

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE
Ministère de l'enseignement supérieur et de la recherche scientifique
Université Mouloud Mammeri de Tizi ousou
Faculté du génie électrique et informatique
Département d'automatique



Mémoire de fin d'étude

En vue d'obtention du diplôme de master académique en automatique.
Option : commande des systèmes.

THÈME

Recalage d'image par la Transformée De Fourier

Présenté par : OUBADJA Meziane
FEDILA Samir

Mme : ALKAMA S	MCA	UMMTO	Président
Mme : CHILALI O	MAA	UMMTO	Examineur
Mme : DORBANE F	MAA	UMMTO	Examineur
Mme : AIT AIDER M	MAA	UMMTO	Promoteur

Etudié par: Mme Ait Aider Malika

**Proposé et dirigé par :
Mr SOUAMI Anis**

Année 2016/2017

Remerciements

Nous tenons à adresser nos vifs remerciements à tous ceux qui, de près ou de loin, ont participé à l'élaboration de ce modeste travail et nous ont présenté volontairement leurs soutien

Nous tenons à remercier et exprimer notre profonde gratitude plus particulièrement à Mme AIT AIDER Malika pour son encadrement et ses conseils fructueux qu'elle nous a prodigué le long de notre projet, et de même pour Mr SOUAMI Anis, doctorant à l'université de NANCY pour nous avoir guider dans chacune des étapes de notre mémoire.

Nous exprimons notre reconnaissance à Mme CHILLALI pour son aide, et sa disponibilité, sans oublier Mr IRATNI Salim pour tous ses conseils pertinents qu'il nous a apportés au cours de notre travail

Merci 

Table des matières

Remerciement

Table des matières

Introduction générale	1
Chapitre I : Généralités	
1.1. Introduction.....	3
1.2. Définition de l'image.....	3
1.3. Image numérique.....	3
1.4. Caractéristique d'une image numérique.....	4
1.4.1. Pixel.....	4
1.4.2. Dimension.....	5
1.4.3. Résolution.....	5
1.4.4. La taille d'une image.....	6
1.4.5. Bruit.....	6
1.4.6. Histogramme.....	6
1.4.7. Contours et textures.....	7
1.4.8. Luminance.....	8
1.4.9. Contraste.....	8
1.5. Types d'image.....	8
1.5.1. Images binaires.....	8
1.5.2. Images a niveau de gris.....	9
1.5.3. Images en couleurs.....	9
1.6. Qualité de l'image numérique.....	10
1.7. Images bitmap et images vectorielles.....	10
1.8. Les différentes techniques de traitement d'image.....	12
1.8.1. Extraction des caractéristiques.....	12
1.8.2. Segmentation d'images.....	13
1.8.3. Rehaussement d'image.....	13
1.8.4. Recalage d'image.....	14
1.9. Conclusion	16

Chapitre II : Les Opérations géométriques

2.1.	Introduction.....	17
2.2.	Notion d'opération géométrique.....	18
2.2.1.	Transformations géométriques linéaires.....	18
2.2.2.	Transformations géométriques non linéaires.....	23
2.2.2.1.	Transformation bilinéaire perspective.....	23
2.2.2.2.	Transformation bilinéaire générale.....	24
2.2.3.	Transformation non-linéaire.....	24
2.3.	Interpolation.....	26
2.3.1	Interpolation par le plus proche voisin.....	26
2.3.2.	Interpolation bilinéaire.....	26
2.3.3.	Interpolation par convolution cubique.....	27
2.4.	Conclusion	

Chapitre III Les Techniques de recalages

3.1.	Introduction.....	29
3.2.	Les techniques de recalage.....	29
3.2.1.	Techniques de corrélation.....	29
3.2.2.	Techniques de Fourier.....	30
3.2.3.	Techniques basées sur les relations spatiales.....	31
3.3.	Conclusion	33

Chapitre IV : Recalage par FFT

4.1.	Introduction.....	35
4.2.	La transformée de Fourier.....	35
4.2.1.	Propriété de la translation (corrélacion de phase)	36
4.2.2.	Propriété de la rotation.....	37
4.2.3.	Propriété de l'homothétie.....	38
4.3.	La représentation Log-Polaire.....	39
4.3.1.	La rotation dans le système de coordonnées Log-Polaires.....	40
4.3.2.	L'homothétie dans le système de coordonnées Log-Polaires.....	40

Liste des Figures

Titre	Page
Fig. I.1 Représentation d'image numérique.....	4
Fig. I.2 La lettre A s'affiche comme un groupe de pixels.....	5
Fig. I.3a Image sans bruit.....	6
Fig. I.3b Image Bruitée.....	6
Fig. I.4 Image avec histogramme.....	7
Fig. I.5 Contour d'une image.....	7
Fig. I.6 Types d'images.....	10
Fig. I.7 Différence entre l'image vectorielle et l'image matricielle.....	11
Fig. I.8 Recalage d'une image référence et d'une image source.....	15
Fig. II.1 Recalage d'une image.....	17
Fig. II.2 Etape de la rotation de centre quelconque.....	22
Fig. II.3 Transformations bilinéaires de perspective.....	23
Fig. II.4 Perspective complète.....	23
Fig. II.5 Transformation bilinéaire complète.....	24
Fig. II.6 Modèle de la distorsion en barillet.....	25
Fig. II.7 Distorsion géométrique en barillet et coussinet d'une grille.....	25
Fig. II.8 Schéma synoptique de la procédure d'interpolation bilinéaire d'une image.....	27
Fig. III.1 Correction d'une perspective avec homothétie.....	32
Fig. III.2 Recalage d'une image.....	33
Fig. IV les images utilisées.....	36
Fig. IV.2a Spectre d'amplitude.....	37
Fig. IV.2b onde monochromatique du déphasage.....	37
Fig. IV.3 Pic de Dirac correspondant à la translation.....	37
Fig. IV.4 Spectres de Fourier par une rotation (20°).....	38
Fig. IV.5 Spectres de Fourier par un changement d'échelle.....	39
Fig. IV.6 Effet d'une TLP sur le paramètre de rotation.....	40
Fig. IV.7 Effet d'une TLP sur le facteur d'échelle.....	41

Fig. IV.8	Passage du système de coordonnées cartésiennes au système Log-Polaires.....	41
Fig. IV.9	Présentation de la technique de transformation Log-Polaire.....	46
Fig. V.1	technique de corrélation de phase	48
Fig. V.2	technique du recalage	49
Fig. V.3	l'image utilisée.....	50
Fig. V.4 a	Histogramme d'une translation seule	51
Fig. V.4 b	Spectre d'une translation seule	51
Fig. V.5a	Histogramme d'une rotation seule.....	52
Fig. V.5a	Spectre d'une rotation seule	52
Fig. V.6a	Histogramme d'une homothétie seule.....	53
Fig. V.6b	Spectre d'une homothétie seule	53
Fig. V.7a	Histogramme d'une translation avec rotation avec homothétie	54
Fig. V.7b	Spectre d'une translation avec rotation avec homothétie	54

Liste des Tables

Tableau

Titre	Page
Tableau. I.1. Les opérations géométriques.....	19
Tableau. I.2. les opérations de base.....	20
Tableau. V.1. comparaison entre les valeurs données et les valeurs résultats	55

Liste des Abréviations

FFT : Fast Fourier Transform

MATLAB: Matrix Laboratory

δ : Facteur de Zoom

S_x : Facteur de Zoom selon x

S_y : Facteur de Zoom selon y

ρ : le Module dans les Coordonnées Polaire

θ : l'Angle dans les Coordonnées Polaire

α : l'Angle de Rotation

ψ : Spectre Croisé de Fourier

u : Translation selon x

v : Translation selon y

Le traitement d'images joue désormais un rôle prépondérant dans un grand nombre de domaines tels que l'imagerie médicale, satellitaire ou optique. La quantité des données, souvent importante, peut être allégée grâce à une automatisation de l'analyse et de l'interprétation des images.

Une des problématiques majeures en traitement d'images est de pouvoir analyser et traiter plusieurs images dans un référentiel commun pour regrouper ou comparer leurs informations respectives. Ce problème, connu sous le nom de recalage (ou alignement), est nécessaire dès qu'il s'agit de confronter plusieurs sources d'information acquises à des temps différents, par des capteurs différents ou à partir de vues différentes. Le recalage d'images, en anglais registration, fait référence à la procédure ayant pour but de trouver une transformation géométrique reliant deux ou plusieurs images. Le but est de situer les images dans un même repère géométrique. C'est un domaine de recherche aux multiples applications et impliquant un vaste nombre de techniques d'imagerie numérique. Cette multiplicité provient essentiellement de la notion assez générale de lien entre images: les méthodes de recalage interviennent en fait à chaque fois qu'une correspondance spatiale entre images est requise. Les applications qui s'en déduisent sont aussi nombreuses que variées.

Le champ d'application le plus important au regard du nombre de publications est celui de l'imagerie médicale. En effet, la multiplicité des techniques d'imagerie amène les médecins à faire la synthèse d'informations diversifiées. La complémentarité des informations fournies est une richesse, tant sur le plan du diagnostic que de la thérapie. Le recalage de ces images multimodales permet de confronter et corrélérer l'information hétérogène pour détecter des tumeurs et diagnostiquer des maladies ou même pour guider certaines opérations chirurgicales ou de faire du suivi postopératoire.

En imagerie satellitaire et aérienne, le recalage est utilisé pour superposer des images d'une même région, obtenues à des instants, des altitudes, des positions différentes, avec des capteurs différents. En effet, de nombreuses tâches nécessitent de disposer d'images parfaitement superposables entre elles. Les techniques de fusion de données en sont un exemple ainsi que les approches par classification multicritères et la détection de changements.

En vision par ordinateur, le recalage est utile pour des applications diversifiées, telles

que la segmentation, la reconnaissance et la reconstruction des objets, le suivi de mouvement, etc.

Le recalage d'image par transformation de Fourier c'est un techniques sont plus utilisées s'il s'agit de recaler deux images prises dans des conditions différentes (éclairage, climat, outil d'acquisition, etc.) ou qui présentent plus de bruit. Elles donnent des résultats meilleurs et plus rapides en temps d'exécution en exploitant les représentations spectrales de Fourier des images. Une de ces techniques est la corrélation de phase, qui en se basant sur le théorème de retard de la Transformée de Fourier, permet de détecter une transformation géométrique de type translation 2D entre deux images. Cette technique est bien robuste au bruit qui peut affecter les images prises dans des conditions différentes mais reste limitée à une transformation géométrique simple.

Le mémoire est organisé en 5 chapitres qui nous permettront de présenter les différents aspects de notre travail.

Dans le premier chapitre introductif, nous avons abordé des notions générales sur le traitement d'images, en s'appuyant sur les caractéristiques des images numérique.

Le deuxième chapitre est spécialement consacré aux opérations géométriques fondamentales qu'on a utilisé dans le recalage d'images par transformée de Fourier.

Dans le troisième chapitre, nous avons abordé les techniques de recalage d'images.

Le quatrième chapitre, nous avons essayé de détailler les propriétés fondamentales du recalage d'images par la FFT.

Le cinquième et dernier chapitre est celui où nous avons présenté les résultats expérimentaux des algorithmes de simulation des techniques de recalage d'images par FFT.

Enfin, nous terminerons notre travail par une conclusion générale, clôturant ce mémoire et quelques perspectives.

Chapitre I

Généralité

1.1. Introduction :

Avec la parole, l'image constitue l'un des moyens les plus importants qu'utilise l'homme pour communiquer avec autrui. C'est un moyen de communication universel dont la richesse du contenu permet aux êtres humains de tout âge et de toute culture de se comprendre.

C'est aussi le moyen le plus efficace pour communiquer, chacun peut analyser l'image à sa manière, pour en dégager une impression et d'en extraire des informations précises.

De ce fait, le traitement d'images est l'ensemble des méthodes et techniques opérant sur celles-ci, dans le but de rendre cette opération possible, plus simple, plus efficace et plus agréable, d'améliorer l'aspect visuel de l'image et d'en extraire des informations jugées pertinentes.

1.2. Définition de l'image :

L'image est une représentation d'une personne ou d'un objet par la peinture, la sculpture, le dessin, la photographie, le film, etc.

C'est aussi un ensemble structuré d'informations qui, après affichage sur l'écran, ont une signification pour l'œil humain.

Elle peut être décrite sous la forme d'une fonction $I(x, y)$ de brillance analogique continue, définie dans un domaine borné, tel que x et y sont les coordonnées spatiales d'un point de l'image et I est une fonction d'intensité lumineuse et de couleur. Sous cet aspect, l'image est inexploitable par la machine, ce qui nécessite sa numérisation [1].

1.3. Image numérique :

Contrairement aux images obtenues à l'aide d'un appareil photo, ou dessinées sur du papier, les images manipulées par un ordinateur sont numériques (représentées par une série de bits).

L'image numérique est l'image dont la surface est divisée en éléments de tailles fixes appelés cellules ou pixels, ayant chacun comme caractéristique un niveau de gris ou de couleurs prélevé à l'emplacement correspondant dans l'image réelle, ou calculé à partir d'une description interne de la scène à représenter [2].

La numérisation d'une image est la conversion de celle-ci de son état analogique (distribution continue d'intensités lumineuses dans un plan xoy) en une image numérique représentée par une matrice bidimensionnelle de valeurs numériques $f(x, y)$ où :

(x, y) : coordonnées cartésiennes d'un point de l'image.

$f(x, y)$: niveau de gris en ce point

Pour des raisons de commodité de représentation pour l'affichage et l'adressage, les données images sont généralement rangées sous formes de tableau I de n lignes et p colonnes. Chaque élément $I(x, y)$ représente un pixel de l'image et à sa valeur est associé un niveau de gris codé sur m bits (2^m niveaux de gris ; noir=0 ; blanc= $2^m - 1$). La valeur en chaque point exprime la mesure d'intensité lumineuse perçue par le capteur.

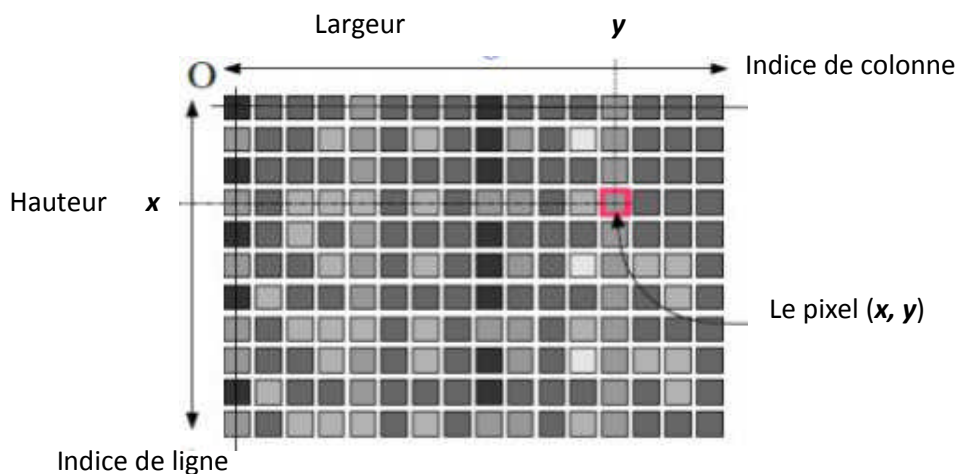


Figure 1 : Représentation d'image numérique.

1.4. Caractéristiques d'une image numérique

L'image est un ensemble structuré d'informations caractérisé par les paramètres suivants [3] :

1.4.1. Pixel :

Contraction de l'expression anglaise " Picture Elément " élément d'image, le pixel est le plus petit point de l'image. C'est une entité calculable qui peut recevoir une structure et une quantification. Si le bit est la plus petite unité d'information que peut traiter un ordinateur, le pixel est le plus petit élément qui peut manipuler les matériels et les logiciels d'affichage ou

d'impression. La lettre A, par exemple, peut être affichée comme un groupe de pixels comme se montre la figure ci-dessous :

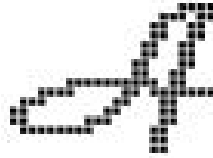


Figure 2 : La lettre A affichée comme un groupe de pixels.

La quantité d'informations que véhicule chaque pixel donne des nuances entre images monochromes et images couleurs. Dans le cas d'une image monochrome, chaque pixel est codé sur **1** octet, et la taille mémoire nécessaire pour afficher une telle image est directement liée à la taille de l'image. Dans une image couleur (R.V.B.), un pixel peut être représenté sur **3** octets : **1** octet pour chacune des couleurs: rouge (R), vert (V) et bleu (B)

1.4.2. Dimension

C'est la taille de l'image. Cette dernière se présente sous forme de matrice dont les éléments sont des valeurs numériques représentatives des intensités lumineuses (pixels). Le nombre de lignes de cette matrice multiplié par le nombre de colonnes nous donne le nombre total de pixels dans une image.

1.4.3. Résolution

La résolution est définie par un nombre de pixels par unité de longueur de l'image à numériser en dpi (dots per inch) ou ppp (points par pouce). On parle de définition pour un écran et de résolution pour une image. Plus le nombre de pixels est élevé par unité de longueur de l'image à numériser, plus la quantité d'informations qui décrit l'image est importante et plus la résolution est élevée (et plus le poids de l'image est élevé).

La résolution d'une image correspond au niveau de détail qui va être représenté sur cette image. Pour la numérisation il faut considérer les **2** équations suivantes :

$$(X * \text{résolution}) = x \text{ pixels} \quad (Y * \text{résolution}) = y \text{ pixels}$$

Telle que :

- 1/** X et Y représentent la taille (pouce ou cm, **1 pouce=2,54** centimètres) de la structure à numériser.
- 2/** résolution représente la résolution de numérisation.

3/ x et y représentent la taille (en pixels) de l'image.

1.4.4. La taille d'une image

Pour connaître la taille d'une image, il est nécessaire de compter le nombre de pixels que contient l'image, cela revient à calculer le nombre des cases du tableau, soit la hauteur de celui-ci que multiplie sa largeur. La taille de l'image est alors le nombre des pixels que multiplie la taille (en octet) de chacun de ces éléments.

Exemple : pour une image de **240 * 420** en TrueColor :

Nombre de pixels :

$$240 * 420 = 100800$$

Taille de chaque pixel : **24 bits / 8 = 3 octets**

Le poids de l'image est ainsi égal à :

$$100800 * 3 = 302.400 \text{ égal } 302.400/1024 = 295 \text{ Ko}$$

1.4.5. Bruit

Un bruit (parasite) dans une image est considéré comme un phénomène de brusque variation de l'intensité d'un pixel par rapport à ses voisins, il provient de l'éclairage des dispositifs optiques et électroniques du capteur.



Figure 3.a) : Image sans bruit.

Figure 3.b) : Image Bruitée.

1.4.6. Histogramme

L'histogramme des niveaux de gris ou des couleurs d'une image est une fonction qui donne la fréquence d'apparition de chaque niveau de gris (couleur) dans l'image. Pour diminuer l'erreur de quantification, pour comparer deux images obtenues sous des éclairages différents, ou encore pour mesurer certaines propriétés sur une image, on modifie souvent l'histogramme correspondant. Il permet de donner un grand nombre d'information sur la distribution des niveaux de gris (couleur) et de voir entre quelles bornes est répartie la majorité des niveaux de gris (couleur) dans les cas d'une image trop claire ou d'une image trop foncée. Il peut être utilisé pour améliorer la qualité d'une image (Rehaussement d'image) en introduisant quelques modifications, pour pouvoir extraire les informations utiles de celle-ci. La figure 1.4 montre une image avec son histogramme.

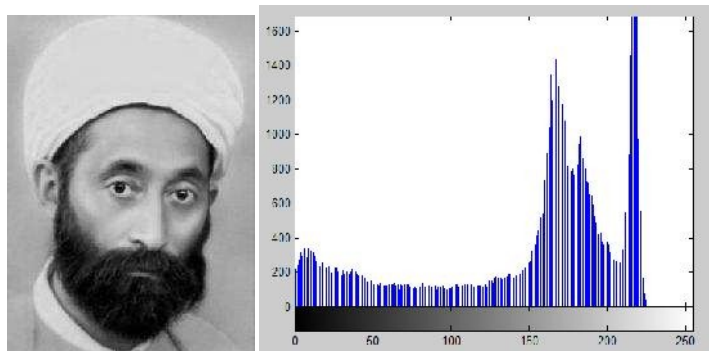


Figure 4 : Image avec histogramme.

1.4.7. Contours et textures

Les contours représentent la frontière entre les objets de l'image, ou la limite entre deux pixels dont les niveaux de gris représentent une différence significative. Les textures décrivent la structure de ceux-ci. L'extraction de contour consiste à identifier dans l'image les points qui séparent deux textures différentes.



Figure 5 : Contour d'une image.

1.4.8. Luminance

C'est le degré de luminosité des points de l'image. Elle est définie aussi comme étant le quotient de l'intensité lumineuse d'une surface par l'aire apparente de cette surface, pour un observateur lointain, le mot luminance est substitué au mot brillance, qui correspond à l'éclat d'un objet. Une bonne luminance se caractérise par :

1. **Des images lumineuses** (brillantes);
2. **Un bon contraste** : il faut éviter les images où la gamme de contraste tend vers le blanc ou le noir; ces images entraînent des pertes de détails dans les zones sombres ou lumineuses.
3. **L'absence de parasites.**

1.4.9. Contraste

C'est l'opposition marquée entre deux régions d'une image, plus précisément entre les régions sombres et les régions claires de cette image. Le contraste est défini en fonction des luminances de deux zones d'images.

Si L_1 et L_2 sont les degrés de luminosité respectivement de deux zones voisines A_1 et A_2 d'une image, le contraste C est défini par le rapport :

$$C = \frac{L_1 - L_2}{L_1 + L_2}$$

1.5. Types d'images

On distingue trois types d'images :

- Binaire : 2 couleurs (arrière-plan et avant-plan).
- Monochrome : variations d'une même teinte.
- Polychrome : " vraies " couleurs.

1.5.1. Images binaires (en noir et blanc)

Les images binaires sont les plus simples. Bichromes (la plupart du temps noire et blanche) elles sont ontologiquement numériques c'est-à-dire que leur codage et leur décodage peuvent être faits directement vers la base 2.

1.5.2. Images à niveaux de gris (Monochromes)

Le niveau de gris est la valeur de l'intensité lumineuse en un point. La couleur du pixel peut prendre des valeurs allant du noir au blanc en passant par un nombre fini de niveaux intermédiaires. Donc pour représenter les images à niveaux de gris, on peut attribuer à chaque pixel de l'image une valeur correspondant à la quantité de lumière renvoyée. Cette valeur peut être comprise par exemple entre **0 et 255**. Chaque pixel n'est donc plus représenté par **1 bit**, mais par **1 octet**. Pour cela, il faut que le matériel utilisé pour afficher l'image, soit capable de produire les différents niveaux de gris correspondant.

Le nombre de niveaux de gris dépend du nombre de bits utilisés pour décrire la " couleur " de chaque pixel de l'image. Plus ce nombre est important, plus les niveaux possibles sont nombreux.

1.5.3. Images en couleurs (Polychromes)

Même s'il est parfois utile de pouvoir représenter des images en noir et blanc, les applications multimédias utilisent le plus souvent des images en couleurs. La représentation des couleurs s'effectue de la même manière que les images monochromes avec cependant quelques particularités. En effet, il faut tout d'abord choisir un modèle de représentation. On peut représenter les couleurs à l'aide de leurs composantes primaires. Les systèmes émettant de la lumière (écrans d'ordinateurs,...) sont basés sur le principe de la synthèse additive : les couleurs sont composées d'un mélange de rouge, vert et bleu (modèle R.V.B.).

La représentation en couleurs réelles :

Elle consiste à utiliser **24 bits** pour chaque point de l'image. **8 bits** sont employés pour décrire la composante rouge (R), **8** pour le vert (V) et **8** pour le bleu (B). Il est ainsi possible de représenter environ **16,7 millions** de couleurs différentes simultanément. Cela est cependant théorique, car aucun écran n'est capable d'afficher **16 millions** de points. Dans la plus haute résolution (**1600 x 1200**), l'écran n'affiche que **1 920 000 points**. Par ailleurs, l'œil humain n'est pas capable de distinguer autant de couleurs.



Figure 2.10 Types d'images.

1.6. Qualité d'image numérique

Elle dépend, d'une part, de la qualité des images d'origine et, d'autre part, des moyens mis en œuvre pour convertir un signal analogique en signal numérique. Elle dépend aussi de :

1. La qualité des périphériques de numérisation de l'image, du nombre de niveaux de gris ou de couleurs enregistrées, etc.
2. La qualité de l'affichage à l'écran : définition de l'écran, nombre de teintes disponibles simultanément, calibrage de l'écran, etc.

Les critères d'appréciation de la qualité d'une image, tels que cités succinctement ci-dessus, dépendent largement de la structure même de l'image réaliste ou conceptuelle et de son mode de représentation (bitmap ou vectorielle).

1.7. Images bitmap et images vectorielles

Les images appartiennent à deux grandes familles : bitmap et vectorielle. Alors qu'une image vectorielle est décrite à l'aide des équations mathématiques, une image bitmap est constituée de pixels et se réduit donc à une matrice de points. Si les images vectorielles peuvent être manipulées avec beaucoup de facilité, les modifications de taille, par exemple, apportées à une image bitmap ne sont pas sans incidence. La figure ci-dessous montre la différence entre les deux familles.



Figure 2.11 : Différence entre l'image vectorielle et l'image matricielle [4].

1.8. Les différentes techniques de traitement d'image

Le traitement d'image consiste à améliorer le contenu d'une image pour en extraire de l'information, par exemple identifier une séquence de texte ou un chromosome, éviter un obstacle (robotique), détecter des zones soumises à l'érosion (télé-détection). En bref traiter une image, c'est d'ajouter du sens par un procédé automatique, par la suite on va citer les différentes techniques de traitement d'image les plus connus tels que : Extraction de caractéristiques d'image, la segmentation d'image, rehaussement d'image (amélioration de qualité d'image) et le recalage d'image.

1.8.1. Extraction des caractéristiques (Feature Extraction from Images en Anglais)

En vision par ordinateur, une caractéristique est définie en fonction d'une ou plusieurs mesures, dont chacun spécifie une propriété mesurable d'un objet, est calculée de telle sorte qu'il quantifie des caractéristiques importantes de l'objet [5].

Les images sont des objets numériques très riches en termes d'informations. En plus de l'espace mémoire gigantesque exigé, la manipulation directe de ces images dans un système de reconnaissance d'images par le contenu ne permet pas d'obtenir des temps de réponse réalistes. Il convient donc d'utiliser une représentation de dimension réduite pour caractériser le contenu de ces images. L'objectif principal de l'extraction d'attributs est de déterminer pour chaque image, une représentation (signature) qui soit, d'une part compacte, pour être rapidement accessible et facilement comparable, et d'autre part suffisamment complète pour bien caractériser l'image. Il est recommandé d'employer des attributs invariants aux transformations colorimétriques telles que le changement d'éclairage et aux transformations géométriques telles que le changement d'échelle. Ceci permet de palier aux différentes transformations que peut subir une image. Cependant, la caractérisation robuste et discriminante des images reste un grand défi en traitement d'images. Généralement, les attributs dits de bas niveau sont souvent les plus utilisés pour la description d'images par le contenu. Ces attributs décrivent les principales caractéristiques visuelles existant dans une image, à savoir la couleur, la texture et la forme [6].

Nous classons les diverses caractéristiques actuellement utilisées comme suit [7]:

- **Caractéristiques générales** : caractéristiques d'applications indépendantes telles que la couleur, la texture et la forme. Selon le niveau d'abstraction, elles peuvent être divisées en :

- **Caractéristiques au niveau des pixels (Pixel-level features)** : caractéristiques calculées à chaque pixel, par exemple couleur, l'emplacement.
- **Caractéristiques locales (Local features)** : caractéristiques calculées sur les résultats de la subdivision de la bande image sur la segmentation d'images ou de détection des bords.
- **Caractéristiques globales (Global features)** : caractéristiques calculées sur toute l'image ou tout simplement régulièrement sous-zone d'une image.
- **Domaine des fonctionnalités spécifiques** : Fonctionnalités dépendantes des applications telles que des visages humains, des empreintes digitales et des caractéristiques conceptuelles. Ces caractéristiques sont souvent une synthèse des caractéristiques de bas niveau pour un domaine spécifique.

1.8.2. Segmentation d'images (Image Segmentation en Anglais)

La segmentation des images constitue le cœur de tout système de vision et une étape importante dans le processus d'analyse des images. Elle a pour objectif de fournir une description des objets contenus dans l'image par l'extraction de différents indices visuels tels que les contours des objets, les régions homogènes. Ils seront exploités ensuite pour une description symbolique de la scène permettant une interprétation et éventuellement une prise de décision. La phase de segmentation d'images n'est pas considérée comme un but en soi, mais dépend fortement aussi bien du type de traitement fixé par l'utilisateur sur les objets présents dans l'image, que de la nature de l'image (présence de bruit, présence de zones texturées, contours flous...), ainsi que des primitives que l'on cherche à extraire de l'image et qui dépendent des opérations situées en aval de la segmentation (localisation, calcul 3D, reconnaissance de formes, interprétation).

1.8.3. Rehaussement d'image (Image Enhancement en Anglais)

Le processus d'amélioration d'image (le rehaussement des images) est constitué d'un ensemble de techniques qui visent à améliorer l'aspect visuel d'une image ou pour convertir l'image en une forme mieux adaptée à l'analyse par un humain ou une machine [8]. On applique le rehaussement des images afin de faciliter l'interprétation visuelle et la compréhension des images. Les images numériques ont l'avantage de nous permettre de

manipuler assez facilement les valeurs enregistrées pour chaque pixel. Comme la qualité visuelle d'une image est une notion subjective, la plupart de ces méthodes et techniques sont interactives permettant ainsi à l'analyste, par essai et erreur, de transformer les images afin d'adapter leur contenu en fonction de ses propres critères de qualité visuelle.

On distingue les familles suivantes d'algorithmes de rehaussement d'images:

- a) La manipulation du contraste
- b) Le rehaussement par pseudo-couleurs
- c) le nettoyage du bruit
- d) Le rehaussement des arêtes
- e) La création des composés couleurs
- f) Le rehaussement d'images multi-bandes
- g) La fusion d'images multi-composantes.

Les 4 premières familles d'algorithmes sont applicables sur une image mono-bande tandis que les algorithmes des deux dernières familles opèrent à partir d'images multi-bandes.

1.8.4. Recalage d'image (Image Registration en Anglais)

En traitement d'image, le recalage est une technique qui consiste en la mise en correspondance d'images, ceci afin de pouvoir comparer ou combiner leurs informations respectives. Cette mise en correspondance se fait par la recherche d'une transformation géométrique permettant de passer d'une image à une autre. Cette technique comprend de nombreuses applications allant de l'imagerie médicale afin par exemple de fusionner plusieurs modalités d'imagerie, au traitement de vidéos comme le suivi de mouvement et la compression, ou encore la création de mosaïques d'images (panoramas).



a.1) image référence



a.2) image source



b) image recaler

Figure 2.12 Recalage d'une image référence et d'une image source, image à recaler, (b) superposition de leur partie commune [9].

Conclusion :

La manipulation des images pose cependant des problèmes beaucoup plus complexes que celle du texte. En effet, l'image est un objet à deux dimensions, censé représenter un espace à trois dimensions, ce qui a deux conséquences majeures :

- Le volume des données à traiter est beaucoup plus important.
- La structure de ces données est nettement plus complexe.

Il en résulte que la manipulation, le stockage et la représentation de ces données se heurtent à certaines limitations.

Grâce au traitement d'image, ces contraintes sont levées ou contournées. En effet, ce domaine cherche à détecter la présence de certaines formes, certains contours ou certaines textures d'un modèle connu, c'est le problème de la détection.

Chapitre II

Les Operations Géométriques

2.1. Introduction :

Les opérations géométriques [10] ont pour but de modifier la position des informations contenues dans l'image sans modifier le niveau de gris. Ces opérations peuvent s'appliquer à la totalité des points d'une image (les pixels), un objet particulier de l'image, voir à certains points spécifiques (recalage de points caractéristiques).

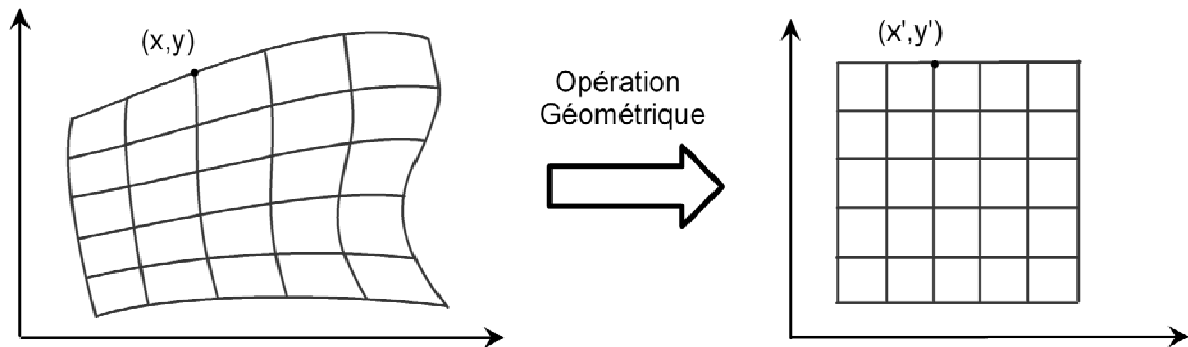


Fig2.1 : Recalage d'une image

Ces opérations présentent un intérêt dans de nombreuses applications :

- Correction des distorsions géométriques liées au matériel optique. La distorsion la plus fréquente est celle introduite par l'objectif lui-même (effet « tonneau » ou de « barillet »).
- Correction de la perspective d'une scène 3D projetée sur un capteur **2D**. pour envisager des mesures précises des objets présents dans la scène, il peut être utile de restituer une image corrigée par une opération géométrique adaptée.
- Compensation du mouvement de la caméra pour un système embarqué pour ramener l'image dans un repère de représentation fixe.
- Mise en correspondance d'images prises dans des conditions différentes (prises de vue satellitaires, radiographie, tomographie). Si l'objectif est de comparer l'évolution des images entre deux vues prises à des intervalles très éloignés (un an par exemple). Les conditions ne seront jamais les mêmes ; la première étape sera donc un recalage géométrique de la nouvelle vue sur la première prise comme référence, pour une stricte mise en correspondance des deux vues.

L'objet de cette présentation des opérations géométriques est de donner des outils de base **2D**. La même approche est souvent utilisée en robotique mobile lorsque la caméra est embarquée sur le robot.

2.2. Notion d'opération géométrique :

On peut considérer que l'opération est une transformation de coordonnées.

Soient $X = (x, y)$ les anciennes coordonnées et $X' = (x', y')$ les nouvelles coordonnées.

Une opération géométrique ϕ est une correspondance fonctionnelle entre les anciennes et nouvelles coordonnées :

$$(x', y') = \phi(x, y) \quad (2.1)$$

L'opération ϕ peut présenter des propriétés spécifiques telles que :

- La linéarité par rapport à (x, y) ou la loi affine.
- L'invisibilité (possibilités de retrouver (x, y) à partir de (x', y')).

Dans le but de compenser les variations géométriques globales entre les images à recaler, une modélisation des transformations géométriques possibles s'avère nécessaire.

Nous trouvons, généralement, ces différentes transformations :

2.2.1. Transformations géométriques linéaires :

Une transformation ϕ est dite linéaire si pour tout point X et X' de l'espace on a :

$$\forall (\lambda_1, \lambda_2) \in \mathbb{R}^2, \phi(\lambda_1 \cdot X + \lambda_2 \cdot X') = \lambda_1 \phi(X) + \lambda_2 \phi(X') \quad (2.2)$$

L'utilisation de ce type de transformation simplifie bien le problème de recalage. Une transformation linéaire peut être aussi affine si $S(X) = \phi(X) - \phi(0)$ est linéaire, où 0 représente par exemple l'origine de repère géométrique.

L'expression générale d'une transformation affine entre deux espaces de dimension N est :

$$X' = \phi(X) = AX + B \quad (2.3)$$

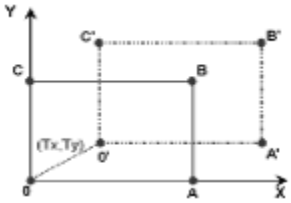
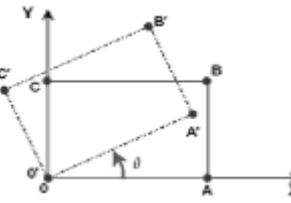
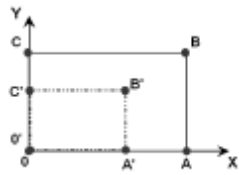
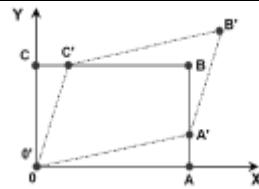
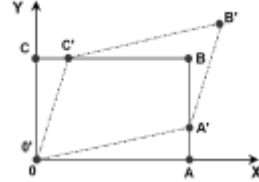
Où X et B sont deux vecteurs colonnes de dimension N et A une Matrice $N \times N$.

Ces transformations permettent de modéliser une large partie de distorsions spatiales étudiées dans la littérature pour résoudre le problème de recalage puisqu'elles incluent dans leurs expressions les principales déformations géométriques :

- Translation
- Rotation
- Homothétie

Ces transformations incluent donc une classe bien connue dans les approches de recalage global, à savoir les transformations rigides. En effet, en posant des hypothèses fortes sur les données de départ, nous pouvons ramener notre problème de recalage aux trois transformations suivantes : la translation, la rotation et l'homothétie.

Les principales opérations ont les formes suivantes (remarquer que leurs expression est une fonction affine de variables x et y) :

<p>Translation</p>		$\begin{cases} x' = x + T_x \\ y' = y + T_y \end{cases}$
<p>Rotation autour de l'origine</p>		$\begin{cases} x' = x \cos \theta - y \sin \theta \\ y' = x \sin \theta + y \cos \theta \end{cases}$
<p>Homothétie/ changement d'échelle/dilatation</p>		$\begin{cases} x' = S_x x \\ y' = S_y y \end{cases}$ <p>Noté : $(S_x = -1, S_y = -1)$ donne une symétrie centrale par rapport à l'origine, $(S_x = -1, S_y = +1)$ une symétrie axiale par rapport à O_x, $(S_x = 1, S_y = -1)$ symétrie axiale par rapport à O_y</p>
<p>Relèvement/cisaillement vertical</p>		$\begin{cases} x' = x \\ y' = ax + y \end{cases}$
<p>Cisaillement double/transvection</p>		$\begin{cases} x' = x + \alpha y \\ y' = \beta x + y \end{cases}$

- Le point O a la propriété d'être invariant (*O est confondu avec O*).
- Une droite reste une droite dans la transformation affine. Cette propriété permet de mettre en évidence d'opération affine par un ensemble de droite dans l'espace d'origine et celui d'arrivée.
- L'opération affine n'est pas une transformation conforme (les angles ne sont pas conservés).

* Calcul homogène :

Les matrices homogènes permettent de décrire toutes les opérations géométriques affines par rapport aux variables x et y. le principe est d'introduire une troisième dimension fictive pour prendre en compte la translation.

La forme générale d'une transformation géométrique affine en matrice homogène est :

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & b & T_x \\ c & d & T_y \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ 1 \end{pmatrix} \tag{2.4}$$

Cette représentation est utile pour comprendre la décomposition d'une opération géométrique. Par contre, il sera inutile de programmer une transformation homogène sous forme matricielle (la dernière ligne de calcul étant vérifiée systématiquement, le calcul effectif se réduit au calcul des lignes x' et y' !).

Cette représentation permet de décrire les opérations de base :

Translation	Rotation d'angle	Homothétie de Rapport (S_x, S_y)	Cisaillement Vertical	Cisaillement
T	R	S	C_y	C
$\begin{pmatrix} 1 & 0 & T_x \\ 0 & 1 & T_y \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta & 0 \\ \sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} S_x & 0 & 0 \\ 0 & S_y & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ \alpha & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & \alpha & 0 \\ \beta & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

Le calcul homogène définit une algèbre de calcul pour les opérations géométriques :

- Élément neutre $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ (matrice identité)

- Inverse d'une opération géométrique : l'opération inverse d'une opération géométrique est caractérisée par la matrice homogène inverse de l'opération directe.

Exemple de la rotation :

$$\begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta & 0 \\ \sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}^{-1} = \begin{pmatrix} \cos(-\theta) & -\sin(-\theta) & 0 \\ \sin(-\theta) & \cos(-\theta) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \text{ soit une rotation d'angle } -\theta$$

Exemple de l'homothétie :

$$\begin{pmatrix} S_x & 0 & 0 \\ 0 & S_y & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}^{-1} = \begin{pmatrix} 1/S_x & 0 & 0 \\ 0 & 1/S_y & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \text{ soit homothétie de rapport inverse}$$

- Cascade d'opération : la cascade d'opération successive se traduit par un produit matriciel (attention, l'ordre des opérations successives intervient comme dans le produit matriciel).

Exemple :

Cascade d'une translation (T_{x1}, T_{y1}) suivie d'une translation (T_{x2}, T_{y2})

$$T_1 \circ T_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & T_{x2} \\ 0 & 1 & T_{y2} \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 & T_{x1} \\ 0 & 1 & T_{y1} \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & T_{x1} + T_{x2} \\ 0 & 1 & T_{y1} + T_{y2} \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

soit la somme des vecteurs de translation .

Cette algèbre de calcul permet de combiner une suite de plusieurs opérations qui seront réalisées en une seule application sur l'image.

Exemple :

Rotation θ suivie d'une Translation (T_x, T_y)

$$R \circ T = \begin{pmatrix} 1 & 0 & T_x \\ 0 & 1 & T_y \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta & 0 \\ \sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta & T_x \\ \sin \theta & \cos \theta & T_y \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Bien remarquer le caractère non-commutatif des deux opérations :

$$T \circ R = \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta & 0 \\ \sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 & T_x \\ 0 & 1 & T_y \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta & T_x \cos \theta - T_y \sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta & T_y \sin \theta + T_x \cos \theta \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Dans cette deuxième écriture (translation puis rotation), on remarque que la rotation a été appliquée à la translation, d'où le nouveau vecteur de translation de l'opération globale.

* Centre quelconque :

Les opérations de base définies précédemment ont pour centre l'origine du repère (point O). De façon générale, le centre (C_x, C_y) peut être choisi de manière arbitraire. L'opération se décompose en trois temps :

- Translation du centre sur l'origine (le vecteur de translation est l'inverse des coordonnées du centre de l'opération).
- Exécution de l'opération demandée (rotation, cisaillement...)
- Translation de l'origine vers le centre de l'opération (translation inverse).

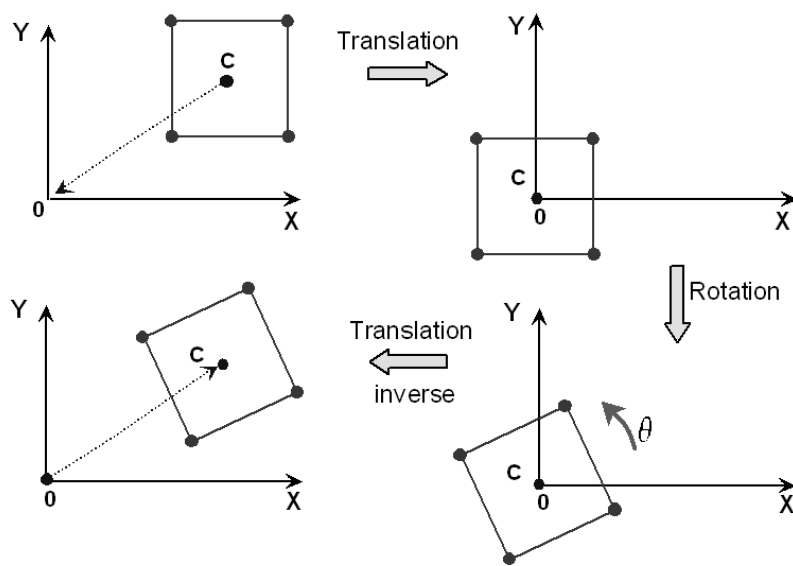


Fig2.2 : Etape de la rotation de centre quelconque

L'écriture en matrice homogène montre les étapes :

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -T_x \\ 0 & 1 & -T_y \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta & 0 \\ \sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & T_x \\ 0 & 1 & T_y \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ 1 \end{pmatrix} \quad (2.5)$$

Avec $T_x = -C_x$ et $T_y = -C_y$

Ou encore :

$$X' = (T^{-1} \cdot R \cdot T)X \quad (2.6)$$

Selon les règles matricielles, il est évident que la deuxième translation n'annule pas la première (produit matriciel non commutatif).

* Théorème :

Cette algèbre permet d'affirmer le théorème suivant :

- Toute opération géométrique affine par rapport aux paramètres (x, y) est décomposable en 3 une suite d'opérations élémentaires de type translation, rotation, cisaillement et homothétie (cette décomposition n'est pas unique).

- Cette propriété est très utile pour analyser la déformation d'une image et ainsi mettre en évidence les fonctionnalités de base (rotation, homothétie...)

- L'opération affine étant définie par les 6 paramètres (a, b, c, d, T_x, T_y) , il suffit de connaître 3 points de l'espace transformé pour définir complètement les paramètres.

2.2.2. Transformations géométriques non linéaires :

Cette deuxième classe de transformations modélise plutôt les transformations spatiales géométriques complexes. Elles sont généralement appelées les transformations élastiques ou déformations. Elles peuvent être modélisées par une simple fonction $(x', y') = \phi(x, y)$ non linéaire globale, comme par exemple des termes polynomiaux xy, x^2 ou y^2 .

2.2.2.1. Transformation bilinéaire perspective :

Un terme dit bilinéaire est un terme de la forme xy L'opération géométrique induite est la perspective.

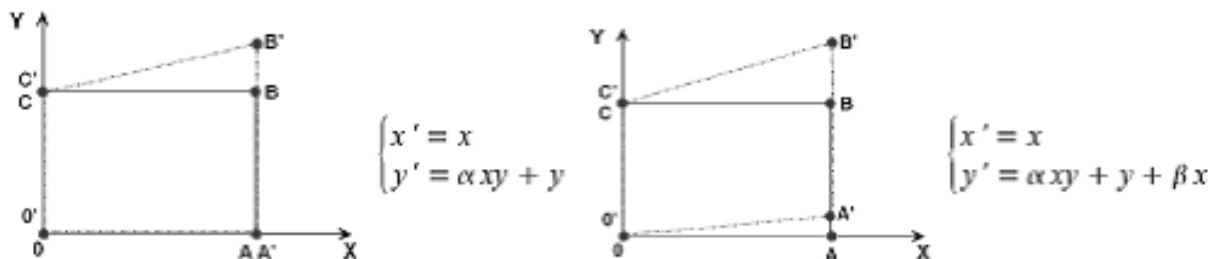


Fig2.3 : Transformations bilinéaires de perspective

On remarque que la deuxième perspective est la cascade d'un cisaillement et d'une perspective simple

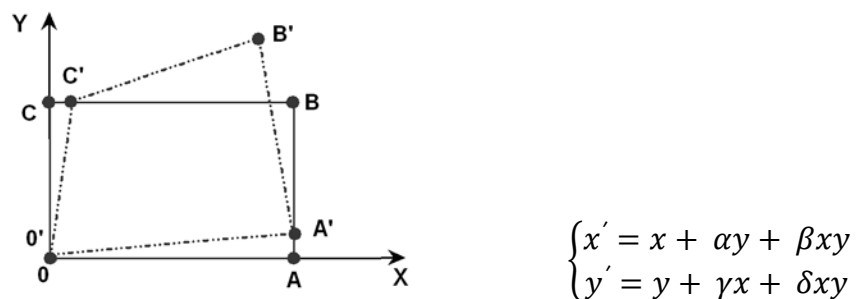


Fig2.4 : Perspective complète

2.2.2.2. Transformation bilinéaire générale :

L'expression de la transformation bilinéaire générale est :

$$\begin{cases} x' = a_1x + a_2y + a_3xy + a_4 \\ y' = a_5x + a_6y + a_7xy + a_8 \end{cases}$$

La transformation géométrique est la suivante :

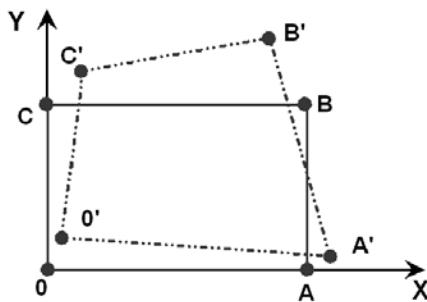


Fig2.5 : Transformation bilinéaire complète

Influence des coefficients :

- a_1 et a_6 définissent le rapport homothétique.
- a_2 et a_5 définissent le relèvement et l'inclinaison
- a_3 et a_7 définissent la perspective
- a_4 et a_8 définissent la translation générale

On remarque que les 8 paramètres scalaires de la transformation peuvent être fixés par les 4 points de contrôle O' , A' , B' , C' (deux coordonnées par point soit 8 équations pour 8 coefficients).

2.2.2.3. Transformation non-linéaire :

Dans le cas le plus général, la transformation géométrique peut utiliser des termes polynomiaux en x^2, y^2, x^3, y^3 voir des termes du genre $\sin(ax)$ ou $\sin(\beta y)$.

Exemple d'une distorsion géométrique :

Les objectifs de prise de vue induisent fréquemment des distorsions à caractère isotrope depuis l'axe optique, comme celle introduite par un objectif grand angle. Ces distorsions sont liées à la distance $\rho = \sqrt{x^2 + y^2}$ entre le point de l'image et l'axe optique.

La correction de cette aberration géométrique utilise la transformation inverse de la distorsion.

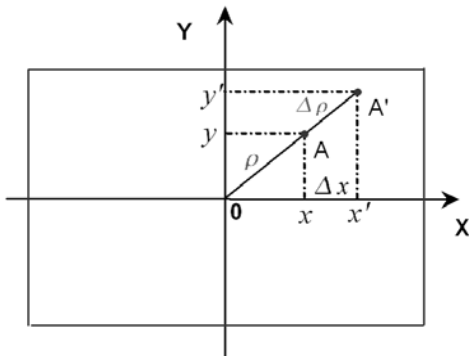


Fig2.6 : Modèle de la distorsion en barillet

Exemple de modèle de la distorsion en barillet : $\Delta\rho = \alpha\rho^3$

$$\frac{\Delta x}{x} = \frac{\Delta\rho}{\rho} \rightarrow \Delta x = \alpha x\rho^2$$

$$\text{D'où } \begin{cases} x' = x + \alpha x\rho^2 \\ y' = y + \alpha x\rho^2 \end{cases} \quad \text{soit } \begin{cases} x' = x + \alpha(x^3 + xy^2) \\ y' = y + \alpha(x^2 + y^3) \end{cases}$$

L'opération fait bien appel à des expressions polynomiales en (x, y)

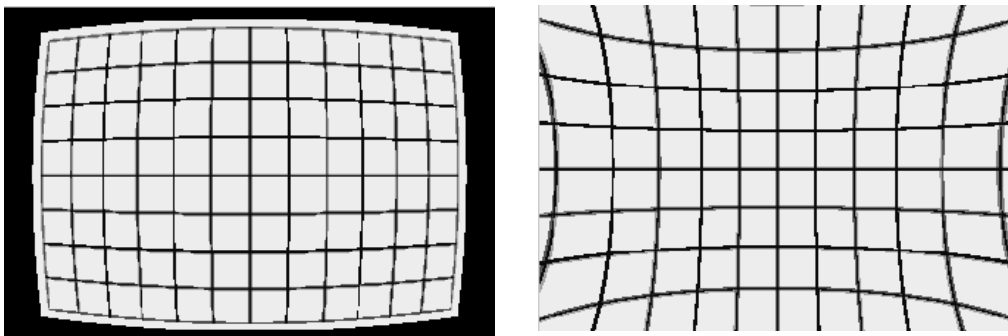


Fig2.7 : Distorsion géométrique en barillet et coussinet d'une grille

Pour corriger une distorsion en barillet, il suffit d'appliquer une correction en coussin de coefficient α adapté.

***REMARQUE :**

Dans notre projet les opérations utilisées sont la translation, rotation et homothétie.

2.3. Interpolation (Le ré-échantillonnage) :

Une fois les coordonnées de tous les pixels de l'image modifiés, nous nous retrouvons avec une image ayant des coordonnées non entières. Il est donc nécessaire de la ré-échantillonner. Ceci consiste à créer une nouvelle image ayant des coordonnées entières se rapprochant le plus possible de l'image ayant des coordonnées réelles.

2.3.1. Interpolation par le plus proche voisin (ou d'ordre zéro) :

Cette méthode utilise la valeur numérique du pixel de l'image originale qui se trouve le plus près de la localisation du nouveau pixel dans l'image retournée. Elle revient à convoler l'image en entrée par une réponse rectangulaire dont l'expression est :

$$r(x) = \begin{cases} 1 & x \in [-0.5, 0.5] \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases} \quad (2.7)$$

C'est la méthode la plus simple et elle n'altère pas la valeur originale, mais elle peut produire une duplication des pixels ou une perte de certaines valeurs. Cette méthode a aussi tendance à produire des images bruitées.

2.3.1.L'interpolation bilinéaire (ou de premier ordre) :

Cette méthode prend une moyenne pondérée par la distance des quatre pixels de l'image originale les plus près du nouveau pixel [11]. Elle est pratiquement implémentée par la convolution du signal en entrée avec la fonction triangle dont l'expression est donnée par :

$$r(x) = \begin{cases} 1 - |x| & x \in [-1.1] \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases} \quad (2.8)$$

Le procédé de moyenne altère la valeur originale des pixels et crée une valeur complètement nouvelle sur l'image finale. L'image obtenue est plus lisse et plus douce que celle obtenue par la technique du plus proche voisin. Cependant, elle est nuisible si d'autres procédés, tels que la classification basée sur la réponse spectrale, doivent être faits.

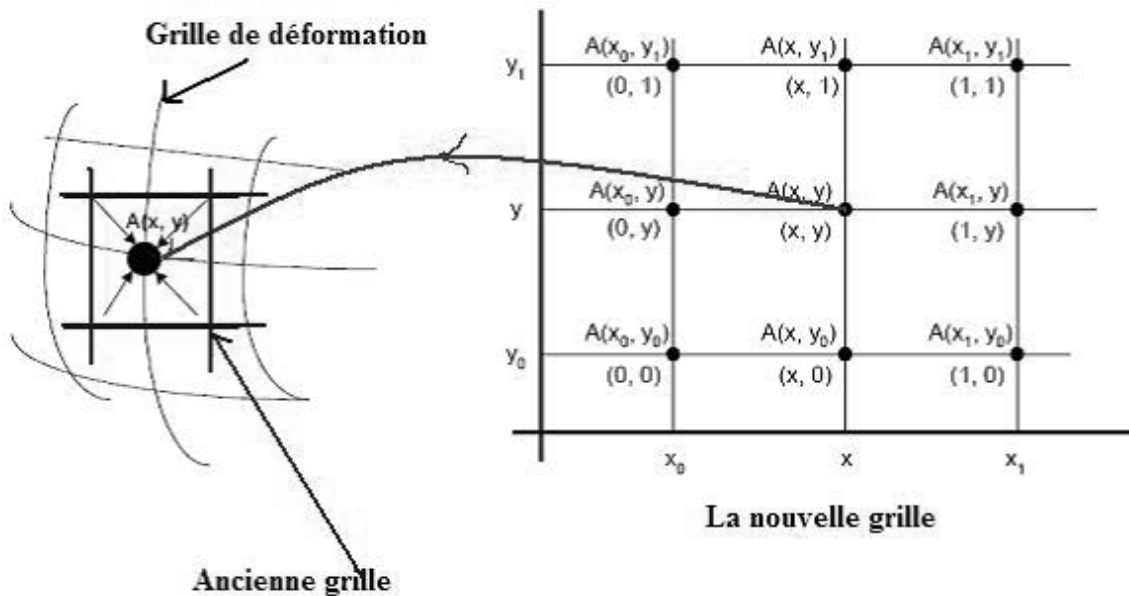


Fig8 : Schéma synoptique de la procédure d'interpolation bilinéaire sur un pixel d'une image.

2.2.3. L'interpolation par convolution cubique (ou de seconde ordre) :

Cette méthode va encore plus loin et calcule la moyenne pondérée par la distance sur un bloc de seize pixels à partir de l'image originale entourant la localisation du nouveau pixel de sortie. Comme pour l'interpolation bilinéaire, cette méthode résulte en de nouvelles valeurs de pixels. Cependant, son implémentation est plus complexe et ses résultats sont moins rapides.

Dans notre travail, on a choisi d'utiliser la technique d'interpolation bilinéaire vu qu'elle permet d'une part d'avoir une image plus douce et claire que celle par interpolation par le plus proche voisin et qu'elle ne permet pas d'autre part de fausser beaucoup l'information contenue dans l'image de sortie.

Conclusion :

Nous avons étudié quelques transformations géométriques linéaires. Il en existe

beaucoup d'autres, un peu plus complexes mathématiquement, mais qui permettent des déformations élastiques des images, c'est-à-dire que chaque point subit une loi de déformation différente de celle de son voisin. Ces transformations connaissent des applications courantes en CAO/DAO (Conception Assisté par Ordinateur/Dessin assisté par ordinateur) mais aussi dans le cadre des problématiques de recalage d'images. Ces problèmes consistent à faire, par exemple, correspondre deux acquisitions différentes d'un même objet en déformant l'un sur l'autre et de les comparer ensuite.

Chapitre III

Les techniques de recalage

3.1. Introductions :

Les techniques de recalage tendent à estimer une transformation géométrique globale qui maximise la similarité globale entre les images données (superposition de la plupart des zones des deux images).

3.2. Les Techniques de recalage :

3.2.1. Techniques de corrélation :

Ce sont les plus classiques des techniques utilisées pour le matching (mise en correspondance) des images. L'opérateur le plus connu et le plus robuste pour cette technique sur deux images ou deux fenêtres qui diffèrent par un déplacement ou un facteur d'échelle **2D** puis une recherche de maximum de corrélation nous donne une mesure de ressemblance entre ces deux images. Goshtsby [12] a proposé, par exemple, de calculer les moments invariants sur des fenêtres circulaires des images de départ et d'utiliser la technique de corrélation sur les images des moments pour déterminer la meilleure mise en correspondance entre les images. A partir des coordonnées des points trouvés par mise en correspondance, une transformation géométrique (déplacement ou changement d'échelle) est déterminée. Généralement, sa détermination se base sur la recherche des coefficients d'un polynôme qui modélise la déformation. Le degré de ce polynôme dépend de la nature de la transformation voulue : affine, élastique, etc.

Etant donnée une image $I(x, y)$, son centre de masse G est donnée par :

$$G = \left(\frac{\sum_{x,y} x I(x,y)}{\sum_{x,y} I(x,y)}, \frac{\sum_{x,y} y I(x,y)}{\sum_{x,y} I(x,y)} \right) = (G_x, G_y) \quad (3.1)$$

Et les moments $M_{0,2}$ et $M_{2,0}$ par :

$$M_{2,0} = \frac{\sum_{x,y} I(x,y) |x - G_x|^2}{\sum_{x,y} I(x,y)} \quad (3.2)$$

$$M_{0,2} = \frac{\sum_{x,y} I(x,y) |y - G_y|^2}{\sum_{x,y} I(x,y)} \quad (3.3)$$

Deux images de paramètres $(G, M_{0,2}, M_{2,0})$ et $(G', M'_{0,2}, M'_{2,0})$ peuvent être recalées en traduisant la deuxième par le vecteur $\vec{\text{G',G}}$ et en multipliant l'échelle

$$\text{par} \left(\sqrt{\frac{M_{2,0}}{M_{2,0}}}, \sqrt{\frac{M_{0,2}}{M_{0,2}}} \right).$$

Dans notre cas, les motifs sont tous recalés entre eux dans une phase d'initialisation. Une image ne nécessite donc qu'un seul recalage pour être traitée, au lieu d'un recalage par motif **[13]**.

* Reconnaissance par corrélation croisée :

Les deux formules que nous avons utilisées pour le calcul de la corrélation croisée de deux image I et I' sont celles basées sur la norme L_1 :

$$CC_{L1} = \sum x, y |I(x, y), I'(x, y)| \tag{3.4}$$

Et une version simplifiée de la formule classique :

$$CC_{L1} = \sum x, y I(x, y) I'(x, y) \tag{3.5}$$

Cette dernière formule devrait être normalisée par le produit des variances, mais comme dans notre cas les images sont très similaires, cette étape peut être supprimée pour diminuer le temps de calcul. Comme le processus de recalage n'est pas très précis, le calcul de corrélation croisée est effectué en essayant toutes les translations possibles dans une petite fenêtre (5 par 5) et le meilleur score est conservé.

* Evaluation de l'algorithme de corrélation croisée :

Des tests préliminaires ont montré que l'algorithme de corrélation croisée ne convenait pas pour plusieurs raisons : le pic obtenu par la mesure de corrélation croisée est généralement très large **[14]**. Ainsi le score obtenu avec le motif d'orientation correcte, mais légèrement mal recalé est souvent très proche du score obtenu avec un mauvais motif. De plus, du fait de la nécessité d'appliquer la corrélation croisée en testant plusieurs valeurs de translation, cette méthode est plus lente d'un ordre de grandeur que les méthodes basées sur Fourier.

3.2.2. Techniques de Fourier :

Ces techniques sont plus utilisées s'il s'agit de recalcr deux images prises dans des conditions différentes (éclairage, climat, outil d'acquisition, etc.) ou qui présentent plus de bruit. Elles donnent des résultats meilleurs et plus rapides en temps d'exécution en

exploitant les représentations spectrales de Fourier des images. Une de ces techniques est la corrélation de phase, qui en se basant sur le théorème de retard de la Transformée de Fourier, permet de détecter une transformation géométrique de type translation 2D entre deux images [15]. Cette technique est bien robuste au bruit qui peut affecter les images prises dans des conditions différentes mais reste limitée à une transformation géométrique simple. Cette technique est bien robuste au bruit qui peut affecter les images prises dans des conditions différentes mais reste limitée à une transformation géométrique simple.

3.2.3. Techniques basées sur les relations spatiales :

Les opérations non-linéaires permettent de corriger de nombreuses situations de déformation géométrique d'une image [16]. Pour définir les coefficients, il faut fixer un certain nombre de points de contrôle.

Les points de contrôle sont des points caractéristiques de l'image source pour lesquels la position dans l'image redressée est connue.

Soit $C(x, y)$ un point de contrôle dont l'image est $C'(x', y')$ dans l'image distordue (en supposant que la correction est le passage des coordonnées (x', y') vers (x, y)). Chaque point de contrôle fournit deux équations :

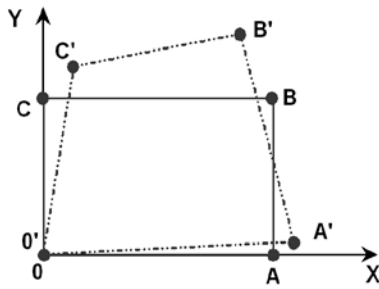
$$\begin{cases} x_c = \phi_x(x'_c, y'_c) \\ y_c = \phi_y(x'_c, y'_c) \end{cases} \quad (3.6)$$

Pour déterminer les paramètres d'une correction géométrique, le nombre de points de contrôle indépendants doit être égal à la moitié du nombre de paramètres à déterminer (si le nombre de paramètres est impair, il suffit d'ignorer l'une des équations).

Attention : en raison des symétries éventuelles, certains points sont dépendants (par exemple, les 4 sommets de la distorsion en barillet sont symétriques et donneraient 4 systèmes d'équations dépendantes). De même, les points invariants d'une transformation géométrique ne peuvent pas servir de point de contrôle.

La correction est déterminée par la résolution du système d'équations.

Exemple de la perspective complète :



$$\begin{cases} x = a_1x' + a_2y' + a_3x'y' \\ y = a_4x' + a_5y' + a_6x'y' \end{cases}$$

Fig3.1 : Correction d'une perspective avec homothétie

Les points de contrôle peuvent être les 3 sommets du quadrilatère (A'B'C').

Pour ces points de contrôle, le résultat de la correction géométrique ϕ est connu :

$$\begin{cases} x_A = \phi_x(x_{A'}, y_{A'}) & x_B = \phi_x(x_{B'}, y_{B'}) & x_C = \phi_x(x_{C'}, y_{C'}) \\ y_A = \phi_y(x_{A'}, y_{A'}) & y_B = \phi_y(x_{B'}, y_{B'}) & y_C = \phi_y(x_{C'}, y_{C'}) \end{cases} \quad (3.7)$$

On dispose de 6 équations pour 6 inconnues dans la description de la transformation.

Il suffit donc de résoudre le système d'équations pour obtenir les 6 coefficients.

L'écriture matricielle permet de résoudre très facilement le système :

$$\begin{pmatrix} x_A \\ y_A \\ x_B \\ y_B \\ x_C \\ y_C \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_{A'} & y_{A'} & x_{A'}y_{A'} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & x_{A'} & y_{A'} & x_{A'}y_{A'} \\ x_{B'} & y_{B'} & x_{B'}y_{B'} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & x_{B'} & y_{B'} & x_{B'}y_{B'} \\ x_{C'} & y_{C'} & x_{C'}y_{C'} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & x_{C'} & y_{C'} & x_{C'}y_{C'} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \\ a_5 \\ a_6 \end{pmatrix} \text{ Soit } X = H\theta \quad (3.8)$$

La solution est :

$$\theta = H^{-1}.X \quad (3.9)$$

L'ajout de points de contrôle supplémentaires permet d'améliorer la précision de détermination des coefficients de la correction géométrique.

Pour chaque point supplémentaire, le vecteur X augmente de 2 lignes ainsi que la matrice H qui devient rectangulaire. Le système comporte donc plus d'équation que d'inconnues. Sa résolution doit faire appel à la méthode des moindres-carrés qui minimise le critère quadratique :

$$J = (X - H\theta)(X - H\theta)^T \quad (3.10)$$

La solution optimale est :

$$\hat{\theta} = (H^T H)^{-1} H^T X \quad (3.11)$$

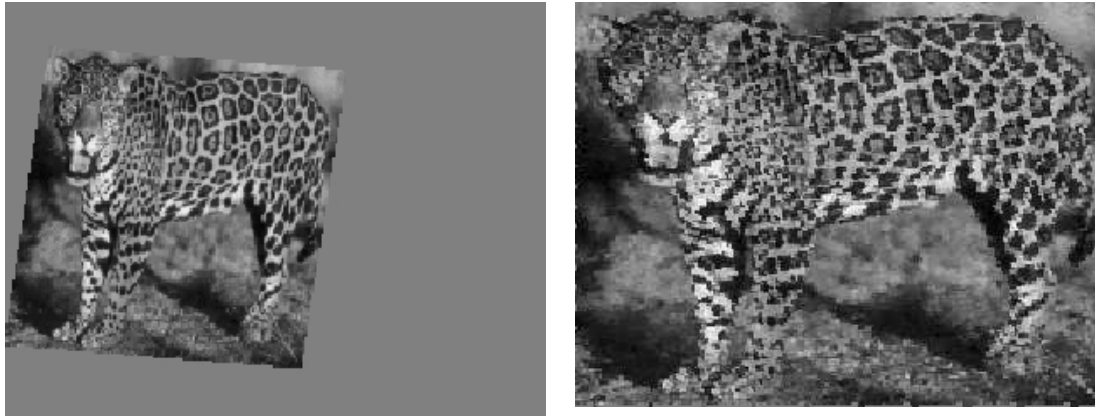


Fig3.2 : Recalage d'une image

Conclusion :

Le recalage est utilisé en imagerie médicale où ses applications sont nombreuses. Il permet notamment de fusionner plusieurs images d'un même patient, ceci par exemple afin de pouvoir exploiter les informations fournies dans différentes modalités comme l'imagerie scanner, l'imagerie par résonance magnétique, l'image **TEP**, ... Mais il peut également être utilisé pour l'étude de l'évolution au cours du temps d'un patient. Le recalage est dit monomodal lorsque deux images de la même modalité sont recalées. Lorsque deux images de modalités différentes sont recalées, on parle alors de recalage multimodal.

Le recalage est également très utilisé dans le domaine du traitement de vidéos. Il peut par exemple être utilisé pour la détection de mouvement, le suivi automatique de formes ou d'objets,... Une autre application dans le domaine des vidéos est également la compression. Il est notamment utilisé dans les technologies de type **MPEG** ou encore **DivX** afin de réduire de manière importante la quantité de données stockées (seuls les déplacements relatifs d'une image à l'autre peuvent être stockés).

D'autres applications dans le domaine du traitement d'images sont notamment reliées au morphing permettant de générer une transition entre deux images. Mais il est également très important en imagerie satellitaire, pour la création de panoramas d'images, etc. enfin, une application étonnante est la souris optique. La plupart des technologies existantes utilisent en effet un recalage entre les images acquises par la souris afin d'estimer le mouvement de celle-ci.

Chapitre IV

Recalage par FFT

4.1. Introduction :

Dans ce chapitre, nous présentons une méthode de recalage qui s'inscrit dans le cadre des approches de recalage globales. Elle se base sur la représentation spectrale de Fourier ainsi que la représentation Log-Polaire et la technique de corrélation de phase. Cette approche nous permettra d'extraire les paramètres respectifs : rotation, homothétie et translation d'une transformation géométrique de type similitude entre deux images.

La transformation de Fourier que l'on utilise pour modéliser le problème est la transformation de Fourier discret à deux dimensions. Les images, tout comme les spectres, sont a priori complexes, considérés comme des fonctions de \mathbb{R}^2 dans \mathbb{C} [17].

4.1. La transformée de Fourier :

La technique de recalage par transformée de Fourier repose essentiellement sur les propriétés fondamentales suivantes :

- La propriété de translation déduite du théorème de retard.
- La propriété de la rotation.
- La propriété de l'homothétie.

Nous détaillerons dans la suite ces différentes propriétés et leur exploitation dans le recalage d'image.

Nous notons (x, y) ou $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ un point de l'espace du signal et (f_x, f_y) ou $\begin{pmatrix} f_x \\ f_y \end{pmatrix}$ un point de l'espace des fréquences.



Image original



a) Image initiale



b) Image décalée

c) Image Rotation

d) Image zoom

Fig4.1 : les images utilisées

4.1.1. Propriété de la translation (corrélation de phase) :

Disposons de deux fonctions g_0 et g_1 à deux variables, représentant les niveaux de gris de deux images, qui diffèrent par un déplacement (u, v) :

$$g_1(x, y) = g_0(x - u, y - v) \quad (4.1)$$

Les transformées de Fourier de ces deux fonctions sont reliées par l'équation suivante :

$$\begin{aligned} G_1(f_x, f_y) &= F[g_0(x - u, y - v)] \\ &= e^{-2\pi(u f_x + v f_y)} G_0(f_x, f_y) \end{aligned} \quad (4.2)$$

On en déduit que les spectres d'amplitudes sont invariants par translation :

$$|G_1(f_x, f_y)| = |G_0(f_x, f_y)| \quad (4.3)$$

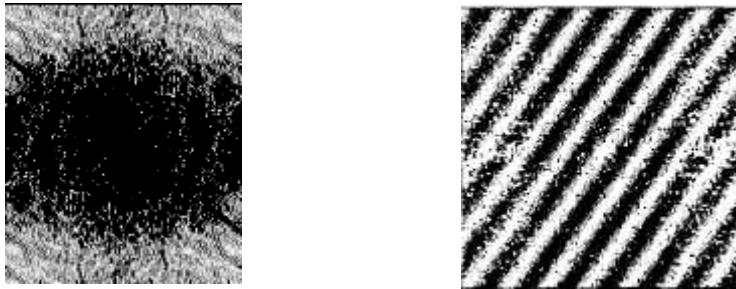
Donc, l'information sur les paramètres de cette translation est contenue dans les phases de ces deux transformées. Pour les extraire, il suffit d'appliquer la technique de corrélation de phase et calculer la TF inverse (TFI) du résultat obtenu.

Soit $\psi(f_x, f_y)$ le rapport des spectres (appelé spectre croisé, cross-power Spectrum en Anglais) de g_0 et g_1 : $\psi = \frac{G_1}{G_0}$. Le calcul de ψ donne la formule suivante :

$$\psi(f_x, f_y) = \frac{G_1(f_x, f_y)}{G_0(f_x, f_y)} = e^{-2\pi(u f_x + v f_y)} \quad (4.4)$$

Le calcul du spectre croisé ψ donne donc une onde monochromatique (représentée sur la figure 2b).

En passant à la TFI du spectre croisé ψ obtenue, on trouve la fonction Dirac qui est non nulle au point (u, v) , (représentée sur la figure 3). Donc, on arrive à extraire les paramètres de la translation. Dans notre technique, on utilisera cette propriété pour extraire de même les paramètres de translation entre les deux images à recaler.



a) Spectre d'amplitude de l'image initiale b) onde monochromatique déphasage

Fig4.2:

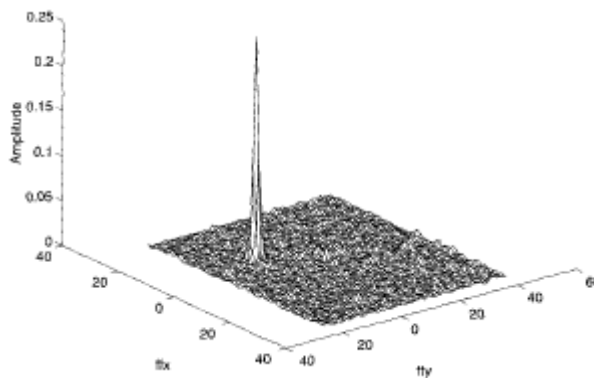


Fig4.3 Pic de Dirac correspondant à la translation.

4.1.2. Propriété de la rotation :

Disposons cette fois de deux fonctions g_0 et g_1 à deux variables, représentant les niveaux de gris de deux images, qui diffèrent par un angle de rotation α ,

$$g_1(x, y) = g_0(x \cos(\alpha) + y \sin(\alpha), -x \sin(\alpha) + y \cos(\alpha)) \tag{4.5}$$

L'expression qui lie les transformées de Fourier de ces deux fonctions est la suivante :

$$\begin{aligned}
 G1(f_x, f_y) &= F[g0(x \cos(\alpha) + y \sin(\alpha), -x \sin(\alpha) + y \cos(\alpha))] \\
 &= G0(f_x \cos(\alpha) + f_y \sin(\alpha), -f_x \sin(\alpha) + f_y \cos(\alpha))
 \end{aligned}
 \tag{4.6}$$

On remarque directement de cette expression que les spectres d'amplitudes des deux images de départ diffèrent par le même angle de rotation. Donc, extraire le paramètre de rotation entre les images originales revient à l'extraire de leurs spectres de Fourier, vu la lisibilité meilleure de la rotation entre les images de spectres et entre les images d'origines (voir figure 4.4).

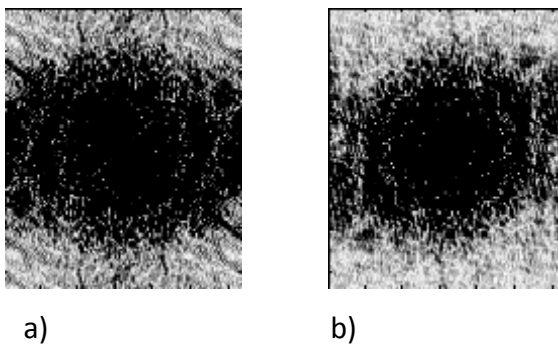


Fig4.4 : spectre de Fourier des images respective a) de la figure 1a et b) de la figure 1c. Alors que les images étaient liées par une rotation (20°).

4.1.3. Propriété de l'homothétie :

Disposons de deux fonctions g_0 et g_1 à deux variables, représentant les niveaux de gris de deux images, qui diffèrent par un facteur d'échelle 2D (S_x, S_y) sur (\vec{x}, \vec{y}) (homothétie) :

$$g_1(x, y) = g_0(S_x x, S_y y)
 \tag{4.7}$$

L'expression qui lie les transformées de Fourier de ces deux fonctions est la suivante :

$$\begin{aligned}
 G1(f_x, f_y) &= F[g_1(x, y)] \\
 &= F[g_0(S_x x, S_y y)] \\
 &= \frac{1}{|S_x S_y|} G_0\left(\frac{f_x}{S_x}, \frac{f_y}{S_y}\right)
 \end{aligned}
 \tag{4.8}$$

On remarque que les spectres d'amplitudes des deux images de départ diffèrent par le facteur d'échelle inverse en plus du changement linéaire des intensités de ces spectres. Donc, extraire le paramètre d'homothétie entre les images originales revient à l'extraire de leurs spectres de Fourier, vu la lisibilité meilleure de l'homothétie entre les images de spectres que des images d'origine (*figure4.5*).

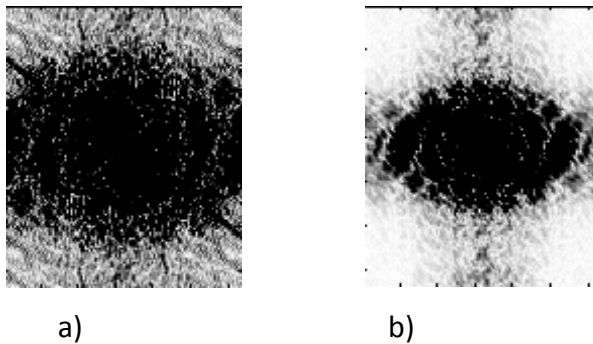


Fig4.5 : Spectres de Fourier des images respectives a) de la figure 1a et b) de la figure 1d. Alors que les images étaient liées par un déplacement (changement d'échelle), les spectres ne sont plus liés que par un zoom arrière.

4.2. La représentation Log-Polaire :

La transformation Log-Polaire (**TLP**) ou appelée aussi logarithmique complexe est un outil mathématique qui a montré son efficacité ainsi que sa nécessité dans plusieurs problèmes en vision par ordinateur (suivi de mouvement, recalage, etc). Son utilité réside dans les propriétés de simplification des transformations géométriques complexes qui en découlent. En effet, cette transformation nous permet de passer de paramètres de rotation et de changement d'échelles en paramètres de translation simples à extraire en exploitant la technique de corrélation de phase. Dans la nouvelle grille Log-Polaire, qui est la TLP de la grille cartésienne, une rotation devient une translation le long de l'axe angulaire et une homothétie devient une translation le long de l'axe logarithmique radial (Log-radial).

Pour mieux visualiser cette transformation de systèmes de coordonnées, nous considérons deux fonctions **g0** et **g1** à deux variables, représentant les niveaux de gris de deux images, et nous appliquons les deux transformations géométriques : rotation et homothétie séparément tout en représentant les nouvelles images obtenues sur la grille Log-Polaire.

4.2.1. La rotation dans le système de coordonnées Log-Polaires :

En reprenant l'expression (4.5) liant deux images en rotation d'un angle α et en passant du système cartésien au système Log-Polaire (par changement de variables), nous obtenons :

$$g1(\rho, \theta) = g0(\rho, \theta - \alpha) \quad (4.9)$$

Avec $\rho = \log \sqrt{x^2 + y^2}$ et $\theta = \arctang\left(\frac{y}{x}\right)$ sont les nouvelles variables considérées. Donc, on s'aperçoit bien que la rotation d'un angle α devient une translation de ce paramètre le long de l'axe angulaire dans le système de coordonnées polaires (*figure 4.6*).

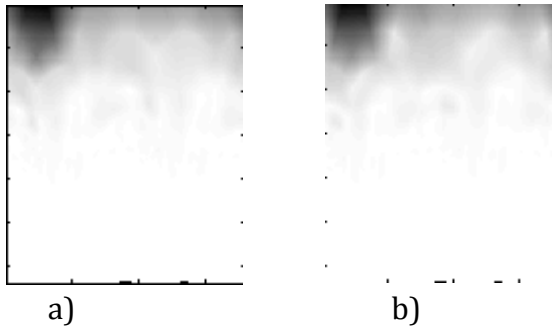


Fig4.6 : Effet d'une TLP sur le paramètre de rotation, a) TLP de la figure 4a et b) de la figure 4b.

4.2.2. L'homothétie dans le système de coordonnées Log-Polaires :

En reprenant l'expression (4.7) liant deux images différentes d'un facteur d'échelle (nous considérons cette fois ce facteur δ comme uniforme sur les deux axes vu qu'on n'utilisera par la suite que le facteur d'échelle sur l'axe radial) et en passant du système cartésien au système Log-Polaire (par changement de variables), nous obtenons :

$$g1(\rho, \theta) = g0(\rho + \log(\delta), \theta) \quad (4.10)$$

Donc, on remarque bien que le facteur d'échelle se transforme en un paramètre de translation le long de l'axe Log-radial (*figure4.7*).

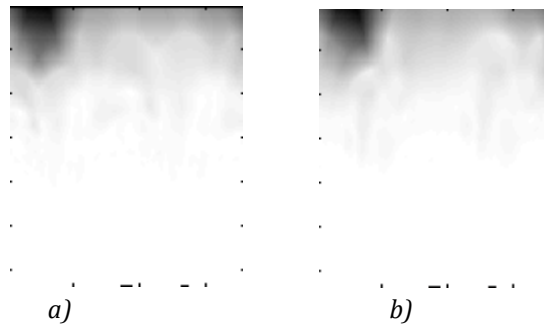


Fig4.7 : Effet d'un TLP sur le facteur d'échelle, a) TLP de la figure 5a et b) de la figure 5b.

4.2.3. La similitude dans le système de coordonnées Log-Polaires :

En combinant les deux transformations géométriques : rotation et homothétie, nous arrivons à définir une transformation entre espaces de coordonnées permettant de convertir les paramètres de rotation et d'échelle en deux paramètres de translation respectivement le long de l'axe angulaire et le long de l'axe Log-radial.

Dans ce cas général, présence de similitude entre les deux images, on a la relation suivante :

$$g1(x,y) = g0(\delta(x \cos(\alpha) + y \sin(\alpha)), \delta(-x \sin(\alpha) + y \cos(\alpha))) \quad (4.11)$$

En passant au nouveau système, nous obtenons l'expression cherchée :

$$g1(\rho, \theta) = g0(\rho + \log(\delta), \theta - \alpha) \quad (4.12)$$

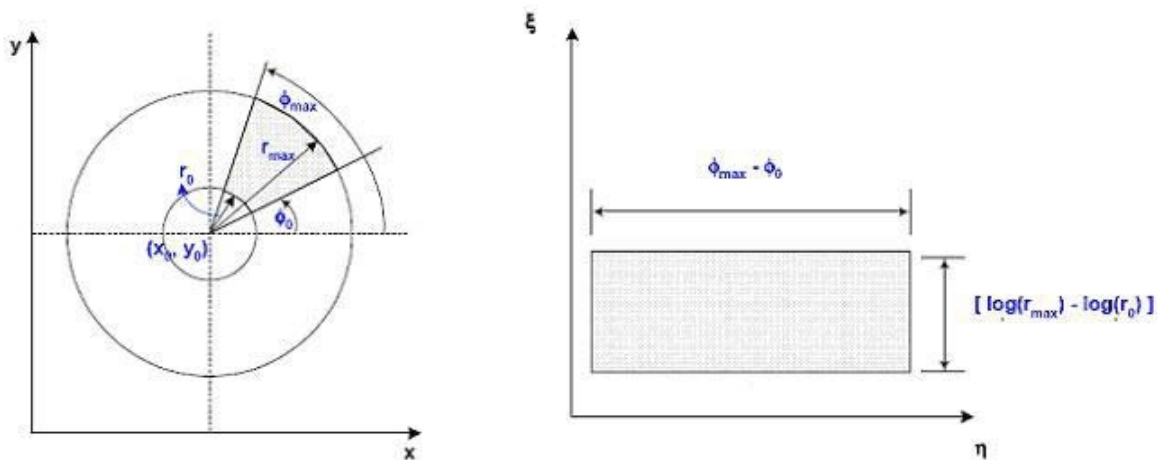


Fig4.8 : Passage du système de coordonnées cartésiennes au système de coordonnées Log-Polaires.

4.2.4. La transformée de Fourier :

Nous venons de montrer dans le paragraphe (2.1) la propriété d'invariance du spectre d'amplitude de la TF par rapport à la translation. Nous allons aboutir dans cette partie à une propriété d'invariance à tout type de transformation géométrique. Considérons donc, dans le cas général, deux fonctions g_0 et g_1 qui diffèrent par une transformation géométrique (similitude), une combinaison de translation, rotation et homothétie. La relation mathématique liant ces deux fonctions est la suivante :

$$g_1(x, y) = g_0(\delta(x \cos(\alpha) + y \sin(\alpha)) - u, \delta(-x \sin(\alpha) + y \cos(\alpha)) - v) \quad (4.13)$$

Avec α est l'angle de rotation, δ est le facteur d'échelle uniforme et (u, v) est le déplacement.

Le passage au domaine fréquentiel par TF nous donne :

$$G_1(f_x, f_y) = \frac{1}{\delta^2} e^{-j\phi(f_x, f_y)} G_0\left(\frac{1}{\delta}(f_x \cos(\alpha) + f_y \sin(\alpha)), \frac{1}{\delta}(-f_x \sin(\alpha) + f_y \cos(\alpha))\right) \quad (4.14)$$

Où ϕ est le spectre de phase de la fonction g_1 . Si on extrait les spectres d'amplitudes à partir de la dernière relation, on obtient :

$$|G_1(f_x, f_y)| = \frac{1}{\delta^2} \left| G_0\left(\frac{1}{\delta}(f_x \cos(\alpha) + f_y \sin(\alpha)), \frac{1}{\delta}(-f_x \sin(\alpha) + f_y \cos(\alpha))\right) \right| \quad (4.15)$$

On remarque ainsi, en se référant aux paragraphes précédents, que ce spectre reste invariant au déplacement (u, v) . De plus, la rotation d'un angle de la fonction g_1 par rapport à g_0 entraîne de même la rotation de son spectre d'amplitude de même angle par rapport à celui de g_0 . Ainsi que le changement d'échelle de facteur de la fonction g_1 par rapport à g_0 entraîne un changement d'échelle de son spectre d'amplitude de l'inverse de ce facteur par rapport à g_0 . Donc extraire les paramètres de rotation et d'homothétie nous emmène à ne tenir compte que des spectres d'amplitudes des deux fonctions, puisque eux seulement contiennent l'information sur la rotation et le changement d'échelle. Mais, vu que ces deux

paramètres sont couplés dans l'expression du spectre d'amplitude, leur extraction nécessite le recours à la **TLP** permettant leur découplage.

Pour cela, nous procédons par passage de la représentation des spectres dans le système de coordonnées cartésien vers le système de coordonnées Log-Polaire. En posant :

$$\rho = \log \sqrt{(x^2 + y^2)} \quad (4.16)$$

$$\theta = \arctang\left(\frac{y}{x}\right) \quad (4.17)$$

$$MLP0(\rho, \theta) = |G0(e^\rho \cos(\theta), e^\rho \sin(\theta))| \quad (4.18)$$

$$MLP1(\rho, \theta) = |G1(e^\rho \cos(\theta), e^\rho \sin(\theta))| \quad (4.19)$$

$$MLP1(\rho, \theta) = \frac{1}{\delta^2} MLP0(\rho - \log(\delta), \theta - \alpha) \quad (4.20)$$

Cette nouvelle représentation du spectre d'amplitude de Fourier correspond à la transformée de Fourier (**TF**) et le **MLP** est dit : le spectre invariant de Fourier de la fonction g.

4.3. Recalage par FFT :

4.3.1. Approche de recalage par FFT :

Toutes ces techniques présentées précédemment nous serviront à développer l'algorithme de recalage. Nous devons, tout d'abord, montrer la validité du choix de la technique de TF pour réaliser l'étape de recalage **[18]**.

Donc, dans ce paragraphe nous présentons :

- Les étapes de l'approche totale.
- Nous détaillant le côté implémentation algorithmique des différentes techniques puisque le passage du domaine continu au domaine discret nécessitera le recours à d'autres approches et contraintes algorithmiques.

4.3.2. Transformée de Fourier Discrète (TFD) 2D :

C'est la première étape dans l'algorithme de recalage. Elle consiste à représenter les images à recaler dans le domaine spectral. L'expression mathématique de la TFD d'une image discrète I de taille $M \times N$ est la suivante :

$$TFD(I)_{(p,q)} = \sum_{m=0}^{M-1} \sum_{n=0}^{N-1} I(m,n) e^{-j2\pi pm/M} e^{-j2\pi qn/N} \quad (4.21)$$

Pour rendre le processus de TFD plus rapide, on utilise l'algorithme de TFD rapide appelé : Fast Fourier Transformation (FFT). Les images en sortie de l'algorithme de la FFT sont complexes [19].

Pour la suite de notre technique, on extraira les modules de ces images : Spectres d'amplitudes qui sont invariants par translation.

4.3.3. Filtrage Passe Haut :

Vu que les images de départ, sur lesquelles on effectue le recalage, sont des images de primitives de lignes, il serait judicieux d'éliminer l'information spectrale sur les basses fréquences pour les traitements à suivre. Pour cela, on appliquera à l'image du spectre d'amplitude un filtre passe haut dont la fonction de transfert a l'expression suivante :

$$H(p, q) = (1 - X(p, q))(2 - X(p, q)) \quad (4.22)$$

$$X(p, q) = \cos(\pi p) \cos(\pi q), -0.5 < p, q < 0.5 \quad (4.23)$$

4.3.4. Transformation Log-Polaire :

Cette transformation nous permet de passer du système de coordonnées cartésiennes au système de coordonnées Log-Polaire. Disposons d'une image I représentée par une matrice de taille $M \times N$, on considère l'origine du repère cartésien ainsi que celui du Log-Polaire le centre de cette matrice $O(m_0, n_0)$ défini telles que :

$$m_0 = \left[\frac{M}{2} \right] \quad (4.24)$$

$$\text{et } n_0 = \left[\frac{N}{2} \right] \quad (4.25)$$

Avec $[\]$ désigne la partie entière.

En prenant le **O** comme centre des deux repères, on déduit l'expression et la valeur du maximum de l'axe Log-radial :

$$\rho_{max} = \log\left(\frac{N}{2}\right) \quad (4.26)$$

$$\tau_{max} = e^{\rho_{max}} = \left\lceil \frac{N}{2} \right\rceil \quad (4.27)$$

$$\rho_i = \rho_{max} \frac{i}{L}; i \in \{0,1,2, \dots, L-1\} \quad (4.28)$$

avec L est la dimension verticale de la nouvelle matrice dans le nouveau repère.

Sur l'autre axe, axe angulaire, on considère la valeur maximale des angles est 2π (un tour complet autour du centre **O** sur toute l'image de départ). Donc, le pas des valeurs sur cet axe est :

$$\theta_j = 2\pi \frac{j}{P}; j \in \{0,1,2 \dots, P-1\} \quad (4.29)$$

Avec **P** est la dimension horizontale de la nouvelle matrice dans le nouveau repère. En examinant les deux expressions des pas sur les deux axes, on remarque que leurs valeurs ne sont pas forcément entières, donc l'image d'un pixel par cette transformation Log-Polaire ne coïncide pas obligatoirement en un pixel dans la nouvelle image. Pour cette raison, nous introduisons dans cet algorithme la technique d'interpolation bilinéaire. En effet, pour chaque pixel de la nouvelle image $P(\rho_i, \theta_j)$, on lui fait correspondre un pixel $C(x_m, y_n)$ tel qu'on a l'égalité suivante :

$$x_m = \lceil e^{\rho_i} \cos(\theta_j) \rceil \quad (4.30)$$

$$y_n = \lceil e^{\rho_i} \sin(\theta_j) \rceil \quad (4.31)$$

En calculant les coordonnées de ce pixel **C**, nous considérons ensuite les neuf pixels autour de lui pour extraire une moyenne d'intensités à attribuer au pixel P. cette technique d'interpolation bilinéaire, permet d'une part de remédier au problème de discontinuité dans l'image résultante de la **TLP** et de garder de l'autre part le maximum d'information sur l'image originale sans modification. Dans la figure suivante, nous présentons la nouvelle grille Log-Polaire obtenue :

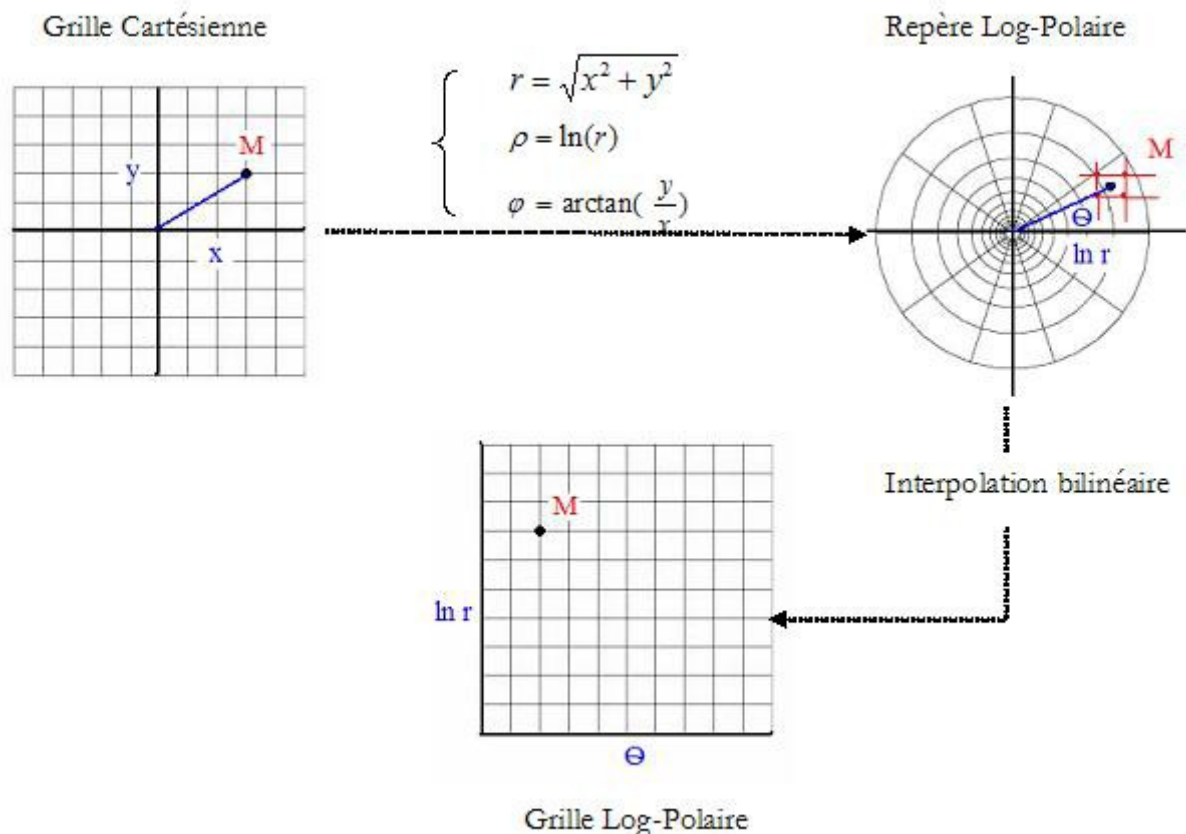


Fig4.9 : Présentation de la technique de transformation Log-Polaire

4.3.5. Ajustement de l'image Log-Polaire :

Vu les fausses alarmes qu'on remarque sur les images de départ (images de primitives lignes) et qui se manifestent par des petits segments isolés, les images des spectres d'amplitudes sous la représentation Log-Polaire présenteront aussi des fausses alarmes. Ces dernières portent de l'information sur les directions de ces segments isolés. Ces artefacts peuvent fausser par la suite l'extraction des paramètres de la transformation géométrique ou rendre le processus de recalage difficile. Pour cela, nous proposons dans ce cadre une technique permettant de palier à ce défaut, et rendant ainsi la technique de Fourier applicable et robuste même dans le cas des images très bruitées. Cette technique consiste à effectuer un moyennage vertical dans le but de ne conserver que les directions verticales les plus visibles et pertinentes.

4.3.6. Extraction des paramètres de rotation et d'homothétie :

A ce stade, nous disposons de deux images qui ne diffèrent que par un paramètre de translation $2D$. la translation sur l'axe horizontale correspond au paramètre de rotation et la translation sur l'axe vertical correspond au logarithme du facteur d'échelle. En se référant au paragraphe **4.2.1**, nous pourrions extraire cette translation par recours à la technique de corrélation de phase. Après l'étape de l'extraction de l'angle et du facteur d'échelle, nous effectuons la transformation géométrique correspondante sur l'image à recalcr.

4.3.7. Extraction des paramètres de translation :

Une fois cette transformation est réalisée, nous obtenons deux images (image initiale et image translatée) qui ont le même facteur d'échelle et même orientation. Il nous reste qu'à chercher le déplacement $2D$ (translation) entre ces deux nouvelles images pour terminer l'algorithme de recalage. Pour cela, procédons de la même manière que précédemment pour extraire ces paramètres (technique de corrélation de phase). Ensuite, une transformation simple translation, nous donne deux images bien recalées.

Conclusion :

Dans ce chapitre, nous avons préposé une approche pour le recalage d'image par FFT et la technique de corrélation de phase.

La technique de corrélation de phase a été présentée, pour une taille donnée, elle calcule les paramètres d'une catégorie : translation, changement d'échelle, rotation, etc, indépendamment du type des images.

La translation ne pose a priori pas de problème, à moins que le vecteur de translation n'ait pas des coordonnées entières. Cette transformation n'effectue aucune transformation sur les pixels. Un seul point de référence est nécessaire pour effectuer une translation.

Chapitre V

Application et résultats

5.1. Introduction :

Nous présentons dans ce chapitre les résultats expérimentaux de notre travail qui consiste à simuler les techniques de recalage d'image par **FFT**.

Toutes ces techniques présentées précédemment nous serviront à développer l'algorithme de recalage. Nous devons, tout d'abord, montrer la validité du choix de la technique de TF pour réaliser l'étape de recalage.

Donc, dans ce chapitre nous présentons :

- Les étapes de l'approche totale.
- Nous montrons leurs résultats, au fur et à mesure de la progression de l'algorithme, sur des images réelles.

Notre travail s'est effectué sur un micro-ordinateur **Intel(R) Celeron(R) 2GHz** avec **2Go DDRAM3**, pour l'implémentation de notre application, nous avons choisi le langage de programmation Matlab **R2009a**.

5.2. Implémentation de différentes étapes :

5.2.1. Etapes de la technique de corrélation de phase :

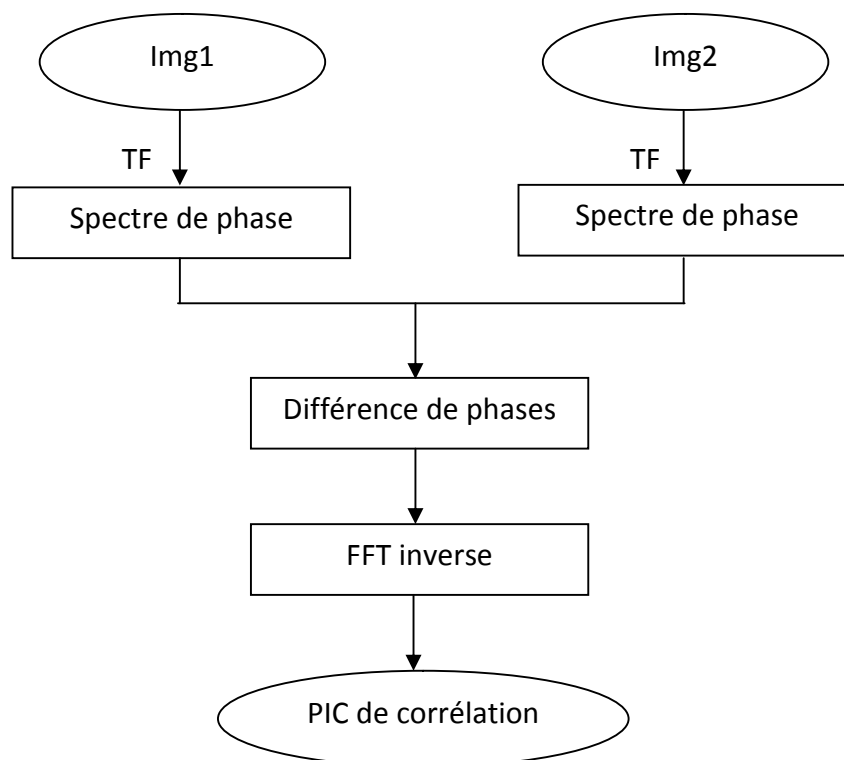


Fig. 5.1 : technique de corrélation de phase

5.2.2. Etapes du recalage :

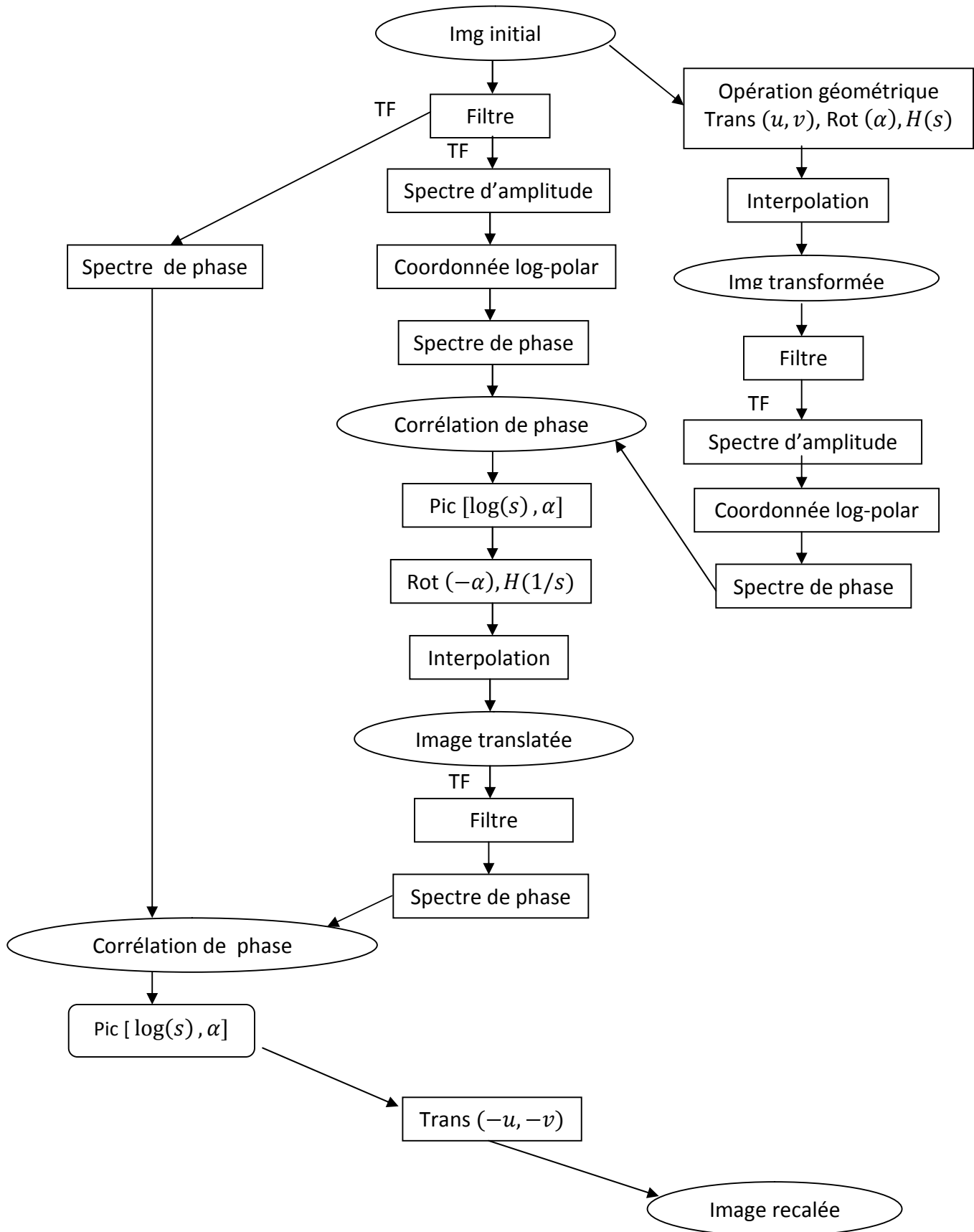


Fig5.2 : technique de recalage

5.2.2. Evaluation des mesures de similarité :

Pour tester et valider la robustesse d'une mesure de similarité, nous procédons selon ces deux étapes :

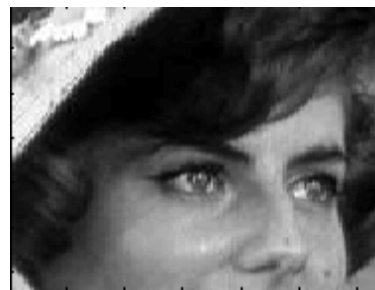
- Recherche automatique des coordonnées des points dans l'image de référence et leurs homologues dans l'image recalée par recours à des mesures de similarité.
- Nous enregistrons les distances entre ces points qui indiquent l'erreur de recalage de l'approche.

5.3. Résultats relatifs à une image :

Les images résultats de notre exemple ont été représentées comme suit :
Nous avons appliqué à une image des opérations géométriques (translation, rotation, changement d'échelle, translation et rotation et changement d'échelle), les résultats obtenus sont les suivants :



a) Image original



b) Image initiale

Fig5.3: l'image utilisée

5.3.1. Cas d'une translation seule : Image tradatée par le vecteur (10, -10) de l'image originale.

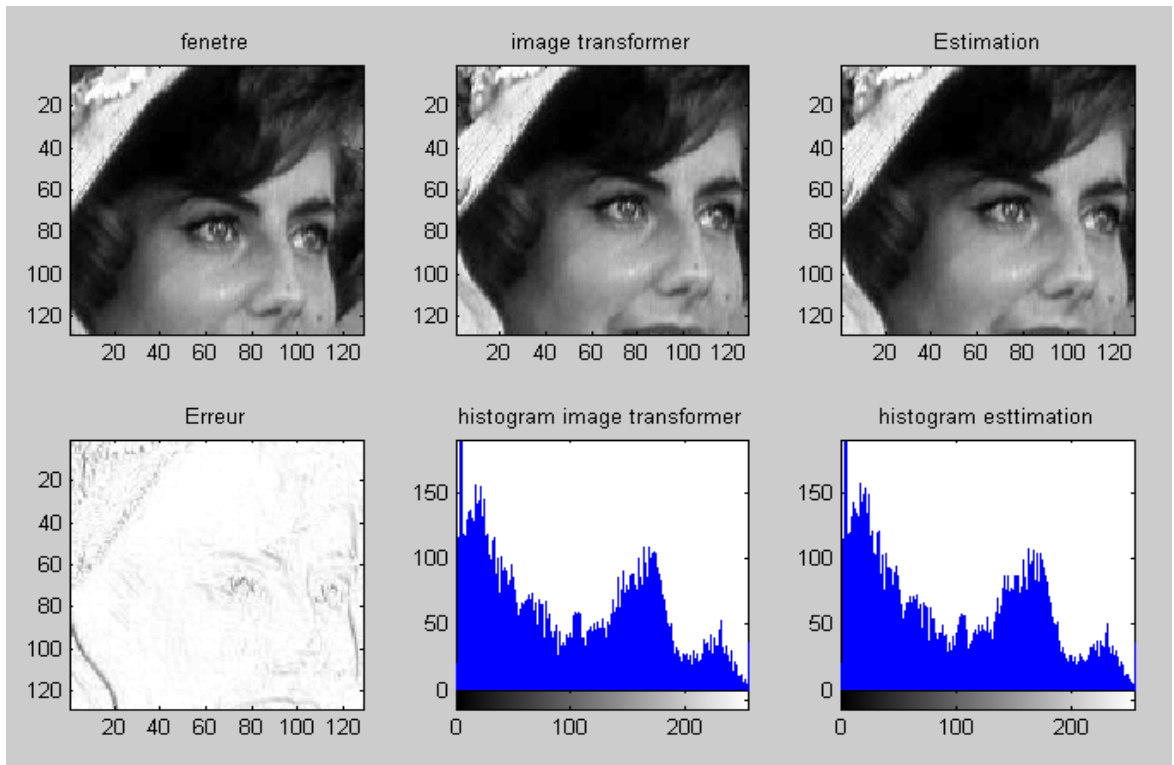


Fig4.a : Histogramme d'une translation seule

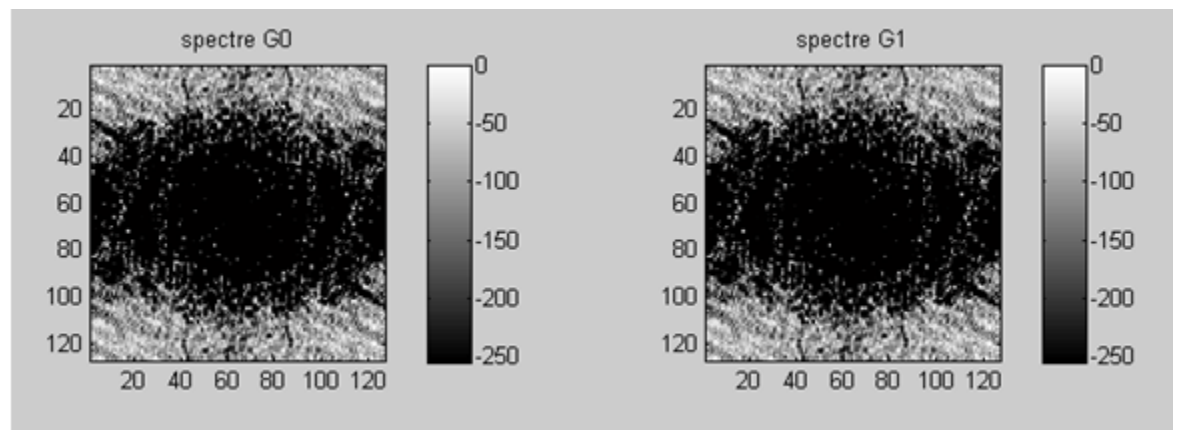


Fig4.b: Spectre d'une translation seule

5.3.2. Cas d'une rotation seule : Image rotation par l'angle 20° de l'image originale.

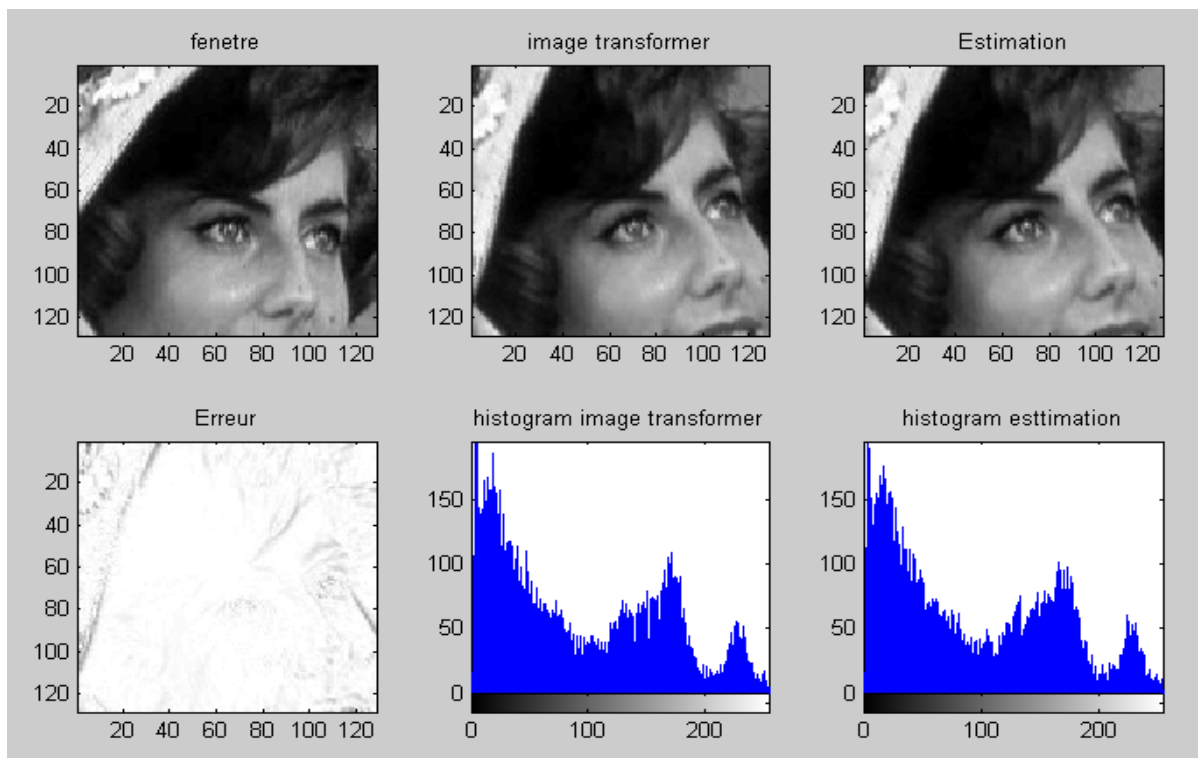


Fig5.a : Histogramme d'une rotation seule

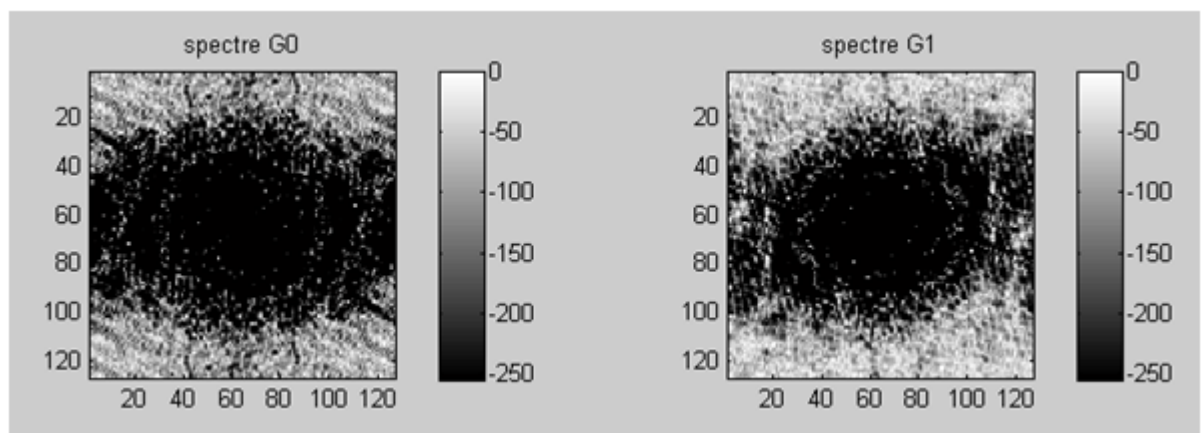


Fig5.b : Spectre d'une rotation seule

5.3.3. Cas d'une homothétie seule : Image zoom par le facteur d'échelle (1.5) de l'image originale.

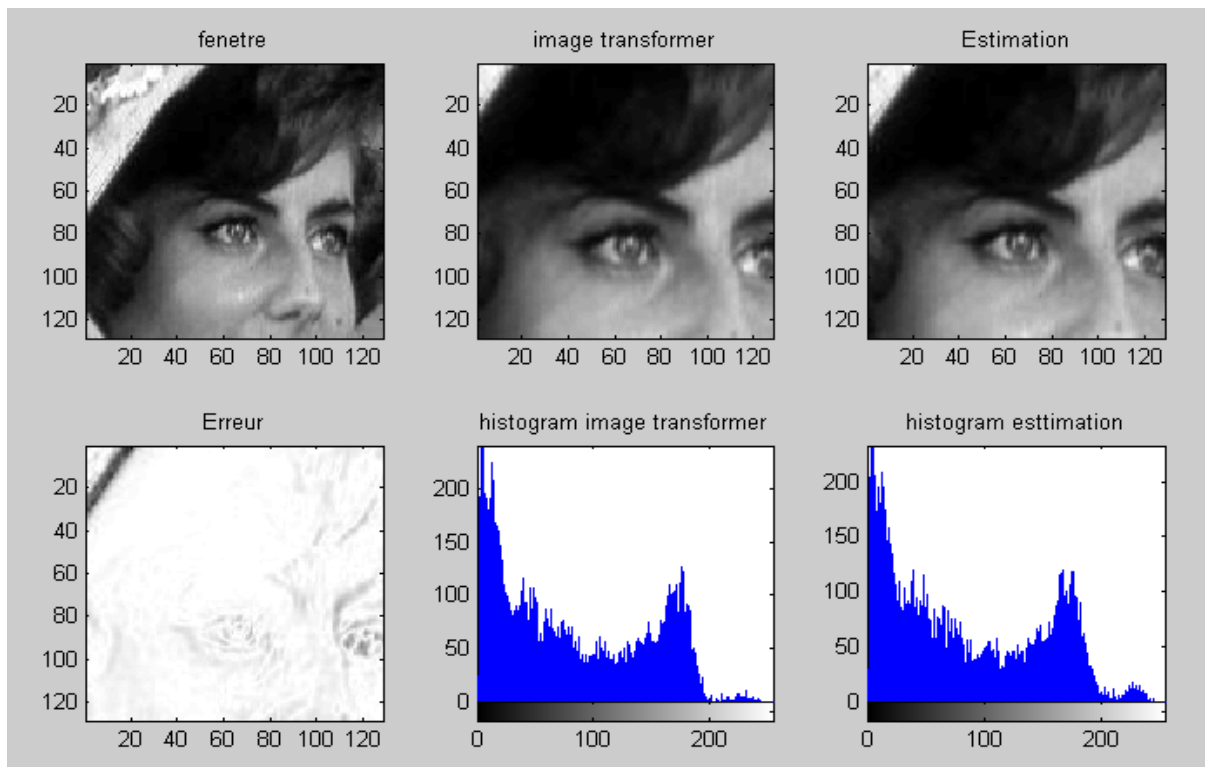


Fig6.a: Histogramme d'une homothétie seule

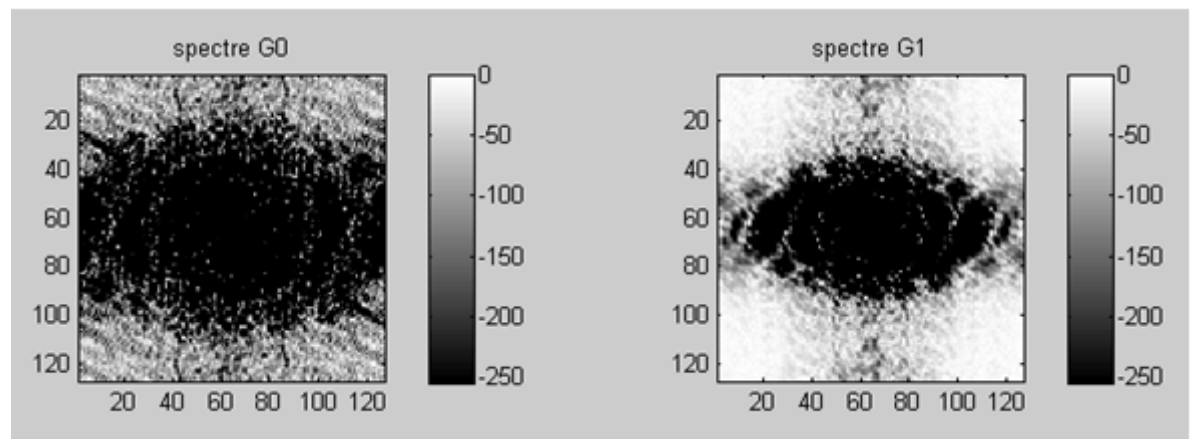


Fig6.b: Spectre d'une homothétie seule

5.3.4. Cas d'une translation avec rotation avec homothétie :((10,-10), 20°, 1,5)

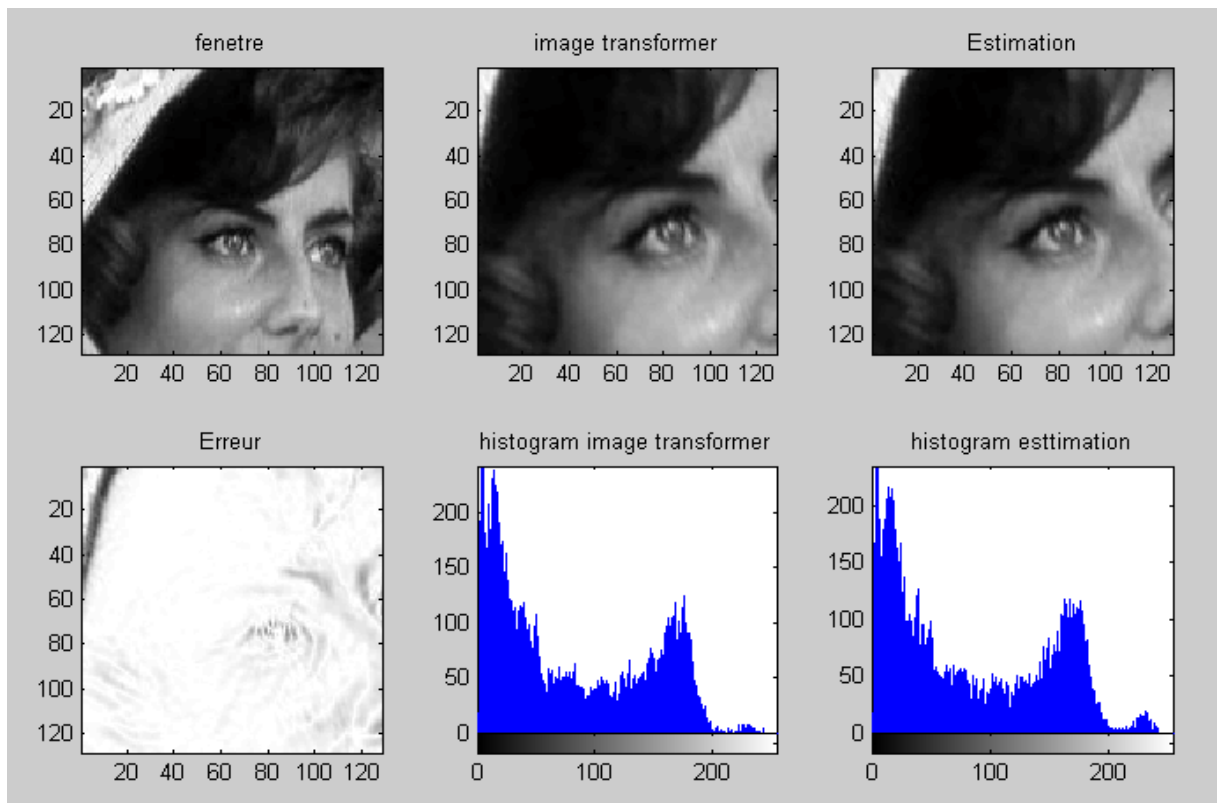


Fig7.a : Histogramme d'une translation avec rotation avec homothétie

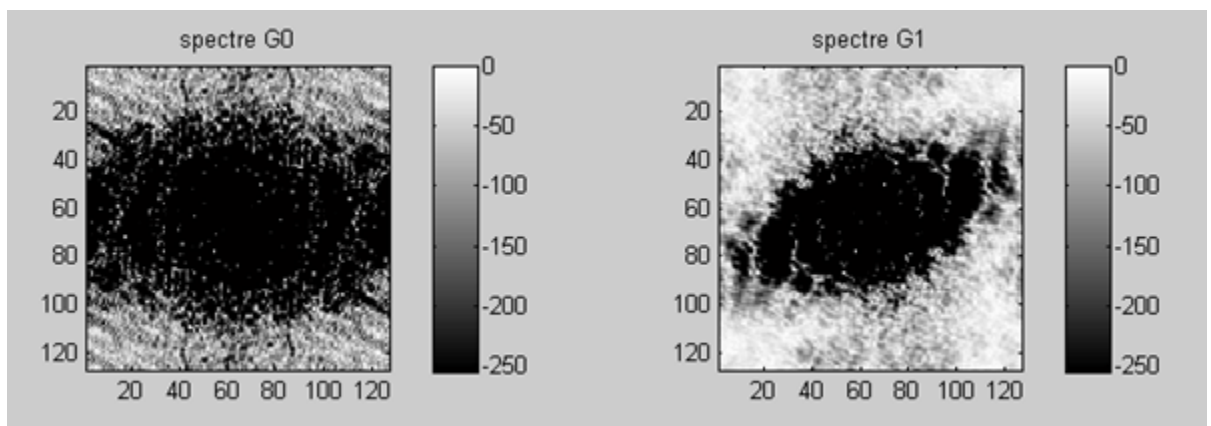


Fig7.b : Spectre d'une translation avec rotation avec homothétie

5.3.5. Commentaires :

- Comme nous l’avons dit, le spectre d’amplitude de **G0 et G1** ne sont pas affectés par la translation et sont presque identiques. On calcule le spectre croisé $SC = G1/G0$, grâce à sa transformée de Fourier inverse, on obtient dans ce cas, un pic de Dirac qui représente la translation.

- A partir des spectres obtenus, on remarque aisément que les spectres (**figure 5b et 7b**) ne sont plus liés par une rotation et que les spectres (figure 6b et 7b) ne sont plus liés par un changement d’échelle, se trouve sous forme d’une translation (la forme log-polar des spectres **G0, G1**).

- Afin de calculer le degré de rotation et le facteur d’échelle, on peut utiliser la méthode du spectre croisé sur la forme log-polar des spectres **G0, G1** qui donnera un pic de Dirac de coordonnées($\log(s), Phi$).

- Après avoir estimé l’angle de rotation et le facteur d’échelle, reste à calculer la translation qui se fait en effectuant une rotation et changement d’échelle inverse sur le spectre G1, puis d’utiliser la méthode du spectre croisé.

* Le tableau de comparaison entre les valeurs données et les valeurs résultats est le suivant :

	Translation seul	Rotation seul	Homothétie seul	T.R H		
Angle nominale '°'	0.00	20.0	0.00	10.0	-11.31	44.97
Décalage x (pixel)	10.0	0.00	0.00	-10.0	33.30	-7.00
Décalage y (pixel)	-10.0	0.00	0.00	20.0	-3.03	-18.0
Homothétie (pixel)	1.00	1.00	1.50	1.50	0.75	2.00
Angle obtenu	0.00	19.0	0.00	22.0	-11.25	45.00
Décalage x obtenu	9.00	0.00	0.00	9.00	34.96	-6.72
Décalage y obtenu	-11.0	0.00	0.00	-11.0	-2.97	-18.73
Homothétie obtenu	1.00	1.00	1.40	1.40	0.64	2.14
Erreur angle	0.00	1.00	0.00	12.00	0.06	0.03
Erreur décalage	2.00	0.00	0.00	12.00	1.66	1.00
Erreur Homothétie	0.00	0.00	0.10	0.1	0.11	0.14

Conclusion :

A partir des résultats préliminaires obtenus, on peut dire que l'estimation de mouvement à partir de la **FFT**, permet un net gain de temps de calcul.

Dans le cas d'une translation seule, rotation seule et homothétie seule, les erreurs sont minimales.

Mais lorsqu'on applique les trois opérations ensemble, on trouve parfois des erreurs importantes dans les résultats obtenus, ce problème est dû à la position du pic du spectre, car à chaque fois qu'on effectue plusieurs transformations à l'image, les résultats seront moins satisfaisants.

Conclusion générale :

Nous venons de présenter une méthode de recalage d'image en translation et rotation et zoom. Tout d'abord, nous avons décrit les différentes opérations géométriques qui peuvent être effectuées, puis la méthode qui permet de déterminer le déplacement (translation et rotation et zoom) de l'image.

Le mouvement est estimé par une méthode qui se base sur la transformée de Fourier et les algorithmes évolutionnaires. Les différentes étapes de la méthode ont été présentées.

- La première étape consiste à calculer la translation pure par la méthode de corrélation de phase, cette translation s'effectue en calculant le vecteur d'onde du déphasage dans le domaine fréquentiel.

- La seconde étape consiste à calculer la rotation présente dans le déplacement en prenant le module de la transformée de Fourier sous forme log-polar ou la rotation et le changement d'échelle induit une translation) et en y appliquant la même méthode que pour la translation classique, **FFT** (corrélation déphase).

Des exemples de calculs de mouvement par cette méthode ont été détaillés, et des résultats sur divers essais sur l'image ont été présentés. Les différentes étapes d'un recalage nécessitent le passage par l'interpolation des pixels.

- La troisième étape a été de rassembler ou compléter les inconvénients de cette technique de recalage.

Les résultats obtenus sont globalement satisfaisants. Dans le cadre de notre méthode, le recalage a fonctionné avec une précision appréciable.

Bibliographie

- [1] M.ANDRE, "Introduction aux techniques de traitement d'images". Eyrolles 1987.
- [2] R.C.GONZALES P.WINTZ, "Digital Image Processing" - Addison Wessely – 1977.
- [3] J.M Biringanine, La liaison automatique des plusieurs images perçues sur un scanner, ISP (Institut Supérieur Pédagogique de Bukavu) - licencié en pédagogie; Option : Informatique de Gestion, 2008.
- [4] http://fr.wikipedia.org/wiki/Image_vectorielle
- [5] K.R. Castleman, Digital image processing , Prentice Hall, 1996.
- [6] R. Kachouri, Classification multi-modèles des images dans les bases hétérogènes. Thèse doctorat, Université d'Evry-val d'essonne, 2010.
- [7] B. J. Lei, E.A. Hendriks And M.J.T. Reinders, On Feature Extraction from Images, MCCWS project ,Technical report on inventory properties for MCCWS, June 1999.
- [8] W. K. Pratt, Digital Image Processing, PIKS Scientific Inside, Wiley 4th ed, 2007.
- [9] S. Meshoul, Optimisation par les systèmes complexes pour le recalage et la mise en correspondance en analyse d'images, Thèse doctorat en informatique, université Constantine, 2004.
- [10] P.BONNET Cours de Traitement d'Image USTM.
- [11] John Ashburner, Karl J.Friston. Spatial Transformation of images. The Wellcome Department of Cognitive Neurology, Institute of Neurology, Queen Square, London WCIN 3BF, UK.
- [12] A.Goshtasby. Template matching in rotated images. IEEE Transactions on Pattern Analyses and Machine Intelligence 7, pages 338 – 334, 1985.
- [13] Barbara Zitova and Jan Flusser. Image registration methods: a survey . Image and Vision Computing, 21: 977 – 1000,2003.
- [14] Thomas M.Lehmann. A two-stage algorithm for model-based registration of medical images. In Proceedings of the 14th International Conference on Pattern Recognition-Volume 2, page 344. IEEE Computer Society, 1998.
- [15] R.N.Bracewell, The Fourier Transform and Its Applications. McGraw-Hill, 1965.

Bibliographie

- [16] B.H.G. Barrow, J. Tenenbaum, R.C. Bolles, and H.C. Wolf. Parametric correspondence and chamfer matching: Two new techniques for image matching. Proc. 5th Int'l. Joint Conf. Art. Intell, Cambridge and Massachusetts, pages 659 – 633, 1977.
- [17] Baptiste MARCEL, Maurice BRIOT, Rafael MURRIETA. Traitement du signal-volume 14 – n°2, pages 136 – 147, 1997.
- [18] J. Inglada and A. Giros. On the possibility of automatic multisensory image registration. IEEE TRANSACTIONS ON GEOSCIENCE AND REMOTE SENSING, pages 2104 – 2120, 2004.
- [19] Kyoung Soo Kim, Jae Hak Lee, and Jong Boem Ra. Robust multi-sensor image registration by enhancing statistical correlation. 8th International Conference on Information Fusion, pages 7 – 14, 2005.

Résumé

Une des problématiques majeures en traitement d'images est de pouvoir analyser et traiter plusieurs images dans un référentiel commun pour regrouper ou comparer leurs informations respectives. Ce problème, connu sous le nom de recalage. Le recalage d'images pourrait se résumer alors par le déplacement ou la déformation d'une image afin qu'elle ressemble le plus possible à une autre.

Il existe plusieurs méthodes pour le recalage des images, et parmi elles la méthode du recalage par transformée de fourier qui se base essentiellement sur les opérations de translation, de rotation et d'homothétie, en exploitant les représentations spectrales de fourier ainsi que la représentation log-polaire et la technique de corrélation de phase. Cette approche nous permet d'extraire les paramètres respectifs : rotation, homothétie et translation.

Les résultats obtenus ont montré l'efficacité de cette méthode à recalcr des images avec précision remarquable.

Mots-clefs : Recalage d'image en translation et rotation et changement d'échelle,
Détermination de déplacement d'image, Transformation de fourier.