

République algérienne démocratique et populaire
Ministère de l'enseignement supérieur et la recherche scientifique

Université Mouloud Memmeri Tizi-Ouzou
Département génie de la construction
Faculté de génie civil



MEMOIRE DE MASTER

Spécialité : génie civil

Option : structure

Thème

**Approche microstructurale du fluage
inter-granulaire des bétons
bitumineux**

Réalisé par:

HADDAD Hakim

encadré par :

D^r GHOUILEM Kamel

Promotion : 2014/2015

Remerciements

Avant tout, je remercie le bon dieu de m'avoir donné le courage, la volonté et la santé afin de mener à bien ce projet de fin d'étude.

Mes sincères remerciements et ma profonde reconnaissance à mon promoteur, Monsieur GHOUILEM KAMEL , pour ses précieux conseils, sa confiance et pour l'opportunité qu'il ma offert de m'initier au monde de la recherche.

Je tiens à remercier chaleureusement les membres du jury, qui ont donné de leur temps pour examiner et évaluer ce mémoire.

Une pensée reconnaissante va enfin à ma grande famille en particulier ma chère mère, et mon père.

A vous tous merci.

Dédicaces

En signe de respect et de reconnaissance,

Je dédie ce travail à

Mes chers parents

A mes frères et mes sœurs, à

Toute la famille HADDAD,

Tous mes amis (es),

Mes camarades de promotion.

Chapitre 1

Etude bibliographique

Plan du chapitre 1

1.1 Introduction	2
1.2 Généralités sur les matériaux bitumineux	2
1.2.1 Origine et fabrication des bitumes	2
1.2.2 Comportement thermomécanique des liants et des enrobés bitumineux.....	3
1.2.2.1 Composition chimique et structure des bitumes	3
1.3 Généralités sur les enrobés hydrocarboné	4
1.3.1 Définition	4
1.3.2 Teneur en liant.....	4
1.3.3 Effet de la température	5
1.4 Méthode de détermination des propriétés mécaniques des matériaux bitumineux.....	6
1.4.1 Classification selon le type d'interprétation considéré.....	6
1.4.2 Classification selon l'état de contrainte et de déformation.....	7
1.5 Propriétés rhéologiques des liants bitumineux.....	7
1.5.1 Classes de comportement des bitumes purs en fonction de η et T.....	8
1.5.2 Les caractéristiques classiques	8
1.5.2.1 Pénétrabilité (NF T 66-004).....	8
1.5.2.2 Point de ramollissement Bille Anneau (NF T 66-008).....	9
1.5.2.3 Température de fragilité FRAASS (NF T 66-006).....	9
1.5.2.4 Essai RTFOT "Rolling Thin Film Oven Test" (NF T 66-032)	10
1.5.2.5 L'essai PAV "Pressure Aging Vessel"	10
1.5.3 Caractérisation des propriétés rhéologiques du liant dans le domaine linéaire (VEL)	11
1.5.3.1 Définition d'un corps viscoélastique	11
1.5.3.2 Définition d'un corps viscoélastique linéaire	11
1.5.3.3 Fonction de fluage et fonction de relaxation	12
a. Fonction de fluage.....	12
b. Fonction de relaxation	13
1.5.3.4 Calcul opérationnel.....	13
1.5.3.5 Module complexe E^* (mode fréquentiel)	14
Principe d'équivalence temps-température (PETT)	15
1.6 Conclusion	17

Chapitre 2

Essais de fluage

Plan de Chapitre 2

2. 1 Introduction.....	19
2.2 Réalisation d'un essai de fluage	20
2.2.1 Machines	21
2.2.2 Mesure des déformations	22
2.2.3 Mise en charge et suivi de l'essai	23
2.2.4 Présentation des résultats.....	23
2.2.4.1 Pour un essai.....	23
2.2.4.2 Pour un faisceau d'essais.....	23
2.2.4.3 Effets de la température et de la contrainte sur le comportement en fluage	24
2.3. Mécanismes de fluage. Effet de la microstructure du matériau.....	24
2.3.1 Mécanismes à basses températures	24
2.3.2 Mécanismes à hautes températures.....	25
2.3.3 Cas particulier du microfluage.....	25
2.3.4 Cavitation lors du fluage tertiaire et rupture	26
2.3.5 Effets de la taille de grain sur le comportement en fluage	27
2.4. Descriptions mathématiques du fluage et lois de comportement	27
2.4.1 Variations de $\dot{\epsilon}$ et de ϵ avec le temps	27
2.4.2 Variation de $\dot{\epsilon}$ avec la température.....	28
2.4.3 Variation de $\dot{\epsilon}$ avec la contrainte	29
2.4.3.1 Cas des faibles contraintes	30

Chapitre 3

Introduction a la méthode des éléments finis

Plan du Chapitre 3

3.1 Introduction.....	32
3.2 Calculs de déplacements nodaux et forces nodales :	36
3.3 Fonctions de déplacements :.....	37
3.4 Contraintes et déformations	38
3.5 Détermination de la matrice de rigidité.....	39
3.6 Assemblage des éléments :	43
3.7 Conclusion	46

Chapitre 4

Validation numérique

Plan du Chapitre 4

4 .1 Introduction.....	48
4.2 Procédures de modélisation.....	48
4.3 Définir les propriétés physiques de l'élément	49
4.4. Procédure de modélisation du fluage par Ansys.....	50
4.5. Validation Numérique	52
4.5.1. Discrétisation de la structure	54
4.6 L'analyse	55
4.7. Résultats et discussions.....	55
4.7.1. Contrainte de Von Mises	57
4.7.2. Déformations au fluage.....	59
4.8 Conclusion	60

Introduction générale

Un enrobé bitumineux est un mélange de graviers, de sables, de fines et de liant, appliqués en une ou plusieurs couches, pour constituer le revêtement des chaussées, des trottoirs, des zones de stationnement... La présence de sable en quantité plus ou moins importante permettra de favoriser la perméabilité du revêtement. Il s'agit d'un matériau compacté lors de sa mise en œuvre. Il est plus ou moins rugueux en fonction de la taille du granulat utilisé.

Les déformations différées jouent un rôle très important dans le dimensionnement des structures et leurs comportements à long terme. Une mauvaise évaluation des déformations dues au fluage et au retrait pourrait avoir des conséquences néfastes sur l'ouvrage. Les travaux de recherches effectués sur le fluage des enrobés bitumineux durant ces dernières années ont beaucoup contribué à améliorer les connaissances dans ce domaine et ont permis l'établissement de modèles plus au moins représentatifs.

Le comportement mécanique en contrainte-déformation des bitumes et enrobés dépend des conditions de chargement « thermiques et mécaniques), comme il dépend aussi de son histoire (thermique et mécanique). Il apparaît donc nécessaire d'approfondir les connaissances concernant les propriétés des bitumes et enrobés, ainsi que leur évolution dans le temps, qui permettra à terme de formuler des enrobés durable dans leur environnement climatique et suffisamment performant face aux exigences modernes. Le bitume confère à l'enrobé sa flexibilité et sa capacité à résister à certaines dégradations causées par plusieurs facteurs dont le trafic, les conditions climatiques du site.

Les bétons bitumineux sont des matériaux imperméables. Leur formulation et leur aspect en font un matériau fermé ce qui signifie que leur surface est entièrement composée de granulats et de liant sans aucun espace entre les particules. Ils restent cependant des matériaux rugueux. C'est le revêtement classique des chaussées et des trottoirs. Pour ces derniers et en milieu urbain, l'asphalte est aussi très utilisé. Constitué d'un liant bitumineux noir, il peut être clair avec un liant bitumineux sans asphaltène. Il sera privilégié pour l'utilisation sur des espaces modes doux. Aujourd'hui, environ 90% des enrobés sont réalisés avec des liants bitumineux noirs. La formulation des bétons bitumineux diffère selon le type d'usages qu'ils supportent. D'une part, le choix d'une structure adaptée est essentiel, d'autre part, la teneur en liant, la fraction des granulats, l'ajout d'adjuvant et l'épaisseur d'application permettent de répondre aux sollicitations attendues. Suivant ces caractéristiques, on parlera de structure légère, lourde ou super lourde.

Ce mémoire comporte quatre chapitres :

Le premier chapitre est entièrement consacré à une étude bibliographique sur la rhéologie et les propriétés thermo-mécaniques des bitumes (purs ou modifiés), des mastics et des enrobés bitumineux, afin d'établir le cadre général de cette étude. Quelques modèles rhéologiques pour les matériaux bitumineux, issus de la littérature, sont présentés en fin de chapitre.

Introduction générale

Le deuxième chapitre présente l'ensemble des modèles et les différents stades de fluage. Il s'agit en particulier des trois étapes de fluage à savoir « fluage primaire », « fluage secondaire » et « fluage tertiaire », ou nous avons exposés les différentes lois régissant ces étapes

Le troisième chapitre est consacré à la présentation de la méthode des éléments finis.

Le quatrième consiste à une validation numérique, présentant notre problème étudié et définition de logiciel ANSYS. Ce chapitre illustre les résultats obtenus à partir d'une simulation numérique du fluage sur un modèle réduit d'un matériau de béton bitumineux

Enfin, on termine avec une conclusion générale.

Chapitre 1

Etude bibliographique

Plan du chapitre 1

1.1 Introduction	2
1.2 Généralités sur les matériaux bitumineux	2
1.2.1 Origine et fabrication des bitumes	2
1.2.2 Comportement thermomécanique des liants et des enrobés bitumineux.....	3
1.2.2.1 Composition chimique et structure des bitumes	3
1.3 Généralités sur les enrobés hydrocarboné	4
1.3.1 Définition	4
1.3.2 Teneur en liant.....	4
1.3.3 Effet de la température	5
1.4 Méthode de détermination des propriétés mécaniques des matériaux bitumineux.....	6
1.4.1 Classification selon le type d'interprétation considéré.....	6
1.4.2 Classification selon l'état de contrainte et de déformation.....	7
1.5 Propriétés rhéologiques des liants bitumineux.....	7
1.5.1 Classes de comportement des bitumes purs en fonction de η et T.....	8
1.5.2 Les caractéristiques classiques	8
1.5.2.1 Pénétrabilité (NF T 66-004).....	8
1.5.2.2 Point de ramollissement Bille Anneau (NF T 66-008).....	9
1.5.2.3 Température de fragilité FRAASS (NF T 66-006).....	9
1.5.2.4 Essai RTFOT "Rolling Thin Film Oven Test" (NF T 66-032)	10
1.5.2.5 L'essai PAV "Pressure Aging Vessel"	10
1.5.3 Caractérisation des propriétés rhéologiques du liant dans le domaine linéaire (VEL)	11
1.5.3.1 Définition d'un corps viscoélastique	11
1.5.3.2 Définition d'un corps viscoélastique linéaire	11
1.5.3.3 Fonction de fluage et fonction de relaxation	12
a. Fonction de fluage.....	12
b. Fonction de relaxation	13
1.5.3.4 Calcul opérationnel.....	13
1.5.3.5 Module complexe E^* (mode fréquentiel)	14
Principe d'équivalence temps-température (PETT)	15
1.6 Conclusion	17

1.1 Introduction

Ce chapitre résume les connaissances acquises à ce jour sur les propriétés des matériaux bitumineux afin d'établir le cadre général de cette étude. Tout d'abord, nous présentons brièvement quelques généralités sur l'origine, la fabrication, la composition, ainsi que la structure des bitumes et des enrobés bitumineux. Quelques propriétés des enrobés sont alors introduites. Il s'agit en particulier d'étudier l'influence de différents paramètres tels que la nature et la teneur en liant ou en filler, ainsi que l'influence du chargement et de la température sur les propriétés des enrobés bitumineux. Ensuite, les propriétés rhéologiques des bitumes, des mastics et des enrobés sont abordées, ainsi que leurs principaux essais de caractérisation.

1.2 Généralités sur les matériaux bitumineux

1.2.1 Origine et fabrication des bitumes

Les bitumes sont surtout composés de carbone et d'hydrogène, d'où leur nom d'hydrocarbure. Le bitume est utilisé dans l'industrie pour ses propriétés d'étanchéité et d'isolation (thermique et acoustique). Néanmoins, les applications routières sont les plus nombreuses puisque, en effet, 90% de la production de bitume est utilisée sous forme d'enrobés et d'enduits superficiels. En outre, il convient de distinguer les termes de bitume et de liant hydrocarboné trop souvent confondus. En effet, le liant hydrocarboné peut être bitumineux, goudronneux, à base de bitume fluidifié. Concernant les principaux modes de fabrication des bitumes, citons la distillation en raffinerie des pétroles bruts lourds contenant suffisamment de fractions lourdes pour produire du bitume. La première étape de ce processus consiste en une distillation atmosphérique qui permet de séparer les fractions légères du pétrole (essences, kérosène, gaz) des fractions lourdes, ces dernières étant ensuite distillées sous vide pour produire fuels, huiles et bitume.

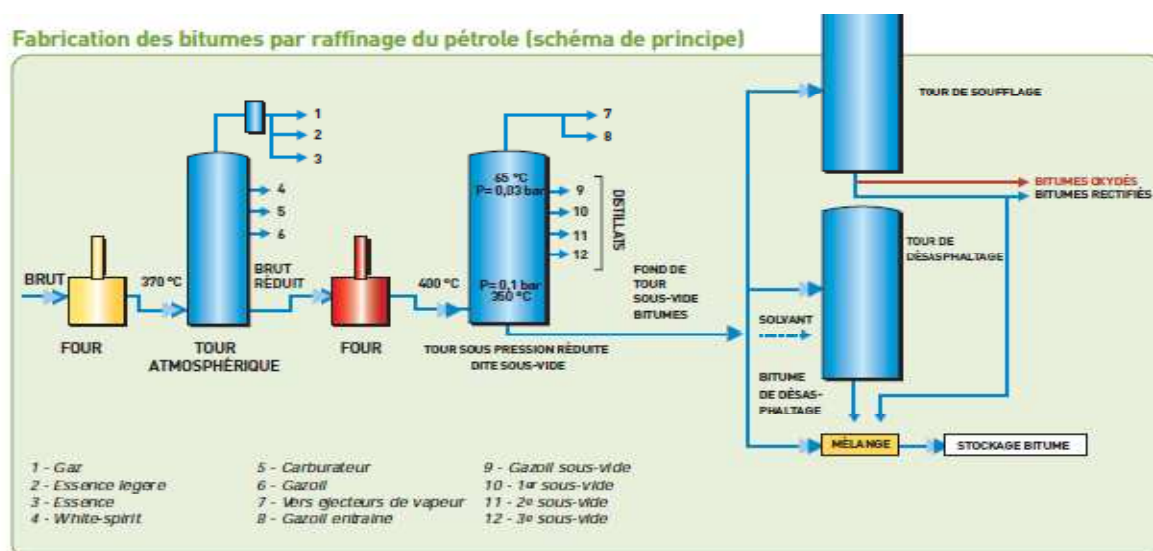


Fig 1.1 Fabrication des bitumes par raffinage du pétrole

1.2.2 Comportement thermomécanique des liants et des enrobés bitumineux

Outre la distillation, citons encore les procédés de soufflage des asphaltages. Le premier procédé consiste à oxyder les résidus sous vide par soufflage d'air chaud à 250 °C. Le deuxième procédé est, quant à lui, utilisé pour des résidus sous vide ayant une teneur en fractions lubrifiantes trop importante et consiste à traverser le résidu sous vide par un courant ascendant de solvant : la différence de solubilité des fractions bitumineuses vis-à-vis du solvant employé permet alors d'obtenir le bitume souhaité.

1.2.2.1 Composition chimique et structure des bitumes

On distingue deux grandes familles de composés du bitume : les asphaltènes et les maltènes. Les asphaltènes sont composés essentiellement d'hydrogène et de carbone et se présentent sous la forme d'un "solide" friable brun à noir. Généralement, les bitumes comportent 10 à 20% en poids d'asphaltènes. Quant aux maltènes, ils sont constitués principalement d'huiles saturées, d'huiles aromatiques et de résines. L'ensemble forme un système colloïdal constitué par une suspension de micelles d'asphaltènespeptisés par les résines dans un milieu huileux (Figure I.2). En effet, les résines s'absorbent sur les asphaltènes et permettent leur dispersion dans le mélange huileux (hydrocarbures aromatiques et saturés). On dit qu'il y a peptisation. Les aromatiques assurent le rôle de solvant, tandis que les saturés assurent le rôle de floculant.

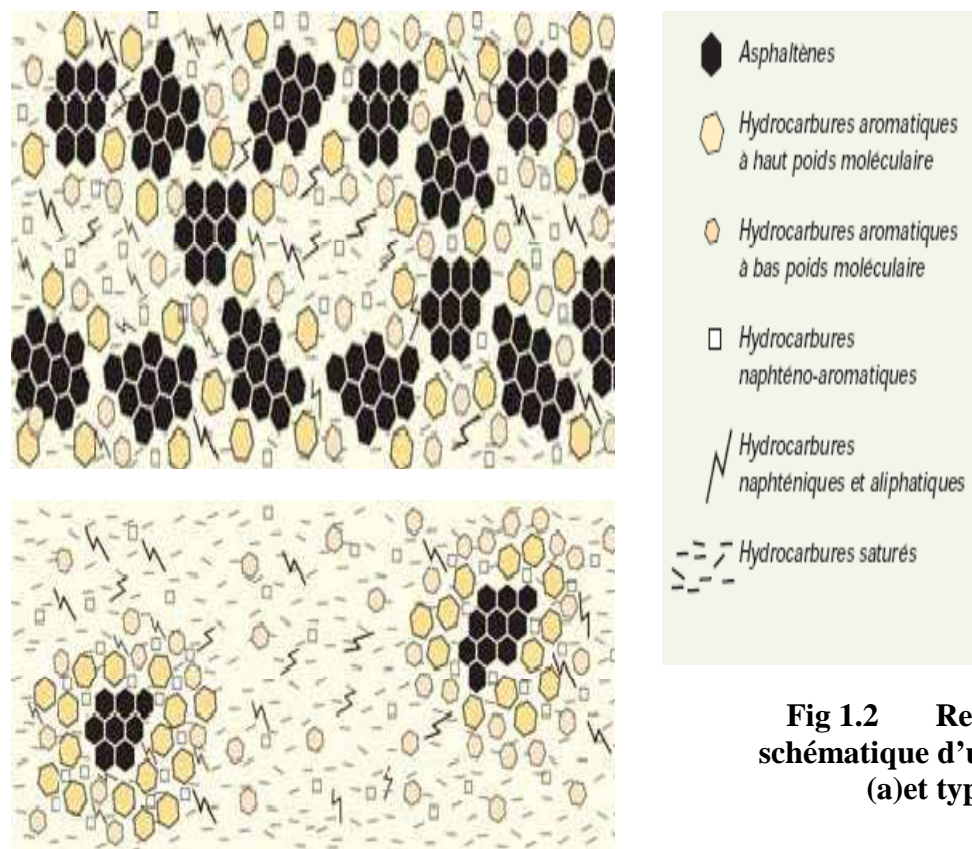


Fig 1.2 Représentation schématique d'un bitume type gel (a) et type "sol" (b)

La dispersion des agglomérats d'asphaltènes est plus ou moins forte selon la composition de la phase maltène (huiles + résines) : la structure du bitume est, en effet, différente selon que les asphaltènes forment un réseau flocculé, baignant dans un milieu dispersant faiblement

structuré par les résines. Dans ce cas, on parle de structure “gel” (élastoplastique). Dans le cas d’une structure où les asphaltènes forment une suspension diluée et bien stabilisée dans un milieu dispersant fortement structuré par les résines, les asphaltènes ne peuvent interagir, on parle alors de structure type “sol” (visqueuse) [1] et une classe intermédiaire, appelée “sol-gel”, correspond aux bitumes intermédiaires. La figure I.3 suivante illustre le schéma de séparation chimique des constituants du bitume.

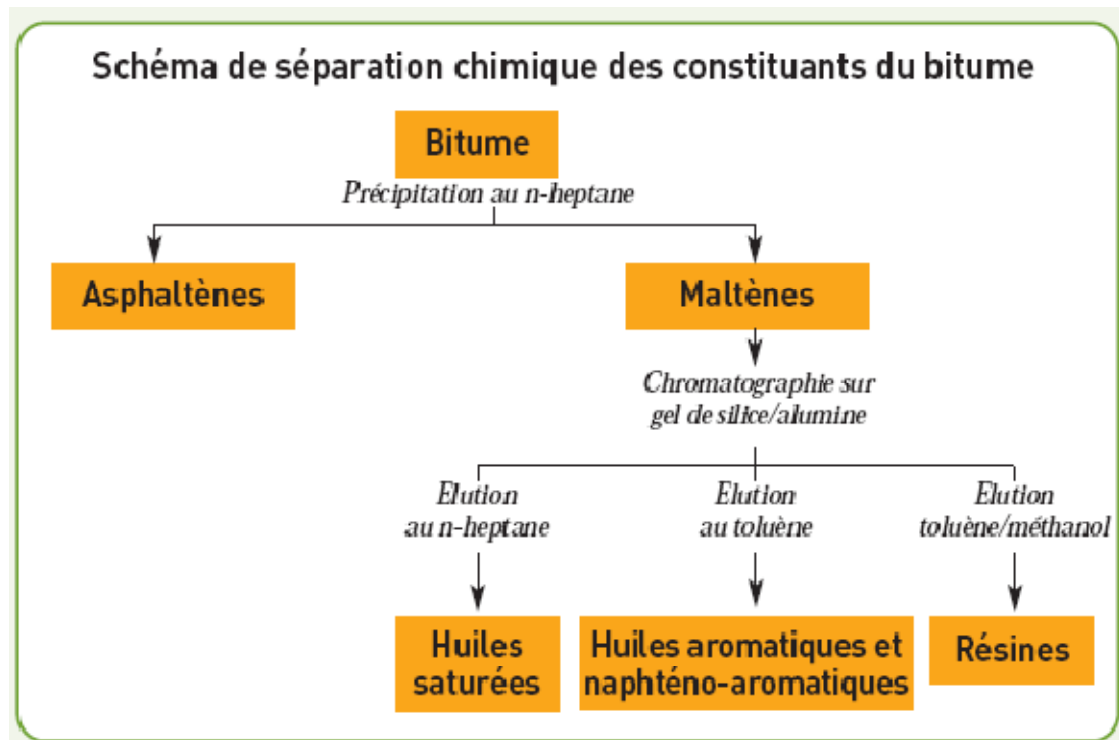


Fig 1.3 Schéma de séparation chimique des constituants du bitume

1.3 Généralités sur les enrobés hydrocarboné

1.3.1 Définition

On appelle enrobé hydrocarboné tout mélange de granulats et de liant hydrocarboné. Le terme est donc plus général que celui de béton bitumineux puisqu’il inclut les mélanges dont le liant n’est pas forcément un bitume (goudron, liant à base de bitume fluidifié...). Un enrobé bitumineux est défini comme un mélange de liant bitumineux (5 à 7 % en masse), d’agrégats et de fines (passant à 80 μm) –les fines étant également appelées “filler”. L’obtention des enrobés par mélange des granulats et du bitume fait appel à des propriétés bien spécifiques aux liants hydrocarbonés en général et donc au bitume en particulier.

1.3.2 Teneur en liant

Le liant bitumineux transmet naturellement son comportement viscoélastique à l’enrobé. Il faut donc définir une teneur en liant optimale afin d’assurer la cohésion du mélange et le bon enrobage de tous les grains du mélange par un film mince de bitume, et ce, tout en évitant des problèmes de fluage et d’orniérage trop prononcés à haute température (dans le cas d’une trop forte teneur en bitume). Pour déterminer cette teneur en liant optimale, on introduit la notion de surface spécifique des granulats (Fontana et al., 1998), notée Σ et exprimée en m^2/kg , c’est-

à-dire la surface développée qu'auraient les granulats assimilés à des sphères [60]. Pour un mélange granulométrique donné, la formule suivante permet d'avoir une approximation de la surface spécifique Σ :

$$100\Sigma = 0.17G + 0.33g + 2.3S + 135f \quad 1-1$$

Avec :

- G : pourcentage de gros gravillons ($\emptyset > 11$)
- g : pourcentage de petits gravillons ($\emptyset 6/11$)
- S : pourcentage de gros sable ($\emptyset 0,3/6$)
- s : pourcentage de sable fin ($\emptyset 0,08/0,3$)
- f : pourcentage de filler ($\emptyset < 0,08$)

On voit que le pourcentage de filler est prépondérant en ce qui concerne la surface spécifique et donc la teneur en liant. Dans certains cas, on utilise la formule simplifiée suivante :

$$\Sigma = 2.5 + 1.3 f \quad 1-2$$

La teneur en liant optimale, fonction de la surface spécifique des granulats, est donnée par la formule expérimentale suivante :

$$P = \alpha k^5 \sqrt{\Sigma} \quad 1-3$$

avec : p : teneur en liant (%)

- α : facteur dépendant du type de granulats (2,65/masse volumique des granulats)
- Σ : surface spécifique des granulats (m^2/kg)
- k : module de richesse (k variant de 2,75 pour les enrobés donnant le maximum de résistance à la déformation, à 3,5 pour les enrobés les plus souples)

Plus globalement, la teneur en liant à retenir peut être définie à partir d'une étude en laboratoire tenant compte du trafic, de l'épaisseur de la couche d'enrobé, des compacités in situ exigées et de l'usage envisagé de la chaussée. En particulier, dans le cas d'un trafic Poids Lourds important –supérieur à 200 PL/j- la teneur en bitume doit diminuer.

1.3.3 Effet de la température

A basse température le bitume possède un comportement fragile. Le béton bitumineux est, par voie de conséquence, susceptible de se fissurer sous l'effet conjugué des conditions climatiques et des contraintes de trafic. Cependant, la fissuration thermique peut être facilement évitée à basse température si l'on utilise un bitume de grade élevé, c'est-à-dire un bitume moins "dur", et donc moins "cassant" à basse température.

Néanmoins, un bitume de grade trop élevé se révèle néfaste vis-à-vis des problèmes d'orniérage (déformations permanentes de la chaussée) à température élevée. Le bitume idéal doit donc être à la fois le moins susceptible possible aux phénomènes de fissuration thermique (à basse température) et d'orniérage (à température élevée). Plus simplement, on doit donc

exiger des enrobés deux qualités principales en rapport direct avec la dépendance du liant utilisé vis-à-vis de la température :

- la stabilité, i.e. la résistance à la déformation permanente qui est aggravée à haute température
- la flexibilité, soit l'aptitude à supporter sans fissures thermiques les basses températures.

Ces conditions ont notamment amené les différents groupes pétroliers à développer de nouveaux bitumes pour couvrir ce large intervalle de température (-30°C à 60°C) : les bitumes modifiés aux polymères.

1.4 Méthode de détermination des propriétés mécaniques des matériaux bitumineux

Les propriétés mécaniques des matériaux bitumineux peuvent être déduites de l'analyse des résultats d'essais de laboratoire. Ces essais, normalisés lorsqu'ils servent au dimensionnement, sont effectués dans des conditions bien définies de température et sollicitation. Ils sont réalisés sur des éprouvettes confectionnées en laboratoire ou éventuellement prélevées sur place.

Les essais de caractérisation des propriétés mécaniques des matériaux bitumineux sont nombreux et divers, il est néanmoins possible de les classer en différentes catégories. Une première classification en trois catégories qui est plus liée à l'interprétation de l'essai qu'à sa nature, est proposée par Bonnot en 1973 et en 1984 [6]. [7]. Une seconde classification proposée par Di Benedetto (1990), introduit deux catégories d'essai : les essais homogènes et les essais non homogènes [9].

1.4.1 Classification selon le type d'interprétation considéré

La première catégorie est celle des "essais empiriques" dans lesquels le mode de sollicitation est très différent de celui existant dans la chaussée. Ces essais ne permettent pas de déterminer une propriété intrinsèque du matériau. La relation entre la propriété d'usage et le résultat de l'essai ne peut pas être déterminée de façon théorique. Seule l'expérience du praticien et des comparaisons pour de nombreux cas permettent de tirer des conclusions. La propriété d'usage est fonction de paramètres liés au matériau (sa composition) et de paramètres liés à l'usage (les charges, la température, la vitesse de circulation). Pour la propriété d'usage "résistance à l'orniérage", l'exemple type d'essai de cette catégorie est l'essai Marshall.

De plus, les "essais empiriques" ne peuvent être considérés comme valables que si on a l'assurance que le classement obtenu pour les matériaux est le même que celui qui se produit dans la chaussée sous l'effet des sollicitations réelles, au moins pour une gamme donnée de sollicitation. Cependant, ces essais se sont révélés insuffisants pour traduire correctement la réalité des conditions de travail d'une structure et prédire le comportement in-situ des matériaux innovants utilisant notamment des Bitumes Modifiés par des Polymères (BMP).

La deuxième catégorie correspond aux "essais de simulation". Cette catégorie d'essai correspond à une première voie pouvant être suivie afin d'améliorer la représentativité des essais. Il s'agit d'utiliser des sollicitations les plus proches possibles, bien qu'à l'échelle

réduite, de celles existant dans la chaussée. Malheureusement, ces essais restent empiriques car les sollicitations appliquées dans ces essais sous charge roulante sont suffisamment complexes, notamment quant aux conditions aux limites, pour qu'il ne soit pas possible d'en déduire de façon théorique la réponse aux sollicitations réelles.

La troisième catégorie d'essai est celle des "essais de détermination". Elle correspond à une voie toute différente suivie pour assurer la représentativité des essais. Elle consiste à les choisir de telle sorte que l'on puisse passer, par une méthode théorique, de leurs résultats à la propriété d'usage désirée. Cela nécessite une modélisation de la structure de la chaussée et la connaissance des lois de comportement de l'enrobé ; cette modélisation et ces lois peuvent d'ailleurs être seulement approchées. Ces essais utilisent des sollicitations simples, parfaitement définies, et permettent de déterminer les propriétés intrinsèques des matériaux, c'est-à-dire indépendantes des conditions d'essai. Cette voie semble la plus prometteuse.

1.4.2 Classification selon l'état de contrainte et de déformation

Les différents essais existants sur les matériaux bitumineux, ou plus généralement sur les géo matériaux, peuvent être classés en deux grandes catégories : les "essais homogènes" et les "essais non homogènes". Les essais homogènes permettent d'avoir accès directement aux contraintes et déformations, donc à la loi de comportement. Pour les essais non homogènes il faut postuler une loi de comportement a priori (viscoélastique linéaire par exemple) et prendre en compte la structure de l'éprouvette (données géométriques) pour obtenir après des calculs qui sont souvent compliqués, les paramètres de la loi de comportement (le module complexe par exemple). La Figure 1-4.a présente un exemple d'un essai homogène.

Les essais non homogènes peuvent être utilisés dans le cas où le comportement du matériau est simple (élasticité linéaire isotrope ou viscoélasticité linéaire isotrope). Quand on postule en avance le comportement du matériau, on peut avoir une grande erreur dans la loi de comportement obtenue. La Figure 1-4.b présente un exemple d'un essai non homogène. On peut conclure que les essais homogènes semblent plus pertinents pour décrire le comportement du matériau. En effet, leur analyse conduit plus facilement à définir les paramètres de comportement.

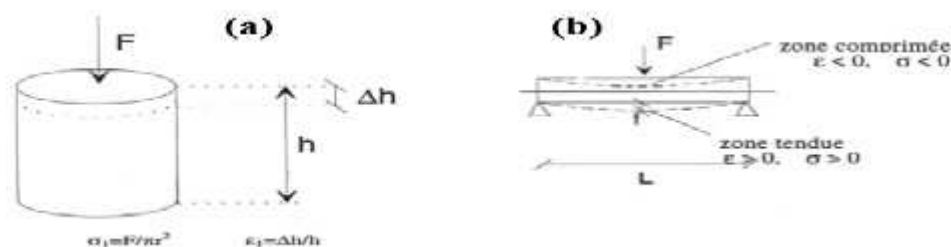


Fig 1.4 Exemple d'essai : a) essai de traction-compression (homogène), b) essai de flexion de poutre (non homogène).

1.5 Propriétés rhéologiques des liants bitumineux

Si la rhéologie du liant ne constitue pas un but en soi, celle-ci peut toutefois se concevoir comme une approche nécessaire mais non suffisante des propriétés de l'enrobé. Dans le cas

présent, il s'agit donc d'apprécier au mieux l'influence des propriétés du liant bitumineux sur celles de l'enrobé, sachant que de tous les facteurs de formulation, le bitume est sans doute celui qui a l'influence la plus nette sur les propriétés rhéologiques des enrobés.

1.5.1 Classes de comportement des bitumes purs en fonction de $|\epsilon|$ et T

La Figure 1-5 permet d'identifier simplement les principaux types de comportement des bitumes en fonction de l'amplitude de la déformation ($|\epsilon|$) et de la température T, pour une vitesse de déformation fixée.

On y distingue :

- les domaines fragile et ductile, où la résistance à la traction σ_p peut être mesurée,
- la rupture fragile, qui peut être caractérisée par la ténacité Kc ou l'énergie de rupture Gc (Mécanique Linéaire de la Rupture),
- le comportement élastique linéaire, caractérisé par les modules E et G,
- le domaine viscoélastique linéaire, caractérisé par les modules complexes E^* et G^* ,
- le comportement purement visqueux (Newtonien), caractérisé par la viscosité η ,
- pour des déformations de l'ordre de quelques pour cent, le domaine où le comportement est fortement non linéaire.

1.5.2 Les caractéristiques classiques

1.5.2.1 Pénétrabilité (NF T 66-004)

La pénétrabilité du bitume représente la mesure de la pénétration (exprimée en dixièmes de millimètres) dans un échantillon de bitume, au bout d'un temps de 5 secondes, d'une aiguille dont le poids avec son support est de 100g. C'est donc une mesure de la consistance du bitume. La pénétrabilité la plus couramment utilisée est celle mesurée à 25°C. Dans ces conditions, plus un bitume est dur, plus la valeur de sa pénétrabilité est faible. On définit aussi l'indice de pénétrabilité IP :

$$IP = \frac{20 - 500A}{1 + 50A} \quad (1.2)$$

- A est la susceptibilité thermique. La valeur de A varie entre 0.015 à 0.06.

A titre d'exemple, on distingue les classes :

10/20 et 35/50 → bitumes durs,
 50/70 et 70/100 → bitumes semi-durs
 180/220 → bitumes mous

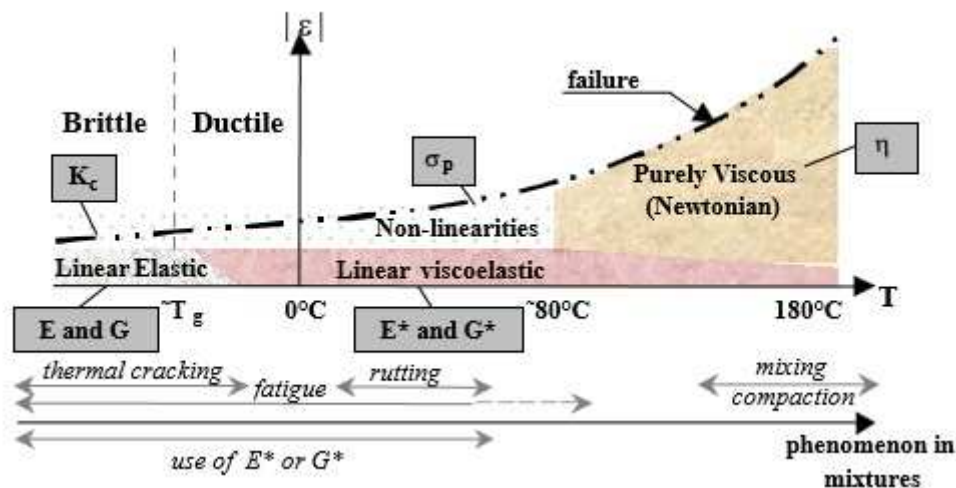


Fig 1.5 Classes de comportement des bitumes en fonction de $|\varepsilon|$ et T [15] [16]. Les paramètres K_c , E , G , E^* , G^* et η sont introduits par la suite.

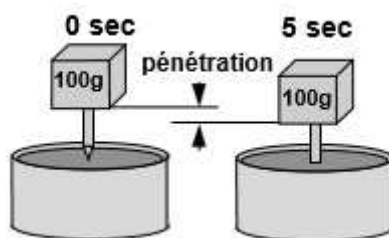


Fig 1.6 Essai de pénétrabilité pour le bitume.

1.5.2.2 Point de ramollissement Bille Anneau (NF T 66-008)

C'est la température à laquelle s'enfonce une bille à travers un anneau de bitume dans des conditions définies de fabrication et d'essai. Par voie de conséquence, il s'agit de la température à laquelle le bitume étudié atteint un certain degré de ramollissement. Les résultats des deux essais empiriques précédents (Pénétrabilité à 25°C et Température Bille Anneau) permettent d'identifier le liant examiné et de le classer par rapport aux spécifications actuellement admises.

1.5.2.3 Température de fragilité FRAASS (NF T 66-006)

La température de fragilité Fraass correspond à la température à laquelle un film mince de bitume rompt sous l'effet d'une flexion, dans des conditions opératoires de fabrication et d'essai bien définies. Cet essai empirique donne une indication sur les propriétés à froid d'un bitume. Ramond et Such (1990) précisent que, par expérience, on sait que la zone critique où se présentent les phénomènes de fissuration correspond à des liants bitumineux dont [113] :

- la pénétration est inférieure à 20 1/10 mm,
- la température de ramollissement est supérieure à 70°C,
- la température de fragilité Fraass est supérieure à 0°C.

1.5.2.4 Essai RTFOT "Rolling Thin Film Oven Test" (NF T 66-032)

A l'enrobage, les granulats chauffés aux environs de 160°C sont mis en contact avec le bitume chaud qui se répartit en film mince autour du granulat, favorisant ainsi un vieillissement du liant. L'oxydation chimique est violente car l'apport énergétique est intense (température et oxygène de l'air). L'essai RTFOT est employé pour permettre de caractériser ce type de vieillissement des bitumes car il reproduit assez bien l'oxydation et les pertes de matières volatiles qui apparaissent dans la centrale d'enrobage et lors de la mise en œuvre. Pour l'essai RTFOT, dans des conditions d'essai précises, le bitume, placé en film mince, est régulièrement exposé à un flux d'air chaud dont le débit est contrôlé. On mesure ensuite les propriétés habituelles sur le liant vieilli : pénétrabilité et température de ramollissement bille et anneau. Ces valeurs, dites après RTFOT, sont alors comparées aux valeurs initiales. Elles sont plus proches de celles du liant extrait de l'enrobé, que de celles obtenues sur le bitume d'origine. La Figure 1-7 présente une schématisation de cet essai.

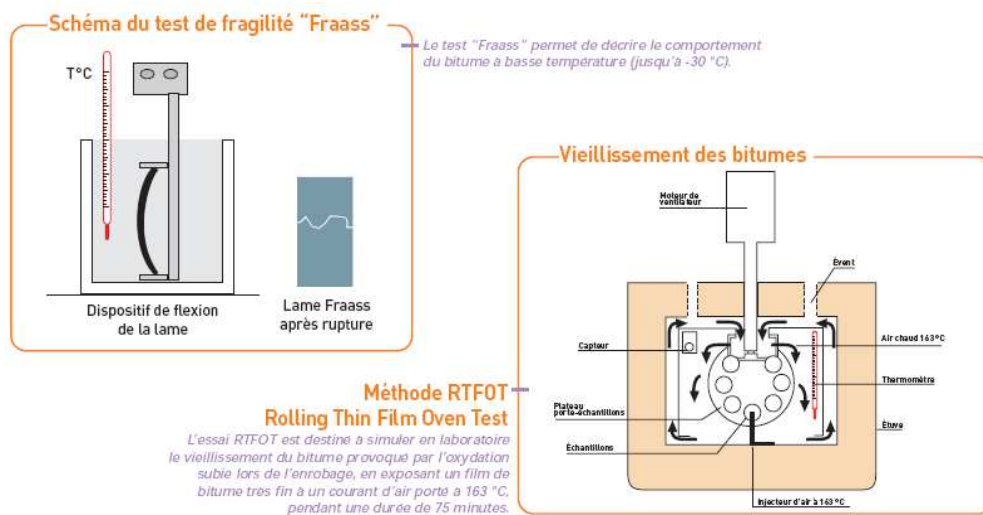


Fig 1.7 Essais de Fraass et RTFOT

1.5.2.5 L'essai PAV "Pressure Aging Vessel"

Cet essai est employé pour permettre de caractériser le vieillissement des bitumes in-situ (après 3 à 5 années de service). Le résidu de l'essai RTFOT est chauffé et versé dans des plateaux métalliques (coupelles contenant environ 50g de liant) qui constituent les éprouvettes de l'essai PAV. Ces plateaux sont rangés dans un rack qui sera placé dans un récipient dans une enceinte thermique. A la température de l'essai (100°C), une pression d'air de 300psi (20bars=2MPa) est appliquée dans le récipient. Après une durée de vingt heures (qui constitue un avantage important de l'essai), la pression est diminuée lentement (8 à 10 minutes). Les plateaux d'éprouvettes sont placés ensuite dans un four à 163°C pendant 30 minutes. On mesure alors les propriétés habituelles du liant : pénétrabilité et température de ramollissement bille et anneau. Ces valeurs, dites après PAV, sont alors comparées aux valeurs initiales et aux valeurs obtenues après RTFOT. Une schématisation de cet essai est présentée Figure 1-8.

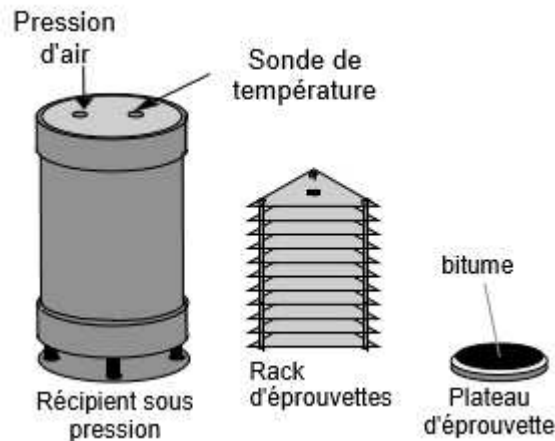


Fig 1.8 Essai PAV.

1.5.3 Caractérisation des propriétés rhéologiques du liant dans le domaine linéaire (VEL)

1.5.3.1 Définition d'un corps viscoélastique

Un corps monodimensionnel et non vieillissant est dit viscoélastique (par opposition à viscoplastique) si l'effacement est total lors d'une expérience d'effacement ($\sigma_{\infty} \rightarrow 0$). Cette expérience représentée Figure I-8 consiste à appliquer un créneau de déformation au matériau.

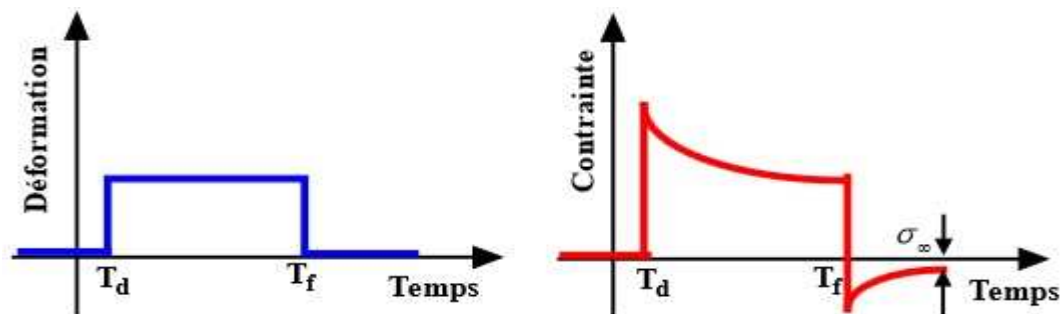


Fig 1.9 Expérience d'effacement (à gauche) et réponse du matériau en contrainte (à droite).

1.5.3.2 Définition d'un corps viscoélastique linéaire

De plus, un matériau viscoélastique possède un comportement linéaire s'il suit le principe de superposition de Boltzmann, c'est-à-dire si sa réponse à une sollicitation composée d'un certain nombre de sollicitations élémentaires est la somme des réponses à chacune de ces sollicitations (Salençon, 1983) [18].

1.5.3.3 Fonction de fluage et fonction de relaxation

a. Fonction de fluage

Le phénomène de fluage correspond à l'accroissement différé dans le temps des déformations. On détermine la fonction de fluage, à température constante, sur une éprouvette d'un matériau viscoélastique linéaire en imposant à partir d'un instant t_0 une contrainte σ_0 constante.

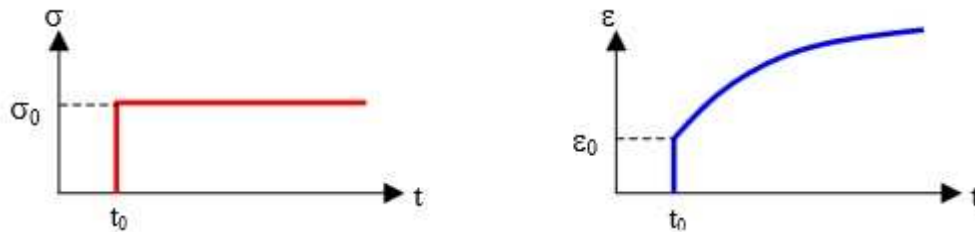


Fig 1.10 Essai de fluage - comportement à contrainte constante

La contrainte échelon imposée est définie par :

$$\sigma(t) = \sigma_0 H(t - t_0) \tag{1-4}$$

avec :

$$H(t - t_0) = 0 \text{ si } t - t_0 \leq 0$$

$$H(t - t_0) = 1 \text{ si } t - t_0 > 0$$

La réponse en déformation est :

$$\varepsilon(t) = \sigma_0 J(t_0, t) \tag{1-5}$$

Avec $J(t_0, t)$ fonction de fluage ou de retard.

Pour une contrainte qui varie dans le temps, à température constante, de la forme suivante :

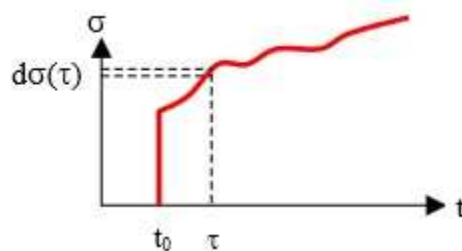


Fig 1.11 Sollicitation à contrainte variable dans le temps.

la réponse, à l'instant t , à l'incrément de contrainte $d\sigma(\tau)$ effectué à l'instant τ , vaut :

$$d\varepsilon(t) = d\sigma(\tau) J(\tau, t) \tag{1-6}$$

Puis, pour le matériau viscoélastique considéré, comme le principe de superposition de Boltzmann s'applique, la déformation $\varepsilon(t)$ est la somme des réponses à chacune des sollicitations élémentaires, on peut donc écrire :

$$\varepsilon(t) = \int_{t_0}^t J(\tau, t) d\sigma(\tau) \text{ ou } \varepsilon(t) = \sigma(t_0)J(t_0, t) + \int_{t_0}^t J(\tau, t) \dot{\sigma}(\tau) d\tau \text{ si } \sigma \text{ dérivable pour } \tau > t_0 \quad 1-7$$

Pour un matériau non vieillissant (dont les propriétés rhéologiques n'évoluent pas aux cours du temps) on a :

$$\varepsilon(t) = \sigma(t_0)J(t - \tau) + \int_{t_0}^t J(t - \tau) \dot{\sigma}(\tau) d\tau \quad 1-8$$

En intégrant par parties le second terme de l'expression ci-dessus, on trouve :

$$\varepsilon(t) = \sigma(t)J(0) + \int_{t_0}^t \sigma(\tau) \frac{\partial J}{\partial \tau}(\tau - t_0) d\tau \quad 1-9$$

Le premier terme représente la réponse instantanée, tandis que le deuxième terme représente la réponse différée. Enfin, pour un solide, la fonction de fluage tend vers une limite finie pour $t \rightarrow +\infty$, tandis que pour un liquide elle croît sans limite (Ferry, 1980) [55].

b. Fonction de relaxation

La relaxation est la diminution des contraintes en fonction du temps d'un matériau soumis à une déformation maintenue constante dans le temps. A température fixe, à partir de l'instant t_0 , on impose une déformation échelon :

$$\varepsilon(t) = \varepsilon_0 H(t - t_0) \quad 1-10$$

avec : $H(t - t_0) = 0$ si $t - t_0 \leq 0$ et $H(t - t_0) = 1$ si $t - t_0 > 0$

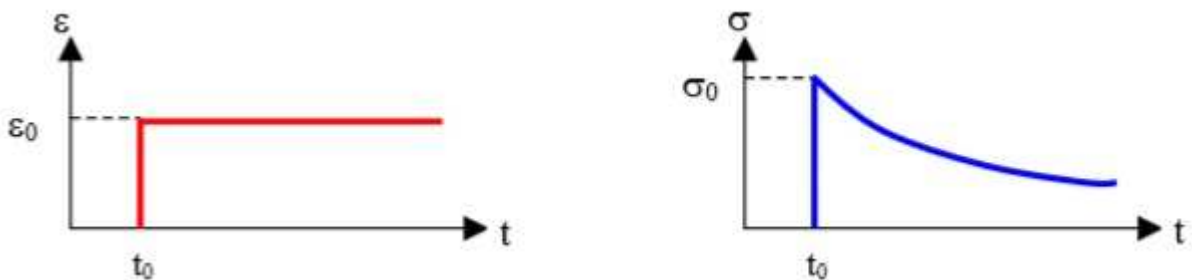


Fig 1.12 Essai de relaxation - comportement à déformation constante.

La réponse en contrainte est :

$$\sigma(t) = \varepsilon_0 R(t, t_0) \quad 1-11$$

Avec : $R(t, t_0)$ fonction de relaxation.

En faisant l'hypothèse de matériau non-vieillissant, pour une déformation qui varie dans le temps, à température constante, la contrainte peut s'écrire :

$$\sigma(t) = \varepsilon(t)R(0) + \int_{t_0}^t \varepsilon(\tau) \frac{\partial R}{\partial \tau}(\tau - t_0) d\tau \quad 1-12$$

Le premier terme représente la réponse instantanée, tandis que le deuxième terme représente la réponse différée.

1.5.3.4 Calcul opérationnel

Les relations integro-différentielles Equation 1-9 & Equation 1-12, dont les paramètres dépendent du temps, sont extrêmement difficiles à utiliser en pratique. En vue de simplifier

ces équations, l'utilisation de la transformation de Laplace-Carson pour l'étude de la viscoélasticité linéaire a été décrite par Mandel (1958) [14]. Par le biais de la transformation de Laplace-Carson, on aboutit, en effet, à des résultats simples et applicables pratiquement.

Ainsi, par la transformation de Carson, définie par :

$$g^*(p) = p \int_0^{+\infty} e^{-pt} g(t) dt \quad 1-13$$

Avec : $g(t)$: valeur au temps t d'une fonction g quelconque,

p : temps dans le domaine transformé de Laplace.

les Equation 1-9 & Equation 1-12 deviennent :

$$\varepsilon^*(p) = J^*(p)\sigma^*(p) \quad 1-14$$

$$\sigma^*(p) = R^*(p)\varepsilon^*(p) \quad 1-15$$

Où ε^* , σ^* , J^* et R^* sont les transformées de Carson respectives de la déformation, de la contrainte, de la fonction de fluage, et de la fonction de relaxation. Ces équations sont algébriques et elles ont les mêmes formes que les équations de l'élasticité.

On remarque enfin que :

$$J^*(p)R^*(p) = 1 \quad 1-16$$

1.5.3.5 Module complexe E^* (mode fréquentiel)

Une des possibilités pour décrire le comportement viscoélastique linéaire est de calculer expérimentalement et de tracer l'évolution du module complexe. Pour ce faire, on utilise un signal de chargement sinusoïdal de fréquence f et de pulsation $\omega = 2\pi f$. Physiquement, le module complexe E^* représente en module ($|E^*|$) le rapport des amplitudes de la contrainte sinusoïdale appliquée et de la déformation correspondante (ou réciproquement), et en argument (φ) le déphasage qui existe entre la contrainte et la déformation. E^* n'est autre que la fonction complexe de relaxation R^* prise au point $p=i\omega$.

L'Equation 1-16 devient alors :

$$J^*(\omega)R^*(\omega) = 1 \quad 1-17$$

En écriture complexe, E^* s'écrit :

$$E^* = E_1 + iE_2 \quad \text{ou} \quad E^* = E_0 \cdot e^{i\varphi} \quad \text{ou} \quad E^* = E_0(\cos \varphi + i \sin \varphi) \quad 1-18$$

avec :

- i est le nombre complexe dont le carré vaut -1 ,
- E_1 la partie réelle, parfois appelée le module d'élasticité,
- E_2 le module de perte, E_0 le module de E^* ,
- φ l'angle de déphasage entre la contrainte et la déformation.

A partir de l'Equation I-17, en posant $P = i\omega$ et $J^*(i\omega) = J_1(\omega) - iJ_2(\omega)$, on obtient en écriture complexe les relations suivantes :

$$J_1(\omega) = \frac{E_1(\omega)}{[E_1(\omega)]^2 + [E_2(\omega)]^2} \quad 1-19$$

$$J_2(\omega) = \frac{E_2(\omega)}{[E_1(\omega)]^2 + [E_2(\omega)]^2} \quad 1-20$$

Principe d'équivalence temps-température (PETT)

Les appareillages ayant, en particulier, des limites d'utilisation en fréquence, toutes les mesures possibles se trouvent confinées dans un domaine étroit qui ne correspond pas forcément aux besoins des applications. Néanmoins, différents auteurs –dont Huet (1963) – ont constaté, en reportant les composantes du module complexe dans le plan complexe (E_1, E_2), appelé aussi plan Cole-Cole, ou encore dans le plan ($\varphi, \log|E^*|$), appelé aussi espace de Black (un exemple est fourni Figure 1-12.a)), que les points représentatifs s'ajustent en première approximation sur une courbe unique qui n'est influencée ni par la température, ni par la fréquence [13].

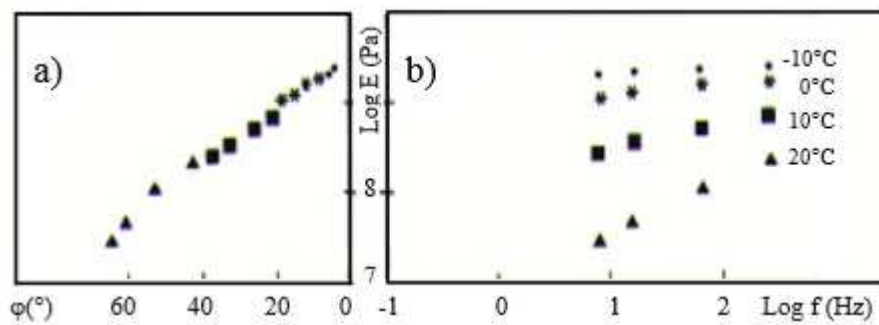


Fig 1.13 Exemple de courbe de module complexe dans l'espace de Black d'un bitume pur (thermorhéologiquement simple). b) Isothermes du même bitume pur [17]

Cette constatation montre donc que, pour les bitumes purs et en première approximation, il y a équivalence entre la température et la fréquence. La courbe du module peut donc être paramétrée par une seule variable “g”, fonction de la fréquence et de la température. En première approximation, on dit que le bitume pur est un corps thermorhéologiquement simple.

$$E^*(\omega, T) = E^*[g((\omega, T))] \quad 1-21$$

Pour un matériau thermorhéologiquement simple, en traçant les isothermes de $|E^*|$ en fonction de la fréquence en base logarithmique, on remarque qu'en translatant les isothermes le long de l'axe des fréquences, on obtient une courbe unique, appelée “courbe maîtresse”, qui couvre une isotherme T_s choisie comme référence. La Figure 1-13 présente le cas d'une courbe maîtresse obtenue à $T_s=10^\circ\text{C}$ pour un enrobé au bitume pur.

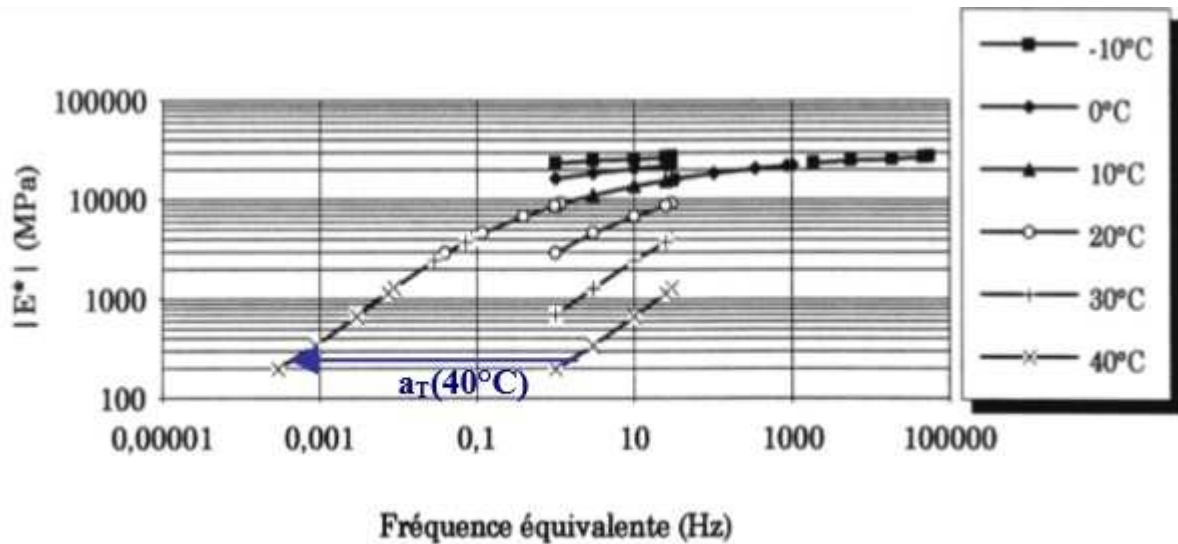


Fig 1.14 Exemple d'isothermes et de courbe maîtresse à 10°C d'un enrobé fabriqué à partir d'un bitume pur d'après Di Benedetto et De La Roche (1998) [10].

On peut alors écrire :

$$g((\omega, T) = \omega\tau(T) \tag{1-22}$$

Où τ est une fonction de la température T et est appelée temps de relaxation. On peut écrire cette fonction de la forme suivante :

$$\tau(T) = \tau_0 a_T \tag{1-23}$$

Avec a_T : le facteur de translation. Il est égal à 1 à la température de référence choisie T_s . Différentes formes d'évolution de a_T sont données dans la littérature. Huet (1963) a utilisé la loi d'Arrhenius qui prend la forme suivante [13] :

$$\log(a_T) = \frac{\Delta H}{R} \left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_s} \right) \tag{1-24}$$

Avec ΔH l'énergie d'activation de relaxation et R la constante des gaz parfaits.

Une forme de a_T souvent utilisée est celle établie expérimentalement par William, Landel et Ferry (W.L.F) (Ferry, 1980) pour une famille de polymères [11], telle que :

$$(a_T) = \frac{-C_1(T-T_s)}{C_2(T-T_s)} \tag{1-25}$$

Où C_1 et C_2 sont des constantes du matériau qui varient avec la température de référence T_s .

1.6 Conclusion

Le bitume est un matériau complexe. Il est constitué d'une suspension d'asphaltènespeptisés par des résines dans une matrice de maltènes (huiles saturées et aromatiques, et résines non peptisantes), à l'intérieur de laquelle certaines fractions des huiles saturées, les paraffines sont susceptibles de cristalliser (ou de se dissoudre). Chacune des phases asphalténique et paraffinique présente une relaxation qui se superpose à la vitrification des maltènes, ce qui engendre la non-applicabilité du Principe d'équivalence temps-température à haute température pour les liants très asphalténiques et/ou paraffiniques : les points représentatifs du module complexe ne s'alignent plus sur une courbe unique. On parle dans ce cas de corps viscoélastique linéaire thermorhéologiquement complexe. En plus, nous avons présentés les principales propriétés rhéologiques et thermo-mécaniques des liants et des enrobés bitumineux.

1. ADDALA, F., Etude du comportement rhéologique des bitumes à moyenne et basse température. Mise au point d'un nouvel essai de torsion-compression d'éprouvette creuse (T.E.C.). Thèse présentée à l'Institut National des Sciences Appliquées, 1989..)
2. Andrade, E. N., "The Viscous Flow in Metals and Allied Phenomena," Proceedings of the Royal Society, pp 1-12, 1910.
3. Andrade, E. N. "Flow of Metals under Large Constant Stress," Proceedings of the Royal Society, pp 329-342, 1914.
4. Ashby, M.F. et Jones, D.R.H. Matériaux 1. Propriétés et applications. Dunod Paris 1991
5. Betten, J., Creep Mechanics, Springer, 2002.
6. BONNOT, J., "La détermination des propriétés des matériaux en vue du dimensionnement des chaussées". Bulletin de liaison des laboratoires des ponts et chaussées, janvier-février 1973, n°63, pp.73-82)
7. BONNOT, J., "Essais mécaniques pratiques de formulation et de contrôle des enrobés bitumineux rapport général". Bulletin de liaison des laboratoires des ponts et chaussées, juillet-août 1984, n°132, pp.79-90).
8. DI BENEDETTO, H., *Modélisation : écart entre état des connaissances et applications*, Journée LAVOC, Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne, 16 septembre 1998, 23 p.
9. DI BENEDETTO, H., "Nouvelle approche du comportement des enrobés bitumineux : résultats expérimentaux et formulation rhéologique", Mechanical Tests for Bituminous Mixes, Characterization, Design and Quality Control, Proceedings of the Fourth Rilem Symposium, Budapest, 1990.)
10. DI BENEDETTO, H., DE LA ROCHE, C., "State of the Art on Stiffness Modulus and Fatigue of Bituminous Mixtures". Bituminous binders and mixtures : state of the art and interlaboratory tests on mechanical behavior and mix design, E&FN Spon, Ed. L. Francken, 1998.
11. FERRY, J.D., Viscoelastic properties of polymers, 3rd Edn, John Wiley & Sons, 1980.
12. FONTANA, M., DI BENEDETTO, H., DUMONT, G., *Voies de circulation II*, chapitre 5. Cours de l'Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne, 1998.

13. HUET, C., Etude par une méthode d'impédance du comportement viscoélastique des matériaux hydrocarbonés. Thèse de Docteur Ingénieur, Paris: Faculté des Sciences de l'université de Paris, 1963, 69 p.
14. LU, X., ISACSSON, U., EKBLAD, J., "Influence of polymer modification on low temperature behaviour of bituminous binders and mixtures", 6th International RILEM Symposium on Performance Testing and Evaluation of Bituminous Materials, Zurich, April 2003.
15. OLARD, F., Etude et modélisation de comportement thermo-mécanique des enrobés bitumineux, Mémoire de recherche pour l'obtention du Diplôme d'Etudes Approfondies de Génie Civil de l'Ecole Doctorale MEGA de Lyon, juillet 2000).
16. OLARD, F., DI BENEDETTO, H., DONY, A., VANISCOTE, J.C., "Properties of bituminous mixtures at low temperatures and relations with binder characteristics". 6th International RILEM Symposium on Performance Testing and Evaluation of Bituminous Materials, Zurich, avril 2003.)
17. RAMOND, G., SUCH, C., "Bitumes et bitumes modifiés. Relations structures, propriétés, composition". Bulletin de liaison des Laboratoires des Ponts et Chaussées – 168 – Réf. 3485 - juillet-août 1990, pp 23-44.)
18. SALENÇON, J., *Viscoélasticité*. Cours de calcul des structures anélastiques. Paris : Presse de l'Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, 1983, 88 p.

Chapitre 2

Essais de fluage

Plan de Chapitre 2

2. 1 Introduction.....	19
2.2 Réalisation d'un essai de fluage	20
2.2.1 Machines	21
2.2.2 Mesure des déformations	22
2.2.3 Mise en charge et suivi de l'essai	23
2.2.4 Présentation des résultats.....	23
2.2.4.1 Pour un essai.....	23
2.2.4.2 Pour un faisceau d'essais.....	23
2.2.4.3 Effets de la température et de la contrainte sur le comportement en fluage	24
2.3. Mécanismes de fluage. Effet de la microstructure du matériau.....	24
2.3.1 Mécanismes à basses températures	24
2.3.2 Mécanismes à hautes températures.....	25
2.3.3 Cas particulier du microfluage.....	25
2.3.4 Cavitation lors du fluage tertiaire et rupture	26
2.3.5 Effets de la taille de grain sur le comportement en fluage	27
2.4. Descriptions mathématiques du fluage et lois de comportement	27
2.4.1 Variations de ξ et de ε avec le temps	27
2.4.2 Variation de ε avec la température.....	28
2.4.3 Variation de ε avec la contrainte	29
2.4.3.1 Cas des faibles contraintes	30

2. 1 Introduction

Les déformations au fluage ont une importance capitale dans la prédiction et la compréhension de certains comportements des matériaux, en particulier les bétons bitumineux. Elles résultent, du chargement subit par un matériau à long terme. Ce chargement mènera au fluage qui peut induire des déformations permanentes jusqu'à rupture brutale. Il est le synonyme d'un écoulement viscoplastique d'un matériau présentant une certaine capacité à se déformer au cours du temps sous l'action d'une sollicitation mécanique constante. La déformation de fluage se caractérise par trois étapes, primaire, secondaire et tertiaire comme le montre la figure 2.1. Ces étapes sont associées à un état transitoire, état stationnaire et en fin un état d'accélération du processus de déformation précédant la rupture [15].

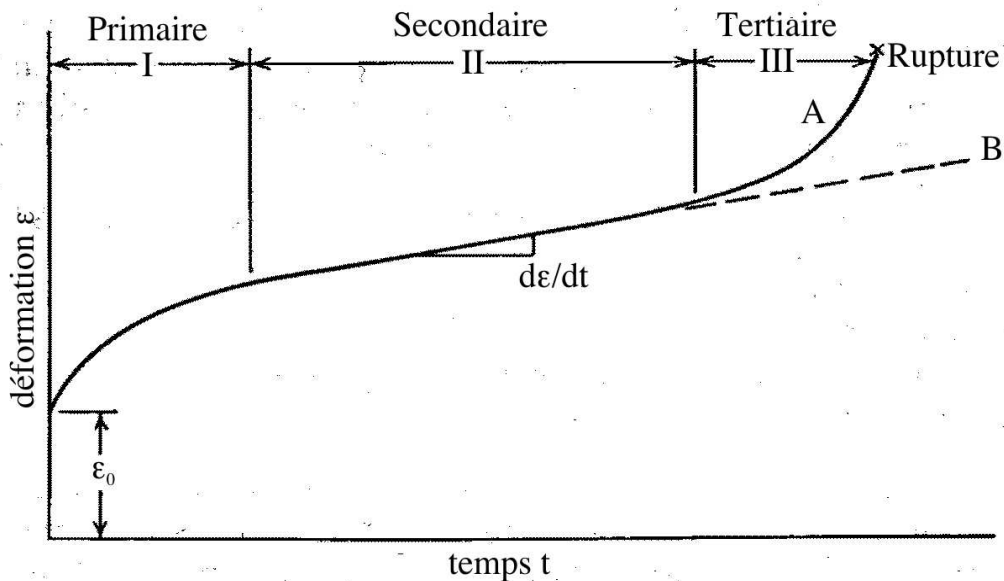


Fig 2.1 Courbe de fluage typique présentant les trois stades du fluage [15].

Les déformations de fluage ε_{cr} sont souvent données par la somme de :

$$\varepsilon_{cr} = \varepsilon_0 + \varepsilon_p$$

Avec :

- ε_0 : Déformation instantanée
- ε_p : Déformation plastique

Cette expression permet de décrire une courbe de fluage à une température et une contrainte données. On constate que l'application de la contrainte à ($t=0$) provoque une déformation instantanée $\varepsilon_0 \equiv \varepsilon^e$, suivie d'une déformation dépendant du temps avec une vitesse de déformation ($\dot{\varepsilon}_{cr} = \frac{d\varepsilon}{dt}$) décroissante (courbe convexe), il s'agit de la zone de "fluage primaire". Au cours de cette phase, il y aurait également rupture des liaisons secondaires telles les liaisons hydrogène ou celles de van der Waals. La mise en équation du fluage primaire fait intervenir le temps. On retiendra essentiellement la loi du fluage parabolique gouvernée par la loi d'Andrade [16], [17] équation suivante :

$$\varepsilon_{cr} = \varepsilon_0 + At^{1/q}$$

Avec :

- ε_0 : Déformations instantanées
- $At^{1/q}$: Coefficient de fluage et q , exposant sans unité,

Ensuite, lorsque les liaisons ont été orientées, les chaînes interfèrent entre elles, la résistance au fluage devient donc plus importante ce qui provoque une baisse de la vitesse de déformation. Dans cette phase, appelée zone de "fluage stationnaire" ou "fluage secondaire", la déformation varie linéairement en fonction du temps ce qui est caractérisé par une vitesse de déformation constante.

Le "fluage tertiaire", est caractérisé par une augmentation de la vitesse de déformation (courbe concave), et précède de peu la rupture. Si l'élasticité est en partie responsable du fluage primaire, les fluages secondaires et tertiaires peuvent s'expliquer par le comportement viscoélastique ou viscoplastique des asphaltes. La viscoélasticité peut être linéaire, la déformation est alors directement proportionnelle à la contrainte, ou non linéaire. Le comportement au fluage est fonction du type du matériau utilisé ainsi que les conditions entourant la mise en expérience.

La vitesse de déformation au fluage ($\dot{\varepsilon}_{cr}$) est en fonction de la déformation (ε_{cr}) ou du temps t sur une échelle bi logarithmique (figure 2.2) ; la vitesse de déformation minimale donne l'étendue du fluage secondaire [18].

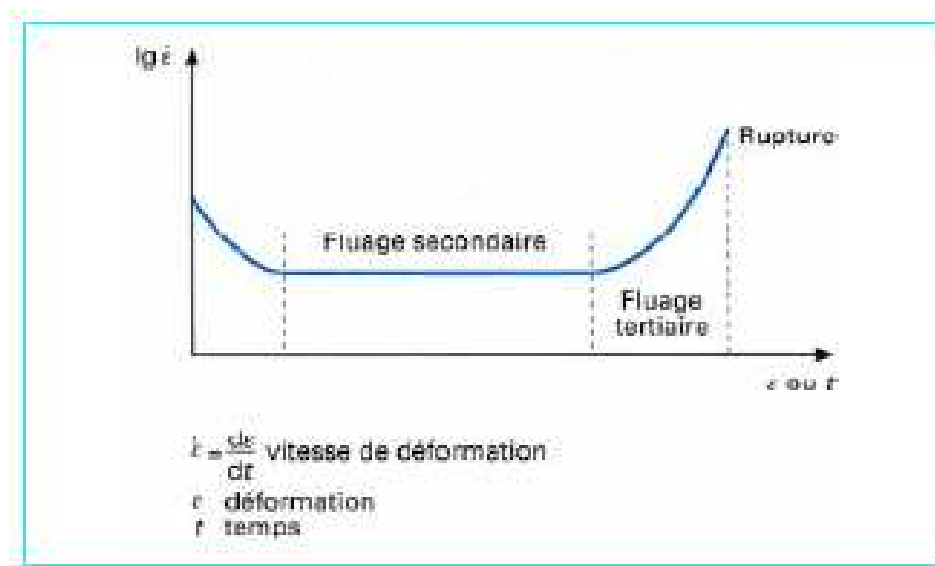


Fig 2.2 illustration de la vitesse de déformation en fonction du temps t .

2.2 Réalisation d'un essai de fluage

Le fluage proprement dit est décomposé en deux étapes (figure 2.3). En pratique, il n'est pas toujours facile de réaliser un essai à contrainte constante. En effet, si la déformation est importante, l'essai est réalisé à force constante : la contrainte augmente lors de l'essai avec l'allongement de l'éprouvette.

Suivant les matériaux et les matériels utilisés pendant l'essai, de nombreuses précautions sont à prendre. En particulier, pour un essai à haute température, il est nécessaire de réduire le plus possible le temps pour obtenir une température parfaitement stable de l'éprouvette, des systèmes de fixation de l'éprouvette et, éventuellement, des appareils de mesure de la

déformation. Dans le cas de matériaux déformés à froid, la mise en température peut provoquer une recristallisation partielle de la structure. Dans ce cas, il est donc nécessaire de procéder de façon identique d'un essai à l'autre. Pour des essais de longue durée, il est préférable de placer la machine dans une salle climatisée afin d'éviter les instabilités liées à des changements de température atmosphérique. Avant de lancer un essai, l'alignement de l'éprouvette avec le système de mise en charge doit être réalisé avec soin. Il est parfois nécessaire de soumettre l'ensemble à une précharge, celle-ci ne devant pas être supérieure à 10 % de la limite d'élasticité du matériau testé.

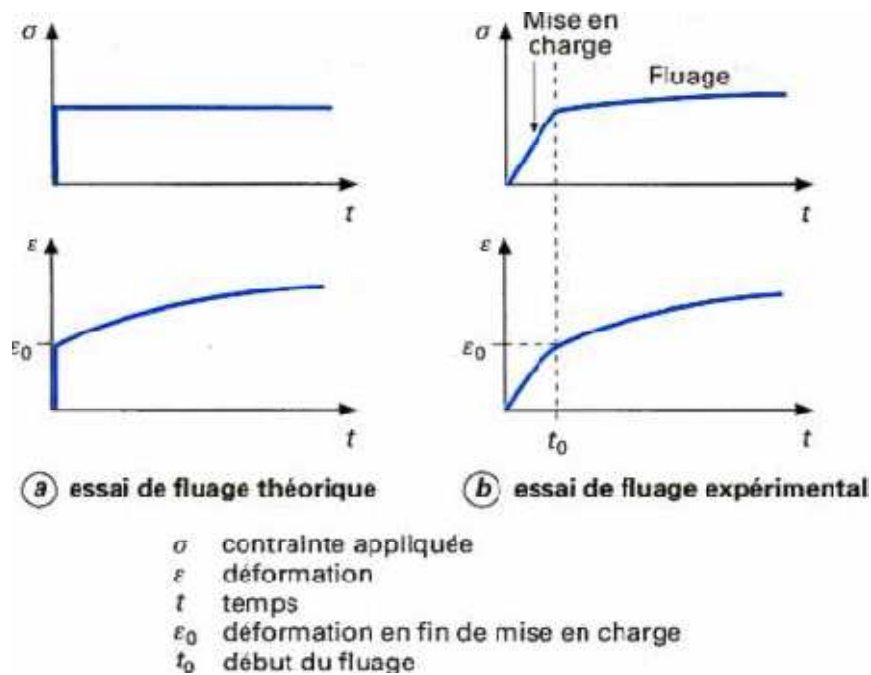


Fig 2.3 Courbes de fluage

2.2.1 Machines

En général, les essais de fluage sont réalisés sur des machines à charge constante utilisant la force de pesanteur : une masse est fixée à l'éprouvette ou, bien souvent, pour les essais de longue durée, un système d'amplification de la charge à bras de levier est utilisé. Les schémas de principe de deux machines de fluage sont représentés sur la figure 2.4:

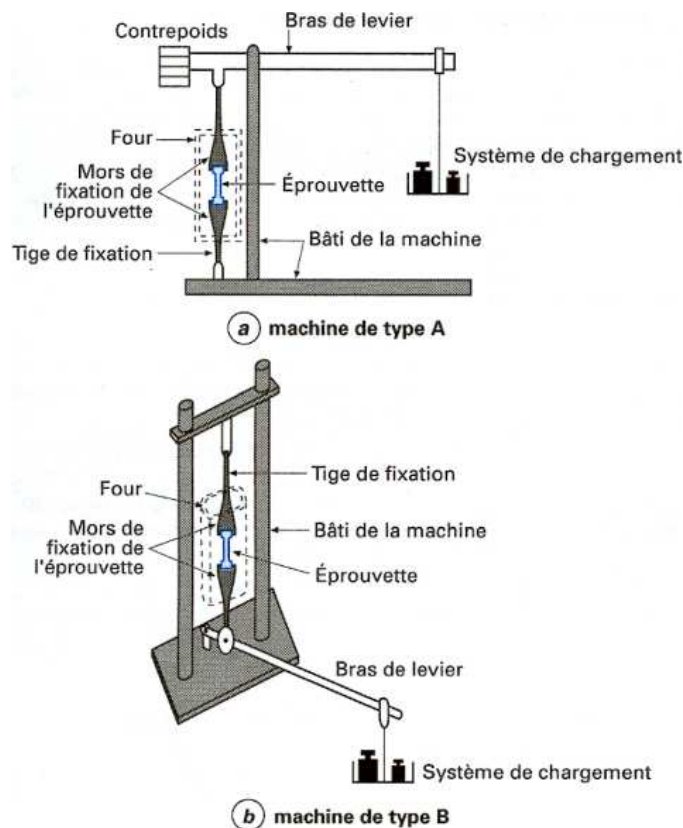


Fig 2.4 Schéma de principe de deux types de machine de fluage

- La **machine de type A** pour laquelle le contrepoids permet d'assurer l'horizontalité du bras de levier avant le chargement (figure 2.4a) ;
- La **machine de type B** (figure 2.4b) sur laquelle on peut ajouter un système hydraulique permettant de mettre progressivement en charge

Dans les deux schémas, le système de mesure de la déformation n'est pas représenté. Le chargement peut être réalisé :

- par application d'une charge débloquée par un système hydraulique ;
- par l'ajout de masses successives, le chargement est alors discontinu ;

par déversement contrôlé de petites billes en métal (souvent en plomb), le chargement est continu. Lors d'un essai, le bras de levier doit être, dans la mesure du possible, horizontal.

2.2.2 Mesure des déformations

Suivant la précision recherchée et les possibilités d'équipement, différentes techniques sont utilisées :

- La mesure entre mors qui consiste à mesurer le déplacement relatif des systèmes de fixation de l'éprouvette ; cette méthode peut introduire des erreurs importantes ;
- L'utilisation d'un extensomètre pouvant être fixé sur les têtes d'éprouvette ou sur la longueur utile de l'éprouvette ; cette dernière méthode est la plus fiable et permet d'approcher au mieux la déformation de l'éprouvette ; si des capteurs électroniques sont associés à l'extensomètre, il est important de les isoler, car ils sont, en général, sensibles aux variations de température et parfois d'humidité ;
- La mesure optique qui nécessite une fenêtre de mesure quand un système de chauffage de l'éprouvette est utilisé et des repères précis sur l'éprouvette.

2.2.3 Mise en charge et suivi de l'essai

La mise en charge a une très grande influence sur les premiers stades de fluage. Notamment si la contrainte de fluage est supérieure à la limite d'élasticité, le matériau se plastifie lors du chargement. Le comportement en fluage dépend de cette plastification qui, pour beaucoup d'alliages métalliques comme les aciers, est une fonction de la vitesse de déformation. Il est donc important de contrôler la vitesse de chargement dans ce dernier cas. Différentes méthodes sont possibles :

- La mise en charge instantanée qui permet d'être proche de l'essai de fluage théorique ; cependant, il peut exister un effet de choc sur l'éprouvette et/ou sur le système de mesure de la déformation, d'où la création d'un régime transitoire ;
- La mise en charge proportionnellement au temps, qui est reproductible d'un essai à l'autre et qui permet de comparer le chargement à un essai de traction réalisé à la même vitesse et de déterminer le temps zéro de l'essai de fluage.

Le suivi d'un essai consiste à enregistrer la déformation avec le temps. La mise en charge doit être aussi enregistrée pour déterminer le temps zéro de l'essai de fluage proprement dit. Il est important de pouvoir faire varier la vitesse d'enregistrement en cours d'essai : en général, au début et à la fin de l'essai, la déformation varie de manière beaucoup plus importante qu'en milieu d'essai. Si une analyse des modes de rupture est envisagée, il est intéressant de prévoir une méthode de coupure automatique du système de chauffage de l'éprouvette, afin d'éviter une oxydation complète du faciès de rupture.

2.2.4 Présentation des résultats

Les représentations graphiques des courbes de fluage sont directement liées au type d'exploitation qui en est faite : simple comparaison entre différents matériaux, détermination de paramètres de dimensionnement, détermination des lois de comportement extrapolation du comportement de fluage à long terme. On peut néanmoins parler de deux catégories principales de présentation graphique, portant soit sur un essai, soit sur un faisceau d'essais.

2.2.4.1 Pour un essai

On peut reporter :

- la déformation ε en fonction du temps t pour une température et une contrainte données (figure 2.1) ; l'échelle des temps est logarithmique pour de longues durées d'essai ;
- la vitesse de déformation en fonction de la déformation $\dot{\varepsilon} = \frac{d\varepsilon}{dt}$ ou du temps t sur une échelle bilogarithmique (figure 2.2) ; la vitesse de déformation minimale donne l'étendue du fluage secondaire.

2.2.4.2 Pour un faisceau d'essais

Les représentations les plus classiques sont :

- les courbes contrainte-logarithme du temps pour une température donnée et pour différentes déformations (figure 2.5) ; ces courbes permettent de déterminer une durée de vie pour une déformation critique ;

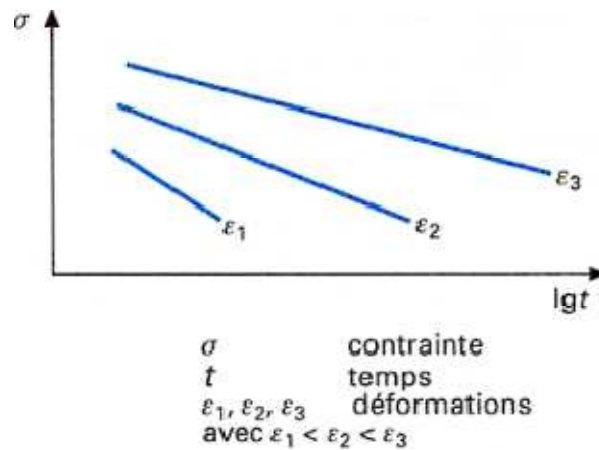


Fig 2.5 Courbes de fluage $\sigma = f(t)$ pour différentes déformations plastiques

2.1.2.3 Effets de la température et de la contrainte sur le comportement en fluage

On a vu que le fluage présentait trois stades différents si la température était supérieure à environ $0,3T_f$ et se réduisait à un fluage de nature logarithmique pour des températures inférieures. On distingue aussi les essais réalisés à des contraintes σ inférieures à la limite d'élasticité et ceux réalisés à des contraintes supérieures. Dans ce dernier cas, le stade secondaire est d'autant plus réduit que le taux d'écroutissement du matériau est faible lors d'un essai de traction. C'est le cas, en particulier, pour les superalliages base nickel. D'une manière générale, la vitesse de fluage augmente avec la contrainte σ et la température T . La durée du fluage primaire et tertiaire augmente avec σ et T , tandis que celle du fluage secondaire diminue.

2.3. Mécanismes de fluage. Effet de la microstructure du matériau

2.3.1 Mécanismes à basses températures

Aux basses températures ($T < 0,4$ à $0,5T_f$), il s'agit d'une déformation plastique, liée à des **mécanismes de dislocations**. Lors du chargement et du fluage primaire, il y a surtout création et propagation des dislocations. En général, ces dislocations ne forment pas de structures cellulaires particulières, elles sont enchevêtrées. On observe les structures formées par glissement des dislocations : bandes de déformation et lignes de glissement plus ou moins espacées suivant la contrainte appliquée et le temps de fluage. Lors du fluage secondaire, les dislocations s'assemblent pour former une structure cellulaire plus ou moins nette : cela correspond à une polygonisation du glissement. Les murs des cellules sont constitués de dislocations enchevêtrées (figure 2.6).

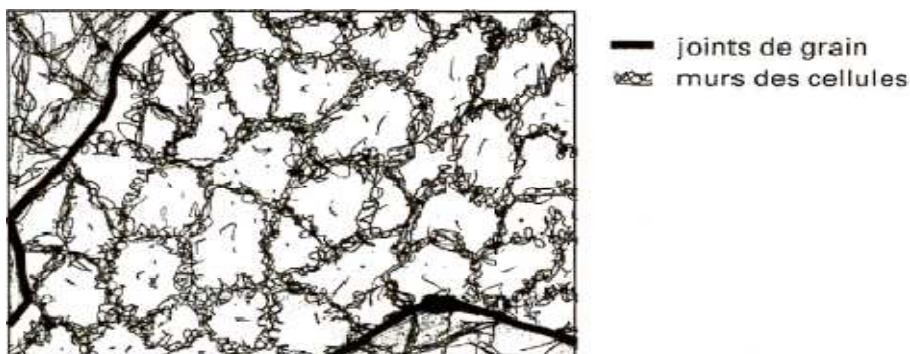


Fig 2.6 Schéma d'une structure cellulaire

Ces cellules sont d'autant moins formées que la température est basse. Elles présentent bien souvent un allongement suivant le type de glissement activé. La densité de dislocations reste stable au cours de ce stade. La sous-structure se forme et se détruit constamment : il y a équilibre entre les processus de formation et d'annihilation des dislocations. En revanche, la désorientation entre les sous-grains augmente avec le temps. Tout se passe comme si le processus de formation et d'annihilation des dislocations concourait uniquement à l'accroissement de la désorientation des sous-grains entre eux.

2.3.2 Mécanismes à hautes températures

La différence entre le fluage à basses et à hautes températures ($T > 0,4$ à $0,5T_f$) est liée à la présence de mécanismes de montée des dislocations, phénomène qui est thermiquement activé. Comme précédemment, le chargement et le fluage primaire correspondent à la création et à la propagation des dislocations. Il y a néanmoins une nette tendance à la formation de cellules de dislocations lors du fluage primaire. La disparition de la structure de plastification en fin de chargement est réalisée par restauration (mise en jeu des mécanismes de montée et de glissement dévié des dislocations). Les lignes de glissement sont réparties de manière régulière. Les cellules de dislocations sont nettement équiaxes et divisent chaque grain en sous-grains désorientés les uns par rapport aux autres. La densité de dislocations mobiles décroît au cours de ce stade. L'établissement du fluage secondaire, ou stationnaire, correspond toujours à la présence d'une sous-structure de dislocation parfaitement formée (figure 2.6). La taille des sous-grains n'est une fonction ni du temps, ni de la déformation. Elle dépend uniquement de la contrainte appliquée : la taille des sous-grains est inversement proportionnelle à la contrainte σ et n'évolue pas pendant le fluage secondaire. On a souvent la relation suivante entre la taille de sous-grains SG et la contrainte :

$$SG = \frac{K\mu b}{\sigma}$$

Avec

- K : paramètre dépendant du matériau,
- b (m) : vecteur de Burgers des dislocations,
- μ (MPa) : module de cisaillement.
-

La densité de dislocation est stable. Il y a équilibre entre les processus de formation et d'annihilation des dislocations. Pour les **très fortes contraintes**, un phénomène de recristallisation, avec accélération de la vitesse de déformation, peut se produire en cours de fluage. Pour les **très hautes températures** ($T > 0,8T_f$), le transport de matière par autodiffusion est prépondérant. La déformation est alors de nature visqueuse. Le transport d'atomes par diffusion s'effectue avec un contre-courant de lacunes qui s'éliminent au niveau des surfaces libres : c'est le **fluage Nabarro**. Ce fluage est d'autant plus important que la taille de grain est petite. En effet, les joints de grain sont des chemins privilégiés pour la diffusion : entre deux grains d'orientation différente, il existe de nombreux atomes interstitiels et des lacunes. D'une manière générale, la vitesse de fluage augmente avec la diminution de la taille de grain ou, autrement dit, avec l'augmentation de la longueur des joints de grain, il y a augmentation du glissement aux joints.

2.3.3 Cas particulier du microfluage

Des alliages tels que les alliages base fer contiennent toujours une certaine quantité d'impuretés qui sont soit en position interstitielle dans le réseau, soit en substitution des atomes de la maille cristalline. Au niveau d'une dislocation, le réseau est déformé localement.

Les dislocations, lors de leur propagation, captent les impuretés dans leur voisinage immédiat. Si la déformation a lieu à une certaine température, la diffusion permet à ces impuretés de se déplacer près des dislocations et de former ce qui est appelé un nuage d'impuretés ou une atmosphère d'impuretés qui opposent une certaine résistance à la propagation des dislocations. Si la contrainte de fluage est suffisante, les dislocations peuvent se déplacer indépendamment de ce nuage mais, pour une très faible contrainte (ou microfluage), les dislocations ne peuvent s'échapper du nuage d'impuretés. La propagation des dislocations est une fonction de la diffusion du nuage accompagnant les dislocations. Il s'agit alors du mécanisme de traînage des impuretés par les dislocations.

2.3.4 Cavitation lors du fluage tertiaire et rupture

Le stade tertiaire correspond à l'apparition de cavités et de fissures dans tout le matériau, surtout au niveau des joints de grain. La **cavitation** est divisible en trois stades :

- l'**amorçage**, qui est la naissance des cavités bien souvent au niveau des lignes de glissement à l'intersection des joints de grain, des inclusions, des ségrégations, des joints triples ou, encore, à l'interface de deux phases de nature différente ; la naissance des cavités peut avoir lieu avant le stade tertiaire (figure 2.7) ;

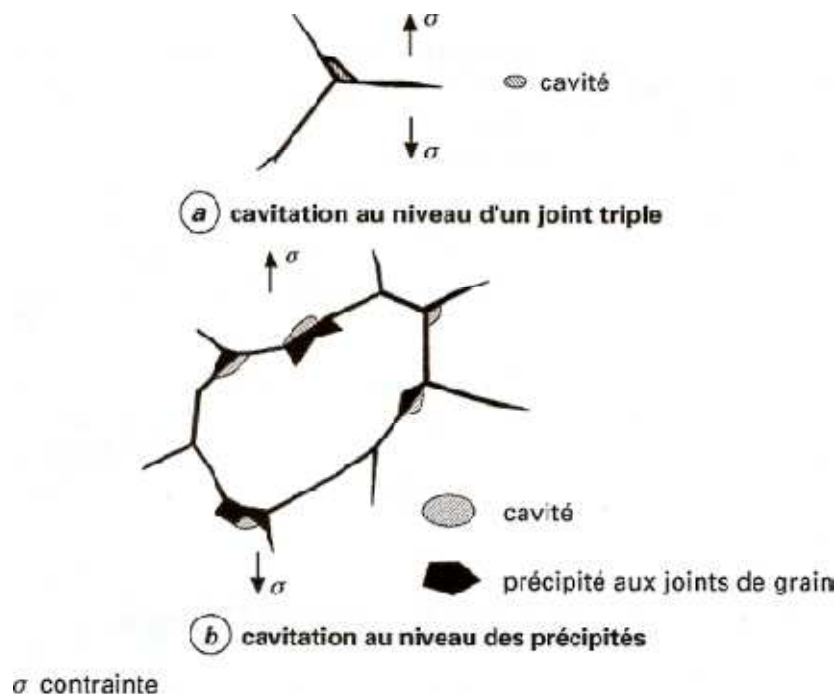


Fig 2.7 Schémas des principaux types de cavitation

- la **croissance**, due à la diffusion de lacunes et à la présence d'un champ de contraintes autour des cavités ;
- la **coalescence**, correspondant à la fusion entre cavités entraînant la création des fissures, ce stade précédant la propagation de celles-ci (figure 2.8).

La **rupture** se produit par augmentation de la contrainte, due à la diminution de section de l'éprouvette résultant de la formation des cavités. La rupture par fluage des alliages métalliques est en général intergranulaire à hautes températures, tandis qu'elle est intragranulaire à basses températures.

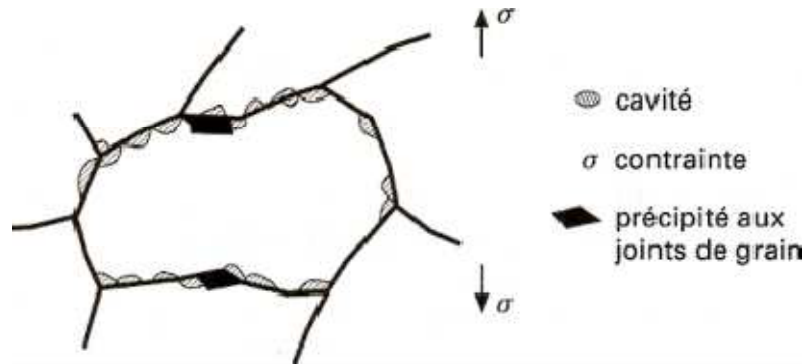


Fig 2.8 Coalescence des cavités le long des joints de grain

2.3.5 Effets de la taille de grain sur le comportement en fluage

Comme il a été précisé dans les paragraphes précédents, les joints de grain ont un rôle important dans les mécanismes de fluage, quel que soit le stade considéré : glissement aux joints de grain, chemins privilégiés de la diffusion, naissances des cavités dans les joints. La vitesse de déformation varie de façon inversement proportionnelle à la taille de grain. Pour augmenter la résistance au fluage, il faut augmenter la taille de grain. Le fluage peut être décomposé en un fluage intergranulaire et un fluage intragranulaire. En changeant la taille de grain, on agit essentiellement sur le fluage intergranulaire. L'application industrielle de ces considérations a conduit à l'utilisation de monocristaux de superalliages base nickel pour la réalisation d'aubes de turbine des moteurs d'avions à réaction. Ainsi, le fluage intergranulaire est supprimé. Pour des températures faibles ($T < 0,5T_f$) et une petite taille de grain, la plastification lors du chargement est importante, le fluage primaire est alors plus développé.

2.4. Descriptions mathématiques du fluage et lois de comportement

2.4.1 Variations de ϵ et de $\dot{\epsilon}$ avec le temps

Les variations de ϵ (et de $\dot{\epsilon}$) avec le temps sont souvent données par la somme de quatre fonctions :

$$\epsilon = \epsilon_1 + \epsilon_2 + \epsilon_3 + \epsilon_4$$

Avec

- ϵ_1 déformation instantanée correspondant à la mise en charge,
- ϵ_2 fonction du temps de type λt^x avec $x < 1$ (stade primaire),
- ϵ_3 fonction linéaire du temps (stade secondaire),
- ϵ_4 fonction du temps de type λt^y avec $y > 1$ (stade tertiaire).

Cette expression permet de décrire une courbe de fluage à une température et une contrainte données. Pour chacune des fonctions ϵ_2 , ϵ_3 et ϵ_4 , il existe un très grand nombre d'équations différentes. Les fonctions ϵ qui décrivent le mieux les courbes de fluage sont la somme d'une fonction puissance avec une fonction linéaire et une fonction logarithmique. Il faut garder à l'esprit que bien souvent ces fonctions ne sont valables que dans un intervalle de contraintes et de températures données. L'expression la plus courante est la **loi d'Andrade** : $\epsilon = \epsilon_0 + \lg(1 + \beta t^{1/3kt})$

ou encore, pour la vitesse de déformation :

$$\dot{\epsilon} = \frac{\beta}{3(1 + \beta t^{1/3})t^{2/3}} + k$$

où k et β sont des paramètres ajustables.

$$\dot{\epsilon} = \frac{\beta}{3(1 + \beta t^{1/3})t^{2/3}} + k$$

où k et β sont des paramètres ajustables.

2.4.2 Variation de $\dot{\epsilon}$ avec la température

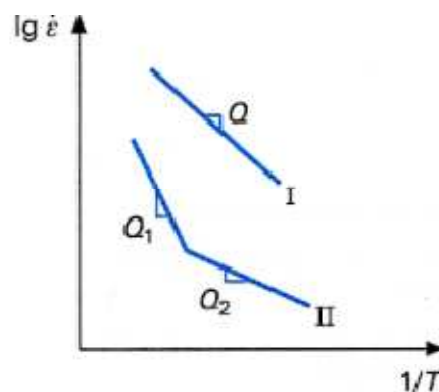
La vitesse de déformation $\dot{\epsilon}$ augmente avec la température : elle est thermiquement activée et suit une **loi de type Arrhenius** :

$$\dot{\epsilon} = \dot{\epsilon}_d \exp\left(-\frac{Q}{RT}\right)$$

Avec

- $\dot{\epsilon}$: vitesse de déformation pendant le fluage secondaire,
- Q ($J \cdot mol^{-1}$) : énergie d'activation,
- R : constante molaire des gaz ($8,314 J \cdot mol^{-1} \cdot K^{-1}$),
- T (K) : température
- $\dot{\epsilon}_d$ (s^{-1}) paramètre de dimensionnement.

On remarque que cette expression est indépendante de la contrainte. À partir de cette équation, il est possible d'exprimer $\dot{\epsilon}$ en fonction du temps et de la température par intégration. L'énergie d'activation Q est donnée par la pente de la courbe $\lg \dot{\epsilon}$ reporté en fonction de $1/T$ (figure 2.9).



- I droite simple : un seul mécanisme est activé
- II deux mécanismes sont activés
- Q énergie d'activation

Fig 2.9 Courbe d'Arrhenius

Quand la droite est simple, un seul des mécanismes de fluage est activé. En revanche, si plusieurs mécanismes sont concurrents, ce qui est bien souvent le cas quand l'intervalle de températures étudié est grand, on observe différentes droites. Les pentes de chacune des droites donnent des énergies d'activation correspondant à chacun des mécanismes prépondérants. Ainsi, pour la courbe II de la figure 2.9, le mécanisme ayant une énergie d'activation Q_2 gouverne la déformation à basses températures. Tout cela n'est vrai que si l'énergie d'activation Q est indépendante de la contrainte. Pour le savoir, il est nécessaire de déterminer Q pour différentes contraintes. En général, pour de faibles températures et/ou de fortes contraintes, Q est une fonction de la contrainte ; l'expression à utiliser doit alors avoir la forme suivante :

$$\dot{\epsilon} = \dot{\epsilon}_d \exp\left(-\frac{Q - V\sigma}{RT}\right)$$

avec : $V (m^{-3} \cdot mol^{-1})$: Volume d'activation.

En dehors de la méthode de détermination de l'énergie d'activation Q à partir du graphe $\lg \dot{\epsilon}$ en fonction de $1/T$, il est possible de mesurer Q pendant un essai sur la même éprouvette : après l'établissement du fluage secondaire, un saut de température est effectué. L'énergie d'activation est donnée alors par :

$$Q = R \frac{\lg \frac{\dot{\epsilon}_2}{\dot{\epsilon}_1}}{\frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1}}$$

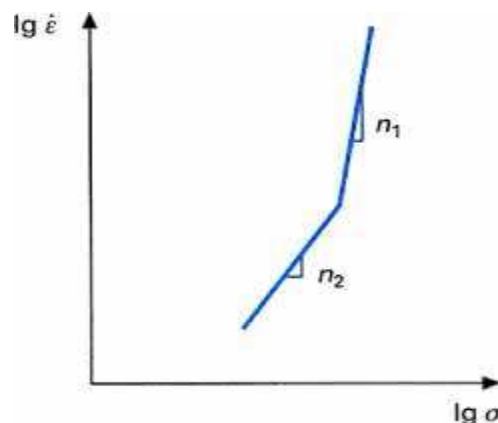


Fig 2.10 Courbe de fluage $\lg \dot{\epsilon} = f(\lg \sigma)$

Avec $\dot{\epsilon}_1$ et $\dot{\epsilon}_2$ vitesses de déformation avant et après le saut de température, T_1 et T_2 températures avant et après le saut. Cette méthode permet ainsi d'estimer Q à structure de dislocation quasiment constante. Enfin, il existe une corrélation très nette, du moins pour les métaux de grande pureté, entre l'énergie d'activation de la vitesse de déformation de fluage et l'énergie d'activation d'autodiffusion. À hautes températures, les deux quantités sont égales.

2.4.3 Variation de $\dot{\epsilon}$ avec la contrainte

La vitesse de déformation $\dot{\epsilon}$ est là encore la vitesse de fluage secondaire. On distingue le fluage à faibles et à fortes contraintes.

2.4.3.1 Cas des faibles contraintes

Quand $\lg \dot{\epsilon}$ est reporté en fonction de $\lg \sigma$, on obtient une droite pour un très large intervalle de températures. Les expressions utilisées sont des **lois en puissance** de la forme :

$$\dot{\epsilon} = A \sigma^n$$

Avec : A et n paramètres ajustables.

Cette loi est aussi appelée **loi de Norton**. Pour un large intervalle de contraintes, on obtient souvent deux droites, ou plus, dans le diagramme $\lg \dot{\epsilon} = f(\lg \sigma)$ (figure 2.10). La variation de $\dot{\epsilon}$ est donnée alors par :

$$\dot{\epsilon} = A_1 \sigma^{n_1} + A_2 \sigma^{n_2}$$

avec n_1 et n_2 pentes de chacune des droites. Le paramètre n est appelé coefficient de sensibilité à la contrainte :

$$n = \left[\frac{\partial \lg \dot{\epsilon}}{\partial \lg \sigma} \right]_{T, \mu s}$$

Avec μs pour microstructure constante. En général, les valeurs de n pour les alliages métalliques de type solutions solides sont comprises entre 3 et 5. Pour les très faibles contraintes et à très haute température, n est égal à 1

2.4.3.2 Cas des fortes contraintes

À fortes contraintes, la vitesse de déformation s'accroît de manière très rapide avec l'augmentation de la contrainte. Les lois utilisées sont de la forme :

$$\dot{\epsilon} = A \exp(a\sigma)$$

Avec :

A et a paramètres ajustables.

2.5. Conclusion

Ce chapitre décrit les différentes façons de traiter les résultats de fluage. On retient néanmoins qu'avec l'apparition de nouveaux matériaux les courbes de fluage peuvent avoir des formes très différentes de celles décrites.

- d'un stade secondaire où la vitesse de déformation est nulle pendant des temps très longs ;
- d'un stade tertiaire où la vitesse de déformation augmente rapidement avant une rupture qui intervient très vite.

L'essai de fluage est souvent mené en parallèle avec d'autres essais comme la traction et la relaxation (lors de la relaxation, la contrainte décroît avec le temps, alors que la déformation est maintenue constante après le chargement). Il est intéressant de situer chacun de ces essais dans un repère où la vitesse de déformation de fluage est reportée en fonction de la déformation

- Le fluage et la traction couvrent un intervalle de déformation important et un petit intervalle de vitesse de déformation ; c'est le contraire pour la relaxation.

Références

- [2] Andrade, E. N., “The Viscous Flow in Metals and Allied Phenomena,” Proceedings of the Royal Society, pp 1-12, 1910.
- [3] Andrade, E. N. “Flow of Metals under Large Constant Stress,” Proceedings of the Royal Society, pp 329-342, 1914.
- [9] Ashby, M.F. et Jones, D.R.H. Matériaux 1. Propriétés et applications. Dunod Paris 1991
- [12] Betten, J., Creep Mechanics, Springer, 2002.

Chapitre 3

Introduction a la méthode des éléments finis

Plan du Chapitre 3

3.1 Introduction.....	32
3.2 Calculs de déplacements nodaux et forces nodales :	36
3.3 Fonctions de déplacements :.....	37
3.4 Contraintes et déformations	38
3.5 Détermination de la matrice de rigidité.....	39
3.6. Assemblage des éléments :	43
3.7 Conclusion	46

3.1 Introduction

L'analyse des contraintes est l'un des plus importants domaines d'application de la méthode des éléments finis. Plus la structure à analyser par cette méthode est complexe plus la vitesse et la capacité des ordinateurs utilisés augmentera. Lorsque cette méthode est utilisée pour déterminer des contraintes ou des déplacements dus à un système de charges connus dans une structure, celle-ci sera divisée en un nombre d'éléments finis, comme le montre la figure 3.1.

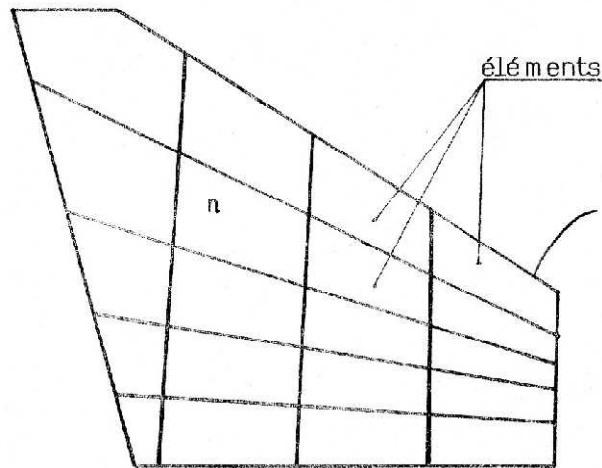


Fig 3.1 Illustration d'une structure en éléments finis

La structure à étudier est remplacée par un ensemble d'éléments supposés liés les uns aux autres en un nombre fini de points appelés « points nodaux ou nœuds ». Ces nœuds se trouvent aux coins des éléments ou tout le long de leurs frontières, comme le montre la figure 3.2.

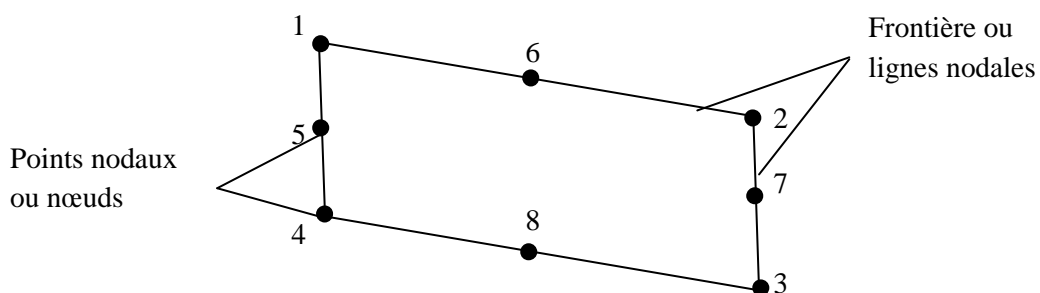


Fig 3.2 Élément à huit nœuds

Le type d'éléments utilisés pour la division de la structure dépend de la géométrie de cette dernière. Ils peuvent être unidimensionnels, bidimensionnels ou tridimensionnels. Les figures 3.3 a 3.3 b et 3.3 c nous montrent les principaux types d'éléments.

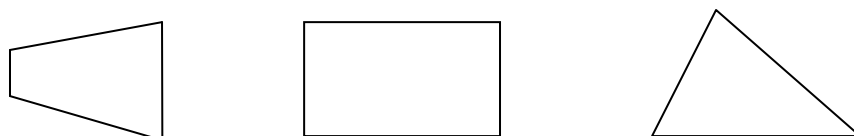


Fig 3.3 a

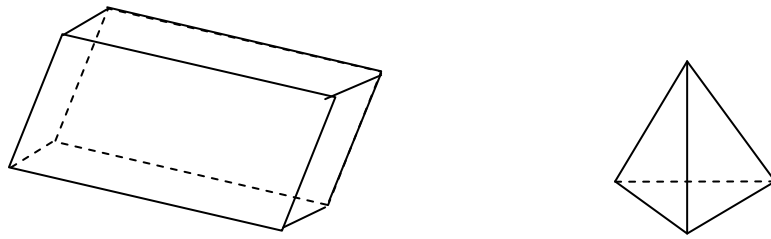
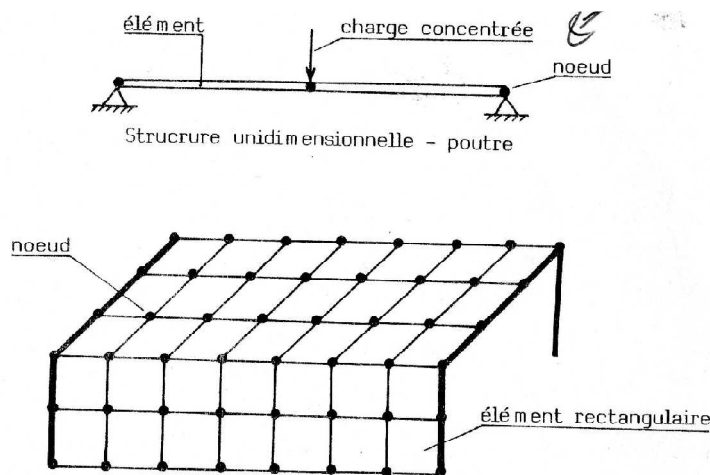


Fig 3.4 b

Le type d'éléments utilisé pour l'analyse des structures unidimensionnelles est donné par la figure 3.3 a. les éléments bidimensionnels en général des triangles, des rectangles ou des quadrilatères sont indiqués par la figure 3.3 b. La figure 3.3 c, les éléments tridimensionnels sont des tétraèdres, des parallépipèdes ou des hexagonales arbitraires.

Exemples de structures :



La position des lignes nodales sur une structure, donc la forme de la subdivision en éléments, dépend de deux facteurs principaux :

- 1- Les frontières des éléments doivent coïncider avec les discontinuités de la structure.
- 2- Les points nodaux doivent coïncider avec les points d'application des charges concentrées. Les éléments doivent être arrangés de manière que les changements brusques dans les charges réparties se produisent à la frontière de l'élément.

Les points mentionnés ci-dessus peuvent être illustrés en considérant une structure simple constituée d'une plaque avec un changement brusque d'épaisseur, subdivisée en éléments rectangulaires comme le montre la figure 3.4.

La section 1-2 coïncide avec la discontinuité de la structure due au changement brusque d'épaisseur de la plaque. La section 3-4 coïncide avec le changement brusque de la charge répartie. Une charge concentrée est appliquée au point 5 ainsi on doit avoir un nœud en ce point. Les autres nœuds sont les points où les déplacements seront calculés.

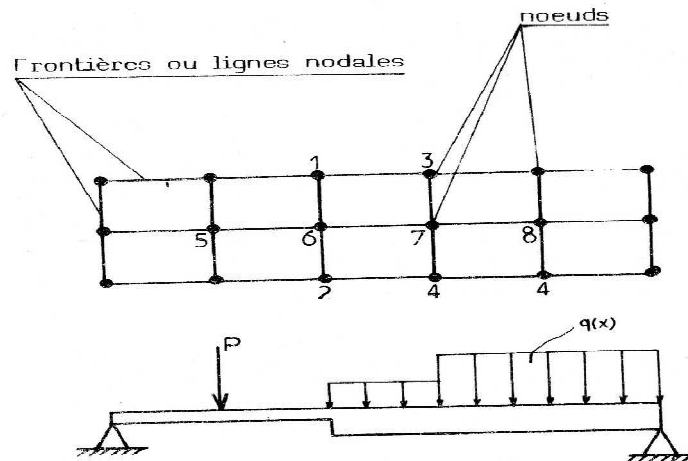


Fig. 3.4

L'une des caractéristiques de la méthode est que l'analyste n'est pas obligé d'utiliser un seul type d'élément pour l'analyse complète d'une structure. Une structure formée de plusieurs sous-structures de types différents (uni, bi ou tridimensionnels) peut être analysée par la méthode des éléments finis. Chaque sous structure est divisée en types d'éléments appropriés. Par exemple la structure de la figure 3.5 est formée de quatre sous structures (1) (2) (3) et (4). Si on utilise la méthode des éléments finis pour analyser cette structure (1) et (2) seront divisées en éléments bidimensionnels, (3) et (4) en éléments unidimensionnels.

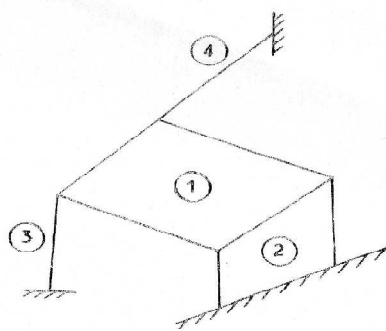


Fig 3.5 Subdivision d'une structure à plusieurs types d'éléments

Quand la structure considérée a été subdivisée en un nombre fini d'éléments, notre attention se concentrera sur un seul élément, (quand plusieurs types d'éléments sont nécessaires chaque type d'élément doit être considéré). L'objectif est d'obtenir pour l'élément, une expression de la forme.

$$\{p\} = [k].\{\delta\} \quad (3.1)$$

Qui relie les forces $\{p\}$ et les déplacements $\{\delta\}$ aux nœuds par l'intermédiaire de la matrice de rigidité $[k]$.

La première étape dans l'analyse est de choisir une fonction de déplacement, de tous les points de l'élément. La forme la plus convenable de la fonction de déplacement est un polygone, qui sera fonction de x , de x et y et de x , y et z dépendant de l'élément s'il est uni, bi ou tridimensionnel.

La fonction de déplacement doit avoir les propriétés suivantes :

- a- Le polynôme doit être continu sur le domaine de l'élément.
- b- Le polynôme doit être complet jusqu' à l'ordre n , où n est l'ordre de la dérivée la plus élevée qui apparaît dans l'intégrale de l'énergie de déformation.
- c- Les dérivées d'ordre $(n-1)$ du polynôme de déplacement doivent être continue à travers les frontières dans l'élément ; ce qui revient à dire que les éléments se déforment sans qu'il y ait d'ouvertures entre eux (figures 3.6).

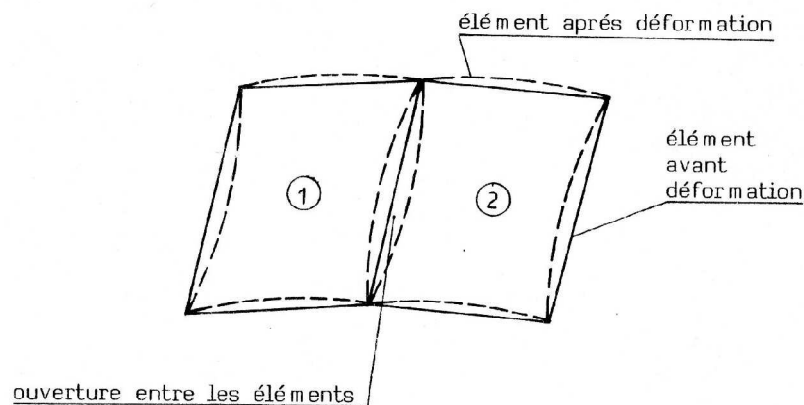


Fig. 3.6

Cette condition ne peut être réalisée que si les déplacements le long d'une frontière d'un élément ne dépendent que des déplacements des nœuds qui se trouvent sur cette frontière. Le nombre de termes indépendants dans le polynôme doit être égal au nombre de composantes des déplacements qui sont à calculer. Ayant choisi le polynôme de déplacement, qui pour le cas général tridimensionnel, peut être écrit sous forme matricielle.

$$\{f(x, y, z)\} = [\phi(x, y, z)].\{\alpha\} \quad (3.2)$$

Où α est un vecteur de coefficients constants et $\phi(x, y, z)$ est une matrice. L'étape suivante consiste à utiliser l'équation (3.2) pour formuler un système d'équations exprimant les composantes de déplacement en chaque nœud en fonction des coordonnées nodales du nœud particulier considéré.

Soit par exemple l'élément quadrilatère de la figure 3.7 avec les nœuds i, j, k, l . ce type d'éléments intervient généralement dans les problèmes d'élasticité plane dans

lesquels on trouve les problèmes de contraintes planes et de déformations planes. Dans le premier cas, la structure a une petite épaisseur par rapport à ses deux autres dimensions et, les contraintes normales au plan sont négligées; tandis que dans le deuxième cas la structure à une dimension très grande par rapport à ses autres dimensions et la déformation normale au plan de la charge est nulle.

3.2 Calculs de déplacements nodaux et forces nodales :

La forme la plus simple des éléments utilisés pour l'analyse des structures bidimensionnelles soumises à des charges dont les lignes d'action sont dans le plan de la structure est un triangle ou un rectangle avec des nœuds aux coins.

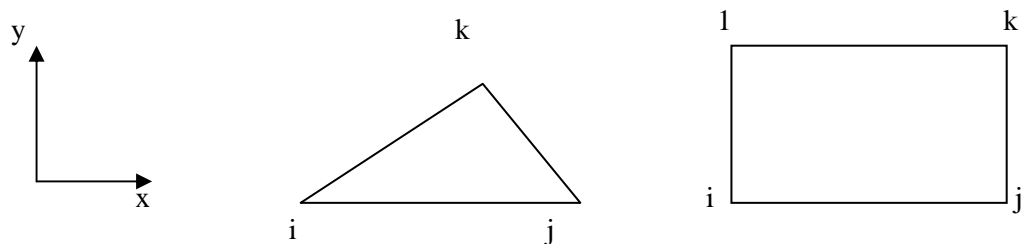


Fig 3.6 Éléments types pour un problème d'élasticité plane

Si l'élément est supposé être dans le plan xy , dans le cas le plus simple chaque nœud a deux composantes de déplacement U et V suivant les directions x et y respectivement. Ces composantes sont représentées par un vecteur $\{\delta\}$, ainsi dans le cas de l'élément rectangulaire on aura:

$$\{\delta\} = \begin{Bmatrix} U_i \\ V_i \\ U_j \\ V_j \\ U_k \\ V_k \\ U_l \\ V_l \end{Bmatrix}$$

On suppose qu'en chaque nœud, on a une force discrète dont les composantes sont P_x et P_y suivant les directions x et y respectivement. Ces forces nodales sont représentées par un vecteur $\{P\}$.

Pour l'élément rectangulaire on a:

$$\{P\} = \begin{Bmatrix} P_{xi} \\ P_{yi} \\ P_{xj} \\ P_{yj} \\ P_{xk} \\ P_{yk} \\ P_{xl} \\ P_{yl} \end{Bmatrix}$$

D'après la relation (3.1) on peut écrire :

$$\{P\} = [K].\{\delta\}.$$

3.3 Fonctions de déplacements :

La première étape dans l'analyse d'une structure par la méthode des éléments finis consiste à choisir un polynôme pour représenter la déformation de l'élément sous l'action d'un système de charges. Pour l'élément triangulaire la fonction de déplacement est:

$$U = \alpha_1 + \alpha_2 x_1 + \alpha_3 y. \quad (3.2)$$

$$V = \alpha_4 + \alpha_5 x. + \alpha_6 y.$$

Tandis que pour l'élément rectangulaire la fonction de déplacement est donnée par les polynômes:

$$U = \alpha_1 + \alpha_2 x_1 + \alpha_3 y. + \alpha_4 x_1 y. \quad (3.3)$$

$$V = \alpha_5 + \alpha_6 x. + \alpha_7 y. + \alpha_8 x. y$$

En substituant les coordonnées des points nodaux de chaque élément dans les équations (3.2) et (3.3) et en résolvant le système d'équations résultant, les coefficients α seront obtenus. Ainsi pour l'élément rectangulaire on a le système d'équations suivant:

$$\left. \begin{aligned} U_i &= \alpha_1 + \alpha_2 x_i + \alpha_3 y_i + \alpha_4 x_i y_i. \\ U_j &= \alpha_1 + \alpha_2 x_j + \alpha_3 y_j + \alpha_4 x_j y_j. \\ U_k &= \alpha_1 + \alpha_2 x_k + \alpha_3 y_k + \alpha_4 x_k y_k. \\ U_1 &= \alpha_1 + \alpha_2 x_1 + \alpha_3 y_1 + \alpha_4 x_1 y_1. \\ V_i &= \alpha_5 + \alpha_6 x_i + \alpha_7 y_i + \alpha_8 x_i y_i. \\ V_j &= \alpha_5 + \alpha_6 x_j + \alpha_7 y_j + \alpha_8 x_j y_j. \\ V_k &= \alpha_5 + \alpha_6 x_k + \alpha_7 y_k + \alpha_8 x_k y_k. \\ V_1 &= \alpha_5 + \alpha_6 x_1 + \alpha_7 y_1 + \alpha_8 x_1 y_1. \end{aligned} \right\} \quad (3.4)$$

Le système d'équations (3.4) peut s'écrire sous forme matricielle:

$$\{\delta\} = [A].\{\alpha\}. \quad (3.5)$$

D'où:

$$\{\alpha\} = [A^{-1}].\{\delta\}. \quad (3.6)$$

Et

$$[A] = \begin{bmatrix} 1 & x_i & y_i & x_i y_i & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & x_j & y_j & x_j y_j & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & x_k & y_k & x_k y_k & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1x_1 & y_1 x_1 y_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & x_i y_i & x_i y_i & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & x_j y_j & x_j y_j & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & x_k y_k & x_k y_k & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & x_1 y_1 & x_1 y_1 & 0 \end{bmatrix}$$

3.4 Contraintes et déformations

La théorie de l'élasticité donne les relations suivantes entre déformations ε , et déplacements U et V:

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_x &= \frac{\partial U}{\partial x} \\ \varepsilon_y &= \frac{\partial V}{\partial y} \\ \gamma_{xy} &= \left(\frac{\partial U}{\partial y} + \frac{\partial V}{\partial x} \right) \end{aligned} \right\} \quad (3.7)$$

Les déformations pour l'élément rectangulaire peuvent être déterminées en utilisant la fonction de déplacement (3.3) et les relations (3.7).

D'où:

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_x &= \alpha_2 + \alpha_4 \cdot y \\ \varepsilon_y &= \alpha_7 + \alpha_8 \cdot x_i \\ \gamma_{xy} &= \alpha_3 + \alpha_4 \cdot x + \alpha_6 + \alpha_8 \cdot x \end{aligned} \right\} \quad (3.8)$$

Le système d'équations (3.8) peut être écrit sous la forme matricielle suivante:

$$\{\varepsilon(x, y)\} = [B(x, y)]\{\alpha\} \quad (3.9)$$

En substituant le vecteur $\{\alpha\}$ donné par la relation (3.6) dans l'équation (3.9) on obtient:

$$\{\varepsilon(x, y)\} = [B(x, y)][A^{-1}]\{\delta\} \quad (3.10)$$

D'où:

$$[B(x, y)] = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & y & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & x \\ 0 & 0 & 1 & x & 0 & 1 & 0 & y \end{bmatrix} \quad (3.11)$$

Or les contraintes et les déformations sont liées par:

$$\{\sigma(x, y)\} = [D] \cdot \{\varepsilon(x, y)\} \quad (3.12)$$

Ainsi pour le cas des contraintes planes on a:

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} = \frac{E}{1-\nu^2} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{(1-\nu)}{2} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix}$$

D'après les équations (3.10) et (3.12) les contraintes peuvent être écrites en fonction des déplacements nodaux:

$$\{\sigma(x, y)\} = [D] \cdot [B(x, y)] \cdot [A^{-1}]\{\delta\} \quad (3.13)$$

3.5 Détermination de la matrice de rigidité

L'étape suivante dans l'analyse consiste à égaliser le travail interne et le travail externe des charges nodales dus à un déplacement virtuel $\{d\delta\}$. Pour un élément le travail interne Q_i qui est la variation de l'énergie de déformation de l'élément est:

$$Q_i = \int_v \{d\varepsilon(x, y)\}^T \cdot \{\sigma(x, y)\} \cdot dv \quad (3.14)$$

Substituant les équations (3.10) et (3.14) dans l'équation (3.15):

$$Q_i = \int_v \{d\delta\} \cdot [B(x, y)] \cdot [A^{-1}]^T \cdot [D] \cdot [B(x, y)] [A^{-1}]\{\delta\} \cdot dv = \{d\delta\}^T [A^{-1}]^T \int_v [B(x, y)]^T [D] \cdot [B(x, y)] \cdot dv [A^{-1}]\{\delta\} \quad (3.15)$$

Le travail externe Q_e dû à un déplacement virtuel est:

$$Q_e = \{P\} \{d\delta\}^T$$

$$\text{Or: } Q_e = Q_i$$

D'où:

$$\{P\} = [A^{-1}]^T \int_v [B(x, y)]^T [D] \cdot [B(x, y)] \cdot dv [A^{-1}] \cdot \{\delta\} \quad (3.16)$$

Or:

$$\{P\} = [K]\{\delta\}$$

Ainsi:

$$[K] = [A^{-1}]^T \int_v [B(x, y)]^T [D] \cdot [B(x, y)] \cdot dv [A^{-1}] \quad (3.17)$$

La matrice de rigidité $[k]$ est donc obtenue en substituant les matrices appropriées dans l'équation (3.17).

Exemple :

Les étapes essentielles pour la détermination de la matrice de rigidité peuvent être illustrées en considérant l'élément rectangulaire d'épaisseur constante h , donné par ci-dessous :

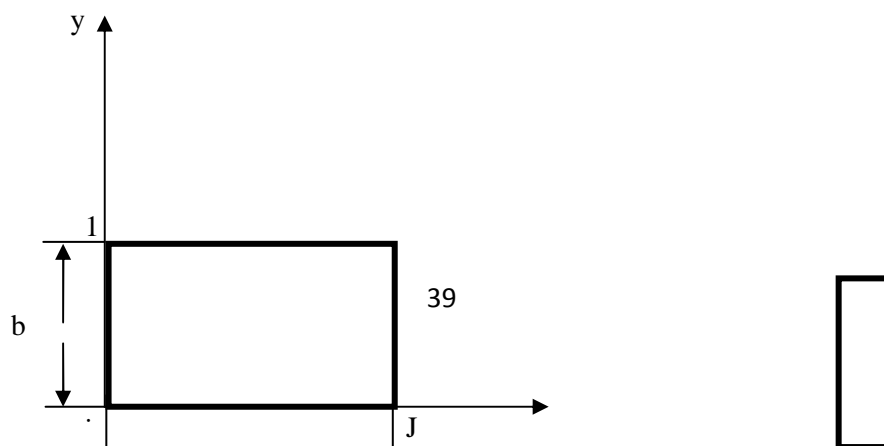


Fig 3.7 Élément rectangulaire d'épaisseur h

En substituant les coordonnées des nœuds i, j, k et 1 dans la matrice $[A]$, on obtient:

$$[A] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & a & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & a & b & a \cdot b & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & b & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & a & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & a & b & a \cdot b \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & b & 0 \end{bmatrix} \quad 3.18$$

La matrice inverse de $[A^{-1}]$ est :

$$[A^{-1}] = \begin{bmatrix} a \cdot b & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -b & b & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -a & 0 & 0 & a & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & a \cdot b & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -b & b & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -a & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 1 & -1 \end{bmatrix} \quad 3.19$$

Et sa transposée :

$$[A^{-1}]^T = \frac{1}{a \cdot b} \begin{bmatrix} a \cdot b & -b & -a & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & b & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & a \cdot b & -b & -a & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & b & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a & -1 \end{bmatrix} \quad 3.20$$

D'après l'équation (3.17) calculons l'intégralité :

$$\int_v [B(x, y)]^T \cdot [D] \cdot [B(x, y)] \cdot dv = h \int_0^a \int_0^b [B(x, y)]^T \cdot [D] \cdot [B(x, y)] \cdot dx \cdot dy$$

$$= \int_0^a \int_0^b \begin{bmatrix} 000 \\ 100 \\ 001 \\ y0x \\ 000 \\ 001 \\ 010 \\ 0xy \end{bmatrix} \frac{E}{1-\nu} \begin{bmatrix} 1\nu & 0 \\ \nu 1 & 0 \\ 00 & \frac{1-\nu}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & y & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & x \\ 0 & 0 & 1 & x & 0 & 1 & 0 & y \end{bmatrix} dx \cdot dy$$

Tout calcul fait on obtient :

$$\frac{E \cdot h}{1-\nu^2} \begin{pmatrix} \begin{matrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & a \cdot b & 0 & \frac{a \cdot b^2}{2} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{(1-\nu) \cdot a \cdot b}{2} & \frac{(1-\nu) \cdot a^2 \cdot b}{4} & 0 & \frac{(1-\nu) \cdot a \cdot b}{2} & 0 & \frac{(1-\nu) \cdot a \cdot b^2}{2} \\ 0 & \frac{a \cdot b^2}{2} & \frac{(1-\nu) \cdot a^2 \cdot b}{4} & \frac{1}{3} \left[ab^3 + \frac{(1-\nu) \cdot a^3 \cdot b}{2} \right] & 0 & \frac{(1-\nu) \cdot a^2 \cdot b}{4} & \frac{\nu \cdot a \cdot b}{2} & \frac{(1+\nu) \cdot a^2 \cdot b^2}{4} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{(1-\nu) \cdot a \cdot b}{2} & \frac{\nu \cdot a \cdot b^2}{2} & 0 & \frac{(1-\nu) \cdot a \cdot b}{2} & 0 & \frac{(1-\nu) \cdot a \cdot b^2}{4} \\ 0 & \nu \cdot a \cdot b & 0 & \frac{\nu \cdot a \cdot b}{2} & 0 & 0 & a \cdot b & \frac{a \cdot b}{2} \\ 0 & \frac{\nu \cdot a^2 \cdot b}{2} & \frac{(1-\nu) \cdot a \cdot b^2}{4} & \frac{(1-\nu) \cdot a^2 \cdot b^2}{8} & 0 & \frac{a^2 \cdot b}{2} & \frac{1}{3} \left[\frac{a \cdot b + (1-\nu) \cdot a \cdot b^2}{2} \right] & \end{matrix} \end{pmatrix}$$

Vérification des propriétés de la fonction de (déplacement) :

Les propriétés de la fonction de déplacement ont été citées dans le chapitre trois. En examinant la fonction de déplacement (3.3) pour l'élément rectangulaire, il est évident que le polynôme est continu sur l'élément et que le nombre de termes indépendants est égal au nombre de coordonnées nodales indépendantes. L'expression de l'énergie de déformation pour le cas de contrainte plane est :

$$Q_d = \frac{1}{2} \int_v \sigma_x \epsilon_x + \sigma_y \epsilon_y + \tau_{xy} \gamma_{xy} \cdot dv$$

Elle peut être écrite en fonction des déplacements U et V:

$$Q_d = \frac{E}{2(1+\nu)} \int_v \left\{ \frac{1}{1-\nu} \left[\left(\frac{\partial U}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial V}{\partial y} \right)^2 + 2 \cdot \nu \cdot \frac{\partial U}{\partial x} \frac{\partial V}{\partial y} \right] + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial U}{\partial y} + \frac{\partial V}{\partial x} \right)^2 \right\} \cdot dv$$

L'ordre de la dérivée le plus élevé qui apparaît dans l'intégrale de l'énergie de déformation est égal à un et la fonction de déplacement est complète jusqu'à l'ordre un.

Vérifions que la condition de compatibilité à travers les frontières de l'élément à été satisfaite. Les coordonnées des points nodaux i, j, k et l de l'élément (Figure 3.14) sont substituées dans les équations (3.16) pour donner le système d'équation suivant:

$$U_i = \alpha_1$$

$$\begin{aligned}
 U_j &= \alpha_1 + \alpha_2 \cdot a \\
 U_k &= \alpha_1 + \alpha_2 \cdot a + \alpha_3 \cdot b + \alpha_4 \cdot a \cdot b \\
 U_l &= \alpha_1 + \alpha_2 \cdot b \\
 V_i &= \alpha_5 \\
 V_j &= \alpha_5 + \alpha_6 \cdot b \\
 V_k &= \alpha_5 + \alpha_6 \cdot a + \alpha_7 \cdot b + \alpha_8 \cdot a \cdot b \\
 V_l &= \alpha_5 + \alpha_7 \cdot b
 \end{aligned}
 \tag{3.21}$$

En résolvant le système d'équations ci-dessus on obtient :

$$\left. \begin{aligned}
 \alpha_1 &= U_i \\
 \alpha_2 &= \frac{1}{a} \cdot (U_j - U_i) \\
 \alpha_3 &= \frac{1}{b} \cdot (U_l - U_i) \\
 \alpha_4 &= \frac{1}{a \cdot b} \cdot (U_i + U_k - U_j - U_l) \\
 \alpha_5 &= V_i \\
 \alpha_6 &= \frac{1}{a} (V_j - V_i) \\
 \alpha_7 &= \frac{1}{b} (V_l - V_i) \\
 \alpha_8 &= \frac{1}{a \cdot b} (V_i + V_k - V_j - V_l)
 \end{aligned} \right\}
 \tag{3.22}$$

Substituons les coefficients obtenus $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4, \alpha_5, \alpha_6, \alpha_7$ et α_8 dans l'équation (3.3) :

$$\left. \begin{aligned}
 U &= U_i + \frac{1}{a} (U_j - U_i) \cdot x + \frac{1}{b} (U_l - U_i) \cdot Y + \frac{1}{a \cdot b} (U_i + U_k - U_j - U_l) \cdot x \cdot y \\
 V &= V_i + \frac{1}{a} (V_j - V_i) \cdot x + \frac{1}{b} (V_l - V_i) \cdot Y + \frac{1}{a \cdot b} (V_i + V_k - V_j - V_l) \cdot x \cdot y
 \end{aligned} \right\}
 \tag{3.23}$$

En utilisant les équations (3.23), les composantes de déplacement sur les frontières de l'élément entre les nœuds i et j, j et k, k et l, et l et i sont données par les équations suivantes (3.24), (3.25), (3.26) et (3.27) respectivement;

$$\left. \begin{aligned}
 U &= U_i + \frac{1}{a} \cdot (U_j - U_i) \cdot x
 \end{aligned} \right\}
 \tag{3.24}$$

$$\begin{aligned}
 V &= V_i + \frac{1}{a} \cdot (V_j - V_i) \cdot x \\
 U &= U_j + \frac{1}{b} \cdot (U_k - U_j) \cdot y
 \end{aligned}
 \quad \left. \vphantom{\begin{aligned} V \\ U \end{aligned}} \right\} \quad (3.25)$$

$$\begin{aligned}
 V &= V_j + \frac{1}{b} \cdot (V_k - V_j) \cdot y \\
 U &= U_1 + \frac{1}{a} \cdot (U_k - U_1) \cdot x \\
 V &= V_1 + \frac{1}{a} \cdot (V_k - V_1) \cdot x
 \end{aligned}
 \quad \left. \vphantom{\begin{aligned} V \\ U \\ V \end{aligned}} \right\} \quad (3.26)$$

$$\begin{aligned}
 U &= U_i + \frac{1}{b} \cdot (U_1 - U_i) \cdot y \\
 V &= V_i + \frac{1}{b} \cdot (V_1 - V_i) \cdot y
 \end{aligned}
 \quad \left. \vphantom{\begin{aligned} U \\ V \end{aligned}} \right\} \quad (3.27)$$

En examinant les équations ci-dessus on peut voir que U et V sur chaque frontière dépendent seulement des composantes de déplacement des nœuds sur la frontière.

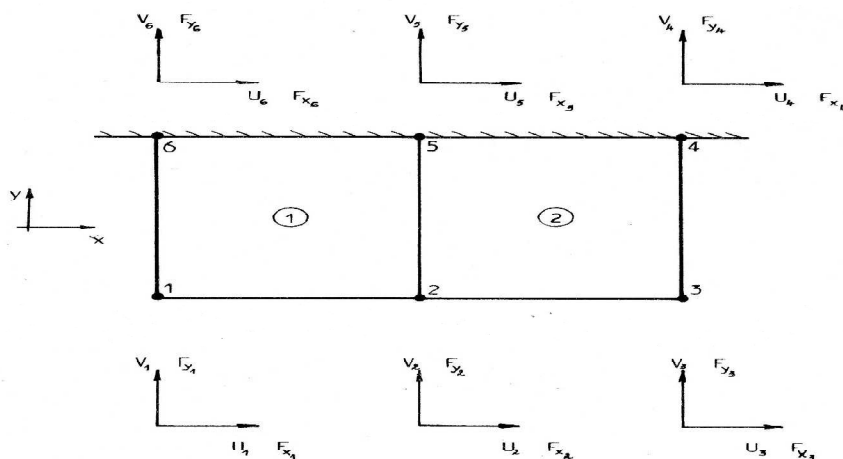


Fig. 6.3

Fig 3.8 Structure à deux éléments

3.6.Assemblage des éléments :

Ayant obtenu la matrice de rigidité [k] et les relations {P} [k] {δ} pour les éléments; l'étape qui suit dans le calcul consiste à obtenir la matrice de rigidité [K] pour toute la structure. Afin d'illustrer la procédure considérons la structure simple divisée en deux éléments (Figure 3.9).Les nœuds de la structure sont 1,2,3,4,5 et 6

Les forces et les déplacements aux nœuds des éléments (1) et (2) ainsi que les équations les reliant sont exprimés sous forme matricielle :

- Pour l'élément 1 :

$$\left(\begin{array}{c} \vdots \\ \vdots \\ \vdots \end{array} \right) \left(\begin{array}{c} \vdots \\ \vdots \\ \vdots \end{array} \right) \quad 43 \quad \left(\begin{array}{c} \vdots \\ \vdots \\ \vdots \end{array} \right)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} P_{x1}^1 \\ P_{y1}^1 \\ P_{x2}^1 \\ P_{y2}^1 \\ P_{x5}^1 \\ P_{y5}^1 \\ P_{x6}^1 \\ P_{y6}^1 \end{array} \right\} = \begin{matrix} & K_{11}^1 & K_{12}^1 & K_{13}^1 & K_{14}^1 & K_{15}^1 & K_{16}^1 & K_{17}^1 & K_{18}^1 \\ K_{21}^1 & & K_{22}^1 & K_{23}^1 & K_{24}^1 & K_{25}^1 & K_{26}^1 & K_{27}^1 & K_{28}^1 \\ K_{31}^1 & K_{32}^1 & & K_{33}^1 & K_{34}^1 & K_{35}^1 & K_{36}^1 & K_{37}^1 & K_{38}^1 \\ K_{41}^1 & K_{42}^1 & K_{43}^1 & & K_{44}^1 & K_{45}^1 & K_{46}^1 & K_{47}^1 & K_{48}^1 \\ K_{51}^1 & K_{52}^1 & K_{53}^1 & K_{54}^1 & & K_{55}^1 & K_{56}^1 & K_{57}^1 & K_{58}^1 \\ K_{61}^1 & K_{62}^1 & K_{63}^1 & K_{64}^1 & K_{65}^1 & & K_{66}^1 & K_{67}^1 & K_{68}^1 \\ K_{71}^1 & K_{72}^1 & K_{73}^1 & K_{74}^1 & K_{75}^1 & K_{76}^1 & & K_{77}^1 & K_{78}^1 \\ K_{81}^1 & K_{82}^1 & K_{83}^1 & K_{84}^1 & K_{85}^1 & K_{86}^1 & K_{87}^1 & & K_{88}^1 \end{matrix} \left\{ \begin{array}{l} U_1^1 \\ V_1^1 \\ U_2^1 \\ V_2^1 \\ U_5^1 \\ V_5^1 \\ U_6^1 \\ V_6^1 \end{array} \right\}$$

• Pour l'élément 2 :

$$\left\{ \begin{array}{l} P_{x2}^2 \\ P_{y2}^2 \\ P_{x3}^2 \\ P_{y3}^2 \\ P_{x4}^2 \\ P_{y4}^2 \\ P_{x5}^2 \\ P_{y5}^2 \end{array} \right\} = \begin{matrix} & K_{11}^2 & K_{12}^2 & K_{13}^2 & K_{14}^2 & K_{15}^2 & K_{16}^2 & K_{17}^2 & K_{18}^2 \\ K_{21}^2 & & K_{22}^2 & K_{23}^2 & K_{24}^2 & K_{25}^2 & K_{26}^2 & K_{27}^2 & K_{28}^2 \\ K_{31}^2 & K_{32}^2 & & K_{33}^2 & K_{34}^2 & K_{35}^2 & K_{36}^2 & K_{37}^2 & K_{38}^2 \\ K_{41}^2 & K_{42}^2 & K_{43}^2 & & K_{44}^2 & K_{45}^2 & K_{46}^2 & K_{47}^2 & K_{48}^2 \\ K_{51}^2 & K_{52}^2 & K_{53}^2 & K_{54}^2 & & K_{55}^2 & K_{56}^2 & K_{57}^2 & K_{58}^2 \\ K_{61}^2 & K_{62}^2 & K_{63}^2 & K_{64}^2 & K_{65}^2 & & K_{66}^2 & K_{67}^2 & K_{68}^2 \\ K_{71}^2 & K_{72}^2 & K_{73}^2 & K_{74}^2 & K_{75}^2 & K_{76}^2 & & K_{77}^2 & K_{78}^2 \\ K_{81}^2 & K_{82}^2 & K_{83}^2 & K_{84}^2 & K_{85}^2 & K_{86}^2 & K_{87}^2 & & K_{88}^2 \end{matrix} \left\{ \begin{array}{l} U_1^2 \\ V_1^2 \\ U_2^2 \\ V_2^2 \\ U_5^2 \\ V_5^2 \\ U_6^2 \\ V_6^2 \end{array} \right\}$$

Ces équations sont ensuite combinées pour obtenir les équations reliant les forces {F} et les déplacements {U} aux nœuds de la structure. Les composantes des déplacements aux nœuds de la structure sont égales aux déplacements nodaux des éléments. Les composantes des forces aux nœuds de la structure sont la somme des composantes des forces nodales des nœuds adjacents. D'où pour la structure considérée:

$$\begin{array}{ll}
 U_1 = U_1^1 & Fx_1 = Px_1^1 \\
 V_1 = V_1^1 & Fy_1 = Py_1^1 \\
 U_2 = U_2^1 = U_2^2 & Fx_2 = Px_2^1 = Px_1^1 \\
 V_2 = V_2^1 = V_2^2 & Fy_2 = Py_2^1 = Py_2^2 \\
 U_3 = U_3^2 & Fx_3 = Px_3^2 \\
 V_3 = V_3^2 & Fy_3 = Py_3^2 \\
 U_4 = U_4^1 & Fx_4 = Px_4^1 \\
 V_4 = V_4^2 & Fy_4 = Py_4^2 \\
 U_5 = U_5^1 = U_5^2 & Fx_5 = Px_5^1 = Px_5^2 \\
 V_5 = V_5^4 = V_5^2 & Fy_5 = Py_5^4 = Py_5^2 \\
 U_6 = U_6^1 & Fx_6 = Px_6^1 \\
 U_6 = U_6^1 & Fy_6 = Py_6^1
 \end{array}
 \quad \text{et}$$

En général dans la matrice de rigidité de la structure chaque ligne est une composante de force aux composantes de déplacements. D'où pour la structure considérée la matrice de rigidité globale, est:

$$[K] = \begin{pmatrix}
 K_{11}^1 & K_{12}^1 & K_{14}^1 & K_{14}^1 & 0 & 0 & 0 & K_{15}^1 & K_{16}^1 & K_{17}^1 & K_{18}^1 \\
 K_{21}^1 & K_{22}^1 & K_{24}^1 & K_{24}^1 & 0 & 0 & 0 & K_{25}^1 & K_{26}^1 & K_{27}^1 & K_{28}^1 \\
 K_{31}^1 & K_{32}^1 & (K_{35}^1 + K_{11}^1) & (K_{34}^1 + K_{12}^1) & K_{13}^2 & K_{14}^2 & K_{16}^2 & (K_{35}^1 + K_{17}^2) & (K_{35}^1 + K_{18}^2) & K_{37}^1 & K_{38}^1 \\
 K_{41}^1 & K_{42}^1 & (K_{43}^1 + K_{21}^1) & (K_{44}^1 + K_{22}^1) & K_{23}^2 & K_{24}^2 & K_{26}^2 & (K_{41}^1 + K_{27}^2) & (K_{46}^1 + K_{28}^2) & K_{47}^1 & K_{48}^1 \\
 0 & 0 & K_{31}^2 & K_{32}^2 & K_{33}^2 & K_{34}^2 & K_{36}^2 & K_{37}^2 & K_{38}^2 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & K_{41}^2 & K_{42}^2 & K_{43}^2 & K_{44}^2 & K_{46}^2 & K_{47}^2 & K_{48}^2 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & K_{51}^2 & K_{74}^2 & K_{53}^2 & K_{54}^2 & K_{56}^2 & K_{57}^2 & K_{58}^2 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & (K_{53}^1 + K_{71}^2) & K_{52}^2 & K_{63}^2 & K_{64}^2 & K_{66}^2 & K_{67}^2 & K_{68}^2 & 0 & 0 \\
 K_{51}^1 & K_{52}^1 & (K_{65}^1 + K_{81}^2) & K_{62}^2 & K_{73}^2 & K_{74}^2 & K_{76}^2 & (K_{55}^1 + K_{71}^2) & (K_{56}^1 + K_{78}^2) & K_{57}^1 & K_{58}^1 \\
 K_{61}^1 & K_{62}^1 & K_{73}^1 & (K_{34}^1 + K_{72}^2) & K_{83}^2 & K_{84}^2 & K_{86}^2 & (K_{65}^1 + K_{87}^2) & (K_{46}^1 + K_{28}^2) & K_{67}^1 & K_{68}^1 \\
 K_{71}^1 & K_{72}^1 & K_{83}^1 & (K_{64}^1 + K_{82}^2) & 0 & 0 & 0 & K_{75}^1 & K_{76}^1 & K_{77}^1 & K_{78}^1 \\
 K_{82}^1 & K_{82}^1 & K_{83}^1 & K_{74}^1 & 0 & 0 & 0 & K_{85}^1 & K_{86}^1 & K_{37}^1 & K_{88}^1
 \end{pmatrix}$$

Finalement on doit introduire les conditions aux limites. Pour, 'notre exemple les composantes de déplacement U et V des nœuds 4, 5 et 6 sont nulles; d'où dans les

Chapitre 4

Validation numérique

Plan du Chapitre 4

4 .1 Introduction	48
4.2 Procédures de modélisation.....	48
4.3 Définir les propriétés physiques de l'élément	49
4.4. Procédure de modélisation du fluage par Ansys	50
4.5. Validation Numérique	52
4.5.1. Discrétisation de la structure	54
4.6 L'analyse	55
4.7. Résultats et discussions	55
4.7.1. Contrainte de Von Mises.....	57
4.7.2. Déformations au fluage	59
4.8 Conclusion.....	60

4.1 Introduction

Le logiciel ANSYS a été développé par Dr. John Swanson, fondateur de la société ANSYS Inc. qui a son siège Houston, USA. Il s'agit d'un outil de développement en analyse d'ingénierie. ANSYS est un code en éléments finis d'usage général dédié à la résolution numérique d'une large variété de problèmes physique en général et de mécanique en particulier. Ces problèmes portent notamment sur : l'analyse structurale en statique et en dynamique (linéaire et non linéaire), transfert de chaleur, dynamique des fluides, acoustique, électromagnétique. Le traitement des problèmes de technologie contient fondamentalement trois étapes principales :

1. Préprocesseur :

- Choisir le type d'éléments
- Enter les propriétés géométriques
- Entrer les paramètres physiques
- Créer le maillage : définir les nœuds et les éléments
- Appliquer les sollicitations
- Imposer les conditions aux limites

2. Solveur :

- Choisir le type d'analyse (statique, dynamique,....)
- Construire la matrice et le vecteur élémentaire $[ke]$, $\{fe\}$
- Assembler $[ke]$ et $\{fe\}$ dans $[K]$ et $\{F\}$
- Prendre en compte les conditions aux limites
- Résoudre le système d'équations $[K]\{U\} = \{F\}$
- Calculer les variations additionnelles (gradients, réactions,...)

3. Post-processeur

- Présenter les résultats sous :
 - Forme numérique
 - Forme graphique
- Effectuer des fonction complémentaires : combinaisons, interprétation, interpolation, animation,....

4.2 Procédures de modélisation

- **Pre-Processing** : Définir le Problème

1. Donner un Titre au Problème (par exemple 'poutre en béton armé').
Dans la barre Utility menu sélectionner File > Change Title:

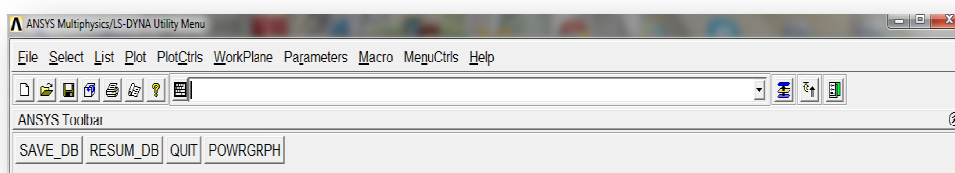


Fig 4.1 Donner un titre à l'analyse.

Entrer le titre et cliquer 'OK'. Ce titre apparaîtra en bas à gauche de l'écran graphique une fois que vous avez commencé.

2. Choix d'unité (MKS)

- Pour définir l'unité qu'on veut utiliser, on doit suivre les étapes suivantes ;
Preprocessor> Material Props > Material Library > select Units

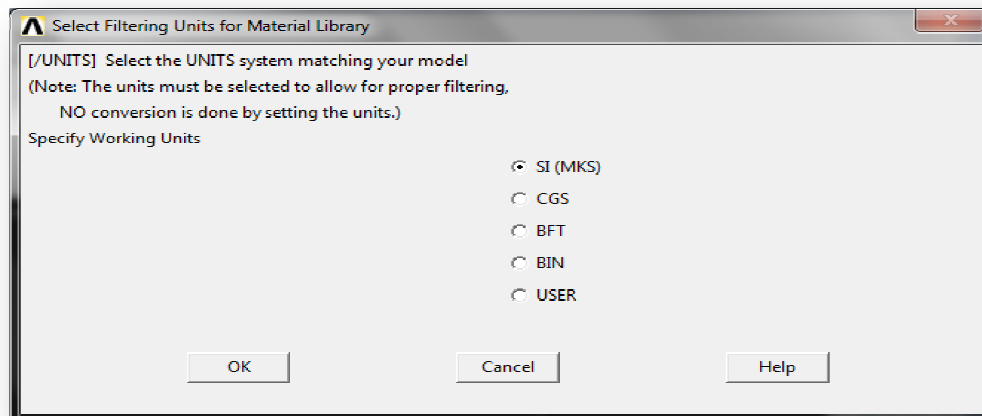


Fig 4.2 Choix d'unité des paramètres.

On clique sur < ok > une fois qu'on a fait le choix.

- On choisit le degré Celsius (c°) comme l'unité de la température
Preprocessor>MaterialProps>TemperatureUnits

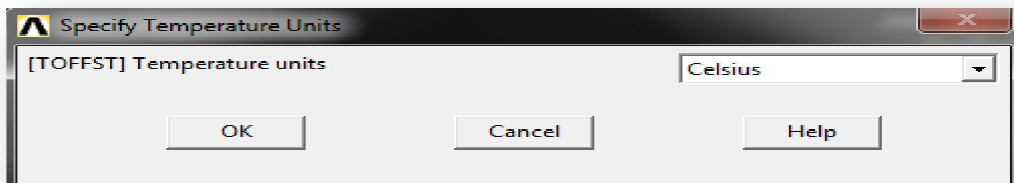


Fig 4.3 Définir l'unité de la température.

- On clique sur ok une fois qu'on a fait notre choix.

4.3 Définir les propriétés physiques de l'élément

Désormais, nous devons définir les propriétés mécaniques du matériau utilisé par l'interface de la figure suivante.

Dans le menu 'Preprocessor', sélectionner **MaterialProps>MaterialModels**

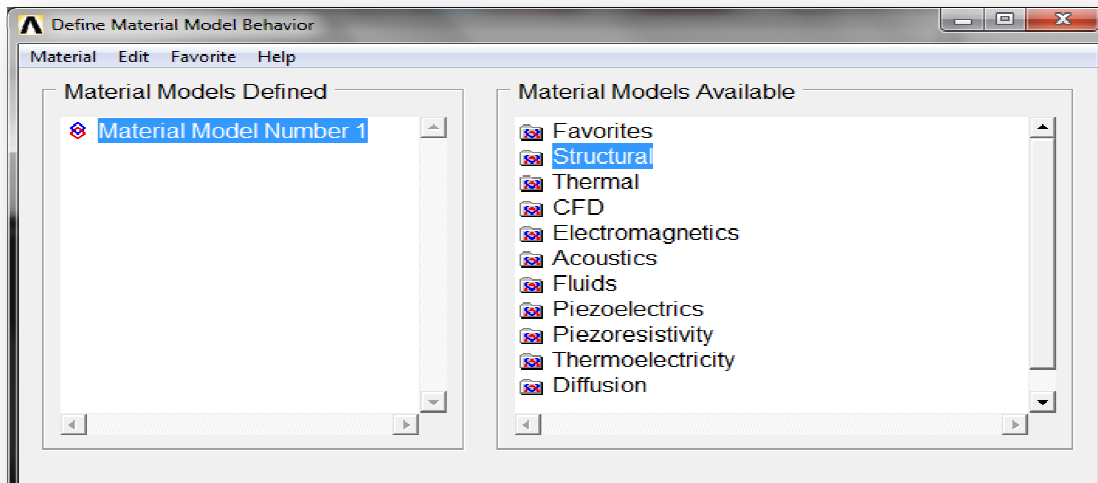


Fig 4.4 Déterminer les propriétés de l'acier.

- cliquer sur **Structural >Linear>Elastic>Isotropic**

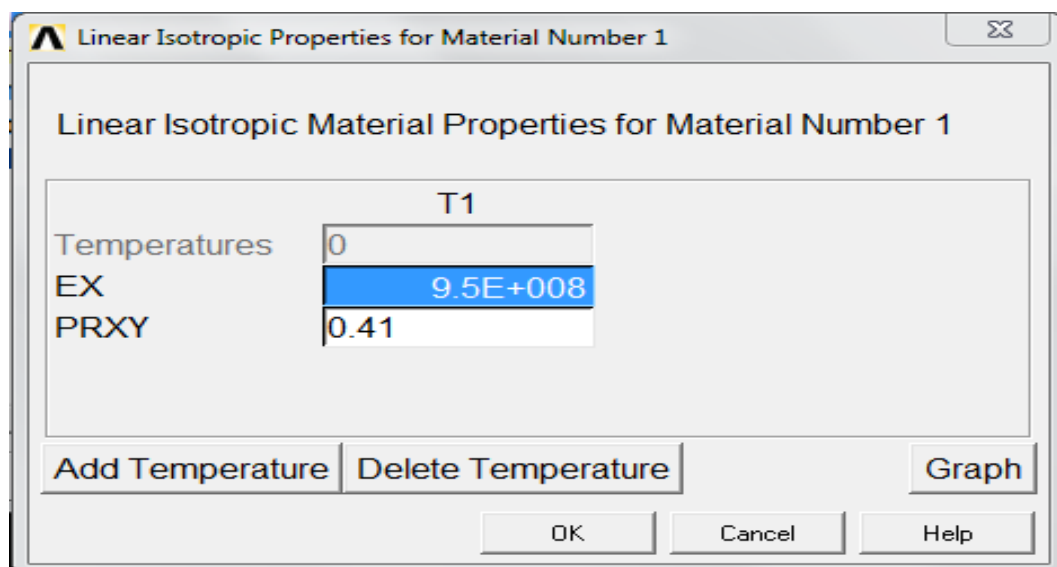


Fig 4.5 Module de Young et le coefficient de Poisson du béton bitumineux

- .Cliquer sur '**OK**' pour continuer.
- On clique sur : **structural >Density**

4.4. Procédure de modélisation du fluage par Ansys

Le fluage implicite (Implicitcreep) est la méthode la plus utilisée dans le programme ANSYS pour des raisons d'efficacité et d'exactitude. On la programme par l'utilisation de la commande **TB** avec $Lab = CREEP$, et choisir l'équation du fluage correspondante en spécifiant le numéro du model qu'il lui correspond par la commande **TBOPT**, voir exemple si dessous :

TB, CREEP, 1, 1, 4, 2

TBTEMP, 100

TBDATA, 1, C1, C2, C3, C4

$TBOPT = 2$: Spécifie l'équation de la loi de comportement du model 2 du fluage.

Elle est définie comme étant la loi de fluage dite de « durcissement temporel » ou (time hardening) dans Ansys. Elle décrit la Variations de ε_{cr} en fonction de plusieurs paramètres. La commande [TBTEMP](#) implique l'introduction de la température et [TBDATA](#) est celle qui introduit les constantes du fluage associé à l'équation (C1, C2, C3, C4).

La commande [TB](#) peut être introduite autrement comme suit :

Menu Paths (TB commande)

- Main Menu > Preprocessor > Loads > Load Step Opts > Change Mat Props > Material Models
- Main Menu > Preprocessor > Material Props > Material Models
- Main Menu > Solution > Load Step Opts > Other > Change Mat Props > Material Models

L'utilisation de cette commande est illustrée dans la figure IV.1 suivante.

Cette méthode utilise plusieurs éléments à sa savoir : [PLANE42](#), [SOLID45](#), [PLANE82](#), [SOLID92](#), [SOLID95](#), [LINK180](#), [SHELL181](#), [PLANE182](#), [PLANE183](#), [SOLID185](#), [SOLID186](#), [SOLID187](#), [SOLSH190](#), [BEAM188](#), [BEAM189](#), [SHELL208](#) et [SHELL209](#)

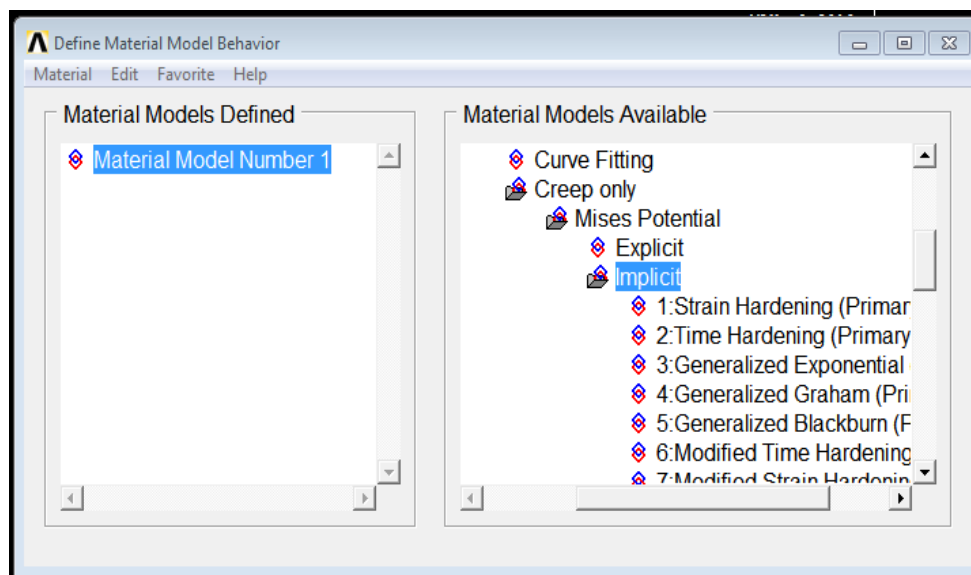


Fig 4.6 Procédure d'introduction de la loi de fluage dans une structure

D'autres expressions du fluage sont introduites par l'intermédiaire de la commande $TBOPT = 100$. La commande $Lab = STATE$, nous permet de définir le nombre de variable d'état, l'exemple suivant montre l'introduction de cinq variables d'état: TB, STATE, 1, 5. Des combinaisons de modèles de fluage avec d'autres options sont possible a utilisés par la

commande [**TB**, CREEP] tels que: fluage isotropique, fluage cinématique bilinéaire et fluage Hill anisotropique.

L'exemple suivant montre une subroutine d'introduction de deux variables de température de 100 et 200 Kelvin en deux points de la structure.

```
TB,CREEP,1,,,1      !Activate creep data table, specify creep model 1
TBTEMP,100         !Define first temperature
TBDATA,1,c11,c12,c13,c14 !Creep constants c11, c12, c13, c14 at first temp.
TBTEMP,200         !Define second temperature
TBDATA,1,c21,c22,c23,c24 !Creep constants c21, c22, c23, c24 at second temp.
```

Cette procédure peut être faite d'une autre manière en procédant par la méthode suivante (fig. 4.7):

Main Menu>Pre-processor>Material Props>Material Models

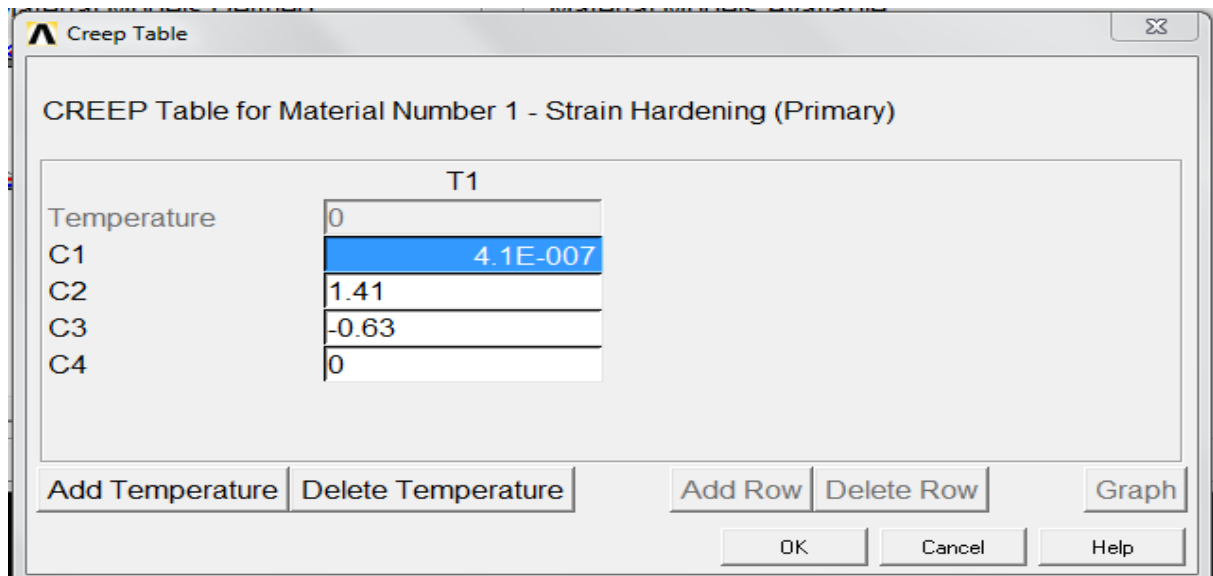


Fig 4.7 Procédure d'introduction des températures et les constantes de fluage

4.5. Validation Numérique

Le logiciel Non commercial ANSYS, est l'un des simulateurs puissant d'analyse structural basé sur la méthode des éléments finis. Il est ainsi utilisé dans l'analyse et l'évaluation transitoire des transferts thermique dans les matériaux, le calcul de champ de contraintes résiduelles pendant le chargement, etc. L'analyse effectuée par ANSYS inclue deux étapes, à savoir une étape de modélisation et une étape de calcul. La 1ère étape consiste à modéliser la structure en élément finis en choisissant l'élément qui convient au type d'analyse à effectuer, comme par exemple : l'élément PLANE82 qui représente un solide à 8 nœuds est destiné aux problèmes structuraux. Pour le cas de contact inter granulaire on choisit l'élément Contact2D target 169 (fig. 4.8). La 2eme étape, est subdivisée en trois à savoir :

1. L'étape pré- processeur : qui consiste à introduire la géométrie du problème, propriétés des matériaux et les conditions aux limites.
2. Tandis que, dans l'étape solution, on choisit le type d'analyse qu'on doit effectuer.
3. Finalement, les résultats de la solution effectuée sont observés dans l'étape post-processeur. Afin, de modéliser le fluage, le model utilisé dans notre étude est le model intitulé (Modified Time Hardening) : (Eq. 4.1). On considère que le matériau est isotropique, et la méthode de solution de base utilisée est celle de Newton-Raphson.

$$\epsilon_{cr} = C_1 \sigma^{C_2} t^{C_3} e^{-C_4/T} \quad (4. 1)$$

Avec :

- ϵ_{cr} : Déformations de fluage (creepstrain)
- σ : Contrainte équivalente (equivalent stress)
- t : Temps du chargement (time at end of sub – steps)
- C_1, C_2, C_3, C_4 : Paramètres de fluage, donnés si dessous : $C_1 = 41.10^{-8}$ 1/s, $C_2 = 1.48$, $C_3 = -0.63$, $C_4=0$,
- T : Température du milieu en Kelvin

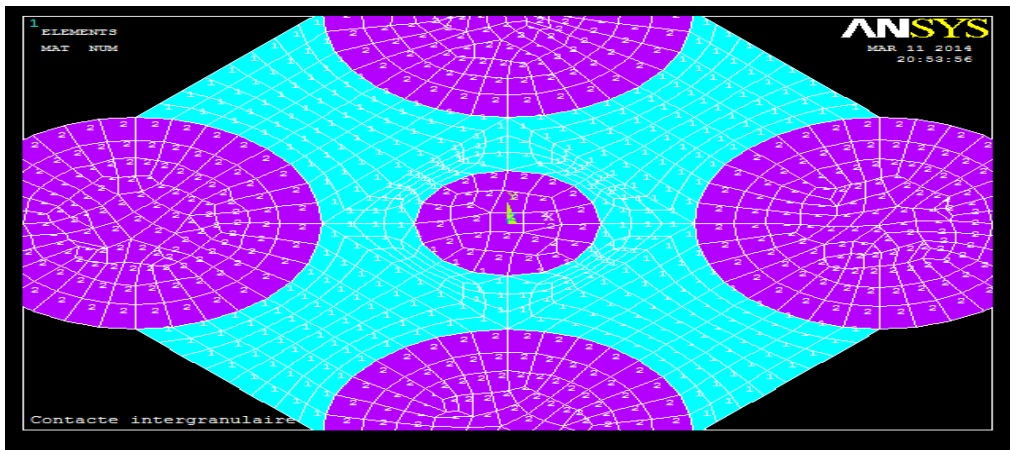


Fig 4.8 Discrétisation de la structure en éléments finis

Le tableau suivant donne les caractéristiques élastique et différés des différents béton bitumineux [19].

Table 1. Paramètres de fluage et d'élasticité pour les différents types des bétons bitumineux [19]

	MaterialsParamètres				
	Elasticparameters		Creepparameters		
	E (kPa)	ν	C1 ($\times 10^{-8}$)	C2	C3
HL3	950000	0.41	41	1.48	-0.63
SMAL	80000	0.42	509	1.04	-0.78
SMAG	800000	0.42	138	1.31	-0.68
SP19D	1600000	0.39	66	1.20	-0.68
SP19E	1400000	0.40	72	1.20	-0.64

Le model rhéologique correspondant est celui représenté par Maxwell et Kelvin voight (fig.4.9). Le ressort élastique du model de maxwell représente le module d'élasticité (E) du matériau, la viscoélasticité de l'amortisseur représente la déformation en fonction du temps qui est proportionnelle au contraintes appliquées (σ), et inversement proportionnelle à la

viscosité du matériau (η). La réponse viscoélastique de l'amortisseur est représentée par (σ/η) . La réponse du model de kelvin voight est différente de celle du model de maxwell. Au lieu d'égalité de contrainte dans le ressort élastique et l'amortisseur visqueux, ce model représente la combinaison des deux sous une contrainte donnée. L'amortisseur du model de maxwell représente le patin, il est responsable du phénomène d'écoulement. La valeur de la viscosité (η_1) est la quantité d'équilibre du patin dans le matériau.

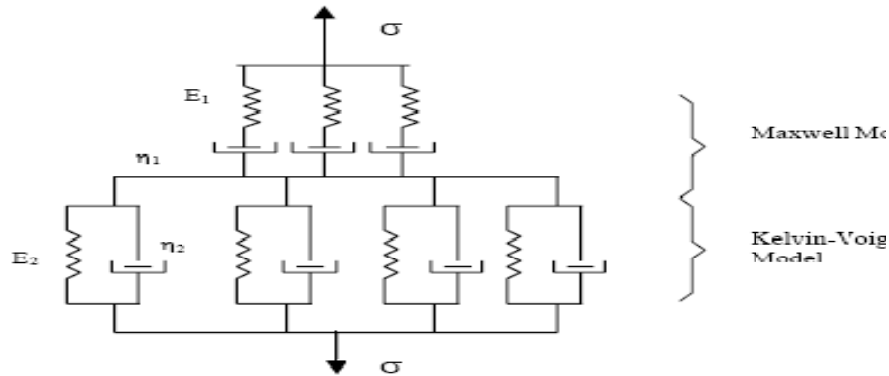


Figure 2 - Maxwell and Kelvin Voight Material Models

4.5.1. Discrétisation de la structure

Dans le cadre de ce travail, nous nous sommes limités à traiter le problème en éléments finis à deux dimensions (fig. 4.8). Dans cette modélisation, le nombre d'éléments dans la structure avoisine 960 éléments et 1005 nœuds. La discrétisation du contacte inter granulaire est faite à base des éléments PLANE82 en 2D qui représente un solide à 8 nœuds, et les éléments de Contact2D target 169 qui correspond au contacte surface- surface. La matrice de rigidité des éléments est calculée à base de la méthode d'intégration numérique de Gauss.

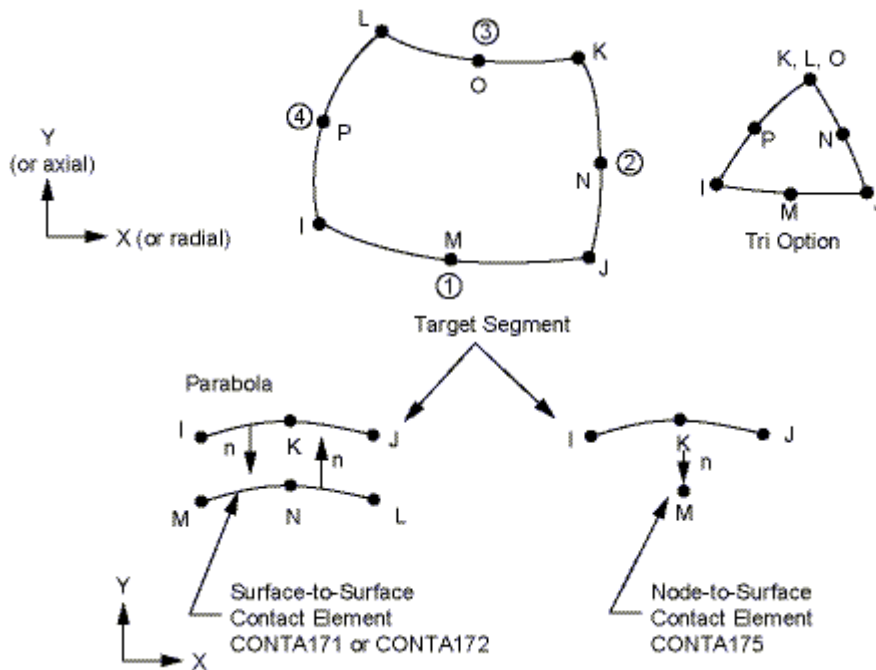


Fig 4.9

Fig 4.10 Géométrie des éléments PLANE82 et TARGE169 [20]

4.6 L'analyse

- Avant d'analyser il faut tout d'abord définir le temps de chargement et dans notre cas il est de 20000 h, on clique sur :
- **Solution > Analyse type > Solution control:**

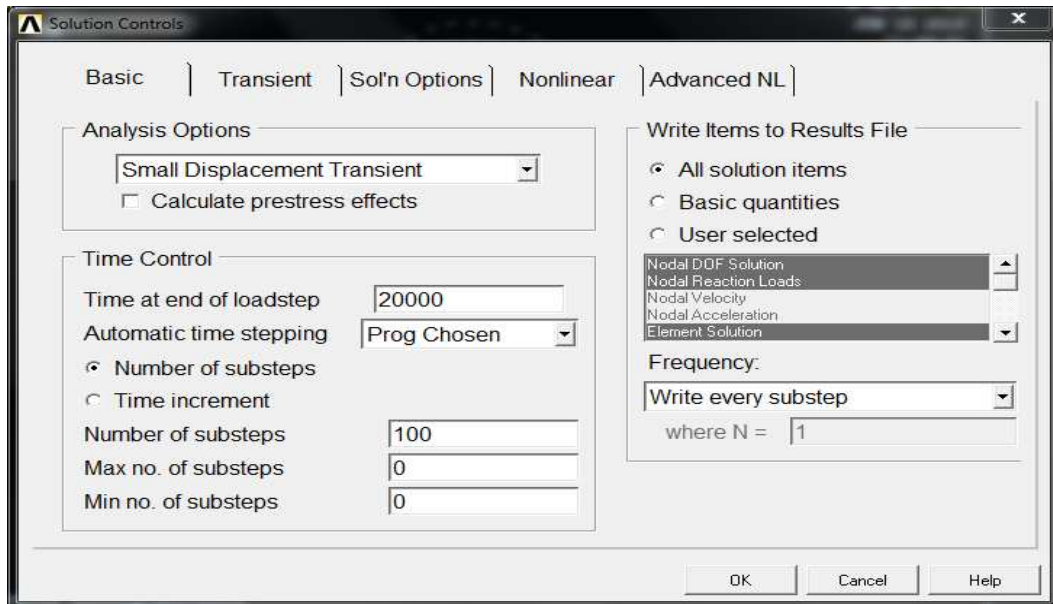


Fig 4.11 Fixer une valeur au temps maximum de chargement.

- On définit le temps voulu dans la première case et on clique sur "ok".
- Pour réaliser la dernière étape (l'analyse), on suit les procédures suivantes :

Solution > Solve > Current LS > ok > yes.

- Après avoir effectué l'analyse, une représentation graphique apparaîtra (voir figure dessous), cette représentation schématique est appelée critère de convergence de la solution et c'est un signe qui nous permet de dire que nos résultats sont plus proches de la réalité.

4.7. Résultats et discussions

Dans ce qui suit nous allons illustrer à travers les figures suivantes, les déplacements, les déformations, les contraintes de cisaillement dans le domaine élastique suivant les axes (X et Y), ainsi que les courbes déformations de fluage. Les figures 4.12 et 4.13 nous montrent que le bitume se comporte comme étant un matériau viscoélastique élastique, cela du à sa composition en maltène et en asphaltène qui lui confèrent ce comportement. On constate que ces déformations élastiques sont constantes, par contre les particules granulaire subissent des déformations graduelles. La figure 4.14, illustre les contraintes de cisaillement, on constate qu'elles sont graduellement illustrées au niveau des grains et moins graduel dans le matériau bitume.

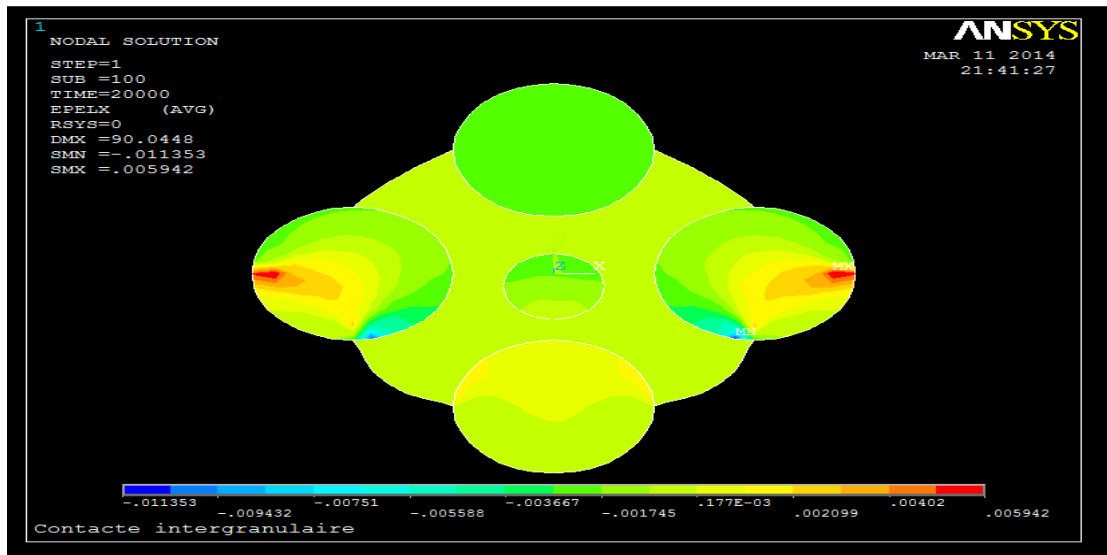


Fig 4.12 Illustration des déformations élastique dans le sens X

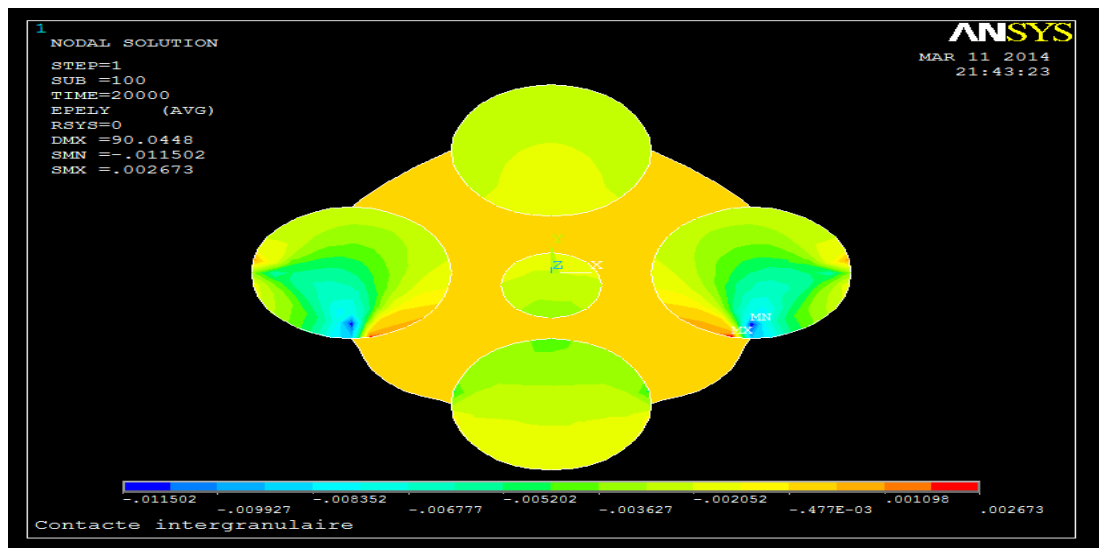


Fig 4.13 Illustration des déformations élastique dans le sens Y

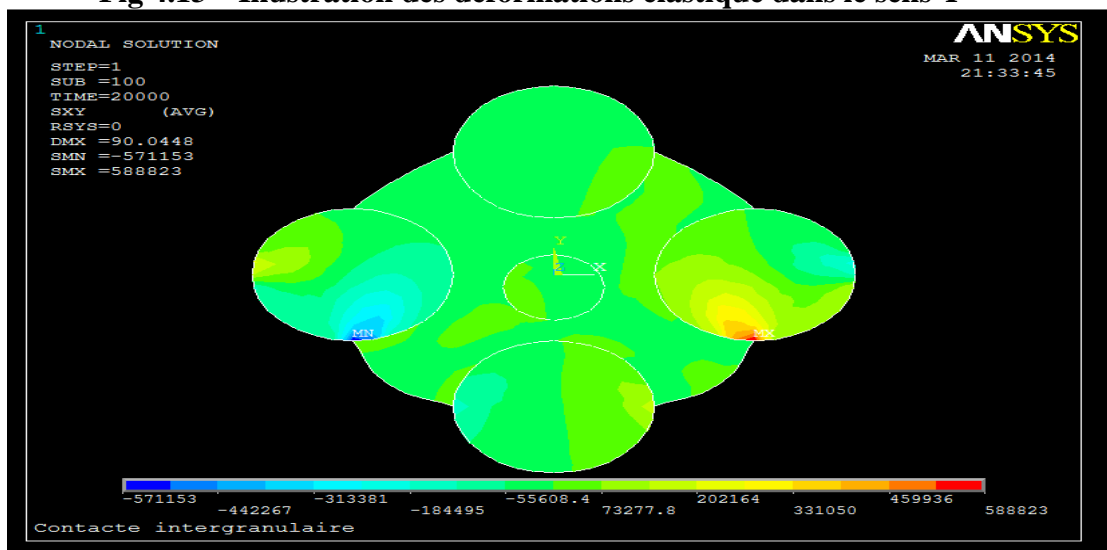


Fig 4.14 Illustration des contraintes de cisailment dans le plan XY

Les figures 4.15 et 4.16 illustrent les déplacements UX et UY. On constate que les déplacements UX sont symétrique, et que le maximum des valeurs est situé dans le matériau bitume.

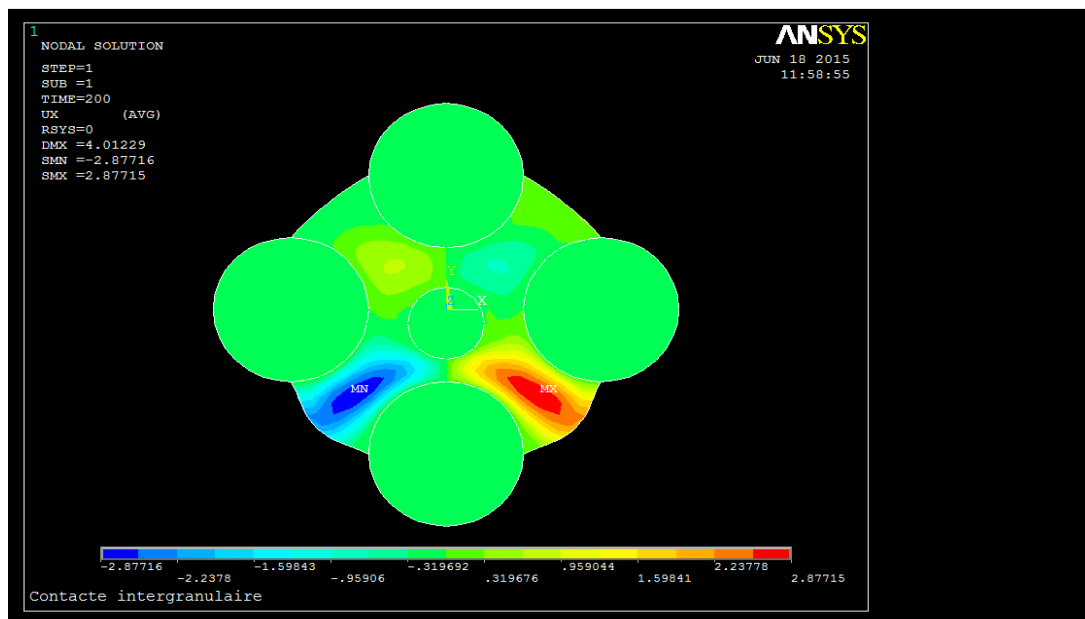


Fig 4.15 Illustration des déplacements UX

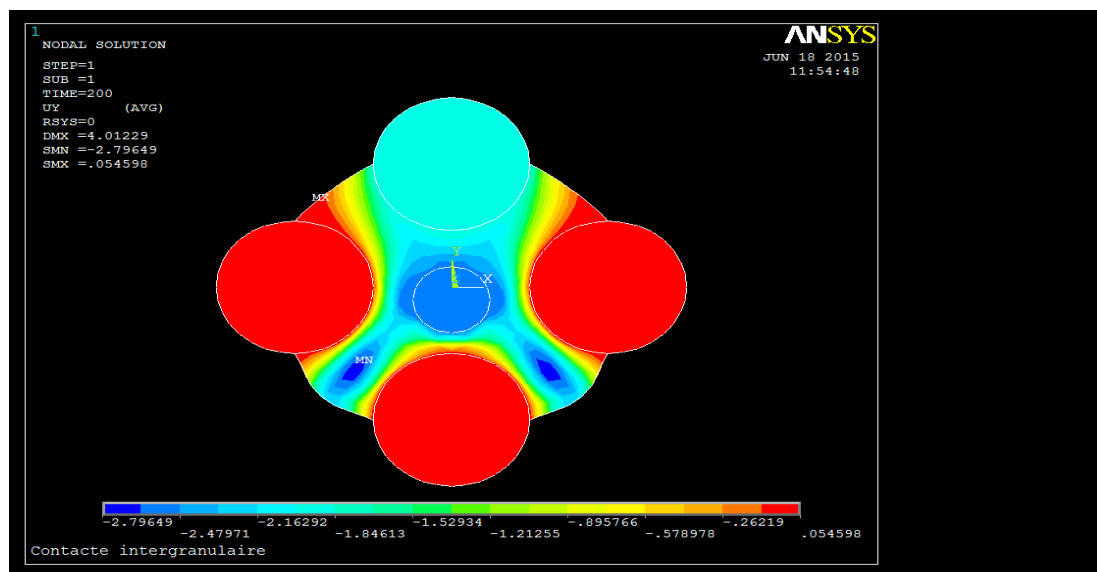


Fig 4.16 Illustration des déplacements UY

4.7.1. Contrainte de Von Mises

La figure 4.17 Suivante illustre les contraintes de Von Mises, elles varient de 476.611Pa à 0.111.e7 Pa, cette dernière valeur atteinte au niveau de la zone de contact entre le bitume et le grain. Les figures 4.18 – 4.19 illustrent les valeurs contraintes σ_x et σ_y .

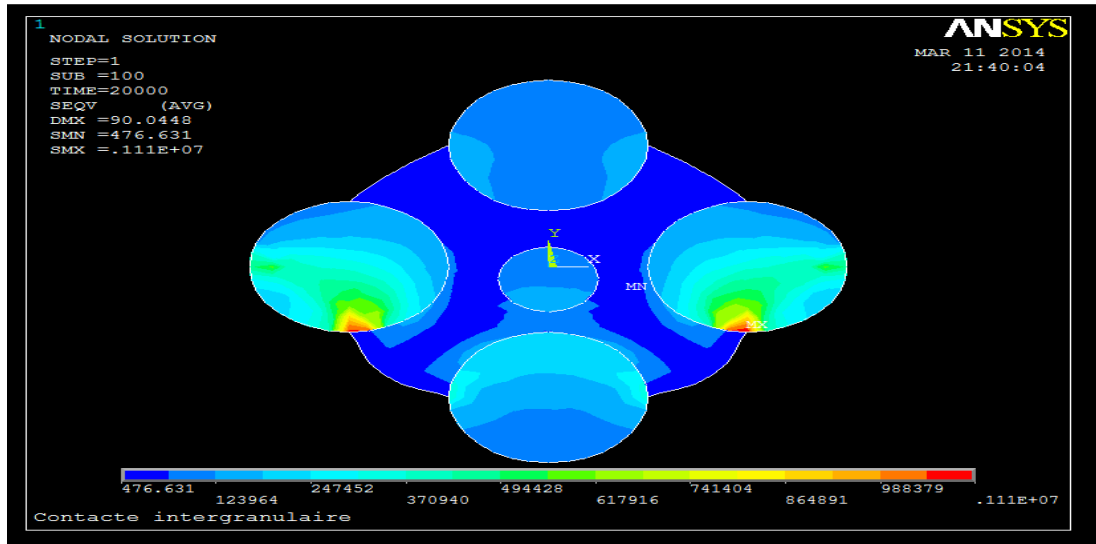


Fig 4.17 Illustration des contraintes de Von Mises

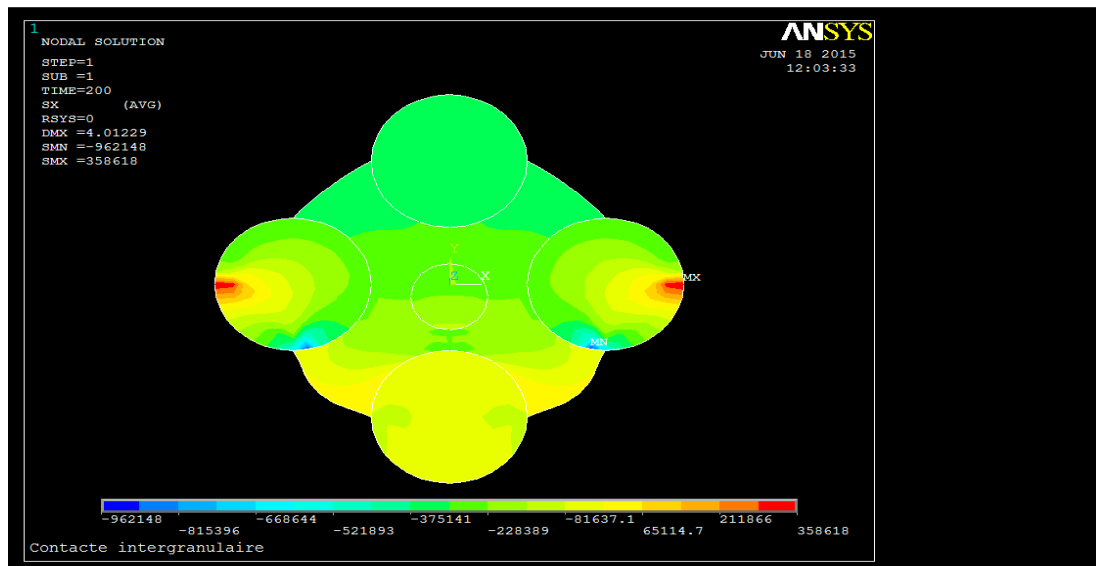


Fig 4.18 Illustration des contraintes suivant le sens X

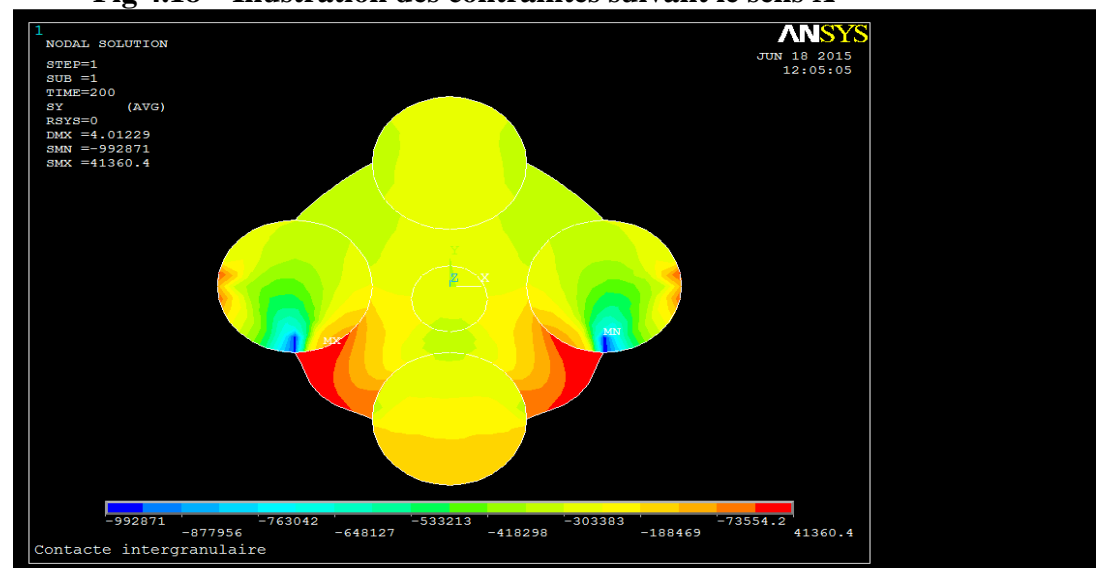


Fig 4.19 Illustration des contraintes suivant le sens Y

4.7.2. Déformations au fluage

Les figures suivantes illustrent les déformations de fluage ϵ_{cr} dans le sens X et celles de cisaillement (plan XY). On constate que les parties du bitume qui flue ainsi que les déformations de fluage dans le plan XY se concentrent au niveau des zones de contact entre les grains et le bitume. On constate que c'est le matériau bitume qui absorbe les déformations issues du fluage. La figure 4.23 illustre la courbe de fluage typique dans ses stades 1 et 2.

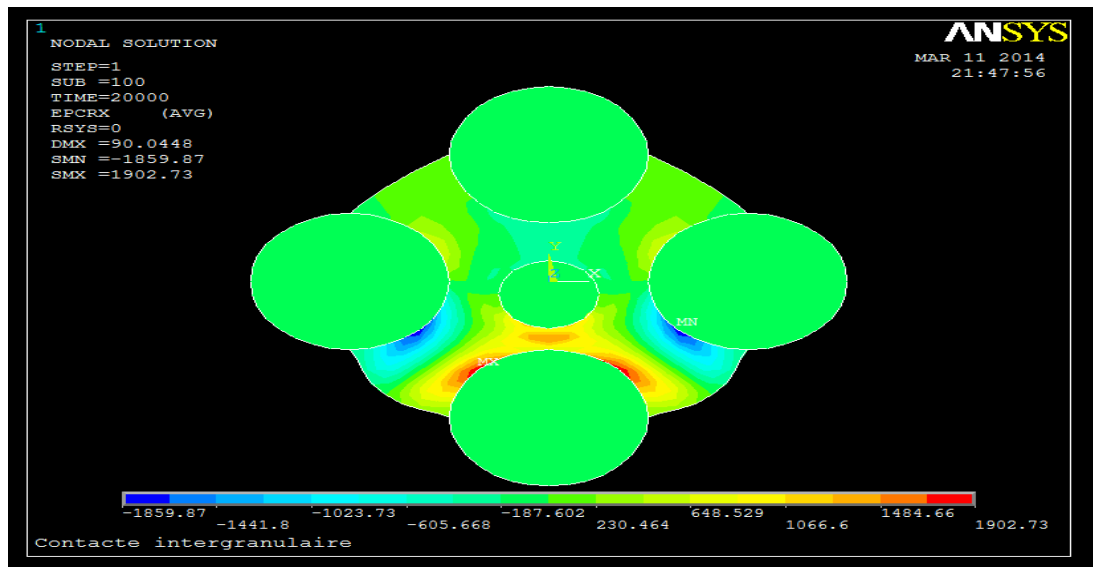


Fig 4.20 Illustration des déformations de fluage dans le sens X

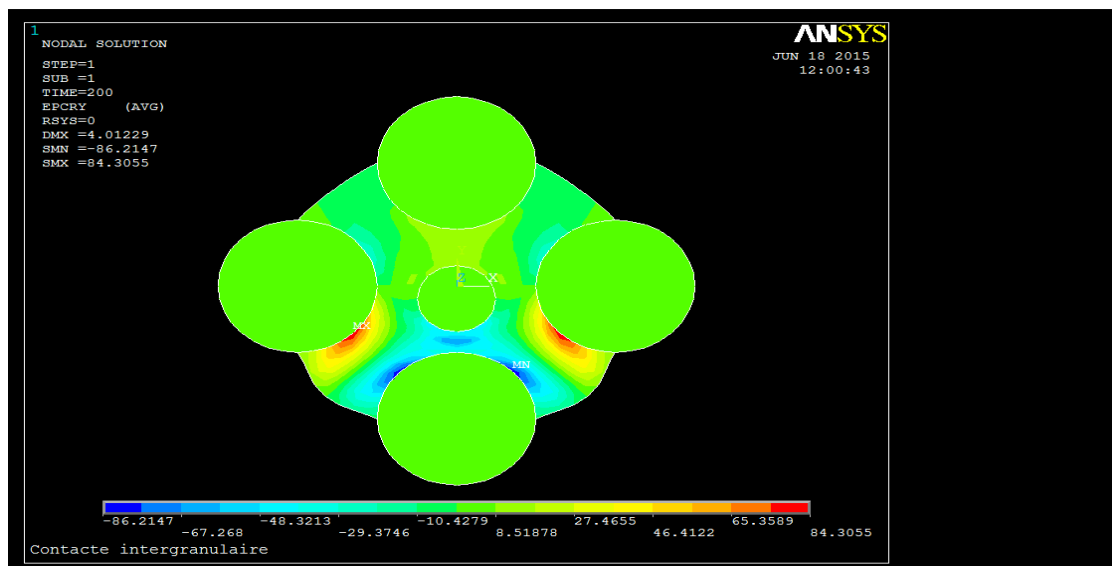


Fig 4.21 Illustration des déformations de fluage dans le sens Y

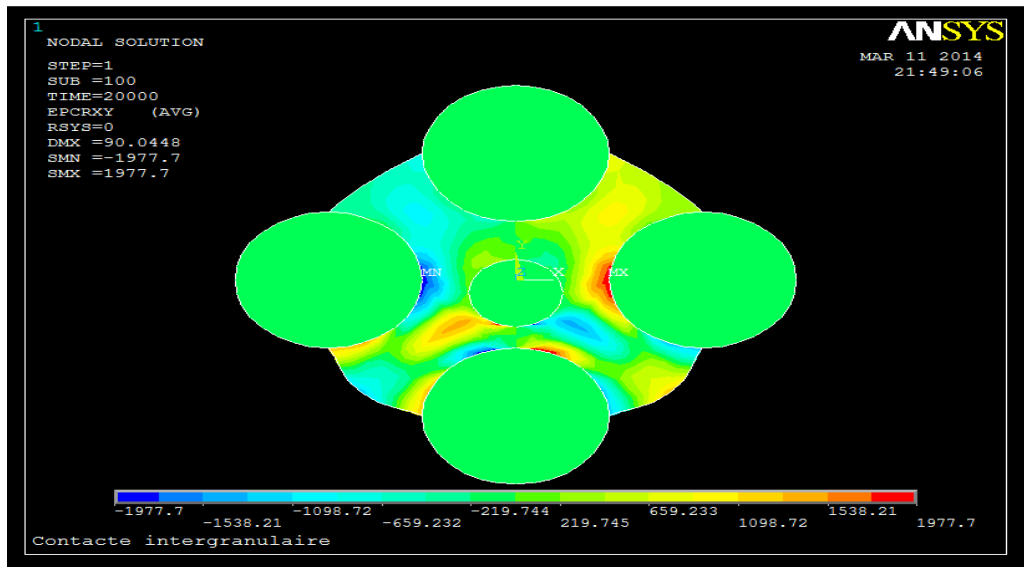


Fig 4.22 Illustration des déformations de fluage au cisaillement plan XY

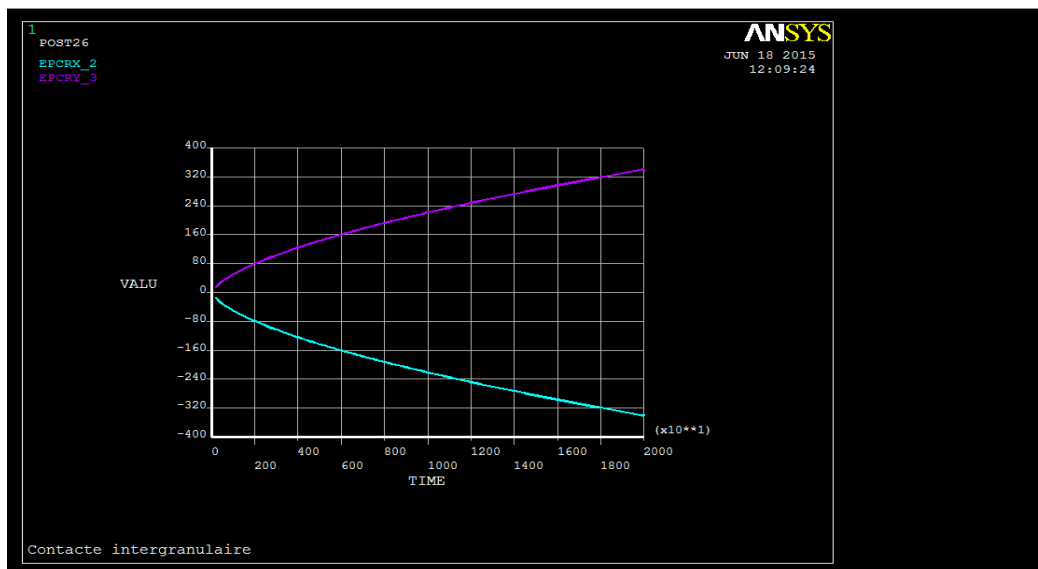


Fig 4.23 Courbe de fluage

4.8 Conclusion

A la lumière des résultats exposés tout au long de ce memoir, les différentes conclusionssuivantes peuvent être tirées :

1. De l'analyse des résultats obtenus, on peut conclure que le bitume confère à l'enrobé des propriétés viscoélastique et une cohésion de l'ensemble de la structure.
2. Le bitume qui joue le rôle d'un liant entre les différents granulats et de par sa composition en maltène et asphaltène engendre aux enrobés une certaine agilité du point de vue comportement. C'est au niveau de cette matière que le fluage prend naissance en premier lieux ce qui retarde l'apparition des fissures.

-
- [1] ANSYS, ANSYS User's Manual Revision 14. 1st Edn., ANSYS, Inc., USA, 2004.
- [2] E. Masad., L. Ashman, D. Little, H. Zbib, “*Viscoplastic modeling of asphalt mixes with the effects of anisotropy, damage and aggregate characteristics*”, Mechanics of Materials, vol (37), 2005, PP1242–1256.
- [3] E.L. Wilson, M. Khalvati, Finite elements for the dynamic analysis of fluid–solid systems, Int. J. Numer. Methods Eng. 19 (11), 1983, PP1657–1668
- [4] F.P. Bowden and D. Tabor, “Friction: An Introduction to Tribology”, (Anchor Press/Doubleday, Garden City, 1973).
- [5] G. Gregori, D.R. Clarke, “The interrelation between adhesion, contact creep, and roughness on the life of gold contacts in radio-frequency microswitches” J. Appl. Phys. 100,094904 (2006)
- [6] S.T. Patton, J.S. Zabinski, “Fundamental Studies of Au contacts in MEMS switches”, Tribol. Letters, Vol. 18, No. 2, February 2005, pp. 215-230
- [22] Uzarowski.L., “The development of asphalt mix creep parameters and finite element modelling of asphalt rutting”.Ph.D. Thesis, University of Waterloo, Canada, 2007.

Conclusion générale

Ce travail de recherche s'attache à une approche microstructurale du fluage inter granulaire des bétons bitumineux. Il s'inscrit dans le cadre d'une démarche plus au moins explicite du phénomène des déformations différées à l'échelle granulaire dans un enrobé bitumineux. Cette démarche peut être appliquée à d'autres matériaux dans le même cadre d'idées.

Préalablement, la connaissance des propriétés rhéologique des bétons bitumineux constitue un atout majeur avant d'entamer toute étude sur ce type de matériau. Les déformations de fluage peuvent constituer une source d'accroissement de l'endommagement au cours du temps. Ce phénomène nous intéresse plus particulièrement car il engendre des pathologies importantes sur des ouvrages qui doivent conserver leur intégrité maximale. La progression des fissures par effet différé, est généralement localisée dans des zones où l'état de contrainte atteint une résistance du matériau. Une surveillance de ces progressions est effectuée régulièrement car, les zones fortement sollicitées sont alors soumises à des mécanismes de fluage plus défavorable avec une cinétique de fluage tertiaire (processus de rupture) qui se développe au sein d'un matériau endommagé.

Comme on a décrit, la courbe de fluage est caractérisée par trois stades qui sont :

1. Etape primaire (étape transitoire) de déformation qui correspond beaucoup plus au réarrangement intergranulaire
2. Etape secondaire où la vitesse de déformation est nulle pendant des temps très longs ;
3. Etape tertiaire où la vitesse de déformation augmente rapidement avant que la rupture intervient.

Enfin à la lumière des résultats exposés tout au long de ce rapport, les différentes conclusions suivantes peuvent être tirées :

1. De l'analyse des résultats obtenus, on peut conclure que le bitume confère à l'enrobé des propriétés viscoélastique et une cohésion de l'ensemble de la structure.
2. Le bitume qui joue le rôle d'un liant entre les différents granulats et de par sa composition en maltène et asphaltène engendre aux enrobés une certaine agilité du point de vue comportement. C'est au niveau de cette matière que le fluage prend naissance en premier lieu ce qui retarde l'apparition des fissures.

Conclusion générale

Cependant, l'essai de fluage est souvent mené en parallèle avec d'autres essais comme la traction et la relaxation (lors de la relaxation, la contrainte décroît avec le temps, alors que la déformation est maintenue constante après le chargement).

Référence bibliographiques

- [1] ADDALA, F., Etude du comportement rhéologique des bitumes à moyenne et basse température. Mise au point d'un nouvel essai de torsion-compression d'éprouvette creuse (T.E.C.). Thèse présentée à l'Institut National des Sciences Appliquées, 1989..)
- [2] BONNOT, J., "La détermination des propriétés des matériaux en vue du dimensionnement des chaussées". Bulletin de liaison des laboratoires des ponts et chaussées, janvier-février 1973, n°63, pp.73-82)
- [3] BONNOT, J., "Essais mécaniques pratiques de formulation et de contrôle des enrobés bitumineux rapport général". Bulletin de liaison des laboratoires des ponts et chaussées, juillet-août 1984, n°132, pp.79-90).
- [4] DI BENEDETTO, H., *Modélisation : écart entre état des connaissances et applications*, Journée LAVOC, Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne, 16 septembre 1998, 23 p.
- [5] DI BENEDETTO, H., "Nouvelle approche du comportement des enrobés bitumineux : résultats expérimentaux et formulation rhéologique", Mechanical Tests for Bituminous Mixes, Characterization, Design and Quality Control, Proceedings of the Fourth Rilem Symposium, Budapest, 1990.)
- [6] DI BENEDETTO, H., DE LA ROCHE, C., "State of the Art on Stiffness Modulus and Fatigue of Bituminous Mixtures". Bituminous binders and mixtures : state of the art and interlaboratory tests on mechanical behavior and mix design, E&FN Spon, Ed. L. Francken, 1998.
- [7] FERRY, J.D., Viscoelastic properties of polymers, 3rd Edn, John Wiley & Sons, 1980.
- [8] FONTANA, M., DI BENEDETTO, H., DUMONT, G., *Voies de circulation II*, chapitre 5. Cours de l'Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne, 1998.
- [9] HUET, C., Etude par une méthode d'impédance du comportement viscoélastique des matériaux hydrocarbonés. Thèse de Docteur Ingénieur, Paris: Faculté des Sciences de l'université de Paris, 1963, 69 p.
- [10] LU, X., ISACSSON, U., EKBLAD, J., "Influence of polymer modification on low temperature behaviour of bituminous binders and mixtures", 6th International RILEM Symposium on Performance Testing and Evaluation of Bituminous Materials, Zurich, April 2003.
- [11] OLARD, F., Etude et modélisation de comportement thermo-mécanique des enrobés bitumineux, Mémoire de recherche pour l'obtention du Diplôme d'Etudes Approfondies de Génie Civil de l'Ecole Doctorale MEGA de Lyon, juillet 2000).

- [12] OLARD, F., DI BENEDETTO, H., DONY, A., VANISCOTE, J.C., “Properties of bituminous mixtures at low temperatures and relations with binder characteristics”. 6th International RILEM Symposium on Performance Testing and Evaluation of Bituminous Materials, Zurich, avril 2003.)
- [13] RAMOND, G., SUCH, C., “Bitumes et bitumes modifiés. Relations structures, propriétés, composition”. Bulletin de liaison des Laboratoires des Ponts et Chaussées – 168 – Réf. 3485 - juillet-août 1990, pp 23-44.)
- [14] SALENÇON, J., *Viscoélasticité*. Cours de calcul des structures anélastiques. Paris : Presse de l’Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, 1983, 88 p.
- [15] Andrade, E. N., “The Viscous Flow in Metals and Allied Phenomena,” Proceedings of the Royal Society, pp 1-12, 1910.
- [16] Andrade, E. N. “Flow of Metals under Large Constant Stress,” Proceedings of the Royal Society, pp 329-342, 1914.
- [17] Ashby. M.F. et Jones, D.R.H. *Matériaux 1. Propriétés et applications*. Dunod Paris 1991
- [18] Betten, J., *Creep Mechanics*, Springer, 2002.
- [19] Uzarowski.L., “The development of asphalt mix creep parameters and finite element modelling of asphalt rutting” .Ph.D. Thesis, University of Waterloo, Canada, 2007.
- [20] ANSYS, *ANSYS User's Manual Revision 14. 1st Edn.*, ANSYS, Inc., USA, 2004.

