers sont installés en local ou à récupérer à distance par téléchargement. Ses commandes sont exécutées grâce à des instructions codées dans un langage relativement simple. Les résultats sont affichés sous forme de texte et de graphes visualisé directement dans une fenêtre qui leurs est propre.

1.2 Pourquoi utiliser le logiciel R® ?

R® est un langage de programmation simple et gratuit à code source ouvert, comme il est aussi un outil très puissant et très complet particulièrement bien adapté pour la mise en œuvre informatique de méthodes statistique. Bien qu'il soit plus difficile d'accès que certains autres logiciels étant donnée qu'il n'est pas conçu pour être utilisé à l'aide de clic de souris dans des menus, l'avantage de son utilisation en est toutefois double :

En premier, l'approche est pédagogique puisqu'il faut maîtriser les méthodes statistiques pour les mettre en œuvre. En second, lorsqu'on maîtrise le langage R on devient capable de créer ses propres outils par succession de lignes de commandes exécutées séquentiellement dont les résultats sont très pertinents.

1.3 Fonctionnement du logiciel R®

Dans le logiciel R®, on s'appuie sur une succession de commandes tapées sur une console apparaissant à l'ouverture de la fenêtre principale. Ces commandes servent à entrer les données nécessaires pour l'exécution des calculs liés aux différents besoins tel que l'ACP ; ce qui nous permet d'obtenir des résultats corrects et précisent sortie. Quand R est utilisé, les variables, les données, les fonctions, les résultats, etc., sont stockés dans la mémoire de l'ordinateur sous forme d'*objets*. Ces objets sont caractérisés bien sûr par leur nom et leur contenu, mais aussi par des attributs qui vont spécifier le type de données représenté par un objet. L'utilisateur va agir sur ces objets avec des opérateurs (arithmétiques, logiques, de comparaison...) et des fonctions (qui sont elles-mêmes des objets).

Lorsque l'on travaille avec R, on utilise souvent un script (genre d'un bloque note) ou l'on écrit souvent des textes contenant du code et des commandes dont on a besoin pour notre travail. Pour s'y retrouver, on ajoute généralement des commentaires indiquant pourquoi et comment on a réalisé certaines des instructions présentes dans le script.

Le logiciel R® dispose d'une aide en ligne extrêmement utile disponible directement pour une fonction donnée, en utilisant le point d'interrogation suivi de la fonction à rechercher par exemple:

```
> ?lm
starting httpd help server ... done
> |
```

Figure 1.1: Recherche d'une fonction.

1.3.1 Installation du logiciel R® et ses packages

Sur le site internet de R® (<https://cran.r-project.org/>), il suffit de sélectionner le téléchargement du logiciel correspondant à son système d'exploitation : Windows, Macintosh ou Linux. La suite dépend du système d'exploitation, mais ne pose pas de problème particulier. Par exemple, sous Windows, il faut :

- dans la nouvelle page qui s'ouvre, suivre le lien base ;
- cliquer sur le lien Download R 3.6.1 for Windows1 ;
- exécuter le fichier téléchargé (ce qui lancera le programme d'installation) ;
- Validez les options proposées par défaut.

Une fois l'installation fini, on clique sur le programme dans le répertoire où il est installé ou à

partir du raccourci qui s'est installé sur le bureau



A chaque démarrage, R ouvre une console ou s'affiche le texte représenté dans la figure suivante :

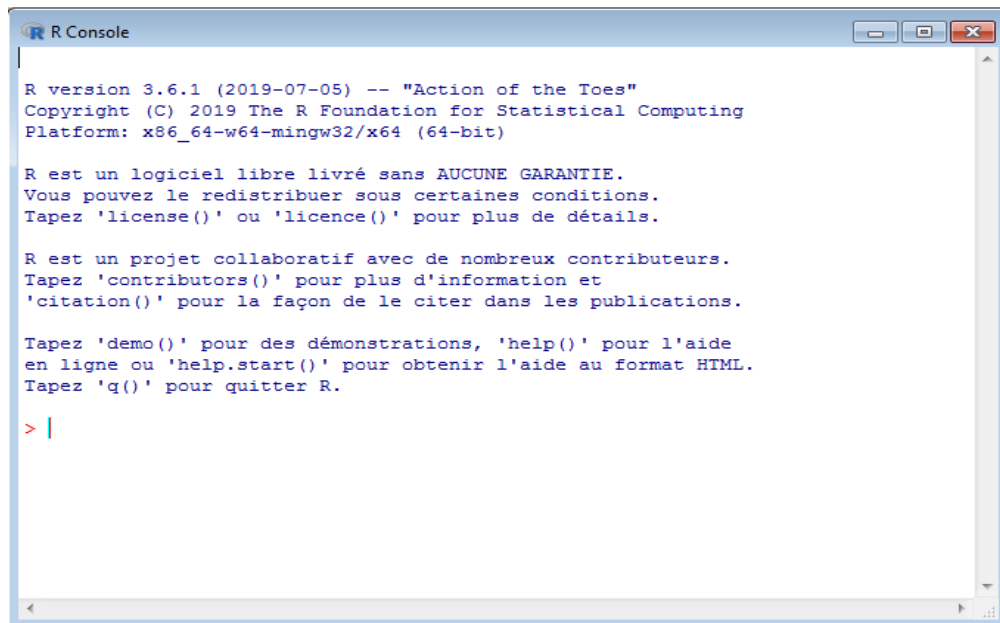


Figure1.2: Interface de R au démarrage.

R[®] fonctionne en mode question réponse. Le symbole '>' appelé prompt signifie que le logiciel attend nos commandes qui doivent être bien libellées et rédigées selon le format de programmation adéquat. Plusieurs fonctions de différents packages sont disponibles dans le logiciel R[®] pour le calcul de l'ACP. Leurs téléchargement est primordial pour le bon fonctionnement du logiciel. Leur installation se fait de deux manières (figure 1.3) :

- Via la commande : **>Install. Packages**
- Via le menu : packages => choisir le site miroir de CRAN => installer le(s) package(s)

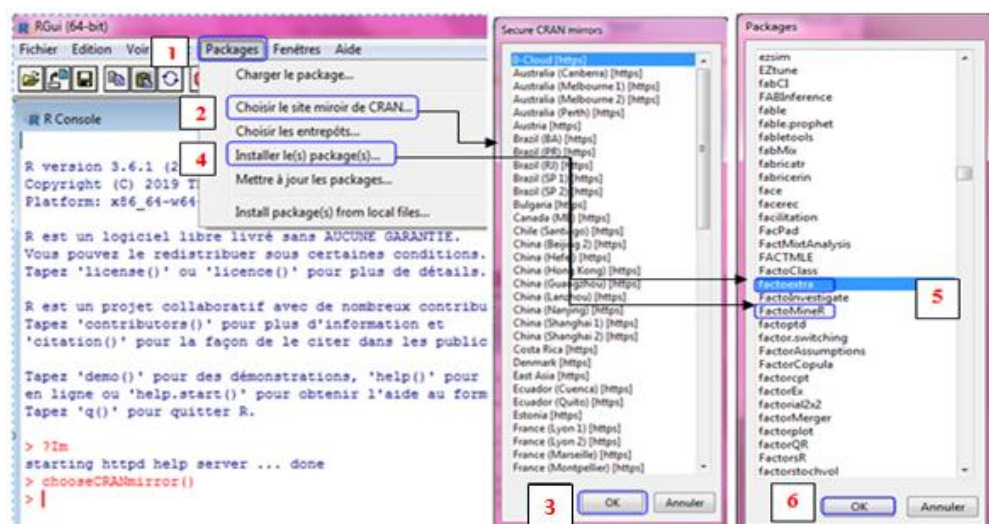


Figure 3: Etapes d'installation de package.

Pour utiliser un package, on doit faire son chargement soit :

- Via le menu déroulant,
- Ou bien via la commande Library.

1.4 Les étapes de la méthode ACP sous R®

❖ Type de données utilisées

Les données utilisées sont importées à partir du logiciel Excel®. A préciser qu'avant de les importer, elles doivent être au préalable enregistrées sous format « CSV : comma Separated Values » avec séparateur point-virgule (figure 1.3)

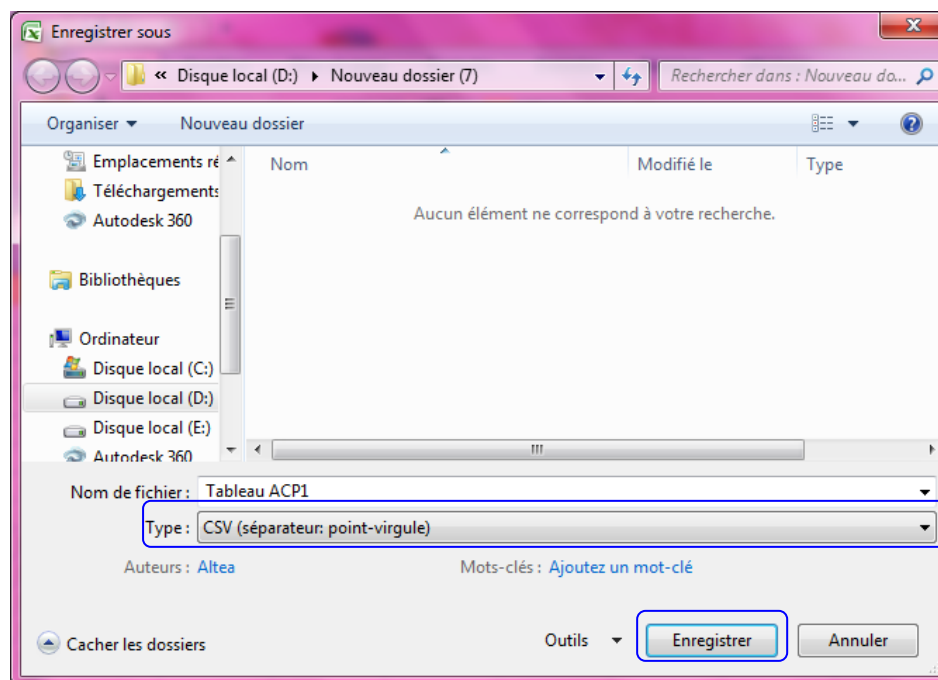


Figure 1.4: Enregistrement des données sous forma CSV.

❖ Importation des données

Pour importer les données vers la console, on s'appuie sur la commande :

```
>Données ACP <-read.csv ("emplacement de mes données.csv", header = TRUE, sep=" ;").
```

Dans notre cas pour importer le tableau de données, nous utilisons la commande suivante :

```
>TableauACP1<- read.csv ("D:/sans TF/Tableau ACP1.csv"header = TRUE, sep=" ;")
```

❖ Visualisation des données

Pour visualiser le contenu du tableau de données sous R, on utilise la commande :

>print(Données), soit :>**print(TableauACP1)**

❖ Traitement statistique des données

Pour extraire la moyenne et l'écart type, on utilise la commande summary(figure 1.4),

>summary (Données), Soit:> **summary (TableauACP1)**

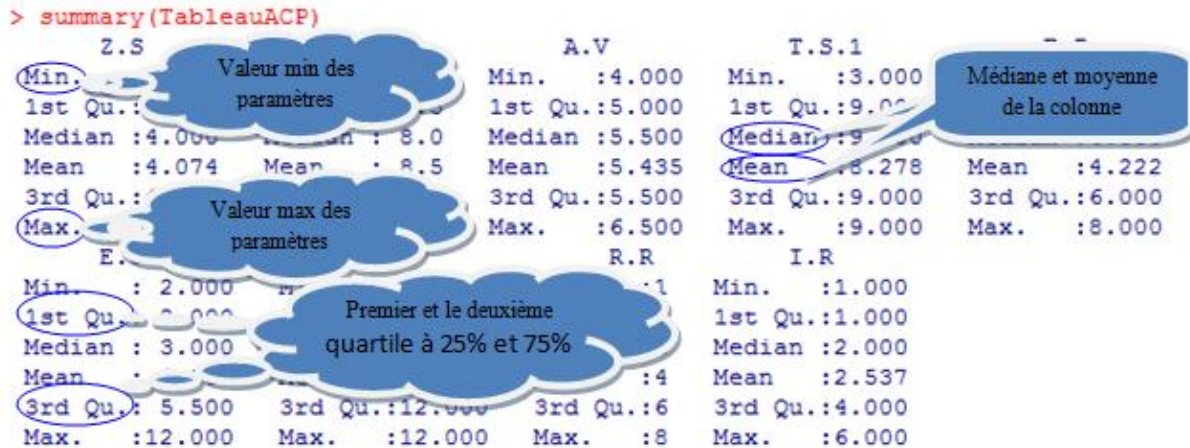


Figure 1.5 : Données statistiques.

❖ Calcul de la matrice de corrélation

La matrice de corrélation est obtenue avec la commande suivante :

>MatriceCor<- cor(MonTableau, method = c("pearson", "kendall", "spearman"))

Soit:Matrice<- cor(TableauACP1, method = c("pearson", "kendall", "spearman")).

❖ Visualisation de la matrice de corrélation

Pour visualiser le contenu la matrice de corrélation sous R, on utilise la commande :

>print(MatriceCor) soit :>**print(Matrice)**

❖ Représentation graphique de la matrice de corrélation

Pour la représentation graphique de la matrice de corrélation, il y a lieu d'abord d'installer le package "**corrplot**" conformément aux étapes données dans la figure 1.3.Par la suite, et pour la visualisation graphique de cette matrice, on applique les commandes suivantes :

>Library(corrplot)

>corrplot(Matrice[1: P, 1: P], tl.cex=0.5)

Soit:

>Library(corrplot)

>corrplot(Matrice [1:11, 1:11],tl.cex=0.5)

- tl.cex = 0.5 : taille du texte (variables)

❖ Application de l'ACP

L'application de l'ACP nécessite d'abord le téléchargement des packages "FactoMineR" pour l'analyse et "factoextra" pour la visualisation des données (figure 1.3), en utilisant les commandes suivantes :

```
>Library("FactoMineR")
```

```
>Library("factoextra").
```

❖ Choix des variables actives :

Les variables actives sont les variables qui participent à l'ACP (voir chapitre 2). Elles sont choisies par la commande :

```
>Données ACP.active<- Données ACP [1 : n, 1 : p]
```

```
Soit :>TableauACP2.active <- TableauACP2 [1:54,1:9]
```

❖ Traitement de l'ACP par le logiciel R® :

La commande qui permet le traitement de la fonction ACP dans R et d'afficher les interprétations graphiques est la suivante :

```
>res.pca<- PCA(Tableau ACP1.active, ncp = 3, graph = TRUE)
```

```
Soit : res.pca<- PCA(TableauACP1.active, ncp = 3, graph = TRUE)
```

- ncp : étant le nombre d'axes à afficher
- graph = TRUE : pour affiché les graphes des variables et des individus.
- Graphe = FALSE : dans ce cas les graphes ne seront pas affiché

❖ Affichage des résultats de l'ACP

Pour avoir un aperçu des résultats avec leurs noms et description inclus dans des objets, on utilise la commandesuivante (figure 1.6) :

```
>print(res.pca)
```

```

> print(res.pca)
**Results for the Principal Component Analysis (PCA)**
The analysis was performed on 54 individuals, described by 9 variables
*The results are available in the following objects:

      name      description
1  "$eig"      "eigenvalues"
2  "$var"      "results for the variables"
3  "$var$coord" "coord. for the variables"
4  "$var$cor"  "correlations variables - dimensions"
5  "$var$cos2" "cos2 for the variables"
6  "$var$contrib" "contributions of the variables"
7  "$ind"      "results for the individuals"
8  "$ind$coord" "coord. for the individuals"
9  "$ind$cos2" "cos2 for the individuals"
10 "$ind$contrib" "contributions of the individuals"
11 "$call"     "summary statistics"
12 "$call$centre" "mean of the variables"
13 "$call$secart.type" "standard error of the variables"
14 "$call$row.w" "weights for the individuals"
15 "$call$col.w" "weights for the variables"

```

Figure 1. 6: objets des résultats de l'ACP.

Après l'exécution de l'ACP, on peut accéder aux résultats (chapitre 2), en utilisant différentes instructions :

- **Résultats des variables**

```
>res.var<- get_pca_var(res.pca)
```

```
>res.var$coord# ➡ pour avoir les Coordonnées des variables
```

```
>res.var$contrib # ➡ pour avoir les Contributions des variables
```

```
>res.var$cos2 # ➡ pour avoir la Qualités de représentation des variables
```

- **Résultats des individus**

```
>res.ind<- get_pca_ind(res.pca)
```

```
>res.ind$coord # ➡ pour avoir les Coordonnées des individus
```

```
>res.ind$contrib# ➡ pour avoir les Contributions des individus
```

```
>res.ind$cos2 # ➡ pour avoir la Qualités de représentation des individus
```

- **Les valeurs propres**

```
>eig.val<- get_eigenvalue (res.pca)
```

```
>eig.val
```

- **Teste de Bartlett**

Le test de Bartlett (chapitre 2) est exécuté avec l'instruction suivante

```
>Bartlett. Test(TableauACP1)
```

- **Affichage du graphe des valeurs propres (des variances)**

```
>fviz_eig (res.pca, addlabels = TRUE, ylim = c(0, 54))
```

- Addlabels = TRUE :pour affiché le parentage de la variance pour les variables sur le graphe des valeurs propres.
- ylim= c(0,54) : pour établir un ajustement sur l'axe des ordonnées de sorte à choisir les valeurs min et max a affiché.

• Affichage des graphes des cercles de corrélation des variables

```
>fviz_pca_var (res.pca, col.var = "cos2", axes = c(1,2), labelsize = 4,
gradient.cols = c("#00AFBB", "#E7B800", "#FC4E07"),geom.var = c("point", "text"),
repel = TRUE # Évite le chevauchement de texte)
```

- Axes = c(1,2) : le plan factoriel a affiché. Par exemple les dimensions 1 et 2
- Labelsize : taille du texte, par exemple : labelsize = 4.
- geom.ind = c ("point", "texte") : pour afficher à la fois les points et le texte de la notation

Le codage des couleurs

- "#00AFBB" : le code de la couleur bleu
- "#E7B800" : le code de la couleur Jaune
- "#FC4E07" : le code de la couleur rouge.

• Affichage des graphes des individus

```
>fviz_pca_ind (res.pca, col.ind = "cos2", axes = c(1, 2),
gradient.cols = c("#00AFBB", "#E7B800", "#FC4E07"),
repel = TRUE # Évite le chevauchement de texte)
```

• Liens entre les variables et les individus

Pour visualiser les liens existants entre les variables et les individus on réalise ce qu'on appelle dans le langage R[®] un biplot simple, qui consiste à les afficher variables et les individus dans un même graphe, en exécutant l'instruction qui suit :

```
>fviz_pca_biplot(res.pca, repel = TRUE, labelsize = 3, arrowsize = 0,
col.var = "#00AFBB", # Couleur des variables
col.ind = "#FC4E07", # Couleur des individus)
```

- arrowsize : utilisé pour modifier la taille et l'épaisseur des flèches.

- **Positionner les variables supplémentaires**

Pour positionner les variables supplémentaires qui n'ont pas intervenu dans la confection des axes nous utilisons la commande suivante :

```
>res.pca<- PCA (TableauACP1, quanti.sup= 1, ncp = 3, graph = TRUE)
```

- quanti.sup : utilisé pour ajouter des variables supplémentaires.

- ❖ **Importation des résultats vers Excel**

L'importation de la matrice de corrélation vers un fichier Excel se fait avec la commande suivante :

```
>write.infile (Matrice, "emplacement de l'enregistrement de la matrice/.csv", sep = ";")
```

Soit :

```
>write.infile(Matrice, "D:/matrice sans tf.csv", sep = ";")
```

L'importation des résultats de l'ACP vers un fichier Excel se fait avec la commande suivante :

```
>write.infile (res.pca, "emplacement de l'enregistrement des résultats/.csv", sep = ";")
```

Soit :

```
>write.infile(res.pca, "D:/excel sans tf .csv", sep = ";")
```

- pour les graphes on utilise la commande « **copier-coller** ».

Annexe 2

Présentation de la méthode AFC sous le logiciel R[®]

2.1 Introduction

Plusieurs fonctions de différents packages existant dans le logiciel R[®] pour calculer l'AFC, nous citons les plus utilisés :

- CA() « **package FactoMineR** » ;
- CA() « **package factoextra** » ;
- ca() « **package ca** » ;
- dudi.coa() « **package ade4** ».

Le téléchargement de ces package est primordiale pour le bon fonctionnement du logiciel. Leurs installation se fait de deux manières (figure 2.1) :

- Via la commande **:>Install. Packages**
- Via le menu : packages => choisir le site miroir de CRAN => installer le(s) package(s)

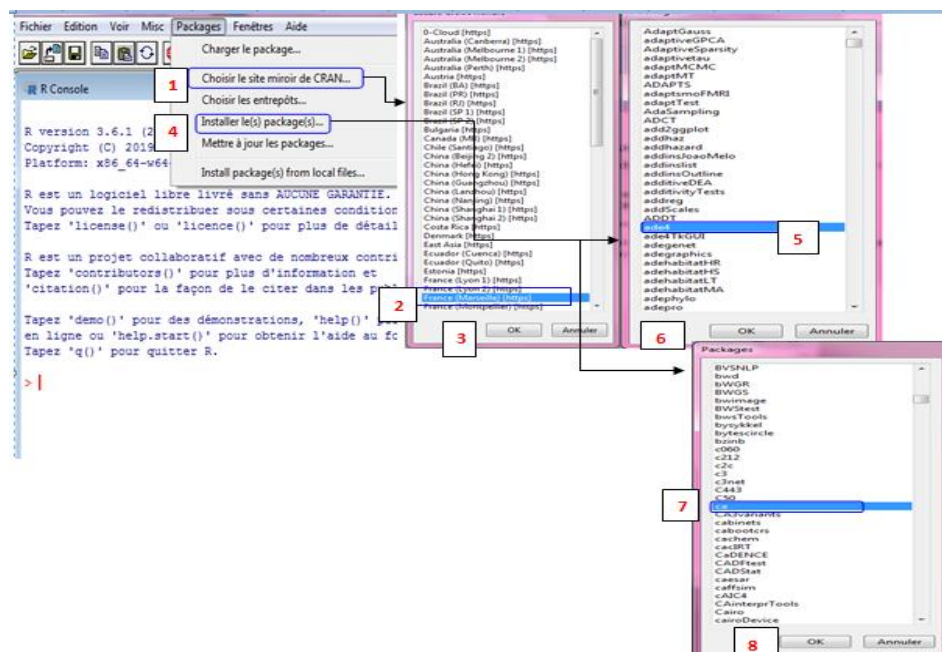


Figure 2.1: Etapes d'installation de package.

Pour les chargez dans R, nous utilisons les instructions suivantes

- **library("FactoMineR") ;**
- **library("factoextra") ;**
- **library ("ca") ;**

- **library ("ade4").**

2.2 Les étapes de méthode AFC sous R®

➤ *Type de données utilisées*

Les données utilisées sont importées à partir du logiciel Excel[®]. A préciser qu'avant de les importer, elles doivent être au préalable enregistrées sous format « CSV : comma Separated Values » avec séparateur point-virgule (figure 2.2).

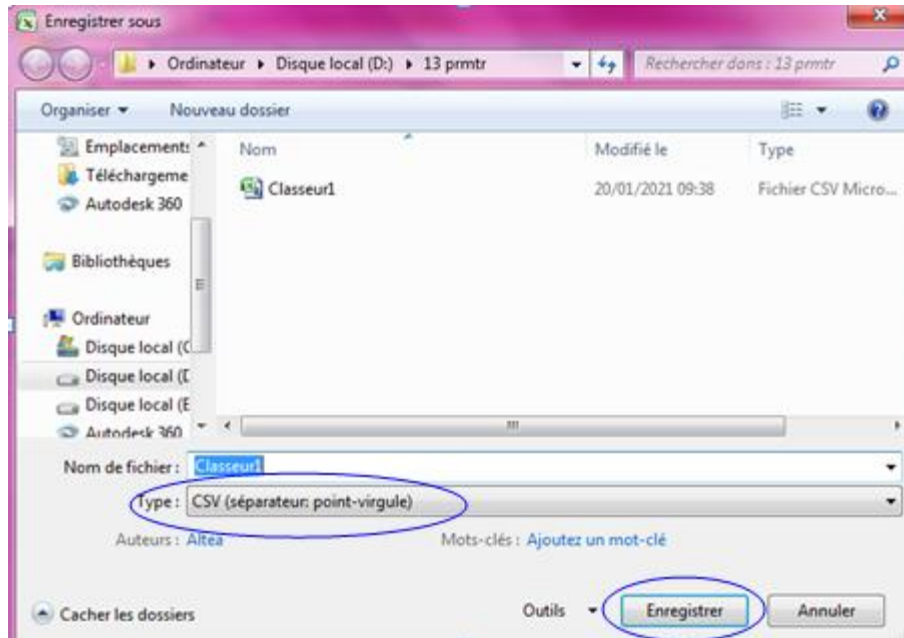


Figure 2.2 : Enregistrement des données sous forma CSV.

➤ *Format des données*

Pour importer le tableau de données taper la commande suivante :

- `TableauAFC<- read.csv("D:/13 paramètres/Classeur1.csv", header = TRUE, sep=";") ;`
- `data(TableauAFC) ;`
- `head(TableauAFC).`

➤ *Graphique du tableau de contingence et test de chi2*

Le tableau de contingence peut être visualisé en utilisant les fonctions `balloonplot()` [package `gplots`] ,on s'appuie sur la commande pour obtenir les résultats :

- `library("gplots")`

➤ *Convertir les données en tant que table*

Pour convertir les données en tant que table,on s'appuie sur la commande :

- `dt<- as.table(as.matrix (TableauAFC)).`

➤ Représentation graphique

Le graphique de données s'obtient s'en appuient sur les commandes suivantes:

- `balloonplot(t(dt), main = "TableauAFC", xlab = "", ylab = "",`
- `label = FALSE, show.margins = FALSE).`

➤ Test de khi2

Pour avoir les résultats de test de khi2 qui évaluer s'il existe une dépendance significative entre les catégories des lignes et des colonnes, on utilise les commandes suivantes :

- `chisq<- chisq.test (TableauAFC) ;`
- `chisq.`

➤ Affichage des résultats de l'AFC

Pour avoir un aperçu des résultats avec leurs noms et description inclus dans des objets, on utilise la commande suivante (figure 2.3) :

- `print(res.ca).`

```
> CA (TableauAFC , ncp = 5, graph = TRUE)
**Results of the Correspondence Analysis (CA)**
The row variable has 9 categories; the column variable has 4 categories
The chi square of independence between the two variables is equal to 440.7705 (p-value = 3.047129e-78 ).
*The results are available in the following objects:

      name                description
1  "$eig"                 "eigenvalues"
2  "$col"                 "results for the columns"
3  "$col$coord"           "coord. for the columns"
4  "$col$cos2"            "cos2 for the columns"
5  "$col$contrib"         "contributions of the columns"
6  "$row"                 "results for the rows"
7  "$row$coord"           "coord. for the rows"
8  "$row$cos2"            "cos2 for the rows"
9  "$row$contrib"         "contributions of the rows"
10 "$call"                "summary called parameters"
11 "$call$marge.col"      "weights of the columns"
12 "$call$marge.row"      "weights of the rows"
```

Figure 2.3 : Objets des résultats de l'AFC.

Plusieurs fonctions sont utilisées pour obtenir et visualiser les valeurs propres et leurs variances.

Pour extraire les valeurs propres nous utilisons la commande suivante :

- `get_eigenvalue(res.ca) :`
 - Extraction des valeurs propres / variances expliquées par chaque axe principal
- `fviz_eig(res.ca) :`
 - visualisation des valeurs propres.
- `fviz_screplot (res.ca, addlabels = TRUE, ylim = c(0, 50)) :`
 - `fviz_screplot` :affichage du graphe des valeurs propres.
 - `Addlabels = TRUE` : pour affiché le parentage de la variance pour les variables sur le graphe des valeurs propres.

- ylim= c (0.50) : Limite min et max des variances à afficher sur l'axe des ordonnées.
- get_ca_row(res.ca), get_ca_col(res.ca):
 - Extraction des résultats pour les lignes et les colonnes, respectivement.
- fviz_ca_row(res.ca), fviz_ca_col(res.ca):
 - Visualisation des résultats pour les lignes et les colonnes, respectivement.
- fviz_ca_biplot (res.ca):
 - Créez un biplot des lignes et des colonnes

➤ **Significativité statistique**

 Degré de liberté

- `df<- (nrow (TableauAFC) - 1) * (ncol (TableauAFC) - 1)`

 p value

La valeur de p value est exécuté avec l'instruction suivante :

- `pval<- pchisq (chi2, df = df, lower.tail = FALSE)`
- `pval.`

➤ **Liens entre les variables et les individus (biplot)**

La fonction `fviz_ca_biplot()` [package factoextra] peut être utilisée pour dessiner le biplot des lignes et des colonnes, on utilise la commande suivante :

- `fviz_ca_biplot (res.ca, repel = TRUE).`
 - `repel = TRUE` pour éviter le chevauchement de texte.

➤ **Graphique des points lignes et colonnes**

La fonction `get_ca_row()` [factoextra] est utilisée pour extraire les résultats pour les lignes et la fonction `get_ca_col()` [factoextra] est utilisée pour extraire les résultats pour les colonnes. Cette fonction renvoie une liste contenant les coordonnées, les cos2 et les contributions des lignes.

 Pour les lignes on utilise les commandes suivantes :

- `row <- get_ca_row(res.ca)`
- `row`

 Pour les colonnes on utilise :

- `row <- get_ca_col(res.ca)`

- row
- ❖ Les composants des fonctions `get_ca_row()` et `get_ca_col()` peuvent être utilisés dans le graphique des lignes et des colonnes comme suit:

✚ *Pour les lignes :*

La qualité de représentation des lignes est obtenue on tapant ainsi :

- `row$cos2`
- ✚ *Pour les colonnes :*
- `col$cos2` `var$contrib`: contribution des colonnes (en %) à la définition des dimensions.

➤ ***Contributions des lignes et des colonnes***

La contribution des lignes et des colonnes (en %) à la définition des dimensions peut être extraite comme suit:

✚ *Contribution des lignes :*

- `var$contrib`: contribution des lignes (en %) à la définition des dimensions

✚ *Contribution des colonnes :*

- `var$contrib`: contribution des colonnes (en %) à la définition des dimensions.

Il est possible d'utiliser la fonction `corrplot()` [package `corrplot`] pour mettre en évidence les points lignes et les points colonnes les plus contributifs pour chaque dimension:

- `library("corrplot")`,
- `corrplot(row$contrib, is.corr=FALSE)`.

➤ ***Qualité de représentation des lignes et des colonnes (cos2)***

Le `cos2` mesure le degré d'association entre les lignes et les colonnes et un axe particulier. Le `cos2` des points lignes sont extrait comme suit:

- `head(row$cos2,13)`

Les `cos 2` des points colonnes sont extraits comme suit :

- `head(col$cos2, 4)`.