REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique

Université Mouloud Mammeri de Tizi-Ouzou
Faculté de Génie Electrique et d'Informatique
Département d'Electronique

MEMOIRE

De Fin d'Etudes En Vue de l'Obtention du Diplôme d'Ingénieur d'Etat en Electronique
Option: Communication-Contrôle

Thème

Extraction de l'ECG fœtal par séparation de sources

Proposé et dirigé par :

Mme : Z. AMIROU

Etudié par :

Melle : AIT AOUDIA Hadjira

Melle : CHALAH Kahina

Promotion 2007-2008

REMERCIEMENTS

Nous tenons à exprimer nos vifs remerciements à notre promotrice Madame ***Z. AMIROU*** *maitre assistant chargée de cours au département d'électronique , de nous avoir encadrées et d'avoir dirigé notre travail avec dévouement.*

Nous la remercions sincèrement pour ses conseils, sa patience et sa disponibilité tout au long de notre projet.

Notre profonde gratitude va également à l'attention des membres de jury qui nous feront l'honneur d'examiner notre travail.

Afin de ne pas oublier personne, nous remercions tous ceux qui ont contribué de près ou de loin à l'aboutissement de ce mémoire.

DEDICACES

Nous dédions ce modeste travail à :

- *La mémoire de ma très chère mère*
- *Mon très cher père*
- *Toute ma famille*

Hadjira

- *La mémoire de mon père*
- *Ma très chère maman*
- *Toute ma famille*

Kahina

Tous nos amis proches et moins proches. Merci pour votre aide précieuse et pour les moments bons et moins bons que nous avons traversé ensemble.

Sommaire

Notations

Introduction générale 1

Chapitre I

Notions de cardiologie

Introduction..... 3

I.1. Le système cardiovasculaire..... 3

I.1.1. Anatomie du cœur 3

I.1.2. Fonctionnement électrique du cœur 4

I.2. Electrocardiographie..... 5

I.2.1. Tracé d'un signal électrocardiographique..... 5

I.2.2. La fréquence cardiaque..... 7

I.3. Techniques d'enregistrement 7

I.3.1. Electrodes..... 8

I.3.2. Conditions d'enregistrements 8

I.3.3. Les sources de bruit..... 8

I.3.3. 1. Bruits HF..... 8

I.3.3. 2. Ondulation de la ligne de base due aux mouvements et à la respiration..... 9

I.4. Dérivations..... 9

I.4.1. Dérivations périphériques..... 10

I.4.1.1. Dérivations standard d'Einthoven..... 10

I.4.1.2. Dérivations unipolaires 11

I.4.2. Dérivations précordiales 12

I.5. Forme particulière de l'ECG du fœtus et la difficulté de son extraction..... 12

I.5.1. Forme particulière de l'ECGF..... 12

I.5.2. La difficulté de l'extraction de l'ECGF..... 13

Conclusion..... 13

Chapitre II

Séparation de sources

Introduction 15

II.1. Etat de l'art..... 15

II.2.Domaine d'application de la séparation de sources 21

II.3. Problème de la séparation de sources 22

II.4. Formulation mathématique de problème 23

II.5. Les sources..... 24

II.5.1. Source stationnaire..... 24

a. Source stationnaire blanche 24

b. Source stationnaire colorée 24

II.5.2. Source non stationnaire..... 25

II.5.3. Source parcimonieuse 25

II.5.4. Sources indépendante identiquement distribuée..... 25

II.6. Les mélanges 26

II.6.1. Mélanges linéaires..... 26

a. Mélange linéaire instantané..... 26

b. Mélange linéaire convolutif 28

II.6.2. Mélanges non linéaires 29

a.Mélanges post-non linéaires (PNL)..... 29

b.Mélanges convoltifs post non linéaires (CPNL)..... 31

Conclusion..... 31

Chapitre III

Algorithme SOBI (Second Order Blind Identification)

Introduction..... 32

III.1. L'analyse en composantes indépendantes (ICA)..... 32

III.1.1. Définitions de l'ICA..... 32

III.1.2. Conditions d'identification..... 33

III.1.3. Structure de l'ICA..... 33

III.1.4. La séparation de signaux par l'ICA..... 34

III.1.5. Les algorithmes d'ICA..... 35

III.2. Identification aveugle de second ordre (SOBI) 35

III.2.1. Statistiques utilisées …… 35
III.2.2. Principe du Blanchiment…… 36
III.2.3. Principe d'identification aveugle par SOBI…… 37
III.2.4. Diagonalisation conjointe approchée…… 39
III.3.Résumé de l'algorithme SOBI…… 40
Conclusion …… 43

Chapitre IV

Résultats expérimentaux

Introduction…… 44
IV.1 De la séparation de sources à l'ECG du fœtus…… 44
IV.2. Application de l'algorithme SOBI…… 46
IV.2.1. Test sur des signaux simulés …… 46
a. Résultats de la séparation…… 47
b . Observations…… 47
IV.2.2. Test sur des signaux réels de De Lathauwer …… 47
a. Résultats de la séparation…… 49
b. Commentaires…… 51
Conclusion …… 52

Conclusion générale …… 53

Annexes

Bibliographie

Introduction générale

De nombreux travaux autour du traitement de l'Electrocardiogramme (ECG) ont été réalisés au sein de notre département. Dans ce présent mémoire, nous présentons un travail particulièrement intéressant et à travers lequel nous abordons la séparation de sources. Cette méthode s'est imposée depuis une vingtaine d'années dans de nombreux domaines de la recherche comme un outil performant de traitement du signal.

Cette technique a pour but de retrouver un certain nombre de sources à partir de l'observation de mélanges de celles-ci, recueillis par des capteurs placés en différents endroits. La séparation de sources est dite « Aveugle » ou « autodidacte » lorsque aucune hypothèse sur la nature de mélange ou le nombre de sources n'est disponible.

Dans ce contexte, l'objectif principal de ce travail est d'étudier les possibilités d'application de la séparation de sources à l'extraction de l'ECG du fœtus (ECGF) à partir de mesures non invasives de l'ECG de la mère. Actuellement, nous sommes capables de connaitre le rythme cardiaque du fœtus par des méthodes classiques, mais une description plus précise de l'ECGF permettrait aux médecins de déceler avec précision d'éventuelles mal formations cardiaques prénatales.

Allant de la présentation de l'ECG à l'extraction de celui du fœtus, notre travail est structuré comme suit :

Quelques notions de cardiologie nécessaires pour la lecture et l'interprétation d'un électrocardiogramme font l'objet du premier chapitre. Dans le deuxième chapitre, nous présentons un état de l'art de la séparation de sources et nous passons en revue les différentes méthodes existantes.

Pour notre application, nous avons choisi l'un des algorithmes de séparation de sources parmi les plus connus. Cet algorithme connu sous le nom d'algorithme SOBI (**S**econd **O**rder **B**lind **I**dentification) est détaillé dans le troisième chapitre.

Dans le quatrième chapitre, nous donnons les résultats de quelques expériences effectuées sur des enregistrements simulés puis sur des enregistrements réels.

Enfin nous terminons ce travail par une conclusion générale et quelques annexes.

Introduction

Dans ce premier chapitre, nous présentons le système cardiovasculaire, et son fonctionnement. A travers ceci, nous pourrons comprendre l'origine des signaux électriques représentés par l'électrocardiogramme normal. Tout changement anormal dans l'allure ou la fréquence d'un tel signal nous renseigne sur la présence d'éventuelles pathologies cardiaques.

I.1. Le système cardiovasculaire

Le système cardiovasculaire assure la circulation du sang dans l'organisme et permet ainsi son alimentation en oxygène et en nutriments. Il est composé [43] du cœur, une double pompe qui assure la circulation dans deux réseaux complémentaires : celui des artères et celui des veines.

Le système artériel et le système veineux sont deux réseaux complémentaires de vaisseaux sanguins. Dans la grande circulation, le premier assure le transport du sang oxygéné vers les organes, le second, assure le retour du sang pauvre en oxygène qui revient vers le cœur, puis envoyé par les artères pulmonaires dans la petite circulation où il est oxygéné dans les poumons. Le réseau veineux est le principal réservoir de sang : il contient environ 70% du volume total, qui est de 5 à 6 litres pour un adulte.

I.1.1. Anatomie du cœur

Le cœur est composé [43] d'une partie droite et d'une partie gauche, ainsi que de quatre valves qui obligent le sang à couler dans la bonne direction. Du côté gauche comme du côté droit, on distingue une oreillette (la chambre supérieure) et un ventricule (la chambre de pompe principale). L'oreillette droite reçoit par les veines, le sang peu oxygéné revenant des organes vers le cœur. Elle dirige le sang veineux au ventricule droit. Le ventricule droit, chasse le sang à travers les poumons, où celui-ci s'oxygène avant de traverser l'oreillette gauche pour parvenir au ventricule gauche. Ce dernier, le plus épais, éjecte le sang dans les artères et donc à travers tout le corps. On peut d'ailleurs tâter au poignet la pulsion qui en résulte.

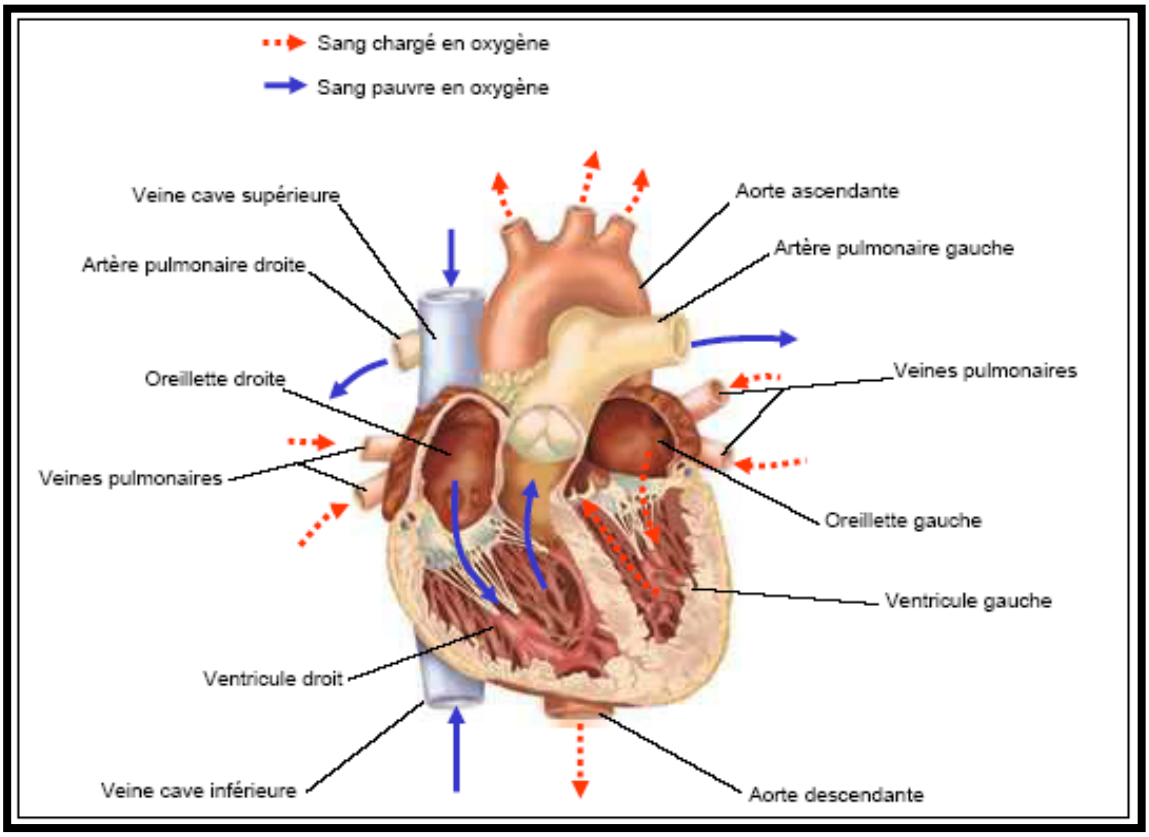


Figure I.1 : Anatomie du cœur [43].

I.1.2. Fonctionnement électrique du cœur

Pour que le cœur pompe efficacement le sang, les milliers de cellules des oreillettes et des ventricules (cellules myocardiques) doivent se contracter simultanément [43]. Cette étonnante coordination est déclenchée par une impulsion électrique. Le chef d'orchestre est le nœud sinusal, situé dans l'oreillette droite. De là, le courant électrique passe de cellule en cellule. Il atteint le nœud auriculo-ventriculaire seul point de passage possible pour le courant électrique entre les oreillettes et les ventricules. Là, l'impulsion électrique subit une courte pause permettant au sang de pénétrer dans les ventricules. Elle emprunte alors le faisceau de His, qui est composé de deux branches principales allant chacune dans un ventricule. Les fibres constituant ce faisceau, complétées par les fibres de Purkinje, grâce à leur conduction rapide, propagent l'impulsion électrique en plusieurs points des ventricules, et permettent ainsi une dépolarisation quasi instantanée de l'ensemble du muscle ventriculaire, malgré sa taille importante, ce qui assure une efficacité optimale dans la propulsion du sang.

Cette contraction constitue la phase de systole ventriculaire, puis suit la diastole ventriculaire (décontraction du muscle) ; les fibres musculaires se re-polarisent et reviennent ainsi dans leur état initial. Le cycle du battement cardiaque est alors terminé et le cœur est prêt pour un nouveau battement.

I.2. Electrocardiographie

Cette discipline désigne l'art d'enregistrer l'activité électrique du cœur. Vers 1880, E. Marey et Augustus Waller [61] montrèrent que l'activité électrique du cœur, découverte quelques années plus tôt, pouvait être suivie à partir de la peau. En 1890, Willem Einthoven réalisa le premier enregistrement cardiographique. Ainsi naît l'électrocardiogramme à l'aube du $XX^{Ième}$ siècle.

Avec l'évolution des techniques, les médecins disposent aujourd'hui d'outils performants pour observer le fonctionnement du muscle cardiaque et dresser ainsi leurs diagnostics. Parmi les examens cardiologiques possibles, l'électrocardiogramme (ECG) est l'examen le plus couramment effectué, car il est rapide à mettre en place, peu coûteux et surtout non invasif donc très peu contraignant pour le patient.

L'étude d'un enregistrement ECG est fondée sur l'analyse de quelques battements cardiaques successifs ; l'étude d'un seul battement ne fournit que peu d'indications pour la pose d'un diagnostic, mais les variations des paramètres caractéristiques de chaque battement au cours de l'enregistrement constituent une source d'information essentielle.

I.2.1. Tracé d'un signal électrocardiographique

Un électrocardiogramme synthétique est indiqué par la figure I.2. Il est constitué de plusieurs ondes appelées ondes d'activation ainsi que de quelques segments [20]. Chaque onde correspond à l'activité électrique d'une certaine partie du cœur.

- **Ondes**

- **L'onde P:** Elle est liée à la dépolarisation auriculaire. C'est une onde arrondie de petite amplitude (inférieure ou égale à 0,2 mV), sa durée est d'environ 120 ms. Les ondes P auriculaires précèdent régulièrement les complexes ventriculaires (QRS). La repolarisation auriculaire n'est pas visible sur l'ECG normal car elle est masquée par la dépolarisation ventriculaire.

- **Le complexe QRS :** correspond à la dépolarisation des ventricules, sa durée est de l'ordre de 80 ms, il est de grande amplitude (environ 5 mV). Cette amplitude est due à la masse des ventricules qui est très supérieure à celle des oreillettes.

- **L'onde T :** L'onde T suit le complexe QRS et correspond à la repolarisation des ventricules. Elle survient pendant la diastole, et ne témoigne d'aucun événement mécanique. C'est un phénomène purement électrique, pendant lequel les ventricules redeviennent stimulables. Elle est habituellement dissymétrique ;

- **L'onde U :** inconstante, qui traduirait la repolarisation du réseau de Purkinje.

La position respective de l'onde P, du complexe QRS et de l'onde T permet de définir un certain nombre d'intervalles et de segments.

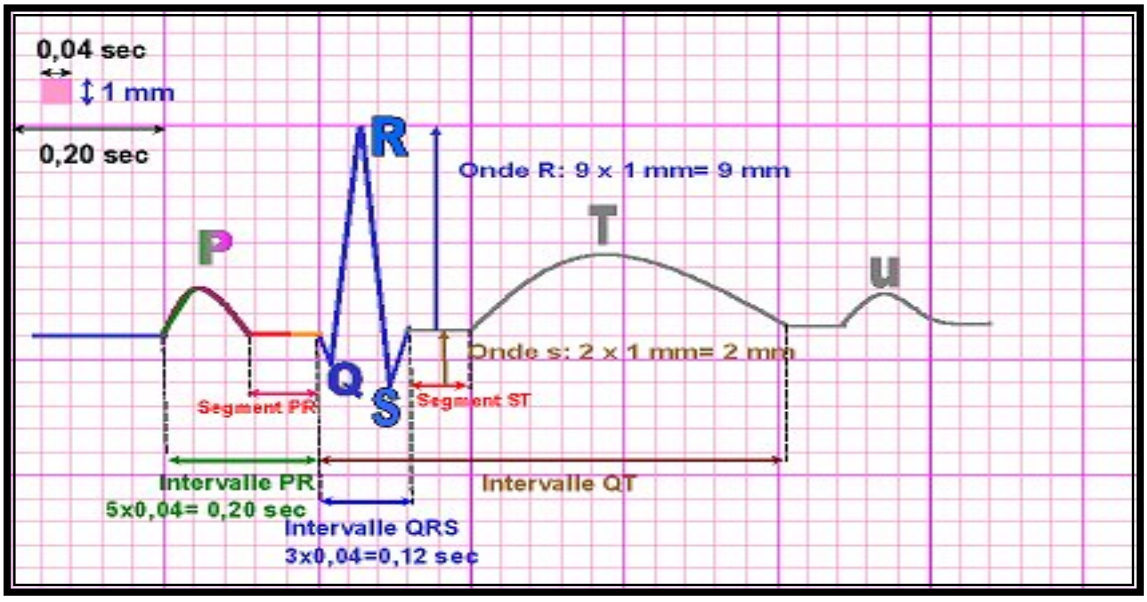


Figure I.2 : Allure de l'électrocardiogramme [20].

- **Segments et intervalles**

- **L'intervalle P-R :** C'est un court segment isoélectrique qui sépare l'onde P du complexe ventriculaire (QRS), il correspond à la conduction auriculo-ventriculaire (AV). Sa durée est de l'ordre de 200 ms.

- **Le segment ST :** il correspond à la période d'excitation uniforme des ventricules jusqu'à la phase de leur récupération. On le mesure de la fin de l'onde S ou R jusqu'au début de l'onde T. il est normalement horizontal. Un sur décalage ou un sous décalage de plus d'un mm par rapport à la ligne isoélectrique est anormal.

- **L'intervalle QT :** cet intervalle mesure la durée de la systole ventriculaire. Il s'étend du début de l'onde Q à la fin de T. Ses variations sont peu liées au sexe, mais beaucoup à la fréquence cardiaque ;

- **L'intervalle QU :** cet intervalle n'est mesurable que si l'onde T est bien délimitée. Il s'étend du début du complexe à la fin de l'onde U. Sa durée est grandement influencée par la fréquence cardiaque et varie entre 0.44 et 0.68 seconde.

I.2.2. La fréquence cardiaque

La fréquence ou le rythme cardiaque est le premier paramètre recherché en tout examen médical. Il représente le nombre de battements par minute [43].

En l'absence de toute pathologie, le rythme est régulier et sa fréquence est comprise entre 60 et 100 bpm la journée et 40 et 80 bpm la nuit. Hors de ces limites, il peut y avoir trouble du rythme qui doit faire l'objet d'une étude approfondie pour définir une éventuelle pathologie.

I.3. Techniques d'enregistrement

Les modalités d'enregistrement sont variées, et elles se distinguent selon l'emplacement des électrodes à la surface du corps.

L'enregistrement de plusieurs traces (projection du signal sur diverses lignes du corps, appelées dérivations ECG), au moyen d'électrodes cutanées placées sur les membres et le thorax chez un sujet allongé sur le dos, est le plus habituel et définit l'ECG de surface standard de repos. Ce même enregistrement effectué chez un sujet qui pédale sur une bicyclette ergométrique ou marche sur un tapis roulant inclinable représente l'ECG d'effort.

I.3.1 Electrodes

Un des principaux intérêts de l'électrocardiogramme est qu'il n'est pas traumatisant, c'est à dire qu'il ne nécessite pas d'opération chirurgicale ou d'anesthésie. Les électrodes de mesure sont donc simplement placées à divers endroits du corps, directement sur la peau. L'important pour ces électrodes est qu'elles soient relativement inaltérables et impolarisables.

Elles sont constituées d'une plaque d'argent, revêtue d'une couche de chlorure d'argent (gel insoluble) [11].

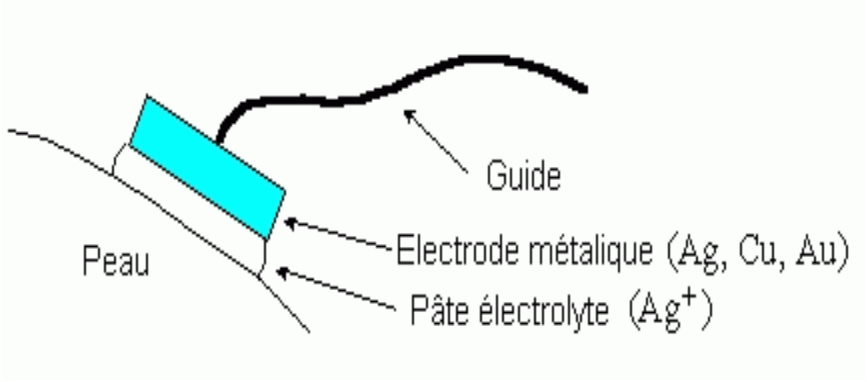


Figure I.3 : Electrodes de surface.

I.3.2. Conditions d'enregistrements

Pour un enregistrement de bonne qualité et sans trop de bruit, le respect de certaines conditions est nécessaire [11]. Le patient doit être couché sur le dos, en résolution musculaire complète, dans une position confortable et protégé du froid, afin d'éliminer au maximum les ondulations de la ligne de base, et les parasites dus aux tremblements musculaires ou au mauvais contact fils-électrodes.

I.3.3. Les sources de bruit

I.3.3. 1. Bruits HF

Certains bruits relativement de haute fréquence affectent le signal ECG. Ces bruits sont notamment localisés sur les segments isoélectriques où l'activité du cœur est quasiment nulle [76].

I.3.3. 2. Ondulation de la ligne de base due aux mouvements et à la respiration

Un autre phénomène qui peut causer des problèmes lors de l'enregistrement de l'ECG est la fluctuation de la ligne isoélectrique. Cette fluctuation peut être due à [3] :

- un mauvais contact électrode peau
- mouvement respiratoire du sujet

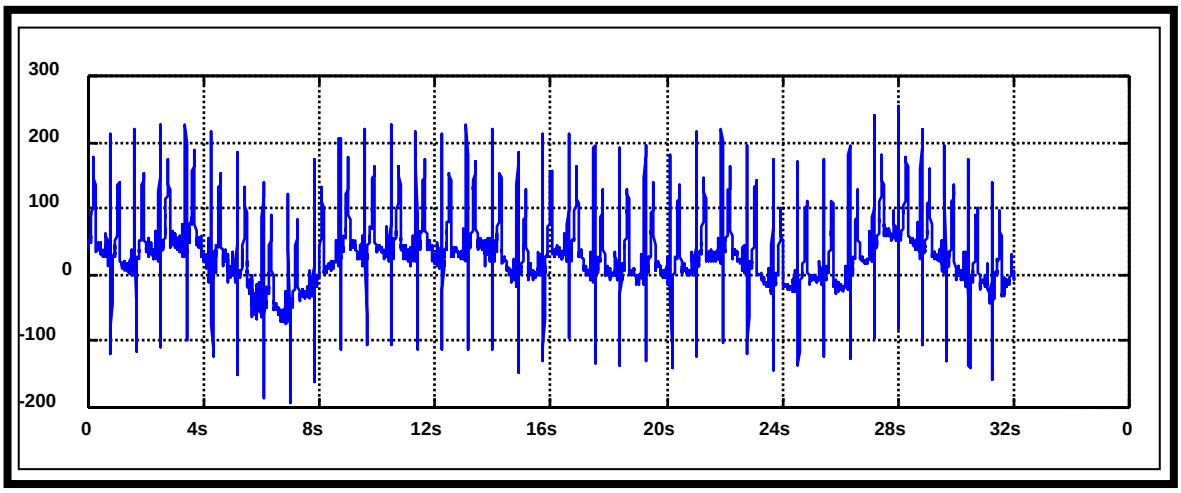


Figure I.4: Signal avec ondulation de la ligne de base [3].

Une dérive peu importante de cette ligne n'est pas préjudiciable quant à la qualité de la segmentation. En revanche une forte dérive de la ligne de base peut donner à celle-ci des valeurs prises habituellement par l'onde R. Ceci va engendrer une mauvaise détection des complexes QRS et par la suite, une mauvaise segmentation-mouvement respiratoire du sujet.

I.4. Dérivations

On appelle dérivation un circuit électrique déterminé par un couple d'électrodes reliées à un appareil de mesure par des fils conducteurs. Ces électrodes sont positionnées à des endroits bien définis du corps afin d'explorer la quasi-totalité du champ électrique cardiaque en offrant un ensemble cohérent de dérivations non redondantes (six périphériques et six précordiales) [43].

I.4.1. Dérivations périphériques

I.4.1.1. Dérivations standard d'Einthoven

Ce sont des dérivations bipolaires déterminées à partir de deux électrodes.

La jambe droite est généralement mise à la masse. On a alors pour chaque dérivation D_I, D_{II} et D_{III} :

$$D_I = V_L - V_R \quad \textbf{(I.1)}$$

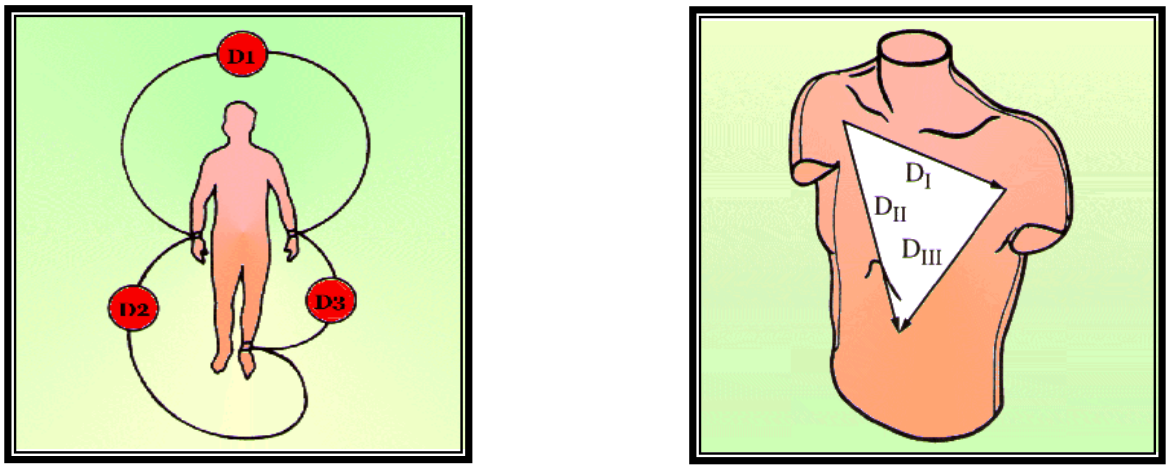
$$D_{II} = V_F - V_R \quad \textbf{(I.2)}$$

$$D_{III} = V_F - V_L \quad \textbf{(I.3)}$$

On trouve alors mathématiquement

$$D_I + D_{III} = D_{II} \quad \textbf{(I.4)}$$

Cette équation est appelée relation d'Einthoven.



D1, D2, D3 **Le triangle d'Einthoven.**

Figure I.5 : Dérivations d'Einthoven [43].

D1, D2, D3 : sont des dérivations bipolaires qui traduisent la différence de potentiel entre deux membres :

D1 : entre bras droit (pôle -) et bras gauche (pôle +)

D2 : entre bras droit (pôle -) et jambe gauche (pôle +)

D3 : entre bras gauche (pôle -) et jambe gauche (pôle +)

I.4.1.2. Dérivations unipolaires

Elle permet d'obtenir des signaux de plus grandes amplitudes, chaque signal enregistré est la différence entre le potentiel d'une électrode et la moyenne des deux autres potentiels recueillis.

$$aV_R = V_R - \left(\frac{V_L + V_F}{2}\right) \quad \textbf{(I.5)}$$

$$aV_F = V_F - \left(\frac{V_R + V_L}{2}\right) \quad \textbf{(I.6)}$$

$$aV_L = V_L - \left(\frac{V_R + V_F}{2}\right) \quad \textbf{(I.7)}$$

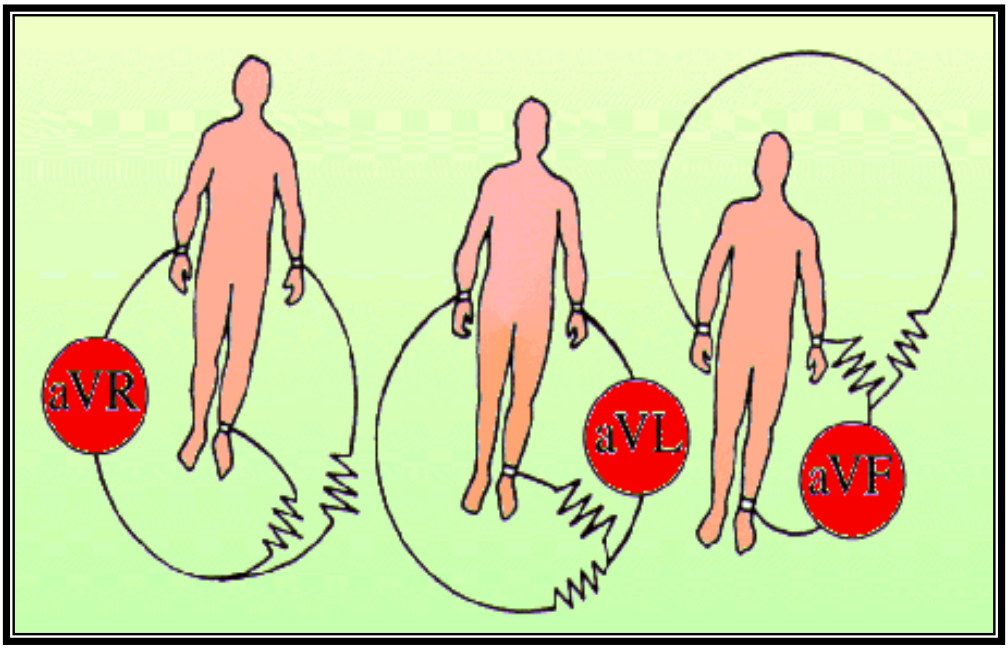


Figure. I.6 : Dérivations unipolaires [43].

I.4.2. Dérivations précordiales (Les dérivations de Wilson)

En plaçant transversalement six électrodes (V_1, V_2, …, V_6) sur la région précordiale antérieure et latérale gauche, les six dérivations (D_1, D_2,…, D_6) alors obtenues sont la différence entre chaque électrode et la tension moyenne des trois membres (V_R+V_L+V_F)/3.
Les voies provenant d'une région proche du cœur permettent de déceler des petites malformations du muscle cardiaque.

$$D_i = V_i - \left(\frac{V_R + V_L + V_F}{3} \right) \quad avec\ i = 1,\ 2, ..., 6. \qquad \textbf{(I.8)}$$

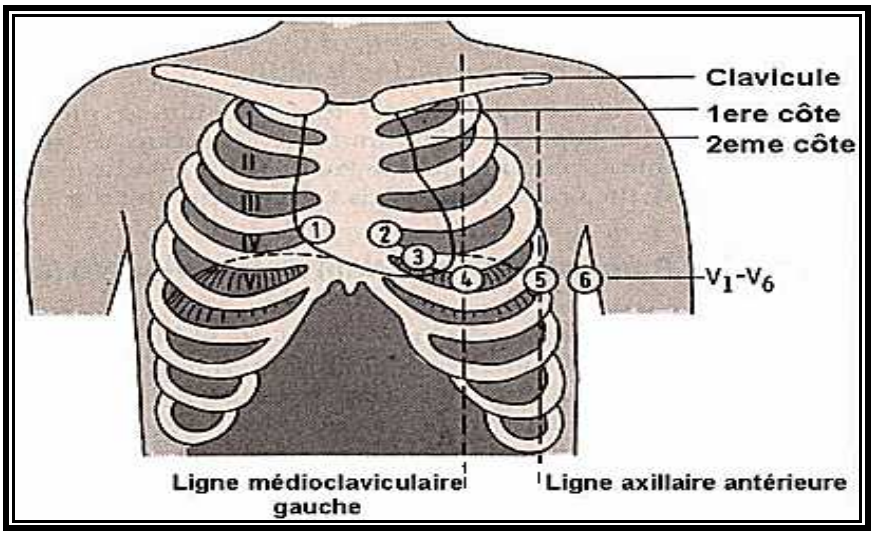


Figure I.7. Dérivations précordiales (dérivations de Wilson).

I.5. Forme particulière de l'ECG du fœtus et la difficulté de son extraction

I.5.1.. Forme particulière de l'ECGF

Les caractéristiques métriques de l'ECGF sont déterminées à partir d'électrodes de scalp à 36-42 semaines [107].

ondes	longueur		segment	longueur
P	6.5µs		P-R	10.4µs
QRS	6.6µs		S-T	5.7µs
T	13.5µs		P-T	36.5µs

Pour un fœtus à terme, la fréquence cardiaque normale est comprise entre 110 et 150 bpm.

I.5.2. La difficulté de l'extraction de l'ECGF

Si enregistrer un électrocardiogramme sur un adulte ne présente plus de difficulté, relever celui d'un fœtus reste une tâche beaucoup plus complexe. En effet, le rythme cardiaque du fœtus n'est pas suffisant pour diagnostiquer d'éventuelles pathologies [98]: la forme de l'onde cardiaque contient d'importantes informations.

En gynécologie obstétrique, ces signaux peuvent être utilisés pour déterminer la présence de jumeaux ou pour surveiller l'activité du cœur du fœtus, en particulier lors de l'accouchement. Deux méthodes sont essentiellement utilisées [98]. La première, très performante, consiste à relever directement l'ECG du fœtus en plaçant une électrode sur son crâne, méthode qui ne peut donc être mise en œuvre que lors de l'accouchement. Un diagnostic plus précoce, pendant la grossesse, utilisant donc des méthodes non invasives est attendu par les médecins.

La seconde méthode consiste à extraire l'ECG du fœtus sur des signaux enregistrés à partir de plusieurs électrodes placées en différents endroits du thorax et de l'abdomen de la mère. Les enregistrements obtenus sont des mélanges de l'ECG du fœtus (noté FECG) et de celui de la mère (noté ECGM). De plus, d'autres sources doivent être considérées du fait de la faible intensité des signaux ECGF: parmi les principales perturbations nous relevons les électromyogrammes (notés EMG) de la mère, le bruit thermique des électrodes et autres équipements électroniques, etc.

Conclusion

L'électrocardiogramme (ECG) est la représentation graphique de l'activité électrique du cœur. Il fournit des informations essentielles qui peuvent être interprétées par le cardiologue dans le but de faire un diagnostic.

L'ECG est un signal non stationnaire qu'on peut considérer comme stationnaire par morceaux, il est caractérisé par une certaine pseudo-périodicité de 0.9 s environ. Vu l'importance de ce signal biologique, les chercheurs en biotechnologie se sont penchés sur la possibilité de lire l'ECG du fœtus pour avoir une meilleure idée sur son état de santé. Ce projet est devenu encore plus intéressant depuis l'introduction de la chirurgie intra-utérine.

Introduction

La séparation de source peut être vue comme une généralisation du débruitage d'un signal noyé dans du bruit lorsque l'on dispose de plusieurs capteurs enregistrant de façons différentes les mêmes signaux appelés sources. Dans le cas simple d'un mélange linéaire, la fonction entre les signaux d'origine (i.e. les sources) et les observations (i.e. les mélanges) est une simple matrice. Dans un contexte aveugle, le problème de la séparation de source consiste à retrouver les sources inconnues en utilisant uniquement les observations, la matrice de mélange étant également supposée inconnue.

II.1. Etat de l'art

Les recherches dans le domaine de la Séparation Aveugle de Sources (SAS) ont été initiées par C. Jutten, J. Herault et B. Ans dans les années 80, alors qu'ils s'intéressaient à un problème de décodage du mouvement en neurobiologie [12], [66]. Afin de résoudre le problème, les auteurs ont proposé une approche de séparation de sources basée sur les réseaux neuromimétiques [67], [74]. Depuis ces travaux, nombre d'algorithmes de SAS ont vu le jour.

Nous présentons tout d'abord les méthodes symétriques, (i.e. estimant les sources simultanément), qui réalisent la séparation en optimisant une certaine fonction des cumulants d'ordre supérieur. Ainsi J.-L. Lacoume et P. Ruiz proposent en 1988 un algorithme reposant sur la minimisation d'une certaine fonction des cumulants [77]. Quelques années après, P. Comon et al.introduisent le concept d'Analyse en Composantes Indépendantes(ACI) [41]. Mais c'est à P. Comon seul que l'on doit attribuer le fait d'avoir formalisé mathématiquement ce concept étendant par la même occasion la notion de contraste au cas des vecteurs aléatoires [64]. P. Comon montre par ailleurs qu'il suffit de reconstruire des sources indépendantes deux à deux pour estimer, à une matrice triviale près, des sources mutuellement indépendantes [38][39]. Il propose alors la méthode COM2 (COntrast Maximization 2) [39], reposant sur :

- la propriété précédente ;
- la maximisation d'un contraste défini comme la somme des modules au carré des kurtosis (cumulants d'ordre 4 normalisés) des sources estimées.

A la même époque, J.-F. Cardoso et A. Souloumiac [34], présentent eux aussi un contraste basé sur les cumulants d'ordre quatre. Les deux auteurs présentent également une version non itérative de leur méthode reposant sur la diagonalisation conjointe des matrices propres de la quadricovariance des observations blanchies [31], [35]. En parallèle, E. Moreau et

O. Macchi présentent un contraste basé sur des cumulants normalisés d'ordre supérieur [85], [88]: leur approche a l'avantage de ne pas nécessiter de blanchiment préalable des observations contrairement à la plupart des méthodes précédentes.

En 2001, P. Comon [42], trouve une solution analytique, nommée COM1 (COntrast Maximization 1), à la maximisation du contraste défini, au signe près, comme la somme des kurtosis des sources estimées. Ce contraste a été initialement présenté par E. Moreau et al [90], [103]. En outre E. Moreau montre que ce critère est un contraste à condition que les kurtosis des sources soient de même signe.

En parallèle, nombre de méthodes exploitant les propriétés algébriques des cumulants voient le jour. Parmi elles on compte les méthodes exploitant les cumulants d'ordre deux. Ces dernières nécessitent que les sources soient colorées, autrement dit temporellement corrélées.

Ainsi L. Fety , L. Tong et al [37] sont les premiers à proposer de telles approches basées sur l'exploitation des propriétés algébriques de deux matrices de covariance des observations, associées respectivement à un retard nul et non nul. P. Comon et J.-L Lacoume, démontrent quelques années plus tard le bien fondé de ces méthodes.

De ces travaux va naître l'algorithme SOBI (Second Order Blind Identification) [16], dans lequel A. Belouchrani et al exploitent non plus une mais plusieurs matrices de covariance des observations associées à des retards non nuls. Plus exactement, ils montrent qu'après blanchiment des observations, une diagonalisation conjointe des matrices en question permet d'estimer le mélange à une matrice triviale près. Cette approche nécessite cependant que les sources aient des spectres distincts. Un algorithme similaire, baptisé TDSEP (Temporal Decorrelation source Séparation), est proposé durant cette période par A. Ziehe et K.-R Mûller.

Quelques années plus tard, A. Belouchrani et A. Cichocki améliorent l'algorithme SOBI, et plus particulièrement l'étape de blanchiment. La méthode alors obtenue [19], nommée RSOBI (R pour Robust), a l'avantage d'être insensible asymptotiquement à un bruit temporellement décorrélé et de cohérence spatiale inconnue.

Des méthodes plus récentes exploitant les propriétés algébriques des cumulants d'ordre deux permettent de traiter et de tirer avantage de la présence de sources non-stationnaires. L'idée générale est de diagonaliser conjointement un ensemble de matrices de Representations Temps-Fréquence Spaciales (RTFS) en utilisant la classe de Cohen [18]. La difficulté réside dans le choix de ces matrices de RTFS. En effet, on s'attend à ce que ces dernières offrent les mêmes propriétés que les matrices de covariance des observations. C. Fevotte et al. proposent alors un critère permettant de sélectionner automatiquement les bonnes matrices de RTFS et présentent ainsi la méthode TFBSS (Time-Frequency Blind Source Separation) [58], [59], [68].

Une autre idée consiste à supposer que les sources non-stationnaires sont stationnaires par morceaux. Une diagonalisation conjointe des matrices de covariance estimées à partir de chaque bloc de données permet de ce fait de répondre au problème. De ce principe naissent les algorithmes BGML (Block-Gaussian Maximum Likelihood) [94] et SEONS (Second-Order Non-stationary source Separation) [37].

Pendant ce temps, nombre de chercheurs travaillent sur des approches exploitant les propriétés algébriques des moments et cumulants d'ordre supérieur. Parmi eux, J.-F. Cardoso [29] propose plusieurs approches.

La première, nommée FOBI (Fourth Order Blind Identification), exploite la structure algébrique de la matrice de covariance d'une certaine fonction quadratique des observations blanchies. En effet, cette matrice de covariance admet pour vecteurs propres, les vecteurs colonnes du mélange blanchi.

Il faut noter que les valeurs propres associées sont pour leurs parts égales, à une constante près, aux moments d'ordre quatre des sources.

Deux ans plus tard nait la méthode FOOBI (Fourth Order Only Blind Identification) [30] qui sans blanchiment des observations permet d'identifier la matrice de mélange à partir du sous-espace signal d'ordre quatre. Cette méthode a récemment été améliorée par L. De Lathauwer et al [49]. En se servant notamment du procédé de diagonalisation conjointe.

Les deux approches précédentes offrent l'avantage de permettre l'identification de mélanges sous-déterminés de sources (i.e. N > M). En 1993 survient la méthode JADE (Joint Approximate Diagonalization of Eigen-matrices), au travers de laquelle J.-F. Cardoso et A. Souloumiac [34], présentent une solution algébrique à la maximisation de leur contraste basé sur les cumulants d'ordre quatre. Ils étendent par la même occasion l'algorithme de Jacobi dans le but de diagonaliser conjointement un ensemble de matrices [35]. Ce dernier sera par la suite l'outil phare de nombreuses méthodes de SAS, et ce jusqu'à l'apogée des approches de décomposition tensorielle telle que PARAFAC [27].

En 1997, A. Ferréol et P. Chevalier [56] proposent une version de JADE, baptisée JADE cyclique, exploitant les éventuelles propriétés cyclostationnaires des signaux observés. Cette approche a pour intérêt d'être insensible à la présence d'un bruit de cohérence spatiale inconnue. Plus récemment, L. Albera et al. [4] mettent en œuvre les méthodes ICAR (Independent Component Analysis using Redundancies[6],[7]et BIRTH (Blind Identification of mixtures of sources using Redundancies in the daTa Hexacovariance matrix) [5],[8]exploitant les redondances matricielles respectivement de la quadricovariance et de l'hexacovariance. Ces deux

méthodes s'inscrivent au sein d'une même famille d'algorithmes baptisée BIOME (Blind Identification of Overcomplete Mixtures of sources) [9].

En parallèle, A. Ferréol et al. étendent la méthode SOBI à l'ordre quatre sous le nom de FOBIUM (Fourth Order Blind Identification of Underdetermined Mixtures of sources) [54], [55] Notons que les méthodes FOOBI, ICAR, BIRTH et FOBIUM ne nécessitent pas d'étape préalable de blanchiment et sont insensibles asymptotiquement à la présence d'un bruit de cohérence spatiale inconnue. En outre les algorithmes FOOBI, FOBIUM et BIRTH permettent de traiter des mélanges sous-déterminés de sources.

Les méthodes présentées ci-dessus visent principalement à exploiter les moments et cumulants :

- soit pour leurs propriétés algébriques ;
- soit pour leur capacité à engendrer des contrastes de séparation aveugle de sources.

A celles-ci s'ajoutent d'autres types d'approches. Parmi elles, on compte celles basées sur l'estimation du maximum de vraisemblance.

Les premières propositions sont formulées par M. Gaeta et J.-L. Lacoume en 1990[63], puis par D.-T. Pham et al deux années plus tard. Il faut également citer les travaux de B.-A Pearlmutter et L.-C. Parra [99] en 1996 qui permettent de dériver, à partir de la formulation de la vraisemblance, deux gradients naturels.

Le premier est utilisé pour l'estimation de la matrice de mélange et le second sert à estimer les densités de probabilités des sources.

La même année, F. Harroy et J.-L. Lacoume proposent d'approcher la log-vraisemblance des sources en utilisant un développement en série de Gram-Charlier dont les premiers termes font à nouveau apparaître des cumulants d'ordre quatre [65].

L'année suivante D.-T. Pham et P. Garrat proposent d'optimiser le critère du maximum de vraisemblance à l'aide de l'algorithme de Newton- Raphson [93].

En parallèle, A.-J Bell et T.-J. Sejnowski concoivent la méthode INFOMAX (MAXimization of the INFOrmation flow) dont l'une des formulations montre qu'elle est étroitement liée aux méthodes du maximum de vraisemblance. Cet algorithme est amélioré tout d'abord en 1998 par S. I. Amari en utilisant l'algorithme du gradient naturel [10], augmentant ainsi la vitesse de convergence de la méthode. Une autre amélioration est apportée par T.-W. Lee et al l'année suivante : les auteurs montrent l'intérêt de prendre en compte dans l'agorithme du gradient naturel, le caractère sur- ou sous-gaussien des sources [82].

En outre citons deux des méthodes de séparation de sources par déflation les plus connues. Le principe de déflation consiste à extraire les sources du mélange une par une, contrairement aux approches symétriques où les sources sont extraites simultanément.

Ainsi en 1995, N. Delfosse et P. Loubaton [50] introduisent le concept de déflation en proposant une manière originale, que nous nommerons DEFA (DEFlation Approach for blind source separation), d'optimiser le contraste uni-source d'ordre quatre sur lequel s'appuie leur méthode. Deux années plus tard, A. Hyvärinen et E. Oja présentent l'algorithme FastICA. La version initiale [72] de cet algorithme exploite pleinement le principe de déflation et la mesure de non-gaussianité, plus connue sous le nom de néguentropie, approximée par la valeur absolue du kurtosis de la source estimée.

Notons que si cette version initiale ne permet que de traiter des mélanges de sources à valeurs réelles, E. Bingham et A. Hyvärinen étendront l'algorithme au cas de mélanges à valeurs complexes [23].

En 1999, A. Hyvärinen améliore la robustesse de sa méthode [70] en utilisant cette fois des moments de fonctions non-quadratiques en vue d'approximer la néguentropie. Cette amélioration de FastICA, baptisée FastICADO (Deflation Orthogonalization) [71], possède une version symétrique dont l'étape d'orthonormalisation conjointe est identique à celle introduite initialement par E. Moreau [89]. La version symétrique de FastICA est souvent appelée FastICASO (Symmetric Orthogonalization).

Remarquons que si les méthodes exploitant le principe de déflation atteignent rarement les performances des méthodes symétriques, elles présentent cependant l'intérêt d'être peu coûteuses en opérations de calculs. Un compromis intéressant entre performance et complexité de calcul est proposé par V. Zarzoso et P. Comon au travers des algorithmes OS-KMA et OSCMA [109].

Les méthodes énumérées ci-dessus présentent entre elles des liens très forts. En effet, P. Comon a montré dans [40] des connexions fondamentales entre les cumulants, la néguentropie et l'information mutuelle, l'équivalence entre les approches INFOMAX et Maximum de vraisemblance a été montré dans [32], [92]. De plus, J.-F. Cardoso [33] a montré que les contrastes sur lesquels reposent ces deux approches sont étroitement liés à la divergence de Kullback-Leibler (mesure de distance statistique) elle-même étroitement liée à l'information mutuelle [39].

On peut ainsi établir un lien entre les techniques utilisant le maximum de vraisemblance, celles basées sur une approximation de l'information mutuelle à l'aide des cumulants, et celles utilisant la néguentropie [34], [81], [71].

D'autres approches basées cette fois sur la représentation géométrique des mélanges ont été proposées dans la littérature. Citons par exemple les travaux de C.-G. Puntonet et al [96], [97]. Ainsi que ceux de K. I. Diamantaras [51].

Bien que l'on dispose aujourd'hui d'un certain nombre d'outils de SAS performants en théorie, il reste encore à étudier leur comportement en situation pratique telle que dans le domaine biomédical où nombre d'hypothèses ne sont pas vérifiées.

Rappelant ainsi que : les méthodes géométriques ne s'adressent pour l'heure qu'à des sources prenant leurs valeurs dans un alphabet fini et qu'elles sont très sensibles à la présence du bruit.

En ce qui concerne les algorithmes exploitant conjointement plusieurs matrices de covariance retardées, elles ne peuvent fonctionner que pour des sources de spectres distincts.

Les algorithmes utilisant une étape de blanchiment sont sensibles à tout bruit coloré de cohérence spatiale inconnue.

Certaines méthodes nécessitent pour leur part une estimation préalable des densités de probabilité des sources.

Toutefois, dans quelques cas, une estimation grossière des densités (i.e. une estimation du caractère sur- ou sous-gaussienne) suffit. Néanmoins, dans le cas où l'apriori sur les densités est faux, certaines méthodes, notamment celles utilisant l'estimateur du maximum de vraisemblance, fournissent des résultats complètement erronés.

En ce qui concerne les techniques de déflation, une erreur sur l'estimation d'une source se répercute obligatoirement sur l'estimation des autres, détériorant dès lors la séparation.

En plus des limites citées, dans certains cas pratiques le mélange est sous-déterminé, i.e. le nombre de sources N est supérieur au nombre d'observations M. On se retrouve alors dans une situation où même si le mélange est identifiable, il n'en reste pas moins non inversible (ne permettant donc pas l'extraction directe des sources). En d'autres termes et contrairement au cas sur-determiné, les problèmes d'identification aveugle de mélange et de séparation aveugle de sources ne sont pas équivalents. Afin d'identifier un tel mélange sous-déterminé, un algorithme reposant sur une forme sophistiquée de l'estimation du maximum de vraisemblance, obtenue par l'approximation de Laplace de la distribution de H est proposé dans [83]. Dans [100] A. Taleb présente une méthode qui exploite la seconde fonction caractéristique des observations. Ce problème a aussi été résolu par des méthodes, sans blanchir les observations au second ordre, qui utilisent, soit les statistiques d'ordre quatre [30],[31],[40], [46],[48],[49],[52],[55],[79],[104] soit les statistiques d'ordre six [8]. Pour l'extraction des sources, des informations supplémentaires, comme l'alphabet fini par exemple, sont nécessaires [40].

II.2. Domaine d'application de la séparation de sources

La séparation de sources est un sujet de recherche très actif en raison de son intérêt théorique et de ses nombreuses applications pratiques. Dans la vie courante, nous pouvons citer bon nombre d'applications de séparation de sources correspondant à différents types de signaux rencontrés (signaux de paroles, signaux biomédicaux, etc.). A titre d'exemple :

- Dans le domaine de la communication [26], le problème le plus connu (en acoustique) est certainement "L'effet cocktail party". Lors d'une fête, il s'agit de séparer la parole de notre interlocuteur parmi les nombreuses voix, la musique et autres bruits de fond ;

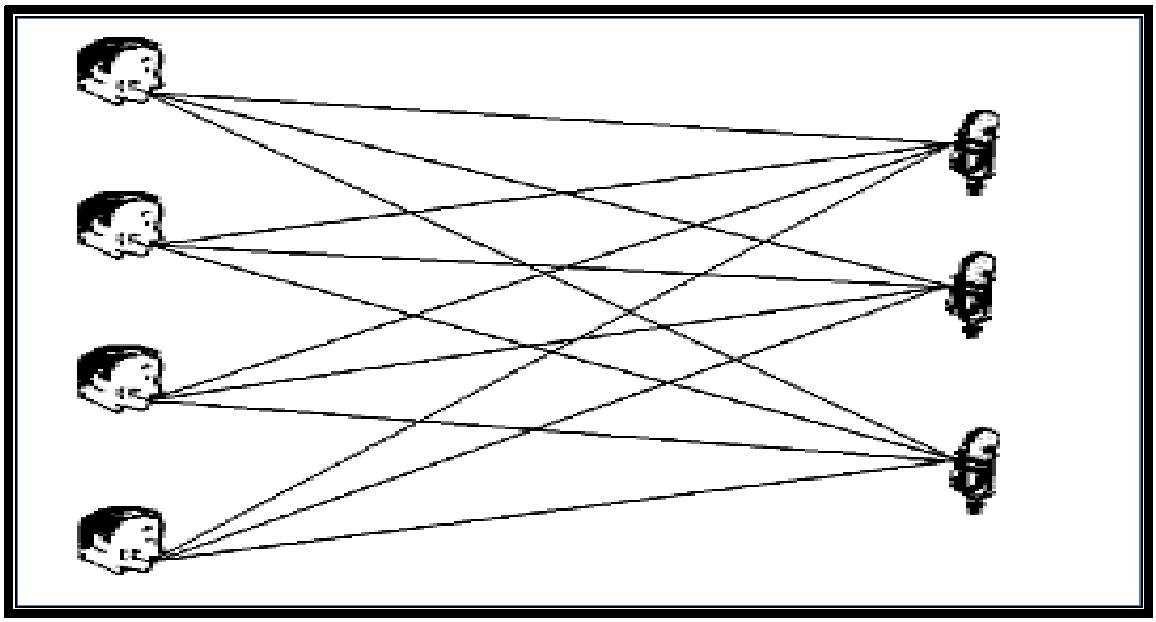


Figure II.1 : L'effet cocktail party [99].

- Dans le domaine médical, elle est utilisée pour l'extraction de l'ElectroMyoGramme (EMG), l'ElectroEncéphaloGramme (EEG) ou l'ElectroCardioGramme (ECG) [25] .Par exemple, l'extraction non-invasive des battements cardiaques du fœtus, à partir de signaux ECG enregistrés à l'aide d'électrodes placées sur le ventre de la mère est possible grâce à la séparation de sources. Les travaux consistent aujourd'hui à tenter d'extraire la forme complète de l'ECG du fœtus (le complexe PQRST) et non simplement les pics R comme c'est le cas à l'heure actuelle [28] ;

- On trouve aussi des applications en téléphonie mobile [78] où la parole de notre interlocuteur peut être issue d'un environnement bruyant (musiques, voitures qui passent dans la rue, etc...). Le signal enregistré est parfois considérablement "abimé".
  Il convient alors de séparer la source utile (parole) de la source perturbante (bruit de fond) pour parvenir ensuite à atténuer ces bruits de fond ;

- Dans le domaine de la sismologie [78], on retrouve également le problème de séparation de sources dans le sens où le signal émis par une vibration ou une explosion est inconnu et observé au travers d'un mélange reflétant des sources multiples. La séparation de sources doit permettre aux sismologues, à partir d'enregistrements et moyennant des renseignements sur la fonction de transfert du sous-sol, d'obtenir des informations sur la source et de la modéliser.

Cette liste d'applications est non exhaustive. Il y en a bien d'autres, comme en astrophysique, pour le contrôle du trafic aérien [36].

II.3. Problème de la séparation de sources

La SAS possède plusieurs degrés de difficulté, selon les caractéristiques des sources et surtout du mélange. Trois paramètres sont à prendre en considération [26]:

- Le premier paramètre : est le nombre M d'observations par rapport au nombre N de sources. intuitivement, on conçoit aisément que le cas sur- déterminé (plus d'observation que de sources ($M \geq N$) est plus simple à appréhender et donc, à résoudre que le cas sous-déterminé ($M < N$).Ce dernier cas ne peut être résolu qu'au prix d'une importante information à priori sur les sources ;

- Le deuxième paramètre : est la nature des mélanges. Le mélange le plus simple est le mélange linéaire instantané : à chaque instant, les observations sont des combinaisons linéaires des sources au même instant.

Dans la réalité, les mélanges sont souvent convolutifs : à chaque instant, les observations dépondent aussi des sources aux instants précédents ;

- Le troisième paramètre : est la nature des sources. La plupart des méthodes de la SAS reposent sur l'hypothèse que les sources sont mutuellement indépendantes, au moins à l'ordre deux, un autre aspect de la nature des sources est leur caractère stationnaire ; le cas des sources stationnaires est le plus facile à résoudre que le cas des sources non-stationnaires.

Figure II.2 : Problème de séparation de source [26].

II.4. Formulation mathématique du problème

Le problème de la séparation de sources est la recherche des sources estimées [80].

$$Y(t) = [y_1(t), \dots, y_N(t)]^T .$$

Avec :

$Y(t)$: Vecteur colonne de dimension $N \times 1$ qui regroupe les signaux sources estimées.

Si nous disposons au moins d'autant de capteurs que de sources ($M \geq N$) et si nous connaissons la structure du mélange, le problème est équivalent à l'identification de la matrice de séparation **B** ; la seule information que nous avons est l'indépendance statistique des sources $S(t) = [s_1(t), \dots, s_N(t)]^T$ par conséquent la matrice séparante **B** va être estimée de façon à rendre les composantes du vecteur Y(t) indépendantes telle que :

$$\mathbf{B} = \mathbf{P}\mathbf{D}\mathbf{A}^{\dagger} \qquad \textbf{(II.1)}$$

Où :

P : une matrice de permutation

D : est une matrice diagonale inversible

Notre estimation des sources sera alors :

$$Y = BX \qquad \textbf{(II.2)}$$

$$Y = PDS \mid Bb \qquad \textbf{(II.3)}$$

Avec :

b(t) : bruit additif.

La forme de la matrice **B** diffère suivant le type de modèle [80]: pour un mélange linéaire instantané c'est une matrice à coefficients réels, pour un mélange linéaire convolutif les coefficients sont des filtres ; pour les mélanges non linéaires la séparation se fait en deux parties : une première qui inverse la non linéarité et la suivante de séparation qui se ramène au cas linéaire.

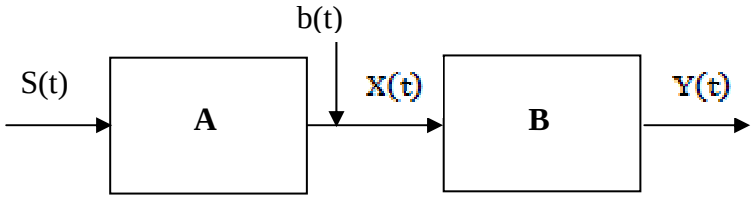


Figure II.3 : Principe de la séparation de sources.

II.5. Les sources

Une source ou un signal est en général une fonction d'une ou plusieurs variables servant de support à la transmission d'une information [60].

Il existe plusieurs types de sources telles que :

- Sources stationnaires blanches ;
- Sources stationnaires colorées ;
- Sources non stationnaires colorées ;
- Sources parcimonieuses ;
- Sources indépendantes identiquement distribuées.

II.5.1. Source stationnaire

Un signal S(t) est dit stationnaires si ses paramètres statistiques ne dépendent ni de l'origine de la mesure**,** ni de la durée dans la quelle on l'effectue [87].

Autrement dit : pas de variations brusques du domaine des amplitudes du signal.

a. Source stationnaire blanche

Le terme « blancheur » vient de l'analogie avec la lumière blanche et traduit le fait que toutes les fréquences y sont représentées avec la même puissance.

D'après la définition de la blancheur d'un signal stationnaire, sa fonction de corrélation est nulle partout sauf à l'origine où elle vaut une impulsion de Dirac [45].

b. Source stationnaire colorée

Les sources doivent être temporellement corrélées, posséder des spectres de fréquences distincts.

II.5.2. Source non stationnaire

Un signal S(t) est dit non stationnaire [87] si ses paramètres statistiques dépendent de l'origine de la mesure**,** de la durée dans la quelle on l'effectue (durée limité ou transitoire).

II.5.3. Source parcimonieuse

Un signal S(k) k = 1, . . ., K est dit parcimonieux [62] si pour presque toutes les valeurs de k on a :

$$S(k) = 0$$

En pratique, il n'est pas nécessaire d'être aussi restrictif : nous considérons comme parcimonieux un signal dont la majeure partie des points ne peuvent être distingués du bruit additif ou bien sont de très faible amplitude.

II.5.4.Sources indépendante identiquement distribuée

Les sources sont des séquences identiquement et indépendamment distribuées [58] :

$$\forall j \epsilon [1,n], p(S_j) = \prod_{t=0}^{T-1} p\left(S_j(t)\right)$$

Et :

$$\forall (t,t'), p\left(S_j(t)\right) = p\left(S_j(t')\right)$$

II.6. Les mélanges

Le mélange est la transformation et l'addition de plusieurs signaux (sources) quand ils se propagent dans un environnement [24].

Il existe deux types de mélanges selon la linéarité [80] :

- Mélange linéaire : on distingue deux sortes :

- ❖ Instantané linéaire ;
- ❖ Convolutif.

➢ Mélange non linéaire : on distingue deux sortes :

- ❖ Post non linéaire (PNL);
- ❖ Convolutif post non linéaire(CPNL).

II.6.1. Mélanges linéaires

a. Mélange linéaire instantané

Dans le cas de mélange linéaire instantanée les observations à un instant t sont une combinison linéaire des sources à l'instant t.

Le problème de la séparation de sources pour ce type de mélange peut être formulé comme suit [26] :

On suppose, qu'à l'instant t, il existe N signaux sources notés $S_j(t)$, pour j=1,…, N dont on observe M mélanges linéaires instantanés $X_i(t)$, pour i=1,…, M ; appelés signaux capteurs ou observations. Le modèle s'écrit alors sous la forme matricielle :

$$X(t) = AS(t) + b(t) \qquad t = 0, \dots, T-1 \qquad \textbf{(II.4)}$$

Où le vecteur $X(t)$ regroupe dans ses composantes les M signaux capteurs, alors que les N signaux sources $S_1(t), \dots, S_N(t)$, supposés statistiquement indépendants, sont contenus dans le vecteur $S(t)$. Les coefficients des mélanges forment une matrice notée **A** de dimension $[M \times N]$, appelée matrice de mélange. b(t) représente un bruit additif.

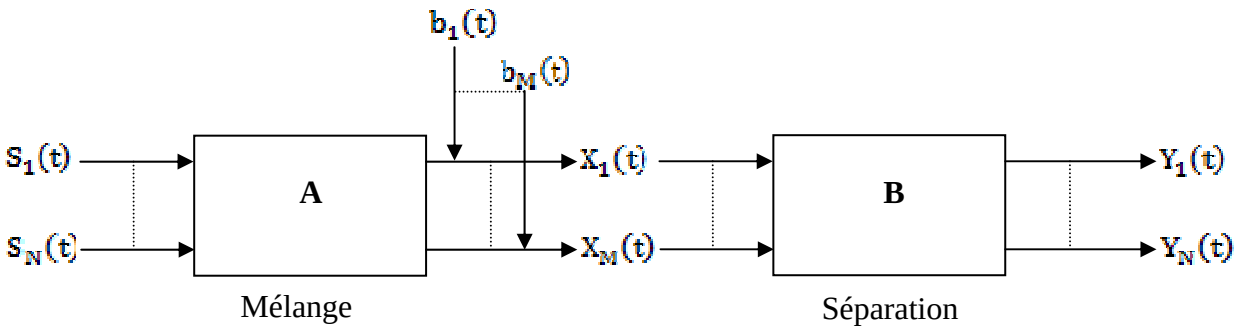


Figure II.4: Principe du mélange instantané linéaire [26].

Une identification complète de la matrice de mélange **A** est impossible. En effet , deux indéterminations importantes surgissent [26]:

- Tout d'abord ,on remarque facilement que la relation entrée-sortie est une application surjective : le même vecteur des observations $\mathbf{X}(\iota)$ peut être généré à l'aide d'une infinité de vecteurs $\mathbf{s}(\mathbf{t})$. En effet ,l'ordre des signaux est arbitraire car toute permutation appliquée sur les sources et sur les lignes de **A** correspondantes
  donne naissance au même vecteur $\mathbf{X}(\mathbf{t})$.Ce qui revient à dire que l'indice j associé à une certaine source est arbitraire .
  Les sources ne peuvent donc être déterminées qu'à une permutation près ;

- L'échange d'un facteur complexe quelconque entre un signal source et le vecteur colonne de la matrice de mélange **A** correspondant n'affecte en rien les observations.

Ceci est montré par la relation suivante :

$$\mathbf{X(t) = AS(t) + b(t) = \sum_{j=1}^{N} \frac{a_j}{\alpha_j} \alpha_j S_j(t) + b(t)} \qquad \textbf{(II.5)}$$

On dira que les sources ne peuvent donc être déterminées qu'à un facteur d'échelle et à une phase près pour les mélanges instantanés.

Certaines hypothèses doivent être prises en compte pour résoudre le problème de la SAS :

- Hypothèse 1 : les sources sont mutuellement indépendantes si l'on utilise les statistiques d'ordre supérieur ou mutuellement décorrélées si les statistiques d'ordre deux sont utilisées ;
- Hypothèse 2 :on considère que nous sommes dans le cas sur-déterminé(plus d'observations que de sources $\mathbf{M \geq N}$) . La matrice **A** est supposée de rang plein et inversible ;

- Hypothése 3 : les sources sont non gaussiennes sauf ,tout au plus une, si on utilise les statistiques d'ordre supérieur. Ou ont des spectres différents si les statistiques d'ordre deux sont utilisées.

Finalement, le principe général de la séparation de sources consiste à appliquer des transformations aux observations pour obtenir des signaux statistiquement indépendants ou décorrélés qui seront proportionnels aux signaux sources que l'on veut estimes[27].

b. Mélange linéaire convolutif

Pour les mélanges linéaires convolutifs les observations sont des mélanges linéaires de signaux issus des sources par filtrage[80]. Le modèle en temps continu est :

$$x_i(t) = \sum_{j=1}^{N} a_{ij}(t) * s_j(t) \quad i = 1, \dots, M \text{ et } j = 1, \dots, N \qquad \textbf{(II.6)}$$

Où :

$a_{ij}(t)$: est la réponse impulsionnelle de la j ème source sur le i ème capteur.

$*$: produit de convolution .

Le modèle à temps discret s'écrit :

$$X_i(z) = \sum_{j=1}^{N} [A_{ij}(z)] S_j(z) \qquad i = 1 \dots M \qquad \textbf{(II.7)}$$

Où :

$[A_{ij}(z)] = \sum_k a_{ij}(k) z^{-k}$: la fonction de transfert de la j ème source sur le i ème capteur .

$[A_{ij}(z)] S_j(z)$: Opération de filtrage :

$$[A_{ij}(z)] S_j(z) \triangleq \sum_{k=-\infty}^{+\infty} a_{ij}(k) S_j(z-k) \qquad \textbf{(II.8)}$$

Dans le cas de deux observations et de deux sources le système est représenté par :

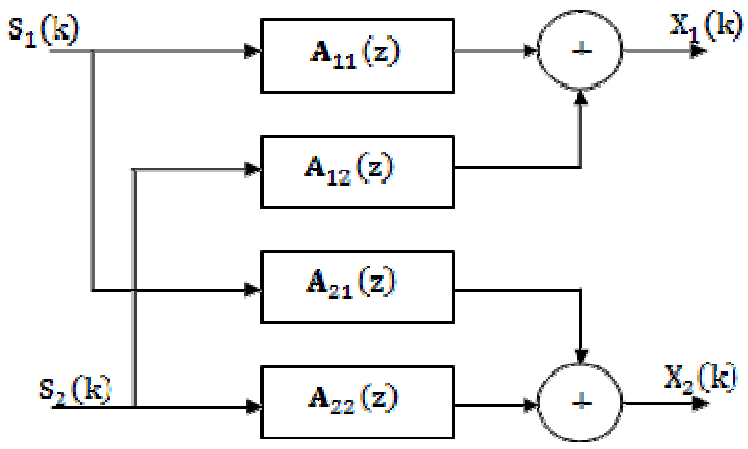


Figure II.5 : Principe du mélange convolutif instantané avec 2 sources et 2 capteurs.

On peut réécrire cette dernière équation sous forme matricielle :

$$X(n) = [A(z)]S(z) \triangleq \sum_k A(k)S(z-k) \qquad \textbf{(II.9)}$$

Où :

A(k) : matrice définie par le coefficient $a_{ij}(k)$.

Remarque

Un mélange convolutif peut être reformulé en un mélange instantané linéaire dans des bandes de fréquences étroites.

II.6.2. Mélanges non linéaires

a. Mélanges post-non linéaires (PNL)

On considère le mélange post non linéaire particulier de N sources $S_j(t)$ observées par M capteurs [80]:

$$X_i(t) = \sum_{j=1}^{n} a_{ij} S_j(t) \qquad \textbf{(II.10)}$$

$$e_i(t) = f_i(x(t)) \qquad i = 1, \ldots, n, \qquad \textbf{(II.11)}$$

Où :

fi : Fonctions non linéaires inversibles inconnues ;

a_{ij} : Coefficients réels d'une matrice de mélange instantanée **A** ;

$S_j(t)$: Sources inconnues supposées statistiquement indépendantes ;

$e_i(t)$: Mélanges post non linéaires.

Dans la suite, ces mélanges illustrés à la figure **(II.4)** seront appelés mélanges post non linéaires (PNL). Le choix de ce modèle de mélange particulier repose sur un modèle physique assez réaliste, dans lequel le canal entraîne un mélange linéaire instantané, et les capteurs et leurs instrumentations (amplificateurs, etc.) sont responsables de la distorsion non linéaire [101].

Si l'on suppose un mélange PNL, la structure de séparation doit être constituée de deux étages Figure **(II.6)**: le premier est un ensemble de n blocs non linéaires, le second est une matrice de séparation **B** pour mélanges linéaires instantanés. Les n blocs non linéaires fournissent des estimations paramétriques $g_i(\theta_i, x)$, θ_i étant le vecteur de paramètres.
Chaque fonction $g_i(\theta_i, x)$ doit compenser l'effet de la distorsion non linéaire due au modèle PNL, et ce en estimant l'inverse de $f_i(x)$.

Les mélanges PNL ont une propriété intéressante résumée par le lemme suivant [102]:

Lemme

« Soit un mélange PNL de N sources et M capteurs, si les composantes $X_i$sont non indépendantes, alors les sorties Y_i de la structure séparante sont indépendantes deux à deux si et seulement si $Y_i = \alpha_i S_{\sigma(i)} + \beta_i$.Où α_i et β_i sont des constantes réelles et $\sigma(i)$ est une permutation sur $\{1, \dots, n\}$ ».

Dans le cas où il existe au plus une source gaussienne, l'indépendance des X_i se traduit par une condition sur la matrice de mélange **A**. En effet pour retrouver les sources sans distorsion, il faut que la matrice **A** ait au moins deux éléments non nuls par ligne ou par colonne. En pratique cette condition est souvent vérifiée. Ce lemme indique que, dans un mélange PNL, on peut donc retrouver les sources inconnues sans distorsion.

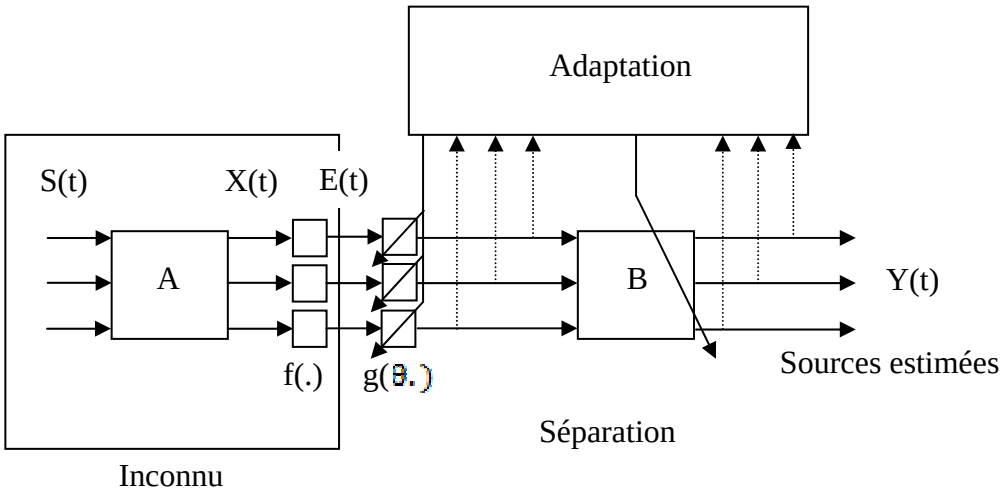


Figure II.6 : Principe du mélange non linéaire.

b. Mélanges convolutifs post non linéaires (CPNL)

Dans ce type de mélange on remplace la matrice de séparation **B** du modèle précedent par une autre matrice de sépration d' un mélange linéaire convultif[80].

Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons expliqué le principe de la séparation de sources aveugles avec les différents types de mélanges, mais nous intéresserons qu'à celui linéaire instantanée et aux sources stationnaires colorées.

Pour notre application, nous avons choisi l'algorithme SOBI (second ordre Blind identification), lequel sera développé dans le chapitre suivant.

Introduction

La séparation aveugle de sources exploitant des statistiques d'ordre deux a été largement étudiée dans la littérature, les méthodes proposées utilisent des informations supplémentaires. Dans ces algorithmes la seule information disponible dans les observations est interprétée soit par le calcul des matrices de corrélation, soit par des matrices de covariances ou par des matrices spectrales. Dans ce qui suit nous présentons une méthode de séparation de sources : ACI [41] (l'Analyse en Composantes Indépendantes) consiste à rechercher une décomposition d'un vecteur aléatoire en composantes statistiquement indépendantes suivie de son algorithme d'optimisation SOBI [16] (Second Ordre Blind Identification) basé sur la décorrelation de sources stationnaires colorées, autrement dit de sources stationnaires temporellement corrélées.

III.1. L'Analyse en Composantes Indépendantes (ACI)

III.1.1. Définitions de l'ACI

Nous ne citerons que deux définitions [1], bien qu'il en existe d'autres dans la littérature.

Définition 1 :

L'ACI d'un vecteur aléatoire réel X consiste à trouver une transformation linéaire $\mathbf{S = AX}$ telle que les composantes soient aussi indépendantes que possible au sens de maximiser une fonction $\Omega(S_1, \dots, S_N)$ qui mesure l'indépendance.

Définition 2 :

L'ACI d'un vecteur aléatoire réel X de taille m et de matrice de covariance $V_X = E\{X . X^T\}$ fini est un couple de matrices (**A**, **D**) tel que :

- La matrice de variance /covariance se factorise sous la forme : $\mathbf{V_X = AD^2A^T}$

Où :

D : Une matrice diagonale réelle positive ;

A : Une matrice de rang **N** et de taille $\mathbf{N \times M}$

- Les observations peuvent être décrites sous forme : $\mathbf{X = AS}$

Où :

S est un vecteur aléatoire de taille N dont $\mathbf{D^2}$ de covariance et dont les composantes $(S_1, S_2 \ldots, S_N)^T$ sont les plus indépendantes possibles au sens de la maximisation d'une fonction Ω mesurant l'indépendance.

La fonction Ω est dite fonction de contraste ou de coût.

III.1.2.Conditions d'identification

Le modèle ACI tel qu'il est défini précédemment, présente, en plus de la condition d'indépendance statistique des sources, les restrictions fondamentales suivantes [86] :

- Au plus une des sources peut suivre une distribution normale (gaussienne) ;
- Le rang de la matrice **A** doit correspondre au nombre de sources.

La première condition tient du fait qu'une distribution gaussienne a tous ses moments et cumulants d'ordre supérieur à deux nuls.

Dans ce cas l'indépendance est équivalente à une simple décorrélation et il ne sera pas possible de distinguer les sources gaussiennes les unes des autres .Il est toujours possible par contre d'identifier les sources indépendantes non gaussiennes si plus d'une source est gaussienne.

La seconde condition traduit le fait qu'il faut plus de données que de sources à identifier. Réciproquement si le nombre d'observations est supérieur au nombre des sources à identifier.

III.1.3. Structure de l'ACI

La structure de l'ACI est composée de trois niveaux [86] :

- La première étape consiste à blanchir le vecteur d'entrée S et de réduire sa dimension donc le transformer en une nouvelle forme :

$$X = WS \qquad \textbf{(III.1)}$$

Tel que **W** est la matrice de blanchiment.

L'objectif du blanchiment est de normaliser les statistiques du deuxième ordre ;

- La deuxième étape est de faire la séparation via la matrice de séparation **B** :

$$Y = \mathbf{B}^{T}X \qquad \textbf{(III.2)}$$

Les éléments de Y sont les composantes indépendantes extraites .Il y a plusieurs algorithmes actuellement disponibles pour trouver **B** et Y ;

- La troisième étape est d'estimer les vecteurs de base de l'ACI.

III.1.4. La séparation de signaux par l'ACI

Supposons qu'il existe un nombre N de sources indépendantes telles que la représentation matricielle est donnée par [1] :

$$S(t) = [S_1(t), \dots, S_N(t)]^T \qquad \textbf{(III.3)}$$

Et un mélange de N sources de signaux observés

$$X(t) = [X_1(t), \dots, X_M(t)]^T \qquad \textbf{(III.4)}$$

La méthode linéaire de séparation de signaux suppose que ces mélanges sont instantanés linéaires, et non bruités :

$$X(t) = \mathbf{A}S(t) \qquad \textbf{(III.5)}$$

Où ;

A : Une matrice de N×M coefficients de mélange.

L'ACI classique doit trouver la matrice **A** et les signaux de sortie $S_i(t)$ tel que :

$$\ddot{S}(t) = \mathbf{B}X(t) = \mathbf{B}\,\mathbf{A}\,S(t) = \mathbf{P}\,\mathbf{D}\,S(t) \qquad \textbf{(III.6)}$$

Or, pour avoir les signaux de sources il faut que:

$$\mathbf{B} = \mathbf{A}^{-1} \qquad \textbf{(III.7)}$$

Avec :

$\mathbf{P} \in \mathbb{R}^{N\times N}$ est une permutation ;

$\mathbf{D} \in \mathbb{R}^{N\times N}$ est une matrice diagonale de graduation.

III.1.5. Les algorithmes d'ICA

Il existe un nombre d'algorithmes d'estimation du modèle ACI. Ces différentes versions varient selon la fonction de contraste choisie et le schéma adopté pour son optimisation. En effet un algorithme peut toujours se partager en deux entités : Fonction de contraste d'une part et l'algorithme d'optimisation d''autre part [86].

La performance de ces algorithmes diffère par leur stabilité, leur vitesse de convergence et leur besoin en mémoire. Citons parmi les plus connus l'algorithme de Jutten et Hérault, l'algorithme JADE de Cardoso, et l'algorithme SOBI de Belouchrani.

C'est ce dernier dont nous avons choisi de faire l'étude exhaustive par la suite.

III.2. Identification aveugle de second ordre (SOBI)

III.2.1. Statistiques utilisées

Les signaux sources sont supposés stationnaires au second ordre, de moyenne nulle, de puissance finie et mutuellement décorrélés. On note $\rho_i(\tau)$ la suite des coefficients de covariance du processus $s_i(t)$ [21]:

$$E[s_i(t)s_j^*(t)] = \rho_i(t-t')\delta_{ij} \qquad \forall\, t,t' \qquad \textbf{(III.8)}$$

Où δ_{ij} désigne le symbole de Kronecker défini par :

$$\begin{cases}\delta(t) = 1 & \text{si } t = 0\\ \delta(t) = 0 & \text{si } t \neq 0\end{cases}$$

Le bruit additif b(t) est modélisé par un processus aléatoire complexe stationnaire, temporellement blanc, de moyenne nulle et de matrice de covariance $\mathbf{R_{BB}}$

$$E[b(t+t')b^*(t)] = \delta_{t'}R_{BB} \qquad \textbf{(III.9)}$$

Ce bruit additif est supposé décorrélé des signaux sources.

Sous ces hypothèses, la matrice d'intercovariance des observations à la structure suivante [2] :

$$R_{XX}(0) = E[X(t)X^*(t)] = \mathbf{A}R_{SS}(0)\mathbf{A}^{\mathbf{H}} + R_{BB} \qquad \textbf{(III.10)}$$

$$R_{XX}(\tau) = E[X(t+\tau)X^{*}(t)] = AR_{SS}(\tau)A^{H} \quad , \quad \tau \neq 0 \qquad \textbf{(III.11)}$$

Où :

$R_{SS}(\tau) \triangleq E[s(t+\tau)s^{*}(t)]$: La matrice d'intercovariance des signaux sources, diagonale grâce à la relation **(III.8)**, ayant pour éléments diagonaux les $\rho_i(\tau)$ pour $1 \leq i \leq N$.

Dans ce qui suit, nous exposons le principe de SOBI, méthode de résolution du problème de l'identification aveugle, utilisant uniquement les matrices d'intercovariance $R_{XX}(\tau)$ des observations.

III.2.2. Principe du Blanchiment

Pour résoudre le problème d'identification aveugle, SOBI recourt à une étape de blanchiment qui permet de normaliser le problème [2], [21]. Cette étape consiste à blanchir la partie signal $S(t)$ des observations .Ceci est réalisé en appliquant une matrice **W** de dimension $N \times M$ au processus $S(t)$ tel que le nouveau processus obtenu $Ws(t)$ soit spatialement décorrélé, c'est à dire d'intercovariance unité. Une telle matrice **W** est appelée matrice de blanchiment.

La condition de blanchiment est alors :

$$I_d = E\left[\left(W_S(t)\right)\left(W_S(t)\right)^{*}\right] = WR_{SS}W = WAA^{H}W^{H} \qquad \textbf{(III.12)}$$

L'équation **(III.12)** montre que si W est une matrice de blanchiment alors **WA** est une matrice unitaire de dimension $N \times N$. Il résulte que pour toute matrice de blanchiment **W**, il existe une matrice **U** de dimension $N \times N$ telle que :

$$\mathbf{WA=U} \text{ ou } \mathbf{A= W^{\dagger}U} \qquad \textbf{(III.13)}$$

L'intérêt majeur de la procédure de blanchiment consiste à réduire la détermination de la matrice de mélange **A** qui est de dimension $M \times N$ à celle d'une matrice **U** unitaire de dimension $N \times N$. Le processus blanchi spatialement noté : $\underline{x}(t) = Wx(t)$ obéit encore au modèle linéaire précédent

$$\underline{x}(t) \triangleq Wx(t) = Us(t) + Wb(t) \qquad \textbf{(III.14)}$$

La partie signal du processus blanchi est maintenant un mélange unitaire des signaux source. Il est à noter qu'en plus du blanchiment de la partie signal des observations, la multiplication par la matrice **W** réduit la dimension du vecteur capteur à **N**.

D'après l'équation **(III.12)**, la détermination de la matrice de blanchiment **W** nécessite la connaissance de la matrice d'autocovariance $\mathbf{R_{SS}}$: la matrice **W** sera déterminée à partir d'une décomposition en valeurs singulières de $\mathbf{R_{SS}}$. Cependant, $\mathbf{R_{SS}}$ peut être estimée à partir de l'autocovariance des observations $\mathbf{R_{XX} = R_{SS} + R_{BB}}$ si on connaît le bruit. Dans notre cas la covariance du bruit est considérée de la forme $\mathbf{R_{BB}} = \sigma^2 \mathrm{I}_m$.

D'abord, on estime $\mathbf{R_{XX}(0)}$ à partir de T échantillons.

$$\hat{\mathbf{R}}_{XX}(0) = \frac{1}{T}\sum_{n=1}^{T} X(n)\,X^{*}(n) = \frac{1}{TXX^{H}} \qquad \textbf{(III.15)}$$

Ensuite celle-ci est diagonalisée :

$$\hat{\mathbf{R}}_{XX}(0) = \mathbf{E}\Lambda\mathbf{E}^{\mathbf{H}} \qquad \textbf{(III.16)}$$

Où :

$\mathbf{E} = [e_1, \dots, e_M]$ et $\Lambda = [\lambda_1, \dots \lambda_M]$.

Avec :

E : vecteurs propres ;

Λ : valeurs propres ;

$\lambda_i \geq \lambda_j$ Pour i<j.

Si l'on suppose que le nombre de sources N est connu ainsi que la puissance σ^2 ; une matrice de blanchiment est alors estimée par :

$$\hat{\mathbf{W}} = \mathbf{diag}\left[(\lambda_1 - \sigma^2)^{-\frac{1}{2}}, \dots, (\lambda_N - \sigma^2)^{-\frac{1}{2}}\right][\mathbf{e_1}, \dots \mathbf{e_N}]^{\mathbf{H}} \qquad \textbf{(III.17)}$$

Avec :

σ^2 : La puissance de bruit b(t).

III.2.3. Principe d'identification aveugle par SOBI

Soit les matrices d'intercovariance blanchies $\underline{R}(\tau)$ définies par [2], [21] :

$$\forall \tau \neq 0 \qquad \underline{R}(\tau) = \mathbf{W}\mathbf{R}(\tau)\mathbf{W}^{\mathbf{H}} \tag{III.18}$$

Ces matrices complexes de dimension $\mathbf{N} \times \mathbf{N}$ ne sont que des matrices d'intercovariance du processus blanchi spatialement :

$$\underline{X}(t) = \mathbf{W}\mathbf{X}(t)$$

A partir des équations **(III.11)** et **(III.13)**, on obtient la relation suivante :

$$\forall \tau \neq 0 \ \underline{R}(\tau) = \mathbf{U}\mathbf{R}_{ss}(\tau)\mathbf{U}^{\mathbf{H}} \tag{III.19}$$

Comme **U** est une matrice unitaire et $\mathbf{R}_{ss}(\tau)$ une diagonale, la relation **(III.19)** signifie que les matrices d'intercovariance blanchies se diagonalisent sous la même transformation unitaire.

Un principe simple d'identification aveugle consiste alors en une diagonalisation conjointe des matrices d'intercovariance blanchies.

Rappelons que si les valeurs propres d'une matrice sont uniques, il n'en est pas de même pour ses vecteurs propres. Pour des valeurs propres distinctes, les vecteurs propres normés sont déterminés à une phase et permutation près. Comme les vecteurs propres des matrices d'intercovariance blanchies sont les colonnes de la matrice **U**, on retrouve les mêmes indéterminations que le problème d'identification aveugle énoncé plus haut.

La diagonalisation d'une seule matrice $\mathbf{R}(\tau)$ résout le problème si ses valeurs propres sont distinctes : les vraies indéterminations apparaissent dans le cas de valeurs propres multiples. Il n'est pas possible de déterminer un retard τ pour lequel les valeurs propres de $\mathbf{R}(\tau)$ soient distinctes. Même si la dégénérescence est peu probable dans le cas de sources de spectres de formes différentes, la robustesse de la méthode est sérieusement affectée quand les valeurs propres se rapprochent de la dégénérescence.

L'intérêt de la diagonalisation simultanée de plusieurs matrices est de réduire les indéterminations possibles de la diagonalisation et de produire une estimation plus robuste de la matrice **U**.

En considérant la diagonalisation simultanée d'un ensemble $\{R(\tau_i)/i = 1 \dots \dots k\}$ de k matrices de d'intercovariance blanchies, la situation devient plus intéressante.

Ces matrices, sont simultanément diagonalisées par **U** comme il est montré par la relation **(III.19)**. La rotation manquante est déterminée en diagonalisant conjointement un ensemble de matrices d'intercovariance blanchies dans une même base **U**. la condition sur la détermination de la matrice U est donnée par le lemme suivant [2] :

Lemme :

« Supposons qu'il existe une matrice unitaire $U = [u_1, \dots, u_N]$ *qui diagonalise simultanément k matrices* $M_K, K = 1, \dots, k$ *de dimension* $N \times N$ *;* $U^H M_k U = U^H M_k U diag[c_1(k), \dots . c_N(k)]$ *pour tout k, la matrice unitaire U sera unique à une permutation et une phase près de ses colonnes si et seulement si :* $\forall i \neq j \; \exists k \; c_i(k) \neq c_j(k)$ *»*

Cela veut dire que la matrice U est unique à une permutation et une phase près de ses colonnes si et seulement si pour toute paire (i, j) de sources, il existe au moins un retard τ_i dans $(\tau_1 \dots . \tau_K)$ tel que $\rho_i(\tau_i) \neq \rho_j(\tau_j)$. Il est clair que des sources, ayant des spectres normalisés identiques, ne peuvent être séparées.

III.2.4. Diagonalisation conjointe approchée

En pratique, on ne dispose que de statistique empirique aussi bien pour l'estimation du blanchisseur que pour l'estimation des matrices d'intercovariance. Une diagonalisation conjointe exacte n'est en général pas possible à cause des erreurs d'estimation. Il faut donc utiliser une diagonalisation conjointe approchée [2], [21]. Pour cela, remarquons que diagonaliser une matrice normale **M** $(N \times N)$ est équivalent à trouver une base orthonormée $\mathbf{V} = \{V_i/i = 1, N\}$ telle que, dans cette base, la somme de modules carrée des termes non-diagonaux soit minimale. La norme d'une matrice étant constante sous transformation unitaire, ceci revient à trouver la base V minimisant le critère :

$$C(\mathbf{M}, \mathbf{V}) \stackrel{def}{=} -\sum_i |V_i^* \mathbf{M} V_i|^2 \qquad \textbf{(III.20)}$$

Sur l'ensemble des matrices unitaires $\mathbf{V} = [V_1, \dots, V_N]$.

Pour un ensemble de matrices, on étend naturellement ce critère en définissant la diagonalisation conjointe approchée d'une famille $\mathbf{M} = \{M_K / K = 1, \dots, k\}$ de k matrices normales comme la minimisation du critère :

$$C(V) \stackrel{def}{=} \sum_k C(M_K, V) = -\sum_{k,i} |V_i^* M_K V_i|^2 \qquad \textbf{(III.21)}$$

Sous les mêmes contraintes unitaires.

Par cette définition de la diagonalisation conjointe, on n'exige pas que les matrices $\mathbf{M_K}$ soient exactement diagonalisables par une même matrice unitaire, ni que ces matrices soient individuellement diagonalisables sous transformation unitaire. En effet, on ne cherche pas à annuler les termes non-diagonaux des matrices $\mathbf{M_K}$ sous transformation unitaire mais seulement à minimiser la somme de leurs modules carrés. Lorsque les matrices $\mathbf{M_K}$ ne sont pas diagonalisables sous la même transformation unitaire, elles ne sont alors qu'approximativement diagonalisées conjointement. Ainsi, une telle diagonalisation approchée définit une sorte de « décomposition propre moyenne ».ceci est particulièrement commode lorsqu'on minimise le critère **(III.21)** appliqué aux estimées des matrices de covariance qui, à cause des erreurs d'estimation, ne sont pas exactement diagonalisables.

Ainsi, on peut dire que, plutôt que de diagonaliser exactement une seule matrice de covariance, la diagonalisation conjointe approchée permet d'intégrer l'information contenue dans un ensemble de matrice d'intercovariance dans une seule matrice unitaire.

III.3.Résumé de l'algorithme SOBI

Voici le résumé de l'algorithme SOBI, décrit plus haut, étape par étape suivi par l'organigramme :

1. Estimation du blanchisseur par :

$$\tilde{\mathbf{W}} = diag\left[(\lambda_1 - \sigma^2)^{-\frac{1}{2}}, \dots, (\lambda_N - \sigma^2)^{-\frac{1}{2}}\right][e_1, \dots e_N]^H$$

Où :

λ_i : est la valeur propre *i* de $\tilde{\mathbf{R}}(0)$;

e_i : sont des vecteurs propres associés.

Avec :

$\lambda_1 \geq \cdots \geq \lambda_N$ et σ^2 la puissance du bruit b(t).

2. Blanchiment des données :

$$\underline{\ddot{\mathbf{X}}}(\mathbf{n}) = \ddot{\mathbf{W}}\mathrm{X}(\mathrm{n}) \qquad n = 1, \dots, N$$

3. Estimation de K matrices d'intercovariance $\hat{\mathbf{R}}(\tau_k)$ de $\underline{\hat{\mathbf{X}}}(\mathrm{n})$ à différents retards τ_k

   $k = 1, \dots, K;$

4. Diagonalisation conjointe approchée des matrices d'intercovariance dans une base $\hat{\mathbf{U}}$

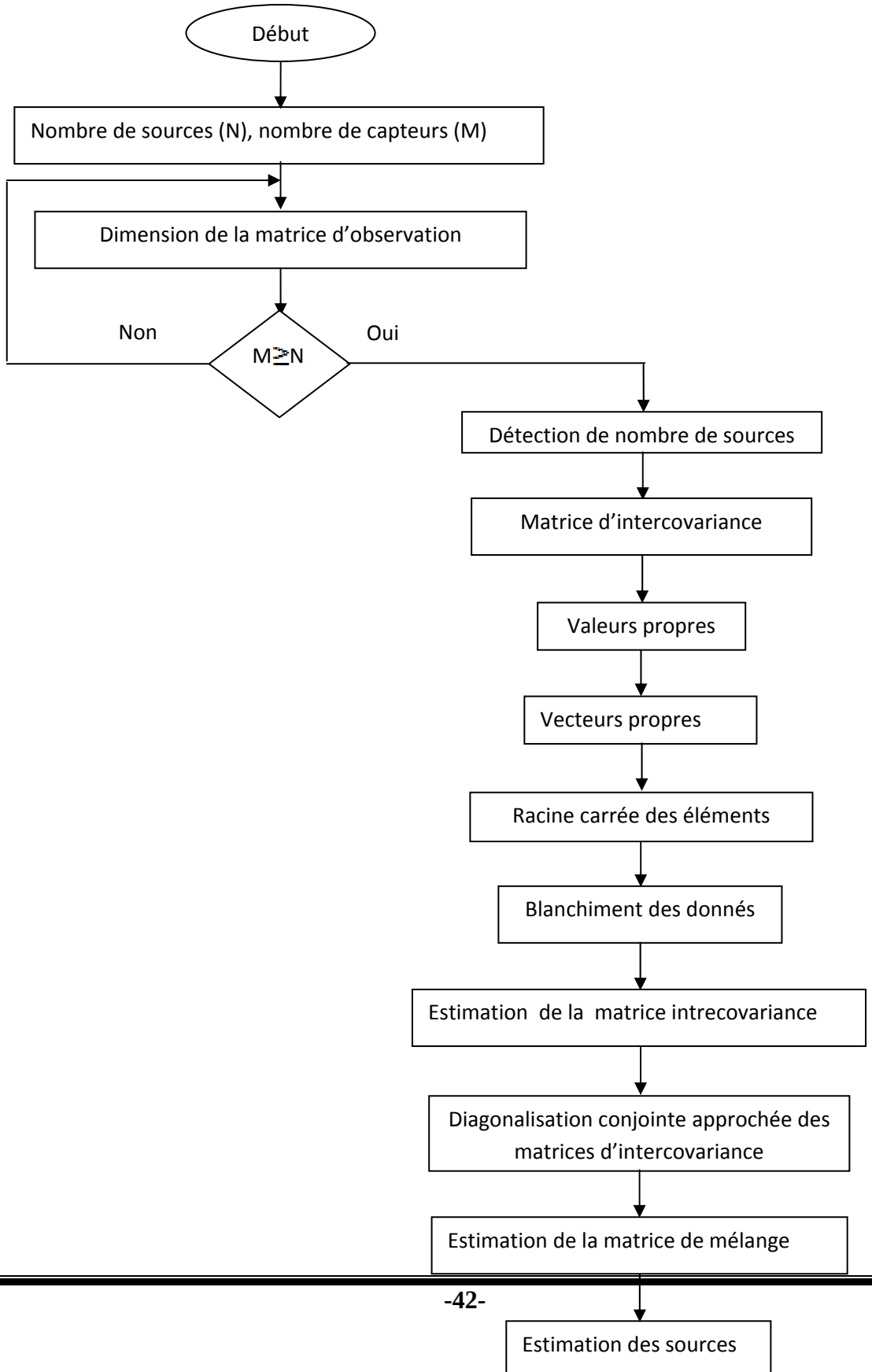
   $\hat{\mathbf{U}} = [\hat{u}_1, \dots, \hat{u}_N]$;

5. Estimation de la matrice de mélange par :

$$\hat{\mathbf{A}} = \hat{\mathbf{W}}^{\dagger}\hat{\mathbf{U}}$$

6. Estimation des signaux sources par :

$$\ddot{\mathrm{S}}(\mathbf{t}) = \ddot{\mathbf{A}}^{*}\,\ddot{\mathbf{R}}_{\mathbf{xx}}(\mathbf{0})^{-\mathbf{1}}\mathrm{X}(\mathrm{t})$$


Début
Nombre de sources (N), nombre de capteurs (M)
Dimension de la matrice d'observation
Non
M≥N
Oui
Détection de nombre de sources
Matrice d'intercovariance
Valeurs propres
Vecteurs propres
Racine carrée des éléments
Blanchiment des donnés
Estimation de la matrice intrecovariance
Diagonalisation conjointe approchée des matrices d'intercovariance
Estimation de la matrice de mélange
Estimation des sources

Conclusion

L'ACI est une méthode qui traite les observations vectorielles afin d'en extraire des composantes linéaires pour qu'elles soient aussi indépendantes que possible, son algorithme SOBI, est une technique d'identification aveugle d'un ensemble de signaux qui forme un mélange instantané linéaire. Il estime ces sources sans aucune information sur elles ; se basant uniquement sur les statistiques d'ordre deux, ce qui le rend extrêmement intéressante du point de vue calcul numérique.

Pour l'appliquer, nous allons tenter d'extraire l'ECG du fœtus à partir d'un enregistrement sur huit capteurs de l'ECG de la mère. Les résultats des tests effectués seront exposés dans le chapitre suivant.

Introduction

L'extraction non-invasive de l'ECG du fœtus à partir d'un ensemble de signaux ECG recueillis sur la mère est l'un des problèmes cliniques posés en maternité. Durant la grossesse, il est important de pouvoir lire l'ECG fœtal (ECGF) pendant la période intra-utérine afin de collecter le maximum d'informations susceptibles de révéler d'éventuelles malformations ou problèmes cardiaques. Une telle lecture serait également importante lors du monitorage du fœtus durant la phase de travail précédent l'accouchement.

Dans ce qui suit, nous travaillerons sur des signaux simulés puis sur un enregistrement ECG provenant de huit capteurs en appliquant l'algorithme SOBI afin d'extraire l'ECG du fœtus. Nous mettrons en avant les différents problèmes rencontrés lors du traitement de ces signaux et nous exposerons les résultats avec des signaux simulés suivis des signaux réels.

.

IV.1.De la séparation de sources à l'ECG du fœtus

Les premiers travaux ayant abordé cette question remontent aux années 60 étaient sur la réduction des bruits affectant le signal [69], puis à la détection de l'activité cardiaque du fœtus [23], [44]. L'extraction proprement dite de l'ECGF à partir d'un mélange contenant l'ECG maternel (ECGM) et (ECGF), n'a été envisagée que plus tard avec l'apparition du filtrage adaptatif séquentiel [53], et continue à ce jour de faire l'objet de nombreux travaux de recherche [108].

Ce problème a été considéré sous l'angle "séparation de source" pour la première fois par L. De Lathauwer et al [47], s'appuyant sur les travaux de R.Plonsey [47] et ceux d'Oostendorp [95]. Dans la formulation du problème, les auteurs supposent que :

- les signaux ECGF sont statistiquement indépendants des signaux de la mère ;
- le transfert entre les sources de courant dans le corps et la surface cutanée est assimilé à un transfert linéaire résistif [91];
- la rapidité de propagation des signaux électriques dans les tissus humains permet de considérer le caractère instantané de la propagation ;
- la faible amplitude des signaux ECGF implique que d'autres signaux biologiques (les contractions du diaphragme et de l'utérus, l'activité musculaire, etc.) ne peuvent pas être négligés.

- De plus, de nombreux bruits parasites tels que le bruit thermique des appareils de mesure, les interférences générées par le réseau électrique et le bruit dû au contact des électrodes sur la peau, viennent perturber l'acquisition des données.

En tenant compte de ces hypothèses, le problème a été formulé dans [95] comme un problème de séparation de sources à partir de leur mélange linéaire instantané auquel s'ajoute un bruit additif.

Des tests ont été effectués sur des enregistrements recueillis par des électrodes placées sur la région abdominale et sur la cage thoracique de la mère de façon à être éloignées du fœtus.

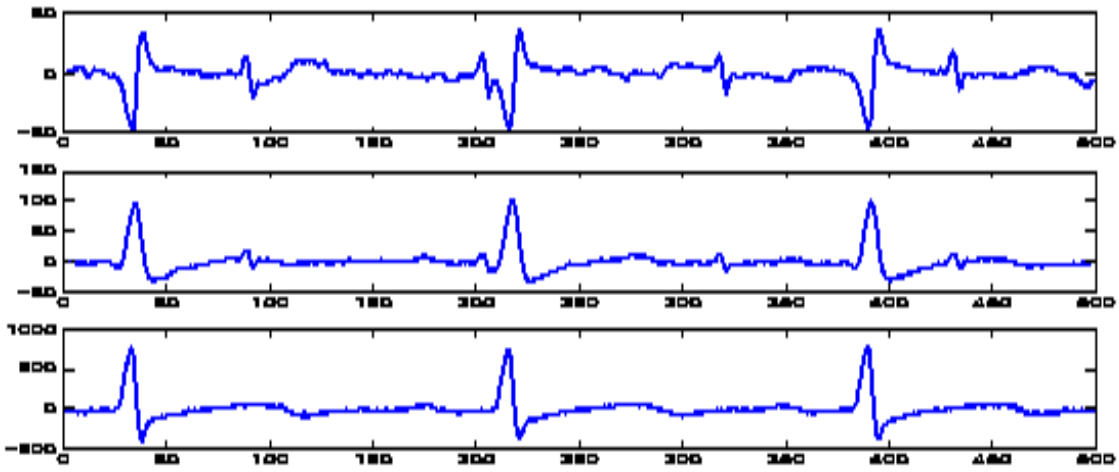


Figure IV.1 : Mesures non invasives de l'ECG de la mère [80].

La figure IV.1 indique trois exemples parmi ces enregistrements :

Ces signaux représentent uniquement une partie des relevés disponibles. En général, nous disposons de cinq à huit relevés. Les deux premiers signaux sont des enregistrements abdominaux et le troisième est un enregistrement thoracique sur lequel on voit quasi exclusivement l'ECG de la mère (ECGM). En revanche, sur les deux premiers, on retrouve une contribution de la mère comme dans le dernier enregistrement mais avec une amplitude moindre, et à un rythme environ deux fois plus élevé c'est ceux de l'ECG du fœtus (ECGF).

Lors du traitement de tels signaux, nous nous heurtons à plusieurs problèmes ; l'ECG du fœtus est de très faible amplitude (environ un dixième de celle de l'ECG de la mère) en raison des différentes atténuations dues aux tissus musculaires. L'ECGF est parfois de l'ordre de grandeur du bruit.

Par conséquent la représentation de l'ECG se fait à l'aide de trois signaux linéairement indépendants :

- ECG de la mère ;
- ECG de fœtus ;
- Bruits.

IV.2. Application de l'algorithme SOBI

IV.2.1. Test sur des signaux simulés

Partant d'un ECG sans anomalies recueilli sur la base internationale MIT BIH Arrhythmia database, nous avons construit un mélange linéaire instantané sans bruits

(voir figure IV.2) auquel nous appliquons l'algorithme SOBI pour extraire le signal représentant des battements de faible amplitude et de plus grande occurrence. Un tel signal simule l'ECG du fœtus.

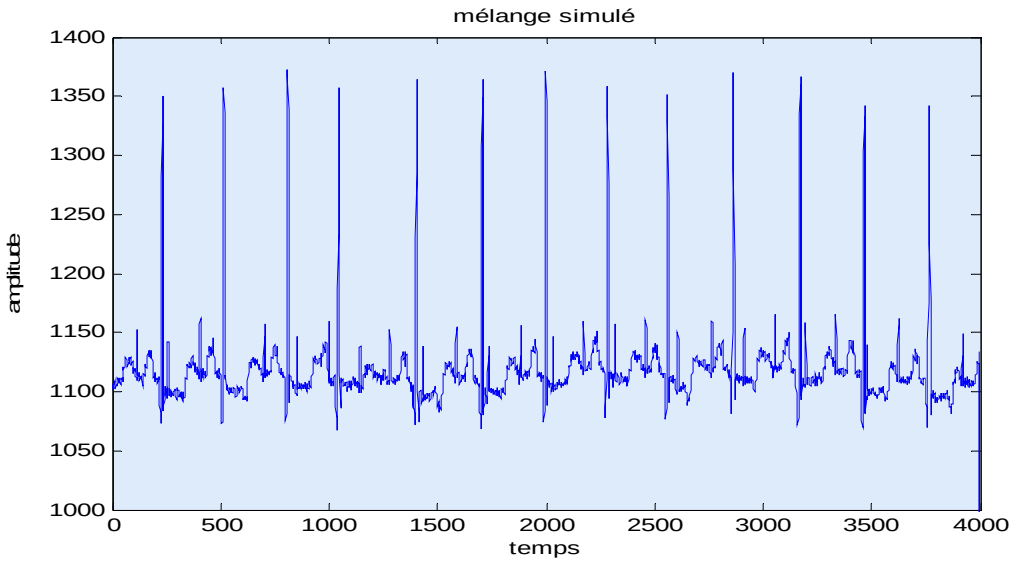


Figure IV.2 : Mélange simulé.

a. Résultats de la séparation

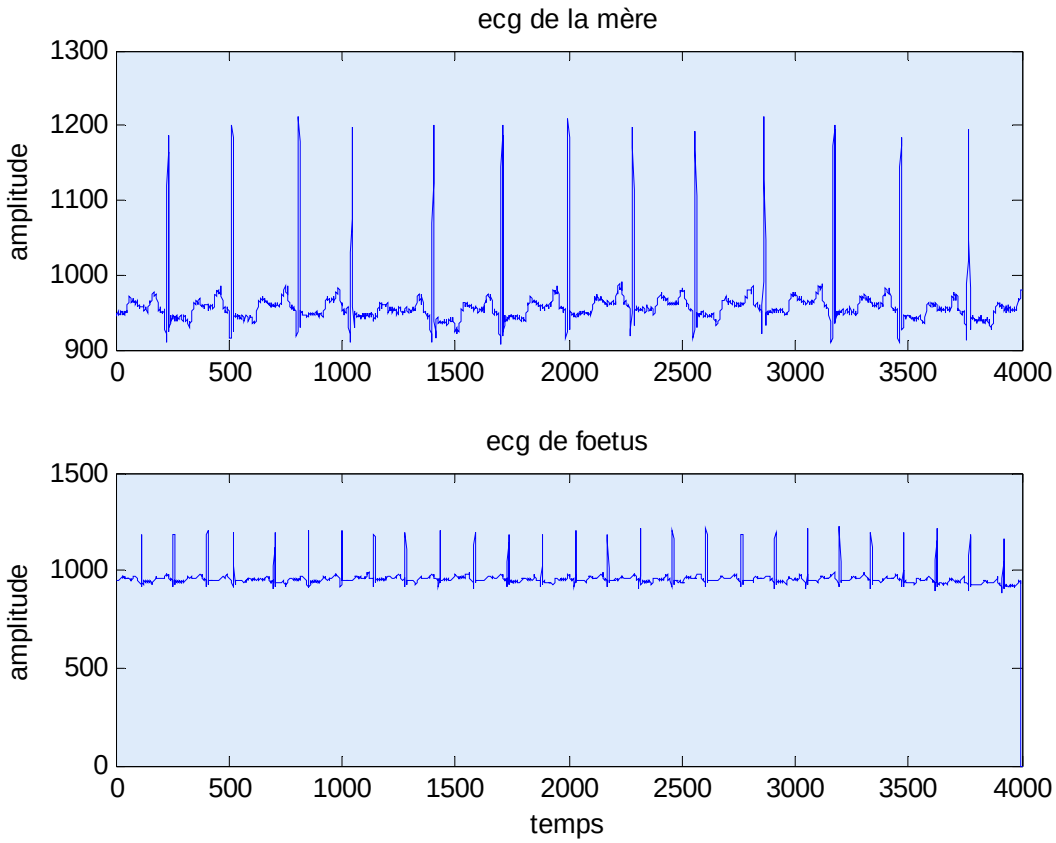


Figure IV.3 : Signaux séparés.

b. Observations

La séparation est bien effectuée, nous distinguons deux signaux différents :

a. Un premier signal dont l'amplitude est élevée et une fréquence basse, correspondant à l'ECGM ;

b. Un deuxième signal dont l'amplitude est faible et une fréquence environ deux fois plus rapide que celle de l'ECGM, représentant l'ECGF ;

IV.2.2. Test sur des signaux réels de De Lathauwer

Des données ont été enregistrées par le Dr De Lathauwer et al , elles ont été obtenues par des mesures thoraciques et des mesures abdominales. Ces enregistrements sont représentés figure VI.4.

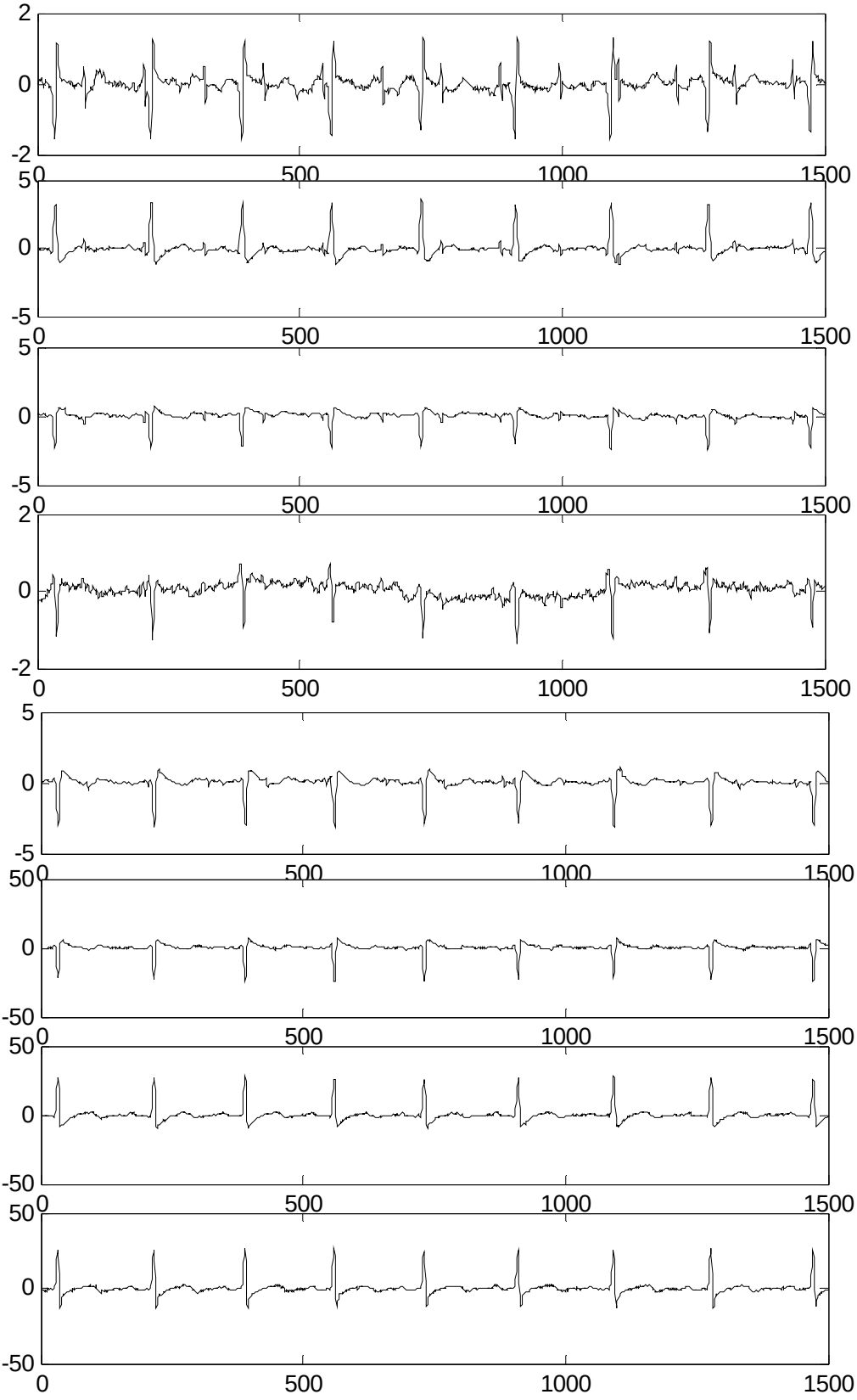


Figure VI.4 : Enregistrements réels de l'ECG obtenus par De Lathauwer [80].

Les cinq premiers signaux de la figure (VI.4) sont des relevés abdominaux qui comportent principalement l'ECG de la mère et une partie de l'ECG du fœtus à un rythme deux fois plus élevé. Les trois derniers sont des relevés thoraciques dans lequel l'ECG de la mère est très prépondérant.

Nous appliquons l'algorithme SOBI au signal réel.

a. Résultats de la séparation

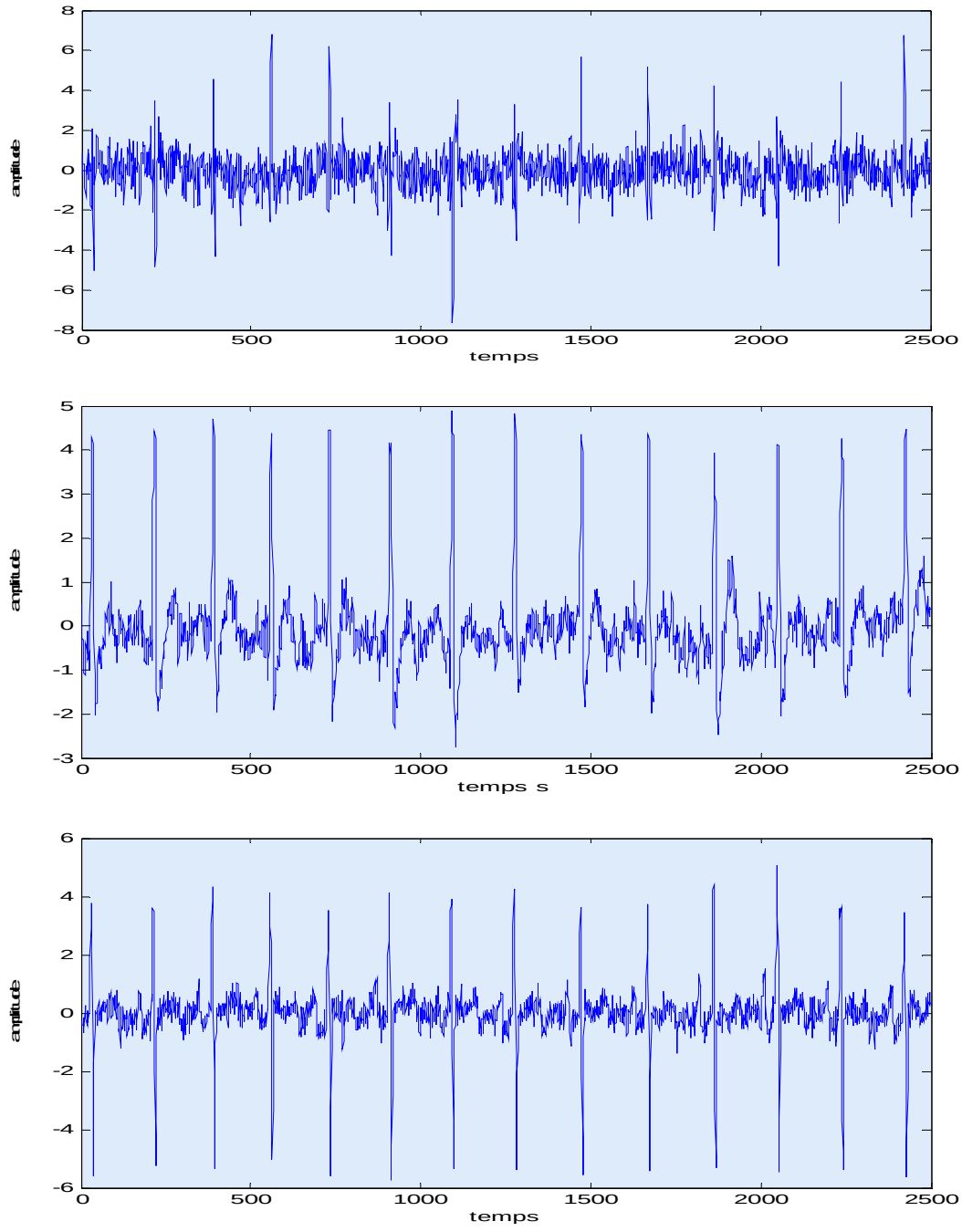


Figure IV.5 : ECG de la mère.

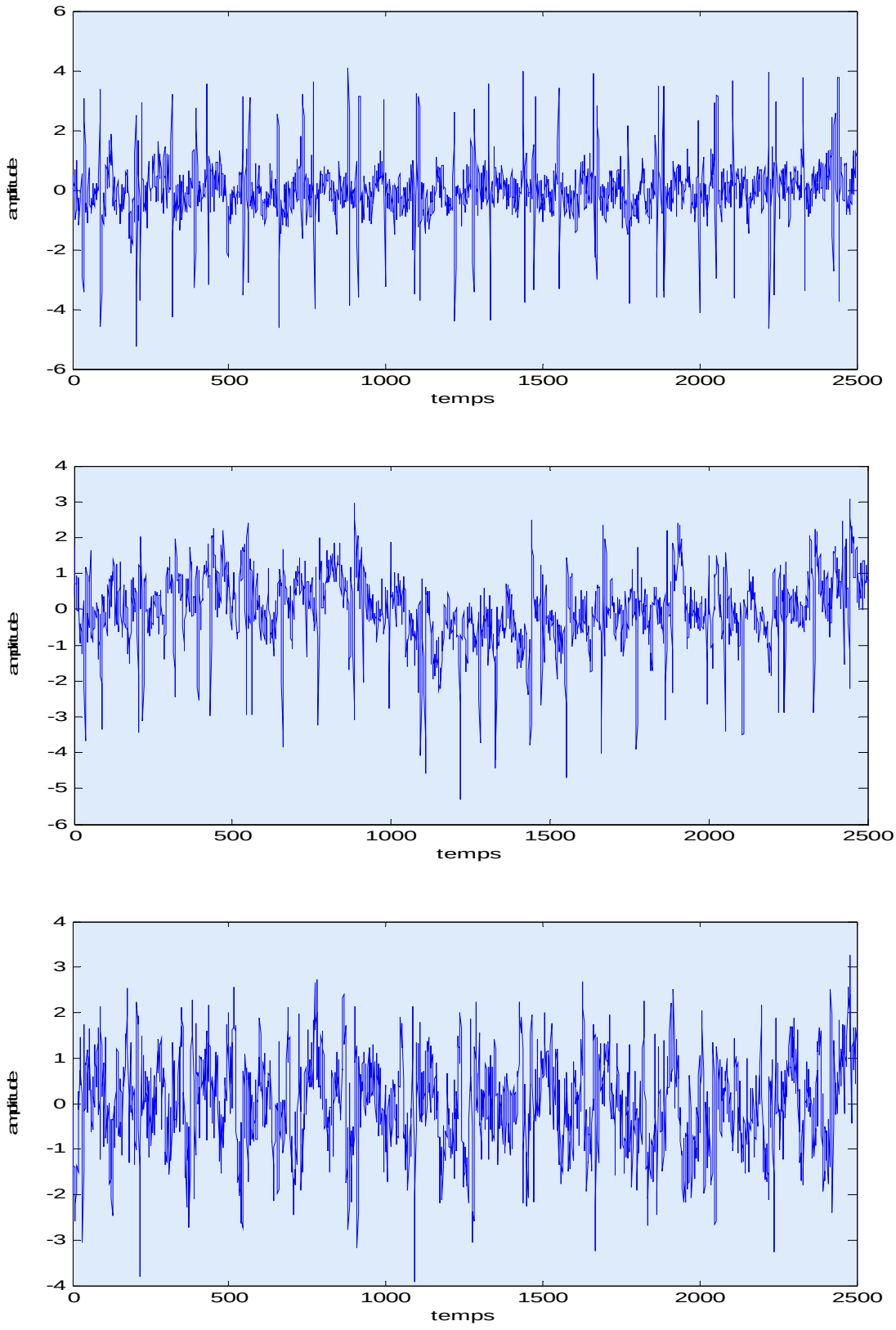


Figure IV.6 : ECG du fœtus.

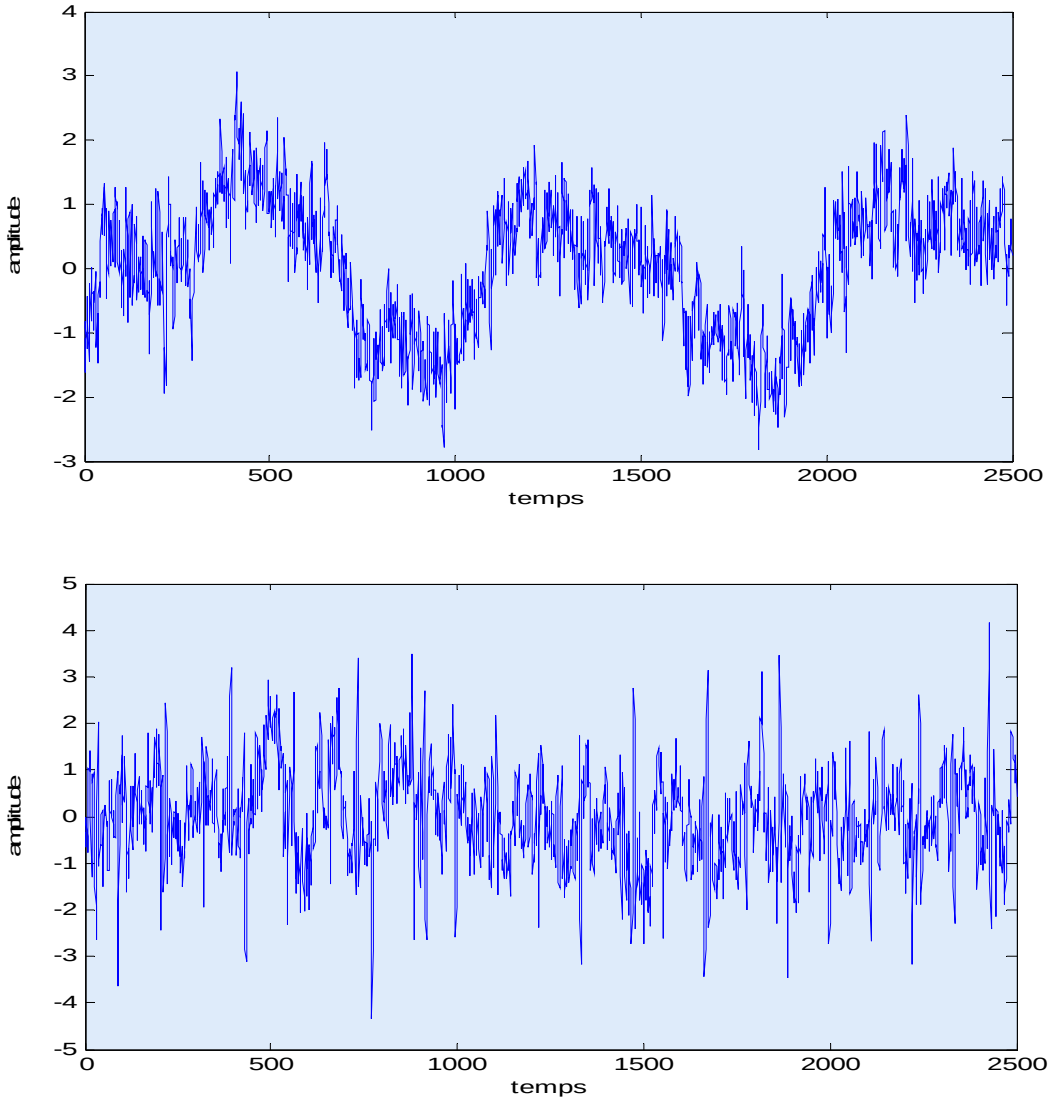


Figure IV.7 : Signal bruit

b. Commentaires

Les figures ci-dessus montrent les résultats de la séparation du mélange des trois signaux de l'ECG. Ainsi, l'attribution à la mère ou au fœtus, des sources séparées se fait sur le critère du rythme : les sources ayant le rythme le plus faible sont attribuées à la mère, les autres (celles qui ont un rythme plus élevé) au fœtus. Dans ces conditions, la séparation est bien effectuée : l'algorithme SOBI permet effectivement de séparer les signaux issus de la mère et ceux du fœtus.

L'analyse des figures nous permet d'obtenir huit signaux (par défaut SOBI considère le nombre de sources égal au nombre de capteurs) qui forment trois ensembles de signaux :

- signaux provenant du fœtus ;
- signaux provenant de la mère ;

- bruits

Nous remarquons que :

A. Les signaux de la figure (IV.5) forment les battements du cœur de la mère (pics précis à intervalles réguliers plus précisément dans le deuxième) ;
B. Les signaux de la figure (IV.6) représentent les battements du cœur du fœtus à une fréquence plus élevée et amplitude moindre que ceux de la mère avec une diminution du bruit surtout dans la première ;
C. Les signaux de la figure (IV.7) indiquent la composante bruit du signal.
D.

D'après ces résultats, nous pouvons uniquement affirmer que nous sommes capables de retrouver le rythme cardiaque du fœtus, on peut voir une allure d'ECG typique se dessiner avec les différentes ondes. SOBI nous permet de diminuer les oscillations parasites dans les signaux et ceux de la mère sont relativement bien séparés,

Conclusion

Le problème de l'extraction de l'ECGF à partir de signaux issus de capteurs cutanés placés sur l'abdomen et la cage thoracique de la mère est un problème difficile en traitement du signal. Abordé de façon classique, il ne donne pas de bons résultats.

La formulation de cette extraction comme un problème de séparation de sources à partir des prélèvements d'un ECG réel par De Lathauwer a permis d'obtenir des résultats prometteurs avec l'algorithme SOBI.

A la vue de l'ensemble des résultats de l'application, nous pouvons dire que l'algorithme SOBI permet d'améliorer la qualité de la séparation, notamment le point principal qui est la réduction du bruit.

Conclusion générale

Dans ce présent travail, nous avons montré l'importance de la lecture de l'ECG du fœtus (ECGF) considéré comme une source qui vient s'ajouter à l'électrocardiogramme de la mère et aux autres sources de bruit pour former un mélange linéaire instantané. Nous avons alors présenté la problématique de la séparation aveugle de sources en fournissant une revue bibliographique des méthodes mises au point ces vingt dernières années.

Nous avons décrit dans des contextes particuliers une méthode mise en œuvre pour aborder cette question. En effet l'algorithme SOBI élaboré par A.Belouchrani et al permet de répondre au problème de séparation d'un mélange instantané linéaire de sources colorées à partir des seules statistiques du second ordre des observations, aucune hypothèse n'est alors suggérée hormis celle de l'indépendance de sources.

Nous avons ensuite appliqué la méthode à l'extraction de l'ECG fœtal, les résultats obtenus nous affirment que nous sommes capables de retrouver le rythme cardiaque du fœtus avec une diminution du bruit et que l'ECG de la mère est bien reconstitué.

Nous constatons que SOBI est non seulement rapide et simple mais aussi assez performant pour l'extraction de l'ECGF.

Parmi les perspectives sur lesquelles s'ouvre ce travail, celle de la réduction des effets du bruit est envisageable par un débruitage par ondelettes ou par une sélection mieux adaptée de la position des capteurs. De plus, nous pourrions peut être amélioré la séparation des signaux réels en étudiant plus précisément les propriétés statistiques des signaux de l'ECGF pour ajouter des hypothèses à ce problème.

Bibliographie

[1]: Y.ABDESSLEM, T.MAHMOUDI, « Séparation de sources par l'analyse en composantes indépendantes».Thèse doctorat2005, USTHB.

[2]: A.AISA-EL-BEY, « Séparation aveugle de sources audio ».Thèse doctorat, l'école National Supérieure des Télécommunications de Paris, 2007.

[3]: M. AKAY, «Wavelet in biomedical signal processing». IEEE, New York, (1998).

[4]: L. ALBERA, «Identification autodidacte de mélanges potentiellement sous-déterminés» .Ph.D. dissertation, University of Nice-Sophia Antipolis.,Décembre 2003.

[5]: L. ALBERA, P. COMON, P. CHEVALIER, and A. FERREOL. «Blind identification of underdetermined mixtures based on the hexacovariance ». In *ICASSP 04, IEEE International Conference on Acoustics Speech and Signal Processing*, Montreal, Quebec, May 17-21 2004.

[6]: L. ALBERA, A. FERREOL, P. CHEVALIER, and P. COMON, «ICAR, un algorithme d'ICA à convergence rapide, robuste au bruit ». In *GRETSI 03, XIXème colloque sur le Traitement du Signal et des Images*, vol. 1, Paris, France, Septembre 8-11 2003, pp. 193–196.

[7]: L. ALBERA, A. FERREOL, P. CHEVALIER, and P. COMON, « ICAR, a tool for blind source separation using fourth order statistics only». *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 53, no. 10, pp. 3633–3643, October 2005.

[8]: L. ALBERA, A. FERREOL, P. COMON, and P. CHEVALIER, «Sixth order blind identification of underdetermined mixtures (BIRTH) of sources». in *ICA 03, Fourth International Symposium on Independent Component Analysis and Blind Signal Separation*, Nara, Japan, April 1-4 2003, pp. 909–914.

[9]: L. ALBERA, A. FERREOL, P. COMON, and P. CHEVALIER, «Blind Identification of Overcomplete Mixtures of sources (BIOME». *Linear Algebra Applications, Special Issue on Linear Algebra in Signal and Image Processing*, vol. 391C, pp. 3–30, November 2004.

[10]: S. AMARI, « Natural gradient works efficienttly in learninig». .*Neural Computation*, vol. 10, no. 2, pp. 251–276, 1998.

[11] : Z. AMIROU, « Conception et réalisation d'un système de télésurveillance et d'aide au diagnostic en milieu hospitalier : Application au signal cardiaque». Thèse Magister,université Mouloud Mammeri de T.O, avril 1996.

[12]: B. ANS, J. HERAULT, and C. JUTTEN, «Adaptative neural architectures: Detection of primitives». In *COGNITIVA'85*, 1985, pp. 593–597.

[13]: M. BASSEVILLE, «Distance measures for signal processing and pattern recognition» .*Signal Processin, Elsevier*, vol. 18, no. 4, pp. 349–369, December 1989.

[14]: A. J. BELL and T. J. SEJNOWSKI, «An information maximization approach to blind separation and blind deconvolution». *Neural Computation*, vol. 7, pp. 1129–1159, 1995.

[15]: A. J. BELL and T. J. SEJNOWSKI, «The independent component of natural scenesare edge filter» .*Vision Research*, vol. 37, no. 23, pp. 3327–3338, 1997.

[16] : A. BELOUCHRANI, «Séparation autodidacte de sources: Algorithmes, performances et application à des signaux expérimentaux». Ph.D. dissertation, ENST Paris, 1995.

[17]: A. BELOUCHRANI, «A blind source separation technique using second-order statistics». *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 45, no. 2, pp. 434–444, February 1997.

[18]: A. BELOUCHRANI and M. G. AMIN, «Blind source separation based on time-frequency signal representation». *IEEE Transactions On Signal Processing*, vol. 46, no. 11, pp. 2888–2897, Novemeber 1998.

[19]: A. BELOUCHRANI, A. CICHOCJI, «Robust whitening procedure in blind source separation context». *Electronics Letters*, vol. 23, no. 24, pp. 2050–2051, Novemeber 2000.

[20] : D. BENATIA, S.BENABDELKADER, M.BOULAKROUNE, M .BADECHE , « Analyse et traitement du signal éléctrocardiographique (ECG) par la transformée en ondelettes». Rapport annuel de projet de recherche, N° J0501/02/06/2006 .

[21] : A.BENYOUCEF, « Méthodes de localisation de sources de second ordre : méthodes haute résolution et méthode aveugle ». Mémoire d'ingénieur, ENP, 2006.

[22]: E. BINGHAM and H. HYVARINEN, «A fast fixed-point algorithm for independent component analysis of complex valued signals». *International Journal of Neural Systems*, vol. 10, no. 1, pp. 1–8, 2000.

[23]: J. V. BOMMEL, «Detection of weak foetal electrocardiograms by autocorrelation and crosscorrelation of envelopes». *IEEE. Transactions on Biomedical Engineering*, vol. 15, pp. 17–23, Junuary 1968.

[24] : H.BOUMARAF, « Séparation aveugle de mélanges convolutifs de sources».
Laboratoire de modélisation et calcul, GRENOBLE, 2006.

[25]: N. BUDIN , S. ABBOUND, «Real time multichannel abdominal fetal ECG monitor using a digital signal coprocessor». In *Comp Biol. Med.*, volume 24, pages 451–462, 1994.

[26] : S.HICHEME BOUSBIA, « Séparation de signaux « sources » à partir de leurs mélanges convolutifs : technique de bloc diagonalisation conjointe basée sur les statistiques d'ordre deux ». Thèse doctorat, ENP, 2006.

[27]: R. BRO, «Parafac, tutorial and applications». *Chemometrics and Intelligent Laboratory Systems*, vol. 38, pp. 149–171, 1997.

[28]: D. CALLAERTS. «*Signal separation methods based on singular value decomposition and their application to the real time extraction of the fetal ECG from cutaneaous recordings*». PhD thesis, Katolieke Universiteit of Leuven, 1989.

[**29]: J.-F. CARDOSO**, «Blind identification of independente signals». in *Workshop on Higher-Order Spectral Analysis*, Vail (CO), USA, June 1989.

[30]: J.-F. CARDOSO, «Super-symetric decomposition of the fourth-order cumulant tensor. Blind identification of more sources than sensors». in *ICASSP 91, IEEE International Conference on Acoustics Speech and Signal Processing*, Toronto, Canada, May 1991, pp.3109–3112.

[31]: J.-F. CARDOSO, «Iterative techniques for blind source separation usingonly fourth-order cumulants». In *EUSIPCO 92, European Signal Processing Conference*, Brussels, Belgium, 1992.

[32]: J.-F. CARDOSO, «Infomax and maximum likelihood for blind source separation». *IEEE Signal Processig Letter*, vol. 4, no. 4, pp. 112–114, 1997.

[33]: J.-F. CARDOSO, «Blind signal separation: statistical principles». *Proceedings of the IEEE*, vol. 9, no. 10, pp. 2009–2025, 1998.

[34]: J.-F. CARDOSO A. SOULOUMIAC, «Blind beamforming for non-gaussian signals ». *IEE Proceedings, Part F: Radar and Signal Processing*, vol. 140, no. 6, pp. 362–370, December 1993.

[35]: J.-F. CARDOSO A. SOULOUMIAC, «Jacobi angles for simultaneous diagonalization». *SIAM Journal of Matrix Analysis and Applications*, vol. 17, no. 1, pp. 161–164, 1996.

[36]: E. CHAUMETTE, P. COMON, and D. MULLER. «Applications of ICA to airport surveillance». In *HOS 93*,pages 210–214, South Lake Tahoe, California, 7-9 June 1993.

[37]: S. CHOI, A. CICHOCKI, and A. BELOUCHRANI, «Blind separation of second-order nonstationary and temporally colored sources». in *Proceedings. IEEE Workshop on Statistical Signal Processing*, Singapore, 2001.

[38]: P. COMON, «Independent component analysis». in *In Proc. Int. Sig. Proc. Workshop on Higher-Order Statistics*, Chamrousse, France, 10-12, July 1991, pp. 111–120, republished in Higher-Order Statistics, J.L.Lacoume ed., Elsevier, 1992, pp 29-38.

[39]: P. COMON, « Independent component analysis, a new concept? ». *Signal Processing, Elsevier*, vol. 36, no. 3, pp. 287–314, April 1994.

[40]: P. COMON, «Blind channel identification and extraction of more sources than sensors». In *SPIE Conference*, San Diego, US, July 19-24 1998, pp. 2–13.

[41]: P. COMON, C. JUTTEN, and J. HERAULT, «Blind separation of source, Part II: Statement problem ». *Signal Processing, Elsevier*, vol. 24, no. 1, pp. 11–20, July 1991.

[42]: P. COMON and E. MOREAU, «Improved contrast dedicated to blind separation in communications». In *ICASSP 97, IEEE International Conference on Acoustics Speech and Signal Processing*, Munich, April 20-24 1997, pp. 3453–3456.

[43]: J.P.Couderc, « Analyse quantitative des composantes temps-échelle de l'ECG haute résolution, moyenné pour du risque de tachycardies ventriculaires et de mort subite après
infarctus du myocarde ». Thèse de Doctorat, Université de lyon, janvier 1997.

[44]: J. R. COX and L. N. MEDGYESI-MITSCHANG, «An algorithmic approach to signal estimation useful in fetal electrocardiograph » *IEEE Trans. Biomedical Engineering*, vol. 16, pp. 215–219, July 1969.

[45] : D.DECLERCQ, A.QUINQUIS, « Le signal aléatoire ». Edition HERMES, 1996.

[46]: L. De LATHAUWER, «The canonical decomposition and blind identification with more inputs than outputs: some algebraic results». in *ICA 03, Fourth International Symposium on Independent Component Analysis and Blind Signal Separation*, Nara, Japan, April 1-4 2003, pp. 781–784.

[47]: L. De LATHAUWER, D. CALLAERTS, B. De MOOR, and J. VANDEWALLE, «Fetal electrocardiogram extraction by source subspace separation». Girona, Spain, june 1995, pp. 134–138.

[48]: L. De LATHAUWER, P. COMON, B. De MOOR, and J. VANDEWALLE, «ICA algorithms for 3 sources and 2 sensors». in *HOS 99, IEEE Signal Processing Workshop on Higher-Order Statistics*, Caesarea, Israel, June 14-16 1999, pp. 116–120.

[49]: L. De LATHAUWER, B. De MOOR, J. VANDEWALLE, and J.-F. CARDOSO, «Independent component analysis of largely underdetermined mixtures». In *ICA 03, Fourth International Symposium on Independent Component Analysis and Blind SignalSeparation*, Nara, Japan, April 1-4 2003, pp. 29–33.

[50]: N. DELFOSSE and P. LOUBATON, «Adaptive blind separation of independent sources: a deflation approach». *Signal Processing, Elsevier*, vol. 45, pp. 59–83, 1995.

[51]: K. I. DIAMANTARAS, « Blind separation of multiple binary sources using a single linear mixture». in *ICASSP 00, IEEE Int.Conf. Acoust. Speech Sig. Proc.*, Istanbul, Turkey, June 5-9 2000, pp. 2889–2892.

[52]: B. EMILE, P. COMON, and J. LEROUX, «Estimation of time delays with fewer sensors than sources». *IEEE Transaction Signal Processing*, vol. 46, no. 7, pp. 2012–2015, July 1998.

[53]: E. FERRARA and B. WIDROW, «The time-sequenced adaptive filter» *IEEE Transactions Acoust., Speech, Signal Processing*, vol. 29, pp. 679–683, June 1981.

[54]: A. FERREOL, L. ALBERA, and P. CHEVALIER, « Fourth order blind identification of underdetermined mixtures of sources (FOBIUM) ». In *ICASSP 03, IEEE International Conference on Acoustics Speech and Signal Processing*, Hong Kong, China, April 6-10 2003, pp. 41–44.

[55]: A. FERREOL, L. ALBERA, and P. CHEVALIER, «Fourth order blind identification of underdetermined mixtures of sources (FOBIUM) ». *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 53, no. 5, pp. 1640–1653, May 2005.

[56]: A. FERREOL and P. CHEVALIER, «Higher order blind source separation using cyclostationarity property of the signals». in *ICASSP 97, 1997 IEEE International Conference on Acoustics Speech and Signal Processing*, Munich, Germany, April 21-24 1997, pp. 4061–4064.

[57] : L. FETY, «Méthodes de traitement d'antenne adpatées aux radiocommunications». Ph.D. dissertation, Ecole Nationale Supérieure des Télécommunications (ENST), 1988.

[58] : C. FEVOTTE, « Approche temps-fréquence pour la séparation aveugle de sources non-stationnaires ». Thèse de Doctorat. Ecole Centrale de Nantes et de l'Université de Nantes, 2003.

[59]: C. FEVOTTE and C. DONCARLI, «Two contributions to blind sources separation using time-frequency distributions ». *IEEE Signal processing Letters*, vol. 11, no. 3, pp. 386–389, March 2004.

[60] : F.FEZANI, A.NEKKAH, M.AIT YOUCEF, « Identification aveugle des filtres linéaires en utilisant les statistiques d'ordre supérieurs .méthodes algébriques ». Mémoire d'ingénieur, U.M.M.T.O ,1999.

[61] : O. Fokapu et J.P. Girard. « Evolution temporelle et fréquentielle de l'ECG : analyse battement par battement ». ITBM, 14(1) :102–112, 1994.

[62]: O.FOURT, M.BENEDIR, « Séparation aveugle de sources : Estimation du nombre de signaux et application aux signaux à phase polynomiale ». Prepublication n°30. Fascicule n°2.Schedae 2007.

[63]: M. GAETA and J.-L. LACOUME, «Source separation without priore knowledge : the maximum likehood solution ». In *EUSIPCO*, 1990, pp. 621-624.

[64]: E. GASSIAT, «Déconvolution aveugle ». Ph.D. dissertation, University of Paris Sud (Orsay), January 1988.

[65]: F. HARROY and J. LACOUME, « Maximum likelihood estimators and cramer-rao bounds in source separation ». *Signal Processing*, vol. 55, pp. 167–177, 1996.

[66]: J. HERAULT and B. ANS, «Circuits neuronaux à synapses modifiables : décodage de messages composites par apprentissage non supervisé ». In *C.R. de l'Académie des sciences*, 1984, pp. 525–528.

[67]: J. HERAULT, C. JUTTEN, B. ANS, «Détection de grandeurs primitives dans un message composite par une architecture de calcul neuromimétique en apprentissage non supervisé ». in *GRETSI 85, Dixième colloque sur le Traitement du Signal et des Images*, Nice, France, Septembre 1985, pp. 1017–1022.

[68]: A. HOLOBAR, C. FEVOTTE, C. DONCARLI, and D. ZAZULA, «Single autotermes separation based on bilinear timefrequency representations ». in *EUSIPCO*, Toulouse, France, Septembre 2002, pp. 565–568.

[69]: E. HON and S. LEE, "Noise reduction in fetal electrocardiography," *Amer. J. Obst. and Gynecol.*, vol. 78, pp. 1087–1096,December 1963.

[70]: A. HYVARINEN, «Fast and robust fixed-point algorithms for independent component analysis ». *IEEE Transactions on Neural Networks*, vol. 10, no. 3, pp. 626–634, 1999.

[71]: A. HYVARINEN, J. KARHUNEN, and P. OJA, «*Independent component analysis*, ». Wiley interscience. John Wiley and Sons, New York, 2001.

[72]: A. HYVARINEN and E. OJA, «A fast fixed-point algorithm for independent component analysis ». *Neural Computation*, vol. 9, pp. 1483–1492, 1997.

[74]: C. JUTTEN and J. HERAULT, «Blind separation of sources, part I: An adaptative algorithm based on neuromimatic architecture». *Signal Processing*, vol. 24 no 1, pp. 1–10, July 1991.

[75]: V. KIVINIEMI, J. H. KANTOLA, J. JAUHIAINEN, A. HYVÄRINEN, and O. TERVONEN, «Independent component analysis of nondeterministic fMRI signal sources » *NeuroImage*, vol. 19, no. 2, pp. 253–260, 2003.

[76]: H. Krim, D. Tucker, S. Mallat, and D. Donoho, «On Denoising and Best Signal representation ». IEEE Transactions on Information Theory, 45(7):2225–2238, (1999).

[77]: J. L. LACOUME and P. RUIZ, «Sources identification: a solution based on cumulants. In *IEEE ASSP Workshop*, August1988.

[78]: S.LAGRANGE, « Contribution aux méthodes en aveugle ». Thèse de doctorat, l'université de GRONOBLE, 2005.

[79]: B. LAHELD and J. CARDOSO, «Adaptative source separation without prewitening ». In *EUSIPCO 94, European Signal Processing Conference*, September 1994.

[80] : A.LARUE, « Séparation de sources markoviennes ». Rapport stage de DEA, LIS, 2003.

[81]: T.-W. LEE, M. GIROLAMI, A. BELL, and T. J. SEJNOWSKI, « A unifying information-theoritic framwork for independent component analysis ». *Computer and mathematics with Applications*, vol. 31, no. 11, pp. 1–12, 2000.

[82]: T. W. LEE, M. GIROLAMI, and T. J. SEJNOWSKI, «Independent component analysis using an extended infomax algorithm for mixed sub-gaussian end super-gaussian sources ». *Neural Computation*, vol. 11, no. 2, pp. 417–441, 1999.

[83]: T. W. LEE, M. S. LEWICKI, M. GIROLAMI, and T. J. SEJNOWSKI, «Blind source separation of more sources than mixtures using overcomplete representations ». *IEEE Signal Processing Letters*, vol. 4, no. 4, pp. 87–90, 1999. 1997.

[84]: Ronan.Lepage, J.M.Boucher, J.J.Blanc & ,J.C.Colly, «ECG sementation and P-wave feature extraction: application to patients prone to atrial fibrillation», IEEE/EMBS, Istambul, Turkey (2001).

[85]: O. MACCHI and E. MOREAU, «Self-adaptative source separation using correlated signal and cross-cumulants ». in *Proceeding Workshop Athos working group*, Girona, Spain, June 1995.

[86]: B.MERAR, S.BOUTICHE, « Implémentation de l'algorithme ACI sur FPGA en vue de séparer les signaux ». Thèse d'ingénieur 2006, USTHB.

[87]: A.MEZIL, A.OUALLI, « Identification aveugle des filtres linéaires en utilisant les statistiques d'ordre supérieurs .méthodes optimisations ». Mémoire d'ingénieur, U.M.M.T.O ,1999.

[88]: E. MOREAU, «Apprentissage et adaptativité. Séparation auto-adaptative de sources indépendantes ». Ph.D. dissertation, Paris sud University, 1995.

[89]: E. MOREAU, «Criteria for complex sources separation ». *In Proceeding of European Signal Processing Conference, (EUSIPCO'96)*, Triestre, Italy, September 1996, pp. 931–934.

[90]: E. MOREAU and O. MACCHI, «New self-adaptive algorithms for source separation based on contrast functions ». in *HOS93, IEEE Signal Processing Workshop on Higher Order Statistics*, Lake Tahoe, US, June 1993, pp. 215–219.

[91]: T. OOSTENDORP, "Modelling the fetal ecg," Ph.D. dissertation, K.U. Nijmegen, the Netherlands, 1989.

[92]: B. PEARLMUTTER and L. PARRA, «A context-sensitive generalization of ica ». in *Internationnal Conference on Neural Information Processig*, 1996, pp. 151–157.

[93]: D.-T. PHAM and P. GARRAT, «Blind separation of mixture of independent sources througt a quasi-maximum likehood approach ». *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 45, no. 7, pp. 1712–1725, 1997.

[94]: D. PHAM and J. F. CARDOSO, «Blind separation of instantaneous mixtures of non stationary sources» *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 49, no. 9, pp. 1837–1848, 2001.

[95]: R. PLONSEY, «*Bioelectric phenomena*».McGraw-Hill, New York, 1969.

[96]: A. PRIETO, B. PRIETO, C. G. PUNTONET, A. GANAS, and P. MARTIN-SMITH, «Geometric separation of linear mixtures of sources: Application to speech signals». in *national Workshop on Independent Component Analysis and Blind Separation of Signals*, Aussois, France, January 1999, pp. 295–300.

[97]: C. G. PUNTONET, A. PRIETO, C. JUTTEN, M. RODRIGUEZ-ALVAREZ, and J. ORTEGA, «Separation of sources: A geometry-based procedure for reconstruction of n-valued signals ». *Signal Processing*, vol. 46, no. 3, pp. 267–2814, 1995. applications," *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 42, no. 12, pp. 3409–3429, December 1994.

[98]: B.RIVET, « Débruitage par ondelettes pour la séparation de sources dans des mélanges fortement bruités. Validation sur des électrocardiogrammes du fœtus ». Rapport de DEA, LIS, 2003.

[99]: H.SNOUSSI, « Approche bayésienne en séparation de sources .application en imagerie ». Thèse doctorat, L'Université Paris Sud, 2003.

[100]: A. TALEB, «An algorithm for the blind identification of N independent signal with 2 sensors ». in *ISSPA 01, sixteenth symposium on signal processing and its applications*, Kuala-Lumpur, Malaysia, August 13-16 2001, pp. 5–8.

[101]: A.TALEBE, C.JUTTEN, « Séparation de sources dans des mélanges post non linéaires ». Sixième COLLOQUE GRETSI ,1997.

[102]: A.TALEBE, C.JUTTEN, « Non linear source separation : The post-nonlinear mixtures ». In ESANN'97, pp279-284,Bruge.april 1997.

[103]: N. THIRION and E. MOREAU, «New criteria for blind signal separation ». in *IEEE Workshop on Statistical Signal and Array Processing*, Pennsylvania, US, August 2000, pp. 344–348.

[104]: L. TONG, «Identification of multichannel parameters using higher order statistics » .*Signal Processing*, vol. 53, no. 2, pp. 195–202, 1996.

[105]: L. TONG, R. LIU, V. SOON, and Y. HUANG, «Indeterminacy and identifiability of blind identification ». *IEEE Transactions on Circuits and Systems*, vol. 38, no. 5, pp. 499–509, May 1991.

[106]: L. TONG, V. SOON, Y. HUANG, and R. LIU, « Amuse: A new blind identification algorithm ».New Orleons,LA, May 1990, pp. 1784–1786.

[107]: V.VIGNERON, « Extraction non invasif de l'ECGF par séparation aveugle de sources non stationnaires et débruitage par ondelettes ». Thèse d'ingénieur , LSC TADI Université d'evry 2003.

[108]: B. WIDROW, J. GLOVER, J. MCCOOL, J. KAUNITZ, C. WILLIAMS, R. HEARN, **J. ZEIDLER, J. E. DONG, and R. GOODLIN**, «Adaptive noise cancelling: Principles and applications », *Proc. IEEE*, vol. 63, pp. 1692–1716, December 1975.

[109] V. ZARZOZO and P. COMON, « How fast is FastICA ». in *EUSIPCO 06, Fourteenth European Signal Processing Conference*, Florence, Italy, September, 4-8 2006.

[110]: A. ZIEHE and K.-R. MÜLLER, «Tdsep- an efficient algorithm for blind separation using time structure ». In *International Conference on Artificial Neural Networks*, 1998, pp. 675–680.

Statistiques et signal

- **Autocovariance**

On note $R_{XX}[t,\tau]$ l'autocovariance de la séquence x, supposée centrée définie $\forall(t,\tau) \in \mathbb{Z}^2$ par

$$R_{XX}[t,\tau] \triangleq E\{X[t+\tau]\overline{X}[t]\}$$

Où :

$E\{\cdot\}$: l'espérance d'une variable aléatoire.

- **Le bruit**

C'est des signaux non-désirée. Ceux-ci sont principalement:

➢ **bruit blanc**

Le bruit blanc doit son appellation à l'analogie avec la lumière blanche. Cette lumière blanche est due à la présence de photons de toutes les valeurs d'énergie, et est donc composée de toutes les couleurs. De même, un bruit blanc possède un spectre de fréquence continu et d'amplitude moyenne constante indépendante des fréquences.

Le bruit blanc reste un modèle théorique et un tel bruit ne peut pas exister naturellement car il aurait sinon une puissance infinie :

$$p = \int_0^{\infty} x^2(f)df \qquad \textbf{(II.12)}$$

➢ **Bruit coloré**

Les bruits doivent aussi leur dénomination à l'analogie avec la lumière. Ces bruits n'ont pas un spectre d'amplitude constant. Au sens strict du terme, le terme bruit coloré est affecté à un bruit dont le spectre est caractérisé par une enveloppe très lisse avec une bande large d'amplitude plus importante. Ainsi, la couleur correspondante au spectre de la lumière associée est affectée au bruit. Par exemple, les bruits roses, bleus, violets, gris, . . . ont ainsi été définis. Un bruit blanc gaussien est toujours blanc au sens fort.

Un bruit coloré basse fréquence est parfois appelé bruit rose car il ne conserve que les grandes longueurs d'onde, ce qui dans le spectre du visible correspond aux teintes rouges.

- **Bruit thermique**

Le thermique a été expliqué théoriquement en 1928 par H.Nyquist. Il a pour origine le mouvement désordonné des porteurs électriques d'un matériau sous l'influence de la température. Il se manifeste par une tension aléatoire $n(t)$présente aux bornes de toute résistance. Son « amplitude apparente » est une fonction de la température du matériau.

- **Correlation**

Trouver une relation entre un signal aléatoire reçu dans un intervalle de temps $[0, T]$ $(T \text{ très grand})$ et un autre signal décalé dans le temps.

- **Covariance**

La covariance croisée de deux séquences aléatoires centrée X et Y est notée

$$R_{XY}[t, \tau] \triangleq E\{X[t+\tau]\overline{Y}[t]\}$$

Soit X une séquence aléatoire vectorielle c.à.d. $\forall t \in \mathbb{Z}$, $X(t) \in \mathbb{C}^{n\times 1}$, en supposant X centrée

La covariance X est définie par

$$R_{XX}[t, \tau] \triangleq E\{X[t+\tau]X^{H}[t]\}$$

- **Décorrélation**

Deux variables aléatoires sont décorrélées si elles impliquent la factorisation des espérances mathématiques :

$$E[X(t)Y(t)] = E[X(t)]\,E[Y(t)]$$

- **Densité de probabilité (DDP)**

C’est la probabilité que le signal ait une valeur entre x et $(x + dx)$ c'est-à-dire :

$$f(x) = p(x \leq X \leq x + dx)$$

On a aussi :

$$f(x) = p[a \leq X \leq b]$$

- **Les cumulants**

Le cumulant d’ordre r de la variable aléatoire x est la dérivée d’ordre r de la seconde fonction caractéristique calculée en t = 0 :

$$C_r(r) = (-j)^r \frac{d^r}{dt^r}[\Psi_x(t)]_{t=0}$$

Avec :

$$\Psi_x(t) = \sum_{r=0}^{\infty} \frac{jt^r}{r!} C_x(r)$$

- **Les moments**

Les moments généralisés de x sont définis pour toute application g(x) par la relation :

$$E[g(x)] = \int_{-\infty}^{+\infty} g(u) p_x(u) du$$

Où E [ ] dénotée l’espérance mathématique.

En utilisant des fonctions polynomiales $g(x)=x^r$, les moments d’ordre r de la variable aléatoire x, sont définis par :

$$u'_x = E[x^r] = \int_{-\infty}^{+\infty} u^r p_x(u) du$$

Ces moments sont appelés par rapport à l’origine. La moyenne arithmétique est le moment d’ordre un, la variance est le moment d »ordre deux.

Il existe une deuxième manière de définir des moments d'une variable aléatoire et ceci a l'aide de la première fonction caractéristique.

Le moment d'ordre r par rapport à l'origine de la variable aléatoire x est la dérivée d'ordre de la première fonction caractéristique calculée en t=0 :

$$u'_r(r) = (-j)^r \frac{d^r}{dt^r}[\Phi_x(t)]_{t=0}$$

Avec :

$$\Phi_x(t) = \sum_{r=0}^{\infty} \frac{jt^r}{r!} u'_x(r)$$

- **Relation entre moments et cumulants**

Les cumulants d'ordre r peuvent être calculés a partir des moments d'ordre inferieur ou égal à r.

Les premiers cumulants peuvent être calculés en fonction des moments d'ordre inférieur ou égal a r par rapport a l'origine grâce a l'équation suivante :

$$\begin{cases} C_{x(1)} = u'_{x(1)} \\ C_{x(2)} = u'_{x(1)} - (u'_{x(1)})^2 \\ C_{x(3)} = u'_{x(3)} - 3u'_{x(2)} + 2(u'_{x(1)})^3 \\ C_{x(4)} = u'_{x(4)} - 4u'_{x(3)}u'_{x(1)} - 3(u'_{x(2)})^2 + 12u'_{x(2)}(u'_{x(1)})^2 - 6(u'_{x(1)})^4 \end{cases}$$

- **Divergence de kullback-liebner**

Est définie par :

$$\delta(p_x, p_y) = \int_{-\infty}^{+\infty} p_x(u) \log \frac{p_x(u)}{p_y(u)} du$$

La divergence de kullback-liebner est toujours positive et vérifie :

$\delta(p_x, p_y) = 0$, si et seulement si $p_x(u) = p_y(u)$

- **Information mutuelle**

La divergence de kullback-liebner appliquée à $p_x(u) = \prod_{i=1}^{N} p_{xi}(u_i)$ conduit à autre mesure d'indépendance : l'information mutuelle moyenne $I(x)$. Cette dernière est definie par la relation :

$$I(x) = \delta\left(p_x(u), \prod\prod_{i-1}^{N} p_{xi}(u_i)\right) = \int_{-\infty}^{+\infty} p_x(u) \log \frac{p_x(u)}{p_y(u)} du$$

Comme La divergence de kullback-liebner, l'information mutuelle est toujours positive et ne s'annule que si les variables $x_i$sont indépendantes.

- **L'entropie**

L'entropie différentielle (ou entropie), d'une variable aléatoire admettant $p_x(u)$comme densité de probabilité est définit par :

$$H(x) = -\int p_x(u) \log(p_x(u)) du$$

L'entropie exprime le degré d'information portée par une variable. Plus cette variable est aléatoire, plus son entropie est élevée. Une variable gaussienne à l'entropie la plus élevée parmi toutes les variables de même variance.
Remarquons que l'information mutuelle est une différence d'entropies puisque :

$$I(x) = \sum H(x_i) - H(x)$$

- **Néguentropie**

Soit un vecteur aléatoire centré admettant $p_x(x)$pour densité. Notons v la variable aléatoire gaussienne centrée de même covariance que x, et $\Phi_v(u)$ sa densité. Alors la néguentropie (non négative entropie) associée à p_x est :

$$J(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} p_x(u) \log \frac{p_x(u)}{\Phi_x(u)} du$$

La néguentropie est une mesure d'écart à la distribution gaussienne, puisqu'elle est égale a la divergence $\delta(p_x, \Phi_{\nu})$. Elle est par conséquent toujours positive et s'annule si et seulement si p_x est presque partout gaussienne. Elle est de plus invariante par toute transformation linéaire inversible

La néguentropie est la différence des entropies suivantes :

$$J(x) = H(u) - H(x)$$

- **Ecart type**

  C'est la racine carrée de la variance

$$\sigma_x = \sqrt{\mathrm{var}(x)}$$

Espérance mathématique (ou valeur moyenne)

L'espérance mathématique d'un signal X(t), est définie comme suite :

$$E[x] = m = \int_{-\infty}^{+\infty} x\, f(x)\, dx = \text{constante}$$

- **Fonctions de contraste**

Une fonction de contraste (ou contraste) est une fonction Ω à valeur réelles qui, appliquée aux densités de probabilités p_y doit vérifier les propriétés suivantes :

- Invariance par permutation : $\Omega(P, y) = \Omega(y)$ pour toute matrice de permutation P ;
- Invariance à l'échelle : $\Omega(d, y) = \Omega(y)$pour toute matrice diagonale d ;
- Si les composantes y_i sont indépendantes entre elles, $\Omega(M, y) \geq \Omega(y)$ pour toute matrice M inversible.

Un contraste est discriminant si l'indépendance des composantes n'est réalisée que lorsqu'il est minimum

- **Indépendance statistique**

Des variables aléatoires $\{x_i\}_i$ sont indépendantes si et seulement si la densité de probabilité conjointe $\mathbf{px(x_1, \dots x_N)}$ est égale au produit des densités marginales $\mathbf{Px_i\,(x_i)}$

$$\mathbf{x_1, \dots, x_N \text{ indépendantes } \Leftrightarrow \ px(x_1, \dots, x_N) = \prod_{i=1}^{N} px_i\,(x_i)}$$

- **Gaussienneté**

Un signal est dit Gaussien si sa DDP est de la forme suivante

$$\mathbf{f(x) - \frac{1}{\sigma_x\sqrt{2\pi}} exp\left(-\frac{(x - E[x])^2}{2\sigma_x^2}\right)}$$

Graphiquement f (x) a la forme d'une cloche qui définit la répartition des points autour de leurs valeurs moyennes.

- **Kurtosis**

Le kurtosis $\mathbf{C_{x(4)}}$(ou facteur d'aplatissement) de la variable aléatoire x est défini comme le cumulant d'ordre 4 de la variable aléatoire standardisée $\hat{x}$ ($\hat{x}$ est définie en centrant la variable aléatoire x et en la normalisant par son écart-type).

Le Kurtosis vaut 3 pour une loi gaussienne ; et on définit ainsi deux types de lois :

- Celles ayant un Kurtosis inférieur à trois ont une densité de probabilité qui décroit plus vite vers zéro que la loi gaussienne au fur et à mesure que l'on s'écarte de la moyenne. Ces lois sont qualifiées de « sous- gaussiennes »
- Celles dont le Kurtosis est supérieur à trois ont une densité de probabilité qui décroit plus lentement vers zéro que la gaussienne

Ce sont des lois dites « sur- gaussiennes ».

On a tracé sur la figure suivante les densités de probabilités de la loi normale, d'une loi uniforme (sous- gaussiennes) et d'une loi de Laplace (ou double –exponentielle) qui est sur-gaussiennes ; les valeurs du Kurtosis pour ces lois sont :

loi	**Kurtosis**
Gauss	0
uniforme	1.8
Laplace	6

- **Pic de Dirac (δ)**

C'est une impulsion rectangulaire de largeur qui tend vers zéro appliquée à instant t =0 d'amplitude ∞ et de surface égale 1.

- **Robustesse**

Une procédure statistique sera robuste si ses performances sont peu modifiées par de faibles modifications des hypothèses statistiques sur lesquelles elle est fondée.

- **Variance**

La variance est une grandeur qui permet de savoir si les amplitudes du signal sont proches ou bien éloignées de sa valeur moyenne

$$\mathrm{Var}(X) = \mathrm{E}[X^2] - (\mathrm{E}[X])^2$$

Les matrices

- **Matrice**

Soient $\mathbb{K}$ un corps commutatifs, n et p deux entiers naturels.

Une matrice de type (n, p) à coefficient dans $\mathbb{K}$ est la donnée d'un tableau à n lignes et p colonnes

$$M=\begin{bmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1p} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & \cdots & a_{np} \end{bmatrix}$$

La matrice M peut s'écrire sous la forme condensée (a_{ij}), $1 \leq i \leq n$ et, $1 \leq j \leq p$

Lorsque p=n la matrice A est dite matrice carrée d'ordre n à coefficients dans $\mathbb{K}$.

- **Matrice transposée (M^T)**

Prendre la transposée d'une matrice revient donc à changer les lignes en colonnes et vice versa.

$$M^T=\begin{bmatrix} a_{11} & a_{21} & \cdots & a_{n1} \\ a_{12} & a_{22} & \cdots & a_{n2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{1p} & a_{2p} & \cdots & a_{np} \end{bmatrix},$$

- **Matrice diagonal (D)**

Si la matrice M carrée d'ordre n les nombres $a_{11}, a_{22}, \dots, a_{nn}$ forment la diagonale.

Une matrice carré D est dite matrice diagonale si tous ses éléments sont nuls sauf ceux de la diagonale, elle se présente sous forme

$$D = \begin{bmatrix} a_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & a_2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & a_n \end{bmatrix}, \forall\, a_i \in \mathbb{K}, i = 1, \dots n$$

- **Matrice unité (I_n)**

Lorsque $a_1, a_2, , \ldots a_n = 1$, on obtient la matrice I_n, appelée matrice unité

$$I_n = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 1 & \ldots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \ldots & 1 \end{bmatrix},$$

- **Matrice normale**

On appelle matrice normale toute matrice telle que $MM^* = M^*M$ Une telle matrice est diagonalisable dans une base orthonormée

- **Matrice pseudo-inverse de Moore-Penrose**

La pseudo matrice de M est l'unique matrice $M^\dagger$ vérifiant :

$$M\,M^\dagger M = M$$

$$M^\dagger M M^\dagger - M^\dagger$$

$$\left(MM^\dagger\right)^H = MM^\dagger$$

$$\left(M^\dagger M\right)^H = M^\dagger M$$

- **Valeurs propres(λ)**

On appelle valeur propre λ d'une matrice M, toute racine des polynômes

$$P(\lambda) = \det(M - \lambda I)$$

- **Vecteurs propres (E)**

On appelle vecteur propre E associé à la valeur propre λ, tout vecteur

$$E \in \mathbb{R}^n \ (E \neq 0_{\mathbb{R}})$$

Tel que :

$$M\,E = \lambda\,E$$

Liste des figures

Figure I.1 : Anatomie du cœur…… 4
Figure I.2 : Allure de l'électrocardiogramme…… 6
Figure I.3 : Electrodes de surface…….. 8
Figure I.4: Signal avec ondulation de la ligne de base ……. 9
Figure I.5 : Dérivations d'Einthoven ……. 10
Figure I.6 : Dérivations unipolaires ……... 11
Figure I.7 : Dérivations précordiales (dérivations de Wilson)……. 12
Figure II.1 : L'effet cocktail party…….. 21
Figure II.2 : Problème de séparation de source ……... 23
Figure II.3 : Principe de la séparation de sources …… 24
Figure II.4: Principe du mélange instantané linéaire……... 27
Figure II.5 : Principe du mélange convolutif instantané avec 2 sources et 2 capteurs….. 29
Figure II.6 : Principe du mélange non linéaire…….. 31
Figure IV.1 : Mesures non invasives de l'ECG de la mère…….. 45
Figure IV.2 : Mélange simulé……. 46
Figure IV.3 : Signaux séparés……. 47
Figure IV.4 : Enregistrements réels de l'ECG par De Lathauwer ……..... 48
Figure IV.5 : ECG de la mère ……..…… 49
Figure IV.6 : ECG du fœtus ……..…… 50
Figure IV.7 : Signal bruit…… 51

Notations

Dans ce mémoire nous utilisons les notations suivantes :

A	Les scalaires sont notés par des minuscules.
A	Les vecteurs sont notés par des majuscules.
$\mathbf{A_i}$	i-ième composante du vecteur A.
$\mathbf{A^T}$	Transposé du vecteur A.
$\mathbf{A^*}$	Transposé conjugué de vecteur A.
A	Les matrices sont notées par des majuscules en gras.
$\mathbf{A_{ij}}$	(ij)-ième élément de la matrice **A.**
$\mathbf{A^T}$	Transposée de la matrice **A.**
$\mathbf{A^H}$	Transposée conjuguée de la matrice **A**.
$\mathbf{A^\dagger}$	Pseudo-inverse de la matrice **A**.
$\mathbf{\bar{A}}$	Conjugué d'une matrice **A.**
$\mathbf{I_d}$	Matrice identité.
$\mathbf{diag\{A\}}$	Matrice diagonale dont la diagonale est le vecteur A.
$\mathbf{E}[.]$	Espérance mathématique.

REMERCIEMENTS

DEDICACES

SOMMAIRE

INTRODUCTION GENERALE

CONCLUSION GENERALE

BIBLIOGRAPHIE

ANNEXE

CHAPITRE I

NOTIONS DE CARDIOLOGIE

CHAPITRE II

SEPARATION DE SOURCES

CHAPITRE III

ALGORITHME SOBI

CHAPITRE IV

RESULTATS EXPERIMENTAUX

NOTATIONS