

République Algérienne Démocratique et Populaire
Ministère de L'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique

UNIVERSITE MOULOUD MAMMARI DE TIZI-OUZOU



FACULTE DE GENIE ELECTRIQUE ET D' INFORMATIQUE
DEPARTEMENT D'ELECTROTECHNIQUE

**Mémoire de Fin d'Etude
de MASTER ACADEMIQUE**
Spécialité : **Entraînements Electriques**
Filière : Génie Electrique

Présenté par

Mr : R. Djaider

Thème

**Modélisation par éléments finis d'une
catapulte électromagnétique**

Mémoire soutenu publiquement le 06 juillet 2017 devant le jury composé de :

Mr F. HOCINI

Maitre de conférences -A, UMMTO, Président

M^r A. NAIT OUSLIMANE

Maitre assistant -A, UMMTO, Encadreur

Mr S .H OULD OUALI

Maitre de conférences -A, UMMTO, Examinateur

M^{me} F.BOUALI

Maitre assistante -A, UMMTO Examinatrice

Remerciements

*Je tiens à exprimer mes plus vives
reconnaisances à tous ceux qui ont permis
de près ou de loin à l'aboutissement de ce modeste
travail, et plus particulièrement à mon promoteur
Monsieur Nait Ouslimane qui a accepté de m'encadrer et de m'orienter.*

*Mes remerciements vont aussi aux membres de jury qui
Nous feront l'honneur de juger notre travail.*

Dédicaces

Dédicaces

Je dédie ce modeste travail à :

** Mes chère parents, qui m'ont apporté le soutien et confort tout au
longue de mes études ;*

** Mes frères*

** Ma sœur*

** A tous mes ami (es).*

Rabah

Résumé

Résumé de mémoire

Les entraînements électriques pénètrent progressivement, depuis plusieurs années dans tous les domaines de la société.

De nos jours, la conception des dispositifs électromagnétiques tels que les machines électriques, les appareils de coupure, les appareils à hautes tension. Les machines linéaires nécessitent la modélisation des différents phénomènes physiques, de tels systèmes font l'interaction entre deux domaines : l'électromagnétisme et la mécanique par l'intermédiaire des forces.

La modélisation de la machine linéaire tubulaire réside principalement dans l'évolution de sa force électromagnétique, déplacement de la charge ainsi que la vitesse cinétique.

Cette présente étude s'articule sur cinq chapitres :

Le premier chapitre est consacré à la présentation des généralités sur les machines linéaires.

Le deuxième chapitre présente les généralités sur les matériaux magnétiques

Le troisième chapitre présente les équations de MAXWELL et les lois fondamentales de l'électromagnétisme, qui permettent la formulation des équations électromagnétiques de tous systèmes physiques.

Le quatrième chapitre présente les différentes méthodes de résolution, dans notre travail nous sommes basés sur la méthode des éléments finis afin de modéliser notre machine.

Le dernier chapitre sera consacré à la modélisation et l'interprétation des résultats obtenus.

Enfin, nous terminerons notre travail par une conclusion générale.

L'objectif de ce travail consiste à améliorer les performances dynamiques d'un moteur linéaire. La méthode des éléments finis est utilisée pour le dimensionnement d'un dispositif qui peut produire une force de poussée pour une catapulte électromagnétique.

La simulation est effectuée avec le logiciel ANSYS Maxwell 2D. Plusieurs applications ont été considérées soit en changeant les grandeurs géométriques soit les paramètres physiques de dispositif étudié.

On a considéré un modèle à six encoches, après un modèle à douze encoches est on a fini notre étude par un modèle à dix-huit encoches. L'étude a concerné l'évolution de la force électromagnétique engendrée par les trois modèles. L'influence de plusieurs paramètres sur la force électromagnétique a été considérée : la nature des matériaux, la longueur de l'induit et le nombre d'encoche.

On remarque aussi que lors de la simulation de modèle étudié, la longueur de l'induit et la nature des matériaux sont très importantes dans la conception des machines électriques.

Comme perspectives futures, on peut envisager de performer le même travail avec une étude tridimensionnelle avec le logiciel ANSYS Maxwell 3D et nous souhaitons de pouvoir réaliser des prototypes obtenir des performances plus importantes.

Mots clés : entraînement électrique, élément finis, logiciel ANSYS Maxwell, force magnétique.

Introduction Générale

Introduction Générale

Introduction générale

Les entraînements électriques pénètrent progressivement, depuis plusieurs années dans tous les domaines de la société, dans un nombre croissant d'applications et pour divers raisons, on souhaite de transmettre directement les efforts à la charge mécanique, on parle alors des entraînements directs.

De nos jours, la conception des dispositifs électromagnétiques tels que les machines électriques, les appareils de coupure, les appareils à haute tension. Les machines linéaires nécessitent la modélisation des différents phénomènes physiques, de tels systèmes font l'interaction entre deux domaines : l'électromagnétisme et la mécanique par l'intermédiaire des forces qui créent la partie mécanique.

La modélisation de la machine linéaire tubulaire réside principalement dans l'évolution de sa force électromagnétique, le déplacement de la charge ainsi que la vitesse cinétique.

Cette présente étude s'articule sur cinq chapitres :

Le premier chapitre est consacré à la présentation des généralités sur les machines linéaires, leurs domaines d'applications, leurs avantages, et leurs inconvénients qui entravent leur développement.

Le deuxième chapitre présente les matériaux et leurs propriétés physiques.

Le troisième chapitre présente les équations de MAXWELL et les lois fondamentales de l'électromagnétisme, qui permettent la formulation des équations électromagnétiques de tout système physique.

Le quatrième chapitre sera consacré aux méthodes numériques, qui permettant la résolution des équations différentielles en terme potentiel vecteur magnétique, en mettent l'accent sur la méthode des éléments finis, qui sera exploitée dans notre travail.

Le cinquième et le dernier chapitre présente le logiciel ANSYS Maxwell, en suite nous présentant les résultats obtenus lors de la simulation sur le logiciel.

Enfin, nous terminerons notre travail par une conclusion générale.

Chapitre I

*Généralité sur les machines
linéaires*

Généralités sur les machines linéaires

I.1 Introduction

De nos jours le moteur linéaire est devenu de plus en plus populaire, on le trouve dans de nombreuses applications industrielles. Le moteur linéaire permet de générer directement une force de poussée sans aucun système intermédiaire de transformation de l'énergie de rotation en énergie de translation.

Le moteur linéaire est un type particulier de son homologue rotatif, cette nouvelle configuration est en principe envisageable pour tous les types de moteurs rotatifs, il est donc possible de concevoir des prototypes linéaires synchrones, asynchrones, à courant continu, pas à pas et oscillatoires, avec une réversibilité en exploitation et en mouvement, c'est-à-dire à induit fixe, inducteur mobile et vice versa. Il est initialement conçu à moitié du XIXe siècle les performances atteignent rarement celles des variantes et rotatives, vu les caractères spécifiques direct, remplaçant ainsi les systèmes conventionnels complexes associés au moteur rotatif assurant un mouvement rectiligne.

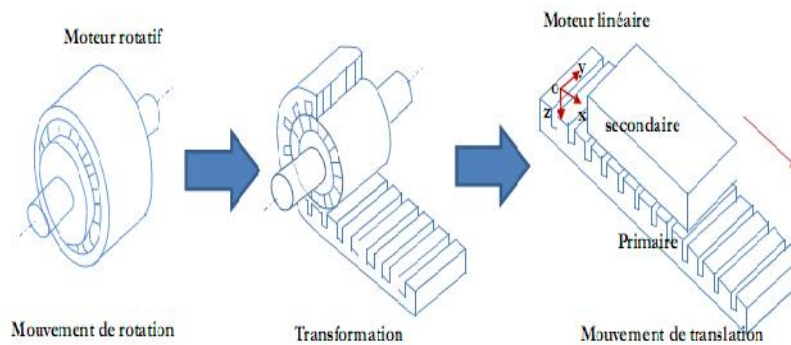


Figure I.1 Transformation d'un moteur rotatif à un moteur linéaire.

I.2. Description d'une machine linéaire

Un moteur linéaire est essentiellement un moteur électrique qui a été déroulé de sorte qu'au lieu de produire un couple de rotation, il produit une force linéaire. Il se compose de deux parties essentielles, l'inducteur et l'induit. L'une de ces parties peut se déplacer sous l'effet de la force d'interaction des champs magnétiques (inducteur – induit) tandis que l'autre reste bloquée.[2]

Pour les moteurs linéaires nous rencontrons fréquemment trois topologies :

- L'induit est mobile, et l'inducteur solidaire de rail fixe l'induit est en mouvement et porte l'alimentation, qui peut être embarquée ou reliée à celle-ci par un câble souple ce qui limite la course de son déplacement. (figure I.2)

Généralités sur les machines linéaires

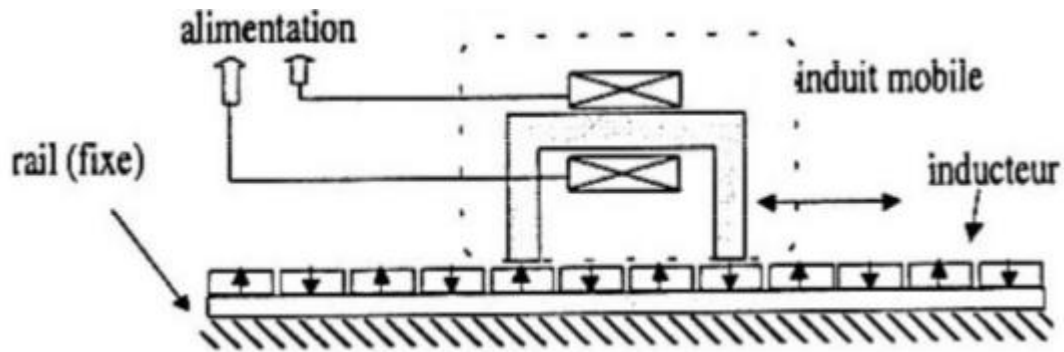


Figure I.2 : moteur linéaire a induit mobile et inducteur fixe

- L'induit est fixe l'inducteur solidaire a son rail mobile comme illustré sur la (figure I.3)

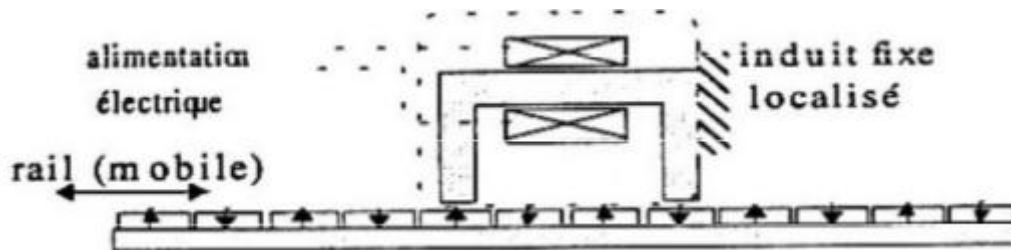


Figure I.3 : Moteur linéaire a induit fixe et inducteur mobile

- Inducteur mobile et inducteur fixe, distribué le long du rail comme indique la (Figure I.4)

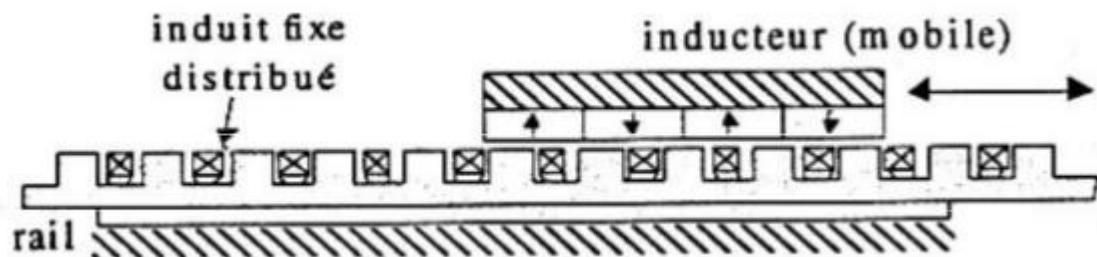


Figure I.4 : moteur linéaire a inducteur mobile et induit fixe

I.3 géométrie de la machine linéaire

La géométrie des machines linéaire offrent bien des avantages, c'est la surface d'entrefer est plane les efforts normaux ne sont pas négligeables peuvent atteindre la valeur cent fois supérieures a celle des efforts tangentiels utiles, et pour celle la géométrie symétrie sont des solutions les plus adaptées a ce problème.

Généralités sur les machines linéaires

On propose ces géométries qui sont utilisées dans plusieurs applications industrielles.

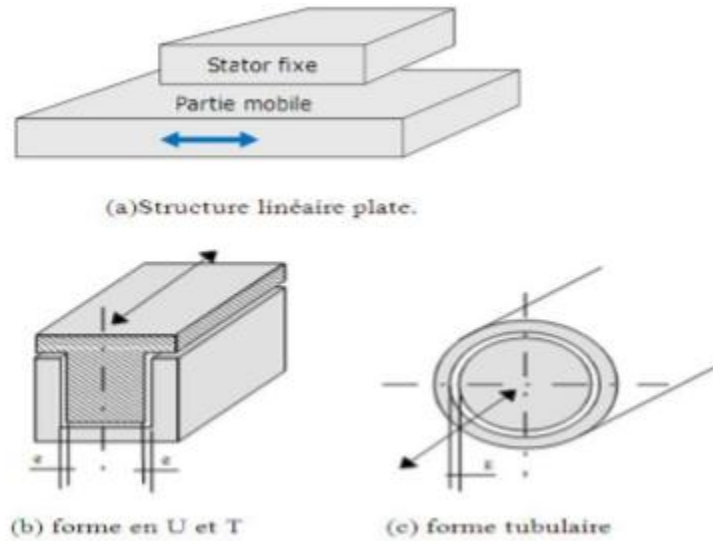
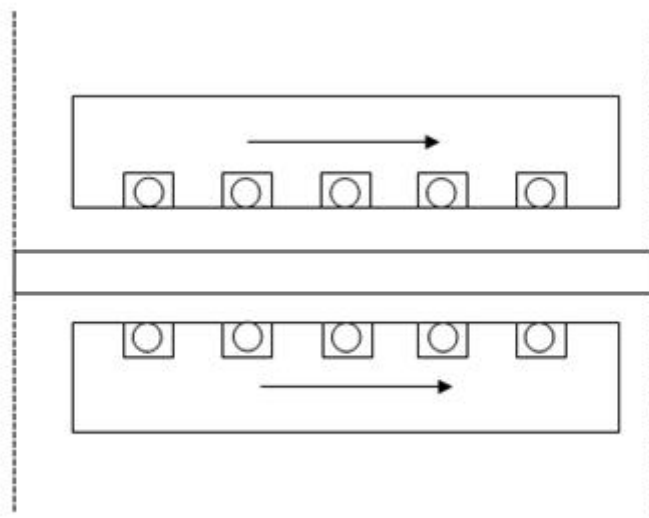


Figure I.4 différentes architectures des machine linéaire

I.3.1 machine linéaire a géométrie tubulaire

C'est une solution qui permet une meilleure utilisation de cuivre ou les efforts de traction sont nuls, utilisé fréquemment comme lanceur électromagnétique, ou la maîtrise des paramètres de position et de vitesse de la partie mobile est fondamentale, cette gamme compte deux types :

- ❖ Les machines linéaires a stator long, leur construction nécessite une quantité considérable de cuivre



- ❖ Les machines linéaire à stator court, qui sont dotées d'un système de rails en matériaux ferromagnétiques et d'un dispositif de contacts glissants pour l'alimentation de l'enroulement.

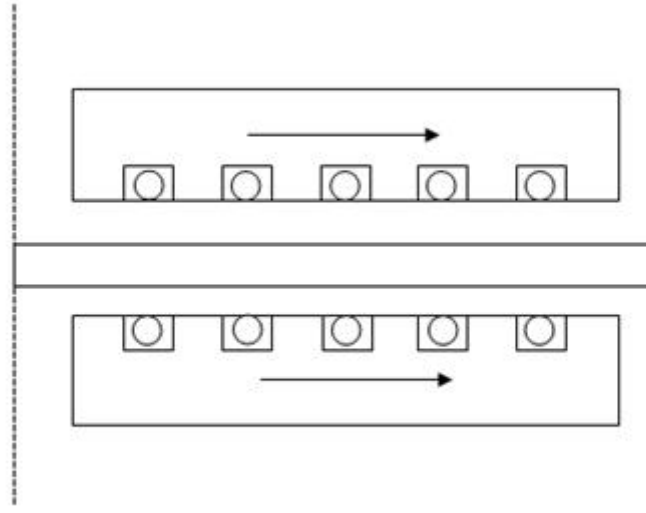


Figure I.6- machine linéaire a stator court

Un lanceur électromagnétique est forme de machine linéaire, il est constitue essentiellement d'une bobine et d'une armature conductrice. Cette dernière accélérée par la force de Lorentz créée par une interaction d'un champ magnétique. La variation d'un courant dans le temps traversant la bobine crée un champ magnétique et ce dernier crée a son tour des courants induits au sein de l'armature selon la loi de Lenz. La force de Lorentz agit sur les courants circulant dans l'armature et la propulse. L'avantage d'utilisé les armatures conductrices par rapport au matériau ferromagnétique est principalement l'obtention des vitesses importantes. Afin d'obtenir des vitesses encor plus élevées, il est nécessaire de rajoutés plusieurs bobine le long du chemin parcouru par l'armature conductrice.[9]

I.3.2 machine linéaire à géométrie plate

Leurs classifications suivant la même configuration que celle des machines tubulaires, est chacun de ces types se subdivise en deux types a leurs tours.

- ❖ **Machine linéaire a stator court, simple induction**

Elle est utilisée dans des dispositifs qui demandent beaucoup de précession, notamment dans le robotique destiné a l'usage médical. Egalement on peut les trouver dans des objets d'usage domestique, comme les lecteurs CD

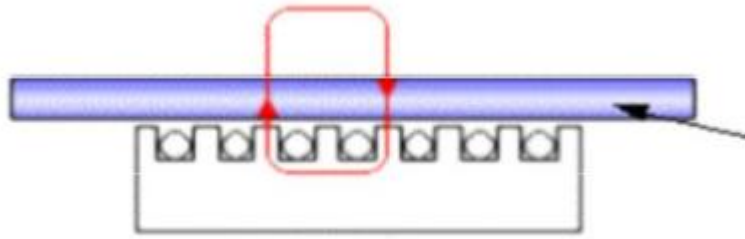


Figure I.7 machine à stator court, simple induction

❖ **Machine linéaire à stator court double inducteur**

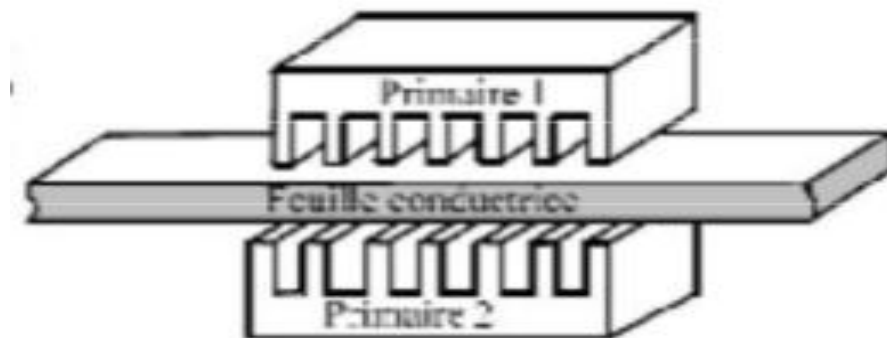


Figure I.8 machine linéaire a stator court, double inducteur

❖ **Machine linéaire à stator long, simple induction**

Les moteur plat a un seul primaire sont les plus utilisés dans la traction ferroviaire

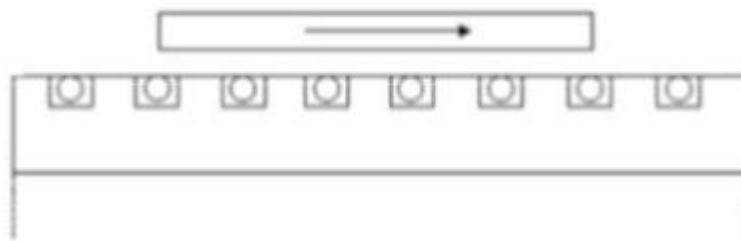


Figure I.9 machine linéaire a stator long, simple inducteur

❖ **Machine linéaire à stator long, double induction**

Similaire a la machine tubulaire, elle utilisé comme lanceur électromagnétique, appel aussi lanceur électromagnétique a rails

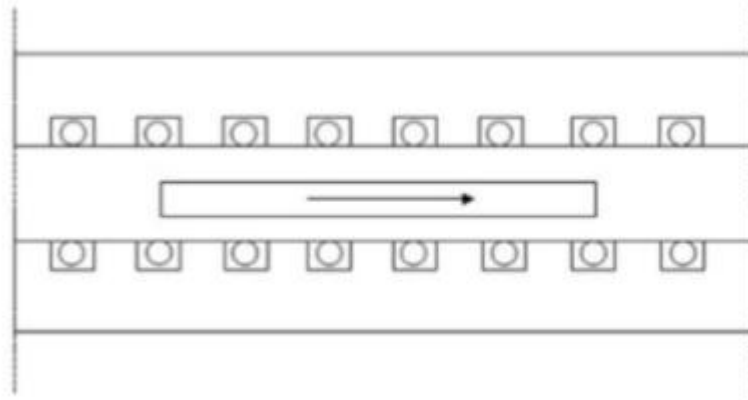


Figure I.10. Machine linéaire a stator long, double induction

I.4. Classification des machines électriques linéaires

Sur la base des principes d'opération, il existe trois principaux types de machines linéaires : les moteurs a induction, synchrone et a courant continue. [8]

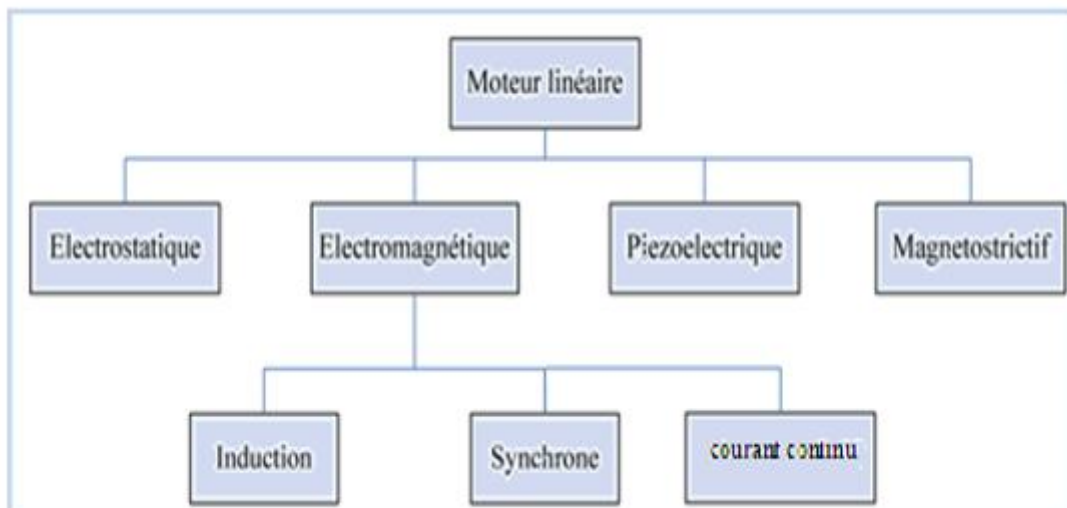


Figure.11 : Classification des moteurs linéaires

I.4.1. Moteurs linéaire à induction

Le principe d'opération d'un moteur linéaire à induction est similaire à celui de son équivalent rotatif, l'enroulement polyphasé du primaire (inducteur) produit un champ glissant.

➤ Aux deux extrémités du moteur linéaire à induction, se produit un effet d'extrémité dû aux courants supplémentaires qui sont induits dans le secondaire à cause de la variation rapide des champs magnétiques du primaire dans ces zones. Leurs conséquences sont :

- Force de tirée longitudinale supplémentaire.

Généralités sur les machines linéaires

- Perte Joule supplémentaire.
- Distorsion (déformation) de la distribution longitudinale de la densité du flux.
- Réduction du facteur de puissance ainsi que le rendement.
- Les moteurs linéaires à induction de structures planes et tubulaires appartiennent à la classe des moteurs dans lesquels le flux magnétique reste dans le plan du mouvement. [2]

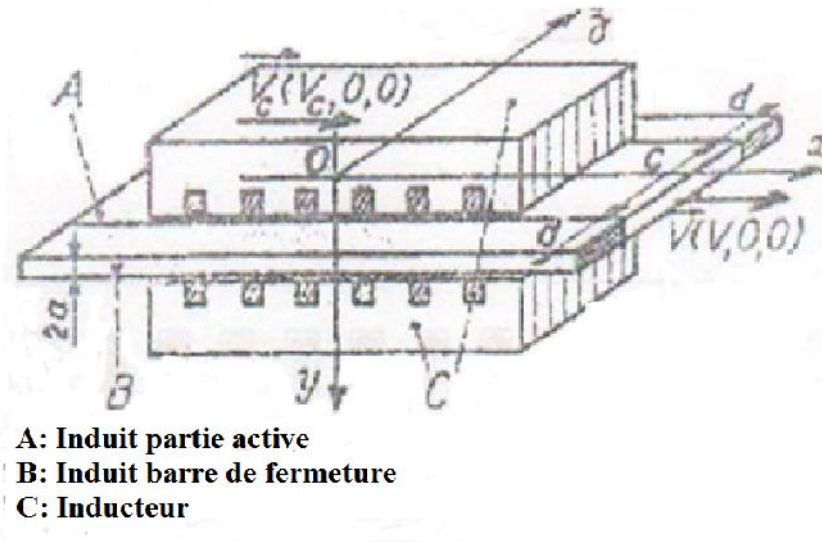


Figure I.11. Schéma réel d'un moteur linéaire à induction

I.4.2. Moteur linéaire synchrone

Chaque moteur synchrone rotatif à son équivalent linéaire. Ainsi, il ya des moteurs linéaires synchrones hétéro polaires et homo polaires.

Alors que le principe d'opération est de même pour les machines synchrones rotatives et linéaires, il existe quelques différences. Pour des raisons économiques, seulement quelques topologies sont considérés comme pratiques: les moteurs linéaires synchrones à guide actif avec enroulement inducteur conventionnel ou supraconducteur sur le corps mobile, et le moteur linéaire synchrone à guide passif.

L'entrefer d'un moteur linéaire synchrone est presque le même que dans son équivalent topologique à moteur rotatif.

En plus des moteurs linéaires synchrones de grande et moyenne puissance, il existe des moteurs linéaires synchrones à aimants permanents où l'enroulement inducteur conventionnel est remplacé par des aimants permanents à grande énergie. [2][3]

Généralités sur les machines linéaires

Les moteurs linéaires hétéros polaires et homos polaire sont utilisés pour les applications à court mouvement et à faible poussée. La structure tubulaire est préférée pour une meilleure utilisation du cuivre de l'armature et d'équilibre des forces normales.

On peut obtenir cette structure à partir de la structure plane par un enroulement supplémentaire dans la direction du mouvement, le désavantage est la longueur limitée pour laquelle la structure tubulaire peut être utilisée. [2]

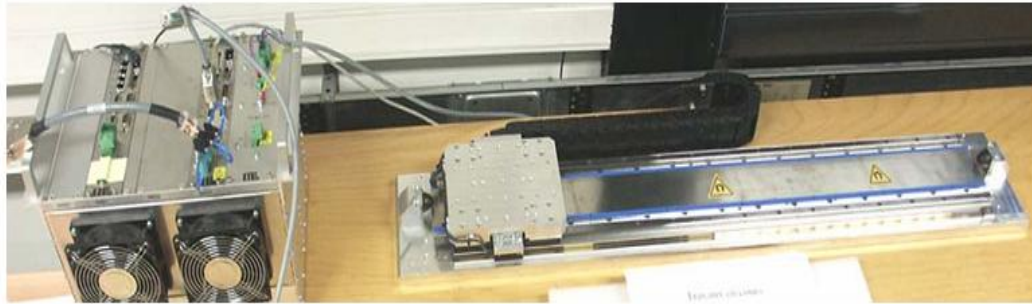


Figure I.12 : Schéma réel d'un moteur linéaire synchrone.

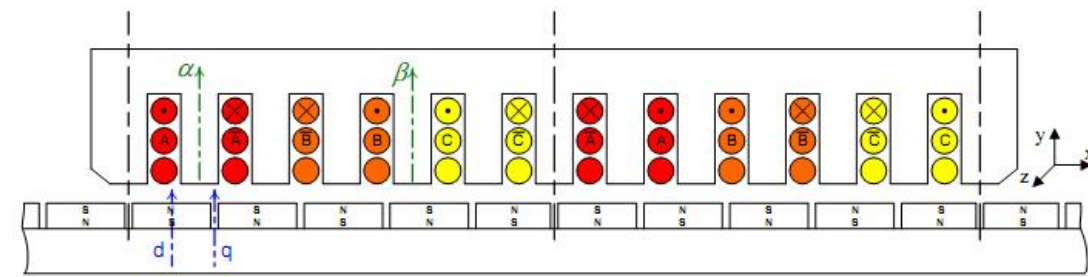


Figure I.13 : Schéma simplifié de la structure d'un moteur linéaire synchrone.

I.4.3 Moteur linéaire à courant continu

Le moteur linéaire à courant continu hétéro-polaire plane avec commutation électrique, sont les plus proposés pour les longues excursions à fortes puissances, typiquement nécessaire

Généralités sur les machines linéaires

pour le transport.

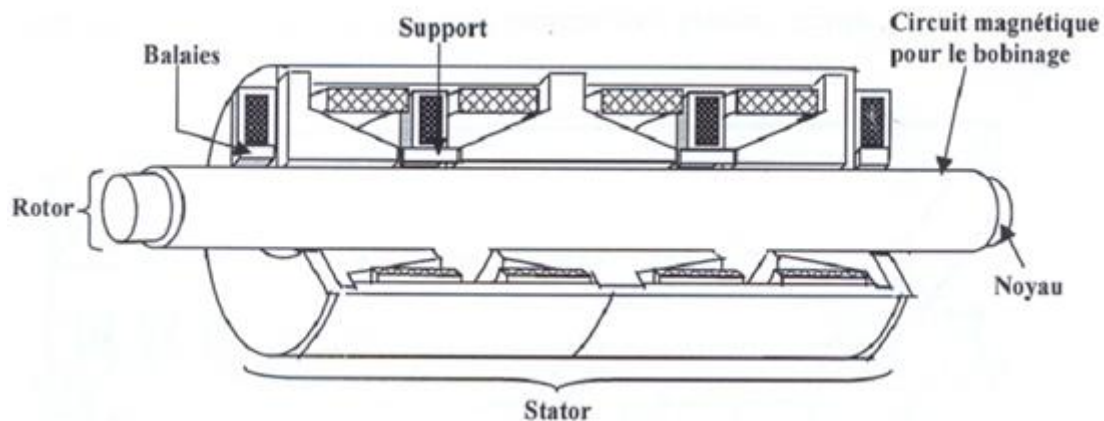


Figure I.14 : Schéma simplifié d'un moteur linéaire à courant continu.

I.5. Le schéma électrique équivalent d'une machine linéaire

Dans les moteurs linéaires, en négligeant l'effet d'extrémité, le champ d'induction résultant serait sensiblement équivalent au champ des machines rotatives et aurait comme expression : $\mathbf{B} = \mathbf{B}_{\max} e^{j(\omega t - kx)}$

Il est possible de tenir compte des effets spéciaux sur le schéma équivalent monophasé du moteur linéaire, qui est représenté sur la figure I.16 suivante :

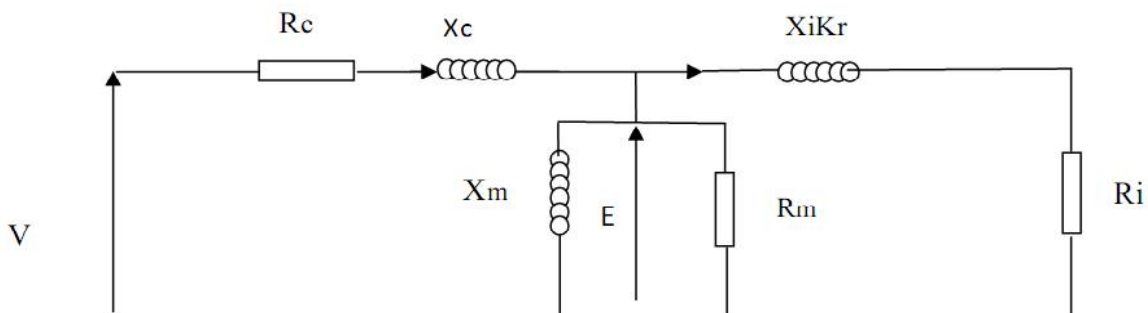


Figure I.15 : Schéma équivalent relatif à une phase d'une machine asynchrone linéaire

I.6 Différences essentielles entre les moteurs linéaires et tournants :

La théorie de la machine rotative s'établit à partir de l'électrodynamique des circuits linéaires, où les courants sont rigidement liés au système de conducteurs qui les véhiculent dans des directions déterminées, on suppose généralement que ces conducteurs sont filamenteux, c'est-à-dire de section nulle.

Le caractère spécifique du moteur linéaire exige des méthodes très puissantes d'analyse pour déterminer la distribution des champs et des courants qui y sont mis en jeu.

En effet, le moteur linéaire diffère du moteur rotatif par les points fondamentaux suivants :

Généralités sur les machines linéaires

- L'inducteur est ouvert aux deux extrémités, ce qui nous donne en outre la possibilité d'y ménager soit un nombre pair, soit un nombre impair de pôles.
- L'entrefer est large et occupe dans sa majeure partie l'induit. Celui-ci est constitué non pas des conducteurs isolés, mais par une masse conductrice.
- Toutes ces particularités se répercutent sur son fonctionnement en produisant des effets spéciaux, généralement parasites, et qui apparaissent peu dans des machines rotatives
- Pour faciliter la fermeture de flux dans le circuit magnétique et pour augmenter l'induction dans l'entrefer, il est intéressant de disposer deux stators inducteurs.

D'une part, le champ tournant des machines rotatives ne correspond qu'en première approximation au glissement des machines linéaires, perturbé par les formes particulières des circuits magnétiques et électriques, auxquelles correspondent des effets d'extrémités.

D'une part, la composante principale du champ inducteur ne traverse pas obligatoirement l'entrefer dans la direction normale. [4]

I.7 Les effets d'extrémités des machines linéaires

Ces effets d'extrémités se décomposent en deux types :

- ❖ Les effets d'extrémités de longueur finie-effets longitudinaux.
- ❖ Les effets d'extrémités de largeur finie-effets transversaux

I.7.1 Les effets d'extrémités de longueur finie-effets longitudinaux :

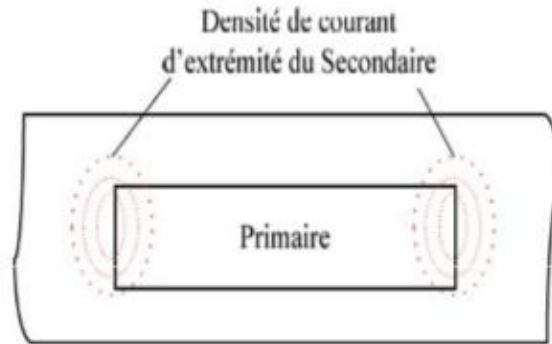
Le circuit magnétique ouvert d'un moteur linéaire donne un effet d'extrémité de longueur finie se décompose en deux types :

- Les effets d'extrémités de longueur finie dynamique

Comme le circuit magnétique est ouvert, des ondes supplémentaires se développent à l'entrée et à la sortie du moteur qui sont modifiées avec le mouvement de moteur, cet effet dépend de la vitesse de moteur, plus la vitesse est grande plus l'effet prend de l'importance, ce phénomène diminue les performances de moteur.

- Les effets d'extrémités de longueur finie statique

Puisque les positions des phases par rapport au centre du dispositif sont différentes, les courants sont déséquilibrés dans les primaires courts, les phases n'ont pas le même circuit magnétique ce qui modifie l'amplitude et le déphasage des courants.[1]

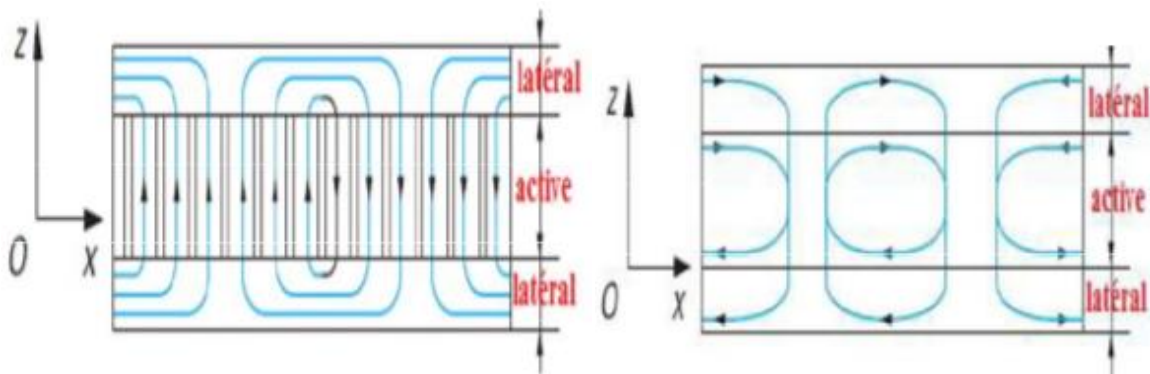


Effet dynamique

Figure I.16 : Les effets d'extrémités de longueur finie

I.7.2 Les effets d'extrémités de largeur finie-effets transversaux

Les courants induits dans le secondaire ont un parcours fermé contenu dans la zone active. Ce sont courants de Foucault, qui ne sont pas distribués uniformément. Cette distribution modifie les pertes et la répartition du champ qui entraîne une diminution de coefficient de conductivité électrique de secondaire.[5]



a. Induit au rotor a cage

b. induit au rotor massif

Figure I.17 : Distribution des courants dans le secondaire

I.8. Les avantages et les inconvénients des machines linéaires

I.8.1 Les avantage

Les avantages essentiels des moteurs linéaires sont leurs faibles réactances de magnétisation, leurs faibles inerties mécaniques et leurs excellentes capacités thermiques, ce qui augmentent leurs champs d'applications ; dans les domaines de transport, fabrication, automatisation, traitement des matières, soins médicaux ...etc. Avec de telles propriétés présentent un avantage majeur, c'est dans ces cas que les moteurs peuvent trouver d'intéressantes applications, d'autant plus qu'ils peuvent se substituer à des dispositifs

Généralités sur les machines linéaires

électromécaniques très complexes donc pouvant intégrer des systèmes particulier nécessitant peu d'espace.

C'est dans les installations de traction électrique, les organes d'asservissement, les chaînes de montage et d'outillage que l'avenir du moteur linéaires parait le plus prometteur.

Comme la charge est directement reliée au moteur ceci lui procure une dynamique plus vive, il permet d'avoir des accélérations très importantes, et une précision de positionnement assez élevée.

Le moteur linéaire est apprécié encore pour sa fiabilité dans divers situations, et sa durée de vie qui est dix fois plus qu'un système de transmission moteur rotatif-vis à bille. D'autres parts, il ne nécessite que peu de maintenance, une propreté inégale et une insonorisation qu'un système classique ne peu procure.

I.8.2 Les inconvénients

Malgré que les moteurs linéaires aient des avantages importants, ils possèdent aussi des inconvénients, parmi ces inconvénients on trouve les suivants :

- Entrefer très important du moteur à induction exige une énergie considérable pour obtenir une poussée convenable.
- La conception de l'enroulement doit supporter de grande densité de courant.
- La surface de l'inducteur conduit alors des encoches très profondes, ce qui demande une quantité importante de cuivre.
- La géométrie particulière de la machine impose une poussée spécifique à l'intérieur à celle de la machine rotatif.

I.9 Application et perspective

L'utilisation à grande échelle des machines linéaires n'est pas pour demain, leurs applications touchent des domaines de recherche et des technologies de pointes, elles peuvent être employées aussi dans divers domaines comme :

- ✓ Alternative aux vérins hydrauliques à grande vitesse, elles sont aussi utilisées dans les pompes, compresseurs, ventilateurs de grande puissance et les machines à outils.

Généralités sur les machines linéaires

- ✓ Dans les applications domestiques comme les aspirateurs, les sèche linges, les fermenteurs de rideaux et les réfrigérateurs.
- ✓ L'informatique et l'audio visuel, comme moteurs d'entraînement pour les têtes de lectures des disques durs et des bandes magnétiques, dans ce cas le moteur d'entraînement est intégré à l'intérieur de l'empilement du disque (cylindrique rotor extérieur), on utilise dans ces cas des moteurs linéaires permanents autopilotés à effet Hall ou indirect.
- ✓ Propulsion naval, utilisé dans les portes avions comme propulseurs au décollage des avions chasseurs, dans ce cas on utilise des moteurs linéaires à grande poussée et à grande vitesse.
- ✓ Dans les parcs d'attraction (le grand huit) et des portes coulissantes (porte d'ascenseur), et les rideaux de scènes théâtrales.
- ✓ Ce type de moteurs est beaucoup utilisé dans le transport, comme le cas de tramways, traction routières, bicyclette à assistance électrique dans les trains.
- ✓ Actuellement, un grand nombre de recherches sur les machines linéaires présente des modèles très performants qui franchissent les limites rencontrées auparavant par les dispositifs classiques. La recherche dans le domaine des matériaux magnétiques permet de propulser les performances de ces machines.

Les machines linéaires poly-entrefer à aimant permanent offrent de nouvelles perspectives pour leurs utilisations industrielles. [2]

I.10 Conclusion

Dans ce chapitre nous avons procédé et vu la description générale des moteurs linéaires, leurs principe de fonctionnement, et les différents types de moteurs linéaires ainsi leurs avantages et leurs inconvénients.

Chapitre II

*généralités sur les matériaux
magnétiques*

Généralités sur les matériaux magnétiques

II.1 Introduction

Afin de comprendre le magnétisme en générale et en particulier les substances magnétiques, nous aborderons dans ce chapitre les principales lois physiques et définitions associées à l'étude du magnétisme. Ensuite nous étalerons les matériaux magnétiques et l'importance du matériau ferromagnétique par rapport aux autres.

II.2 Origine macroscopique du magnétisme

Chaque atome ou ion constitue d'un noyau quasi ponctuel, entouré d'électrons répartie en couches et en sous-couches. Cet édifice obéit a des règles construction solidement établies par la mécanique quantique. A priori le moment magnétique de l'ensemble de l'édifice est la résultante des moments partiels dus à chacune de ces composantes.

En physique l'électron décrit une orbite dont le déplacement de charge est équivalent a un courant crée un moment magnétique appelé "*moment orbital*".

En parallèle, on décrit improprement le spin de l'électron, comme la rotation de l'électron sur lui-même qui donne un moment magnétique dit "*moment de spin*".

II.2.1 Moment magnétique orbitale

Le moment magnétique orbital est déterminé par le mouvement des électrons autour de l'atome. Dans une représentation ou on assimile le mouvement de l'électron autour de noyau atomique a une spire de courant, on associe a ce mouvement un moment cinétique et un moment magnétique orbital proportionnel entre eux. [6]

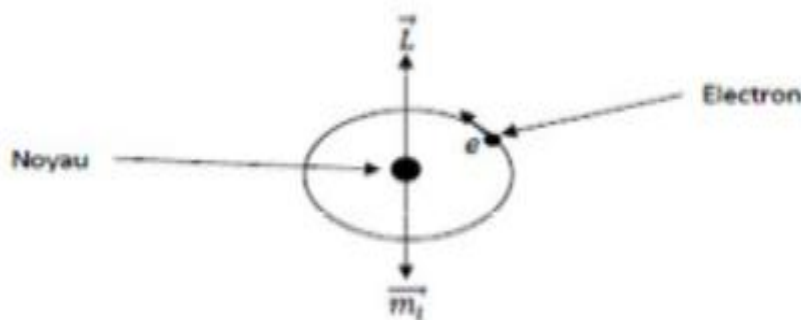


Figure II.1 : Moment magnétique orbital.

Généralités sur les matériaux magnétiques

II.2.2 Moment magnétique de spin

Le moment magnétique de spin est dû à la rotation de l'électron autour de lui-même [6]



Figure II.2 : Moment magnétique de spin.

II.2.3 Moment magnétique total

Le moment magnétique total est la somme des moments magnétiques orbitaux et le moment de spin des électrons périphérique. [6]

Pour les atomes présentant des orbites électroniques pleines, les moments se composent globalement. Dans certains cas liés à l'existence de sous-couche incomplète, la compensation des moments n'est pas totale, et l'atome est dit magnétique. [1]

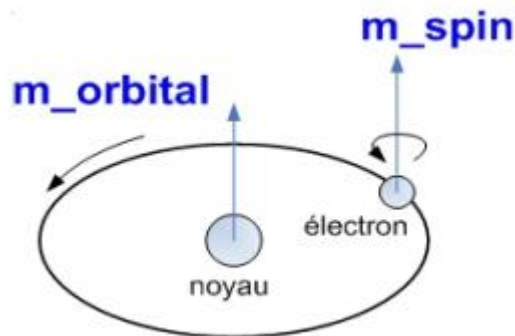


Figure II.3 : Moment dipolaire atomique.

Dans un atome, ces différents moments magnétiques se composent pour donner le moment magnétique atomique.

II.3 Définition des grandeurs fondamentales

II.3.1 Notion de champ

Chaque particule de l'univers est soumise à l'influence combinée de tous les autres, qui se manifeste par des forces d'origine gravitationnelles, électromagnétique ou encore nucléaire. Pour déterminer le mouvement de ces particules, il faudrait en principe connaître les forces produites par tous les autres. En plaçant une particule de propriétés connues en un point de

Généralités sur les matériaux magnétiques

l'espace et mesure les forces qui s'exercent sur elle, on peut déterminer les propriétés locales de l'espace en ce point. Que l'on appelle de nom de champs.

II.3.2 Champ magnétique

Les sources de champs magnétiques existant à l'état naturel (terre, aimant naturel) on peut créer artificiellement (aimant électro aimant).

L'unité de champs magnétique B est en tesla (T).

II.3.3 Champs électrique

Ensemble des charges électriques exercent sur une charge immobile q (coulomb) une force F_e (newton). Cette force étant proportionnelles à la charge, il en résulte que rapport F_e/q est un invariant, qui représente une propriété locale de l'espace. On l'appelle champ électrique défini par : $E=F_e/q$ [1] II.1

V/m : unité de champ électrique

II.3.4 Densité de charge

L'étude des phénomènes électriques ne considère pas seulement des charges ponctuelles, mais également des distributions continues de charge sur 1,2 ou 3 dimensions [10]. Ces distributions sont définies par les trois types suivants :

- ρ densité de charge volumique C/m^3
- ρ_s densité de charge surfacique C/m^2
- ρ_l densité de charge linéique C/m

Les densités de charge sont définies par la valeur limites que prend le rapport entre la charge continue dans un volume (sur une surface, sur une ligne) et ce volume (surface, longueur de ligne) lorsque ces éléments deviennent très petite (mais restent néanmoins suffisamment grands par rapport aux dimensions atomiques pour que l'électromagnétisme classique soit encore valable)[1].

Généralités sur les matériaux magnétiques

II.3.4 Densité de courant

Dans tous les milieux contenant des charges libres, l'application d'un champ électrique produit une force pour chacune des charges. Par conséquent celles-ci se déplacent dans la direction du champ, ce qui produit un courant électrique circulant dans le volume de milieu considéré [10]. La densité de courant est définie par :

$$\mathbf{J} = \sum_i \rho_i \mathbf{v}_i \quad \text{II.2}$$

A/m² : l'unité de la densité de courant

La sommation porte sur tous les types de charges libres présentes dans le milieu, la charge de type i étant caractérisé par une densité volumique ρ_i , et une vitesse moyenne \mathbf{v}_i . Comme cette dernière est proportionnelle au champ électrique et que les densités de charge sont une propriété de milieu considéré, nous pouvons alors écrire :

$$\vec{j} = \sigma \vec{E} \quad \text{II.3}$$

Cette relation est connue sous le nom de la loi d'Ohm. Le facteur de la proportionnalité est de la conductivité.

Les milieux qui contiennent des charges libres sont :

- Les métaux, dans lesquels la conduction est due à la présence de l'électrons libres.

L'échauffement d'un conducteur est lié à la carré de la densité de courant (Effet Joule) .

- Les semi conducteurs.
- Les sels en solution.
- Les gaz à haute température ou plasmas dans lesquels les atomes sont partiellement ou entièrement dissociés en ions positifs ou négatifs.
- Quand l'amplitude du champ électrique atteint une valeur critique, appelée champ disruptif, la force produite sur chaque atome est suffisante pour lui arracher des électrons, provoquant l'apparition d'un plasma (décharge, arc électrique, étincelle) [10].

Généralités sur les matériaux magnétiques

II.3.5 Aimantation et polarisation magnétique

II.3.5.1 Aimantation [2]

On appelle intensité d'aimantation, la valeur du moment ampérien par unité de volume d'une substance magnétique, elle est obtenue en soumettant le matériau à l'influence d'un champ magnétique, le vecteur d'aimantation est alors donné par la relation

$$\vec{M} = \frac{\sum \vec{m}_i}{V} \quad \text{II.4}$$

Elle s'exprime en [A/m].

m_i : représente le moment magnétique ampérien.

Le champ d'excitation H et l'aimantation M se superposent pour donner le champ d'induction B , défini par l'équation :

$$\vec{B} = \mu_0 (\vec{H} + \vec{M}). \quad \text{II.5}$$

II.3.5.2 Polarisation magnétiques [2]

On définit la polarisation magnétique, comme étant la valeur du moment magnétique dipolaire par unité de volume d'une substance magnétique.

La vectrice polarisation est donnée par l'expression :

$$\vec{J} = \frac{\sum \vec{m}_i^C}{V} \quad \text{II.6}$$

Elle s'exprime en [Tesla].

m_i^C : représente le moment magnétique colombien.

La polarisation et l'aimantation sont liées par la relation

$$\vec{J} = \mu_0 (\vec{M}) \quad \text{II.7}$$

Généralités sur les matériaux magnétiques

Le champ d'induction magnétique peut aussi être exprimé par la formule

$$\vec{B} = \mu_0 (\vec{H} + \vec{J}) \quad \text{II.8}$$

II.3.6 Susceptibilité et perméabilité magnétique [2]

II.3.6.1 Susceptibilité magnétique

Elle est définie comme étant le rapport entre la polarisation et le champ magnétique, effectivement lorsqu'une substance magnétique est plongée dans un champ magnétique H , elle acquiert une certaine aimantation M tel que :

$$M = \chi \cdot H \quad \text{II.9}$$

Où le coefficient χ désigne la susceptibilité magnétique relative de la substance, elle exprime dans un sens le taux d'aimantation.

II.3.6.2 Perméabilité magnétique

On appelle perméabilité magnétique absolue la faculté que possède la substance à canaliser le champ magnétique, elle s'exprime en [H/m].

$$\mu = \mu_r \cdot \mu_0 \quad \text{II.10}$$

Avec :

μ_r : est la perméabilité relative, elle est sans unité.

μ_0 : est la perméabilité magnétique du vide, elle vaut $4 \cdot 10^{-7}$.

II.3.7 Déplacement électrique D , champs de polarisation P et permittivité

Les milieux matériels sont formés de charges, positives et négatives, liées à l'intérieur d'atomes et de molécules. Lorsque le centre de gravité des charges positives des molécules et celui de ses charges négatives coïncident, l'ensemble est électriquement neutre, si ces centres

Généralités sur les matériaux magnétiques

ne coïncidant pas dans l'espace, la molécule se comporte comme deux charges de même amplitude mais de signe opposé, séparées par une distance déterminée par la géométrie de la molécule. Cet assemblage de deux charges de signe opposé est appelé un dipôle permanent [10].

Lorsqu'on applique un champ E à un milieu matériel, les dipôles permanents qu'il contient s'alignent dans la direction de champ. D'autre part, les charges liées positives et négatives des molécules neutres se déplacent légèrement et en sens opposés le long du champ, par suite des forces électriques appliquées, le champ provoque l'apparition de dipôles induits. Tous ces dipôles sont caractérisés par un moment dipolaire dont l'amplitude est le produit de la charge par la distance séparant les charges. Le champ de polarisation P est défini par la densité volumique de moments dipolaires lorsque l'élément de volume devient très petit. [10]

L'effet de champ électrique est représenté par le déplacement électrique D qui est défini par :

$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P} \quad \text{II.11}$$

C/m^2 : l'unité de courant de déplacement.

Où ϵ_0 est la constante électrique, ou permittivité de vide qui vaut :

$$\epsilon_0 = 8.854 \cdot 10^{-12} \text{ H.m}^{-1}$$

Dans un milieu linéaire, la polarisation \vec{P} est proportionnelle au champ électrique \vec{E} et on a dans ce cas :

$$\vec{D} = \epsilon \vec{E} \quad \text{II.12}$$

Le coefficient constant ϵ est appelé permittivité du matériau

Dans le vide, est approximativement dans l'air, la polarisation \vec{P} est nulle, il en résulte donc :

$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} \quad \text{II.13}$$

Généralités sur les matériaux magnétiques

II.4 Milieu magnétique

Dans le vide, les grandeurs vectorielles induction magnétique B et le champ magnétique H sont liées dans une relation linéaire par la perméabilité magnétique de vide μ_0 dans un milieu magnétique isotrope, une nouvelle grandeur se superpose au champ pour traduire l'influence de milieu : elle est liée au champ magnétique par la susceptibilité magnétique χ du matériau [10].

La perméabilité magnétique du matériau, elle traduit le comportement magnétique de celle-ci. Cette valeur permet de classer les matériaux magnétiques en trois catégories : diamagnétique, ferromagnétique et paramagnétique.

Le magnétisme est souvent expliqué à partir d'un modèle de la structure atomique de la matière. Celle-ci comporte des dipôles magnétiques permanents capables de s'orienter dans un champ extérieur. Ces dipôles ont une origine soit atomique, orbitale (couches électroniques incomplètes), soit électronique (spin électronique) ou encore nucléaire (spin nucléaire), à l'état d'équilibre, sans un champ appliqué, l'agitation thermique oriente les dipôles dans toutes les directions avec une probabilité égale. Il n'y a alors aucun moment magnétique résultant dans le matériau à l'échelle macroscopique [10].

En présence d'un champ magnétique extérieur le nombre de domaines alignés avec un champ augmente, il y a un moment magnétique résultant dans le matériau qui est dit polarisé.

II.4.1 Matériaux diamagnétiques

Le diamagnétisme est un comportement (propriété) général de la matière, il se traduit par le fait que plongé dans un champ d'excitation magnétique H le matériau acquiert une polarisation proportionnelle à H , elle se traduit par l'équation suivante :

$$J = \chi \cdot H \tag{II.14}$$

Où χ désigne la susceptibilité diamagnétique qui est une grandeur négative et très faible de l'ordre de 10^{-5} , on ne peut la désigner que dans les substances ne présentant aucun moment magnétique intrinsèque.

Donc on ne qualifie de diamagnétique que les substances pour lesquelles ce caractère est dominant, celle-ci présente obligatoirement des sous-couches électroniques pleines.

Généralités sur les matériaux magnétiques

Ce comportement s'explique par le fait que les électrons en mouvement autour du noyau atomique se comportent comme des spires traversées par un courant, qui sont plongées dans un champ magnétique vont sous l'action de la loi de Lenz généré un flux qui s'oppose à la variation du flux appliqué qui lui a donné naissance.

Malgré la faiblesse du comportement diamagnétique, mais il est très significatif dans les matériaux supra conducteurs qui possèdent une susceptibilité proche de -1.

Le tableau II.1 montre les valeurs de la susceptibilité de quelques matériaux diamagnétiques à la température ambiante.[11]

Matières	Susceptibilité
Silicium (Si)	$-1,2 \cdot 10^{-6}$
Cuivre (Cu)	$-1,08 \cdot 10^{-6}$
Plomb (Pb)	$1,4 \cdot 10^{-6}$

Tableau II.1 : valeur de la susceptibilité de quelques matériaux diamagnétiques à la température ambiante.

II.4.2 Matériaux paramagnétiques

Le paramagnétisme est un comportement concernant les substances dont certains atomes caractérisés par des couches électroniques incomplètes qui sont porteurs de moments magnétiques permanents et indépendants les uns des autres qui sont de l'ordre de 10^{-23} Am^2 .

Le paramagnétisme est caractérisé par une susceptibilité relative positive mais très faible, elle est comprise entre 10^{-6} et 10^{-3} , et elle est inversement proportionnelle à la température.

Sous l'action d'un champ magnétique extérieur les moments magnétiques des atomes d'une substance paramagnétique tendent à s'aligner, mais la polarisation résultante est très faible à cause de l'agitation thermique qui oriente aléatoirement les moments magnétiques de ces atomes.

Généralités sur les matériaux magnétiques

Pour la majorité des corps paramagnétique, la susceptibilité relative varie en raison inverse de la température, elle obéit à la loi de Curie suivante :

$$X_r = \frac{C}{T} \quad \text{II.15}$$

Où :

C : est la constante de Curie.

T : la température thermodynamique

Le tableau II.2 donne les valeur de la susceptibilité de quelques matériaux paramagnétiques a la température ambiante.

Matière	Susceptibilité
Aluminium (Al)	$7.7 \cdot 10^{-6}$
Tungstène(W)	$3.5 \cdot 10^{-6}$
Platine (Pt)	$1.2 \cdot 10^{-5}$

Le tableau II.2 valeur de la susceptibilité de quelques matériaux paramagnétiques a la température ambiante.

II.4.3 Matériaux ferromagnétiques

Les matériaux ferromagnétiques se distinguent par leurs propriétés de posséder une aimantation spontanée permanente en l'absence du champ magnétique extérieur. Ils sont aussi caractérisés par la valeur très élevée que peut prendre cette aimantation [2].

En présence d'un champ magnétique extérieur, les moment magnétique s'orientent parallèlement a ce champ.

Le Fer (Fe), le Cobalt (Co), le Nickel (Ni) et un certain de nombre de leur alliage sont ferromagnétiques [11].

Généralités sur les matériaux magnétiques

L'aimantation varie avec la température selon la théorie de Langevin. Ainsi au dessus d'une température donnée T_c , appelée la température de Curie, tous les matériaux ferromagnétique deviennent paramagnétiques (figure II.4) et obéissent à la loi de Curie-Weiss qui est donne par la formule suivante :[2]

$$X_r = \frac{c}{T-T_c} \quad \text{II.16}$$

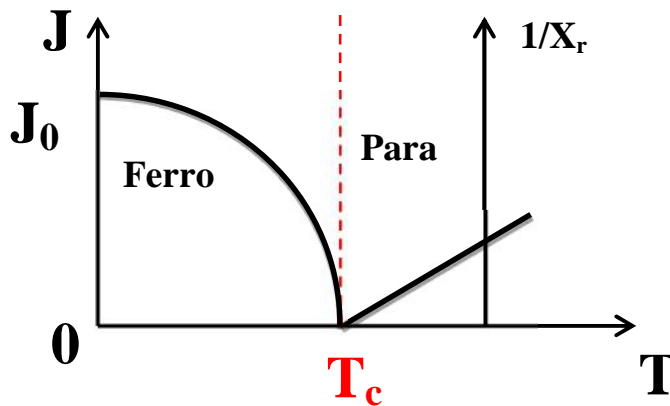


Figure II.4 : Variation de l'aimantation en fonction de la température [K].

Quant on chauffe un solide ferromagnétique, l'agitation croissante des atomes contraire le couplage entre les moments magnétiques des différents atomes. Ainsi, la perfection de leur alignement décroît avec la température, d'abord lentement, ensuite de façon anarchique.

A l'approche de la température de curie T_c , l'alignement disparaît pour laisser place au désordre magnétique.

Le comportement des matériaux ferromagnétiques employés pour canaliser le flux dans les machines électriques est expliqué à l'aide de la théorie des domaines magnétiques de Weiss.

II.5 Organisation de la matière ferromagnétique

II.5.1 Origine des domaines de Weiss

L'orientation parallèle des moments magnétiques est un phénomène local. Des techniques d'observation appropriées ont permis de mettre en évidence la répartition de la polarisation magnétique dans la matière.

Un échantillon de taille macroscopique est généralement divisé en de nombreuses régions polarisées.

Généralités sur les matériaux magnétiques

Dans chaque région, tous les moments magnétiques atomiques sont alignés parallèlement les uns aux autres et sont orientés suivant la direction de la polarisation de la région à laquelle ils appartiennent (mais de telle sorte que la polarisation globale de l'échantillon soit nulle).

Cette région porte le nom de domaine magnétique ou domaine de Weiss.

Chaque domaine magnétique est séparé d'un voisin par une zone de transition appelée paroi de Bloch à travers lesquelles l'orientation des moments magnétiques passe progressivement d'un domaine à l'autre.

Le volume d'un domaine est estimé environ 10^{-8} cm^3 tandis que l'épaisseur de la paroi de Bloch en nanomètres [11].

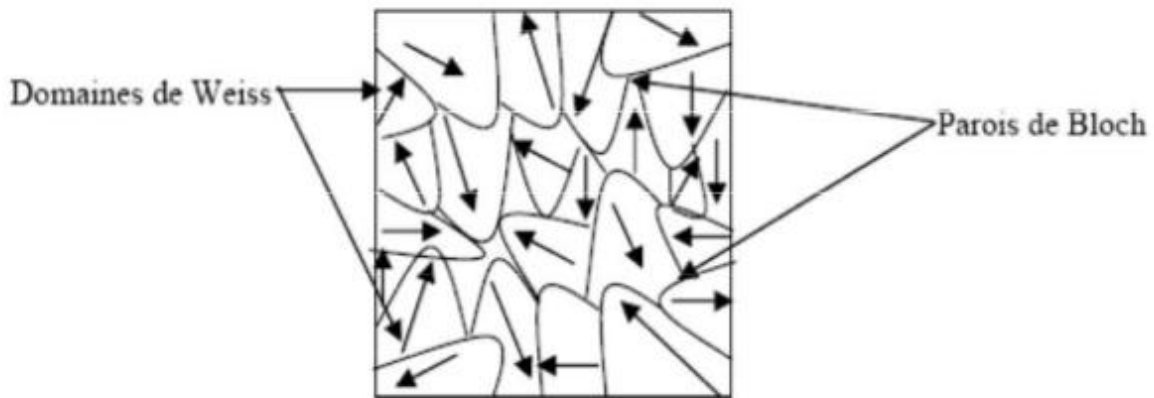


Figure II.5 : Aspect de la répartition des domaines dans un cristal ferromagnétique

II.5.2 Parois de Bloch

Les interfaces entre les domaines sont appelées ''parois de Bloch'' (1932) à travers lesquelles l'orientation des moments magnétiques passe progressivement d'un domaine à l'autre [1].

II.5.3 Energie interne W_{in} d'un corps ferromagnétique

L'énergie interne associée à la structure des domaines W_{in} comprend quatre termes :

a)Energie d'échange : [2]

Une substance ferromagnétique est caractérisée par un arrangement géométrique de ces atomes et un arrangement directionnel des moments, l'arrangement géométrique des atomes

Généralités sur les matériaux magnétiques

peut être détruit lorsque on atteint la température de fusion du matériau, une autre caractéristique se voit dans l'arrangement directionnel des moments atomique qui est aussi en fonction de la température, le retour à l'arrangement aléatoire est obtenu pour des températures supérieures à celle de Curie.

Dans un cristal ferromagnétique l'énergie d'échange entre deux atomes voisins impose l'ordre directionnel des moments quantique de spin qui est donné par l'équation :

$$W_{ij} = - 2. J_{ij}. \vec{S}_i \vec{S}_j \quad \text{II.17}$$

Ou :

J_{ij} : désigne l'intégral d'échange entre les atomes i et j.

$S_i.S_j$: désigne les moments magnétiques de spins associés aux deux atomes.

b) Energie magnétostatique

Elle résulte des interactions entre chaque moment atomique et le champ \vec{B}_i crée par les atomes voisins, où est plongé un moment m_i , l'expression de son énergie potentielle magnétostatique est donnée par la loi d'aimantation statique :

$$W_i = - m_i. \vec{B}_i \quad \text{II.18}$$

c) Energie d'anisotropie

L'énergie d'anisotropie magnéto-cristalline provient de l'interaction électrostatique entre les orbitales des électrons responsables du magnétisme de l'atome et du champ électrique cristallin.

L'aimantation ferromagnétique dépend de cette énergie ,en effet lorsqu'on augmente le champ d'excitation H ,les domaines qui se trouvent dans le même sens que H s'agrandissent au détriment des autres domaines par le déplacement des parois de Bloch ,si l'augmentation de H persiste alors c'est le vecteur aimantation qui subira une modification, ce qui augmente le cycle d'hystérésis et provoque ainsi un échauffement qui se traduit par les pertes magnétiques.

Généralités sur les matériaux magnétiques

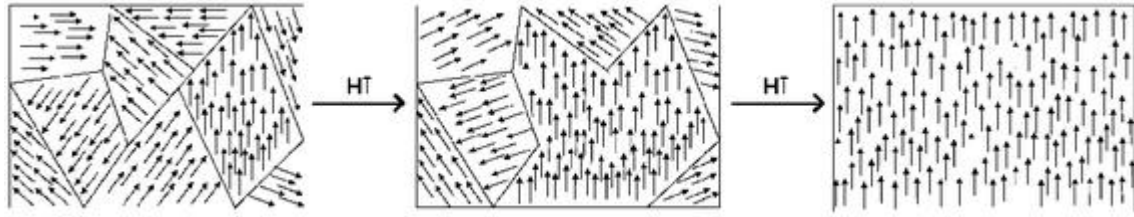


Figure II.6. L'orientation de polarisation par effet de champ magnétique extérieur.

d) Energie magnétostrictive

C'est une énergie due essentiellement aux déformations et aux contraintes que les domaines exercent les uns sur les autres, cela résulte du couplage magnéto-mécanique et autres effets magnéto-élastique, le cristal peut s'allonger ou se contracter, selon la direction de la polarisation par rapport à la déformation.

Si la polarisation et la déformation sont de même sens, alors il y aurait allongement du cristal, mais s'ils sont de sens opposés alors il y aurait contraction.

D'autres effets magnéto-élastiques peuvent également apparaître dans un matériau, ce sont des déformations libres qui donnent lieu à des allongements spontanés, les causes sont d'origines divers (contraintes résiduelles de fabrication, contraintes thermiques, etc.). [2]

II.6 Matériaux magnétiques doux et matériaux magnétiques durs

II.6.1 Matériaux magnétiques doux

Ceux sont des matériaux à cycle hystérésis très mince, aimantation rémanente très faibles, les matériaux présentant ces caractéristiques sont le fer, le nickel, le cobalt et leurs alliages.

Ces matériaux à l'état pur n'offrent pas un grand intérêt à leurs exploitations, souvent on fait recours à leurs alliages ou bien on leur ajoute des additifs comme le silicium.

Ils s'aimantent et se désaimantent facilement, on les utilise le plus souvent dans les applications où l'on cherche à maximiser le flux.

Applications : les transformateurs, inductances, électroaimants, et les relais de protection.

Les matériaux typiques : Fe-Si, Fe-Ni, Fe-Co et les ferrites doux.

Généralités sur les matériaux magnétiques

II.6.2 Matériaux ferromagnétiques durs

Ceux sont des matériaux à large cycle hystérésis caractérisés par une aimantation rémanente, ils sont destinés en générale à la fabrication des aimants permanents utilisés dans les machines électriques tournantes, les hauts parleurs, les supports d'enregistrements bandes, disques magnétiques et moteurs génératrices...etc.

Les matériaux typiques : alliages Alnico, ferrites durs, Platine Cobalt.

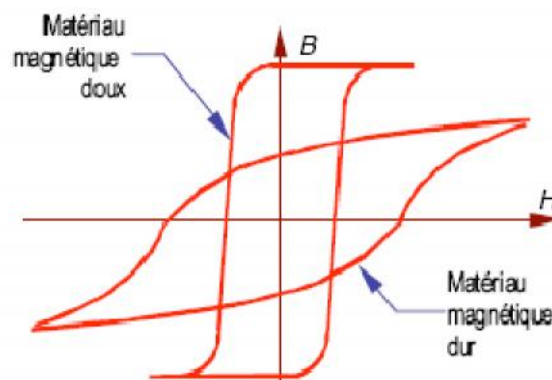


Figure II.7 : Matériaux ferromagnétiques doux et durs.

II.7 Cycle d'hystérésis

À partir des points (B et H) de la courbe de première aimantation, on diminue le champ H .

L'induction B ne repasse pas sur la même courbe, pour $H = 0$, il subsiste une aimantation rémanente B_r qui peut être annulée en appliquant $-H_C$. B_{sat} est l'induction de saturation.

Le cycle d'hystérésis est la courbe des réponses des matériaux magnétiques, à travers laquelle, ils gardent la mémoire de tous leurs états d'aimantation antérieures par l'intermédiaire des domaines élémentaires.

La courbe de première aimantation et le cycle d'hystérésis sont deux propriétés importantes des substances ferromagnétiques.

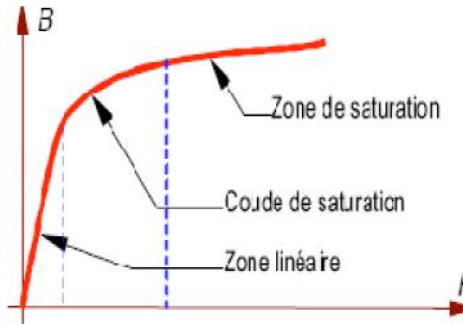


Figure II.8 : Courbe de première aimantation

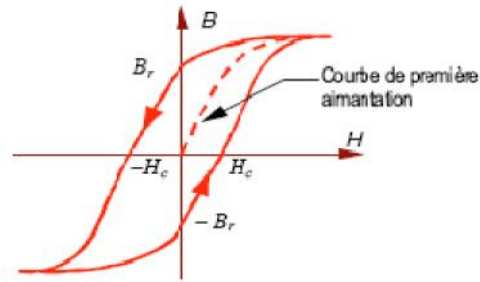


Figure II.9 : Cycle d'hystérésis

II.7.1 Le champ coercitif H_c

Cette grandeur indique la facilité avec laquelle le matériau a s'aimanter. Techniquement, le champ coercitif correspond sur le cycle d'hystérésis au champ d'excitation pour l'induction est nulle.

II.7.2 L'induction rémanente B_r

L'induction rémanente est celle qui subsiste quand le champ H est nul.

II.7.3 Mécanisme d'hystérésis

Le cycle d'hystérésis d'un matériau ferromagnétique dépend de la mobilité des parois de block, elle-même est fonction des énergies magnétiques et du champ appliqué. Donc il peut être considéré comme une caractéristique du matériau.

La courbe de première aimantation et le cycle d'hystérésis sont deux propriétés importantes des substances ferromagnétiques.

Si on applique un champ à un matériau, on modifie la répartition des domaines par déplacement des parois et il en résulte une variation de l'aimantation. Celle-ci est représentée en pointillés sur la figure ci-dessous et appelée courbe de première aimantation. Si le champ est suffisamment faible ces déplacements de parois sont réversibles. Si le champ appliqué H dépasse une certaine valeur critique H_c , les déplacements des parois sont alors brutaux et irréversibles. Si le champ appliqué est suffisamment élevé, l'aimantation augmente par rotation des domaines de block et tend à atteindre une aimantation maximale qui est l'aimantation à saturation, tous les spins sont parallèles [1].

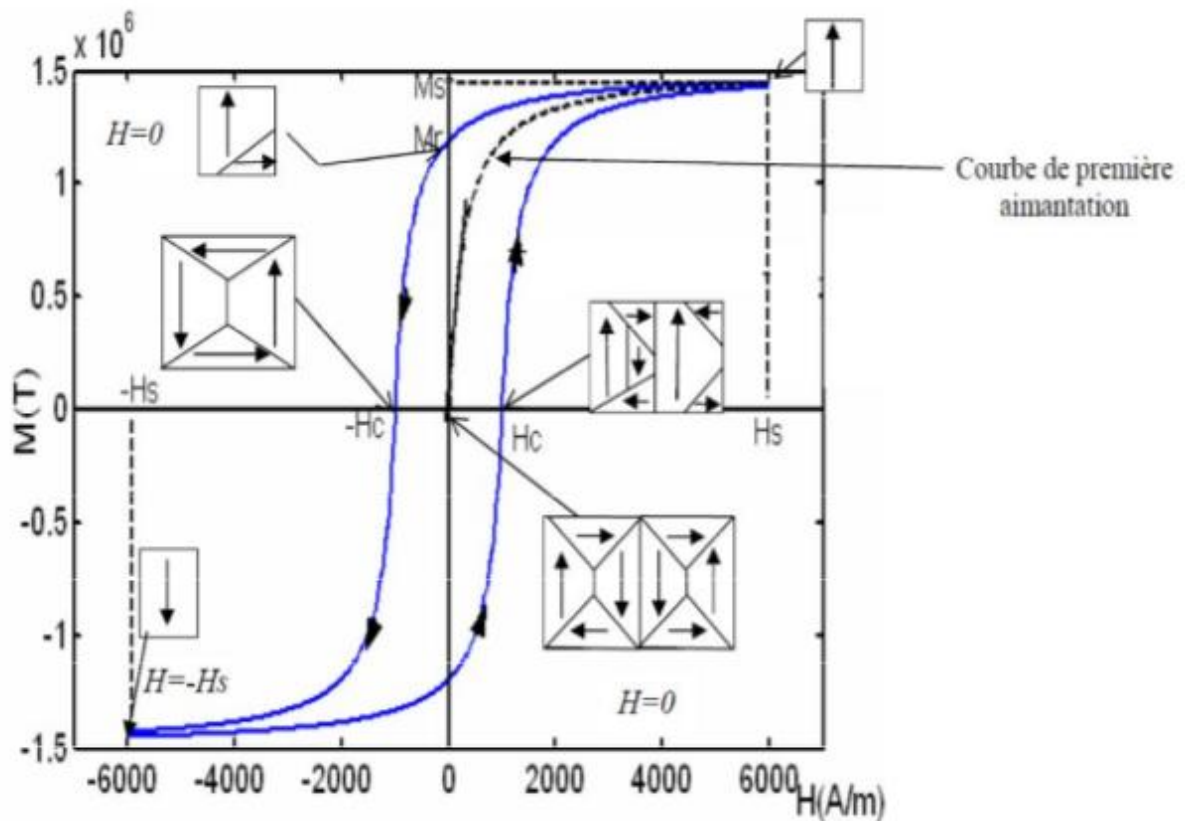


Figure II.10 : Cycle d'hystérésis d'un matériau aimanté.

II.8 Les alliages magnétiques [22] [23]

La quasi-totalité des matériaux magnétiques utilisés en électrotechnique sont à base du Fer, c'est pour ces propriétés magnétiques exceptionnelles que son utilisation est indispensables dans divers domaines.

Mais le Fer à lui seule représente beaucoup d'inconvénients, chose qui impose l'ajout d'autres matériaux en vu d'améliorer ces propriétés magnétiques et physiques et surtout métallurgiques.

II.8.1 Les alliages Fe-Ni

Ils constituent une grande famille des alliages magnétiques doux, grâce a leurs constantes électromagnétiques ($K_1, \lambda_{100}, \lambda_{111}$) favorable a de multiples applications dans le domaine électromagnétique ou le rendement est primordiale devant ces caractéristiques.

Ces alliages doivent leurs performances élevés à leurs structures cubiques à faces centrés (cfc) qui apparaissent dès l'ajout de 25-30% de Ni, cette configuration reste stable dans toute la

Généralités sur les matériaux magnétiques

gamme classique de traitement thermique et elle est plus facile à laminier jusqu'à à de très faible épaisseur (25 μ m).

Ses applications sont très variées allant de l'électrotechnique miniature aux transformateurs de signaux en passant par les relais haute sensibilité et les blindages à fortes atténuations.

II.8.2 Les alliages Fe-Co

Pour répondre à la miniaturisation et la diminution de l'encombrement dans les systèmes électromagnétiques demeure plus que jamais d'actualité, les alliages Fe-Co offrent une grande possibilité dans ce sens en effet dans de nombreux domaines comme l'aéronautique, le spatial, le ferroviaire.

L'utilisation de Fe-Co diminue considérablement le poids des dispositifs électromagnétiques, un impacte direct sur la réduction de l'énergie stocké et une augmentation de l'autonomie d'énergie.

Les performances acquises lors de l'ajout du cobalt sont multiple, on peut citer :

- L'augmentation de l'aimantation à saturation, elle atteint 2,4 T a 20°C.
- Pour 35% en poids de Co permet une réduction considérable dans le volume et le poids des machines électriques.
- Une croissance significative de magnétostriction apparente a saturation exploité dans un fonctionnement en capteur.
- Une température de Curie très élevé, qui avoisine 1040°C avec 94% de Co, possibilité d'usage dans les milieux a très haute température.

II.8.3 Les alliages Fe-Si

L'addition de silicium au fer pur améliore certaines propriétés magnétiques selon le taux de silicium. Les avantages apportés par le Silicium dans le Fer

- L'augmentation de la résistivité électrique et par conséquent la diminution des pertes par courants de Foucault.
- Une augmentation de la perméabilité magnétique.
- Une diminution du champ coercitif ce qu'induit une diminution des pertes par hystérésis [11].

Généralités sur les matériaux magnétiques

- L'adaptation pour l'utilisation en hautes fréquences.

II.9 Les tôles magnétiques

II.9.1 Les tôles en Fer Silicium à grain orientés

Il s'agit des tôles généralement obtenues par laminage à froid jusqu'à l'épaisseur souhaitée.

Elles sont utilisées pour les circuits magnétiques des transformateurs, cette tôle acquiert très facilement une aimantation importante parallèlement à sa direction de laminage [23].

II.9.2 Les tôles Fer Silicium à grains non orientés

Ces tôles sont utilisées pour la construction de tous les circuits magnétiques feuilletés, fonctionnant en régime d'induction variable (à l'exclusion des noyaux des transformateurs, pour lesquels on utilise des tôles à grains orientés) [23]

II.10 Pertes magnétiques [25]

Les pertes magnétiques sont composées de trois termes :

- Les pertes par l'hystérésis,
- Les pertes par courant de Foucault (pertes dynamiques),
- Les pertes supplémentaires.

La relation entre les trois types de pertes est

$$P_{\text{fer}} = P_{\text{h}} + P_{\text{f}} + P_{\text{sup}} \quad \text{II.19}$$

P_{h} : Pertes par hystérésis [J].

P_{f} : Pertes par courant de Foucault [J].

P_{sup} : Pertes supplémentaires [J].

Généralités sur les matériaux magnétiques

II.10.1 Pertes par courant de Foucault P_{CF}

Les matériaux ferromagnétiques ont souvent des propriétés conductrices de courant électrique, en présence d'un flux variable, ces matériaux sont le siège des courants induits qui circulent dans la masse de ces matériaux. L'effet Joule dissipe l'énergie sous forme de chaleur appelée "pertes classiques par courants induits".

Ces pertes sont proportionnelles au carré de la fréquence, elles peuvent être calculées en connaissant la nature du matériau, ses dimensions, sa résistivité électrique ou bien sa conductivité électrique.

Ces pertes sont dissipées par effet Joule sous forme de chaleur appelée classiques par courant induit :

$$P_{CF} = \frac{K.e^2.f^2.B^2}{r} \quad \text{II.20}$$

e : L'épaisseur du ferromagnétique[m].

f : Fréquence du réseau [Hz].

r : La résistivité électrique [$\Omega \cdot m$].

K : Le coefficient de Steinmetz ; avec $5.10^{-5} < K < 4.10^{-4}$ et l'induction est $0,2T < B < 1,5T$ pour des fréquences $f < 100\text{Hz}$.

II.10.2 Les pertes par Hystérésis

Les pertes sont dues au travail des forces de freinage agissant sur les parois de Bloch en mouvement durant les processus d'aimantation et de désaimantation, elles correspondent au travail nécessaire parcourus complètement, la boucle d'hystérésis complète.

La loi selon Steinmetz est

$$P = K. f. B. M^n \quad \text{II.21}$$

Avec $n = 2$ pour les tôles Fe-Si.

$n = 1,6$ pour les tôles fer ordinaires.

Généralités sur les matériaux magnétiques

f : Fréquence du réseau [Hz], $f < 100\text{Hz}$.

B_M : l'induction de crête [T], $0,2 < B < 1,5 \text{ T}$.

K : Le coefficient de Steinmetz, $5.10^{-5} < K < 4.10^{-2}$, il varie selon le pourcentage d'alliage et la nature du matériau.

II.10.3 Les pertes supplémentaires ou par excès

Les pertes supplémentaires peuvent être considérées comme des pertes résiduelles ou anormales dues au non sinusoidalité de l'induction B , plus les pertes par trainage dues au retard de l'induction par rapport au champ appliqué. Les pertes supplémentaires sont obtenues par la différence entre les pertes dynamiques et les pertes par courant de Foucault:

$$P_{dy} = P_{fer} - P_h \quad \text{II.22}$$

$$P_{dy} > P_{CF}$$

- Si l'induction est sinusoidale $P_{dy} = \eta \cdot P_{CF}$, avec η : coefficient d'anomalie des pertes.
- Si l'induction est non sinusoidale : $P_{dy} = \eta(F/F_s)^2 \cdot P_{CF}$.

F : Le facteur de forme de l'induction non sinusoidale,

F_s : Le facteur de forme de l'induction sinusoidale,

: Coefficient d'anomalie des pertes,

Ce ci conduit à une approximation des pertes supplémentaires, selon Bertotti pour une induction sinusoidale donnée par :

$$P_{sup} = K_{sup}(B_n \cdot F)^{3/2} \quad \text{II.23}$$

K_{sup} : Constante supplémentaire.

II.11 Conclusion

Dans ce chapitre nous avons cité les différentes notions fondamentales de la physique des matériaux magnétiques, de l'origine du magnétisme et ses pertes. Ces notions sont nécessaires pour comprendre l'intérêt de l'utilisation des matériaux magnétiques dans la conception des actionneurs électromagnétiques.

Chapitre III

Equations de Maxwell

Equations de Maxwell

Introduction

L'étude d'un dispositif électromagnétique nécessite la connaissance des champs électromagnétiques dans ce dispositif et donc les valeurs du flux, les forces magnétiques. Le calcul du champ magnétique nécessite une résolution des équations de Maxwell.

III.1 Equations de Maxwell

C'est grâce à James Clerk MAXWELL (1864) que nous possédons depuis de plus de cent cinquante ans, les expressions des équations qui régissent les phénomènes électromagnétiques. Ces équations de MAXWELL sont l'expression la plus générale des lois de l'électromagnétique classique, qui s'avèrent pleinement compatibles avec la théorie de la relativité moderne, elle n'a jamais été mise en défaut jusqu'à présent.[2]

Les équations de Maxwell spécifient que toute variation spatiale ou temporelle d'un champ électromagnétique en un point de l'espace entraîne ou est due à l'existence d'un autre champ au même point. Ces équations sont donc locales et sont valables dans n'importe quel système d'axes.[10]

III.1.1 Première équation

Cette équation c'est la « forme locale » du théorème de GAUSS qui exprime le flux du vecteur champ électrique à travers un volume (v) délimité par une surface est égale à la densité volumique de charge divisée par la permittivité de l'air. D'après le théorème de Gauss [2]:

$$\oint_S \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} = \sum_{i=1}^n \frac{Q_i}{\epsilon_0} \quad \text{III.1}$$

$$\oint_S \mathbf{D} \cdot d\mathbf{s} = \sum_{i=1}^n Q_i \quad \text{III.2}$$

D'autre part on à :

$$\sum_{i=1}^n Q_i = \iiint_v \rho \cdot dv \quad \text{III.3}$$

donc :

$$\oint_S \mathbf{D} \cdot d\mathbf{s} = \iiint_v \rho \cdot dv \quad \text{III.4}$$

Avec :

Equations de Maxwell

\vec{D} : vecteur de déplacement électrique [C/m²]

$\sum_{i=1}^n Qi$: la charge totale contenue dans le volume.

dv : élément du volume [m³].

ρ : la densité de la charge volumique [C /m³].

ds : élément de surface [m²].

En appliquant le théorème d'Ostrogradski à l'intégrale de gauche on aura :

$$\iiint_v \vec{\nabla} \cdot \vec{D} \cdot dv = \iiint_v \rho \cdot dv \quad \text{III.5}$$

D'où l'expression de la première équation de MAXWELL

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{D} = \rho \quad \text{III.6}$$

III.1.2 Deuxième équation

Le flux d'un champ magnétique \vec{B} à travers une surface S est donné par :

$$\Phi = \iint_S \vec{B} \cdot \vec{n} \quad \text{III.7}$$

La circulation du vecteur champ électrique sur le contour \vec{l} est donnée par :

$$e = \oint_c \vec{E} \cdot \vec{l} \quad \text{III.8}$$

e: force électromotrice induite [V]

Si $\frac{d\Phi}{dt}$ est la densité du flux magnétique par rapport au temps décrit l'ensemble de cette variation du Φ , la f.e.m d'induction nous est donnée par la loi de FARADAY :

$$e = - \frac{d\Phi}{dt} \quad \text{III.9}$$

La combinaison des deux équations III.8 et III.9 nous permet d'écrire :

$$\oint_c \vec{E} \cdot \vec{l} = - \frac{d\Phi}{dt} \quad \text{III.10}$$

On sait que :

$$\Phi = \iint_S \vec{B} \cdot \vec{n} \quad \text{III.11}$$

Equations de Maxwell

D'où on aura :

$$\oint_C \vec{E} \cdot d\vec{l} = - \frac{d\Phi_B}{dt} \quad \text{III.12}$$

D'où :

$$\vec{E} = - \frac{d\vec{A}}{dt} \cdot \vec{B} = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{s} \quad \text{III.13}$$

Donc :

$$\vec{E} = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad \text{III.14}$$

Cette équation traduit un champ électrique rotationnel engendré par la variation de l'induction magnétique en fonction du temps, et c'est l'une des lois qui illustre la dépendance du champ magnétique avec le champ électrique.

III.1.3 Troisième équation

De la deuxième équation

$$\vec{E} = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \implies \text{div}(\vec{E}) = \text{div}\left(-\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}\right) \quad \text{III.15}$$

On sait que :

$$\text{div}(\vec{E}) = 0 \quad \text{III.16}$$

D'où on aura :

$$\text{div}\left(-\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}\right) = 0 \implies -\frac{\partial}{\partial t}(\text{div} \vec{B}) = 0 \quad \text{III.17}$$

Donc :

$$\text{div} \vec{B} = f(r) \quad \text{III.18}$$

$f(r)$ implique l'existence des charges magnétiques, ce qui est incohérent car jusqu'à présent l'existence de ces charges n'a jamais été mise en évidence, donc on peut poser $f(r) = 0$

D'où on aura :

$$\text{div} \vec{B} = 0 \quad \text{III.19}$$

Equations de Maxwell

Cette équation exprime la conservation du champ \vec{B} , on dit que \vec{B} est à flux conservatif.

III.1.4 Quatrième équation

C'est la généralisation de la loi d'Ampère pour les champs dynamiques [12]

D'après le théorème d'Ampère on a :

$$\oint_C \vec{H} \cdot d\vec{l} = I = \sum_{i=1}^n I_i \quad \text{III.20}$$

On a dans le cas de l'air

$$\vec{B} = \mu_0 \vec{H} \quad \text{III.21}$$

D'où :

$$\oint_C \frac{\vec{B}}{\mu_0} \cdot d\vec{l} = I \quad \text{III.22}$$

Avec :

I : l'intensité des courants de conduction enlacés par le contour.

La relation entre l'intensité de courant et la densité de courant est donnée par :

$$I = \iint_S \vec{J} \cdot d\vec{s}$$

En appliquant le théorème de Stokes :

$$\oint_C \frac{\vec{B}}{\mu_0} \cdot d\vec{l} = \iint_S \text{rot} \left(\frac{\vec{B}}{\mu_0} \right) \cdot d\vec{s} \quad \text{III.23}$$

D'où :

$$\iint_S \text{rot} \left(\frac{\vec{B}}{\mu_0} \right) \cdot d\vec{s} = \iint_S \vec{J} \cdot d\vec{s} \quad \text{III.24}$$

$$\implies \text{rot} \left(\frac{\vec{B}}{\mu_0} \right) = \vec{J} \quad \text{III.25}$$

$$\implies \text{rot} \vec{H} = \vec{J} \quad \text{III.26}$$

Avec : $\vec{J} = \vec{J} + \vec{J}_c$ III.27

\vec{J} : Vecteur courant de déplacement.

Equations de Maxwell

\vec{J}_c : Vecteur courant de conduction.

$$\vec{J}_c = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \quad \text{III.28}$$

Donc la quatrième équation de MAXWELL s'écrit comme suit :

$$\vec{H} = \vec{J}_c + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \quad \text{III.29}$$

Le rationnel du champ magnétique donne naissance à des courants de conduction et de déplacement, elle est dite MAXWELL-AMPERE, qui est d'une importance capitale pour le calcul du champ magnétique [12]

III.1.5. Tableau récapitulatif des équations de MAXWELL

Equations	Forme locale	Forme intégrale
Première équation	$\vec{\nabla} \cdot \vec{D} = \rho$	$\iint_S \vec{D} \cdot d\vec{s} = \iiint_V \rho \cdot dv$
Deuxième équation	$\vec{\nabla} \wedge \vec{E} = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$	$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = - \frac{d}{dt} \iint_S \vec{B} \cdot d\vec{s}$
Troisième équation	$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$	$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = 0$
Quatrième équation	$\vec{\nabla} \wedge \vec{H} = \vec{J}_c + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$	$\oint_C \vec{H} \cdot d\vec{l} = \iint_S (\vec{J}_c + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}) \cdot d\vec{s}$

III.2 Loi de comportement des milieux

Elles expriment les relations qui existent entre le champ magnétique \vec{H} et l'induction magnétique \vec{B} , à travers la perméabilité magnétique μ ainsi que celle entre le déplacement électrique \vec{D} et le champ électrique \vec{E} , à travers la perméabilité électrique [6].

a) Cas d'un milieu magnétique linéaire

$$\vec{B} = \mu \vec{H} \quad \text{III.29}$$

Avec :

μ : Perméabilité magnétique absolue [H/m].

Equations de Maxwell

μ_0 : Perméabilité magnétique du vide

$$\mu_0 = 4 \cdot 10^{-7} \quad [\text{H/m}]$$

μ_r : Perméabilité magnétique relative du milieu considéré

b) Cas d'un milieu diélectrique linéaire

$$\vec{D} = \epsilon \vec{E} \quad \text{III.30}$$

Avec : $\epsilon = \epsilon_0 \epsilon_r$

ϵ : Permittivité électrique absolue [F/m].

ϵ_0 : Permittivité électrique du vide $\frac{1}{36\pi} \cdot 10^{-9}$ [F/m].

ϵ_r : Permittivité relative du milieu considéré.

Dans le cas où le milieu considéré a un comportement non linéaire, les relations III.29 et III.30 deviennent respectivement :

$$\vec{B} = \mu(\|\vec{H}\|) \times \vec{H} \quad \text{III.31}$$

$$\vec{D} = \nu(\|\vec{E}\|) \times \vec{E} \quad \text{III.32}$$

c) Pour un aimant permanent

$$\vec{B} = \mu_0 \vec{H} + \vec{M} \quad \text{III.33}$$

\vec{M} : Le vecteur aimantation du milieu magnétique considéré.

III.3. Loi d'Ohm

En appliquant la loi d'Ohm à un conducteur parcouru par un courant I, on peut écrire :

$$V = R \cdot I \quad \text{III.34}$$

V : potentiel électrique [V] .

R : résistance []

$$R = \frac{L}{\sigma S} \quad \text{III.35}$$

Donc :

$$V = \frac{L I}{\sigma S} \quad \text{III.36}$$

σ : conductivité électrique [A/m²].

Equations de Maxwell

L : longueur du conducteur [m].

S : section du conducteur [m²].

Aussi elle interprète la relation entre le champ électrique E et la densité de courant J par l'intermédiaire de la conductivité électrique σ . [12]

La loi généralisée s'écrit sous la forme suivante :

$$\vec{j} = \sigma \vec{E} = \vec{J}_s + \vec{J}_{ind} \quad \text{III.37}$$

Avec :

σ : La conductivité électrique.

\vec{J}_s : La densité de courant de source.

\vec{J}_{ind} : La densité de courant induit.

\vec{E}_t : Le champ électrique qui règne dans le milieu considéré.

Et

$$\vec{E}_t = \vec{E} + \vec{E}' = (\vec{E}_s + \vec{E}_{ind}) + \vec{E}' \quad \text{III.38}$$

Avec :

\vec{E}_s : Le champ électrique de source.

\vec{E}' : Électromoteur.

\vec{E}_{ind} : Le champ électrique induit.

Et on a encore :

$$\vec{E}' = \vec{v} \wedge \vec{B} \quad \text{III.39}$$

Avec :

\vec{v} : La vitesse de déplacement des pièces en mouvement, dans un champ de d'induction B.

Equations de Maxwell

III.4 L'équation de conservation de la charge électrique

L'équation de conservation de la charge appelée aussi équation de continuité est donnée par ; [23]

$$\operatorname{div} \vec{j} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0 \quad \text{III.40}$$

Avec :

\vec{j} : Densité du courant [A/m]

ρ : Densité de charge volumique [C / m³]

Cette équation traduit l'absence de variation discontinue de la charge électrique, donc il ya conservation de charge électrique du système.

III.5 Relations de passages

A l'interface entre deux milieux différents respectivement (1) et (2) les champs de vecteurs doivent vérifier certaines conditions dites relations de passages. Elles s'énoncent comme suit :

III.5.1 Conservation de la composante tangentielle du champ électrique

$$E_{t1} - E_{t2} = 0$$

E_{t1} : la composante tangentielle du champ électrique dans le milieu 1

E_{t2} : la composante tangentielle du champ électrique dans le milieu 2

III.5.2 Conservation de la composante normale de l'induction magnétique

$$B_{n1} - B_{n2} = 0$$

B_{n1} : la composante normale de l'induction magnétique dans le milieu 1

B_{n2} : la composante normale de l'induction magnétique dans le milieu 2

III.5.3 Discontinuité de la composante tangentielle de champ magnétique

$$H_{n1} - H_{n2} = k$$

K : densité de courant a la surface de séparation

III.5.4 Discontinuité de la composante normale de l'induction électrique

$$D_{n1} - D_{n2} = \rho_s$$

ρ_s : densité de charge électrique a la surface de séparation.

Equations de Maxwell

D_{n1} : la composante normale de déplacement électrique dans le milieu 1

D_{n2} : la composante normale de déplacement électrique dans le milieu 2

III.5.5 La conservation de la composante normale de la densité de courant

$$J_{t1} - J_{t2} = 0$$

J_{t1} : la composante tangentielle de la densité de courant dans le milieu 1

J_{t2} : la composante tangentielle de la densité de courant dans le milieu 2

III.6 Condition aux limites

La résolution du système composé des équations de Maxwell et des lois de comportement admet une infinité de solutions. Par conséquent, pour assurer l'unicité de la solution, des conditions aux limites du domaine sont appliquées [8].

Il existe un $t \rightarrow +\infty$ grand nombre de conditions aux limites possibles, en fonction de la formulation du problème, du nombre de variables en jeu, et (de manière plus importante) de la nature de l'équation.

Les conditions imposées au temps $t=0$ sont appelées *conditions initiales*. On peut aussi imposer des conditions aux limites, par exemple, dans la limite pour [7].

III.6.1 Conditions aux limites de type Neumann

Elle est appliquée sur la frontière lorsque la valeur de la grandeur calculée n'est pas connue à la frontière de domaine d'étude [6].

$$\frac{\partial A}{\partial n} = A_0$$

III.6.2 Condition aux limites de type Dirichlet

Cette condition nous renseigne sur la valeur de l'inconnue sur la frontière du domaine de résolution [7].

$$A = A_0 = \text{Constante}$$

A_0 : constante

A : la fonction inconnue

Equations de Maxwell

III.6.3 Condition aux limites Mixte (Neumann-Dirichlet)

C'est la combinaison de deux types de conditions aux limites, elle s'exprime de la manière suivante :

$$\alpha A + \beta \frac{\partial A}{\partial n} = \gamma$$

Où α, β et γ sont des constantes.

A : l'inconnu de problème.

III.6.4 Condition de périodicité et d'anti-périodicité

Appliquée surtout dans le cas des machines tournantes et linéaires, du faite de la périodicité de la distribution du champ magnétique [6].

Cette condition permet de prendre en considération la périodicité du phénomène physique mis en jeu. Il existe de périodicité et anti-périodicité, dites aussi cyclique ou anticyclique [8].

$$A|_{\Gamma} = K + A|_{\Gamma+d\Gamma}$$

Avec :

$d\Gamma$: Période spatiale suivant le contour

Si $K=1$ condition périodique

Si $K=-1$ condition anti périodique.

III.7 Equations électromagnétiques

III.7.1 Equation électrostatique

➤ Formulation en termes de potentiel électrique V

Dans le cas statique, les équations de Maxwell deviennent :

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{D} = \rho \tag{III.41}$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = 0 \tag{III.42}$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0 \tag{III.43}$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{H} = \vec{j} \tag{III.44}$$

De l'équation (III.42) on a :

$$\vec{\nabla} \wedge \vec{E} = 0 \Rightarrow \vec{E} = -\vec{\nabla} V \tag{III.45}$$

Des équations (III.41) et (III.45) on a :

$$\vec{\nabla} \cdot (-\vec{\nabla} V) = \rho \tag{III.46}$$

D'où :

$$\vec{\nabla} \cdot (-\vec{\nabla} V) = \rho \quad \text{III.47}$$

C'est l'équation électromagnétique non linéaire électrique scalaire V.
 Dans le cas linéaire on aura :

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{V} = \frac{-\rho}{\epsilon_0} \quad \text{III.48}$$

C'est l'équation de Poisson linéaire

III.7.2 Equation magnétostatique

Elle traduit le comportement des phénomènes magnétiques indépendants du temps ($\frac{\partial}{\partial t} = 0$), déduire à base des équations de Maxwell, les relations du milieu et la loi d'Ohm [6].

➤ Formulation en termes de potentiel vecteur magnétique \vec{A}

De l'équation (III.43) on a :

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0 \Rightarrow \exists \vec{A} / \vec{B} = \vec{\nabla} \wedge \vec{A} \quad \text{III.49}$$

De l'équation (III.29) on a :

$$\vec{B} = \mu \vec{H} \Rightarrow \vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu} \quad \text{III.50}$$

En combinaison (III.50) et (III.43) on aura :

$$\vec{\nabla} \wedge \frac{\vec{B}}{\mu} = \vec{J} \quad \text{III.51}$$

D'où : III.52

$$\vec{\nabla} \wedge \frac{\vec{\nabla} \wedge \vec{A}}{\mu} = \vec{J}$$

Avec :

$$\vec{J} = \vec{J}_s + \vec{J}_{ind} \quad \text{III.53}$$

Telles que :

\vec{J}_s : Densité de courant de source.

\vec{J}_{ind} : Densité de courants induits : $\vec{J}_{ind} = -\nabla \times \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} = 0$

D'où :

$$\vec{\nabla} \wedge \frac{\vec{B}}{\mu_0} = \vec{J}_s \quad \text{III.54}$$

III.7.3 Equation magnétodynamique

L'étude des phénomènes magnétiques et dépendants du temps fait de la magnétodynamique.

➤ Formulation en termes de potentiel vecteur magnétique \vec{A}

En combinant (III.49) et (III.15) on aura :

$$\vec{\nabla} \wedge \vec{E} = - \frac{\partial}{\partial t} (\vec{\nabla} \wedge \vec{A}) \quad \text{III.55}$$

De (III.54) on a :

$$\vec{\nabla} \wedge \left(\vec{\nabla} \wedge \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \right) = 0 \Rightarrow \nabla^2 \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} = - \vec{\nabla} \wedge \vec{J} \quad \text{III.56}$$

D'où :

$$\vec{E} = - \vec{\nabla} V - \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \quad \text{III.57}$$

En combinant (III.56) et (III.37) on aura :

$$\nabla^2 \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} = - \vec{\nabla} \wedge \vec{J} - \frac{\partial \nabla^2 \vec{A}}{\partial t} \quad \text{III.58}$$

On pose :

$$\vec{H} = \vec{\nabla} \wedge \vec{A} \quad \text{III.59}$$

$$\vec{E} = - \vec{\nabla} V - \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \quad \text{III.60}$$

De (III.20), (III.49) et (III.59) on peut avoir :

$$\vec{\nabla} \wedge \left(\frac{\vec{H}}{\mu} \right) + \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = \vec{J} \quad \text{III.61}$$

C'est l'équation magnétodynamique en terme de \vec{A} .

Dans le cas linéaire on aura :

$$\vec{\nabla} \wedge \left(\vec{\nabla} \wedge \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \right) + \mu \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = \mu \vec{J} \quad \text{III.62}$$

En régime harmonique on a :

$$\frac{d}{dt} = j\omega \quad \text{III.63}$$

D'où :

$$\nabla \times (\nabla \times \vec{A}) - \mu \vec{j} = -\mu \vec{s}$$

III.63

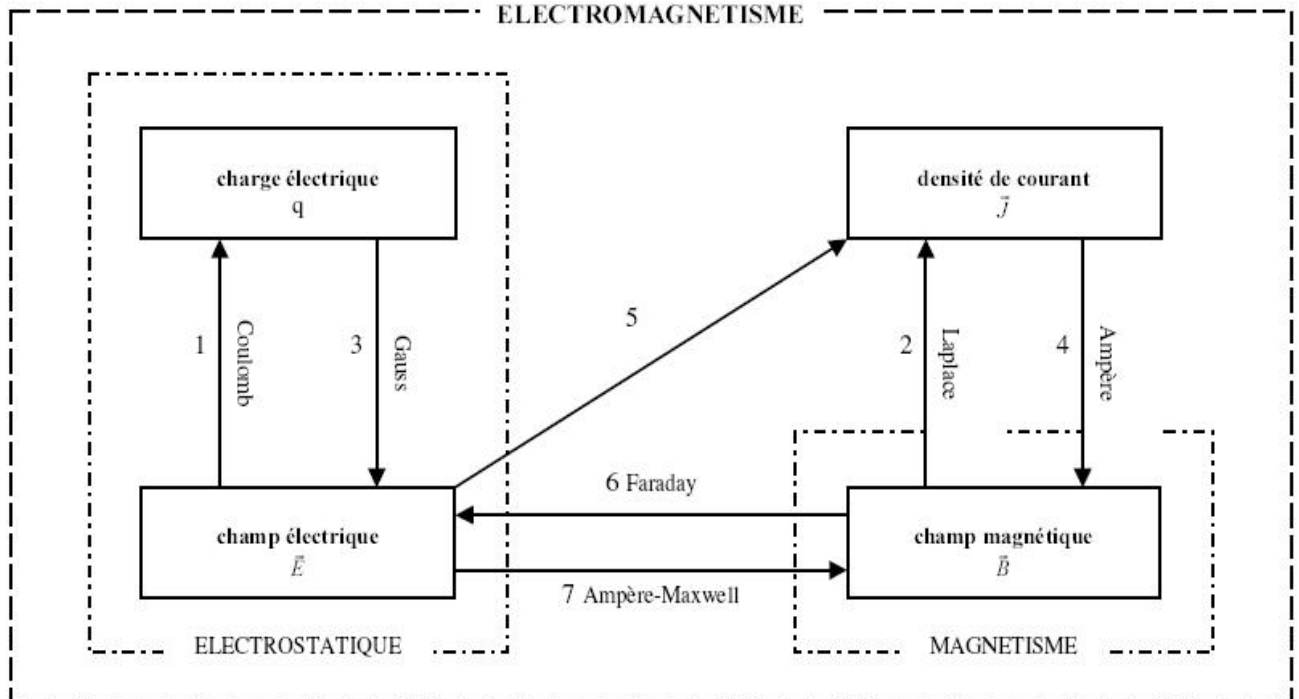


Figure III.1 : Schéma explicatif entre les différentes grandeurs magnétiques et électriques

III.8 Equation aux dérivées partielles

Une équation aux dérivées partielles ou équation différence partielle (EDP) est une équation dont les fonctions inconnues vérifiant certaines conditions concernant leurs dérivées partielles. C'est une équation mathématique contenant en plus de la variable dépendante des variables indépendantes [13].

III.8.1 Les différents types d'équations aux dérivées partielles

Les différentes équations aux dérivées partielles régissant la plupart des phénomènes physiques sont de trois types [7] :

III.8.1.a Equations de type elliptique

Ce type d'équations traite les problèmes stationnaires (indépendant du temps), en coordonnées cartésiennes, l'équation peut être représentée sous la forme suivante :

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} = 0 \tag{III.64}$$

$\varphi(x, y, z)$: est la fonction inconnue du phénomène

Equations de Maxwell

III.8.1.b Equations de type parabolique

Ce type d'équations est lié à l'étude des régimes transitoires comme l'équation de la pénétration des courants induits ou la diffusion de la chaleur en thermique, elles sont présentées en coordonnées cartésiennes sous la forme suivante :

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} - \frac{\partial \varphi}{\partial t} = 0 \quad \text{III.65}$$

III.8.1.c Equations de type hyperbolique [16]

Ce type d'équations traite les problèmes de propagation d'onde et il est régi par l'équation suivante :

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} - \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} = 0 \quad \text{III.66}$$

III.9 Conclusion

Dans ce chapitre nous nous sommes intéressés à développer les équations de MAXWELL et les différents phénomènes magnétiques qui vont nous permettre la modélisation de la machine à étudier.

Chapitre IV

Méthodes de résolution

VI.1 Introduction

D'une façon générale on peut classer les méthodes de résolution en trois : les modèles analytiques, les modèles hybrides et les modèles numérique.

VI.1 Les modèle

Un modèle est toujours lie a ce que l'on veut en faire. Il permet de décrire les performances d'un dispositif. Il peut aussi représenter une partie plus ou moins importante de performances. Un modèle d'un système est souvent composé d'un assemblage de modèles provenant des éléments de système. D'un autre point de vu, un modèle peut aussi représenter un phénomène physique a simuler, et des modèles de plusieurs phénomènes physiques peuvent être assembles afin d'aboutir a un modèle multi-physique [3].

VI.1.1 Modèle analytique

Les premiers travaux sont issus des méthodes analytiques basées sur les modèles à une dimension. Dans ces modèles, la charge est supposée axisymétrique et longue et les grandeurs physiques sont exprimées uniquement en fonction de r .

Ces méthodes ont l'avantage de donner un aperçu de la variation radiale des champs dans les zones particulières de la charge. Elles sont par contre incapables de déterminer précisément et dans tout le domaine la variation de toutes les grandeurs physiques. Donc on fait appel à des méthodes de résolution numérique [15].

VI.1.2 Modèle intermédiaire

Les modèles analytiques et numériques peuvent être mixés pour former un modèle hybride. Ce type de modèle a des performances intermédiaires en termes du temps de calcul et de précision. Il existe plusieurs types de modèle hybride, par exemple : les modèles thermiques nodaux, les réseaux de Kirchoff, etc. ils sont également très populaires et permettent de coupler de nombreux phénomènes physiques [3].

VI.1.3 Modèle numérique

Tous les modèles obtenus sont à équations aux dérivées partielles dont la résolution analytique n'est pas souvent évidente, aussi pour s'affranchir de cette difficulté des méthodes numériques ont été développées [16].

L'évolution actuelle de la technologie amène l'ingénieur à réaliser des projets de plus en plus complexes, coûteux et soumis à des contraintes de sécurité de plus en plus sévères et pour dominer ces projets, l'ingénieur a besoin de modèles qui lui permettent de simuler le

Méthodes de résolution

comportement de systèmes physiques complexes, il peut ainsi prévoir l'influence de ses décisions au moment de la conception du système [17].

Il arrive aussi d'associer une solution analytique à une méthode numérique pour réduire le temps de calcul et augmenter la précision des résultats. En effet, une solution analytique est plus précise qu'une solution numérique parce que cette dernière est une approximation de la solution réelle [16]

Les méthodes numérique passent toujours par des discrétisation des problèmes analytiques en des problèmes numérique et qu'il existe une infinité des méthodes de discrétisation d'une équation Nous ne pouvons jamais les énumérer mais les plus couramment utilisées pour la résolution des équations aux dérivées partielles sont:[14]

- La méthode des différences finis,
- La méthode des volumes finis,
- La méthode des éléments finis,

VI.I.3.1 Méthode des différences finies

La méthode de différences finis a été rendue très populaire par l'arrivée de l'ordinateur et il consiste à discrétiser le problème posé et à le résoudre au calculateur numérique (ceci a été réalisé vers 1949).

Cette méthode est basée sur la transformation de l'opérateur différentiel en un opérateur aux différences où chaque dérivé est approché par une différence de valeurs de l'inconnu aux nœuds du domaine de résolution. Soit le réseau carré suivant :

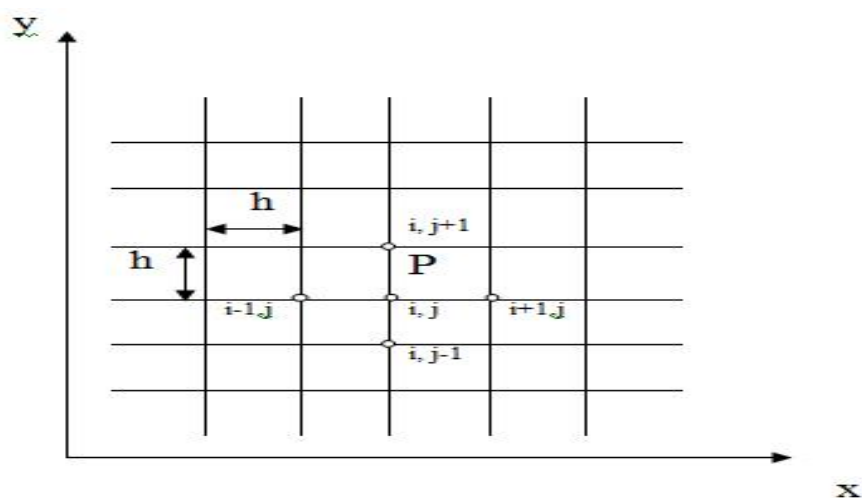


Figure VI.1 : Maillage type différences finis

Si on applique un développement limite en série de TAYLOR de la fonction à déterminer en chaque nœuds du maillage, l'approximation des dérivées (i, j) est : ainsi le Laplacien discrétisé sera alors :

$$\left(\frac{\partial A}{\partial x}\right)_{i,j} = \frac{A_{i+1,j} - A_{i-1,j}}{2.h} \quad (\text{VI.1})$$

$$\left(\frac{\partial A}{\partial y}\right)_{i,j} = \frac{A_{i,j+1} - A_{i,j-1}}{2.h} \quad (\text{VI.2})$$

Pour les dérivées d'ordre 2:

$$\left(\frac{\partial^2 A}{\partial x^2}\right)_{i,j} = \frac{A_{i+1,j} + A_{i-1,j} - 2.A_{i,j}}{h^2} \quad (\text{VI.3})$$

$$\left(\frac{\partial^2 A}{\partial y^2}\right)_{i,j} = \frac{A_{i,j+1} + A_{i,j-1} - 2.A_{i,j}}{h^2} \quad (\text{VI.4})$$

Ainsi le *Laplacien* discrétisé s'écrit :

$$(\Delta A)_{i,j} = \left(\frac{\partial^2 A}{\partial x^2}\right)_{i,j} + \left(\frac{\partial^2 A}{\partial y^2}\right)_{i,j} \quad (\text{VI.5})$$

D'où :

$$(\Delta A)_{i,j} = \frac{A_{i+1,j} + A_{i-1,j} + A_{i,j+1} + A_{i,j-1} - 4A_{i,j}}{h^2} \quad (\text{VI.6})$$

La forme de cette dernière formule aux différents nœuds du domaine, aboutit au système matriciel suivant :

$$[M][A] = [F] \quad (\text{VI.7})$$

Avec :

[M] : Matrice contenant les données du problème.

[A] : Vecteur des inconnues.

[F] : Terme source.

Dans les cas des dispositifs à géométries complexes, Cette méthode s'adapte difficilement, car elle présente des inconvénients relatifs à la définition des valeurs de l'inconnue sur la frontière du domaine d'étude [18].

VI.1.3.2 Méthode des volumes finis (MVF)

La MVF se déduit à partir de la MDF. Le domaine d'étude est subdivisé en volumes élémentaires de telle manière que chaque volume entoure un nœud du maillage (celui des différences finies).

La forme intégrale de l'EDP est discrétisée dans le domaine d'étude et intégrée sur chacun des volumes élémentaires. Pour calculer l'intégrale dans ce volume élémentaire,

La fonction inconnue est représentée à l'aide d'une fonction d'approximation (linéaire, exponentielle) entre deux nœuds consécutifs.

Grâce à un libre choix de la fonction de liaison entre nœuds consécutifs, la procédure conduite à une solution plus précise que celle fournie par la MDF [19].

VI.1.3.3 Méthode des éléments finis [10]

La méthode des éléments finis consiste à subdiviser le volume ou la surface constituant le domaine de résolution en éléments finis interconnectés. D'habitude ce sont des triangles ou des quadrilatères pour les problèmes 2D et des tétraèdres ou des hexaèdres pour les problèmes 3D. Ensuite, le vecteur potentiel magnétique sur chaque sommet ou nœud d'un élément est calculé.

Les méthodes des éléments finis est basée sur une formulation intégral, qui remplace l'équation différentielle aux dérivées partielles qui modélise le dispositif et les conditions aux limites requises par le phénomène. Parmi les formulations intégrales utilisées, on cite l'approche projective appelée aussi la méthode des résidus pondérés et la formulation vibrationnelle qui consiste à construire un fonctionnel représentant l'état énergétique du système.

Quel que soit la méthode utilisée, le résultat est toujours une discrétisation de l'équation différentielle aux dérivées partielles modélisant initialement le dispositif étudié qui permet, après résolution, d'obtenir une approximation de la solution exacte dont la précision dépend du nombre d'éléments utilisées pour mailler le domaine de résolution.

VI.2 Présentation de la méthode des éléments finis 2D

La méthode des éléments finis est l'une des méthodes numériques les plus utilisées actuellement pour résoudre d'une manière efficaces les équations différentielles aux dérivées partielles des problèmes physiques.

La grande souplesse d'adaptation de cette méthode à modéliser des phénomènes stationnaires ou non stationnaires, linéaire ou non linéaire, dans des géométries complexes, a permis son utilisation dans la quasi-totalité des problèmes de champs aux dérivées partielles.

Elle s'applique à des domaines très variés de la physique de façon générale et à l'électromagnétisme en particulier. Le moteur linéaire englobe des phénomènes électriques et magnétiques couplés, Par la présence des courants induits. En plus de ce couplage, la

géométrie de la machine comprend une zone dentaire anisotrope et composée d'une distribution spatio-temporelle de courants et certains matériaux qui présentent des caractéristiques non linéaires. En tous cas, la méthode des éléments finis est tous a fait adapté pour modéliser et tenir compte de ces phénomènes interdépendants non linéaires [13].

VI.2.1 Formulation éléments finis des équations électromagnétiques

Le principe de la méthode des éléments finis est basée sur la substitution à la forme différentielle que représentent les équations aux dérivées partielles et aux conditions aux limites associées d'une formulation intégrale du phénomène à étudier.[14]

Cette formulation intégrale peut être de deux types :

- formulation projective (résidus pondérés)
- formulation variationnelle.

VI.2.1.1. formulation projective (résidus pondérés)

La méthode des résidus pondérés, appelée aussi méthode projective consiste à choisir des fonctions de projection φ_i de façon à minimiser l'intégrale du résidu dans l'équation suivante :

$$\int_{\Omega} R \varphi_i d\Omega = 0 \quad \text{VI-8}$$

$$R = L(A) - F \quad \text{VI-9}$$

Avec :

R: représente le résidu de l'approximation.

L(A): operateur différentiel.

F : fonction définie sur le domaine d'étude Ω .

A : l'inconnu du problème.

φ_i : fonction de projection.

Les valeurs de A permettent d'annuler l'intégrale représentant la solution du système algébrique obtenu.

Méthodes de résolution

Le choix des fonctions de projection permet de définir plusieurs méthodes, parmi celle-ci, on cite les méthodes suivantes :

- Méthode de collection par points.
- Méthode des moindres carrés.
- Méthode de GALERKINE

La méthode de collocation par points utilise les fonctions de DIRAC comme fonction de pondération (projection). [20]

La méthode des moindres carrés utilise la minimisation de la norme quadratique de l'erreur sur l'équation et les conditions aux limites. [20]

Dans ce qui suit, on s'intéressera particulièrement à la méthode de projection de GALERKINE, qui est la plus utilisée en électrotechnique, puisqu'elle conduit à un système matriciel symétrique.

VI.2.1.2 Formulation variationnelle

Cette formulation nécessite la connaissance au préalable de la fonction d'énergie du système à étudier.

Cette fonctionnelle est déterminée à partir du principe de l'action Hamiltonienne qui stipule l'existence d'une fonctionnelle de type intégrale. [20]

Elle est définie par

$$F(A) = \int_{\Omega} L.d\Omega \quad \text{VI.10}$$

Avec

: domaine d'étude.

L: fonction de LAGRANGE déduite de la différence entre l'énergie cinétique et l'énergie du potentiel du système.

Cas d'un problème électromagnétique

Dans ce cas la fonction L est donnée par l'expression :

$$L = \int_0^B vBdB - JA \quad \text{VI.11}$$

avec :

L:fonction de LAGRANGE .

A:Potentiel vecteur magnétique. [T.m]

J:densite de courant. [A/m²]

v:Reluctivite magnétique. [H/m]⁻¹

B:induction magnétique. [T]

L'expression de la fonctionnelle de l'énergie est donnée par la fonction suivante :

$$F(A) = \int_{\Omega} \left[\int_0^B vBdB - JA \right] d\Omega \quad \text{VI.12}$$

La résolution du problème variationnelle défini par la fonctionnelle d'énergie F(A) revient à minimiser cette fonctionnelle, la minimisation est effectuée en utilisant le principe de RAYLEIGH-RITZ.[12]

Qui s'énonce comme suite :

$$\frac{\partial F(A)}{\partial A_i} = 0 \quad \text{VI.13}$$

Et i= 1, 2,3,.....n

Ou :

$$\frac{\partial F(A)}{\partial A_1} = \frac{\partial F(A)}{\partial A_2} = \dots \dots \frac{\partial F(A)}{\partial A_n} = 0 \quad \text{VI.14}$$

Avec :

n: nombre de nœuds du domaine d'étude.

A_i: est l'inconnu aux nœuds i du domaine.

VI.2.2 Discrétisation du domaine d'étude

L'approche de base de la méthode des éléments finis est de subdiviser le domaine d'étude en nombre finis de sous domaines appelés éléments [2]. L'approximation de l'inconnue se fait en chaque élément des fonctions d'interpolation. La fonction d'interpolation est aussi définie en fonction de la géométrie de l'élément qu'on choisit préalablement et coïncide avec les nœuds de cet élément relatifs aux valeurs de l'inconnue. On parle alors d'interpolation nodale [7].

VI.2.2.1 Eléments de références

Le maillage consiste à discrétiser le domaine de l'objet analysé, qui peut être, deux ou trois dimensions, en un ensemble d'éléments finis de forme simple. Ces éléments peuvent être des segments, des triangles, des quadrilatères, des parallélépipèdes, des prismes....etc, selon le domaine à discrétiser [8].

VI.2.2.1.1 Elément a une dimension 1D

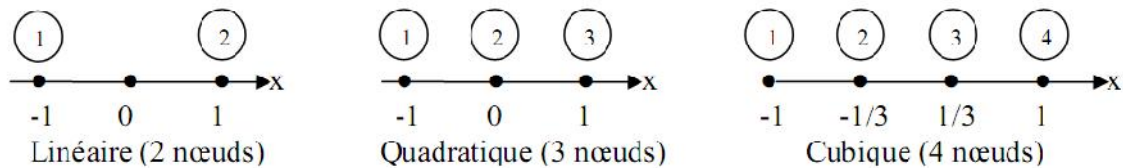


Figure VI.2 : Différents éléments 1D

VI.2.2.1.2 Elément à deux dimensions 2D

Eléments triangulaires

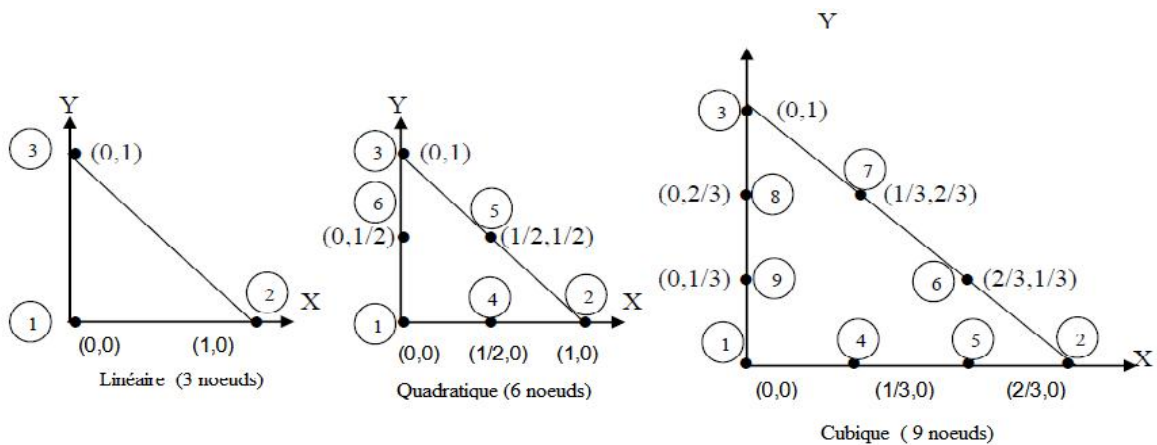


Figure VI.3 : Différents éléments 2D triangulaires

Éléments carrés

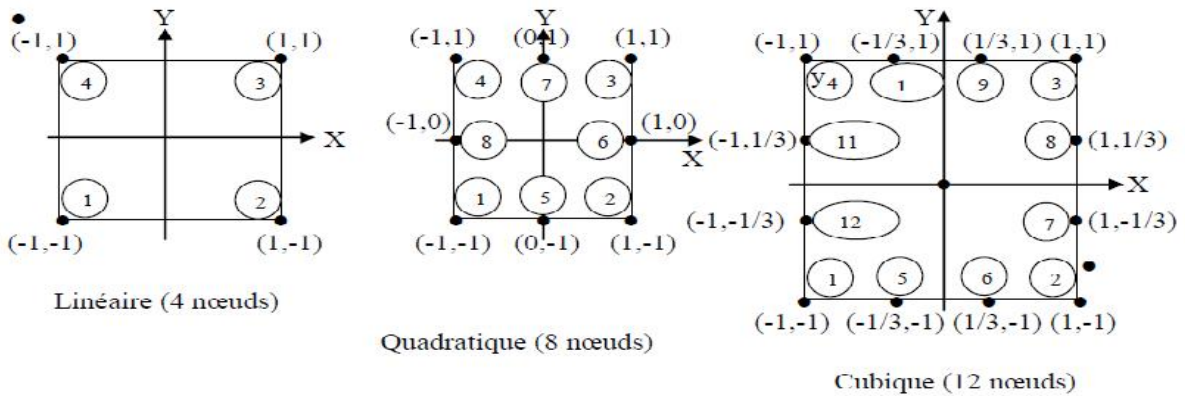


Figure VI.4 : Différents éléments 2D carrés

VI.2.2.1.3 Éléments à trois dimensions 3D

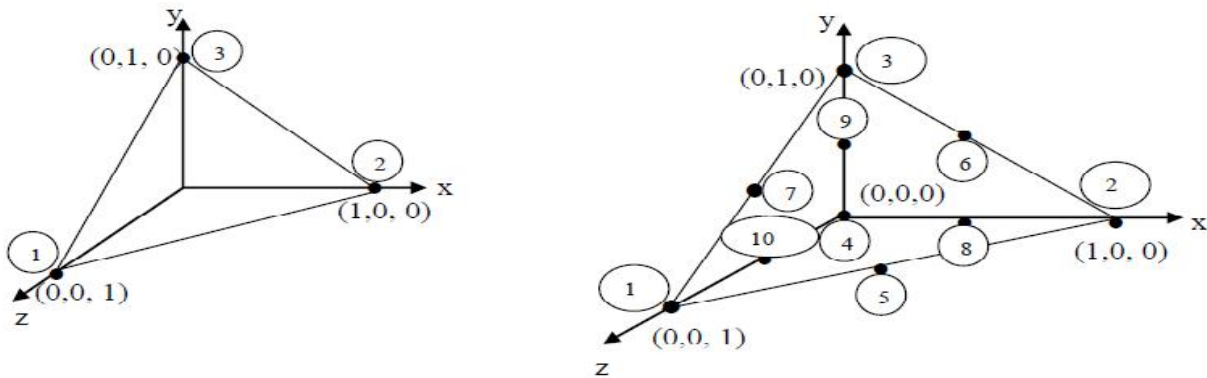


Figure VI.5 : Différents éléments 3D

VI.2.2.2 Fonction d'interpolations

Les fonctions d'interpolation sont obtenues à partir du triangle de PASCAL, donné ci-dessus :

$$\begin{aligned}
 & 1 \text{ ————— } \text{ordre 0} \\
 & U \ V \text{ ————— } \text{ordre 1} \\
 & U^2 \ UV \ V^2 \text{ ————— } \text{ordre 2} \\
 & U^3 \ U^2V \ UV^2 \ V^3 \text{ ————— } \text{ordre 3}
 \end{aligned}$$

Figure VI.5 : Triangle de PASCAL

La construction de ces fonctions doit vérifier les conditions suivantes :

- Principe de l'état complet
- Principe de compatibilité

VI.2.2.2.1 Principe de l'état complet

- la fonction doit contenir un terme constant.
- le nombre de termes de la fonction doit être égal au nombre de nœuds de l'élément.

VI.2.2.2.2 Principe de compatibilité

La fonction doit être continue (c'est-à-dire la première dérivée existe). On peut citer un exemple d'une fonction d'interpolation :

$$A(U, V) = a + bU + cV + dUV + eU^2 + fV^2 \quad \text{VI.15}$$

La base polynômiale sera alors :

$$P = [1 \ U \ V \ UV \ U^2 \ V^2] \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \\ d \\ e \\ f \end{bmatrix} \quad \text{VI.16}$$

VI.2.2.2.3 Fonction d'approximation sur un élément

La construction d'une fonction approchée $U^e(x)$, avec (e) comme indice relatif à l'élément étudié, différente sur chaque élément par la méthode d'approximation nodale.

Donc la fonction d'approximation aura la forme suivant :

$$U(x) = [1 \ 2 \ \dots \ n] \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ U_n \end{bmatrix} = \cdot U \quad \text{VI.17}$$

Avec :

$U(x)$: c'est la fonction d'approximation qui d'identifie à la fonction exacte.

U_1, U_2, \dots, U_n : les fonctions de forme de l'élément.

U_1, U_2, \dots, U_n : les variables associées aux nœuds du domaine.

VI.3 Méthode de Galerkin

Cette méthode consiste à choisir des fonctions de pondérations identiques aux fonctions de forme. On utilise cette méthode dans des problèmes magnétostatique et magnétodynamique avec l'existence d'une source du courant, formulés en terme de potentiel vecteur \vec{A} .

VI.3.1. Modèle magnétostatique 2D

➤ Cas cartésien

On a l'équation magnétostatique suivante :

$$\vec{\nabla} \wedge (\vec{\nabla} \wedge \vec{A}) = \vec{J}_s \quad \text{VI.18}$$

D'Ou :

$$\left[\frac{\partial}{\partial x} \left(\hat{\mu} \frac{\partial A_z}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\hat{\mu} \frac{\partial A_z}{\partial y} \right) \right] = -J_{sz} \quad \text{VI.19}$$

Avec :

$\hat{\mu} = \frac{1}{\mu_0}$: Réductivité magnétique du milieu [H/m].

\vec{A} : Potentiel vecteur magnétique [T.m].

\vec{J}_{sz} : Vecteur de densité source [A/m^2].

En utilisant la méthode de Galerkin sur l'équation VI.19, on aura :

$$\int R_i \Psi_i d\Omega = 0 \quad \text{VI.20}$$

Ou :

$$R_i = \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(\epsilon \frac{\partial A_z}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\epsilon \frac{\partial A_z}{\partial y} \right) \right] + J_{S_z} \quad \text{VI.21}$$

On aura :

$$\iint_{\Omega} \epsilon_i \left[-\frac{\partial}{\partial x} \left(\epsilon \frac{\partial A_z}{\partial x} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left(\epsilon \frac{\partial A_z}{\partial y} \right) \right] dx dy = \iint_{\Omega} \epsilon_i J_{S_z} dx dy \quad \text{IV.22}$$

En appliquant le théorème de Green nous obtenons :

$$\begin{aligned} \iint_{\Omega} \epsilon_i \left\{ \frac{\partial}{\partial x} \left(\epsilon \frac{\partial A_z}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\epsilon \frac{\partial A_z}{\partial y} \right) \right\} dx dy &= C \\ C &= -\iint_{\Omega} \epsilon \left(\frac{\partial \epsilon_i}{\partial x} \cdot \frac{\partial A_z}{\partial x} + \frac{\partial \epsilon_i}{\partial y} \cdot \frac{\partial A_z}{\partial y} \right) dx dy + \int_{\Gamma} \left(\epsilon \frac{\partial A_z}{\partial n} \epsilon_i \right) d\Gamma \end{aligned} \quad \text{VI.23}$$

Avec :

ϵ_i : Fonction de forme.

Γ : La frontière du domaine Ω .

En introduisant VI.23 dans VI.22 on aura :

$$-\iint_{\Omega} \epsilon \left(\frac{\partial \epsilon_i}{\partial x} \cdot \frac{\partial A_z}{\partial x} + \frac{\partial \epsilon_i}{\partial y} \cdot \frac{\partial A_z}{\partial y} \right) dx dy + \int_{\Gamma} \left(\epsilon \frac{\partial A_z}{\partial n} \epsilon_i \right) d\Gamma = -\iint_{\Omega} J_{S_z} \epsilon_i dx dy \quad \text{VI.24}$$

$$\Leftrightarrow \iint_{\Omega} \epsilon \left(\frac{\partial \epsilon_i}{\partial x} \cdot \frac{\partial A_z}{\partial x} + \frac{\partial \epsilon_i}{\partial y} \cdot \frac{\partial A_z}{\partial y} \right) dx dy - \int_{\Gamma} \left(\epsilon \frac{\partial A_z}{\partial n} \epsilon_i \right) d\Gamma = \iint_{\Omega} J_{S_z} \epsilon_i dx dy \quad \text{VI.25}$$

Lorsque le problème présente une condition aux limite de type Dirichlet ou Neumann homogène, le terme sur la frontière sera nul.

$$\int \frac{\partial A_z}{\partial n} w_i \cdot d\Gamma = 0$$

Avec :

$$\frac{\partial A_z}{\partial n} = 0$$

Méthodes de résolution

D'où l'équation VI.25 devient:

$$\iint_{\Omega} \epsilon \left(\frac{\partial \mathcal{E}_i}{\partial x} \cdot \frac{\partial A_z}{\partial x} + \frac{\partial \mathcal{E}_i}{\partial y} \cdot \frac{\partial A_z}{\partial y} \right) dx dy = \iint_{\Omega} J_{S_z} \mathcal{E}_i dx dy \quad \text{VI.26}$$

En écriture condensée de VI.26, on aura :

$$\iint_{\Omega} \vec{\nabla} \mathcal{E}_i \cdot \vec{\nabla} A_z dx dy = \iint_{\Omega} J_{S_z} \mathcal{E}_i dx dy \quad \text{VI.27}$$

Avec :

$$\epsilon = 1 / \mu$$

Sachant que :

$$A_z(x, y) = A_z^T$$

Donc

$$\vec{\nabla} A_z = A_z^T \vec{\nabla}$$

Donc l'équation (IV-25) devient :

On aura :

$$A_z^T \iint_{\Omega} \epsilon \vec{\nabla} W^T \cdot \vec{\nabla} \psi_i dx dy = \iint_{\Omega} J_{S_z} \mathcal{E}_i dx dy \quad \text{VI.28}$$

La méthode de Galerkin $\implies \Psi_i = \psi_i$

Et on pose : $\mathcal{E}_i = \Phi_i^T$

Donc : $\Psi_i = \Phi_j$

Avec :

Φ : fonction de forme

Ψ : fonction de projection

Donc l'équation VI.28 devient :

$$[M] [A_z^T] = [K] \quad \text{VI.29}$$

Avec :

$$M_{i,j} = \iint_{\Omega} \epsilon \vec{\nabla} w_i \cdot \vec{\nabla} w_j \, dx dy$$

$$K_j = \iint_{\Omega} J_{sz} w_j \, dx dy$$

$[A_z^T] = [A_1, A_2, \dots]^T$. Vecteur des inconnues du domaine d'étude.

Pour la résolution de ce système, on utilise la méthode de Gauss-Cholesky quand \sim dépend du champ magnétique.

➤ *Cas axisymétrique*

L'équation magnétostatique 2D s'écrit comme suit :

$$\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{\epsilon}{r} \cdot \frac{\partial(rA_\zeta)}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\epsilon}{r} \frac{\partial(rA_\zeta)}{\partial z} \right) = -J_{s\zeta} \quad \text{VI.30}$$

En considérant $A = rA_\zeta$, l'équation VI.30 devient :

$$\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{\epsilon}{r} \cdot \frac{\partial A}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\epsilon}{r} \frac{\partial A}{\partial z} \right) = -J_{s\zeta} \quad \text{VI.31}$$

La formulation intégrale de l'équation VI-31 donne :

$$\iint_{\Omega} \left[\frac{\epsilon}{r} \left(\frac{\partial A}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\epsilon}{r} \frac{\partial A}{\partial z} \right) \right] \cdot dr \cdot dz = - \iint_{\Omega} \epsilon_i \cdot J_{s\zeta} \cdot dr \cdot dz \quad \text{VI.32}$$

Appliquant le théorème de Green au premier terme de l'équation VI.32, on obtient :

$$\iint_{\Omega} \frac{\epsilon_i}{r} \left(\frac{\partial^2 A}{\partial r^2} + \frac{\partial^2 A}{\partial z^2} \right) \cdot dr \cdot dz = - \int_{\Gamma} \frac{\epsilon_i}{r} \cdot \vec{\nabla} A \cdot \vec{\nabla} \mathbf{E}_i \cdot dr dz + \int_{\Gamma} \frac{\epsilon_i}{r} \frac{\partial A}{\partial n} \mathbf{E}_i \cdot d\Gamma \quad \text{VI.33}$$

On introduit IV.32 dans IV-33 on aura :

$$\iint_{\Omega} \frac{\epsilon_i}{r} \cdot \vec{\nabla} \mathbf{E}_i \cdot \vec{\nabla} A \cdot dr \cdot dz - \int_{\Gamma} \frac{\epsilon_i}{r} \frac{\partial A}{\partial n} \mathbf{E}_i \cdot d\Gamma = \iint_{\Omega} \epsilon_i \cdot J_{s\zeta} \cdot dr \cdot dz \quad \text{VI.34}$$

Dans le cas de condition aux limites types Dirichlet ou Neumann homogènes qui annule le terme sur la frontière.

On aura :

$$\frac{\partial A}{\partial n} = 0$$

$$\iint_{\Omega} \frac{1}{r} \cdot \nabla \mathbb{E}_i \cdot \nabla A \cdot dr \cdot dz = \iint_{\Omega} \mathbb{E}_i \cdot J_{s\zeta} \cdot dr \cdot dz \quad \text{VI.35}$$

Si en adoptant les mêmes transformations que dans VI.35, on obtient :

$$A^T \iint_{\Omega} \frac{1}{r} \cdot \nabla W_i \cdot \nabla W_j \cdot dr \cdot dz = \iint_{\Omega} W_i \cdot J_{s\zeta} \cdot dr \cdot dz \quad \text{VI.36}$$

Donc finalement VI.36 s'écrit sous la forme matricielle suivante :

$$[M][A^T] = [K] \quad \text{VI.37}$$

Avec :

$$M_{i,j} = \iint_{\Omega} \frac{1}{r} \cdot \nabla W_i \cdot \nabla W_j \cdot dr \cdot dz.$$

$$K_j = \iint_{\Omega} W_j \cdot J_{s\zeta} \cdot dr \cdot dz .$$

$$[A] = [A_1, A_{21}, \dots, A_n]^T$$

VI.3.2. Modèle magnétodynamique

L'équation obtenue à partir des équations de Maxwell permet l'interprétation des problèmes magnétodynamiques avec le terme source :

$$\vec{\nabla} \wedge (\vec{\nabla} \wedge \vec{A}) + \dagger \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} = \vec{J}_s \quad \text{VI.38}$$

En tenant compte de la condition de la jauge de Coulomb $\vec{\nabla} \wedge \vec{A} = 0$ qui assure l'unicité de la solution, la nature des caractéristiques magnétiques et électriques permettent de définir deux types de modèle magnétodynamique. [20]

- Modèle linéaire.
- Modèle non linéaire.

VI.3.2.1 Modèle linéaire

Si la réductivité magnétique $\hat{\sim}$ est indépendante du champ \vec{H} , et que la conductivité électrique \dagger ne dépend pas de la température (c'est qu'une approximation en réalité), le modèle ainsi défini est linéaire, l'équation magnétodynamique VI.38 devient :

$$\vec{\nabla} \wedge (\vec{\nabla} \wedge \vec{A}) + \dagger \cdot \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} = \vec{J}_s \quad \text{VI-39}$$

➤ Cas cartésien

L'équation magnétodynamique dans le cas comportant une source est donnée sous l'écriture suivante :

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[\epsilon \frac{\partial A_z}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[\epsilon \frac{\partial A_z}{\partial y} \right] - j\check{S} \dagger A_z = -J_{sz} \quad \text{VI.40}$$

La formulation intégrale de VI.39 est sous la forme suivante :

$$\iint_{\Omega} \left(\frac{\partial}{\partial x} \left(\epsilon \frac{\partial A_z}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\epsilon \frac{\partial A_z}{\partial y} \right) - j\check{S} \dagger A_z \right) \mathbb{E}_i dx dy = \iint_{\Omega} J_{sz} \mathbb{E}_i dx dy \quad \text{VI.41}$$

En appliquant le théorème de Green, qui nous permet d'écrire :

$$\iint_{\Omega} \left(\frac{\partial}{\partial x} \left(\epsilon \frac{\partial A_z}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\epsilon \frac{\partial A_z}{\partial y} \right) \right) \mathbb{E}_i dx dy = - \iint_{\Omega} \overrightarrow{\nabla A_z} \cdot \overrightarrow{\nabla \mathbb{E}_i} dx dy + \int_{\Gamma} \epsilon \frac{\partial A_z}{\partial n} \mathbb{E}_i d\Gamma \quad \text{VI.42}$$

En remplaçant VI.41 dans VI.40 on aura :

$$\iint_{\Omega} \overrightarrow{\nabla A_z} \cdot \overrightarrow{\nabla \mathbb{E}_i} dx dy - \int_{\Gamma} \epsilon \frac{\partial A_z}{\partial n} \mathbb{E}_i d\Gamma + j\check{S} \iint_{\Omega} \dagger A_z \mathbb{E}_i dx dy = - \iint_{\Omega} J_{sz} \mathbb{E}_i dx dy \quad \text{VI.43}$$

Dans le cas des conditions aux limites de types Dirichlet ou Neumann homogènes, le terme sur la frontière est nul.

On aura : $\frac{\partial A}{\partial n} = 0$

Donc l'équation VI.42 devient :

$$\iint_{\Omega} \overrightarrow{\nabla A_z} \cdot \overrightarrow{\nabla \mathbb{E}_i} dx dy + j\check{S} \iint_{\Omega} \dagger A_z \mathbb{E}_i dx dy = - \iint_{\Omega} J_{sz} \mathbb{E}_i dx dy \quad \text{VI.44}$$

Méthodes de résolution

Avec la même transformation que VI.35 cette équation devient :

$$A_z^T \iint_{\Omega} \epsilon \overrightarrow{\nabla w_i} \cdot \overrightarrow{\nabla w_j} dx dy + j \check{S} A_z^T \iint_{\Omega} \dagger w_i w_j dx dy = - \iint_{\Omega} J_{sz} w_j dx dy \quad \text{VI.45}$$

Sous la forme matricielle elle devient:

$$[A_z^T] [M] + j \omega [A_z^T] [L] = [N] \quad \text{VI.46}$$

Avec :

$$M_{ij} = \iint_{\Omega} \left(\frac{\partial w_i}{\partial x} \cdot \frac{\partial w_j}{\partial x} + \frac{\partial w_i}{\partial y} \cdot \frac{\partial w_j}{\partial y} \right) dx dy = \iint_{\Omega} \epsilon \overrightarrow{\nabla w_i} \cdot \overrightarrow{\nabla w_j} dx dy$$

$$L_{ij} = \iint_{\Omega} \dagger w_i w_j dx dy.$$

$$N_{ij} = \iint_{\Omega} J_z w_j dx dy.$$

$$A = A_r + j A_i$$

Ou :

A_r : est la partie réelle de A.

A_i : est la partie imaginaire.

➤ Cas axisymétrique

Dans ce cas la formulation intégrale est donnée sous forme suivante :

$$\iint_{\Omega} \left(\frac{\partial}{\partial r} \frac{\partial A}{\partial r} + \frac{\partial}{\partial z} \frac{\partial A}{\partial z} \right) \frac{\epsilon}{r} \mathbf{e}_i dr dz - j \check{S} \iint_{\Omega} \dagger A \mathbf{e}_i \frac{dr dz}{r} = - \iint_{\Omega} \mathbf{e}_i \cdot J_{s\zeta} dr dz \quad \text{VI.47}$$

Avec : $A = r A$

L'application du théorème de Green donne :

$$\iint_{\Omega} \overrightarrow{\nabla A} \cdot \overrightarrow{\nabla} \frac{\epsilon}{r} \mathbf{e}_i dr dz - \int_{\Gamma} \frac{\epsilon}{r} \frac{\partial A}{\partial n} \mathbf{e}_i d\Gamma + j \check{S} \iint_{\Omega} \dagger A \mathbf{e}_i \frac{dr dz}{r} = \iint_{\Omega} \mathbf{e}_i \cdot J_{s\zeta} dr dz \quad \text{VI.48}$$

Dans le cas des conditions aux limites de types Dirichlet ou Neumann homogènes, le terme sur la frontière est nul.

On aura : $\frac{\partial A}{\partial n} = 0$

Donc l'équation VI.47 devient :

$$A^T \iint_{\Omega} \overrightarrow{\nabla w_i} \cdot \overrightarrow{\nabla w_j} \frac{\epsilon}{r} dr dz + j \tilde{S} A^T \iint_{\Omega} \dagger w_i w_j \frac{dr \cdot dz}{r} = \iint_{\Omega} \mathbb{E}_i \cdot \mathbf{J}_{S\zeta} dr \cdot dz \quad \text{VI.49}$$

L'écriture sous forme matricielle est la suivante :

$$[A^T] \cdot [M] + j\omega [A^T] \cdot [L] = [N] \quad \text{VI.50}$$

Avec :

$$M_{i,j} = \iint_{\Omega} \left(\frac{\partial w_i}{\partial x} \cdot \frac{\partial w_j}{\partial x} + \frac{\partial w_i}{\partial y} \cdot \frac{\partial w_j}{\partial y} \right) dx dy = \iint_{\Omega} \overrightarrow{\nabla w_i} \cdot \overrightarrow{\nabla w_j} dx dy$$

$$L_{i,j} = \iint_{\Omega} \dagger w_i w_j \frac{dr \cdot dz}{r}$$

$$N_j = \iint_{\Omega} \mathbf{J}_{S\zeta} w_j dr \cdot dz$$

$$A = A_r + j A_i$$

Ou :

A_r : est la partie réelle de A.

A_i : est la partie imaginaire.

VI.3.2.2 Modèles non linéaires

Dans le cas où la réluctivité magnétique $\hat{\epsilon}$ dépend de l'induction magnétique \vec{B} , et la conductivité \dagger dépend de la température alors l'équation magnétodynamique VI.38 est non linéaire et l'équation à résoudre sera :

$$\vec{\nabla} \wedge (\vec{\nabla} \wedge \vec{A}) + \dagger \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} = \vec{J}_s \quad \text{VI.51}$$

Pour résoudre numériquement cette équation non linéaire, il est nécessaire d'utiliser une discrétisation temporelle par la méthode d'Euler implicite. [6]

VI.4 Avantages et inconvénients de la méthode des éléments finis

a. Les avantages

- Adaptation aux géométries complexes.
- Prise en compte des non linéarités.
- Temps de calcul relativement avantageux.

b. Les inconvénients

- La non-prise en considération des domaines infinis.
Impuissante en présence de singularités dans le domaine d'étude

VI.5 Force magnétique

C'est la force électromagnétique et le travail mécanique que cette force exerce sur le dispositif, en termes de déplacement ou de déformation.

Pour calculer la force magnétique on peut utiliser les quatre méthodes suivantes :

- La méthode de la force de Lorentz.
- La méthode du tenseur de Maxwell.
- La méthode des travaux virtuels.
- La méthode de la variation de la Co-énergie ou de l'énergie magnétique.

VI.5.1 La force déduite à partir de la méthode de l'énergie magnétique totale

Elle est parmi les méthodes les plus utilisées pour le calcul de la force, basée sur la variation de l'énergie provoquée par un déplacement, en maintenant le courant constant. Elle est déterminée par la formule suivante:

$$F_m = \frac{\partial}{\partial x} \left[\int_{\Omega} \left(\int_0^B H dB \right) d\Omega \right]$$

VI.52

Avec :

x: la variation spatiale de la coordonnée.

VI.5.2 La force déduite à partir de la méthode de la Co-énergie

Pour obtenir la force magnétique par cette méthode, on calcul la dérivée de la Co-énergie magnétique par rapport au déplacement, en maintenant le flux constant.

Elle est déterminée par l'expression suivante :

$$F_{co} = \frac{\partial}{\partial x} \left[\int_{\Omega} \left(\int_0^H B dH \right) d\Omega \right] \quad \text{VI.53}$$

VI.5.3 La force déduite à partir de la méthode des travaux virtuels

Le principe de calcul de la force dans cette méthode consiste à l'utilisation de la méthode des éléments finis.

Un domaine Ω_d déformé est subdivisé en sous-domaines Ω_e , sur lesquels toutes les intégrales effectués par rapport à un système de coordonnées locales (u,v,w). [20]

Elle est déterminée par l'expression suivante :

$$F = \frac{\partial}{\partial x} \left[\int_v \left(\int_0^H B dH \right) dv \right] \quad \text{VI.54}$$

$$F = \frac{\partial}{\partial x} \left[\int_{\Omega_e} \left(\int_0^H B dH \right) d\Omega_e \right] \quad \text{VI.55}$$

x: représente la coordonnée liée au déplacement.

Cette méthode présente un avantage, elle s'adapte à la MEF et fournit une bonne précision. [36]

VI.5.4 La force déduite à partir de la méthode du tenseur de Maxwell

Dans des milieux non parcourus par des courants, les forces et les couples pouvant être calculés par l'application de cette méthode, alors que la méthode des travaux virtuels est basée sur la variation de l'énergie, le tenseur de Maxwell définit les forces directement en terme de champ magnétique.

Elle est déterminée par l'expression suivante :

$$F = \oint_s \left[(\vec{B}_n \vec{H}_t) \vec{f} + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2\mu_0} B_n^2 - \mu_0 H_t^2 \right) \vec{n} \right] ds \quad \text{VI.56}$$

Avec \vec{B}_n : La composante normale de l'induction magnétique.

\vec{H}_t : La composante tangentielle du champ magnétique.

\vec{n} : La normale extérieure à la surface d'intégration.

\vec{t} : Le vecteur unitaire tangent à la surface d'intégration.

S: La surface d'intégration contenant le milieu où la force doit être calculé.

VI.5.5 La force déduite à partir de la méthode de LORENTZ

La force électromagnétique de LORENTZ, résulte de la coexistence d'une induction magnétique résultante d'une source d'excitation et d'une densité de courant induite dans un milieu conducteur.

L'expression de cette force est la suivante :

$$F = \iiint_v (\vec{J} \wedge \vec{B}) dv \quad \text{VI.57}$$

$(\vec{J} \wedge \vec{B})$: Densité de force magnétique, qui est souvent utilisée à la place de la force magnétique.

La force de Lorentz dans le cas axisymétrique 2D :

$$F_r = 2f \iint_s J_\zeta B_z r \cdot dr dz \quad \text{VI.58}$$

$$F_z = 2f \iint_s J_\zeta B_r r \cdot dr dz \quad \text{VI.59}$$

Pour $A = (0, A_\zeta, 0)$

$$B_r = -\frac{1}{r} \frac{\partial(rA_\zeta)}{\partial z} \quad \text{VI.60}$$

$$J_\zeta = -\frac{1}{r} \frac{\partial(rA_\zeta)}{\partial t} \quad \text{VI.51}$$

$$B_z = \frac{1}{r} \frac{\partial(\dagger A_\zeta)}{\partial r} \quad \text{VI.62}$$

La force de Lorentz dans le cas cartésienne 2D :

$$F_x = \iint_s J_z B_y . dx dy \quad \text{VI.63}$$

$$F_y = - \iint_s J_z B_x . dx dy \quad \text{VI.64}$$

Avec :

$$B_z = \frac{\partial A_z}{\partial y} \quad \text{VI.65}$$

$$B_z = - \frac{\partial A_z}{\partial x} \quad \text{VI.66}$$

$$J_z = - \dagger \frac{\partial A_z}{\partial t} \quad \text{VI.67}$$

Chapitre V

Application et Résultats

V.1.Introduction

Dans ce chapitre on se propose d'étudier un moteur linéaire tubulaire, l'étude concernera une modélisation et le calcul de la force électromagnétique.

Pour calculer la force engendrée, on utilise la méthode des éléments finis. Celle-ci est évoluée dans l'induit.

Pour une bonne précision de calcul, il est nécessaire d'avoir un outil d'information très performant diminuant le temps de calcul et donnant une grande précision. Le logiciel ANSYS Maxwell 2D est un bon outil à utiliser pour répondre aux exigences souhaitées.

ANSYS maxwell 2D est un logiciel interactif de haute performance qui utilise l'analyse par éléments finis pour résoudre les phénomènes électriques, magnétiques, magnétostatiques, courants de Foucault, et les problèmes transitoires.

ANSYS maxwell 2D résout les problèmes de champs électriques pour un modèle donné avec des matériaux appropriés, les limites et les conditions applicables à la source des équations de Maxwell sur une région finie de l'espace.

Il existe deux modes de géométrie dans ANSYS maxwell 2D :

- Cas cartésien (XY)
- Cas axisymétrique (RZ)

Il ya six solution disponibles dans ANSYS maxwell 2D :

- Electrostatique.
- Conduction a courant alternatif.
- Conduction a courant continu.
- Magnétostatique.
- Courant de Foucault.
- Régime transitoire.

Pour notre cas on a opté pour une solution a régime transitoire. Une géométrie axisymétrique car notre modèle est extrait d'une coupe longitudinale d'une machine tubulaire composé d'un inducteur et d'un induit cylindrique.

V.2 Organigramme de travail sur logiciel ANSYS Maxwell 2D

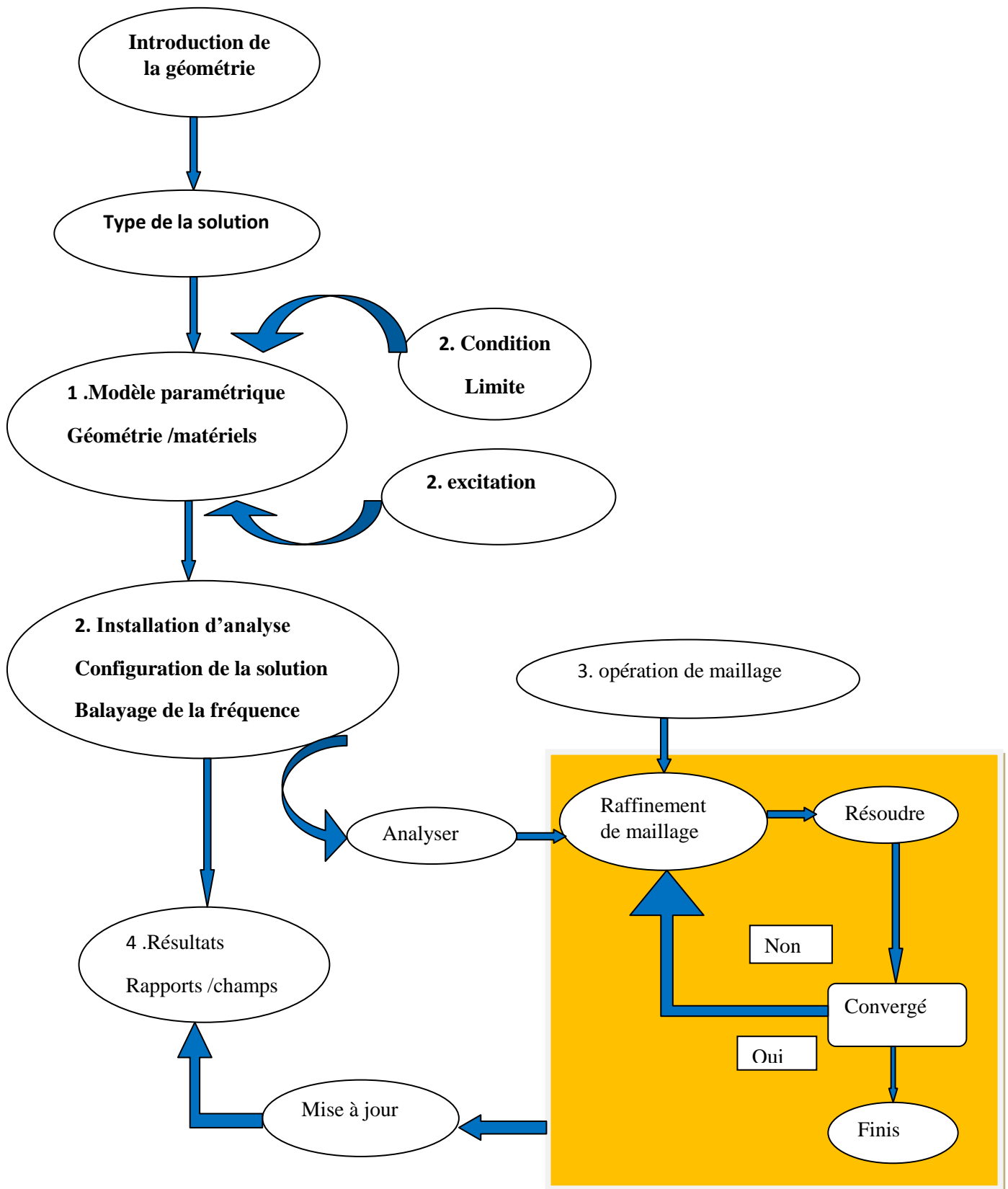


Figure V.1 Organigramme de travail

V.3 Description de dispositif

Le système étudié est un moteur linéaire tubulaire présenté par la figure V.2, le dispositif d'étude est constitué d'un inducteur fixe ou primaire, circuit magnétique et d'un induit mobile ou secondaire.

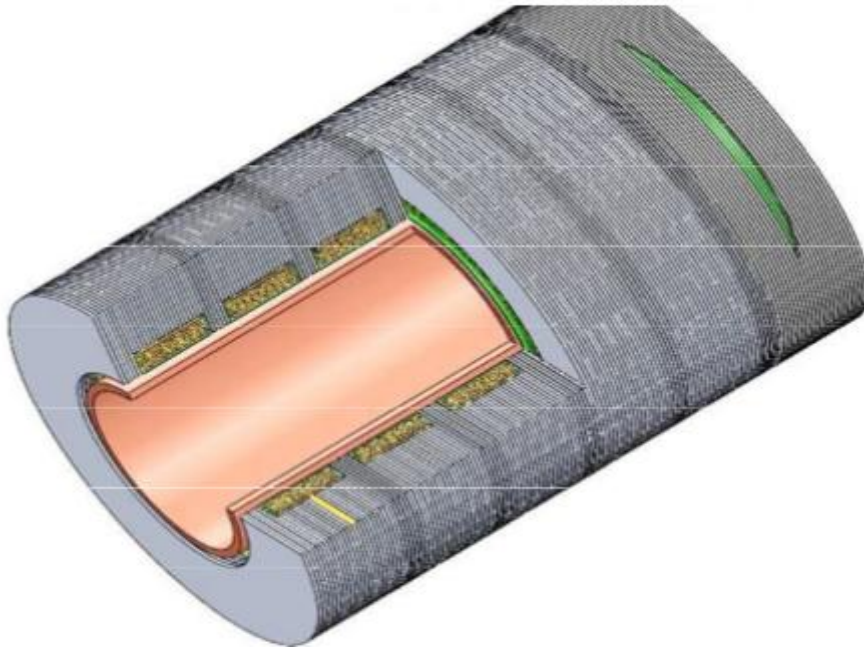


Figure V.2 Structure d'un moteur linéaire tubulaire à six encoches en 3D

Nous avons commencé notre étude sur un moteur tubulaire a six encoches avec un circuit magnétique en Fer-Silicium, conducteur en cuivre et un induit en cuivre.

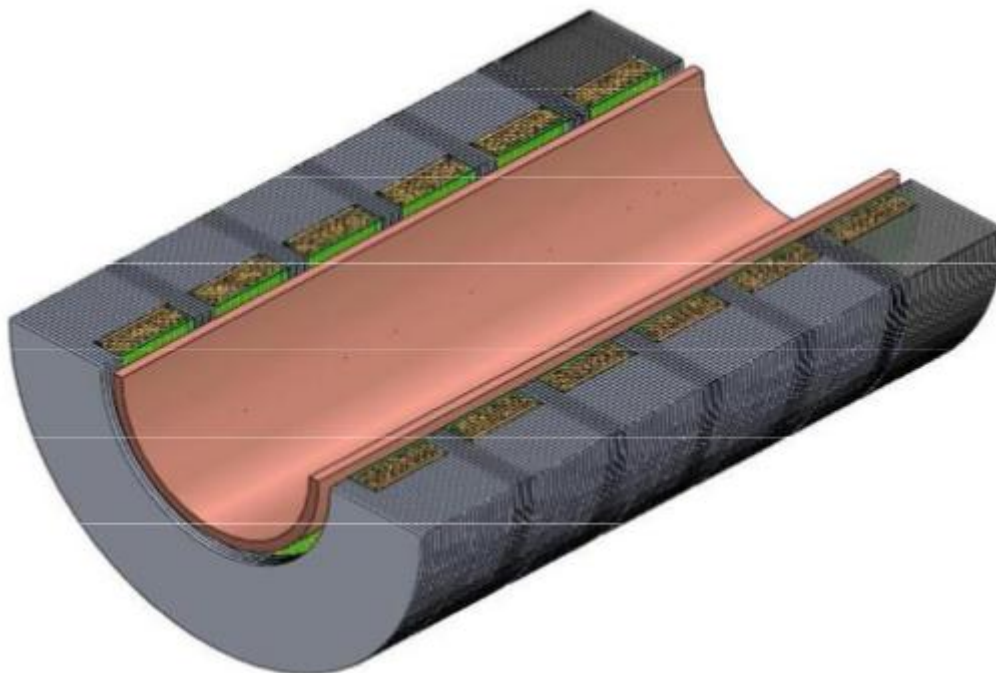


Figure V.3 Géométrie et dimension de la machine linéaire a six encoches (coupe 1/2 3D)

V.4 Définition du problème

Type de problème : cas axisymétrique.

Unité de longueur : mm

Fréquence : 50 Hz

Tension : triphasé équilibré

Régime : transitoire

V.4.1 Caractéristiques géométrique et physique pour les différentes régions**a) Inducteur**

Perméabilité magnétique relative : $\mu_r=1$

Conductivité électrique : encoche (cuivre) $\sigma=5.7*10^7 [\Omega.m]^{-1}$;

culasse (Fe-Si) $\sigma=10^{-6}[\Omega.m]^{-1}$

Diamètre extérieur : $d_{ex}=110$ mm

Diamètre intérieur : $d_{int}=61$ mm

Largeur de l'inducteur : $b_{ind}=24.5$ mm

Largeur des conducteur massiques : $b_c=18$ mm

Profondeur des conducteurs massiques : $h_c=6$ mm

Profondeur de l'encoche : $h_{en}=7$ mm

Largeur de l'encoche : $b_{en}=20$ mm

Profondeur de la dent : $h_z=7$ mm

Largeur de la dent : $b_z=5$ mm

Isolation : $e_c=1$ mm

b) Induit (cuivre)

Perméabilité magnétique relative : cuivre et aluminium $\mu_r=1$

Conductivité électrique : cuivre $\sigma=5.7*10^7[\Omega.m]^{-1}$

Aluminium $\sigma=3.7 * 10^7[\Omega.m]^{-1}$

Fe-Si $\sigma=0$

Diamètre extérieur $D_{ex}=56$ mm

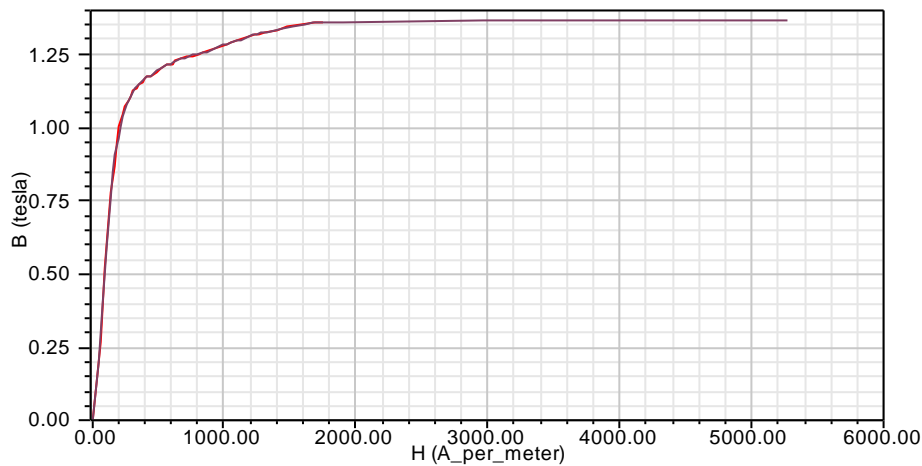
Diamètre intérieur $D_{int}=50$ mm

Longueur de l'induit $L_S=155$ mm

Epaisseur : $g=3$ mm

c) Culasse (fer-silicium)

Perméabilité magnétique relative :

**Figure V.4** Courbe de $B = f(H)$ diamètre extérieur : $D_{cu}=110\text{mm}$ diamètre intérieur : $D_{cu} =75\text{mm}$ Longueur : $L_{cu}=155\text{mm}$ Largeur : $h_{cu}=15.5\text{mm}$ **d) L'air**perméabilité magnétique de vide : $\mu_0=4*\pi*10^{-7}$ [H/m]permiabilité magnétique relative de vide : $\mu_r=1$

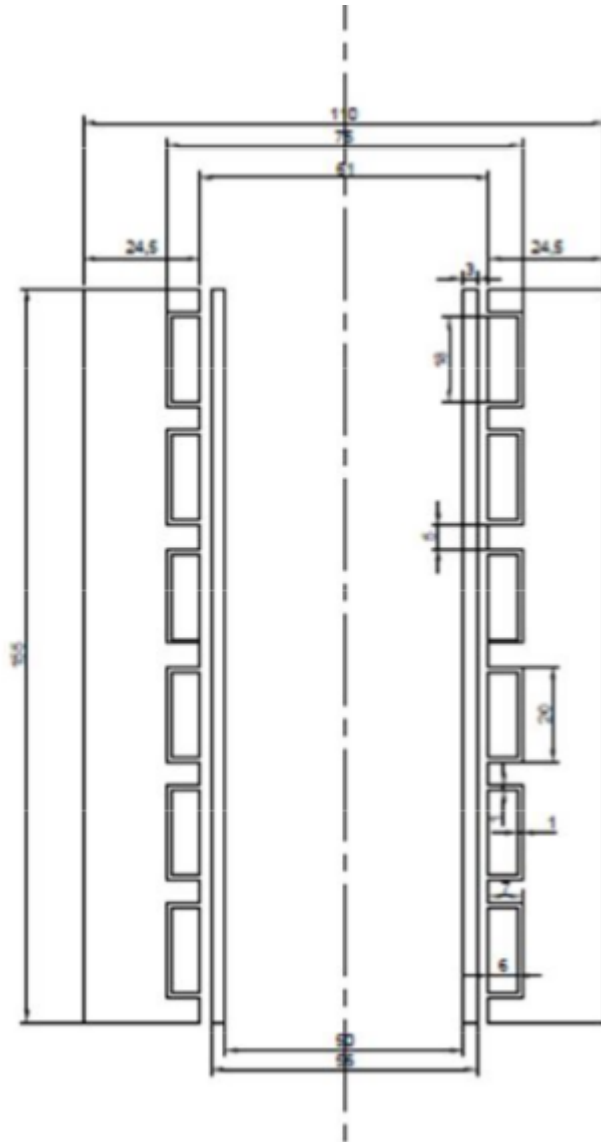


Figure V.5 Coupe verticale géométrique de la machine a étudier

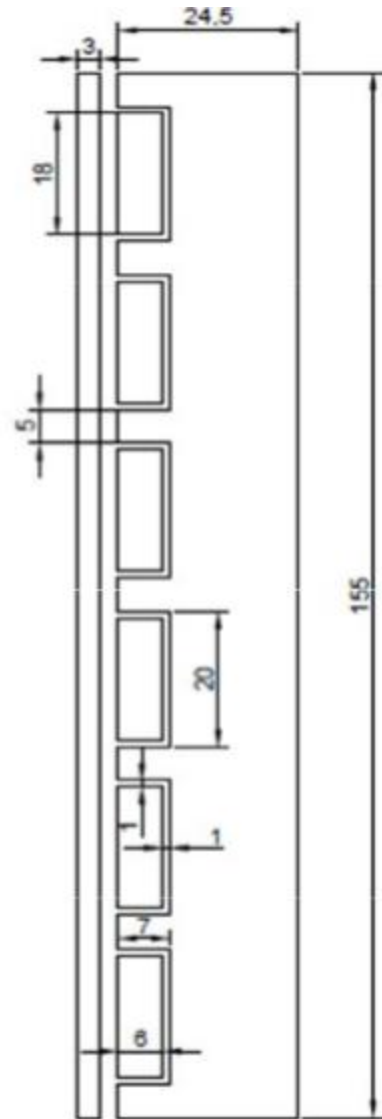


Figure V.6 Modèle

V.5 Equation électromagnétique

L'étude du problème électromagnétique dans le cas axisymétrique nécessite la résolution avec prise en compte du mouvement, de l'équation magnétodynamique en hypothèse 2D :

$$\left[\frac{\partial}{\partial r} \left(v \frac{1}{r} \frac{\partial (rA\varphi)}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(v \frac{1}{r} \frac{\partial (A\varphi)}{\partial z} + j\omega\sigma A\varphi \right) \right] = J_s \quad \text{V.1}$$

L'adaptation de l'équation V.1 pour différentes région du système donne :

Air

$$\left[\frac{\partial}{\partial r} \left(v \frac{1}{r} \frac{\partial (rA\varphi)}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(v \frac{1}{r} \frac{\partial (A\varphi)}{\partial z} \right) \right] = 0 \quad \text{V.2}$$

Inducteur

$$\left[\frac{\partial}{\partial r} \left(\nu \frac{1}{r} \frac{\partial(rA\varphi)}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\nu \frac{1}{r} \frac{\partial(rA\varphi)}{\partial z} \right) + j\omega\sigma A\varphi \right] = J_s \tag{V.3}$$

Induit

$$\left[\frac{\partial}{\partial r} \left(\nu \frac{1}{r} \frac{\partial(rA\varphi)}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\nu \frac{1}{r} \frac{\partial(rA\varphi)}{\partial z} \right) \right] = 0 \tag{V.4}$$

Culasse

$$\left[\frac{\partial}{\partial r} \left(\nu \frac{1}{r} \frac{\partial(rA\varphi)}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\nu \frac{1}{r} \frac{\partial(rA\varphi)}{\partial z} \right) \right] = 0 \tag{V.5}$$

Avec :

$\nu = 1/\mu$: réflectivité magnétique du milieu [H/m]⁻¹

A : potentiel vecteur magnétique [H/m]

J_s : vecteur de densité électrique [A/m²]

V.6 Première application : Cas d'un inducteur à 6 encoches

➤ Bobinage réalisé pour créer un champ glissant

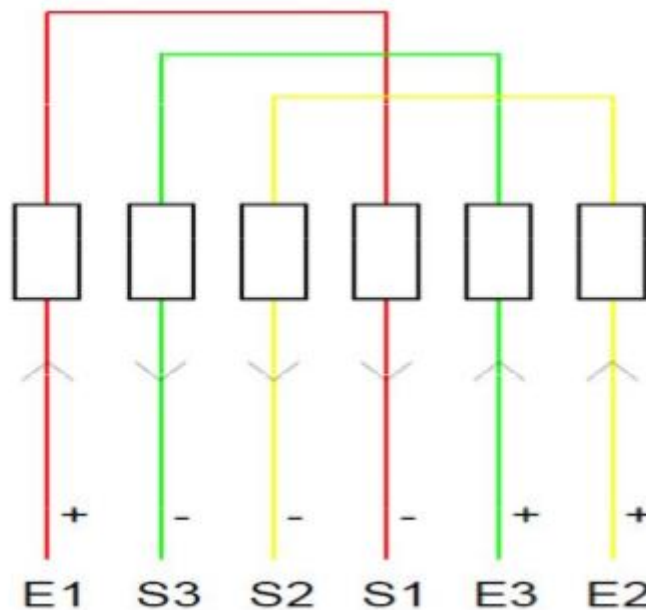


Figure V.7 Connexion des bobines pour avoir un champ glissant

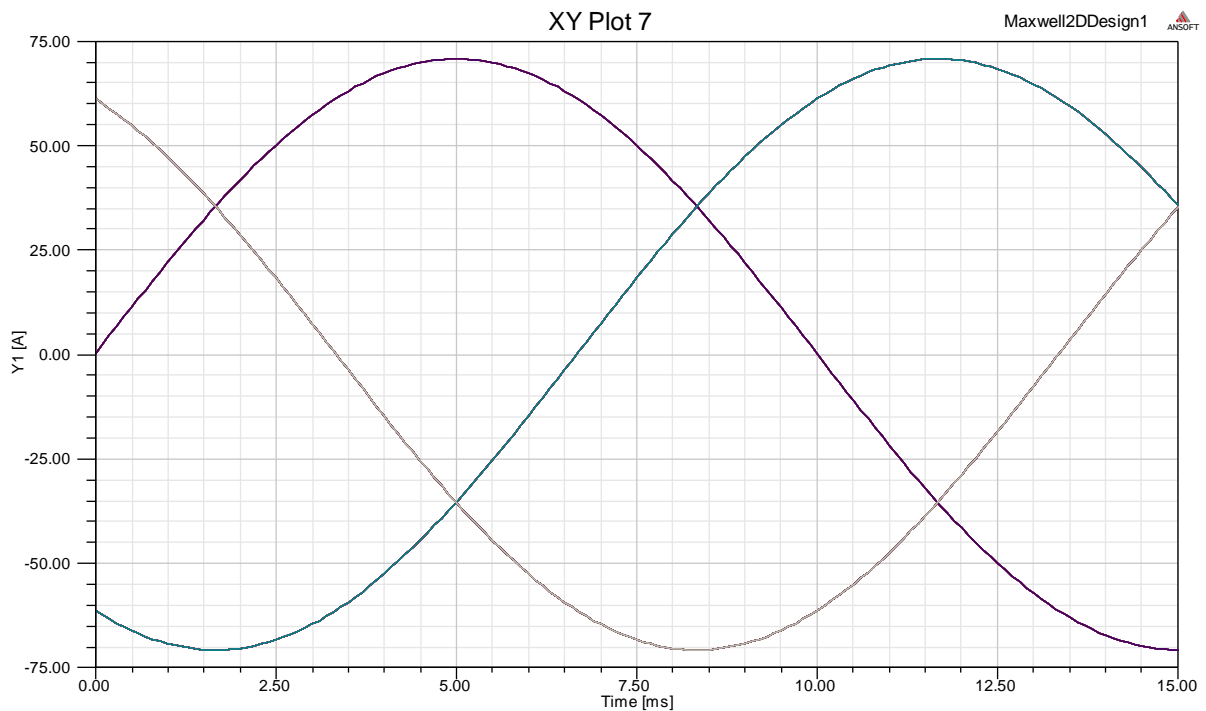


Figure V.8 Les trois phases d'alimentations.

La densité de courant $J = 4.6 * 10^5$ [A/m²]

Le domaine de résolution concerne la moitié du dispositif auquel sont associées des conditions aux limites sur la frontière du domaine. Elles sont de type Dirichlet homogènes représentées par la figure V.9 :

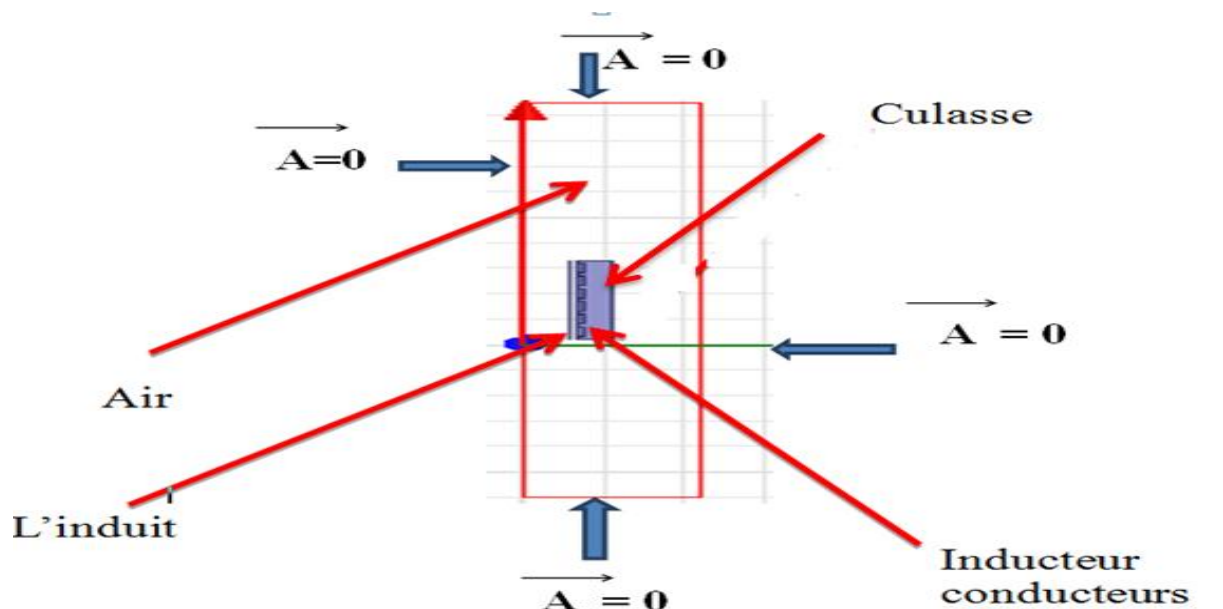


Figure V.9 Domaine de résolution et conditions aux limites

❖ Influences des matériaux utilisés pour l'induit

a) Maillage éléments finis

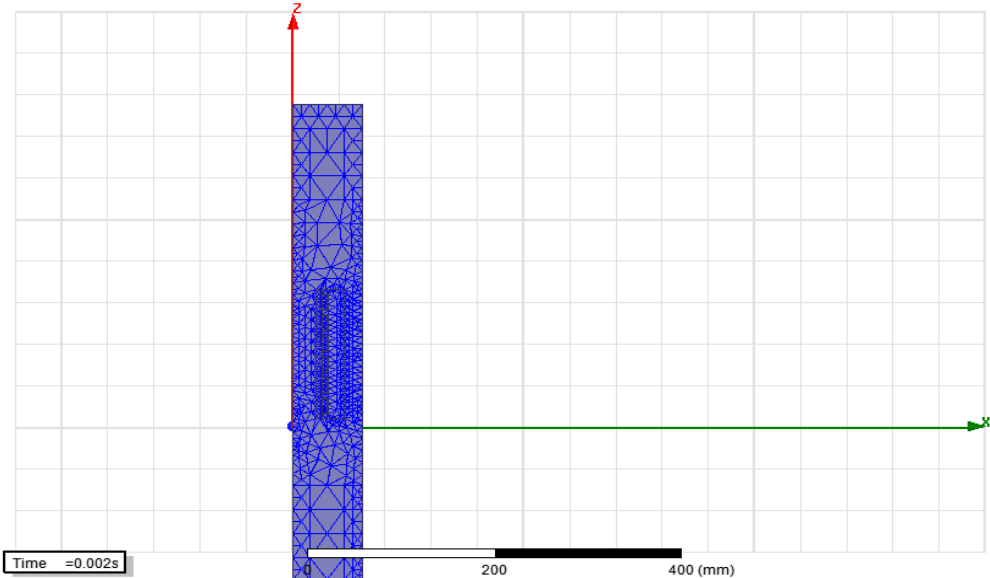


Figure V.10 Maillage éléments fini du domaine de résolution

b) Distribution des lignes de champ

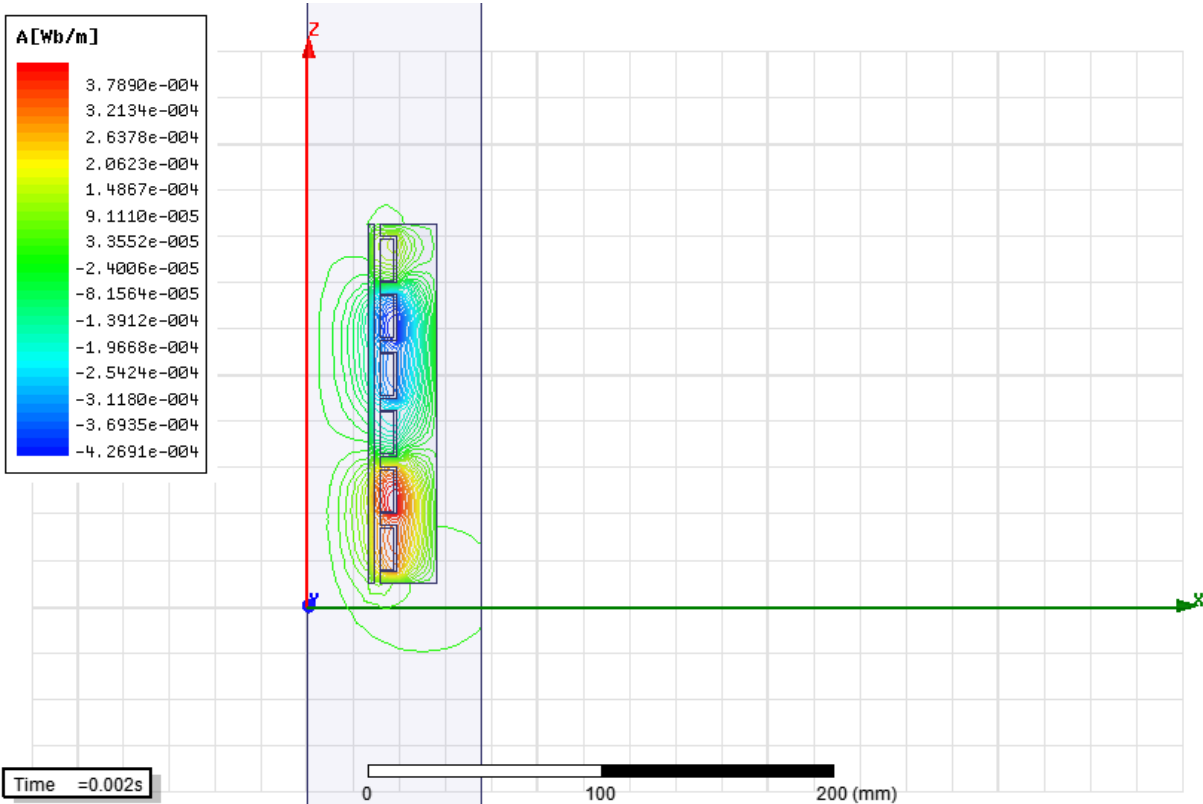


Figure V.11 Distributions des lignes flux magnétiques.

c) Forces magnétiques en fonction de temps pour les différentes positions de l'induit

➤ Induit en cuivre

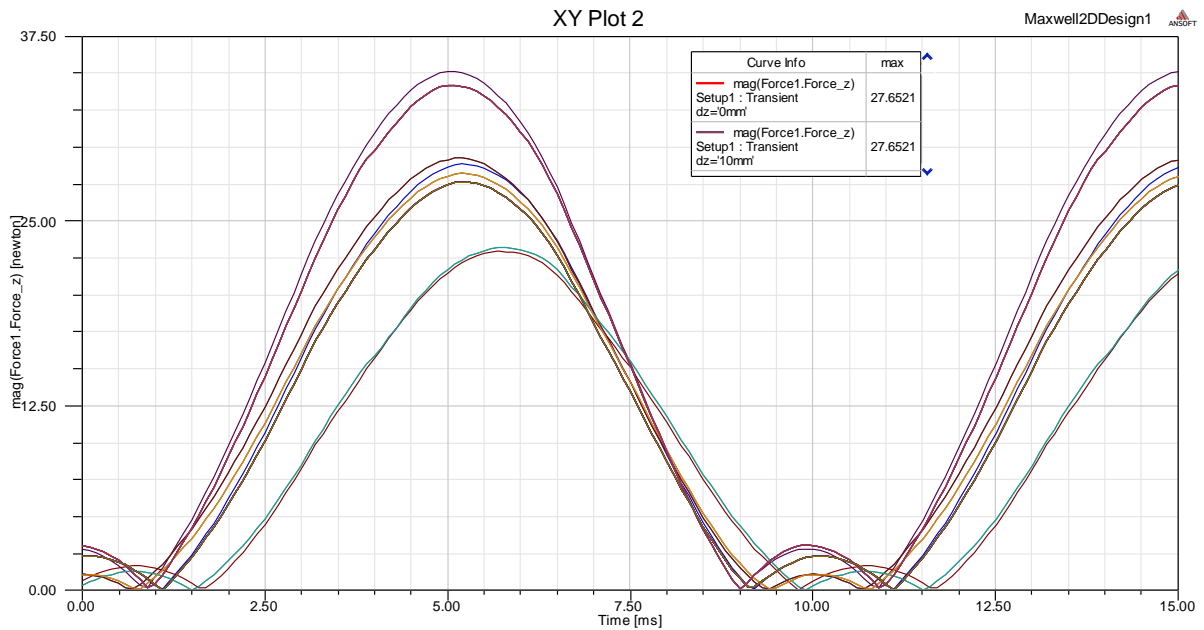


Figure V.12 la force de poussée en fonction de temps dans l'induit en Cuivre.

➤ Induit en Aluminium

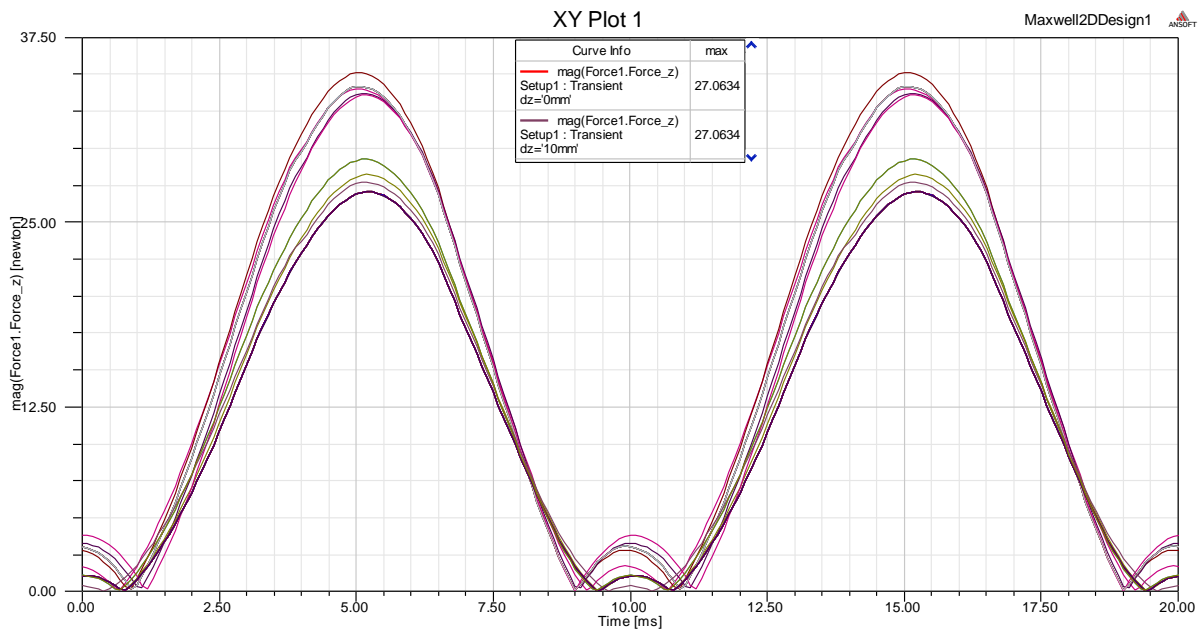


Figure V.13 La force en fonction de temps dans l'induit en aluminium

➤ Induit en Fer-Silicium

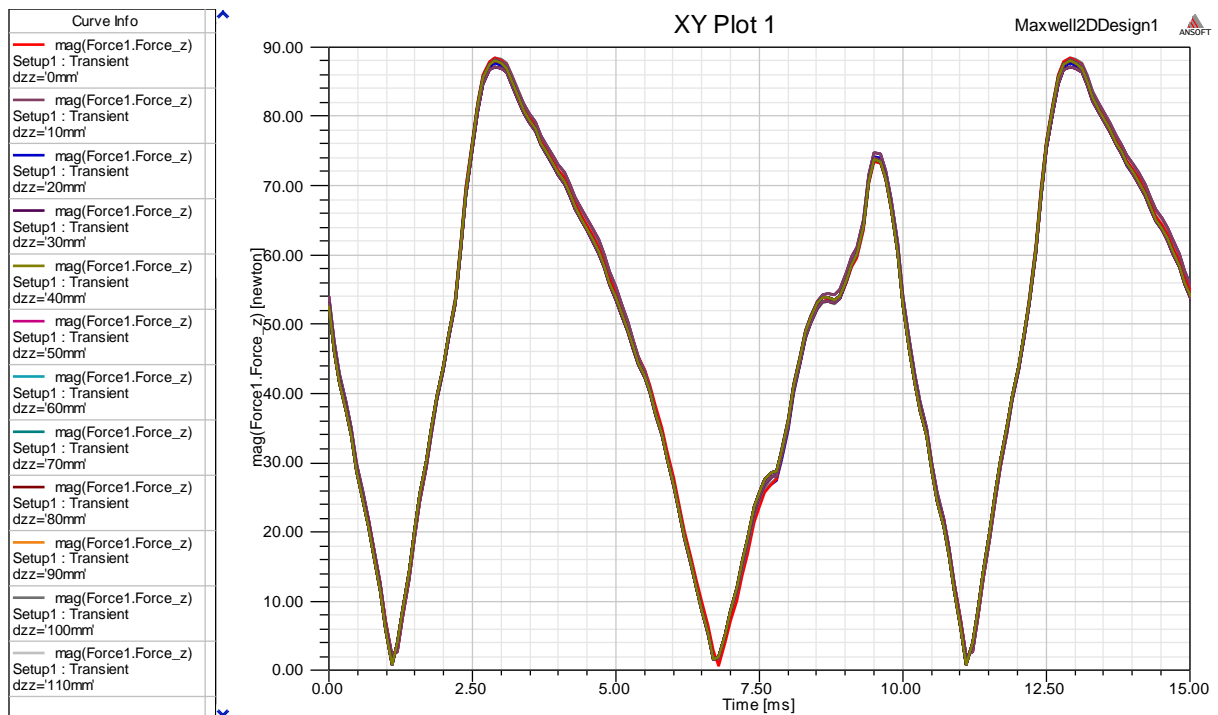


Figure V.14 la force de poussée en fonction de temps dans l'induit en fer-silicium.

La figure V.15 représente la superposition des trois courbes de la force en fonction de déplacement pour les trois matériaux étudiés.

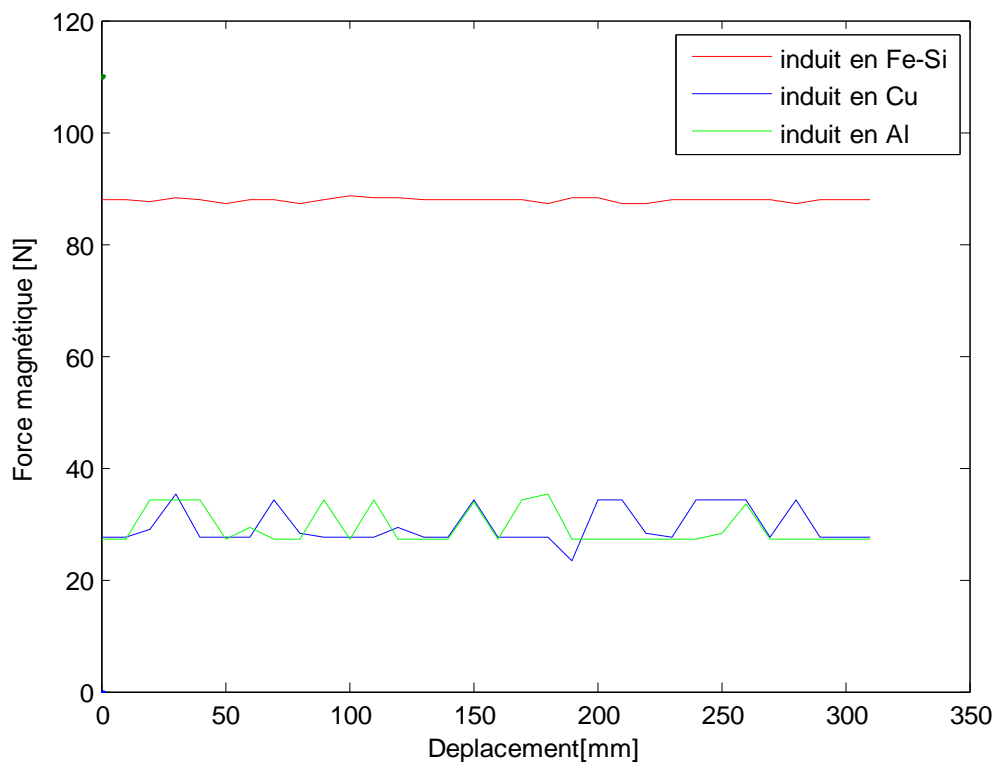


Figure V.15 Superposition des trois forces magnétiques en fonction du déplacement

➤ **Interprétation des résultats**

On remarque sur la figure (V.10) que le maillage est raffiné aux niveaux des endroits séparant deux régions de propriétés physiques différentes et beaucoup plus dans la mince zone de l'entrefer, cela permet d'avoir une précision de calcul avec la méthode des éléments finis. Mais nous rappelons que de plus que le maillage est raffiné (beaucoup plus d'éléments) le temps de calcul augmentera.

La figure (V.11) représentant les lignes de champ dans le dispositif électromagnétique pour l'un des cas étudié (induit en Fe-Si). Elle montre que les lignes de champ magnétique passent de la culasse vers l'induit à travers l'entrefer car il a une épaisseur très mince. Et elles se concentrent beaucoup plus dans les dents de la culasse que les dents car la perméabilité magnétique de Fe-Si est plus importante que celle de cuivre. Nous signalons aussi que la distribution de champ magnétique est de plus ou moins concentrée dans l'induit à savoir le matériau utilisé pour cet élément : lorsque l'induit est en Fe-Si les lignes de champ se concentre mieux dedans contrairement aux cas de l'induit en cuivre ou en aluminium qui présentent des flux de fuites. Et cela est dû à la grande perméabilité magnétique de l'alliage Fe-Si par rapport à celle de cuivre et de l'aluminium.

De ce fait, on aura une force de poussée importante dans le cas de l'induit en Fe-Si que celle de l'induit en cuivre ou en aluminium, son maximum avoisine 88 N comme le montre la superposition des forces en fonction de déplacement obtenues pour les différents types de matériaux constituant l'induit (Figure V.15).

On remarque aussi sur la figure (V.15) que la forme de la force fonction de déplacement est ondulée cela est due à la position de l'induit et à la denture de la culasse.

On constate que pour une culasse en Fe-Si, un induit en Fe-Si est le plus adéquat pour donner naissance à une importante force de poussée.

V.7 Deuxième application : Cas d'un inducteur à 12 encoches

a) caractéristiques géométriques

Les caractéristiques géométriques de l'inducteur a 12 encoches sont équivalentes au cas de l'inducteur a 6 encoches.

➤ **Culasse (fer-silicium)**

Longueur de la culasse : $L_{CU} = 305$ mm

Profondeur de la culasse $h_{cu} = 24.5$ mm

➤ **Induit (cuivre)**

Induit utilisé dans le cas d'un inducteur a six encoches ($L_s = 155$ mm)

Les caractéristiques physiques pour les déférentes régions sont les mêmes que celles de la 1^{er} application.

b) Maillage éléments finis

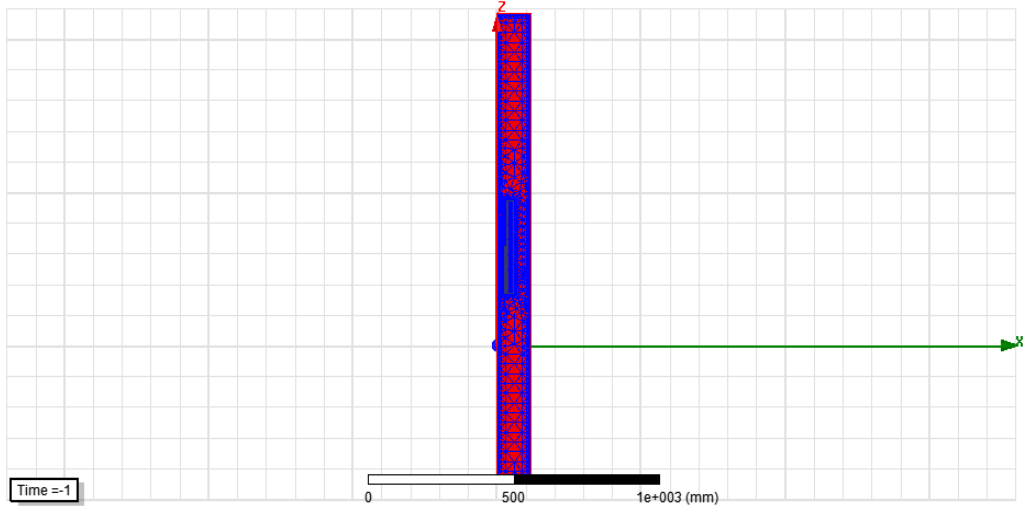


Figure V.16 Maillage éléments fini du domaine de résolution à 12 encoches.

c) Distribution des lignes de flux

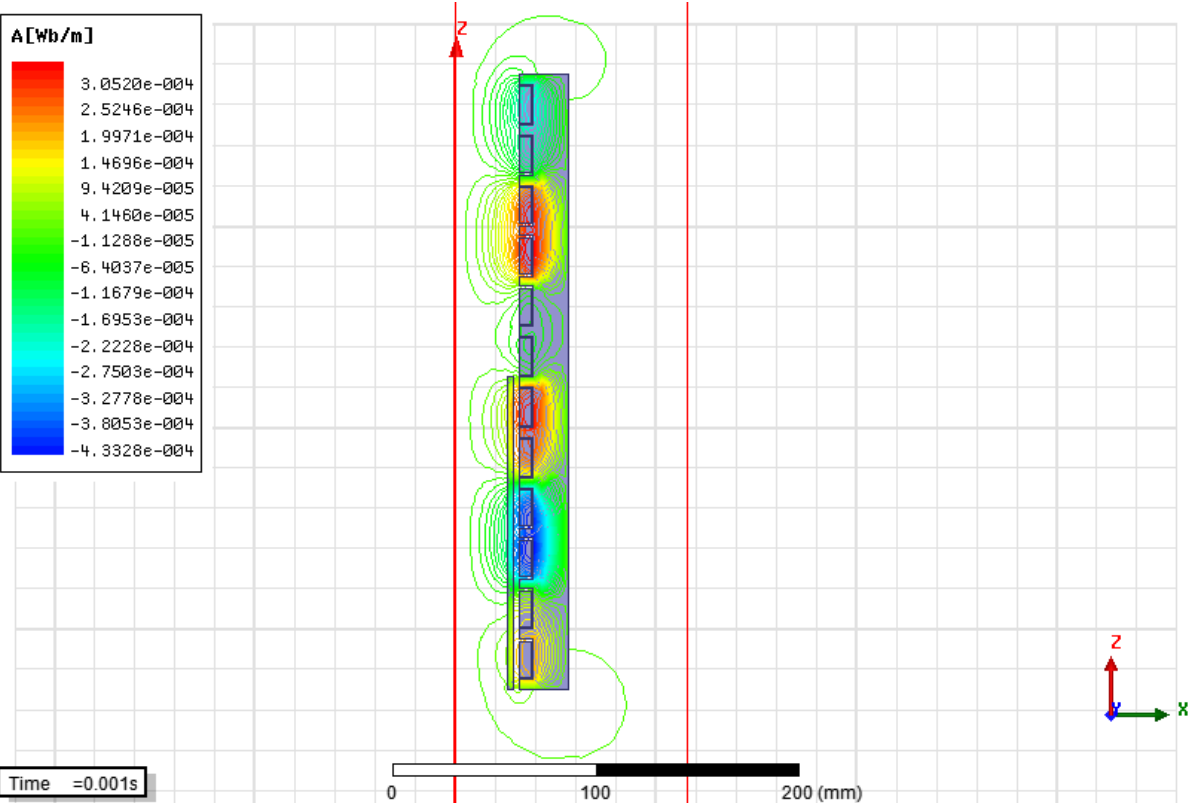


Figure V.17 Distribution des lignes de flux dans le dispositif

d) Forces magnétiques en fonction de temps pour les différentes positions de l'induit
 ➤ Induit en Cuivre

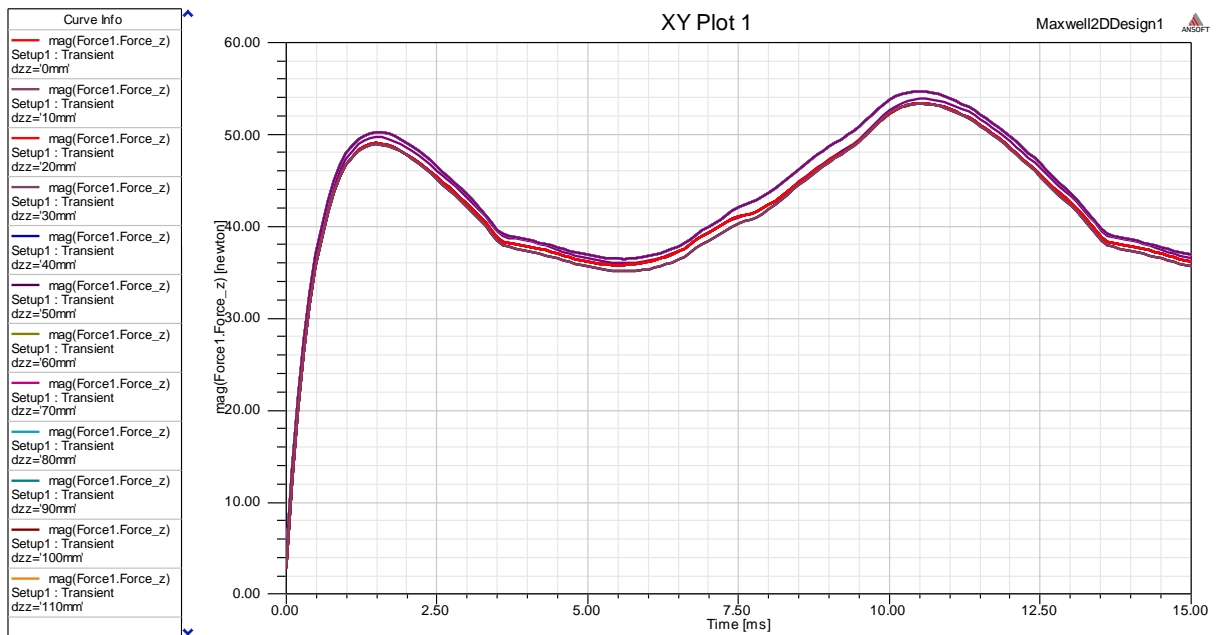


Figure V.18 la force de poussée en fonction de temps dans l'induit en Cuivre.

➤ Induit en Aluminium

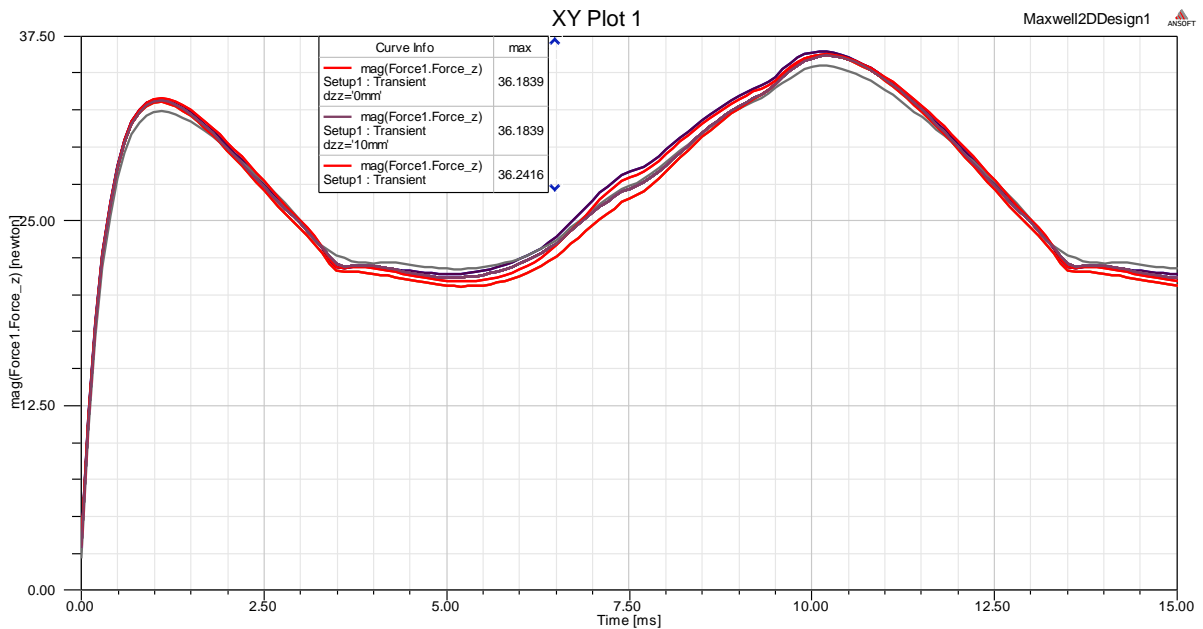


Figure V.19 la force de poussée en fonction de temps dans l'induit en Aluminium.

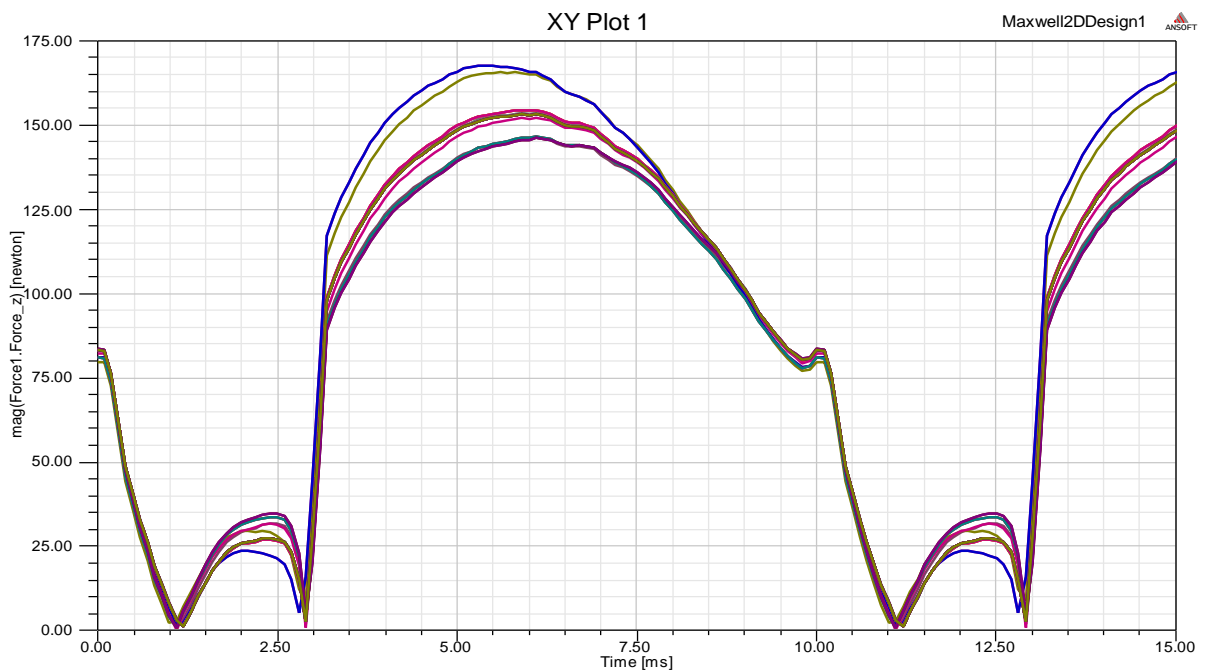
➤ *Induit en fer-silicium*

Figure V.20 la force de poussée en fonction de temps dans l'induit en fer-silicium.

La figure V.21 représente la superposition des trois courbes de la force en fonction de déplacement pour les trois matériaux étudiés.

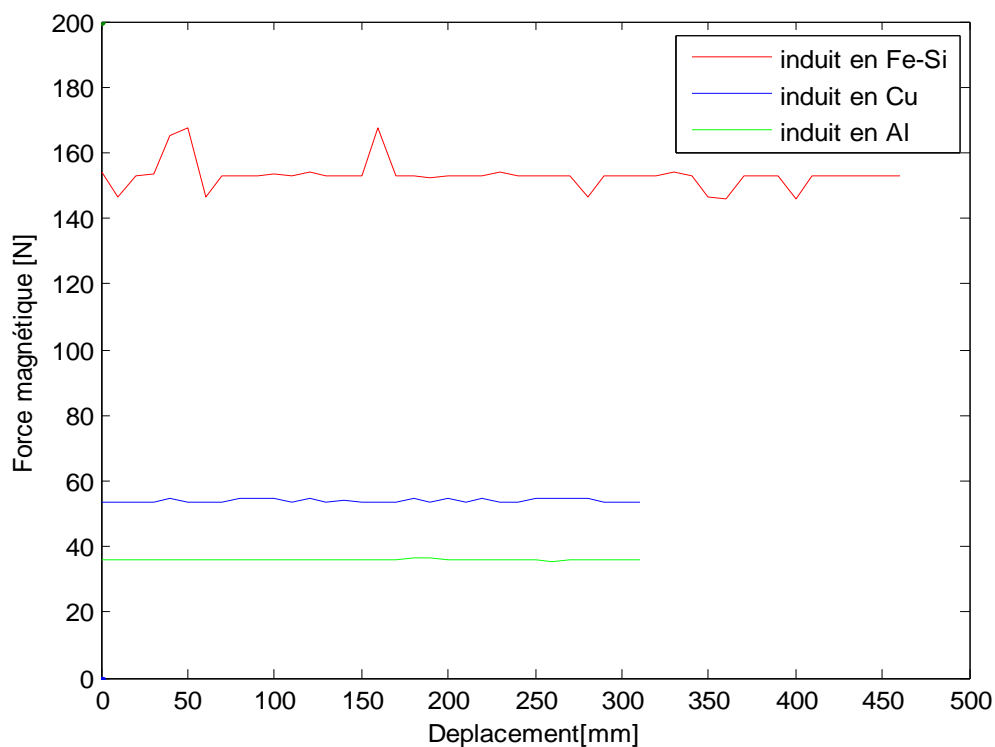


Figure V.21 la superposition des trois forces magnétiques en fonction de déplacement pour l'induit en cuivre, aluminium et fer-silicium

➤ **Interprétation des résultats**

Avec un inducteur composé de 12 encoches, les résultats de la force magnétique en fonction de déplacement pour les différents matériaux de l'induit (figure V.21) montrent que c'est l'induit en Fe-Si qui offre la plus grande force magnétique possible dans l'induit (153 N) et cela est grâce à sa grande perméabilité magnétique.

Et nous remarquons sur cette figure (V.21) que, quelque soit le matériau utilisé pour l'induit, toutes les forces en fonction de déplacement sont augmentées en comparant à celles simulées précédemment avec un inducteur à 6 encoches. On peut expliquer cette augmentation des forces magnétiques par l'augmentation des encoches de l'inducteur à 12 ce qui génère aussi l'augmentation de volume de la culasse donc l'augmentation des courants et de circuit magnétique ce qui engendre plus de champ magnétique (plus d'énergie magnétique) donc des forces magnétiques plus élevées.

Alors nous constatons que la nature de matériau utilisé pour l'induit et le nombre d'encoche de l'inducteur à une grande influence sur la quantité de la force magnétique qui sera engendrée dans l'induit.

V.8 Troisième application : Cas d'un inducteur à 18 encoches

a) Caractéristiques géométriques

Les caractéristiques géométriques de l'induit à 18 encoches sont équivalente au cas de l'inducteur à 6 encoche.

➤ **Culasse (fer-silicium)**

Longueur de la culasse : $L_{cu}=455\text{mm}$

Profondeur de la culasse : $h_{cu}=24.5\text{mm}$

➤ **Induit**

Induit utilisé dans le cas de l'inducteur à 6 encoches ($L_S=155\text{mm}$).

Les caractéristiques physiques pour les différentes régions sont les mêmes que celles de ma première application et la deuxième application.

b) Maillage éléments finis

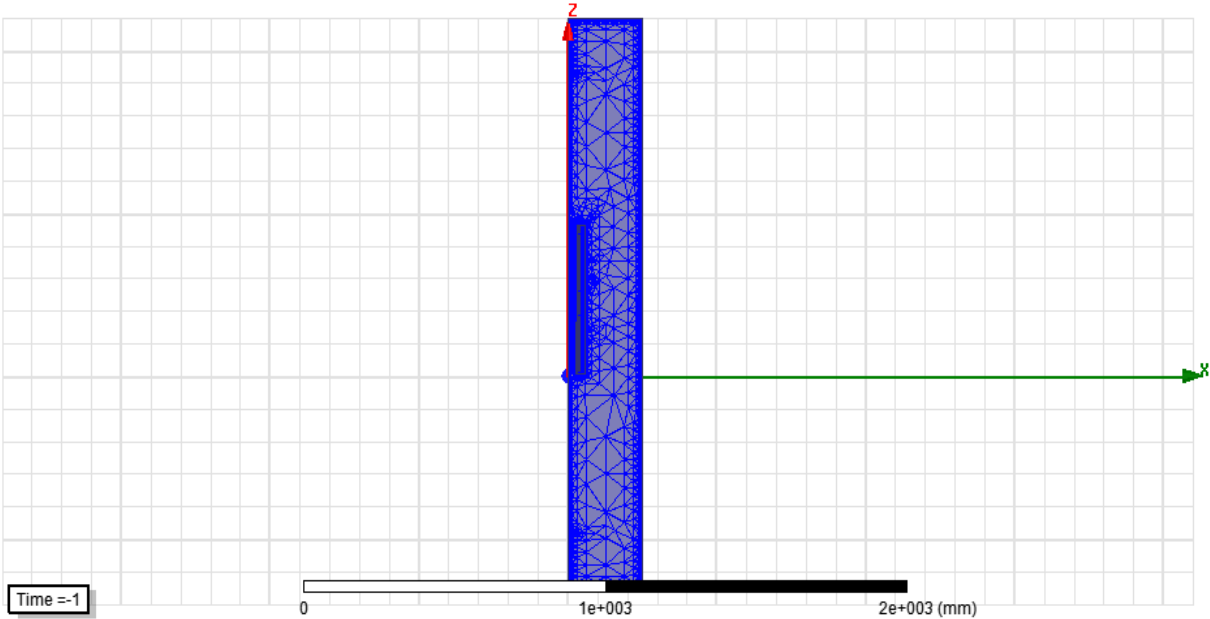


Figure V.22 Maillage éléments fini du domaine de résolution à 18 encoches.

c) Distribution des lignes de flux

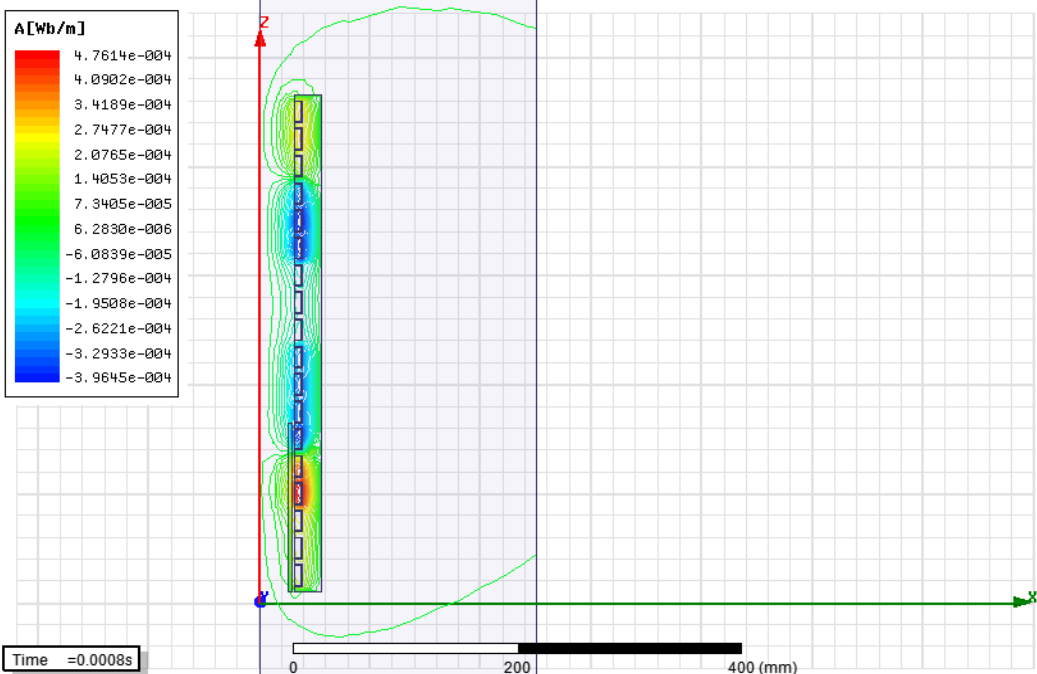


Figure V.23 Distribution des lignes de flux dans le dispositif

d) Forces magnétique en fonction de temps pour les différentes positions de l'induit
 ➤ **Induit en Cuivre**

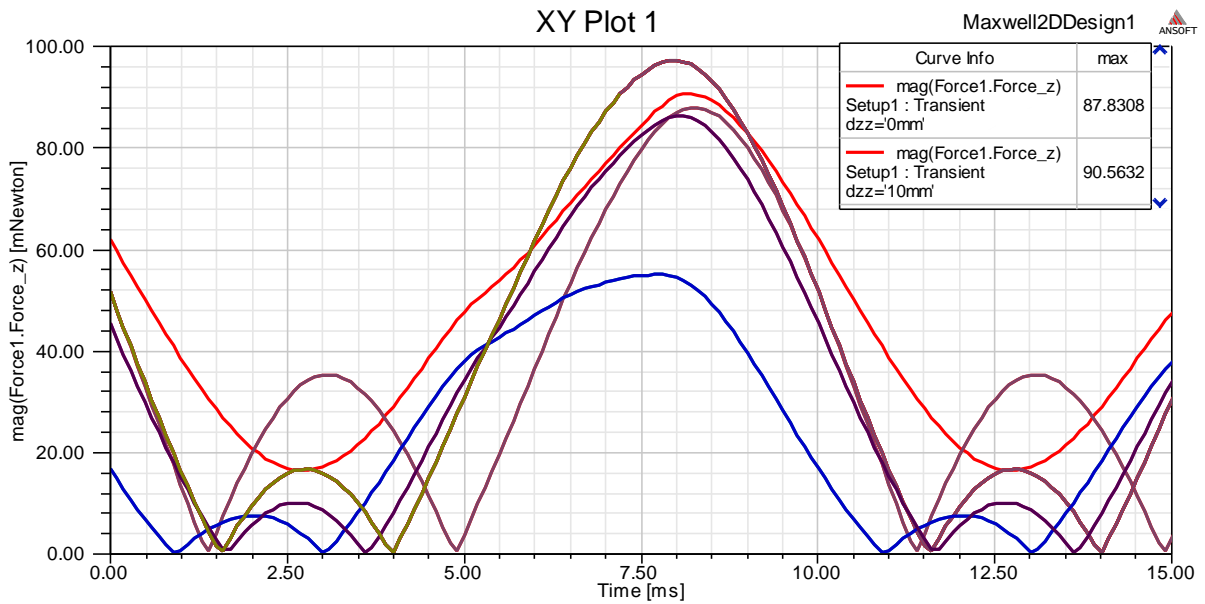


Figure V.24 la force de poussée en fonction de temps dans l'induit en Cuivre.

➤ **Induit en Aluminium**

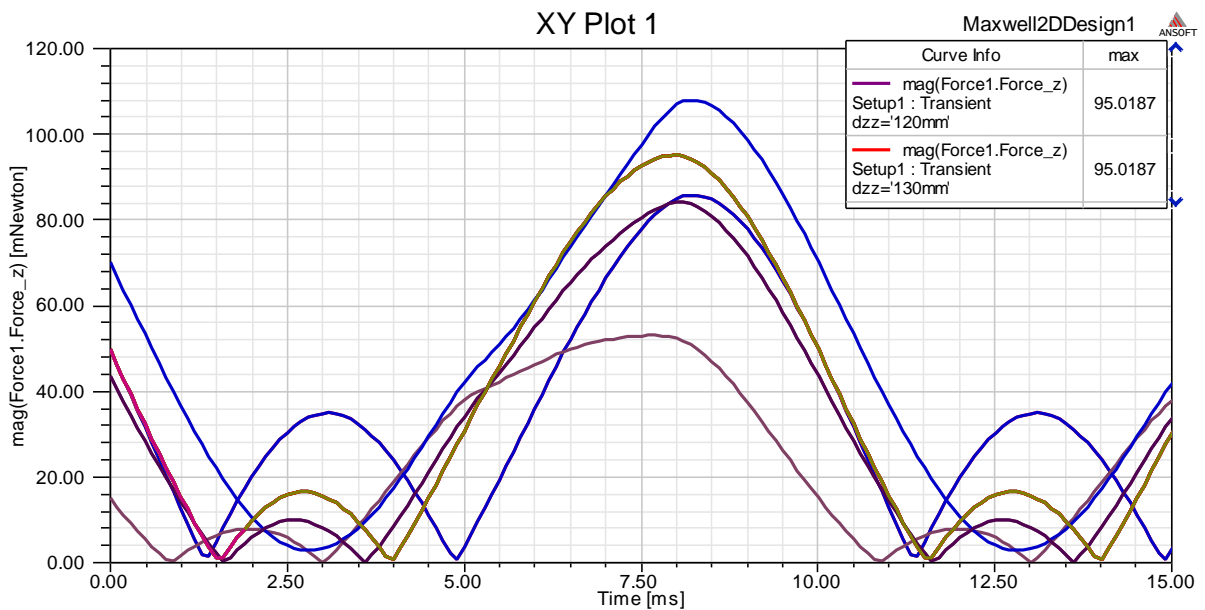


Figure V.25 la force de poussée en fonction de temps dans l'induit en Aluminium.

➤ *Induit en fer-silicium*

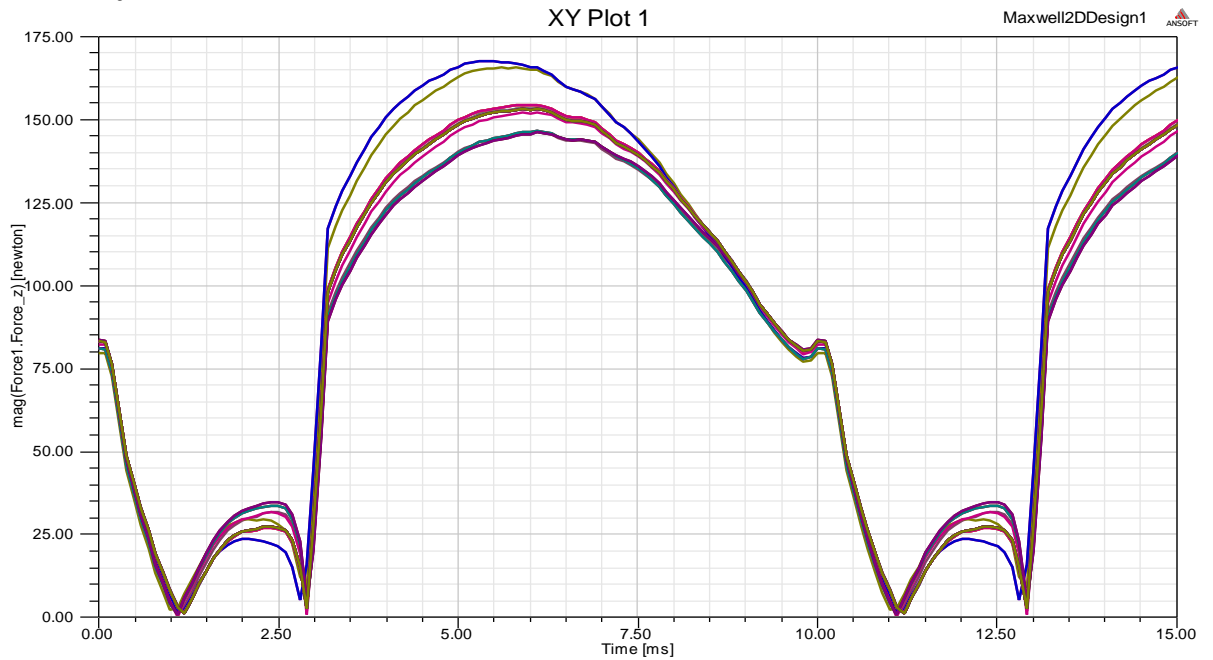


Figure V.26 la force de poussée en fonction de temps dans l'induit en fer-silicium.

La figure V.27 représente la superposition des trois courbes de la force en fonction de déplacement pour les trois matériaux étudiés.

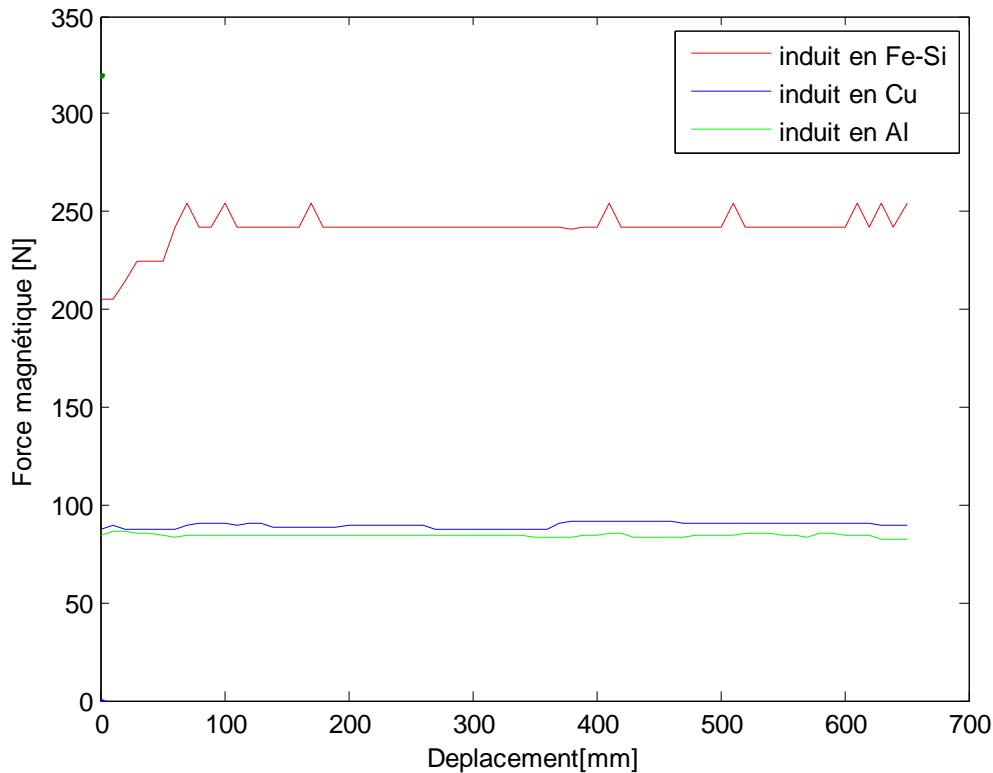


Figure V.27 la superposition des trois forces magnétiques en fonction de déplacement pour l'induit en cuivre, aluminium et fer-silicium

La figure V.28 représente la superposition des trois courbes de la force en fonction de déplacement pour les trois différents nombre d'encoches et un induit en Fe-Si.

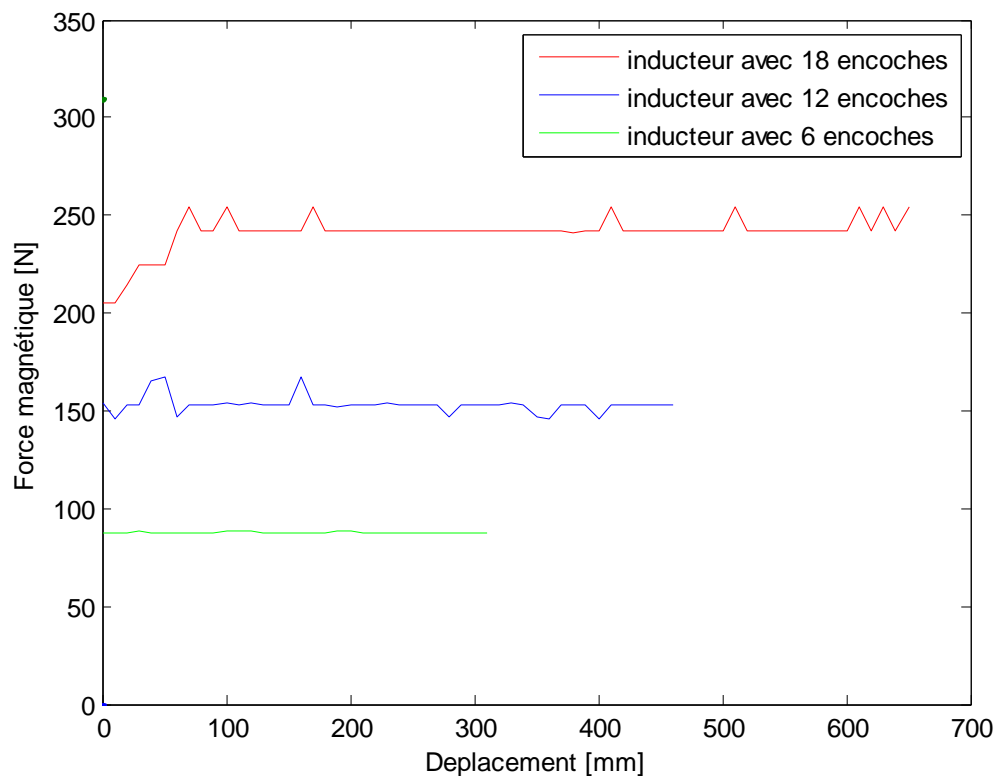


Figure V.28 la superposition des forces magnétiques en fonction de déplacement pour pour les différents nombre d'encoches et un induit en Fe-Si.

➤ Interprétation des résultats

La figure (V.27) montre que, comme tous les résultats précédents, le Fe-Si est le mieux adapté pour l'induit pour y avoir une plus grande force de poussée. Elle montre aussi que ces forces sont plus importantes que celles simulées avec un inducteur de 12 ou 6 encoches comme le montre la figure (V.28).

On conclut que de plus qu'on augmente le nombre d'encoches de l'inducteur (donc aussi sa culasse) on aura plus de force de poussée de l'induit.

V.9 Conclusion

Les différentes simulations effectuées sur la machine linéaire tubulaire sous le logiciel ANSYS Maxwell 2D, nous ont permis de constater que l'induit en Fe-Si est le mieux adapté pour y avoir une grande force de poussée ainsi que l'augmentation de nombre d'encoches de l'inducteur permettra d'augmenter cette force.

Conclusion Générale

Conclusion générale

Conclusion générale

Ce travail a été principalement consacré à l'évaluation de la force électromagnétique engendrée dans l'induit d'une machine linéaire tubulaire à induction pour des différents matériaux de l'induit et pour des différents nombres d'encoches de circuit électrique de l'inducteur, en utilisant le logiciel ANSYS Maxwell 2D qui assure le déplacement de l'induit et le calcul des grandeurs électromagnétiques (champ magnétique, force magnétique, etc.) pour les différentes positions de l'induit.

Le but de l'étude est d'évaluer et de comparer l'influence de la nature de matériau constituant l'induit et le nombre d'encoches de l'inducteur sur la force magnétique engendrée dans l'induit qui est responsable de mouvement mécanique de la machine.

Aussi, un autre regain d'intérêt de cette étude est d'initier beaucoup plus sur le logiciel ANSYS Maxwell 2D qui s'avère très intéressant pour la modélisation et la simulation d'autres dispositifs électromagnétiques.

L'étude nous a permis de montrer que chacun des paramètres de la machine, que ce soit magnétique (nature de matériau constituant l'induit) ou électrique (nombre d'encoches de l'inducteur) a une grande importance et influence sur ses performances qui se traduisent principalement par sa force magnétique (Force de poussée).

On constate que le maximum de la force de poussée dans l'induit d'une machine à induction linéaire tubulaire est obtenu avec un induit en Fe-Si et un inducteur comportant plusieurs encoches.

Enfin nous souhaitons que les promotions à venir puissent compléter ce modeste travail, avec une modélisation très proche de la réalité physique c.à.d en 3 D et réaliser un prototype.

Références Bibliographique

Bibliographie

- [1] M.KESSI et K. HAMANI «amélioration des performances dynamiques d'un moteur a induction linéaire », mémoire Master, 2015, UMMTO.
- [2] R. TAKILT A .ALLOUCHE «modélisation par éléments finis d'une machine linéaire tubulaire et réalisation du prototype », mémoire Master, 2013, UMMTO.
- [3] G.JINLIN « modélisation et conception optimale d'un moteur linéaire à induction pour un de traction Ferroviaire ».Thèse de doctorat, école centrale de Lille, 2002
- [4] M.AZZOUZ, S.BOUAMRA, R.BEDRENE « étude des performances dynamiques d'un actionneur électromagnétique linéaire ».Mémoire d'ingénieur 2007.UMMTO
- [5] S.HAKEM, « Etude et conception par éléments finis de lanceurs électromagnétiques à plusieurs étages », Mémoire Master 2016, UMMTO.
- [6] M.HAMEL «impact de la découpe sur les caractéristiques des circuits magnétiques» Mémoire d'ingénieur 2009.UMMTO
- [7] L.BELHIMER, A.GHANEM « étude et réalisation d'un dispositif de lévitation magnétique» mémoire master académique 2013. UMMTO
- [8] O.KANA« conception d'un conducteur destiné à l'entraînement électrique d'un ascenseur» mémoire magister 2013. UMMTO
- [9] A. KENNANE, « Méthode des éléments finis », Office des publications universitaires (OPU), 1995.
- [10] NICOLAS FAURE« modélisation électromagnétique en présence de charge d'espace. Application a l'étude de tube électronique de type magnétron» thèse doctorat 2006, université LIMOGES
- [11] S.NAIT BELCACEMENT, L.LAMIA «caractéristique des tôles magnétiques fer-silicium a grain non orienté» mémoire Master 2013.UMMTO
- [12] L.HAMOUDI, M.KAOUDJI « étude théorique et expérimentale d'une machine linéaire à induit conducteur » .Mémoire d'ingénieur d'Etat 2009.UMMTO
- [13] M. LAKHDAR« contribution a la CAO optimisée des machines électriques, application au moteur linéaire a induction» thèse doctorat 2005, université de BATNA
- [10] H.MOHELLEBI« cours de modélisation numérique des systèmes d'entraînement électrique » cours master II Entraînement Electrique. UMMTO, 2010
- [15] FADHILA BOUTOUDJ « Modélisation par éléments finis de phénomène thermomécanique d'une structure de type PBGA » 2012
- [16] OULD OUALI SAMY HASSANI « Intégration de l'hystérésis magnétique dans un calcul éléments finis en vue de l'estimation des pertes dans les tôles des machines électriques »

- [17] GOURI DHATT, GILBERT TOUZOT EMMANUEL LE FRANCOIS « Méthode des éléments finis » Edition LAVOISIER 2005
- [18] JEAN-CLAUDE ABONNADIÈRE «électromagnétisme et problèmes couplés Hermès science publication. Paris 2002 “ »
- [19] NEHAL OUASSILA « Etude et modélisation des paliers planaires » mémoire du magistère 2009
- [20] K. FEKRACHIF, H. MENTOUCHE : « Modélisation par éléments finis d'une structure de la machine linéaire à aimant permanente de simulation du mouvement par la technique de MACRO élément ». Mémoire d'ingénieur d'état 2001, UMMTO.
- [21] G. DHATT, G. TOUZOT, E. LEFRANCOIS : « méthodes des éléments finis, Lavoisier, 2005
- [22] A. Kedous-Lebouc : Les matériaux magnétique 1, édition Lavoisier, 2006
- [23] K. FEKRACHIF, H. MENTOUCHE : « Modélisation par éléments finis d'une structure de la machine linéaire à aimant permanente de simulation du mouvement par la technique de MACRO élément ». Mémoire d'ingénieur d'état 2001, UMMTO.
- [25] F. AMRANI, D. KACI « étude comparative des pertes dans les tôles magnétiques à partir d'essais et du modèle théorique ». Mémoire d'ingénieur 2011, UMMTO.