Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique
Université Mouloud Mammeri de Tizi-Ouzou

Faculté de Génie Electrique et Informatique
Département Automatique

MEMOIRE DE MAGISTER

En Automatique
Option : **Traitement d'images et reconnaissance de formes**

Présenté par :

Mr. BAGADI Abderrahmane

Thème :

Analyse de la texture à base de la transformée de Hermite

Devant le jury d'examen composé de :

DIAF Moussa	Professeur à l'UMMTO	**Président**
HAMMOUCHE Kamal	Professeur à l'UMMTO	**Rapporteur**
HADDAB Salah	Maître de conférences A à l'UMMTO	**Examinateur**
LAHDIR Mourad	Maître de conférences A à l'UMMTO	**Examinateur**

Remerciements

Ce travail a été effectué au sein du laboratoire de Vision artificielle et automatique des systèmes (LVAAS) du département automatique, Faculté de Génie Electrique et Informatique de l'Université Mouloud Mammeri de Tizi-Ouzou.

Je tiens en premier lieu à adresser mes vifs remerciements à mon directeur de mémoire Monsieur **HAMMOUCHE Kamal** Professeur à l'Université Mouloud Mammeri de Tizi-Ouzou, pour m'avoir guidé tout le long de ce travail. Je lui exprime ma profonde gratitude pour m'avoir fait profiter de ses connaissances et surtout sa rigueur scientifique. Sans sa disponibilité permanente son soutien et ses conseils ce travail n'aurait pas pu aboutir.

Nos vifs remerciements vont aussi à Monsieur **DIAF Moussa** Professeur à l'Université Mouloud Mammeri de Tizi-Ouzou, pour m'avoir fait l'honneur d'accepter de présider le jury de ce mémoire.

Je tiens aussi à remercier Monsieur **HADDAB Salah**, Maitre de conférences classe A à l'Université Mouloud Mammeri de Tizi-Ouzou, pour avoir bien voulu faire partie du jury de ce mémoire.

Monsieur **LAHDIR Mourad**, Maitre de conférences classe A à l'Université Mouloud Mammeri à bien voulu participer au jury de ce mémoire, qu'il trouve, ici, l'expression de notre profonde gratitude pour l'intérêt qu'il a apporté à notre travail.

Sommaire

INTRODUCTION GÉNÉRALE

La texture est une caractéristique importante de la surface et de la structure interne d'un objet. Son analyse est essentielle dans l'interprétation automatique d'une scène. Elle repose principalement sur la détermination de mesures ou d'attributs de texture suffisamment pertinents et discriminants, pouvant permettre de caractériser efficacement la texture et de la différentier aisément entre plusieurs autres.

L'analyse de la texture joue un grand rôle en traitement et analyse d'images. Elle est très utilisée dans divers applications telles que l'analyse d'images, médicales pour aide au diagnostic, processus industrielle pour classification et contrôle de qualité, Environnements, télédétection sont quelques exemples.

Plusieurs techniques d'analyse de la texture ont été développées ces dernières années. Certaines font intervenir des primitives géométriques locales, des modélisations par champs aléatoires ou par fractals ou sur des analyses statistiques de la texture. D'autres sont basées sur des techniques d'analyse temps fréquence ou sur le filtrage. Parmi elles, on peut citer les filtres de Gabor, la transformée en ondelettes, la transformée de Huang-Hilbert et la transformée de Hermite. Si certaines de ces méthodes comme les filtres de Gabor, la transformée de ondelettes, la transformée de Huang-Hilbert sont populaires car très souvent appliquées en analyse d'images, la transformée de Hermite reste peu connu et très peu exploitée. Nous nous somme intéressés dans notre travail à une nouvelle méthode d'analyse de la texture basée sur la transformée de Hermite.

La transformée de Hermite a été introduit par Martens en 1990 [22], de façon générale, c'est une transformée locale qui permet de décomposer un signal localisé en l'observant par morceaux à travers une fenêtre, dite d'analyse, que l'on position successivement en différents endroits du signal. La décomposition se fait par projection du signal observé à travers la fenêtre en question. Elle possède des propriétés très voisines, mais plus précise que les filtres de Gabor. De plus, des fonctions d'analyse ont l'avantage d'être similaires aux dérivés des gaussiennes. Les fonctions d'analyse qui découlent de la transformée de Hermite peuvent être ainsi utilisées pour extraire les détails visuels des textures en utilisant différents ordres d'analyse sur les systèmes multi-échelles et multi-résolution.

Le présent mémoire est composé principalement de trois chapitres. Nous rappelons dans le premier chapitre, quelques généralités sur les textures et les méthodes d'analyse proposées dans la littérature ainsi que les différentes approches de segmentation d'images. La théorie de la transformée polynomiale et celle de la transformée de Hermite est détaillée dans le second chapitre. Le troisième chapitre est consacré à la présentation et à la discussion des résultats de segmentation des images texturées utilisant la transformée de Hermite. Nous terminons par une conclusion.

1.1 Introduction

L'analyse de la texture joue un rôle très important en traitement d'images car souvent les scènes que décrivent les images renferment des zones ou des objets dont la surface laisse apparaitre un aspect structurel ou textural. Selon les applications envisagées, l'analyse de la texture est utilisée soit pour la classification des textures (reconnaissance des formes) soit pour segmenter une image.

L'analyse de la texture a pour but décrire ou caractériser une image ou une partie de l'image. Selon les cas (classification ou segmentation), l'analyse peut être globale ou locale et la notion de localité prend toute son importance avec la complexité de l'image. Toute une gamme de méthodes adaptées à la description de la texture en terme qualitatif ou quantitatif ont été proposées. Cette description est formalisée par un certain nombre de propriétés caractéristiques ou attributs qu'on peut exprimer sous forme paramétrique.

Nous voulons au cours de ce chapitre, mettre le point sur quelques concepts de base de la texture et son application lors de la segmentation d'images texturées.

1.2 Texture

1.2.1 Notion de texture

Plusieurs définitions de la notion de texture ont été présentées au cours des vingt dernières années. Ces définitions sont rarement génériques et portent plutôt sur un des aspects ou une des applications de la texture [1]. Bien que le terme «texture» est largement connu et admis dans notre langage, il est difficile de construire une définition formelle. Des définitions informelles telles que " la texture décrit les propriétés d'une surface" ou par l'utilisation des termes qualificatifs liés à l'apparence fine ou grossière, bosselée ou striée, régulière ou irrégulière, ridée ou granuleuse, isotrope ou anisotrope de la texture, sont intuitivement évident pour un homme car proches de nos concepts perceptifs, mais ils ne reflètent pas toute approche de l'analyse des images texturées. Il est alors communément admis de lier la texture aux fluctuations de luminosité périodiques dans l'image [2].

En terme de définition classique de la notion de texture, on trouve d'abord celle donnée par le dictionnaire, qui mentionne simplement qu'une texture est la reproduction spatiale d'un motif de base dans plusieurs directions. Puis, d'autres plus précises, telle que : une texture est une structure spatiale constituée par l'organisation de primitives (ou motifs de base) ayant chacune un aspect aléatoire. Une texture est alors une structure hiérarchique à 2 niveaux (...) [3].

1.2.2 Modèles de la texture

La complexité de la notion texture s'impose aussi dans la classification de l'ensemble des textures. En effet, ils existent une multitude de textures qu'on peut regrouper en trois principales familles [4]:

-Textures structurelles.

- Textures aléatoires.

- Textures directionnelles.

1.2.2.1 Textures structurelles

Ce type de textures, encore appelées macro-textures, se distinguent par la répétition spatiale d'un motif de base appelé texton. La répétition spatiale de ces motifs obéit à des règles de directions et de placement. Ces textures peuvent même présenter une certaine périodicité ou cyclostationnarité (processus aléatoire plaqué sur un processus périodique). Cette famille sera bien décrite par des approches fréquentielles ou structurelles. Certains exemples sont représentatifs de ce type de textures, comme la texture d'un mur de brique, de certains tissus ou d'un grillage (Fig. 1.1).

Figure 1.1: Exemples de Textures structurelles (macro-textures)

1.2.2.2 Textures aléatoires (ou micro-textures)

Dans ce type de textures, aucun motif particulier n'est localisable ou détectable. La distribution des intensités n'est alors l'objet d'aucune régularité apparente d'où le rôle spécifique que joue l'aléatoire dans ce type de texture. Elle sera décrite par des lois statistiques, une description spectrale en termes de densité de puissance, des propriétés de corrélation ou d'isotropie. Cependant, leur impression visuelle reste globalement homogène.

Les différentes régions d'une image aérienne, les bois, les champs, représentent des exemples de textures microscopiques (Fig. 1.2).

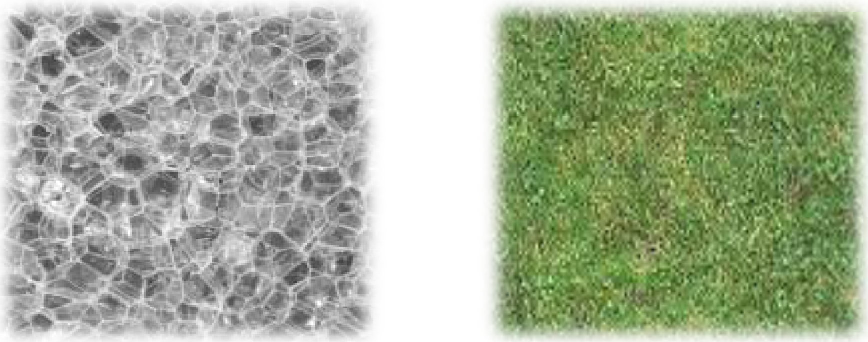


Figure 1.2: Exemples de Textures aléatoires (micro-textures)

1.2.2.3 Textures directionnelles

Les textures directionnelles ne sont pas totalement aléatoires et ne présentent pas d'éléments structurants de base. Néanmoins, elles se caractérisent essentiellement par une certaine orientation. La figure (1.3) montre un exemple de texture directionnelle.

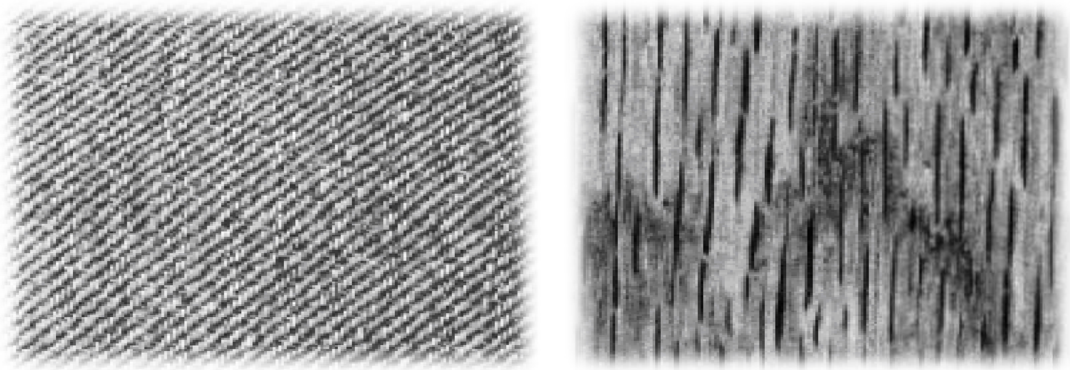


Figure 1.3: Exemples de Textures directionnelle.

1.3 Méthodes d'analyse de texture

Le but de l'analyse de texture est de formaliser la description de la texture par des attributs qui serviraient à l'identifier. Dans ce sens, les critères visuels qui ont été retenues pour la texture sont souvent : le contraste, la granularité, l'orientation, la forme, la finesse, la régularité et la rugosité. Une multitude de méthodes, de variantes et de combinaisons de méthodes ont déjà été proposées dans la littérature et éprouvées en pratique.

Ces méthodes ont pour but d'extraire un ensemble d'attributs pouvant décrire les caractéristiques de la texture. Ces attributs doivent être représentatifs, pertinents et discriminant de façon qu'on puisse discerner une texture parmi d'autres. Leurs extractions peuvent être classées essentiellement en cinq catégories : les méthodes structurelles, les méthodes statistiques, les méthodes basées sur un modèle, les méthodes spatio- fréquentielles, les méthodes fractales [5] [6].

1.3.1 Méthodes structurelles

Ces méthodes tiennent compte de l'information structurelle et contextuelle d'une forme et sont particulièrement bien adaptées aux textures macroscopiques. Elles cherchent donc, à reconnaitre les primitives géométriques ayant permis de générer ou former les textures ainsi que l'extraction de règles de positionnement des différent motifs de la texture. Les deux structures les plus importantes sont les structures de graphe et les structures syntaxiques [7].

Plusieurs approches ont été proposées. Une d'entre elles englobent les méthodes, dites structurelles classiques, cherchent à détecter et à caractériser des primitives, puis, à trouver des règles de placement, (méthodes « bottom-up ») ou inversement (méthodes « top-down »). Elles s'appuient principalement sur la théorie du traitement du signal, de la topologie et de la géométrie. L'avantage des méthodes « bottom-up » est que l'on peut utiliser les techniques classiques de segmentation, comme la croissance de région, le seuillage, la détection de contours, etc., pour isoler les primitives, considérées comme des ensembles de pixels ayant des propriétés d'homogénéité communes. Ces propriétés (luminance, aire, taille, courbure, directionnalité, etc.) permettent la description d'un certain nombre de classes de primitives. Les règles de placement sont exprimées à l'aide de « vecteurs de régularité », de vecteurs de densités de primitives ou à partir des centres de gravité des classes.

Une autres approche, dite approche syntaxique, fait appel à la théorie des grammaires qui permet d'engendrer des formes en appliquant un ensemble de règles de placements données à un petit nombre de symboles. Ces symboles peuvent être considérés comme des sous-primitives de base et doivent pouvoir reconstituer toute texture structurale. Mais, le formalisme de cette approche est souvent complexe. De plus, une texture peut être générée ou analysée par plusieurs grammaires. On limite donc son utilisation à la génération de textures binaires ou à des applications très particulières.

Enfin, il existe une autre catégorie de méthodes structurelles dite approche ensembliste qui est principalement descriptive. Elle s'appuie sur des opérations de morphologie mathématique effectuées essentiellement sur des images binaires. Il est donc nécessaire d'appliquer des prétraitements (seuillage, détection de contours) sur les images originales. La description des primitives sera essentiellement géométrique avec des propriétés comme la taille, la forme, etc. [3] [8]

1.3.2 Méthodes statistiques

Dans ces méthodes, la texture est considérée comme étant la réalisation d'un processus stochastique stationnaire. Ces méthodes exploitent directement les propriétés statistiques de l'image afin d'extraire des attributs de textures. Parmi ces méthodes on peut citer la méthode basée sur les matrices de cooccurrences , celle des matrices de longueurs de plageset la méthode LBP (local binary pattern) [6].

La méthode basée sur les matrices de cooccurrence, proposée par Haralick et al, constitue une des méthodes référence pour la caractérisation la texture. Cette approche consiste à explorer les dépendances spatiales des pixels en construisant d'abord une matrice de cooccurrence basée sur l'orientation et la distance entre les pixels de l'image. De chacune de ces matrices, on peut extraire des caractéristiques de la texture, comme le contraste, l'entropie ou la différence inverse des moments [9].

1.3.3 Méthodes basées sur modèle

Le but de ces méthodes est d'obtenir un modèle générateur de la texture. Les paramètres de ce modèle permettent de caractériser ou de synthétiser une texture. On distingue en général trois types de modèles. Les modèles autorégressifs, les modèles fractals et les modèles Markoviens [10].

1.3.4 Méthodes spatio- fréquentielles

Ce type de méthodes cherchent à décrire une texture à partir de ses caractéristiques fréquentielles. Certaines de ces méthodes sont basées sur le filtrage spatial (domaine spatial), d'autres extraient les attributs de texture directement à partir de la représentation de l'image dans le domaine de Fourier et d'autres exploitent à la fois le domaine spatial et le domaine fréquentiel lors du calcul des attributs.

1.3.4.1 Méthodes basées sur le filtrage spatial

Les méthodes de filtrage spatial sont également très répandues en analyse de textures. L'opération de filtrage consiste en une convolution de l'image originale par un masque de taille réduite (3x3 ou 5x5 pixels) qui constitue le filtre. De telles méthodes sont appelées également méthodes d'analyse par transformations linéaires locales. L'exemple le plus connu sont les masques de Laws qui représentent des filtres de type passe-bas, passe-bande ou coupe-bande, avec ou sans caractéristiques d'orientations. Ces masques de Laws sont obtenus, par convolution conjointe des trois masques 1 × 3 de base suivants :

L3= [1 2 1] ;

E3= [-1 0 1] ;

S3= [-1 2 -1] ;

Les lettres initiales de ces masques indiquent respectivement : moyenne locale de niveaux de gris (Local averaging), détection de contours (Edge detection) et la détection de points (Spot detection). Ces masques de base couvrent l'ensemble 1 × 3 sous-espace et forment un ensemble complet de neuf masques. Nous pouvons également utiliser la multiplication matricielle pour combiner le 1 × 3 et un ensemble similaire de 3 × 1 masques afin d'obtenir les neufs 3 × 3 masques (tableau (1.1)).

$L3L3$ $\begin{matrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 4 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{matrix}$	$L3E3$ $\begin{matrix} -1 & 0 & 1 \\ -2 & 0 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \end{matrix}$	$L3S3$ $\begin{matrix} -1 & 2 & -1 \\ -2 & 4 & -2 \\ -1 & 2 & -1 \end{matrix}$
$E3L3$ $\begin{matrix} -1 & -2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \end{matrix}$	$E3E3$ $\begin{matrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{matrix}$	$E3S3$ $\begin{matrix} 1 & -2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & -1 \end{matrix}$
$S3L3$ $\begin{matrix} -1 & -2 & -1 \\ 2 & 4 & 2 \\ -1 & -2 & -1 \end{matrix}$	$S3E3$ $\begin{matrix} 1 & 0 & -1 \\ -2 & 0 & 2 \\ 1 & 0 & -1 \end{matrix}$	$S3S3$ $\begin{matrix} 1 & -2 & 1 \\ -2 & 4 & -2 \\ 1 & -2 & 1 \end{matrix}$

Tableau 1.1 : Les masques de Laws 3x3.

De même, les masques 1 × 5 forment un ensemble complet de 25 masques de 5 × 5 obtenus par convolution de ces 1 × 5 masques. Ici les initiales des masques sont comme avant, avec l'ajout de la détection d'ondulation (Ripple detection) et la détection d'onde (Wave detection) [11].

L5= [1 4 6 4 1] ;

E5= [-1 -2 0 2 1] ;

S5= [-1 0 2 0 -1] ;

***R5*= [1 -4 6 -4 1] ;**

***W5*= [-1 2 0 -2 1] ;**

En convoluant ces 5 filtres entre eux deux à deux, nous obtenons 25 filtres 2D. Ces derniers sont répertoriés dans le tableau (1.2)

Concernant la dépendance en rotation, on peut utiliser les filtres du Tableau 1.2 en leur appliquant des rotations selon un pas angulaire constant. Ces opérations sont cependant coûteuses en temps de calcul [12].

.

L5L5 = 1 4 6 4 1 4 16 24 16 4 6 24 36 24 6 4 16 24 16 4 1 4 6 4 1	***L5E5*** = -1 -4 -6 -4 -1 -2 -8 -12 -8 -2 0 0 0 0 0 2 8 12 8 2 1 4 6 4 1	***Ll5S5*** = -1 -4 -6 -4 -1 0 0 0 0 0 2 8 12 8 2 0 0 0 0 0 -1 -4 -6 -4 -1	***L5W5*** = -1 -4 -6 -4 -1 2 8 12 8 2 0 0 0 0 0 -2 -8 -12 -8 -2 1 4 6 4 1	***L5R5*** = 1 4 6 4 1 -4 -16 -24 -16 -4 6 24 36 24 6 -4 -16 -24 -16 -4 1 4 6 4 1
E5L5 = -1 -2 0 2 1 -4 -8 0 8 4 -6 -12 0 12 6 -4 -8 0 8 4 -1 -2 0 2 1	***E5E5*** = 1 2 0 -2 -1 2 4 0 -4 -2 0 0 0 0 0 -2 -4 0 4 2 -1 -2 0 2 1	***E5S5*** = 1 2 0 -2 -1 0 0 0 0 0 -2 -4 0 4 2 0 0 0 0 0 1 2 0 -2 -1	***E5W5*** = 1 2 0 -2 -1 -2 -4 0 4 2 0 0 0 0 0 2 4 0 -4 -2 -1 -2 0 2 1	***E5R5*** = -1 -2 0 2 1 4 8 0 -8 -4 -6 -12 0 12 6 4 8 0 -8 -4 -1 -2 0 2 1
S5L5 = -1 0 2 0 -1 -4 0 8 0 -4 -6 0 12 0 -6 -4 0 8 0 -4 -1 0 2 0 -1	***S5E5*** = 1 0 -2 0 1 2 0 -4 0 2 0 0 0 0 0 -2 0 4 0 -2 -1 0 2 0 -1	***S5 S 5*** = 1 0 -2 0 1 0 0 0 0 0 -2 0 4 0 -2 0 0 0 0 0 1 0 -2 0 1	***S 5W5*** = 1 0 -2 0 1 -2 0 4 0 -2 0 0 0 0 0 2 0 -4 0 2 -1 0 2 0 -1	***S 5 R 5*** = -1 0 2 0 -1 4 0 -8 0 4 -6 0 12 0 -6 4 0 -8 0 4 -1 0 2 0 -1
W 5 L 5 = -1 2 0 -2 1 -4 8 0 -8 4 -6 12 0 -12 6 -4 8 0 -8 4 -1 2 0 -2 1	***W 5 E 5*** = 1 -2 0 2 -1 2 -4 0 4 -2 0 0 0 0 0 -2 4 0 -4 2 -1 2 0 -2 1	***W 5 S 5*** = 1 -2 0 2 -1 0 0 0 0 0 -2 4 0 -4 2 0 0 0 0 0 1 -2 0 2 -1	***W 5 W 5*** = 1 -2 0 2 -1 -2 4 0 -4 2 0 0 0 0 0 2 -4 0 4 -2 -1 2 0 -2 1	***W 5 R 5*** = -1 2 0 -2 1 4 8 0 8 -4 -6 12 0 -12 6 4 -8 0 8 -4 -1 2 0 -2 1
R 5 L 5 = 1 -4 6 -4 1 4 -16 24 -16 4 6 -24 36 -24 6 4 -16 24 -16 4 1 -4 6 -4 1	***R 5 E 5*** = -1 4 -6 4 -1 -2 8 -12 8 -2 0 0 0 0 0 2 -8 12 -8 2 1 -4 6 -4 1	***R 5 S 5*** = -1 4 -6 4 -1 0 0 0 0 0 2 -8 12 -8 2 0 0 0 0 0 -1 4 -6 4 -1	***R 5 W 5*** = -1 4 -6 4 -1 2 -8 12 -8 2 0 0 0 0 0 -2 8 -12 8 -2 1 -4 6 -4 1	***R 5 R 5*** = 1 -4 6 -4 1 -4 16 -24 16 -4 6 -24 36 -24 6 -4 16 -24 16 -4 1 -4 6 -4 1

Tableau 1.2 : Les masques de Laws 5x5.

Sur chaque image filtrée est estimée une énergie locale pour chaque pixel à partir des pixels voisins. Les propriétés statistiques locales (moyenne et variance) de l’énergie sont alors considérées comme des attributs de textures.

1.3.4.2 Transformée de Fourier

La transformée de Fourier (TF) en général et la transformée en cosinus discrète(TCD) en particulier fournissent une représentation de la texture exclusivement dans le domaine des fréquences. Pour caractériser les textures, une batterie de filtres (ensemble de filtres, chacun étant sensible à une fréquence particulière) est utilisée. Un ou plusieurs attributs statistiques (comme l'énergie, la variance,…) sont ensuite calculés à partir des images filtrées.

La Transformée de Fourier Discrète d'une image numérique I de dimension $M \times N$ est définie par :

$$F(\mu, \nu) = \frac{1}{M \times N} \sum_{x=0}^{N-1} \sum_{y=0}^{M-1} L(x, y) e^{-2\pi i \left(\frac{x}{N}\mu + \frac{y}{M}\nu\right)} \quad (1.1)$$

Les termes de basse fréquence représentent les variations douces des niveaux de gris dans l'image, alors que les termes de hautes fréquences représentent les variations brutales.

Des attributs de texture peuvent être extraits directement à partir la transformée de Fourier [4]. Le domaine des fréquences (plan μ -v) est alors divisé en anneaux ou en secteurs angulaires et l'énergie calculée dans ces régions définit alors une caractéristique de la texture (fig.1.4).

$$f_{r1,r2} = \int_0^{2\pi} \int_{r2}^{r1} |F(\mu, \nu)|^2 dr\, d\theta \; avec \quad r = \sqrt{\mu^2 + \nu^2} \quad et \quad \theta = artan\left(\frac{\nu}{\mu}\right) \quad (1.2)$$

$$f_{\theta_1,\theta_2=} \int_{\theta 1}^{\theta 2} \int_0^{\infty} |F(\mu, \nu)|^2 dr\, d\theta \quad avec \quad r = \sqrt{\mu^2 + \nu^2} \;\; et \;\; \theta = arctan\left(\frac{\nu}{\mu}\right) \quad (1.3)$$

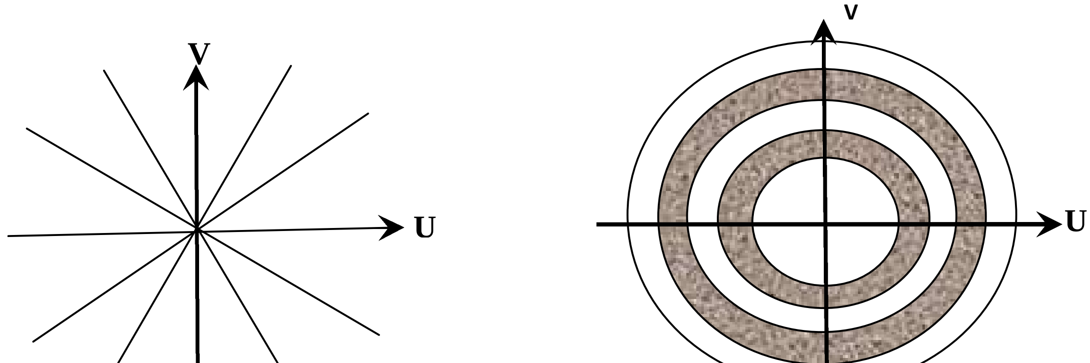


Figure1.4: Partition du plan fréquentiel en (a): secteurs angulaires et (b): anneaux concentriques

La transformée en cosinus ou TCD (de l'anglais :DCT ou Discrete Cosine Tarnsform) est une transformation proche de la transformée de Fourier discrète (DFT). Le noyau de projection est un cosinus et crée des coefficients réels, contrairement à la DFT, dont le noyau est une exponentielle complexe et qui crée donc des coefficients complexes. La DCT possède une excellente propriété de regroupement de l'énergie : l'information est essentiellement portée par les coefficients bases fréquences [8].

Les formules ci-dessous décrivent la DCT et la DCT inverse d'un signal à 2 dimensions [41]

$$F(u,v) = \frac{2}{\sqrt{nm}} C(u)C(v) \sum_{y=0}^{m-1} \sum_{x=0}^{n-1} L(x,y) * \cos\left(\frac{(2x+1)u\pi}{2n}\right) * \cos\left(\frac{(2y+1)v\pi}{2m}\right) \quad (1.4)$$

$$L(x,y) = \frac{2}{\sqrt{nm}} \sum_{v=0}^{m-1} \sum_{u=0}^{n-1} F(u,v)C(u)C(v) \cos\left(\frac{(2x+1)u\pi}{2n}\right) * \cos\left(\frac{(2y+1)v\pi}{2m}\right) \quad (1.5)$$

- C(u) et C(v) sont les facteurs d'orthogonalité de la transformée tels que :

$C(u)=(2)^{-1/2}$ pour u=0 et C(u)=1 pour u=1,2,⋯⋯⋯, n-1.

1.3.4.3 Méthodes spatio- fréquentielles

La transformation de Fourier d'une image permet de mettre en évidence les régularités de la texture en examinant le domaine fréquentiel seulement. Le problème posé par cette opération, qui agit globalement sur l'image, est qu'elle ne tient pas compte de la localisation spatiale.

Afin d'y remédier à ce problème, des méthodes préservent à la fois les informations globales et localesont été priposées. Ces méthodes sont bien adaptées aux signaux quasi périodiques, comme les textures qui ont une énergie fréquentielle localisée. Ces méthodes s'articulent autour des transformations spatio fréquentielles afin de caractériser la texture à différentes échelles [6].

Parmi ces transformations, on peut citer :

- La transformée en ondelettes.
- La transformée de Gabor.
- La transformée de Huang-Hilbert.
- La transformée de Hermite.

1.3.4.3 .1 Transformation de Gabor

Une solution au problème de localisation spatial est d'utiliser une transformation alternative appelée transformation de Fourier à fenêtre glissante, dont le principe est d'appliquer la transformée de Fourier dans une fenêtre d'observation qui se déplace dans l'image. Le choix de la taille de la fenêtre et du pas de déplacement dépend des caractéristiques spatiales des textures à analyser.

Il existe différentes fenêtres d'observation : la fenêtre triangulaire, la fenêtre Gaussienne. Lorsque cette dernière est appliquée, on parle de transformée de Gabor. [13].

Un filtre de Gabor h, à deux dimensions, peut être représenté comme une gaussienne modulée par une onde plane sinusoïdale.

$$h(x,y) = exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{x^2}{\sigma_x^2}+\frac{y^2}{\sigma_y^2}\right)\right]\cos(2\pi(\mu_0 x + \nu_0 y) + \varphi) \qquad (1.6)$$

Où μ_0, ν_0et φ sont respectivement la fréquence et la phase de l'onde plane sinusoïdale

$\sigma_x\ et\ \sigma_y$ caractérisent l'étendue spatiale du filtre.

Un filtre de Gabor d'orientation arbitraire θ peut être obtenu en faisant subir une rotation au système d'axes (x, y).

$$\begin{cases} x' = xcos\theta + ysin\theta \\ y' = -xsin\theta + ycos\theta \end{cases} \qquad (1.7)$$

En faisant varier les différents paramètres$(\theta, \sigma_x, \sigma_y, \mu_0, \nu_0)$, plusieurs filtres de réponses impulsionnelles h_j sont obtenus.

Les attributs caractérisant la texture de l'image sont finalement obtenus en calculant l'énergie, l'entropie ou la variance de chaque image filtrée.

1.3.4.3.2 Transformée en ondelettes

La transformée de Gabor se base sur une fenêtre d'observation de longueur fixe, ce qui peut être un handicap car certaines textures peuvent être caractérisées selon différentes échelles. Pour pallier à cette limite, la transformée en ondelettes se base sur une analyse multi-échelles de l'image, dans le sens où des fenêtres d'analyse de différentes tailles sont utilisées [13].

La transformée en ondelettes (TO) consiste à projeter un signal à analyser sur une base de fonctions déduites par décalage temporel et par des opérations de dilatation/compression d'une fonction initiale $\Psi(t)$ appelée ondelette mère. La transformée en ondelette décompose le signal d'entrée en une série de fonctions d'ondelettes $\Psi_{a,}(t)$ selon l'équation suivante [13].

$$T^{ond}f(a,b) = \int_{-\infty}^{+\infty} l(t)\,.\,\psi_{a,b}(t)dt \qquad (1.8)$$

$$T^{ond}f(a,b) = \frac{1}{\sqrt{|a|}}\int_{-\infty}^{+\infty} l(t)\,.\,\psi\left(\frac{t-b}{a}\right)dt \qquad (1.9)$$

b est le paramètre de translation et a le paramètre d'échelle *(a≠0)*. Ψ(t) doit être de type “passe-bande ”de fréquence centrale f_0, de moyenne nulle.

D’un point de vue pratique, la transformée en ondelette est effectuée selon l’algorithme de Mallat qui est basé sur une succession de filtres passe haut h(x) et filtre passe bas g(x) [14]. La figure (1.5) illustre le schéma de principe de cet algorithme

Il consiste à appliquer à l’image initiale (A_0) les deux filtres passe haut (H) et passe bas (G) selon les lignes suivi d’un sous échantillonnage pour un facteur de deux selon les lignes. Les deux images obtenues sont alors filtrées par les deux filtres H et G selon les colonnes suivi d’un sous échantillonnage. Quatre images résultats (A_1, D1, D2, D3) sont obtenues ceci constitue un niveau de décomposition .A1 correspond aux basses fréquences horizontales et verticales, D1 aux hautes fréquences verticales et basses fréquences horizontales, D2 aux basses fréquences verticales et hautes fréquences horizontales, D3 aux hautes fréquences verticales et horizontales. L’image approximation A_1 subit le même schéma de décomposition et ainsi de suite [14].

Les attributs de texture sont alors donnés par l’énergie des images détails de chaque niveau de décomposition.

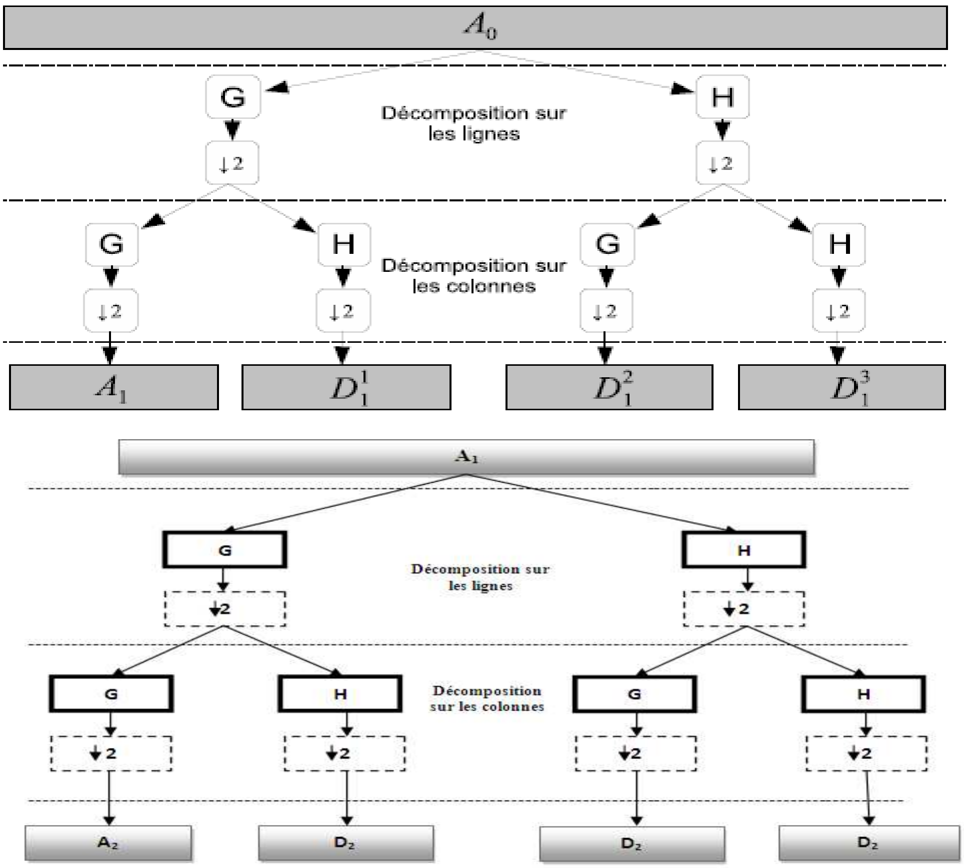


Figure 1.5 : Décomposition en ondelette d’une image 2D

L'avantage de cette transformée est qu'elle permet une caractérisation multi-échelles de la texture en considérant à la fois les informations globales et locales contenues dans l'image.

1.3.4.3.3 Transformée de Huang-Hilbert

La transformée de Huang-Hilbert (THH) est une autre méthode d'analyse temps-fréquence qui a été introduite pour la première fois en 1998 par Norden E. Huang et al [15]
La transformée de Huang-Hilbert est une technique non linéaire qui permet d'extraire le contenu temps fréquence des signaux non-stationnaires. Cette méthode est la combinaison de deux Transformées : la transformé de Huang (EMD) et la transformée de Hilbert (TH) pour l'estimation de l'amplitude instantanée et la fréquence Instantanée [10].
L'EMD (Empirical Mode Decomposition) consiste à décomposer de façon adaptative le signal ou une image en une somme de composantes oscillantes (IMFs) qui possèdent une seule fréquence (monomodale). La fréquence et l'amplitude instantanée (FI, AI) de chaque IMF sont ensuite calculées en utilisant la transformée de Hilbert.la figure (1.6) résume le principe de la transformée de Huang-Hilbert.
Contrairement à la transformé de Fourier ou la transformé en ondelettes, la base de décomposition de l'EMD est propre au signal [10].

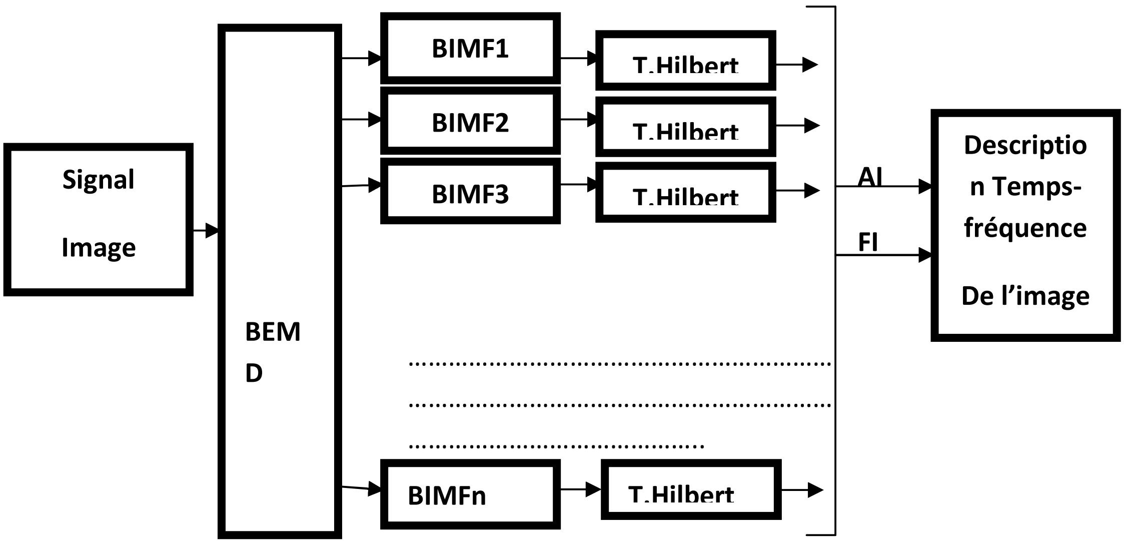


Figure 1.6 : Principe de la transformée de Huange – Hilbert.

1.3.4.3.4 Transformée de Hermite

La transformée de Hermite, peut connue contrairement aux transformée citées précédemment, c' est une transformée locale qui permet de décomposer un signal localisé en l'observant par morceaux à travers une fenêtre, dite d'analyse, que l'on position successivement en différents endroits du signal. La décomposition se fait par projection du signal observé à travers la fenêtre en question. Elle possède des propriétés très voisines, mais plus précise que les filtres de Gabor. De plus, des fonctions d'analyse ont l'avantage d'être similaires aux dérivés des gaussiennes. Les fonctions d'analyse qui découlent de la transformée de Hermite peuvent être ainsi utilisées pour extraire les détails visuels des textures en utilisant différents ordres d'analyse sur les systèmes multi-échelles et multi-résolution.
Cette transformée qui fait l'objet de notre étude sera détaillée dans le prochain chapitre.

1.4 Segmentation des images texturées

La segmentation, a pour but la description de l'information contenue dans l'image, en donnant une représentation plus condensée et facilement exploitable. L'image est ainsi décrite en termes de contours et de régions homogènes. La segmentation n'est une fin en soi et sa qualité influe directement sur les résultats obtenus par les traitements situés en aval de l'étape de segmentation.
Le résultat de la segmentation est une image dans laquelle chaque pixel est affecté de l'étiquette correspondant au numéro de la région à laquelle appartient le pixel dans l'image initial.
La segmentation fait référence aux notions de différence et de similarité perçues par le système visuel humain. Deux approches couramment qualifies d'approche « frontière » et d'approche « région » sont alors proposées. L'approche région s'attache à faire apparaître des régions homogènes selon un critère (niveaux de gris, couleur ou texture). C'est une approche qui fait référence à des groupements de points ayant des caractéristiques similaires et fait appel à la notion d'homogénéité, alors que l'approche frontière tente de trouver des contours ou frontières de régions présentant une variation rapide du même critère, i.e. une variation brutale de l'intensité lumineuse ou à une discontinuité entre les propriétés de deux ensembles de points connexes. Ces deux approches sont duales en ce sens qu'une région définit une ligne par son contour et qu'un contour fermé définit une région. Elles amènent cependant à des algorithmes différents et ne fournissent pas, en générale, les mêmes résultats [7].

Certaines méthodes récentes tentent de faire coopérer plusieurs méthodes de segmentation, afin de combiner les avantages de chaque méthode ou d'exploiter leurs complémentarités. Un algorithme de segmentation s'appuie donc sur :

1. la recherche de discontinuités afin de mettre en évidence les contours,
2. la recherche d'homogénéité locale pour définir les régions,
3. ou encore sur la coopération des deux principes (frontière-région).

Le schéma de la figure 1.7 nous donne une taxinomie de ces différentes approches.

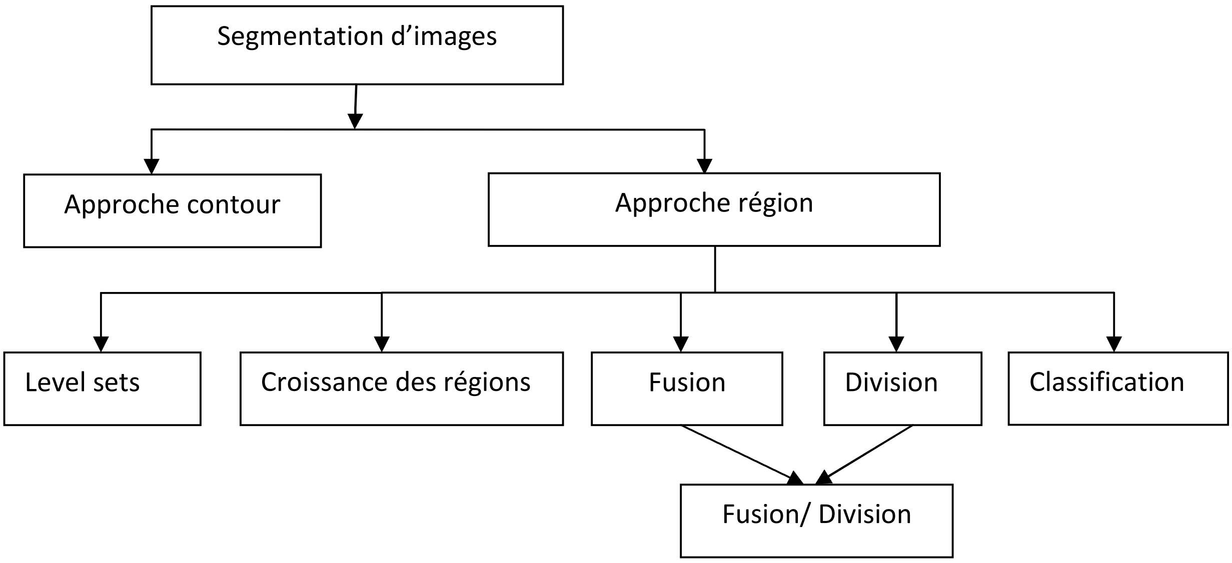


Figure 1.7 : Approches de segmentation d'images

1.4 .1 Approche frontière

Les méthodes appartenant à cette approche, sont parmi les méthodes les plus classiques en segmentation d'images. Ces méthodes supposent généralement un modèle a priori des discontinuités recherchées et opèrent de manière très localisée. L'approche frontière peut aussi être classée en plusieurs catégories [17], à savoir : les méthodes dérivatives, surfaciques, morphologiques, markoviennes et variationnelles. Les trois premières classes sont adaptées aux images qui présentent des régions uniformes au sens des niveaux de gris alors que les méthodes markoviennes peuvent être utilisées pour la détection de frontières dans des images texturées ; elles fournissent des frontières de régions discontinues nécessitant ainsi une tape de post traitement afin d'assurer la fermeture des contours. En revanche, les techniques variationnelles produisent des contours fermés. Elles prennent en compte l'information globale sur le contour, généralement issue d'un modèle a priori de contour.

1.4 .2 Approche région

Contrairement à l'approche frontière qui recherche les dissimilarités, l'approche région recherche plutôt la similarité. Les méthodes de cette approche fournissent une carte de régions fermées. Cependant la localisation des frontières reste généralement peu précise. Les méthodes de segmentation en régions font appel à un prédicat d'uniformité (noté P) associé à un critère d'homogénéité. Zucker propose la définition formelle suivante pour la segmentation :

Un prédicat d'uniformité P est une fonction logique, définit sur une région R_i de l'image composée de pixels adjacents. Ce prédicat vérifie une propriété d'homogénéité de R_i telle que: P ne dépend que des pixels de la région R_i .

Soient deux régions R_i et R_j de l'image telles que R_j est incluse dans R_i alors :

$P(R_i)=\text{vrai} \Longrightarrow P(R_i)=\text{vrai}$

La segmentation d'une image l basée sur un prédicat d'uniformité P est définit comme une partition : $S = \{R_1, R_2, R_3, \dots\dots\dots\dots\dots..R_n\}$ de l, telle que :

a) R_i est connexe , $\forall i \in \{1,2,3, \dots\dots\dots\dots\dots..n\}$

b) $P(R_i)=\text{vrai}$, $\forall i \in \{1,2,3, \dots\dots\dots\dots\dots..n\}$

c) $P(R_i \cup R_j)=\text{faux}$, $\forall (R_i \cup R_j) \in S$, $R_i \neq R_j$

L'hypothèse de connexité des régions fait que les algorithmes prennent généralement en compte le voisinage des points. La dernière condition traduit en fait la maximalité de chaque région dans la segmentation. Autrement dit, ces hypothèses expriment le fait que chaque pixel de l'image doit appartenir à une région R_i , que les régions doivent être disjointes et que l'union de ces régions constitue l'image entière. La vérification de ces conditions est une condition nécessaire et suffisante pour qu'une partition d'une image l soit une segmentation. Rien, toutefois, n'implique l'unicité de cette segmentation [7].Dans cette approche, on distingue quatre types de méthodes.

1.4 .2 .1 Méthodes par fusion (Bontton-Up)

Ce type de segmentation permet de sélectionner un pixel ou un ensemble de pixels de l'image, appelé germe, autour duquel on fait croître une région. Chaque région doit respecter un critère d'uniformité ou d'homogénéité défini par exemple par la variance des niveaux de gris .La croissance des régions s'effectue par agrégation de nouveaux pixels aux germes initiaux. Elle consiste à fusionnées continuent à vérifier le critère d'uniformité. Notant que des régions adjacentes peuvent être fusionnées si leur fusion vérifie le critère d'uniformité et que nouveaux germes peuvent être crées dans les régions qu'elles ne pouvant pas être fusionnées avec les régions existantes. La croissance s'arrête lorsque tous les pixels ont été traités [16].

L'avantage des méthodes de croissance de régions est de préserver la forme de chaque région de l'image. Cependant une mauvaise sélection des pixels de départ, un choix de critère de similarité, aussi qu'un ordre mal adapté selon lequel les pixels voisins sont examinés, peuvent entraîner des phénomènes de sous segmentation ou de sur segmentation.

1.4 .2 .2 Méthodes par division (Top-Down)

Ce type de méthodes consiste à diviser l'image, considérée comme une région initiale, en régions de plus en plus petites. Le principe consiste à tester d'abord le critère d'homogénéité retenu sur l'image entière. Si le critère est valide, l'image est considérée comme segmentée ; sinon, l'image est découpée en zones plus petites et la méthode est réappliquée sur chacune des zones nouvellement obtenues.

La division peut se faire en quatre parties, en six parties, en polygones, etc. La méthode la plus connue est la méthode de quadtree [18] où chaque zone est divisée par quatre. L'inconvénient de ces méthodes est que deux parties adjacentes peuvent vérifier le même critère sans avoir été regroupées dans la même région.

1.4 .2 .3 Méthodes par division / fusion (Split and Merge)

Son principe est de combiner les deux dernières méthodes présentées afin de pallier à leurs inconvénients (division de régions et fusion de régions) de la manière suivante : une première étape de division donne comme résultat, une image divisée en plusieurs régions. Par la suite, une étape de fusion intervient afin de corriger le résultat obtenu par la première étape, en regroupant les régions similaires. Ce procédé est répété jusqu'à l'obtention d'une segmentation.

Les inconvénients de la segmentation par région se situent à trois niveaux [19] :

- Les régions obtenues ne correspondent pas, dans tous les cas, aux objets représentés dans l'image.

-Les limites des régions obtenues sont généralement imprécises et ne coïncident pas exactement avec les limites des objets de l'image.

-La difficulté d'identifier les critères pour agréger les pixels ou pour fusionner et diviser les régions.

1.4 .2 .4 Méthodes des level sets

La technique des level sets fait référence aux contours actifs basés régions. Elle consiste a faire évoluer une courbe de niveau de telle sorte à réaliser une partition de l'image en deux régions homogènes (fond et objets). Contrairement aux contours actifs basés frontière, la technique des level sets permettent de minimiser une fonction d'énergie sans tenir en compte du gradient de l'image [20].

1.4 .2 .5 Méthodes par classification

La classification peut se faire de deux manières: la première suppose l'existence de certains pixels dont l'appartenance aux classes est connue à priori, elle est très peu utilisée en segmentation car elle nécessite l'intervention de l'utilisateur. La seconde dite non supervisée (clustering), vise à regrouper automatiquement des pixels de l'image en classes sans aucune connaissance préalable sur l'appartenance des pixels aux classes. Comme méthode de classification non supervisée, on peut citer l'algorithme K-means et sa version floue (algorithme Fuzzy C-means), ainsi que l'algorithme d'Estimation-Maximisation (EM) [18].

1.4 .2 .5 .1 Algorithme K-Means

C'est une méthode itérative qui nécessite la connaissance du nombre de classes K(K entier choisi au départ). Elle consiste à affecter à chaque itération, un pixel à la classe la plus proche. Chaque classe est caractérisée par son centreV_k. L'algorithme (1.2) décrit en détails cette méthode [7].

Données :K classes, centres V de classes,N données, partition initiale
Résultat : Partition finale
- Initialiser les centres V(0) en choisissant aléatoirement K échantillons parmi les N pixels ;
- Calculer la partition initiale U(t=0):

$$u_{ij} = \begin{cases} 1 & si \ \left\|x_i - v_j\right\| = min_k \|x_i - v_k\| \\ 0 & autrement \end{cases}$$

i=1,……,N et k=1,……..K ; t=1
(c.à.d si $i \in C_i$ alors x_i étant le vecteur d'attribut du i[ème] pixel)

répéter

Calculer les nouveaux centres V(t) par le calcul des centres

$v_j = \frac{\sum_{i=1}^{N} u_{ij}\, x_i}{\sum_{i=1}^{N} u_{ij}}$ k=1,……..K

Calculer la nouvelle partition U(t);

T=t+ 1;

Jusqu'à U(t)≠ U(t+1) ou t ≤ t_{max} ;

Tableau 1.3 : Algorithme K-Means

1.4 .2 .5 .2 Algorithme Fuzzy C-mean

La méthode C-moyenne floue (ou fuzzy C-mean) est une méthode de classification itérative qui permet de classifier les individus en C classes. Elle calcule à chaque fois les centres des classes et génère la matrice d'appartenance U des individus à ces classes.

Soient Vi le centroide ou prototype de la classe i, U la matrice des coefficients μ_{ik} et X_C celle des coordonnées des centres. Etant donnés le nombre de classe C, le nombre d'individus n et l'exposant flou m (m>1), l'objectif de la méthode est de trouver U et X_C qui minimisent la fonction coût donnée par la relation (1.12) et (1.13) [18].

$$J(U,V,m) = \sum_{i=1}^{C} \sum_{k=1}^{n} \mu_{ik}^{m}\, D_{ki}^{2} \tag{1.12}$$

$$\sum_{i=1}^{C} \mu_{ik} \qquad \forall\, k = 1, \dots \dots, n \tag{1.13}$$

D_{Ki} est une métrique choisie au sens d'une norme. Généralement, il s'agit de la norme euclidienne. Ainsi D_{Ki} = $\|X_K\text{-}V_i\|$ 2 : distance entre le vecteur X_K et le prototype V_i. La technique de classification par FCM est résumé par l'algorithme présenté dans le tableau 1.4.

1. Soit $X_i = (x_1, x_2, \dots)$ les vecteurs représentant les individus à classer
2. Fixer les paramètres
- m : coefficient flou
- C : le nombre de classes
- ε : critère d'arrêt
3. Initialiser le vecteur V par C centres aléatoirement choisis
4. Calculer la matrice U de taille (C x n) par les
équations :

$$\mu_{ik} = \sum_{j=1}^{C} \frac{(D_{jk})^{\frac{2}{m-1}}}{(D_{ik})^{\frac{2}{m-1}}}$$

D_{jk} est la distance entre l'individu k et le centre V_j

5. Calculer le nouveau centre de chaque classe à l'aide de l'équation : $$V_i = \frac{\sum_{k=1}^{n}(\mu_{ik})^m \, x_k}{\sum_{k=1}^{n}(\mu_{ik})^m}$$ 6. Mettre à jour la matrice U et incrémenter le compteur t 7. Calculer la distance entre les nouveaux et les anciens centres par : $h = \lVert V^{t-1} - V^{t} \rVert$ 8. Répéter les étapes de 3 à 6 tant que $h > \varepsilon$

Tableau 1.4 : Algorithme de classification par C-moyenne floue

1.5 Conclusion

L'analyse de texture est extrêmement répandue dans le traitement d'images 2D. Nous avons présenté dans ce chapitre quelques notions sur la texture et l'analyse de texture, la classification, et la segmentation d'image. Les méthodes d'analyse de la texture sont très nombreuse et très varie. Elles permettant de caractériser les textures dans le but de traiter des problèmes de classification et de segmentation d'images texturées.

Parmi toutes ces méthodes nous nous somme intéressés aux méthodes spatio-fréquentielles et plus particulièrement à celle basée sur la transformée de Hermite qui sera plus détaillée au prochain chapitre.

2.1 Introduction

Dans ce chapitre, nous abordons le coté théorique de la transformée polynomiale en générale et celle de Hermite en particulier. Ainsi, nous présentons en premier lieu le principe de la transformée polynomiale pour ensuite parvenir à la définition de la transformée de Hermite. Nous montrerons que l'application de la transformée de Hermite sur un signal monodimensionnel se résume à des opérations de filtrage linéaire (Filtres de Hermite). Une version discrète des filtres de Hermite est brièvement exposée. L'extension de la transformée de Hermite à une image est décrite d'une manière détaillée. Nous terminons le chapitre par la présentation des filtres de Hermite orientés et un état de l'art sur l'utilisation de la transformée de Hermite en traitement d'images.

2.2 Transformée polynomiale

Une transformée polynomiale est une transformation locale qui permet de décomposer un signal localisé en l'observant par morceaux à travers une fenêtre, dite d'analyse, que l'on positionne successivement en différents endroits du signal. La décomposition se fait par projection du signal observé à travers la fenêtre sur une base de polynômes orthogonaux par rapport à la fenêtre en question. La décomposition de tout le signal peut se réaliser en faisant glisser la fenêtre d'analyse sur différentes positions régulièrement espacées. Pour garantir la reconstruction, il faut un recouvrement non nul des fenêtres entre deux positions adjacentes [21].

La transformée polynomiale a été introduite par Jean-Bernard Martens il y a 25 ans à travers deux publications [22] [23]. Toutefois, ses travaux se centrent sur la transformée de Hermite qui a été, à l'origine, développée pour fournir un modèle mathématique pour modéliser les champs réceptifs des premières étapes de la vision spatiale humaine.

La transformée de Hermite est un exemple de représentation sur-complète de signaux ou simplement de décomposition de signaux. Elle transforme, de façon inversible, le signal original en une représentation alternative. L'avantage potentiel de telles représentations alternatives est que différentes caractéristiques du signal deviennent explicites et par conséquent accessibles pour le traitement ou le codage [21].

2.2.1 Transformée polynomiale directe

Soit $l(x)$ un signal multidimensionnel *à* D-dimensions tel que $x \in F$. L'ensemble F est un sous-ensemble de l'espace Euclidien à D-dimensions et il peut être continu (R^D) ou discret (Z^D). Dans le cas d'une image D=2.

La décomposition locale du signal consiste à décomposer le signal $l(x)$ en un ensemble de signaux localisés $l_w(x\text{-}p)$ par l'intermédiaire d'une fenêtre $w(x)$ centrée sur les positions $p \in P$, tel que $l_w(x\text{-}p)= l(x)w(x\text{-}p)$. P étant un ensemble de points d'échantillonnage. La fonction fenêtre $w(x)$ a un support limité tel que $w(x\text{-}p)$ est nul en dehors d'un voisinage de la position d'échantillonnage $p \in P$. Le signal localisé $l(x)w(x\text{-}p)$ est en conséquence localisé autour de la position $p \in P$.

Chacun des signaux localisés par la fenêtre d'analyse $l_w(x\text{-}p)$, est ensuite approximé par une combinaison linéaire de polynômes orthogonaux par rapport à cette fenêtre $\varphi_n(x-p)w(x-p)$ tel que :

$$l_w(x-p) = l(x)w(x-p) = \sum_{n \in N} l_n(p)\varphi_n(x-p)w(x-p) \tag{2.1}$$

où $l_n(p)$ sont les coefficients polynomiaux.

Notons que les polynômes $\varphi_n(x)$ de degrés $n \in N$ sont orthogonaux par rapport à une fonction poids $w(x)$ non négative s'ils satisfont la propriété de produit interne:

$$\langle \varphi_n, \varphi_m \rangle = \int_F w(x)\varphi_n(x)\varphi_m(x)dx = k_n\delta_{nm} \tag{2.2}$$

où k_n est un facteur de normalisation et δ_{nm} est la fonction delta de Kronecker:

$$\delta_{nm} = \begin{cases} 1 \; si \; n = m \\ 0 \; si \; n \neq m \end{cases}$$

Ces polynômes deviennent orthonormaux après normalisation par le facteur k_n ou bien si k_n =1.

Les coefficients polynomiaux $l_n(p)$ peuvent être déterminés en minimisant l'erreur quadratique Q entre le signal et son approximation définie par [24]:

$$Q = \int_F w^2(x-p)(l(x) - \sum_{n=0}^{+\infty} l_n(p)\varphi_n(x-p))^2 \, dx \tag{2.3}$$

Ces coefficients pour lesquels l'erreur quadratique Q est minimisée sont obtenus par le produit interne suivant [22]:

$$L_n(p) = \frac{\langle l, \varphi_n^{(p)} \rangle}{\langle \varphi_n^{(p)}, \varphi_m^{(p)} \rangle} = \langle l, \varphi_n^{(p)}/k_n \rangle = \int_F l(x)w(x-p)\varphi_n(x-p)/k_n dx \qquad (2.4)$$

avec $\varphi_n^{(p)} = \varphi_n\,(x-p)$

En posant $\alpha_n(x) = \varphi_n(x)w(x)$, les coefficients polynomiaux peuvent s'écrire comme suit:

$$L_n(p) = \int_F l(x)\alpha_n(x-p)dx = l(x) * \alpha_n(-x)|_{\downarrow x=p} \qquad (2.5)$$

Cette expression montre que les coefficients polynomiaux peuvent être calculés par une opération de corrélation ou par un produit de convolution (symbole *) du signal avec les filtres d'analyse et ensuite à sous-échantillonner les résultats de convolution, ce qui est représenté par $\downarrow x = p$, aux différentes positions $p \in P$.

Les fonctions $\alpha_n(x)$ d'ordre n représentent les réponses impulsionnelles des filtres de la transformée polynomiale. Les filtres d'analyse doivent être symétrisés, pour prendre en compte la différence entre les deux opérations de convolution et de corrélation.

2.2.2 Transformée polynomiale inverse

La transformée polynomiale est une opération réversible car elle permet de reconstruire le signal d'origine à partir des coefficients polynomiaux. En effet si on considère que :

$$l(x) = \sum_{p \in P} l_w(x-p) = \sum_{p \in P} l(x)w(x-p) = l(x) \sum_{p \in P} w(x-p) \qquad (2.6)$$

alors on déduit que:

$$l(x) = \frac{\sum_{p \in P} l_w(x-p)}{\sum_{p \in P} w(x-p)} \qquad (2.7)$$

A partir des expressions (2.1) et (2.7), on peut écrire:

$$l(x) = \frac{\sum_{p \in P} \sum_{n \in N} l_n(p)\alpha_n(x-p)}{\sum_{p \in P} w(x-p)} \qquad (2.8)$$

En posant

$$s_n(x) = \frac{\alpha_n(x)}{\sum_{p \in P} w(x-p)} \qquad (2.9)$$

le signal reconstruit prend la forme suivante:

$$l(x) = \sum_{p \in P} \sum_{n \in N} l_n(p) s_n(x - p) \tag{2.10}$$

ou encore:

$$l(x) = \sum_{n \in N} {}_{\uparrow p = x}[l_n(p) * s_n(p)] \tag{2.11}$$

Cette expression montre qu'on peut synthétiser le signal d'origine en effectuant des convolutions entre les coefficients sur-échantillonnés aux différentes positions $x \in F$ avec des filtres de synthèse ou de reconstitution représentés par des réponses impulsionnelles $s_n(x)$. Ce sur-échantillonnage, indiqué par $\uparrow p = x$, est équivalent à une interpolation des coefficients par les filtres de reconstitution. Afin d'obtenir le signal reconstruit, il faut faire la somme des résultats de convolution pour toutes les valeurs de $n \in N$.

La transformation ou projection du signal $l(x)$ sur l'ensemble de coefficients $l_n(p)$ en utilisant les filtres d'analyse α_n (x) est nommée "transformée polynomiale directe" tandis que la transformation des coefficients $l_n(p)$ vers le signal d'origine en utilisant les filtres de synthèse ou de reconstitution $s_n(x)$ est nommée "transformée polynomiale inverse".

La figure (2.1) montre les transformées polynomiales directe et inverse qui correspondent respectivement aux étapes d'analyse et de synthèse du signal.

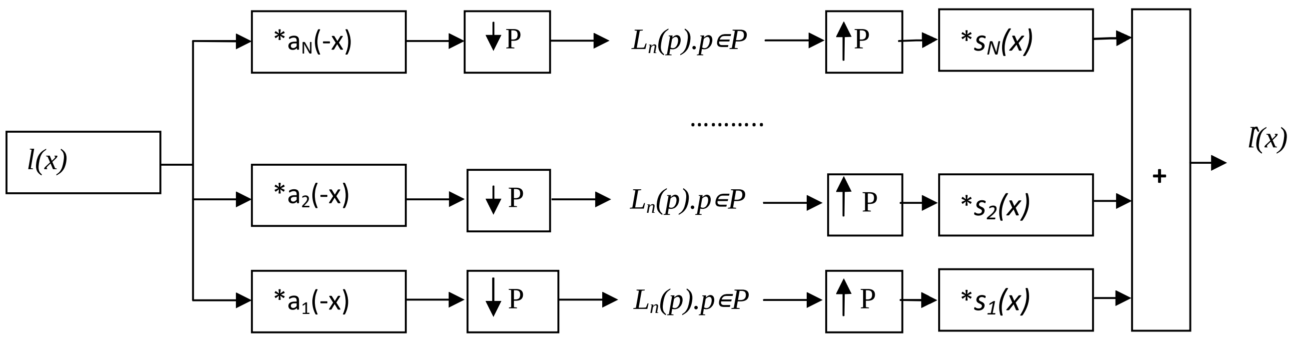


Figure (2.1): Principe de la transformée polynomiale directe et inverse

Cette transformée, dont les coefficients $l_n(p)$ caractérisent la réponse du signal $l(x)$ aux divers ordres $n \in N$ et aux différentes positions $p \in P$ pour la fenêtre de localisation, coïncide avec la décomposition en sous-bandes par un banc de filtres α_n (x).

Si $T = \Delta p$ est la distance entre deux points adjacents qui appartient à P, ceci peut alors être considéré comme le pas d'échantillonnage dans les étapes d'analyse et de synthèse et les opérations $\downarrow x = p$ et $\uparrow p = x$ deviennent par conséquent $\downarrow T$ et $\uparrow T$. De cette manière, les paramètres qui déterminent complètement une transformée polynomiale sont l'ordre maximal N et le pas d'échantillonnage T. Si l'on ajoute à cela le fait que le recouvrement de deux fenêtres adjacentes doit être non nul pour pouvoir réaliser une décomposition exacte et donc une reconstruction du signal d'origine, on en conclut que l'échelle de la fenêtre joue aussi un rôle important et constitue donc un autre paramètre à définir dans une transformée polynomiale. La décomposition du signal à plusieurs échelles au travers du système de la figure (2.1) procure un caractère multi résolution à ce type de transformée [21].

2.3 Transformée de Hermite

La transformée de Hermite constitue un cas particulier de la transformée polynomiale. En effet, dans le cas où la fenêtre $w(x)$ est de type Gaussien, les polynômes résultants sont ceux de Hermite, dénotés $H_n(x)$ d'où le nom de la transformée de Hermite.

2.3.1 Transformée de Hermite directe

La fonction fenêtre Gaussienne $w(x)$ possède une énergie égale à l'unité, elle est définie par:

$$w(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{\pi}} e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}} \tag{2.12}$$

Dans ce cas, la propriété d'orthogonalité des polynômes $\varphi_n(x)$ par rapport à une fonction poids $w(x)$ (Eq. 2.12) devient :

$$\langle \varphi_n, \varphi_m \rangle = \int_F \frac{1}{\sigma\sqrt{\pi}} e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}} \varphi_n(x)\varphi_m(x)dx = k_n\delta_{nm} \tag{2.13}$$

Or les polynômes qui vérifient la propriété d'orthogonalité par rapport à une fonction poids e^{-x^2} sont les polynômes de Hermite $H_n(x)$ puisque [24]:

$$\langle H_n, H_m \rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-x^2} H_n(x)H_m(x)dx = 2^n n!\sqrt{\pi}\delta_{nm} \tag{2.14}$$

En comparant les deux propriétés (2.13) et (2.14), on en déduit que les polynômes $\varphi_n(x)$ correspondent aux polynômes de Hermite normalisés [25]:

$$\varphi_n(x) = \frac{H_n\left(\frac{x}{\sigma}\right)}{\sqrt{2^n n!}} \tag{2.15}$$

avec $k_n = n!\sqrt{\pi}$.

Par conséquent, les filtres d'analyse $\alpha_n(x)$ de la transformée de Hermite, notés $d_n(x)$, sont obtenus à partir de l'expression (2.5):

$$d_n(x) = \alpha_n(x) = \varphi_n(x)w(x) = \frac{(-1)^n}{\sqrt{2^n n!}} \frac{1}{\sigma\sqrt{\pi}} H_n\left(\frac{x}{\sigma}\right) e^{\frac{-x^2}{\sigma^2}} \tag{2.16}$$

Notons que les polynômes d'Hermite $H_n(x)$ sont donnés par la formule de Rodrigues [24]:

$$H_n(x) = (-1)^n e^{x^2} \frac{d^n e^{-x^2}}{dx^n}, n = 0,1,2, \dots \dots .... \tag{2.17}$$

Les polynômes de Hermite peuvent être également calculés à partir de la relation de récurrence suivante [25]:

$$H_{n+1}(x) = 2.x.H_n(x) - 2.n.H_{n-1}(x), n \geq 1 \tag{2.18}$$

avec les conditions initiales $H_0(x)=1$ et $H_1(x)=2x$.

Ces polynômes satisfont la propriété de symétrie [25]:

$$H_n(x) = (-1)^n.H_n(-x) \tag{2.19}$$

L'expression précédente montre que les polynômes de Hermite sont symétriques par rapport à l'origine et le type de symétrie, paire ou impaire, dépend de l'ordre du polynôme.

La figure (2.2) ci-dessous donne quelques allures de polynômes normalisés de Hermite.

Les filtres de Hermite $d_n(x)$ peuvent être également définis à partir de la nième dérivée d'une gaussienne [21]:

$$d_n(x) = \frac{1}{\sqrt{2^n n!}} . \frac{d^n}{d\left(\frac{x}{\sigma}\right)^n} \left[\frac{1}{\sigma\sqrt{\pi}} . e^{\frac{-x^2}{\sigma^2}}\right] \tag{2.20}$$

Par conséquent, les filtres de Hermite et ceux de dérivées de Gaussiennes sont à un facteur d'échelle prés semblables [21].

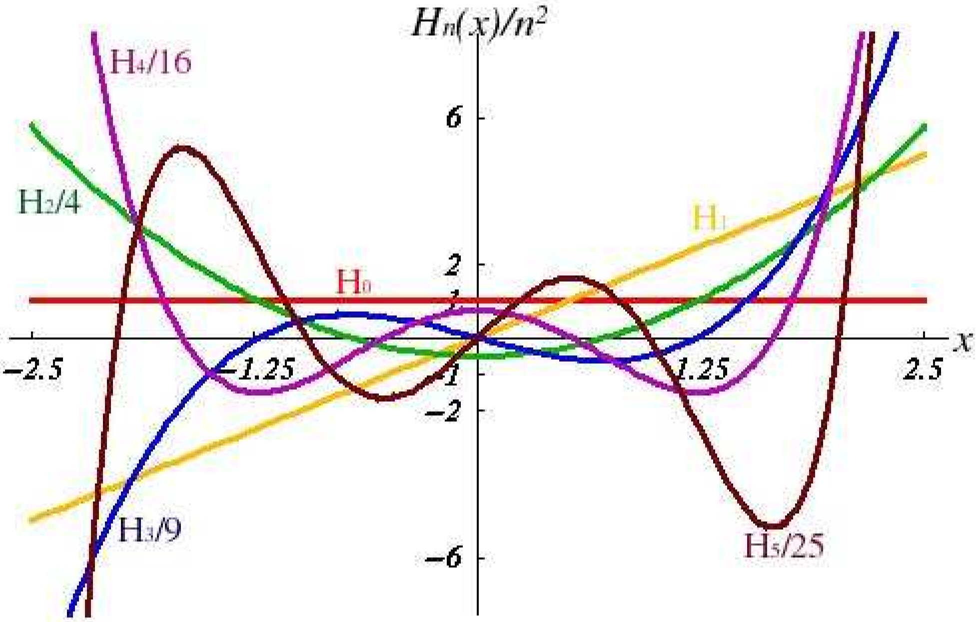


Figure 2.2: Polynômes de Hermite normalisées par n^2

La transformée de Fourier du filtre de Hermite se déduit directement de la transformée de Fourier de la dérivée de la fonction Gaussienne, elle est donnée par expression suivante:

$$D_n(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2^n n!}}.(j.\omega.\sigma)^n.e^{-(\omega\sigma)^2/4} \tag{2.21}$$

Les fonctions de filtre pour n = 0, 1, 2,3 ainsi que leurs transformées de Fourier, sont présentés dans la figure (2.3).

Finalement la transformée de Hermite correspond à une transformation locale du signal par projection sur une base constituée de polynômes multipliés par une fonction Gaussienne. Elle est définie par un ensemble de filtres linéaires et donne une représentation orthogonale correspondant aux dérivées de Gaussiennes où l'ordre maximal de la dérivée. La transformée de Fourier d'un filtre de Hermite d'ordre n est une Gaussienne modulée par un monôme d'ordre n. Cela produit un décalage en fréquence de cette Gaussienne en introduisant une certaine asymétrie [24].

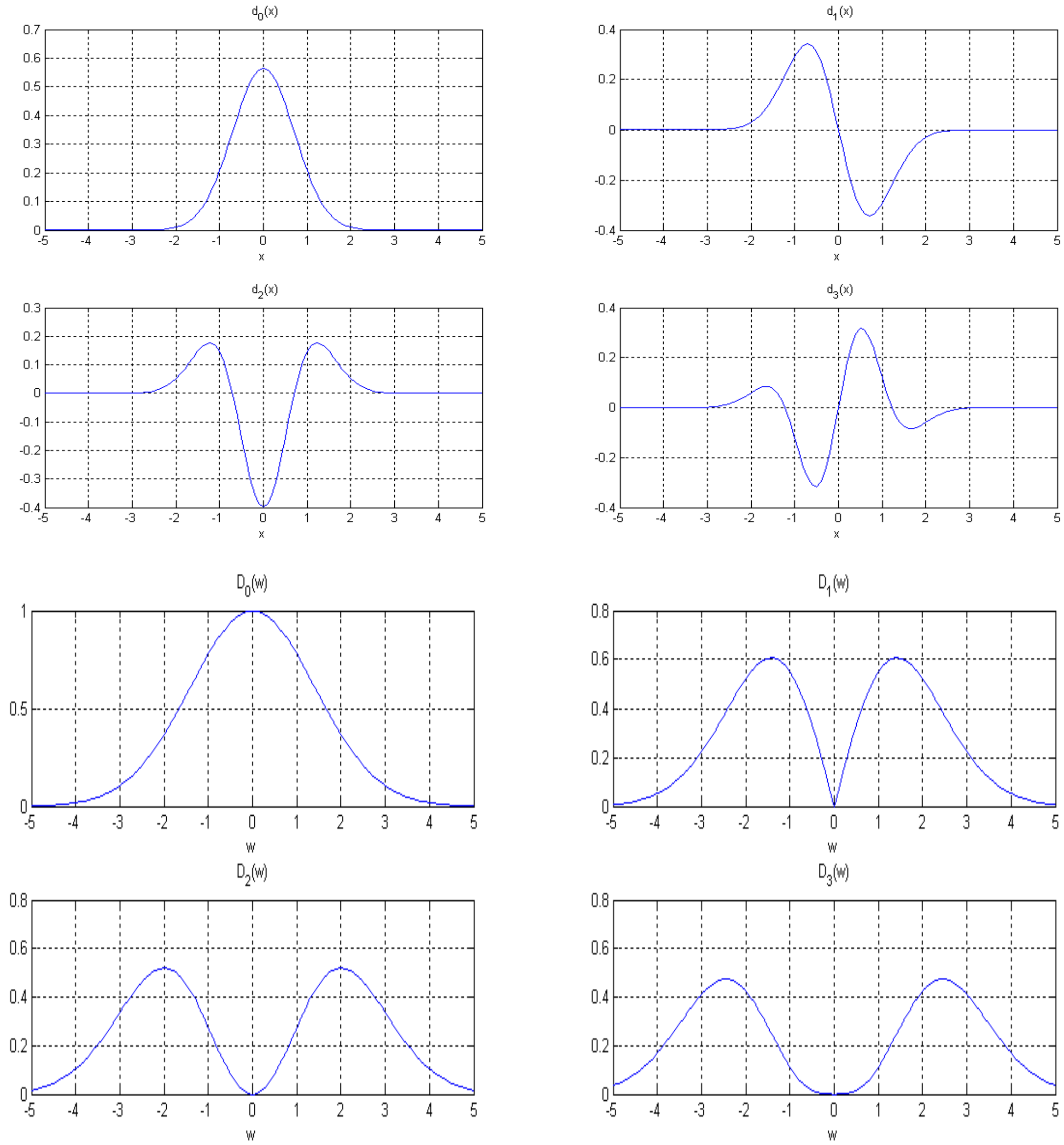


Figure 2.3: Représentations spatiales et fréquentielles des filtres unidimensionnels de Hermite pour les ordres n allant de 0 à 3 avec $\sigma = 1$.

2.3.2 Transformée de Hermite inverse

La transformée de Hermite inverse permet de reconstituer le signal d'origine à partir des coefficients de la transformée de Hermite. Cette opération peut être obtenue à partir des filtres de reconstitution $s_n(x)$ de la transformée polynomiale (Eq. 2.9). Dans le cas de la transformée de Hermite, ces filtres de reconstitution sont notés $p_n(x)$. Ils sont donnés par les expressions analytiques suivantes [22]:

$$p_n(x) = s_n(x) = \frac{T}{\sqrt{2^n n!}} \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} H_n\left(\frac{x}{\sigma}\right) e^{-x^2/_{2\sigma^2}} / w(x) \quad (2.22)$$

où T est le pas d'échantillonnage et

$$w(x) = 1 + 2\sum_{k=1}^{\infty} exp\left[-1/2\left(k.\frac{2\pi\sigma}{T}\right)^2\right].\cos\left(k\frac{2\pi x}{T}\right) \quad (2.23)$$

La transformée de Fourier des filtres de reconstitution de Hermite est définie par :

$$\mathrm{P_n}(\omega) = \frac{T}{\sqrt{2^n n!}}.(-j)^n H_n(\omega\sigma).e^{-(\omega\sigma)^2/2} \quad (2.24)$$

Les fonctions des filtres de reconstitution $p_n(x)$ pour n = 0, 1, 2 et 3 ainsi que leurs transformées de Fourier $P_n(\boldsymbol{\omega})$, sont présentés dans la figure (2.3) suivante:

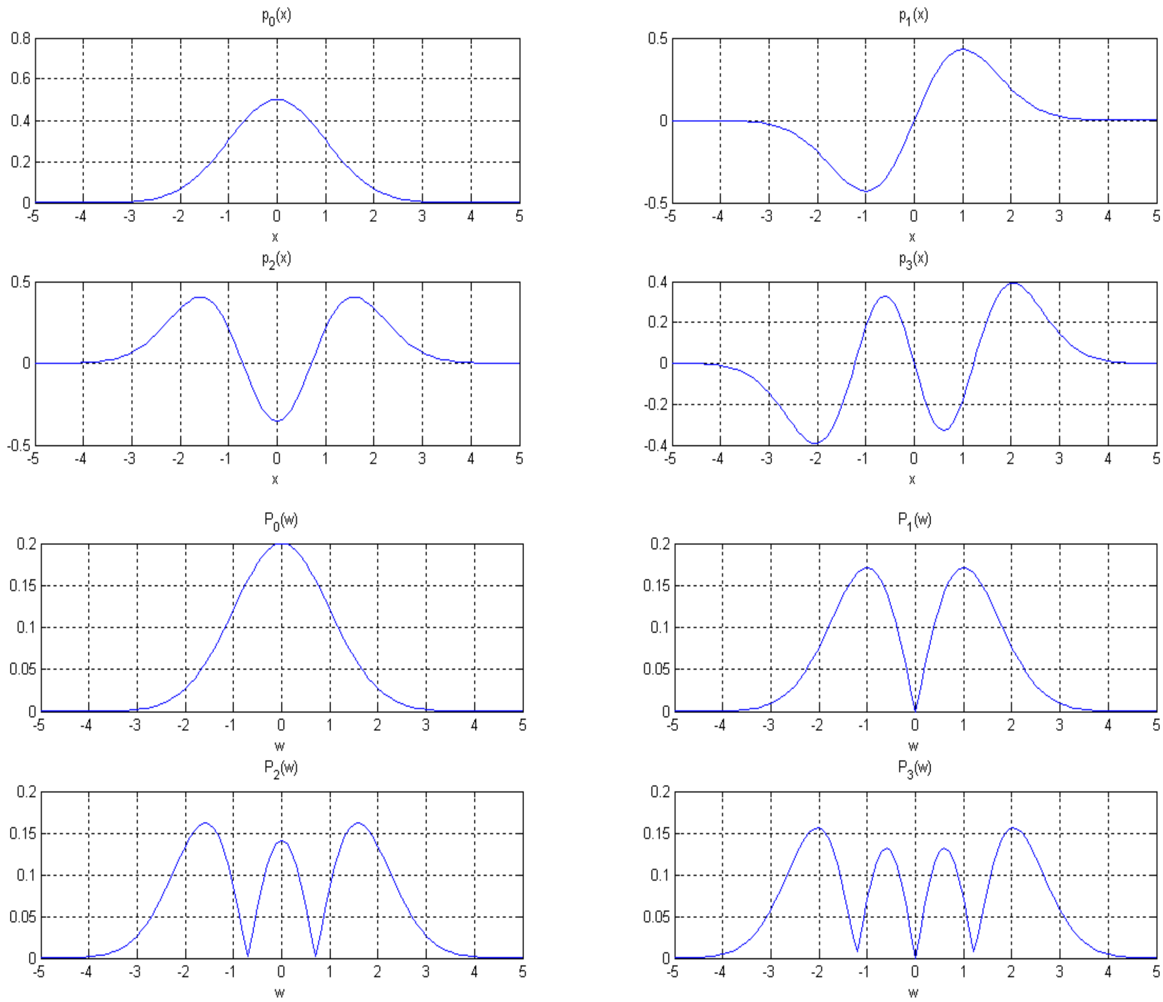
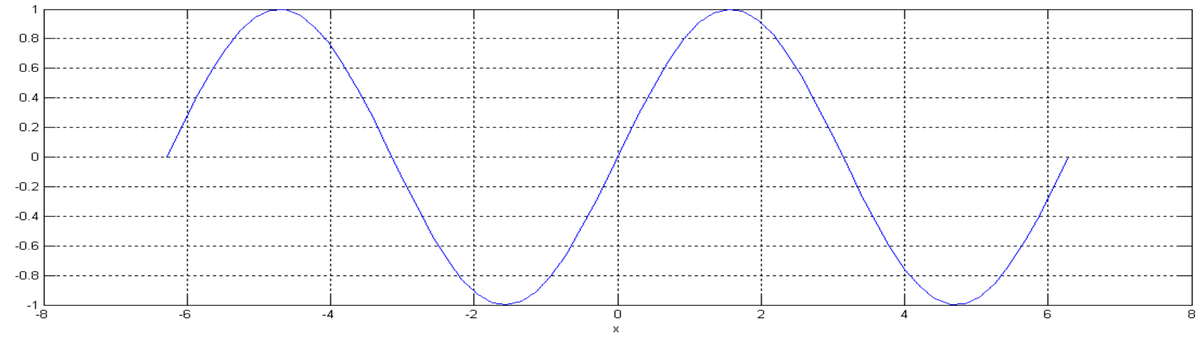
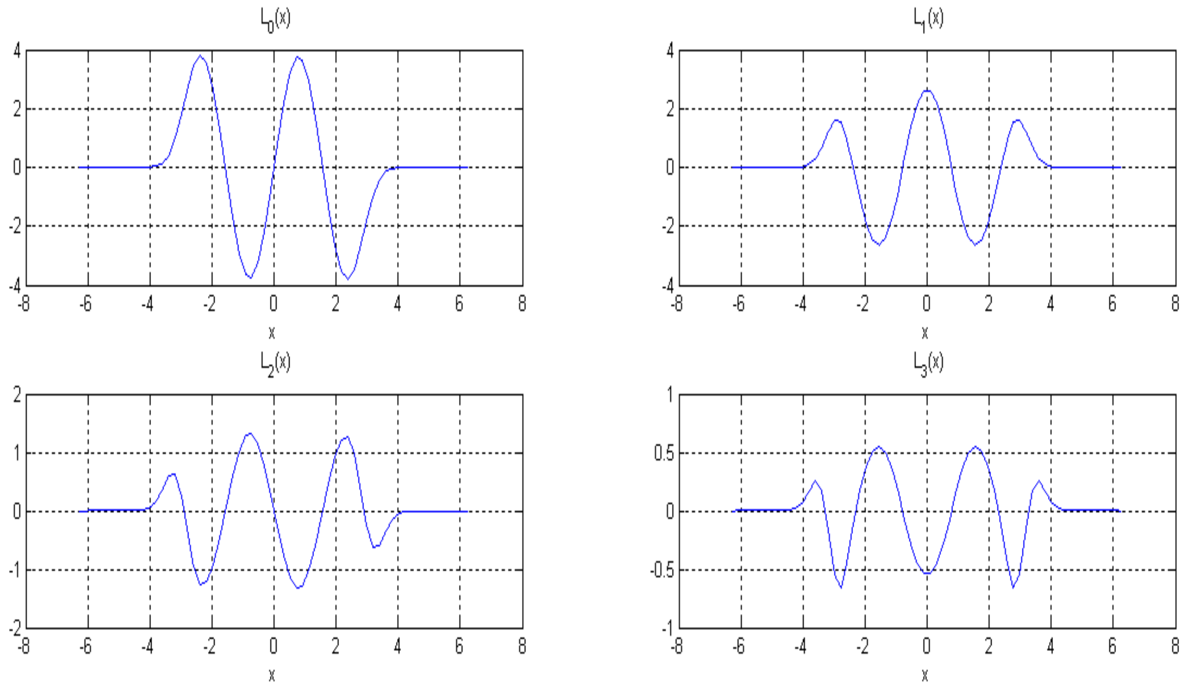


Figure 2.3 : Représentations spatiales et fréquentielles de filtres de reconstitution de Hermite (1D) pour les ordres n allant de 0 à 3 et avec $\sigma = 1$.

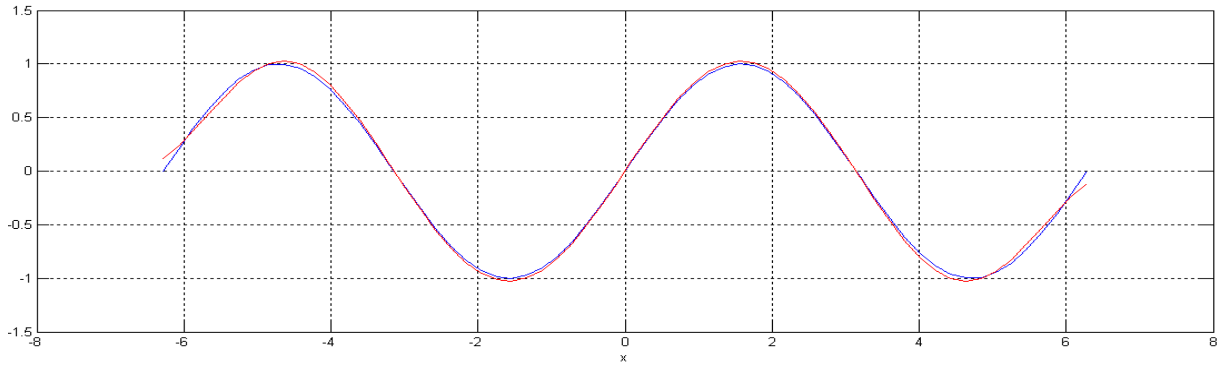
Les phases de la transformée de Hermite analyse et synthèse d'un signal sinusoïdale sont présentées dans la figure (2.4)



(a)



(b)



(c)

Figure 2.5 :(a)signal sinusoïdale, (b) signal sinusoïdale filtrée par d_0, d_1, d_2, d_3, (c) signal réelle et le signal reconstitué.

Discussion

La figure (2.5) montre que la transformée de permet de décomposer un signal en un ensemble des signaux par l'intermédiaire d'un ensemble de filtres et qu'on peut reconstruire le signal original en utilisant les filtres de synthèse ou de reconstitution de Hermite. En effet, on peut constater que le signal reconstruit reste très proche du signal original. L'erreur quadratique entre le signal original et le signal reconstruit reste très faible.Ce ci démontre la caractéristique d'inversible de cette transformée.

On peut également remarquer que le signal filtré $L_0(x)$ est une version lissée du signal original car le filtre $d_0(x)$ utilisé est équivalent à un filtre gaussien donc passe bas.

2.3.3 Filtres discrets de Hermite : filtres Krawtchouk

Les filtres de Krawtchouk sont l'équivalent discret des filtres continus de Hermite. Dans le cas discret, les polynômes de Hermite sont remplacés par ceux de Krawtchouk et la fenêtre Gaussienne *w(x)* est remplacée par une fenêtre binomiale telle que:

$$w(x) = c_N^x / 2^N \tag{2.25}$$

x étant un entier, c'est-à-dire $x \in Z$, N est la longueur de la fenêtre binomiale et

$$C_N^X = \frac{N!}{X!(N-X)!} \tag{2.26}$$

En effet, une fenêtre binomiale de longueur N tend vers une Gaussienne quand N tend vers l'infini.

Les polynômes Krawtchouk orthonormaux sont définie comme suit [24] [26]:

$$K_n(x) = \frac{1}{\sqrt{c_N^n}} . \sum_{\tau}^{n} (-1)^{n-\tau} C_{N-x}^{n-\tau} . C_x^{\tau} \tag{2.27}$$

pour x=0,…,N et n=0,…,D avec D ≤N . Il a été démontré que la transformée de Hermite discrète(les filtres de Krawtchouk) de longueur N se rapproche de la forme continue de la transformée de Hermite avec :$\sigma = \sqrt{N/2}$ [25].

La relation de récurrence normalisée des filtres de Krawtchouk est [24]:

$$K_{n+1}(x) = \frac{1}{\sqrt{(N-n)(n+1)}} . \left[(2x - N)K_n(x) - \sqrt{n(N-n+1)}K_{n-1}(x)\right] \tag{2.28}$$

Pour n≥1 et avec des conditions initiales $K_0(x) = 1$; $K_1(x) = \frac{2}{\sqrt{N}}\left(x - \frac{N}{2}\right)$

2.4 Transformée de Hermite bidimensionnelle

La transformée polynomiale ainsi que la transformée de Hermite peuvent être facilement étendues aux signaux bidimensionnels comme les images. Comme dans le cas monodimensionnel, la transformée de Hermite permet de décomposer une image $l(x,y)$ en un ensemble de signaux bidimensionnels localisés $l_w(x\text{-}p,y\text{-}q)$ par l'intermédiaire d'une fenêtre $w(x,y)$ centrée sur les positions (p,q) d'un maillage de l'espace image tel que $l_w(x\text{-}p,y\text{-}q)= l(x,y)w(x\text{-}p,y\text{-}q)$. Chacun des signaux localisés par la fenêtre d'analyse $l_w(x\text{-}p,y\text{-}q)= l(x,y)w(x\text{-}p,y\text{-}q)$, est ensuite approximé par une combinaison linéaire de polynômes orthogonaux par rapport à cette fenêtre tel que :

$$\begin{aligned} l_w(x-p, y-q) &= l(x,y)w(x-p,y-q) \\ &= \sum_{n\in N}\sum_{m} l_{n-m,m}(p,q)\varphi_{n-m,m}(x-p,y-q)w(x-p,y-q) \end{aligned} \tag{2.29}$$

où $l_{n-m,m}(p,q)$ sont les coefficients polynomiaux.

Les polynômes $\varphi_{n-m,m}(x,y)$ sont orthogonaux et vérifient la propriété suivante [22]:

$$\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} w(x,y)\varphi_{n-m,m}(x,y)\varphi_{k-l,l}(x,y)dxdy = \delta_{nk}\delta_{ml} \tag{2.30}$$

pour n, k = 0,... , 1, m = 0, ..., n et l = 0, ... , k

La fenêtre de localisation $w(x,y)$ est de type Gaussienne bidimensionnelle d'écart type σ telle que:

$$w(x,y) = \frac{1}{\sigma\sqrt{\pi}} e^{-\frac{x^2+y^2}{2\sigma^2}} \tag{2.31}$$

Cette fonction a l'avantage d'être séparable car $w(x,y) = w(x)w(y)$, elle est isotrope donc invariant à la rotation.

Dans ce cas, les polynômes $\varphi_{m,n-m}(x,y)$ sont liés aux polynômes de Hermite [22]:

$$\varphi_{n-m,m}(x,y) = \frac{1}{\sqrt{2^n(n-m)!\,m!}} H_{n-m}\left(\frac{x}{\sigma}\right) H_m\left(\frac{y}{\sigma}\right) \tag{2.32}$$

Les coefficients polynomiaux peuvent être calculés par une convolution de l'image originale avec les filtres d'analyse $d_{n-m,m}(x,y) = \varphi_{n-m,m}(x,y)w(x,y)$ suivi d'un sous-échantillonnage aux différentes positions (*p,q*).

$$L_{n-m,m}(p,q) = \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} l(x,y)d_{n-m,m}(x-p,y-q)dx\,dy$$
$$= l(x,y) * d_{n-m,m}(-x,-y)\big|_{\downarrow x=p,y=q} \qquad (2.33)$$

Grâce à la séparabilité de la fonction fenêtre de localisation, les filtres de Hermite bidimensionnels deviennent séparables [21]:

$$d_{n-m.m}(x,y) = d_{n-m}(x).d_m(y) \qquad (2.34)$$

$d_{n-m}(x)$ et $d_m(y)$ sont les filtres de Hermite monodimensionnels d'ordre respectivement *n-m* et *m* selon les directions *x* et *y*

De même, la transformée de Fourier du filtre de Hermite en deux dimensions peut être écrite comme suit : [22]

$$D_{n-m,m}(\omega_x,\omega_y) = D_{n-m}(\omega_x).D_m(\omega_y) \qquad (2.35)$$

La figure (2.6) montre les allures des filtres de Hermite bidimensionnels pour n = 0, 1, 2,3 ainsi que leurs transformées de Fourier.

La transformée bidimensionnelle de Hermite inverse consiste à reconstituer le signal d'origine à partir des coefficients polynomiaux selon l'expression suivante [21]:

$$l(x,y) = \sum_{n=0}^{\infty}\sum_{m=0}^{n}\sum_{p,q} l_{n-m,m}(p,q)p_{n-m,m}(x-p,y-q) \qquad (2.36)$$

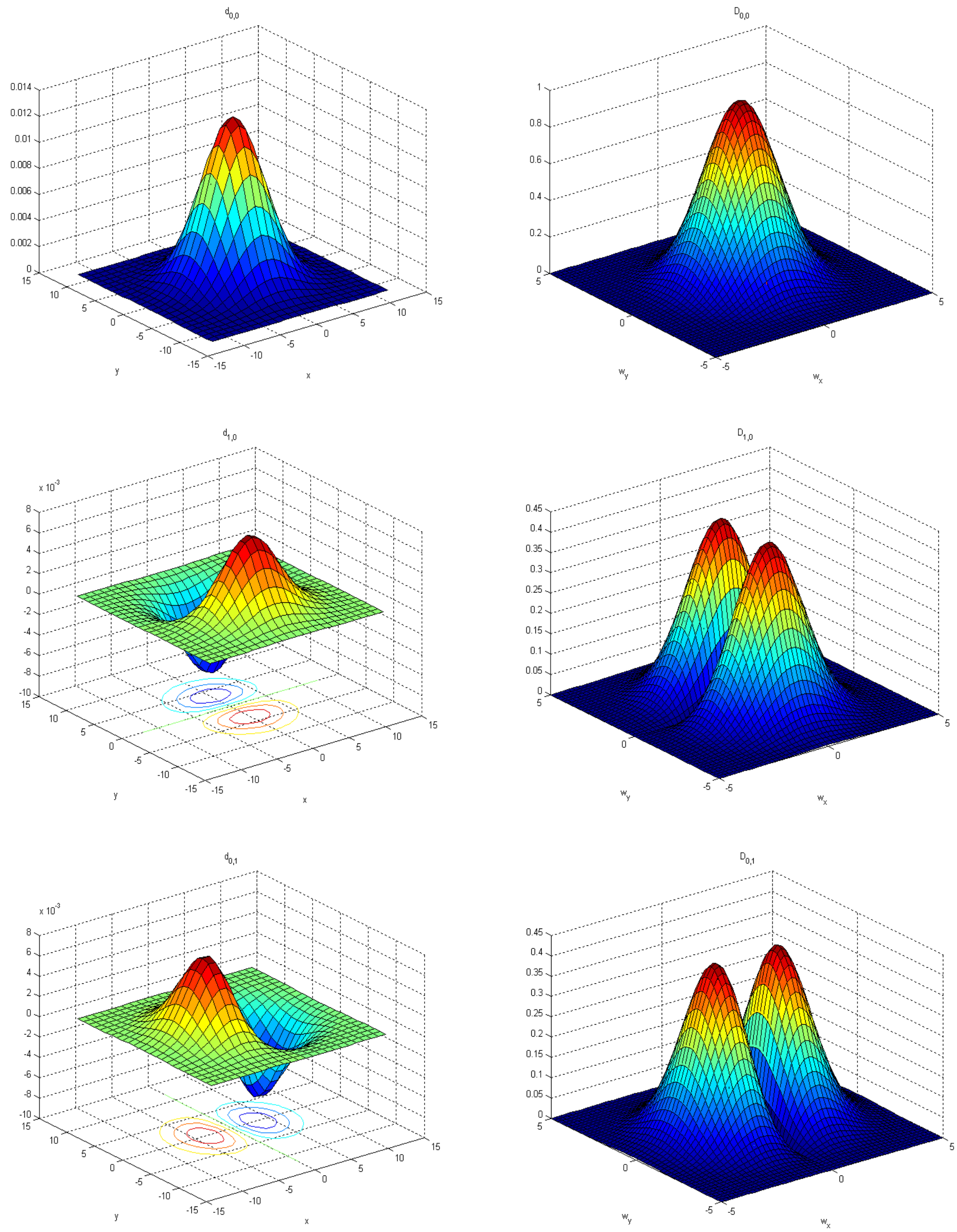
$$l(x) = \sum_{n\in N} {}_{\uparrow p=x}[l_n(x,y) * s_n(x)] \qquad (2.37)$$

où les filtres de synthèse bidimensionnels d'ordre m et n-m sont définis par [21]:

$$p_{n-m,m}(x,y) = \frac{\varphi_{m,n-m}(x,y)w(x,y)}{\sum_{p,q} w(x-p,y-q)}\ pour\ m = 0,\dots,n\ et\ n = 0,\dots,\infty \qquad (2.38)$$

Ces filtres sont séparables en deux filtres monodimensionnels [22]:

$$p_{n-m,m}(x,y) = p_{n-m}(x).p_m(y) \qquad (2.39)$$


d0,0
D0,0
d1,0
D1,0
d0,1
D0,1
x 10-3
y
x
wy
wx

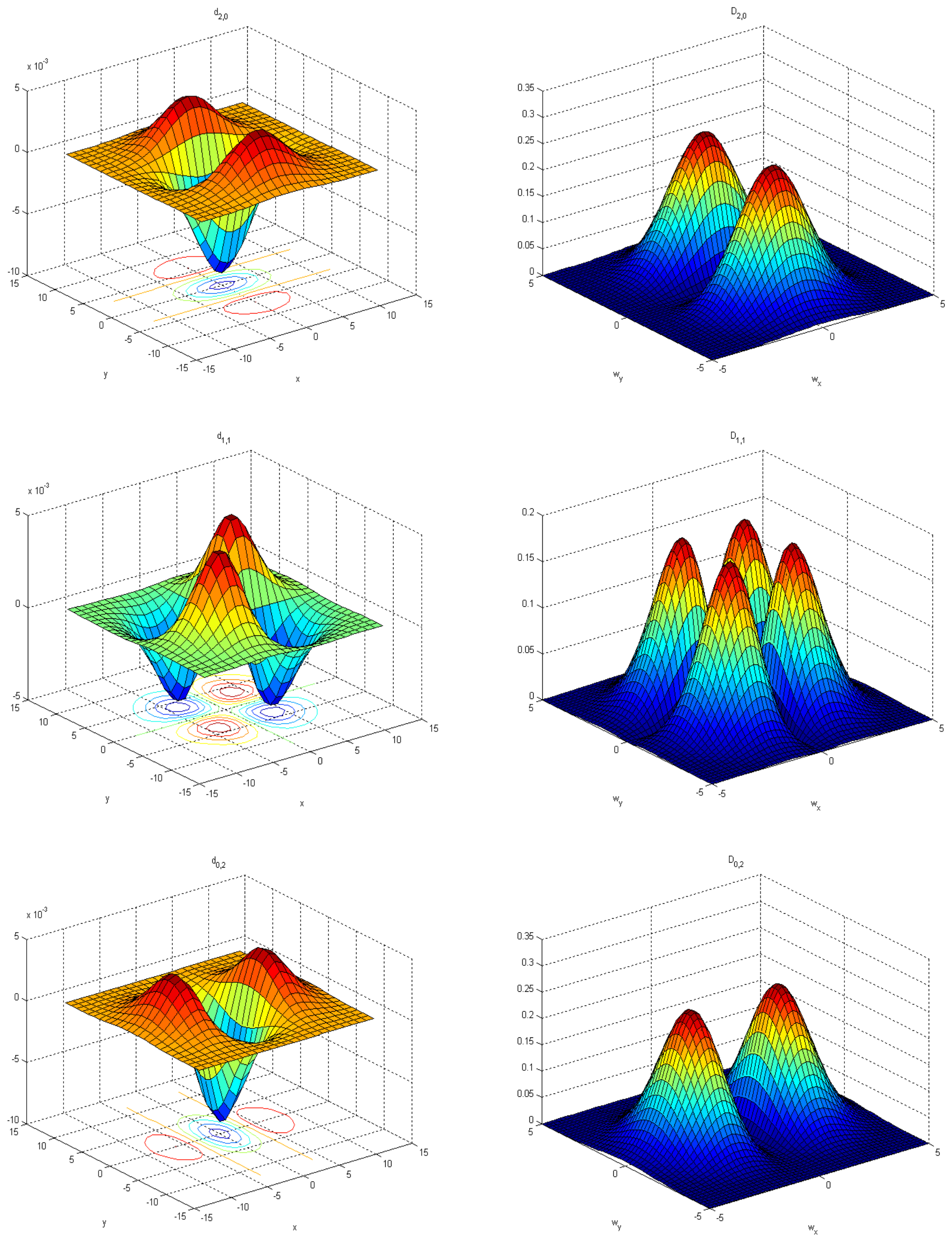
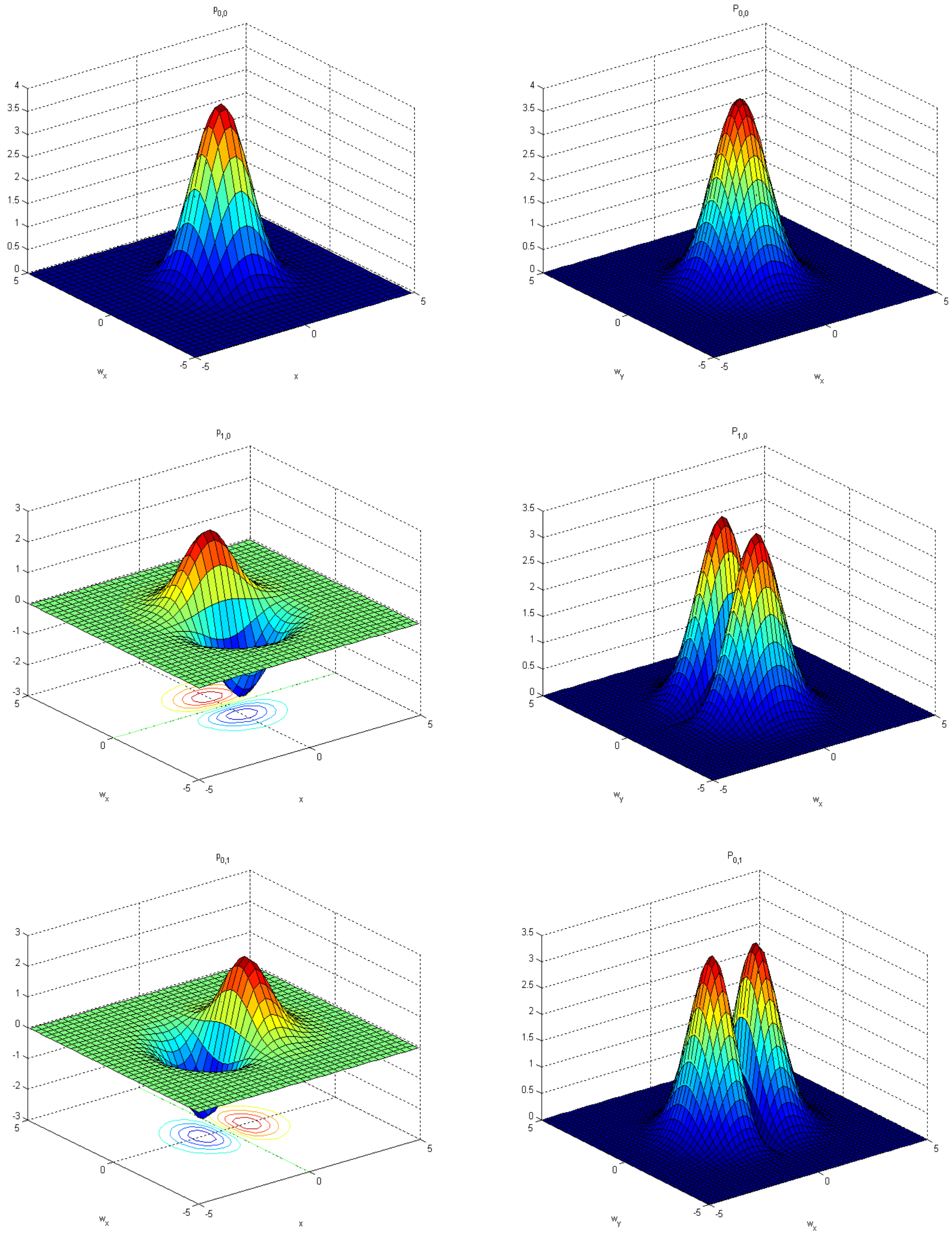


Figure 2.6 : Filtres bidimensionnels de Hermite N=2 et $\sigma = 3$,Représentations spatiales (à gauche) et fréquentielles (à droite).

La transformée de Fourier du filtre de reconstitution bidimensionnel de Hermite est défini par [22]:

$$P_{n-m,m}(\omega_x, \omega_y) = P_{n-m}(\omega_x).P_m(\omega_y) \tag{2.40}$$

La figure (2.7) montre les allures des filtres de reconstitution de Hermite bidimensionnels pour n = 0, 1, 2,3 ainsi que leurs transformées de Fourier obtenus avec N=2 et σ =1. .



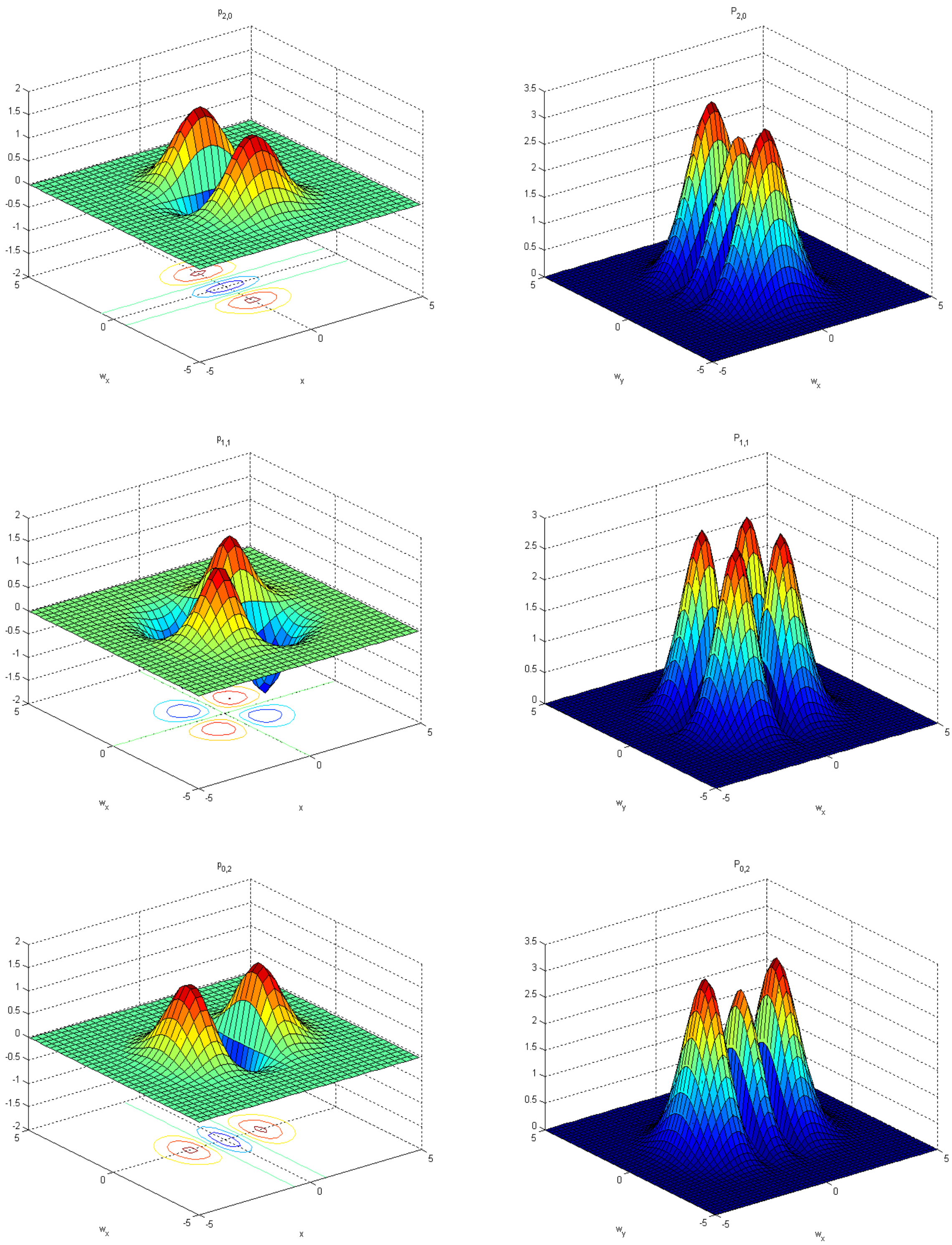
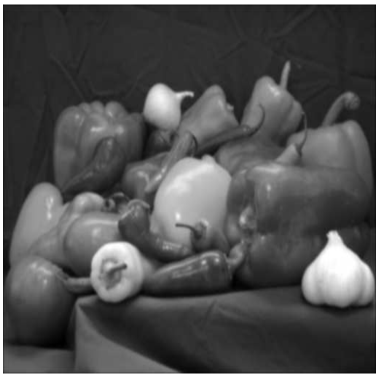


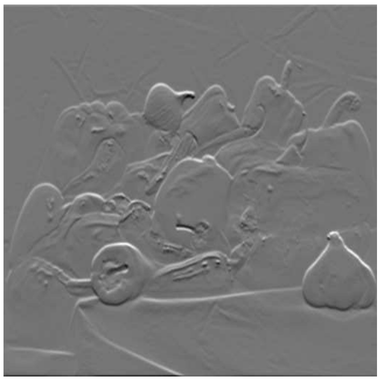
Figure 2.7 : Filtres bidimensionnels reconstitution de Hermite N=2 et $\sigma = 1$,Représentations spatiales (à gauche) et fréquentielles (à droite).

La figure (2.8) donne un exemple de l'application de la transformée de Hermite directe et inverse sur une image en niveaux de gris.

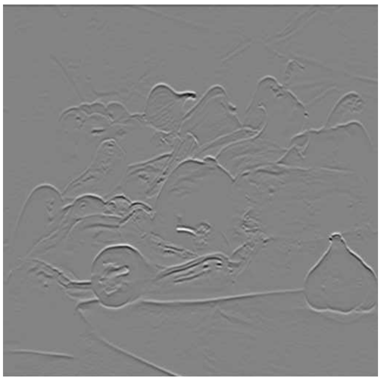
Image originale



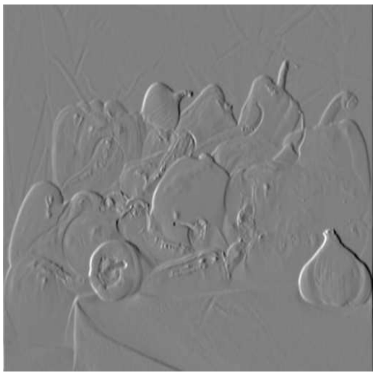
(a) Image filtrée par d_{00}



(b) Image filtrée par d_{10}

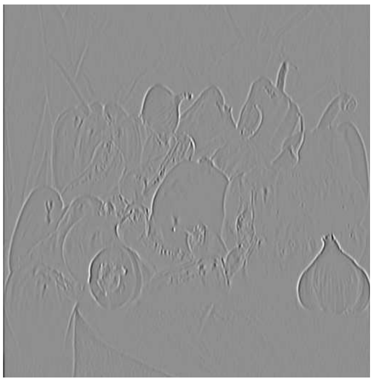


(c) Image filtrée par d_{20}



(d) Image filtrée par d_{01}

(e) Image filtrée par d_{11}



(f) Image filtrée par d_{02}

(g) Image reconstituée

Figure 2.8 : Application de la transformée de Hermite bidimensionnelle directe et inverse sur une image avec N=2 et $\sigma = 1.5$.

Les résultats de l'application de la transformée de Hermite directe sur une image montrent que la transformée de Hermite a permis de décompose cette image en un ensemble d'images filtrées laissant apparaitre des zones homogènes, et ou les contours entre ces régions sont plus ou moins bien marquées. L'image filtrée par le filtre d_{00} est une version lissée de l'image originale étant donné que ce filtre représente un filtre gaussien bidimensionnel. La figure (2.8) montre également qu'à partir des images filtrées l'image originale est reconstruite d'une manière presque parfaite grâce à la transformée de Hermite inverse.

2.5 Filtres orientés de Hermite

Souvent une même texture peut avoir des directions ou orientations différentes. Dans ce cas, il est plus avantageux de la caractériser par des attributs invariants à l'orientation. C'est dans ce but que les filtres de Hermite orientés ont été proposés [27].La construction de ces filtres orientés est une opération facile car tous les filtres de Hermite sont définis à partir du produit des polynômes par une fonction fenêtre à symétrie radiale. En effet, les filtres d'ordre *n* sensibles à une orientation θ particulière peuvent être construits à partir de combinaisons linéaires des filtres d'ordre *n*.

Les coefficients $l_{n-m,m}$(x,y,θ) des filtres orientés selon la direction θ peuvent être directement obtenus en orientant les coefficients cartésiens de Hermite $l_{n-m,m}$ (x,y) selon[24]:

$$l_{n-m,m}(x,y,\theta) = \sum_{m=0}^{n} l_{n-m,m}(x,y) \,.\, \alpha_{n-m,m}(\theta) \tag{2.41}$$

$\alpha_{n-m,m}(\theta)$ représentent les fonctions angulaires cartésiennes d'ordre *n* pour *m*=0,…,*n*. tel que :

$$\alpha_{n-m,m}(\theta) = \sqrt{C_n^m}\, cos^{n-m}\theta . sin^m\theta \tag{2.42}$$

$\alpha_{n-m}(\theta)$ Exprime la sélectivité directionnelle du filtre.

La transformée de Fourier des filtres de Hermite $d_{n-m.m}(x,y)$peut être exprimée en coordonnées polaires w_x=w cosθ et w_y=w sinθ comme

$$\hat{D}_{n-m,m}(\omega_x, \omega_y) = \hat{D}_n(\omega \quad).\alpha_{n-m,m}(\theta) \tag{2.43}$$

Où $\hat{D}_n(w)$, qui exprime la sélectivité de fréquence radiale, est la transformée de Fourier en 1D du filtre de Hermite $d_n(x)$ défini par l'équation (2.20) mais avec une coordonnée radiale *r* au lieu de *x* [29].

2.6 Applications de la transformée de Hermite

Depuis son introduction par Jean-Bernard Martens en 1990, la transformée de Hermite n'a cisser d'être utiliser dans plusieurs domaines d'applications. On peut également citer d'autres applications plus spécifiques telles que l'identification d'une écriture [30], l'identification des

personnes par l'iris [30], la compression d'images [29], le traitement des signaux biomédicaux [31, 32,33], etc.……
Outre le codage d'images, application à la quelle a été destiné la transformée de Hermite [23], initialement on retrouve la fusion d'images [34,35], l'indexation d'images [24], le filtrage d'images [36], le rehaussement d'images [37], la classification des textures [38, 39,27] et la segmentation des images texturées [39].

2.7 Conclusion

Nous avons présenté dans ce chapitre le principe de la transformée polynomiale ainsi que celui de la transformée de Hermite dans le cas d'un signal monodimensionnel et dans le cas d'une image. Elle permet de décomposer un signal localement grâce ç une fenêtre Gaussienne projetant sur une base de polynômes de Hermite. Pratiquement, elle est réalisée par des filtres linéaires dits de Hermite. La transformée de Hermite permet de décomposer efficacement un signal ou une image et à en extraire des caractéristiques liées à la perception visuelle, comme les contours, les zones homogènes, etc.

Nous allons utiliser dans le prochain chapitre la transformée de Hermite pour analyser la texture dans une image en vue de sa segmentation.

3.1 Introduction

Nous allons présenter dans ce chapitre une méthode de segmentation d'images texturées basée sur la transformée de Hermite. La transformée de Hermite est utilisée dans le but d'extraire des attributs de texture. Une évaluation de la qualité des attributs de texture issus de la transformée de Hermite, à discriminer des régions ayant des textures, des formes et des tailles différentes est effectuée via la segmentation des images texturées synthétiques et réelles. L'influence des paramètres de l'algorithme sera également abordée.

Les résultats de cette méthode seront comparés avec ceux obtenus par une méthode de segmentation basée sur les filtres de Gabor.

Notons que les procédures développées dans notre travail ont été implémentées sous l'environnement Matlab 7.8 (R2009a), sur un micro ordinateur ayant un microprocesseur Intel pentium Dual-core E5700, une fréquence de 3.00 GHz, une mémoire vive (RAM) de 1 Go et un disque dur de 500Go.

3.2 Segmentation d'images texturées basée sur la transformée de Hermite

La segmentation d'images texturées basée sur la transformée de Hermite comporte deux phases principales : La première phase consiste à appliquer la transformée de Hermite afin d'extraire des attributs de texture pour chaque pixel de l'image à segmenter. La deuxième phase consiste à regrouper dans une même classe les pixels ayant des attributs de texture similaires en utilisant la méthode de classification non supervisée C-Moyenne Floue (ou Fuzzy C-Mean). L'algorithme FCM est décrit dans le premier chapitre. Le nombre de classes K est fixé apriori et correspond au nombre de textures présentes dans l'image à segmenter. Nous allons donc détailler dans ce qui suit la première phase, c'est à dire l'extraction des attributs de texture.

3.2.1 Extraction des attributs de texture à base de la transformée de Hermite

Il s'agit dans cette phase d'appliquer la transformée de Hermite afin de caractériser chaque pixel par un ensemble d'attributs. Rappelons que l'application de la transformée de Hermite sur une image revient à appliquer une batterie de filtres linéaires de Hermite définis par les réponses impulsionnelles $d_{n-m.m}(x,y) = d_{n-m}(x).d_m(y)$ où $d_{n-m}(x)$ et $d_m(y)$

sont les filtres de Hermite monodimensionnels d'ordre respectivement *n-m* et *m* selon les directions *x* et *y* avec n=0,1,...N et m=0,1,...,n tel que:

$$d_n(x) = \frac{(-1)^n}{\sqrt{2^n n!}} \frac{1}{\sigma\sqrt{\pi}} H_n\left(\frac{x}{\sigma}\right) e^{\frac{-x^2}{\sigma^2}} \quad (3.1)$$

N étant l'ordre maximal du filtre monodimensionnel.

Chaque filtre bidimensionnel est donc défini par son ordre *n* et par le paramètreσ.

Le nombre maximal de filtres pour un sigma donné est égal à D= (N+1) (N+2)/2. Notons que le filtre $d_{0.0}(x, y)$ n'est pas utilisée car ce filtre est une gaussienne.

Ensuite, pour chaque image filtrée, des attributs de texture sont calculés pour chaque pixel en tenant compte des pixels voisins situés à l'intérieur d'une fenêtre de voisinage centrée sur le pixel en question. La taille de cette fenêtre est de $(2w+1)^2$ où *w* est un nombre entier positif.

Deux attributs sont considérés dans notre travail. Il s'agit des mesures locales comme l'énergie (E_0) et l'écart type (E_1):

$$E0 = \sum_{x=-w}^{w} \sum_{y=-w}^{w} [l_n(x, y)]^2 \quad (3.2)$$

$$E1 = \sqrt{\frac{\sum_{x=-w}^{w} \sum_{y=-w}^{w} [l_n(x,y) - \mu]^2}{(2*w+1)^2}} \quad (3.3)$$

Où μ est une valeur moyenne tel que:

$$\mu = \frac{\sum_{x=-w}^{w} \sum_{y=-w}^{w} [l_n(x,y)]}{(2*w+1)^2} \quad (3.4)$$

Par conséquent, chaque pixel sera finalement caractérisé par 2D attributs.

A titre d'exemple, la figure (3.1) affiche sous forme d'images les deux attributs E_0 et E_1 de chaque pixel extraits à partir des images filtrées obtenus après application de la transformée de Hermite sur une image texturée composée de 4 textures différentes. La transformée de Hermite est utilisée avec les paramètres N=2, σ=1 et *w*=10.

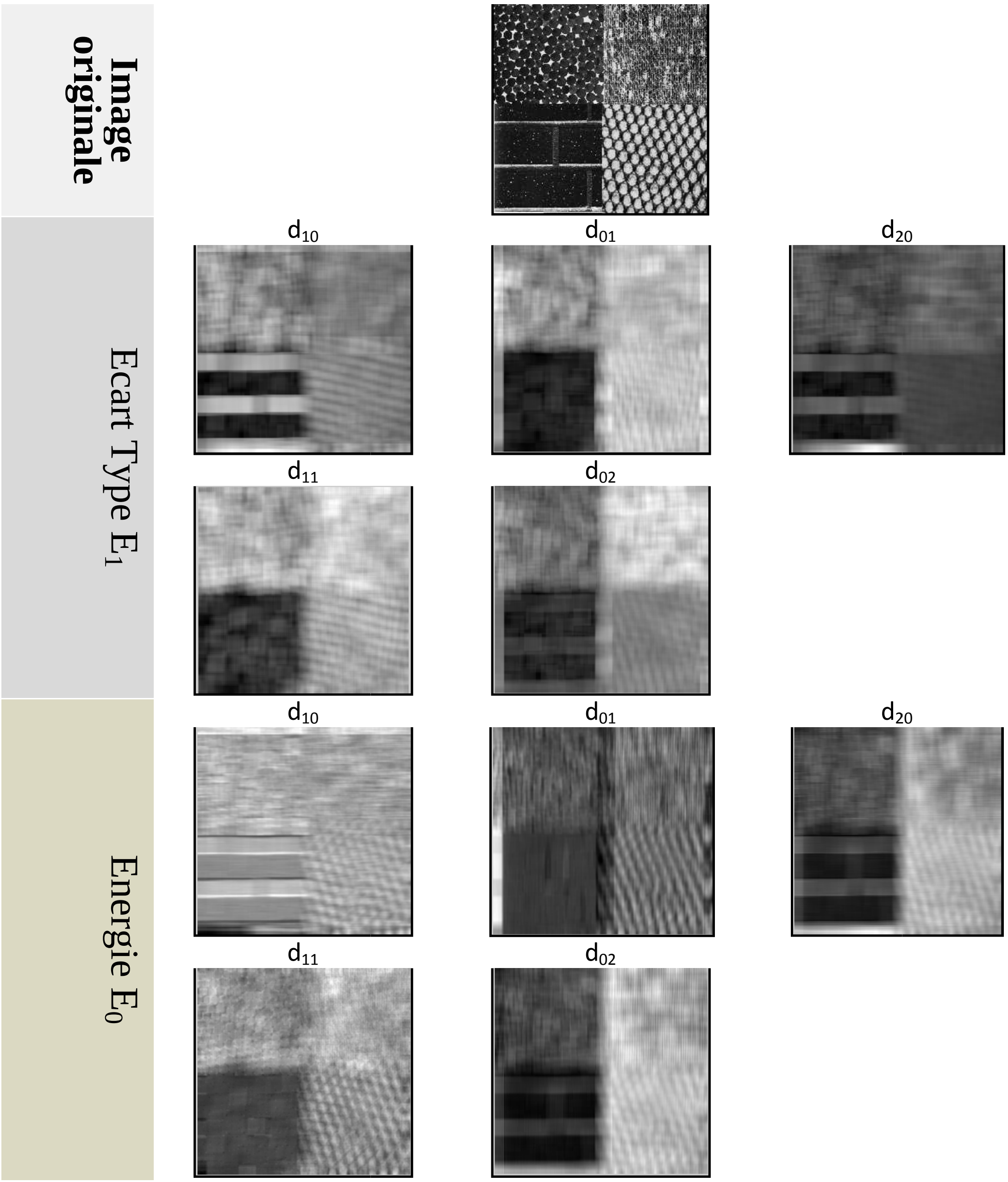


Figure 3.1: Attributs de texture extraits à partir de la transformée de Hermite d'une image texturée.

La figure (3.1) montre que les attributs locaux de texture (l'énergie (E_0) et écart type (E_1)) font apparaitraient les différentes textures qui composent l'image d'une manière différente d'une image filtrée à l'autre. Ce ci nous laisse penser que ces attributs peuvent être discriminants.

3.3 Tests et Résultats

Nous présentons dans cette section les résultats de la méthode de segmentation d'images en niveaux de gris basée sur la transformée de Hermite.

3.3.1 Influence des paramètres de l'algorithme

Nous allons étudier en premier lieu l'influence des paramètres de l'algorithme sur la qualité de la segmentation à savoir le paramètre σ et l'ordre maximal N utilisé par la transformée de Hermite et la taille de la fenêtre de voisinage w utilisé pour déterminer les deux attributs E_0 et E_1. Pour cette première expérimentation, nous avons effectué des tests sur trois images synthétiques composées de textures tirées de l'album de BRODATZ. Ces images, qui sont affichées sur la figure (3.2), sont de taille (256x256) et contiennent des textures différentes. La première est composée de deux textures à savoir D34 et D92. La deuxième est composée de trois textures à savoir D18 , D37 et D36 et la troisième est composée de quatre textures à savoir D25 , D36 , D66 et D81. Les images de référence de ces trois images affichées sur la figure (3.2).serviront a calculer le taux de classification de l'algorithme.

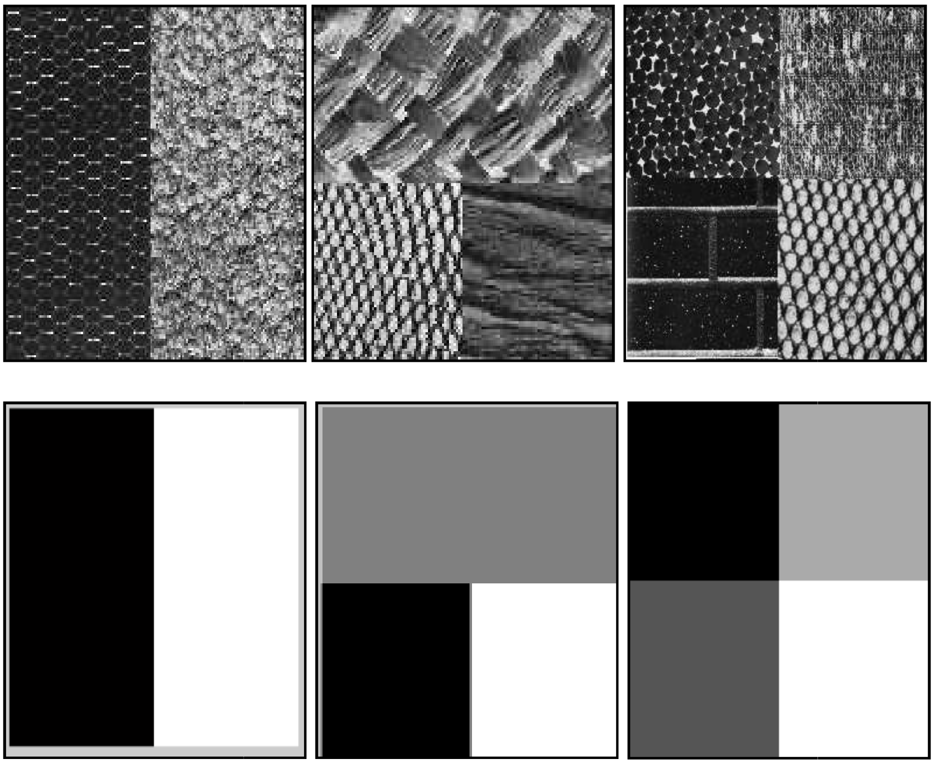


Figure 3.2: Images tests et leurs images de référence.

Le tableau (3.1) montre la variation du taux de classification T_C(%) en fonction des paramètres w et σ obtenus par la méthode de segmentation basée sur la transformée de

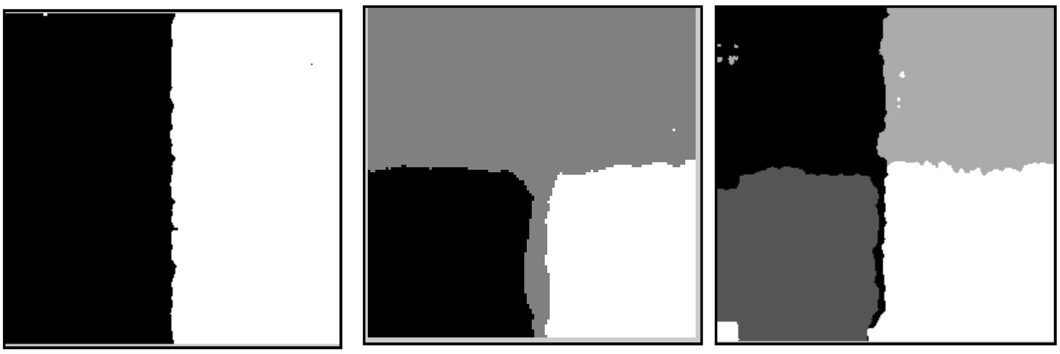
Hermite sur les trois images tests. La taille de la fenêtre de voisinage w prend les valeurs 5, 10, 15 et 20 et celles de l'écart type σ 0.5, 1, 1.5, 2, 2.5 et 3. Notons que l'ordre maximal N utilisé dans la transformée de Hermite est fixé à N=2.

Image test 1						
σ w	00.50	01.00	01.50	02.00	02.50	03.00
01	91.07	88.21	95.82	96.6446	97.1680	97.3709
03	99.15	98.76	99.62 62	99.6384	99.6429	**99.6460**
05	99.2722	99.2935	99.3805	99.3591	99.3515	99.3515
10	98.9502	99.1440	98.6298	98.5123	98.4940	98.4579
15	98.73	98.9761	97.9355	97.615	97.7158	97.7127
20	98.4207	98.8235	97.4762	97.2890	97.1954	97.1893
Image test 2						
σ w	00.50	01.00	01.50	02.00	02.50	03.00
05	95.5327	95.2101	95.7836	95.7983	95.8682	95.8986
10	97.5779	**97.7772**	97.2267	97.1656	97.1687	97.1626
15	96.1589	96.8008	96.0032	95.7099	95.6947	95.7221
20	95.1653	96.0459	94.8451	94.5880	94.5573	94.5206
Image test 3						
σ w	00.50	01.00	01.50	02.00	02.50	03.00
05	87.41	93.8054	86.8571	85.2600	85.2402	85.2091
10	92.2414	97.1380	93.2042	93.8471	93.9316	93.9600
15	95.3893	97.6435	97.3485	97.6568	97.7137	**97.7300**
20	96.4834	97.6613	97.4864	97.6695	97.6919	97.6954
22	96.9737	97.5972	97.4319	97.5754	97.5784	97.5728

Tableau 3.1 : Variation du taux de classification (T_C) en fonction de w et σ obtenus par de la méthode de segmentation basée sur la transformée de Hermite sur les trois images tests.

Les résultats du tableau (3.1) montrent que la taille de la fenêtre de voisinage (w) ainsi que, l'écart type (σ) influent sur le taux de classification. En effet, on peut remarquer que pour une même valeur de l'écart type (σ), plus la taille de la fenêtre de voisinage augmente, plus le taux de classification augmente pour atteindre une valeur maximale. Cependant, à partir d'une certaine taille, le taux de classification diminue. Ceci est dû à une mauvaise localisation des frontières entre les différentes textures. La variation de la qualité de segmentation en fonction du paramètre σ suit la même tendance puisque le taux de classification augmente avec σ pour atteindre une valeur maximale puis diminue.

Finalement, la méthode de segmentation basée sur la transformée de Hermite fournit de bons taux de classification pour les trois images tests. Pour la première image test, le meilleur taux de classification **99.64**% est atteint avec w=3 et σ=3. Pour la deuxième image test, le meilleur taux est de **97.77**%, il est obtenu avec la paire de paramètres (w, σ) égale à (10, 1). Un taux maximal de **97.73** % est obtenu avec la paire de paramètres (w, σ) égale à (15, 3). La figure (3.3) confirme d'une manière visuelle la qualité des résultats de segmentation obtenus sur les trois images tests puisque les régions texturées dans chaque image sont bien détectées même si des petites confusions sont généralement observées aux frontières des régions de textures différentes.



(a) N=2, w=3, σ=3 N=2, w=10, σ=1 N=2, w=15, σ=3

Figure 3.3: Images tests segmentées par la transformé de Hermite

Pour évaluer l'influence du paramètre N, nous avons effectué des tests sur les trois images tests précédentes en retenant pour chaque image la paire (w, σ) qui a donné le meilleur taux de classification lors de la première expérimentation (tableau 3.1) et en faisant varier N de 2 à 6. Le tableau (3.2) montre la variation du taux de classification T_C(%) et le temps de calcul T_P(s) en fonction de l'ordre maximal N, qui pour rappel est lié au nombre des filtres de Hermite.

Image test		1	2	3
N	(w, σ)	(05, 1.50)	(10, 1)	(15, 1)
2	T_C(%)	**99.38**	**97.77**	97.64
	T_P (s)	6.88	3.64	30.20
3	T_C(%)	99.11	97.57	98.38
	T_P (s)	11.59	6.53	57.58
4	T_C(%)	99.19	97.64	98.57
	T_P (s)	18.17	10.26	84.48
5	T_C(%)	98.69	97.25	98.83
	T_P (s)	26.20	14.78	121.45
6	T_C(%)	99.10	96.98	**98.86**
	T_P (s)	35.53	19.85	166.23

Tableau 3.2 : Variation du taux de classification T_C(%) et le temps de calcul T_P(s) en fonction de N obtenus par de la méthode de segmentation basée sur la transformée de Hermite sur trois images tests.

Les résultats du tableau (3.2) montrent que l'ordre maximal N n'influe pas d'une manière significative sur le taux de classification. On peut remarquer que pour une même valeur de l'écart type (σ) et pour une même taille de la fenêtre de voisinage, le taux de classification vari légèrement en fonction de N. Pour les deux premières images le meilleur taux de classification est atteint pour N=2, tandis qu'il est obtenu avec N=6 pour la troisième image. Cependant pour cette dernière, l'écart entre les taux de classification obtenus avec N=6 et N=2 est de 2.22 %. Il est de 0.18 % pour N=6 et N=3. Ces résultats montrent qu'un ordre maximal N faible (≤3) est suffisant pour discriminer les textures. Le nombre d'attributs se voit alors réduit, ce qui permet un gain dans le temps de calcul comme le confirme les valeurs du tableau (3.2).

3.3.2 Segmentation d'images synthétiques et réelles

Nous avons également évalué sur d'autres images texturées synthétiques et réelles la qualité des attributs de texture issus de la transformée de Hermite à discriminer des régions ayant des textures, des formes et des tailles différentes. Les figures (3.4) et (3.5) montrent respectivement différentes images synthétiques et réelles contenant des textures différentes.

Les résultats de segmentation obtenus par la méthode de segmentation basée sur la transformée de Hermite sont affichées dans la figure (3.4) pour les images synthétiques et la figure (3.5) pour les images réelles. Le nombre de textures (classes) ainsi que les paramètres utilisés pour segmenter ces images sont consignés dans le tableau (3.3).

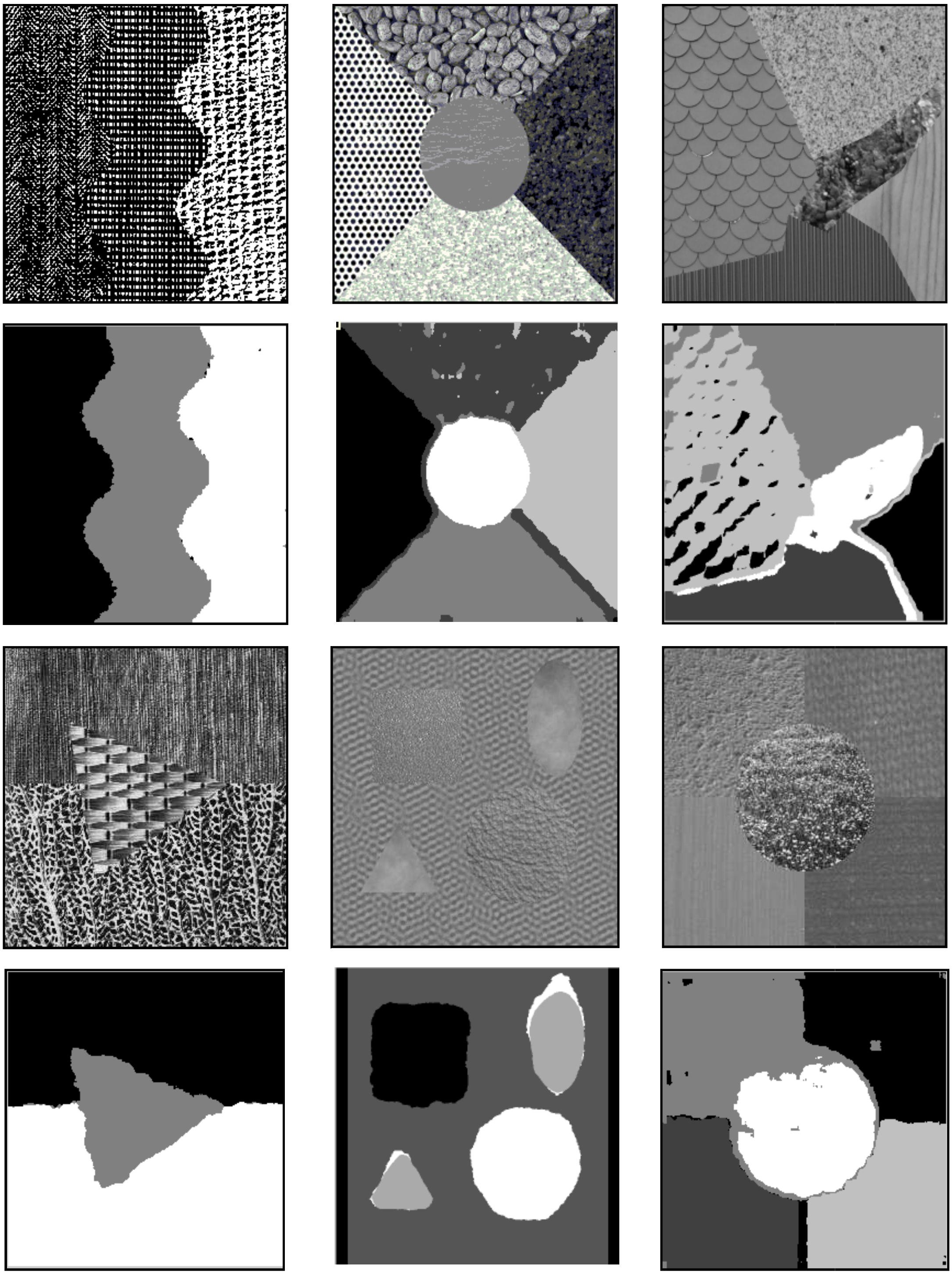


Figure 3.4: Images synthétiques segmentées par la méthode basée sur la transformée de Hermite

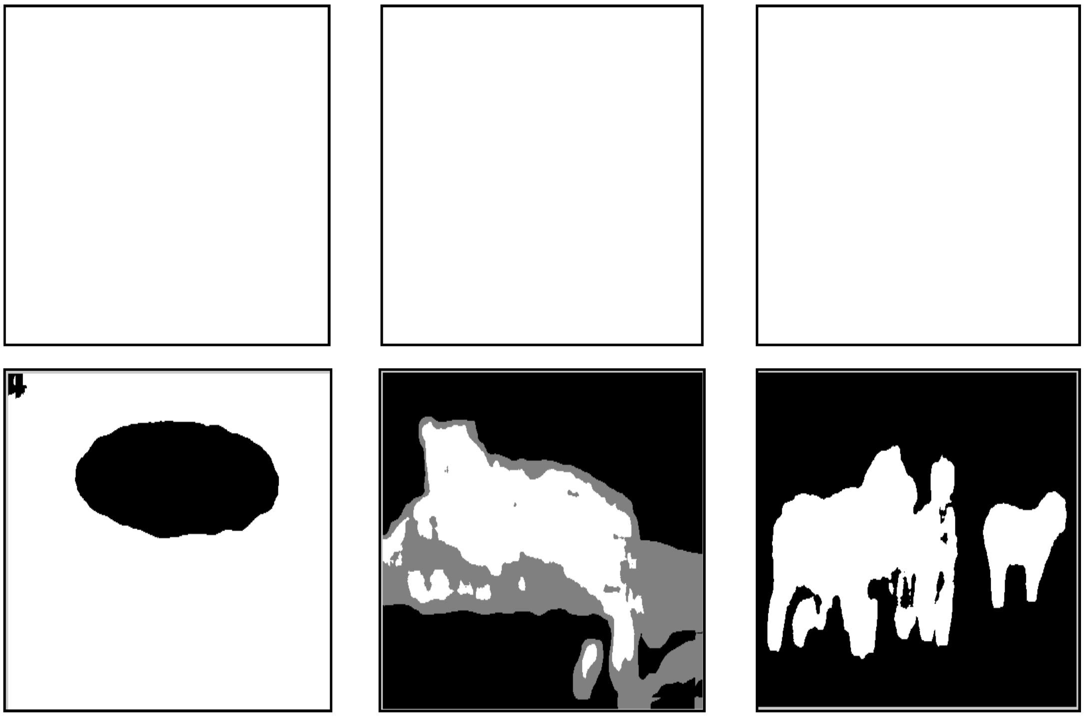


Figure 3.5 : Images réelles segmentées par la méthode basée sur la transformé de Hermite.

	Images synthétiques							Images réelles		
	1	2	3	4	5	6		1	2	3
Nombre de classes K	3	5	5	3	4	5		2	3	2
Ordre maximal N	2	2	2	2	3	2		2	2	2
Taille de la fenêtre de voisinage w	10	5	10	10	20	5		15	10	10
Ecart type σ	1	1	1	1	1	0.5		3	3	0.5

Tableau 3.3 : Paramètres de la méthode de segmentation utilisée pour segmenter les images synthétiques et réelles.

	Images synthétiques							Images réelles		
	1	2	3	4	5	6		1	2	3
Taux de classification %	99.26	97.48	73.18	-	-	-		99.46	90.69	-

Tableau 3.4 : variation de Taux de classification des images segmentées synthétiques et réelles.

Comme pour les trois images tests, la méthode de segmentation basée sur la transformée de Hermite fournit de bons taux de classification sur les images synthétiques et réelles qui sont composées de textures différentes occupant des régions de tailles et de formes variables. En effet, on peut constater sur les figures (3.4) et (3.5) que dans chaque image, les régions texturées sont bien détectées. Dans certains cas, les frontières entre des régions ayant des textures différentes sont bien délimitées (Fig. 3.4) alors que dans d'autres cas ces frontières sont détectés comme des régions qui s'intercalent entre les textures qu'elles délimitent. Finalement, tous les résultats de segmentation montrent que les attributs de textures extraits à partir des filtres de Hermite sont capables de discriminer des textures différentes.

3.4 Comparaison

Dans cette section, nous allons confronter les résultats de segmentation d'images texturées obtenus par les attributs texturaux extraits à partir des filtres Hermite avec ceux obtenus avec les filtres de Gabor. Notons que la méthode de segmentation basée sur les filtres de Gabor suit les mêmes étapes que celle proposée à savoir la phase d'extraction des attributs et la phase de regroupement. Si la deuxième phase est identique pour les deux méthodes, dans la première phase, la transformée de Gabor est appliquée à la place de la transformée de Hermite.

$$h(x,y) = exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{x^2}{\sigma_x^2}+\frac{y^2}{\sigma_y^2}\right)\right]\cos(2\pi(\mu_0 x+\nu_0 y)+\varphi) \qquad (3.5)$$

$h(x,y)$est un filtre de Gabor, à deux dimensions.

Où μ_0, ν_0et φ sont respectivement la fréquence et la phase de l'onde plane sinusoïdale

σ_x et σ_y caractérisent l'étendue spatiale du filtre.

En faisant varier les paramètres$(\sigma_x, \sigma_y, \mu_0, \nu_0)$ on peut obtenir déffèrents fitres.

Pour la comparaison les paramètres utilisés par la transformée de Gabor sont:

$\mu_0 = \nu_0 = U$ et $\sigma_x = \sigma_y = \sigma$ qui caractérisent l'étendue spatiale du filtre. Notons que U est équivalent à l'ordre maximal N de la transformée de Hermite et que le nombre de filtres utilisés est D = (U+1) (U+2)/2.

La comparaison est menée sur une image synthétique composée de quatre textures tirées de l'album de BRODATZ à savoir D25 et D36 et D66 et D81. Cette image est codée sur 8 bits et possède une taille de (256x256).

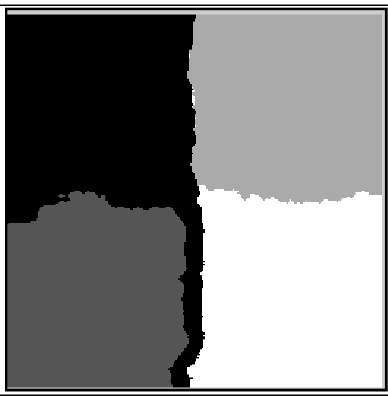
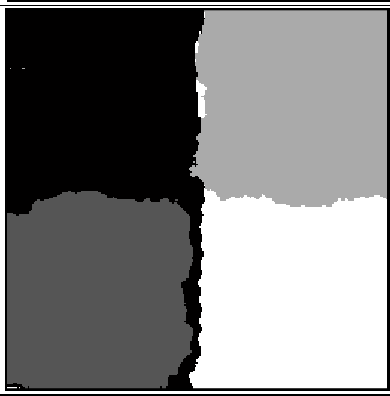
Les résultats de la segmentation de cette image à partir des attributs issus de la transformée de Hermite et ceux issus de la transformée de Gabor sont illustrés sur la figure (3.6). Le tableau (3.3) regroupe les taux de classification atteints par les deux types d'attributs ainsi que le temps de calcul consommé par chaque méthode.

La figure (3.7) montre également quelques images synthétiques segmentées par les deux méthodes.

Nombre de filtre utilisés	**Taille de la fenêtre de voisinage (W)**	**Temps de calcul des attributs de texture en(s)**		**Taux de classification en (%)**	
		Transformée de Hermite	**Filtres de Gabor**	**Transformée de Hermite**	**Filtres de Gabor**
2	5	6.56	9.36	93.80	82.62
	10	15.82	16.44	97.13	94.72
	15	30.20	30.88	97.64	**95.66**
	20	50.24	50.34	**97.66**	95.50
3	5	12.32	15.22	93.44	75.61
	10	28.62	30.04	97.66	95.76
	15	54.36	57.58	**98.38**	95.81
	20	89.21	95.33	98.09	**96.28**
4	5	18.36	24.34	95.03	79.09
	10	44.29	52.85	98.27	97.94
	15	84.48	89.97	**98.57**	98.27
	20	138.99	147.66	98.50	**98.29**
5	5	26.33	32.13	94.58	94.37
	10	64.08	74.62	98.50	98.67
	15	121.45	130.66	**98.83**	98.87
	20	199.62	209.30	98.67	**98.99**
6	5	35.80	45.32	95.09	94.95
	10	88.24	99.21	98.68	98.27
	15	166.23	177.36	**98.86**	**98.37**

	20	275.60	281.90	98.69	98.34
7	5	48.97	62.34	94.70	94.00
	10	115.89	130.68	98.45	**97.54**
	15	217.54	230.32	**98.68**	96.99
	20	351.93	365.04	98.47	96.46

Tableau 3.4 : Résultats de la segmentation de l'image de la figure (3.5) en utilisant les attributs de textures extraits par la méthode basée sur la transformée de Hermite et celle basée sur les filtres de Gabor.

N ou U		Filtres de Hermite		Filtres de Gabor
2	w=20, σ =1		w=15, σ =0.3	
3	w=15, σ =1		w=20, σ =0.3	
4	w=15, σ =1		w =20, σ =0.3	

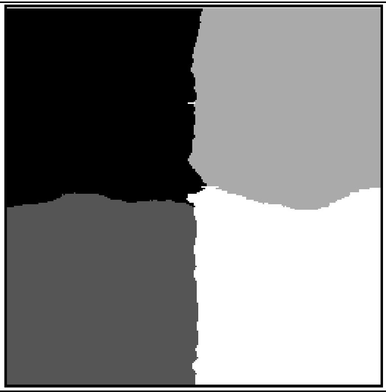
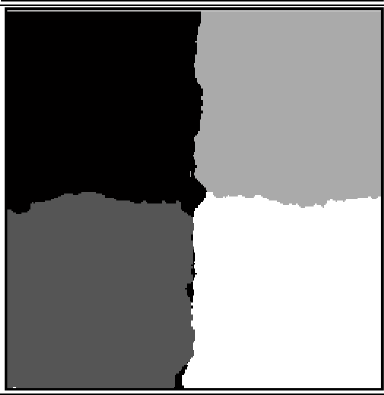
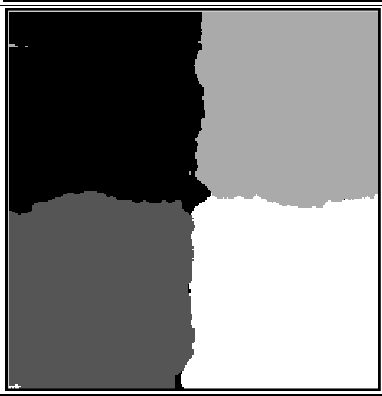
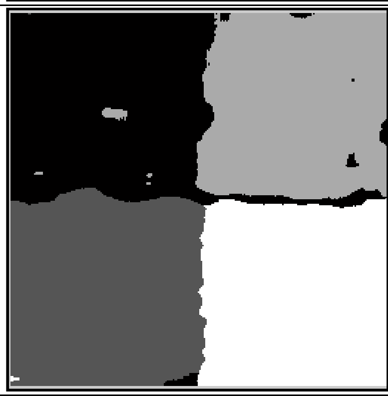
5	w=15, σ =1		w =20, σ =0.3	
6	w =15, σ =1		w =15, σ =0.3	
7	w=15, σ =1		w=10, σ =0.3	

Figure 3.6 : Images segmentées en utilisant les attributs de textures basés sur les filtres de Hermite et ceux basées sur les filtres de Gabor.

Les résultats affichés dans le tableau (3.3) montrent que pour un même nombre de filtres, la segmentation utilisant les attributs de texture issus de la transformée de Hermite est meilleur dans tous les cas (sauf pour N=5) que celle utilisant les attributs issus de la transformée de Gabor. Pour cette image, le meilleur taux de classification (98.99%) est obtenu avec les filtres de Gabor. Ce taux reste toute de même proche du celui obtenu avec les filtres de Hermite (98.86%).

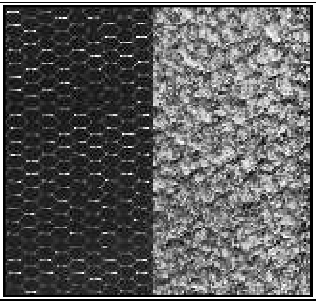
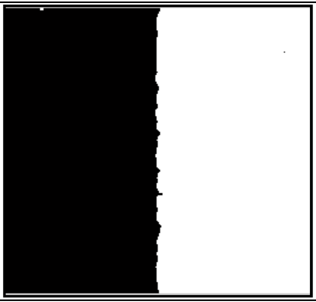
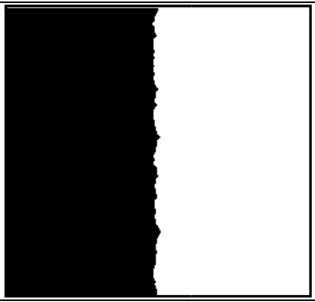
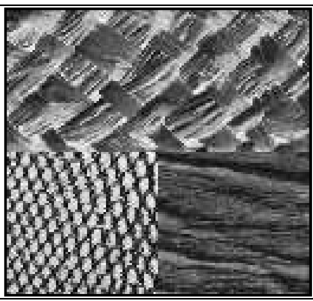
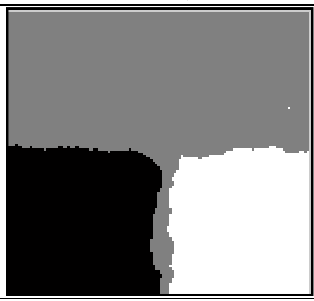
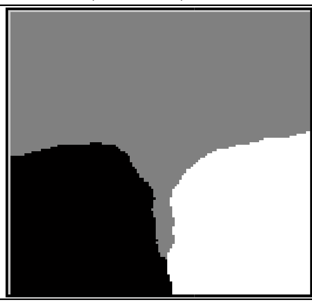
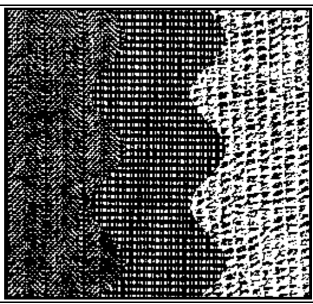
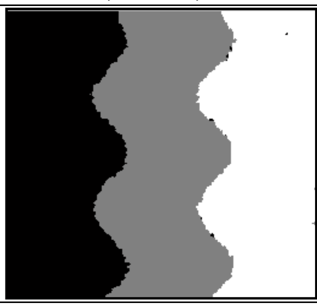
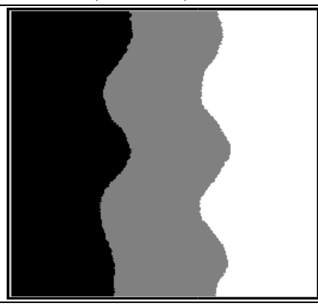
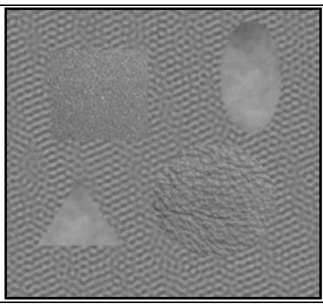
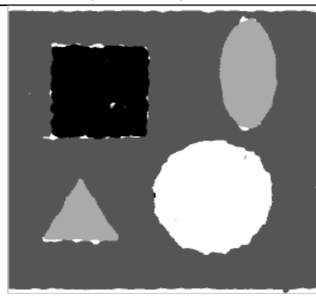
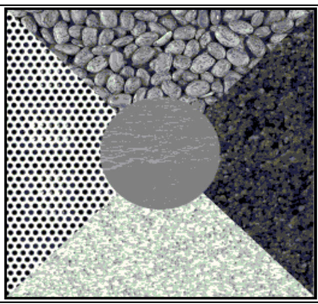
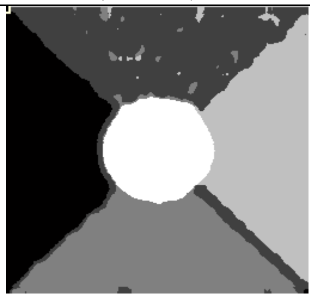
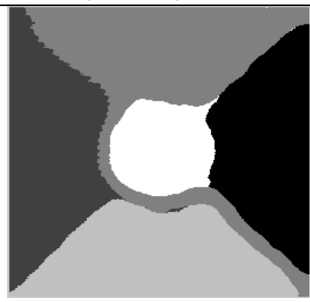
		
	N=2,W=3, σ=3	U=6,W=15, σ=0.3
		
	N=2,W=10, σ=1	U=5,W=10, σ=0.3
		
	N=2,W=10, σ=1	U=5,W=15, σ=0.3
		
	N=3,W=20, σ=1	U=4,W=10, σ=0.3
		
	N=2,W=5, σ=1	U=6,W=15, σ=0.3

Figure 3.7 : Images synthétiques segmentées par la méthode basée sur la transformée de Hermite (colonne 2) et celle basée sur les filtres de Gabor (colonne 3).

Les résultats obtenus sur la figure (3.7) confirment la qualité des images segmentées obtenus par les filtres de Hermite par rapport à la transformée de Gabor.

Concernant le temps de calcul, les résultats montrent que l’extraction des attributs de texture est plus rapide dans le cas de la transformée de Hermite que les filtres de Gabor.

3.5 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons montré comment extraire des attributs de texture à partir des images filtrées obtenues par l'application de la transformée de Hermite. Les attributs de texture issus de la transformée de Hermite sont intégrés dans une méthode de segmentation d'images en niveaux de gris. L'application de cette méthode sur plusieurs images (synthétiques et réelles) a donné de bons résultats de segmentation. Ces résultats démontrent de la capacité des attributs de texture issus de la transformée de Hermite à discriminer des textures différentes. Les résultats de segmentation obtenus par la méthode proposée ont aboutis à des résultats comparables avec à ceux obtenus les filtres de Gabor mais avec un temps de calcul plus faible.

Conclusion générale

Nous avons présenté dans ce mémoire une méthode de segmentation d'images texturées basée la transformée de Hermite.

La transformée de Hermite est une méthode d'analyse de texture temps fréquence. Elle correspond à une transformation locale du signal ou de l'image, en polynômes multipliés par une fonction Gaussienne. Pratiquement, elle est réalisée par des filtres linéaires. L'ensemble de ces filtres linéaires donne une représentation orthogonale correspondant aux dérivées de Gaussiennes où l'ordre maximale de la dérivée.

La transformée de Hermite a des avantages tels que elle est réversible et modélise les profils de champs réceptifs. De plus, elle constitue une base orthogonale et elle peut etre représentée d'une manière discrète, par les filtres de Krawtchouk.

Dans ce mémoire, nous avons exploité la transformée de Hermite afin d'extraire des attributs de texture pouvant caractériser correctement des textures.

Pour évaluer le degré discriminatoire de ces attributs, nous les avons intégrés dans un processus de segmentation des images texturées. La méthode proposée a été appliquée sur plusieurs images synthétiques et réelles. Les résultats de segmentation obtenus sont très encourageants et sont comparables à ceux obtenus par les filtres de Gabor mais avec un temps de calcul plus faible.

Comme perspectives, nous préconisons d'utiliser les filtres de Hermite orientés pour la segmentation des images texturées.

[1] A.Oukil . Analyse variographique, modélisation et synthèse de texture appliquées aux images numérique. Thèse de doctorat, Université des Sciences et de la Technologie Houari Boumediene, Algérie 2007.

[2] A.Barré et L. Dollet. Analyse de texture par Fourier, Illustration des cours de traitement des images. www.tsi.telecom-paristech.fr.

[3] I. Claude : Caractérisation et segmentation de textures sur la base de modèles autorégressifs à spatial adapté, Thèse de doctorat, Université de Technologie Troyes, France ,1997.

[4] H. Majdoulayane. Extraction de caractéristiques de texture pour la classification d'images satellites. Thèse de doctorat, Université de Toulouse, France ,2009.

[5] O .Hibon. Analyse d'image : caractérisation de textures d'image de gels lactés. Rapport de stage INRA, Université de Nantes, 2010.

[6] M . Tuceryan and A.K. Jain.Texture analysis.chapitre2.1,The Handbook of Pattern Recognition and Computer vision (2nd Edition), by C.H. Chen,L. L. Pau, P. S. P. Wang(eds),Word Scientific Publishing Co, pp.207-248,1998.

[7] M. Lehemel. Segmentation d'images texturées à partir des attributs fractals. Mémoire de Magister, Université de Mouloud Mammeri, Tizi Ouzou, Algérie, 2011.

[8] F. Amroun. Extraction de la composante texturée d'une image. Mémoire de Magister, Université de Mouloud Mammeri, Tizi Ouzou, Algérie, 2013.

[9] R.M. Haralick. Statistical and structural approetres to texture. Procedings of the IEEE, vol .67 Mai 1979.

[10] S.Gada. Décomposition Modale Empirique Application à l'analyse de la texture. Mémoire de magister, Université de Mouloud Mammeri, Tizi Ouzou, Algérie,2013.

[11] L. Houam : Contribution à l'analyse de textures de radiographies osseuses pour le diagnostic précoce de l'ostéoporose. Thèse de doctorat, Université d'Orleans, 2013.

[12] B. Dolez : Labellisation d'images par méthodes fractals. Thèse de doctorat Université de Paris Descartes,2012.

[13] A. Porebski . Sélection d'attributs de texture couleur pour la classification d'images. Application à l'identification de défauts sur les décors verriers imprimés par sérigraphie, Thèse de doctorat, Université de Lille 1, France, 2009.

[14] S.G Mallat. A theory for multi-resolution signal decomposition: the wavelet representation. IEEE. Transaction on pattern Analysis and Machine Inteligence, 1980.

[15] N.E Huang and S.S.P Shen. Hilbert Hung Transform. Methode and its applications to geophysical studies. Rev Geophysics, Vol 46,pp 1-23, 2008.

[16] O. Abdeli. Segmentation d'image par seuillage d'histogramme bidimensionnel. Mémoire de Magister. UMMTO.2011.

[17] J.P .Cocquerez et S.Philipp: Analyse d'images : filtrage et segmentation, Ed. Masson, Paris,1995.

[18] M. Sahbani, K. Hamruni . Segmentation d'image texturées par transformée en ondelettes et classification C-moyenne floue. 3rd International Conference: Sciences of Electronic, Technologies of Information and Telecommunications, Tunisia, 2005.

[19] M. Meliani. Segmentation d'image par Coopération. Régions- Contours. Mémoire de Magister, Ecole Nationale Supérieur en Informatique. Algérie, 2012.

[20] A. Dirami. Segmentation d'images bruitées utilisant la dérivé topologique. Thèse de Doctorat, Tizi Ouzou, Algérie, 2013.

[21] J.B. Martens. The Hermite Transforme: A Survey. Hindawi publishing corporation EURASIP Journal on Applied signal Processing volume, pp 1-20,2006.

[22] J.B. Martens. The Hermite Transforme –Theory, IEEE Transation on Acoustics Sppech and Signal Processing, vol 38,pp no 9, 1990.

[23] J. B. Martens .The Hermite Transforme –Applications. IEEE Transation on Acoustics Speech and Signal processing, Vol. 38, no 9, pp1607-1618, 1990.

[24] C.J.R.Moreno . Contribution à la caractérisation des images par transformée polynomiale : application à l'indexation des images et des vidéos. Thèse de doctorat, Institut National des Sciences Appliquées de Lyon, 2005.

[25] G. Leibon et autres. A fast Hermite transform .Theoretical Computer Science,vol. 409 pp. 211_228,2008.

[26] B. E. Ramierz. The Hermite Transforme as an efficient model for local image analysis : an application to medical image fusion . Computers and Electrical Engineering ,vol. 34, pp. 99-110, 2008.

[27] A. E. Romero and B. E. Ramirez. Rotation-invariant texture features from the steered Hermite transform. Pattern Recognition Letters, Vol. 32, pp. 2150–2162, 2011.

[28] A. E. Romero and B. E. Ramierz.The Hermite Transforme: An Alternative Image Representation Model for Iris Recongnition, progress in Pattern Recongnition, image Analysis and Applications, CIARP, pp. 86-93, Cuba, 2008.

[29] I. Asim et autres. Writer Identification using streed Hermite Features and SVM .IEEE.Document Analysis and Recognition,vol.2,pp.839-843,2007.

[30] A. M. V Dijk et J.B. Martens. Image representation and compression with steered Hermite transforms. Signal Processing, Vol. 56, pp. l-16, 1997.

[31] R. Gopalakrishnan et D. H. Mugler. The Evolution of the Hermite Transform in Biomedical Applications, IGIglobal : Intelligent Medical Teechnologies and Biomedical Engineering, pp. 260-278,2010.

[32] S. Ferdowsi et autres . A hybrid ICA-Hermite transform for removal of ballistocadiogram from EEG., 20th European Signal Processing Conference, Bucharest, Romania, August 27 - 31,2012.

[33] M.A. Author. Fast Computation and Applications to Ischemic Detection from Electrocardiograms of the Dilated, Discrete Hermite Transform, IEEE :Bioengineering conference, pp. 1-2,2009.

[34] B. E. Ramirez. The Hermite transform as an efficient model for local image analysis: An application to medical image fusion. Computers and Electrical Engineering, Vol. 34, pp. 99–110, 2008.

[35] B. E. Ramirez, A. Lopez-Caloca. Image fusion with The Hermite transforms, IEEE, vol. 03, pp. 145-155,2003.

[36] B. E. Ramirez and J.-B. Martens. Noise reduction in computerized tomography images by means of polynomial transforms. Journal of Visual Communication and Image Representation, Vol. 3, pp. 272–285, 1992.

[37] J.-B. Martens. Adaptive contrast enhancement through residue-image processing. Signal Processing, Vol. 44, no. 1, pp. 1–18, 1995.

[38] A. E. Romero and B. E. Ramirez: Classification of Low level visual texture Features Based on the Hermite transforme . 7 ieme Conference international, 2011.

[39] A. E. Romero et autres. Texture analysis based on Hermite Transforme for image Classification and segmentation,SPIE proceedings, vol.8436,2012.