

République Algérienne Démocratique et Populaire  
Ministère de L'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique

Université Mouloud Mammeri De Tizi-Ouzou



Faculté De Génie Electrique Et D'informatique  
DEPARTEMENT D'AUTOMATIQUE

**Mémoire de Fin d'Etudes  
de MASTER ACADEMIQUE**  
Spécialité : **Automatique et Systèmes**

*Présenté par*  
**Nacer Aghiles AIT HAMOU**

Mémoire dirigé par **Mr. Rachid MANSOURI**

Thème

**Utilisation de méthodes de commande  
sans modèle pour le dimensionnement  
des paramètres des régulateurs PI/PID,  
Théorie et Application.**

*Mémoire soutenu publiquement le 03 juillet 2018 devant le jury composé de :*

**M Rabah MELLAH**  
Professeur, UMMTO, Président

**M Rachid MANSOURI**  
Professeur, UMMTO, Rapporteur

**M Ahmed MAIDI**  
Professeur, UMMTO, Examineur

**M Amar SI AMMOUR**  
M.C.A, UMMTO, Examineur

*Promotion 2017/2018*

*A mes chers parents.*

*A ma sœur.*

*A ma fiancée.*

*A toute ma famille.*

*Et à mes amis (es).*

# Remerciements

*Je tiens à remercier, en premier lieu, Monsieur Rachid Mansouri, Professeur à l'université Mouloud Mammeri de Tizi-Ouzou, qui par son encadrement parfait a contribué à ce que ce travail se déroule dans les meilleures conditions. Je le remercie pour sa disponibilité, ses nombreux conseils et son soutien tout au long de ce mémoire. Je lui exprime toute ma gratitude, ma reconnaissance et mon respect le plus profond.*

*J'adresse mes sincères remerciements et ma grande reconnaissance à Monsieur Rabah Mellah, Professeur à l'université Mouloud Mammeri de Tizi-Ouzou de m'avoir fait l'honneur d'accepter d'être président du jury.*

*J'adresse toute ma reconnaissance aux membres du jury de soutenance, Monsieur Ahmed Maldi, Professeur à l'université Mouloud Mammeri de Tizi-Ouzou et Monsieur Amar Si Ammour, Maître de conférence classe A à l'université Mouloud Mammeri de Tizi-Ouzou.*

*Je souhaite remercier l'ensemble des enseignants du Département d'Automatique pour leur abnégation et leur présence durant toute la durée de mon cursus.*

*Je remercie mes parents, ma famille, ma belle famille et mes amis (es) pour leur soutien et leurs encouragements.*

# Table des matières

<b>Introduction générale</b>	<b>7</b>
<b>1 Méthode basée sur la réponse indicielle en boucle fermée</b>	<b>9</b>
1.1 Introduction	9
1.2 Méthode de la commande par modèle interne (IMC)	10
1.2.1 Synthèse du Contrôleur standard en utilisant la méthode IMC pour les systèmes stables	12
1.2.2 Synthèse des contrôleurs PI et PID pour les systèmes stables	13
1.2.3 Simulation et analyse	15
1.2.4 Conclusion	18
1.3 Méthode basée sur la réponse indicielle en boucle fermée	19
1.3.1 Dimensionnement des contrôleurs PI et PID	19
1.3.1.1 Dimensionnement des paramètres du contrôleur PI	20
1.3.1.2 Dimensionnement des paramètres du contrôleur PID	25
1.3.1.3 Expressions finales des paramètres	28
1.3.2 Simulation et analyse	28
1.3.3 Conclusion	34
<b>2 Méthode Virtual Reference Feedback Tuning (VRFT)</b>	<b>36</b>
2.1 Introduction	36
2.2 Formulation du problème	36
2.3 Dimensionnement du contrôleur PID avec la méthode VRFT	38
2.4 Simulation et analyse	41
2.5 Conclusion	43
<b>3 Application pour la commande d'un pendule inversé monté sur un chariot</b>	<b>45</b>
3.1 introduction	45
3.2 Description et modélisation de l'ensemble chariot-pendule	47
3.3 Synthèse du contrôleur pour la commande en position du pendule inversé	48
3.4 Résultats de simulation et résultats expérimentaux	49

<i>TABLE DES MATIÈRES</i>	2
3.4.1 Méthode de la réponse indicielle en boucle fermée . . . . .	49
3.4.2 Méthode VRFT . . . . .	53
3.4.3 Comparaison entre les deux méthodes . . . . .	56
3.5 Conclusion . . . . .	56
<b>Conclusion générale</b>	<b>58</b>

# Table des figures

1.1	Structure de la commande par modèle interne. . . . .	10
1.2	Structure d'une régulation classique . . . . .	10
1.3	Réponse du procédé, équation (1.32), pour $\frac{T}{\theta} = 0.1$ commandé par des contrôleurs PI et PID . . . . .	16
1.4	Réponse du procédé, équation (1.32), pour $\frac{T}{\theta} = 1$ commandé par des contrôleurs PI et PID . . . . .	16
1.5	Réponse du procédé, équation (1.32), pour $\frac{T}{\theta} = 100$ commandé par des contrôleurs PI et PID . . . . .	17
1.6	Réponse du procédé donné par l'équation (1.33) commandé par des contrôleurs PI et PID . . . . .	18
1.7	Procédé avec un contrôleur proportionnel uniquement . . . . .	19
1.8	La courbe de $KK_{cpi}$ en fonction de $KK_{c0}$ . . . . .	21
1.9	La courbe de $A_{pi}$ en fonction de $D$ . . . . .	22
1.10	La courbe du rapport $\frac{\theta}{t_p}$ en fonction de $D$ . . . . .	24
1.11	La courbe de $KK_{cpid}$ en fonction de $KK_{c0}$ . . . . .	25
1.12	La courbe de $A_{pid}$ en fonction de $D$ . . . . .	26
1.13	Influence du paramètre $\eta$ . . . . .	29
1.14	Influence du paramètre $F$ . . . . .	30
1.15	Réponse du procédé, équation (1.32), pour $\frac{T}{\theta} = 0.1$ commandé par des contrôleur PI . . . . .	31
1.16	Réponse du procédé, équation (1.32), pour $\frac{T}{\theta} = 10$ commandé par des contrôleur PI et PID . . . . .	32
1.17	Réponse du procédé, équation (1.32), pour $\frac{T}{\theta} = 100$ commandé par des contrôleur PI et PID . . . . .	32
1.18	Réponse du procédé donné par l'équation (1.33) commandé par des contrôleur PI et PID . . . . .	33
1.19	Réponse du procédé donné par l'équation (1.67) commandé par des contrôleur PI et PID . . . . .	34
2.1	Expérience en boucle ouverte pour récupérer des données E/S . . . . .	37
2.2	Structure de la commande VRFT . . . . .	37

2.3	Réponse en boucle fermée du procédé donné par l'équation (2.29) commandé avec un PI . . . . .	42
2.4	Réponse en boucle fermée du procédé donné par l'équation (1.33) commandé avec un PID . . . . .	43
3.1	Schéma du principe de commande du pendule inversé . . . . .	46
3.2	Vue d'ensemble du banc d'essai expérimental du pendule inversé monté sur un chariot . . . . .	47
3.3	Schéma de modélisation de l'ensemble chariot-pendule . . . . .	48
3.4	Réponse en boucle fermée de $G_{P_{inv}}$ commandé par un contrôleur PID . . .	50
3.5	Réponse en boucle fermée du système réel . . . . .	51
3.6	Réponse en boucle fermée du système réel commandé avec un contrôleur PID . . . . .	52
3.7	Réponse en boucle fermée du système réel commandé avec un contrôleur PID . . . . .	53
3.8	Réponse en boucle fermée de $G_{P_{inv}}$ commandé par un contrôleur PID . . .	54
3.9	Réponse en boucle fermée du système réel commandé avec un contrôleur PID	55
3.10	Réponse en boucle fermée du système réel commandé avec un contrôleur PID	56

# Index

- $s$  : Opérateur de Laplace
- $T$  : Constante de temps du procédé
- $\theta$  : Le retard
- $\tau_c$  : Constante de temps imposée à la boucle fermée
- $K_u$  : Gain ultime de Ziegler-Nichols
- $P_u$  : Période des oscillation de Ziegler-Nichols
- $K_{cpi}$  : Gain du contrôleur PI
- $T_{ipi}$  : Temps intégral du contrôleur PID.
- $K_{cpid}$  : Gain du contrôleur PID
- $T_{ipid}$  : Temps intégral du contrôleur PID
- $T_{dpid}$  : Temps dérivé du contrôleur PID
- $y(s)$  : La sortie du système
- $y_m(s)$  : La sortie du modèle
- $r(s)$  : La consigne
- $u(s)$  : La commande
- $e(s)$  : L'erreur
- $K_{c0}$  : Gain du contrôleur proportionnel
- $D$  : Dépassement
- $t_p$  : Le temps nécessaire pour atteindre le premier dépassement
- $y_\infty$  : La sortie du système en régime permanent
- $K$  : Gain statique du modèle
- $G(s)$  : Fonction de transfert du procédé
- $G_m(s)$  : Fonction de transfert du modèle
- $G_m^+(s)$  : Partie non inversible
- $G_m^-(s)$  : Partie inversible
- $H(s)$  : Fonction de transfert désirée en boucle fermée
- $C_{PI}(s)$  : Fonction de transfert du contrôleur PI
- $C_{PID}(s)$  : Fonction de transfert du contrôleur PID
- $C_{PID}(z)$  : Fonction de transfert discrète du contrôleur PID
- $\vartheta$  : Vecteur des gains du contrôleur PID
- $\tilde{r}(z)$  : Référence virtuelle

$\tilde{u}(z)$  : La commande VRFT

$\eta, F$  : Paramètres d'ajustement du contrôleur

$e_s$  : L'erreur statique

$e_p$  : L'erreur de poursuite

$t_r$  : Temps de réponse à 5%

# Introduction générale

Les systèmes asservis peuvent présenter des insuffisances en termes de stabilité, de rapidité, de précision... etc. Pour remédier à ces problèmes, l'insertion d'un contrôleur s'avère nécessaire. La structure généralement adoptée est celle dans laquelle le régulateur est inséré dans la chaîne directe avec le procédé à corriger. Le rôle du contrôleur est d'améliorer les performances de cet asservissement, en augmentant les marges de phase et de gain, sa rapidité si le système est jugé trop lent, en diminuant ou annulant l'écart statique, en diminuant le dépassement et les oscillations, d'une manière générale en satisfaisant les exigences d'un cahier de charge donné.

Le contrôleur proportionnel intégral dérivé PID est sans doute le moyen de commande des systèmes le plus utilisé depuis de nombreuses années. Sur la base d'une enquête auprès de plus de 11 000 contrôleurs dans les industries de procédés, Desborough et Miller [1] rapportent que plus de 97% des contrôleurs utilisent l'algorithme PID. Le contrôleur PID est largement utilisé dans l'industrie en raison de sa simplicité, sa robustesse et ses larges plages d'applicabilité. Cependant, même si le contrôleur PID n'a que trois paramètres, il n'est pas simple de les déterminer, de nombreux contrôleurs ne sont pas satisfaisants ou sont mal réglés.

Pour trouver le contrôleur adéquat, on doit passer par une étape de synthèse. Il existe plusieurs méthodes de synthèse des contrôleurs, elles peuvent être classifiées en deux types :

— Méthodes analytiques

Ce sont des méthodes basées sur la connaissance du modèle mathématique du système à commander (fonction de transfert), qu'on obtient par identification ou par modélisation. On peut citer à titre d'exemple la méthode classique ou encore la méthode de commande par modèle interne (IMC) [7].

— Méthodes sans modèle

Ce sont des méthodes qui ne nécessitent pas une connaissance parfaite du procédé. Généralement, elles nécessitent que peu d'informations comme l'expérience de Ziegler-Nichols en boucle ouverte ou en boucle fermée [4]. Comme le modèle n'est pas tout le temps

accessible, il existe un besoin de développer ce type de méthodes pour la commande des systèmes dont on ne dispose pas de modèle.

Dans le premier chapitre, on présente une nouvelle approche empirique pour la commande des systèmes, qu'on a appelé la méthode basée sur la réponse indicielle en boucle fermée. Elle sera testée sur des systèmes stables, d'ordre élevé et des systèmes instables. Pour développer cette méthode, on a utilisé la méthode de commande par modèle interne, c'est pourquoi, on a d'abord commencé par présenter cette méthode.

Dans le deuxième chapitre, On présente une autre approche basée sur des données recueillies sur le système pour le dimensionnement des contrôleurs PI et PID, qui est la méthode VRFT (Virtual Reference Feedback Tuning). Elle sera testée sur des systèmes stables et d'ordre élevé. Cette méthode reformule le problème de conception en un problème d'identification [9].

Dans le dernier chapitre, les résultats obtenus avec ces deux méthodes seront implémentés pour la commande d'un système réel, qui est un pendule inversé monté sur un chariot. L'objectif étant de commander la position du chariot tout en maintenant le pendule dans sa position inversée.

# Chapitre 1

## Méthode basée sur la réponse indicielle en boucle fermée

### 1.1 Introduction

La méthode basée sur la réponse indicielle en boucle fermée est une méthode utilisée pour le réglage des paramètres du correcteur PID pour la commande des procédés dont on dispose pas de modèle. Cette expérience est similaire à celle de Ziegler-Nichols en boucle fermée (1942). L'intérêt de cette dernière est qu'elle nécessite que peu d'informations, le gain du contrôleur proportionnel qui permet d'amener le système à la limite de la stabilité, appelé gain ultime ( $K_u$ ) et la période d'oscillations ( $P_u$ ). Ces deux données suffisent pour ajuster les paramètres du contrôleur. Pour un contrôleur PI, les réglages recommandés par Ziegler-Nichols [4] sont :

$$K_{cpi} = 0.45 K_u$$

$$T_{ipi} = 0.83 P_u$$

Certes la méthode Ziegler-Nichols est simple à utiliser mais elle présente certains inconvénients [6], comme le fait d'amener le système à la limite de la stabilité. De plus, elle ne donne pas de bons résultats sur certains procédés, c'est pourquoi, il est souvent nécessaire d'ajuster les paramètres après les avoir déterminés. D'autres méthodes sont apparues au fil des années, comme celle de Cohen et Coon [2] qui est une variation de la méthode de la courbe de réaction de Ziegler-Nichols ou bien celle de Åström [3], afin de déterminer des paramètres plus performants et plus robustes. Ces méthodes peuvent être utilisées que sur des procédés pour lesquels le déphasage dépasse -180 degrés en hautes fréquences. Par exemple, elles ne fonctionnent pas sur un simple procédé de second ordre [6].

Par conséquent, il existe un besoin permanent de développer de nouvelles approches encore plus simples à utiliser, qui donnent des paramètres plus robustes et qui sont applicables sur une large gamme de procédés, comme la méthode basée sur la réponse indicielle en boucle fermée. Notre objectif est d'étudier cette méthode pour éventuellement apporter des améliorations. Le dimensionnement des paramètres des correcteurs PI/PID avec la méthode basée sur la réponse indicielle en boucle fermée s'appuie sur les règles établies avec la méthode de la commande par modèle interne (IMC) [6].

## 1.2 Méthode de la commande par modèle interne (IMC)

Lorsque la méthode classique ne permet pas de déterminer le bon réglage des paramètres du correcteur afin d'obtenir les performances désirées, comme pour les procédés avec retard, la méthode de commande par modèle interne (IMC) s'avère être une approche intéressante. En effet, c'est une technique couramment utilisée pour la conception et le réglage des paramètres du correcteur, en raison de sa robustesse et surtout de la simplicité de synthèse qu'elle offre [7].

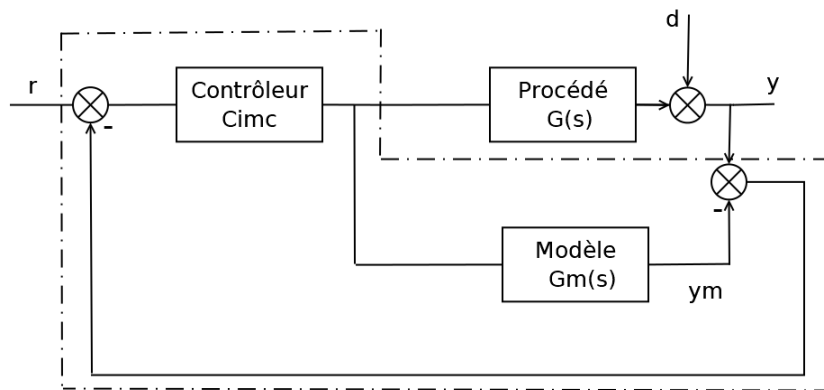


FIGURE 1.1 – Structure de la commande par modèle interne.

La structure de la commande par modèle interne est représentée sur la figure (1.1) [7], dans laquelle la partie de régulation est encadrée et est composée de deux parties, le régulateur proprement dit et le modèle du procédé.

Cette structure est à comparer à la structure classique de la figure (1.2). Dans la structure à modèle interne l'effet des variables manipulées est soustrait de la sortie du procédé  $y(s)$

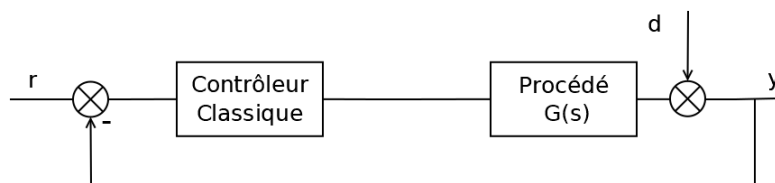


FIGURE 1.2 – Structure d'une régulation classique

Si l'on suppose que le modèle est parfait  $G_m(s) = G(s)$  et que le système n'est soumis à aucune perturbation  $d(s) = 0$ , alors le signal de retour, écart entre la sortie du procédé et celle du modèle est nul ( $y(s) - y_m(s) = 0$ ). Dans le cas où les perturbations agissent sur la sortie du procédé, toujours dans le cas du modèle parfait, cet écart est dû aux perturbations.

Dans le cadre de cette hypothèse de modèle parfait, le système peut être considéré comme étant en boucle ouverte, et par conséquent, les problèmes de stabilité rencontrés dans les boucles classiques disparaissent. Le rôle du régulateur est donc d'inverser le modèle. Cependant, il n'a pas les inconvénients d'une boucle ouverte pure car le signal de retour, qui est égal à l'écart entre le procédé et le modèle en présence de perturbations, permet de modifier le point de consigne de façon adéquate.

Lorsque le modèle ne permet pas de modéliser le procédé de façon parfaite, dans ce cas l'écart est dû à la fois aux perturbations et aux erreurs du modèle. Celles-ci donnent lieu à une boucle fermée au sens classique.

D'après la structure à modèle interne [7] figure (1.1), la sortie  $y(s)$  s'exprime par

$$y = \frac{GC_{imc}}{1 + C_{imc}(G - G_m)}r + \frac{1 - C_{imc}G_m}{1 + C_{imc}(G - G_m)}d \quad (1.1)$$

Dans le cas où le modèle représente parfaitement le système,  $G(s) = G_m(s)$ , l'équation (1.1) devient

$$y = G_m C_{imc} r + (1 - C_{imc} G_m) d \quad (1.2)$$

L'équation (1.2) montre que le système peut être considéré comme étant en boucle ouverte. Par conséquent, la stabilité du système commandé dépend de la stabilité de  $G(s)$  et  $C_{imc}(s)$ . On peut énoncer le résultat suivant :

Si le système est stable et si le modèle est parfait ( $G = G_m$ ), alors le système contrôlé par la structure à modèle interne est stable si et seulement si le régulateur  $C_{imc}$  est stable.

Dans la structure de commande classique figure (1.2), la sortie s'exprime par

$$y = \frac{CG}{1 + CG}r + \frac{1}{1 + CG}d \quad (1.3)$$

où  $C(s)$  représente la fonction de transfert du contrôleur classique.

Les équations (1.1) et (1.3) montrent qu'il est facile d'établir le lien entre la fonction de transfert du régulateur utilisé dans la structure de commande à modèle interne  $C_{imc}(s)$  et celle du régulateur utilisé dans la structure de commande classique  $C(s)$ , elles sont données par

$$C = \frac{C_{imc}}{1 - G_m C_{imc}} \quad (1.4)$$

$$C_{imc} = \frac{C}{1 + G_m C} \quad (1.5)$$

Par conséquent les performances qui peuvent être obtenues avec un régulateur à modèle interne ne sont, a priori, ni meilleures, ni moins bonnes que celles qui peuvent être obtenues avec une structure classique, puisque, comme le montrent les relations (1.4) et (1.5), ces structures sont équivalentes. L'intérêt de la structure à modèle interne réside dans sa simplicité de conception et de mise en œuvre.

### 1.2.1 Synthèse du Contrôleur standard en utilisant la méthode IMC pour les systèmes stables

On utilise la structure classique pour le contrôle mais la structure IMC pour la synthèse du contrôleur. Dans le cas idéal,  $C_{imc}(s)$  est l'inverse de la fonction de transfert du modèle. Néanmoins, cette inversion peut engendrer un correcteur instable, notamment lorsque le modèle est à déphasage non nominal ou possède un retard.

Pour les systèmes stables, la conception du contrôleur  $C_{imc}(s)$  se fait en deux étapes :

Étape 1 : La fonction de transfert du modèle est factorisée en deux parties, inversible et non inversible selon :

$$G_m = G_m^+ G_m^- \quad (1.6)$$

La partie non inversible  $G_m^+(s)$  contient les zéros à partie réelle positive et les retards purs. De plus, le gain de ce transfert doit être égal à 1 ( $G_m^+(0) = 1$ ). La partie inversible  $G_m^-(s)$  contient le reste de la fonction de transfert.

Étape 2 : Dans cette étape, on retient seulement la partie inversible, la fonction de transfert du contrôleur  $C_{imc}(s)$  est donnée par

$$C_{imc} = \frac{1}{G_m^-} L \quad (1.7)$$

où  $L(s)$  représente la fonction de transfert à imposer au système en boucle fermée. Néanmoins, pour la simplicité de synthèse, le filtre  $L(s)$  est généralement choisi égal à

$$L = \frac{1}{(1 + \tau_c s)^r} \quad (1.8)$$

Ainsi, il n'y a qu'un seul paramètre de synthèse que le concepteur doit choisir, la constante de temps  $\tau_c$  qui impose la durée du régime transitoire en boucle fermée.  $r$  est un nombre entier à choisir de façon à ce que le contrôleur  $C_{imc}(s)$  soit causal.

### 1.2.2 Synthèse des contrôleurs PI et PID pour les systèmes stables

Soit  $C_{pi}(s)$  et  $C_{pid}(s)$  les fonctions de transfert des contrôleurs PI et PID respectivement.

$$C_{pi} = K_{cpi} \left( 1 + \frac{1}{T_{ipi} s} \right) \quad (1.9)$$

$$C_{pid} = K_{cpid} \left( 1 + \frac{1}{T_{ipid} s} + T_{dpid} s \right) \quad (1.10)$$

L'approximation du procédé se fait par un modèle du premier ordre avec retard dont la fonction transfert est :

$$G_m = \frac{K e^{-\theta s}}{T s + 1} \quad (1.11)$$

Où  $\theta$  représente le retard. On choisit ce modèle car il permet de représenter la plupart des procédés.

#### Calcul des paramètres des correcteurs PI et PID

Avant de calculer les paramètres du contrôleur, il nous faut d'abord approximer le retard du modèle soit par le développement en série de Taylor ou bien par l'approximation de Padé. L'approximation du retard dépend du rapport entre  $\theta$  et  $T$ .

— Approximation de padé

$$e^{-\theta s} \approx 1 - \theta s \quad (1.12)$$

On remplace le retard par son approximation dans l'équation (1.11), le modèle devient

$$G_m = \frac{K (1 - \theta s)}{T s + 1} \quad (1.13)$$

On factorise la fonction de transfert du modèle  $G_m$  en utilisant l'équation (1.6),

$$G_m^+ = 1 - \theta s \quad (1.14)$$

$$G_m^- = \frac{K}{1 + T s} \quad (1.15)$$

Calcul du contrôleur  $C_{imc}(s)$  avec l'équation (1.7),

$$C_{imc} = \frac{T s + 1}{K} L \quad (1.16)$$

Rappelons que le filtre  $L(s)$  est choisit de façon à ce que  $C_{imc}(s)$  soit causal. Dans notre cas, il suffit de prendre  $L(s)$  du premier ordre

$$L = \frac{1}{\tau_c s + 1} \quad (1.17)$$

Maintenant, on calcule le contrôleur classique équivalent  $C(s)$  en utilisant l'équation (1.4), on obtient

$$C(s) = \frac{T s + 1}{K(\tau_c + \theta) s} \quad (1.18)$$

On peut identifier cette fonction de transfert (1.18) avec celle d'un régulateur PI dont la fonction de transfert est donnée par l'équation (1.9). Par identification les paramètres du  $C_{PI}(s)$  sont

$$K_{cpi} = \frac{T}{K(\tau_c + \theta)} \quad (1.19)$$

$$T_{ipi} = T \quad (1.20)$$

— Développement en série de Taylor

$$e^{-\theta s} \approx \frac{1 - \frac{\theta}{2} s}{1 + \frac{\theta}{2} s} \quad (1.21)$$

On remplace le retard par son approximation dans l'équation (1.11), le modèle devient

$$G_m = \frac{K(1 - \frac{\theta}{2} s)}{(T s + 1)(1 + \frac{\theta}{2} s)} \quad (1.22)$$

On factorise la fonction de transfert du modèle  $G_m$  en utilisant l'équation (1.6), on obtient

$$G_m^+ = 1 - \frac{\theta}{2} s \quad (1.23)$$

$$G_m^- = \frac{K}{(1 + T s)(1 + \frac{\theta}{2} s)} \quad (1.24)$$

Calcul du contrôleur  $C_{imc}(s)$  avec l'équation (1.7), on obtient

$$C_{imc} = \frac{(T s + 1)(1 + \frac{\theta}{2} s)}{K} L \quad (1.25)$$

Avec

$$L = \frac{1}{\tau_c s + 1} \quad (1.26)$$

Maintenant, on calcule le contrôleur classique équivalent  $C(s)$  l'équation (1.4)

$$C(s) = \frac{(T + \frac{\theta}{2})}{K(\tau_c + \frac{\theta}{2})} \left[ 1 + \frac{1}{(T + \frac{\theta}{2})s} + \frac{T\theta}{2T + \theta}s \right] \quad (1.27)$$

On peut identifier cette fonction de transfert (1.27) avec celle d'un régulateur PID dont la fonction de transfert est donnée par l'équation (1.10). Par identification les paramètres du  $C_{pid}(s)$  sont

$$K_{cpid} = \frac{T + \frac{\theta}{2}}{K(\tau_c + \frac{\theta}{2})} \quad (1.28)$$

$$T_{ipid} = T + \frac{\theta}{2} \quad (1.29)$$

$$T_{dpid} = \frac{T\theta}{2T + \theta} \quad (1.30)$$

- Quand  $\theta > T$  le retard devient trop important pour être approximé. Dans ce cas, on utilise un autre moyen qui est le prédicateur de Smith [16, 17], qui sort du cadre du travail entrepris dans ce mémoire.

### 1.2.3 Simulation et analyse

Afin de tester les contrôleurs PI et PID obtenus avec la méthode IMC, on effectue des simulations sur certains procédés. On prend comme entrée, un échelon unitaire .

La réponse désirée en boucle fermée est définie par la fonction de transfert d'un modèle du premier ordre avec retard de la forme

$$H = \frac{e^{-\theta s}}{1 + s} \quad (1.31)$$

On injecte également une perturbation de type échelon, d'amplitude 0.2 à l'instant  $t = 20$ , celle-ci est directement ajoutée à la sortie du système à commander.

On simule trois systèmes du premier ordre avec retard dont les fonctions de transfert sont

$$G = \frac{K e^{-\theta s}}{T s + 1} \quad (1.32)$$

Avec  $K = 1$ ,  $\theta = 1$  et  $T = 0.1, 1, 100$

On trace sur les figures (1.3),(1.4) et (1.5) les réponses de ces procédés commandés par des contrôleurs PI et PID.

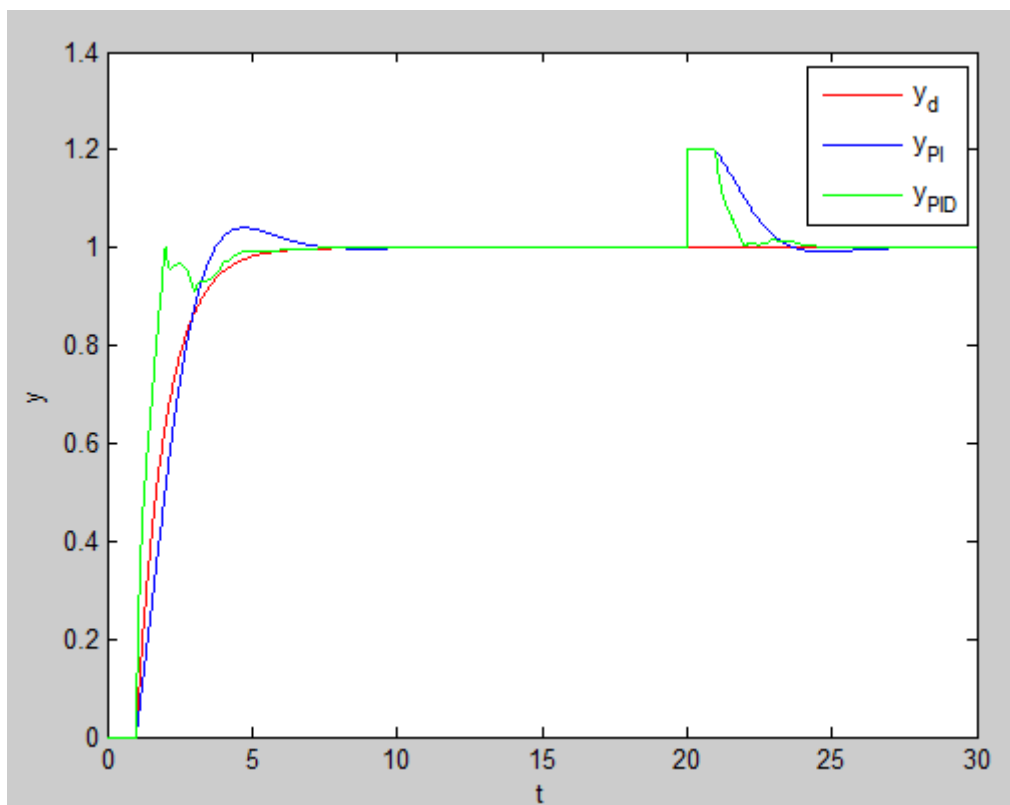


FIGURE 1.3 – Réponse du procédé, équation (1.32), pour  $\frac{T}{\theta} = 0.1$  commandé par des contrôleurs PI et PID

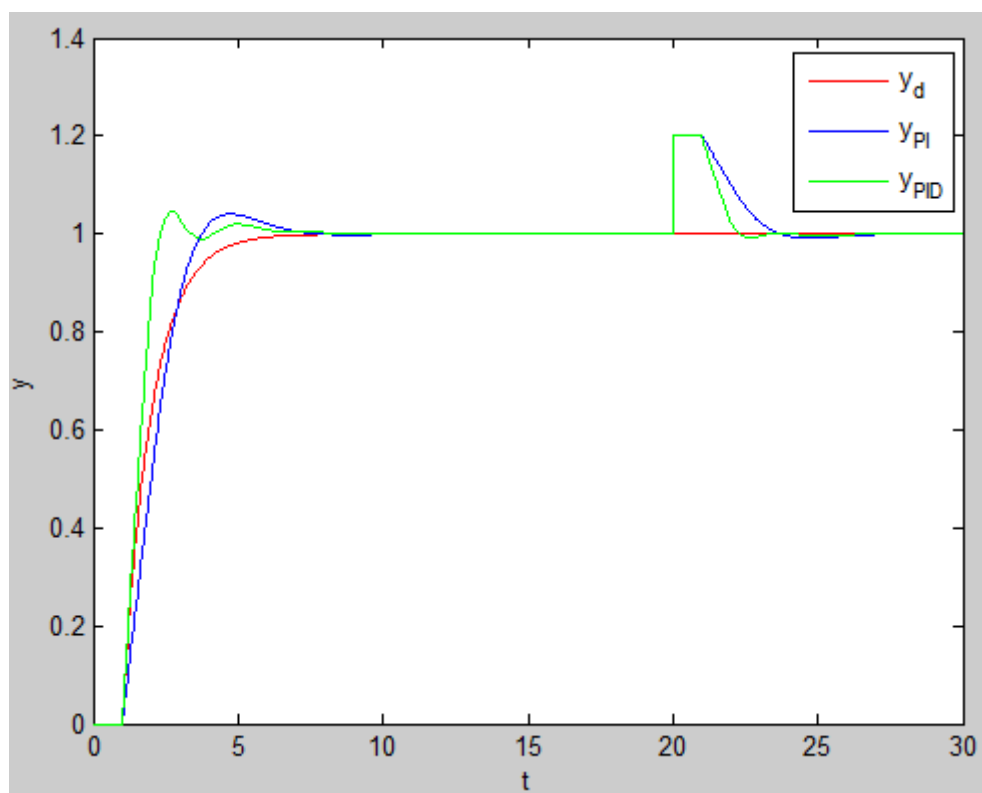


FIGURE 1.4 – Réponse du procédé, équation (1.32), pour  $\frac{T}{\theta} = 1$  commandé par des contrôleurs PI et PID

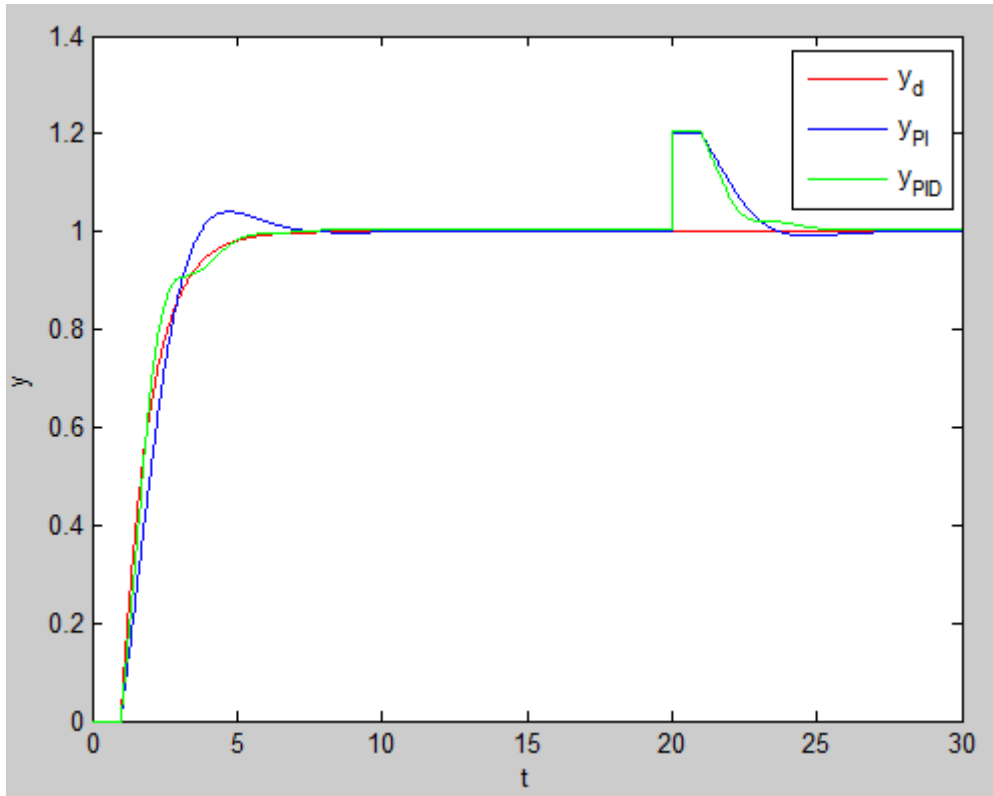


FIGURE 1.5 – Réponse du procédé, équation (1.32), pour  $\frac{T}{\theta} = 100$  commandé par des contrôleurs PI et PID

On constate que pour les trois procédés, les réponses obtenues avec les correcteurs PI et PID sont très proches de la réponse désirée, ce qui montre que les critères de performance sont respectés, et cela quelque soit le rapport  $\frac{T}{\theta}$ .

- Un dépassement inférieure à 10%
- Un temps de réponse satisfaisant
- Une erreur statique nulle

On note que pour les procédés dont  $T$  est très petit devant  $\theta$ , le contrôleur PI est plus adéquat et mieux adapté que le PID, contrairement aux procédé dont  $T$  est très grand devant  $\theta$  où l'utilisation du contrôleur PID fournit de meilleurs résultats.

On constate aussi que malgré la présence de perturbations, les systèmes commandés restent stables. Preuve que les paramètres des contrôleurs sont robustes.

La méthode IMC fonctionne aussi sur les systèmes d'ordre élevé. Sur la figure (1.6), on trace la réponse d'un procédé d'ordre élevé dont la fonction de transfert est

$$G = \frac{1}{(s+1)(0.2s+1)(0.04s+1)(0.008s+1)} \quad (1.33)$$

Pour pouvoir utiliser la méthode IMC, on doit approximer le procédé donné par l'équation (1.33) par un modèle du premier ordre avec retard, on obtient

$$G_m = \frac{e^{-0.248s}}{s + 1} \quad (1.34)$$

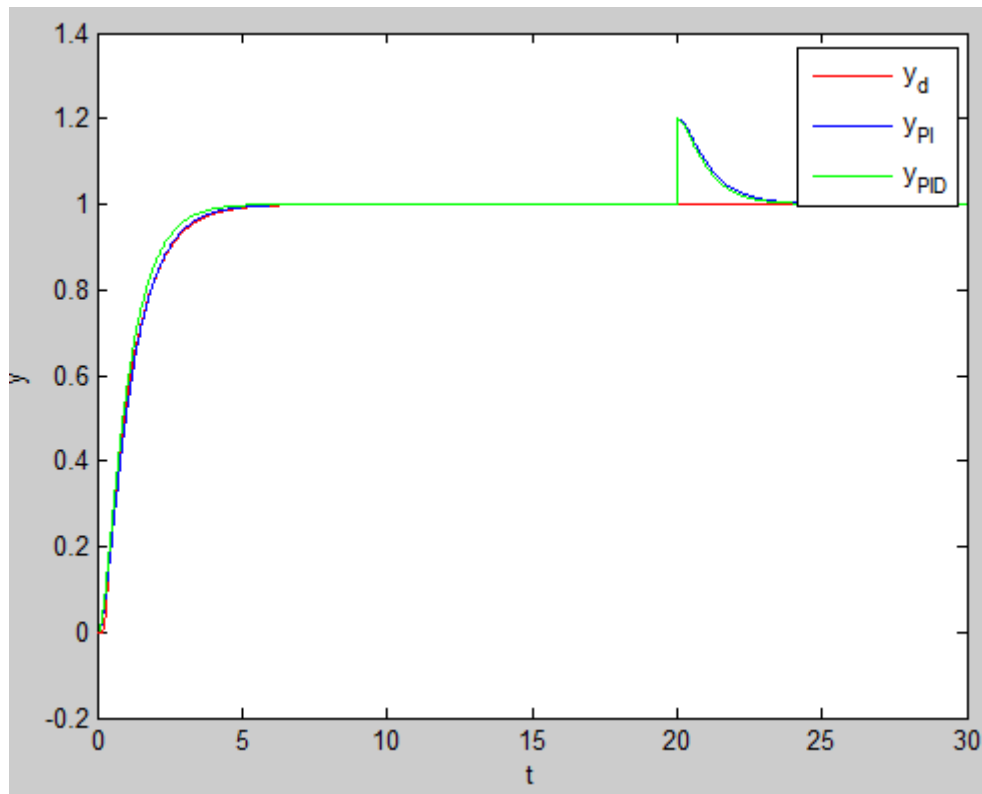


FIGURE 1.6 – Réponse du procédé donné par l'équation (1.33) commandé par des contrôleurs PI et PID

La réponse du système commandé est très proche de la réponse désirée. Les critères de performance et de robustesse sont satisfaits, malgré la présence de perturbation et des erreurs de modélisation.

## 1.2.4 Conclusion

Nous avons présenté une méthode de synthèse des contrôleurs, qui est la commande par modèle interne (IMC), dont nous avons montré sa simplicité de synthèse, vu que les paramètres du contrôleur sont facilement calculés, sa capacité à commander des systèmes à retard et sa robustesse malgré la présence de perturbations.

Il convient de noter que la structure de commande par modèle interne standard ne peut pas être utilisée directement pour la commande des systèmes instables, la procédure doit être modifiée pour ce type de procédés. Cela ne sera pas présenté car les règles établies pour les systèmes stables suffisent pour développer la méthode basée sur la réponse indicielle en boucle fermée.

## 1.3 Méthode basée sur la réponse indicielle en boucle fermée

L'objectif de la méthode est le réglage des paramètres des correcteurs PI et PID en se basant sur des données obtenues de la réponse indicielle en boucle fermée. A partir de cette réponse, on peut observer différentes valeurs, comme le dépassement, le temps de montée, la période des oscillations... etc.

Le premier dépassement est la base de cette méthode. Cette dernière se déroule en 3 étapes [6] :

Étape 1 : Mettre un contrôleur proportionnel avec le procédé en boucle fermée comme le montre la figure (1.7).

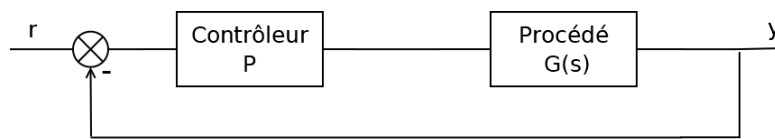


FIGURE 1.7 – Procédé avec un contrôleur proportionnel uniquement

Étape 2 : Régler le gain  $K_{c0}$  du contrôleur proportionnel pour avoir un dépassement compris entre 0.1 et 0.6, environ 0.3 est un bon compromis. Très probablement, à moins que le contrôleur d'origine ait été réglé de manière précise, il faudra augmenter le gain du contrôleur pour obtenir un dépassement suffisamment important, afin que la lecture puisse être aisée. Notez que le gain du contrôleur pour obtenir un dépassement de 30% correspond à environ la moitié du gain ultime du contrôleur nécessaire dans l'expérience de Ziegler-Nichols en boucle fermée.

Étape 3 : A partir de l'expérience, on enregistre les valeurs suivantes :

- Le gain du contrôleur proportionnel :  $K_{c0}$
- Le premier dépassement :  $D$
- Le temps nécessaire pour atteindre le premier dépassement :  $t_p$
- La sortie en régime permanent :  $y_\infty$

La méthode basée sur la réponse indicielle en boucle fermée est utilisée pour dimensionner des contrôleurs PI et PID en s'appuyant sur les formules obtenues par la méthode IMC.

### 1.3.1 Dimensionnement des contrôleurs PI et PID

L'objectif est de fournir une approche plus directe similaire à la méthode de Ziegler-Nichols en boucle fermée. Ainsi le but est de trouver une corrélation, de préférence aussi simple que possible entre les données de la réponse indicielle en boucle fermée et les paramètres IMC.

Initialement, on impose à la boucle fermée

$$\tau_c = \theta \quad (1.35)$$

qui est un bon compromis entre performance et robustesse [5].

A cet effet, nous avons considéré treize modèles du premier ordre avec retard dont la fonction de transfert est donné par l'équation (1.32) et on fait varier  $T$  telle que :

$$\frac{T}{\theta} = 0.1, 0.4, 0.8, 0.9, 1, 1.2, 2, 5, 8, 10, 20, 50, 100.$$

Pour chacun de ces modèles, on génère onze réponses indicielles en boucle fermée en utilisant des contrôleurs proportionnels qui nous permettent d'obtenir différents dépassements ( $D = 0.1, 0.15, 0.2, 0.25, 0.3, 0.35, 0.4, 0.45, 0.5, 0.55, 0.6$ ).

Au total, nous avons 143 réponses et pour chacune d'entre elles, nous enregistrons quatre données ( $K_{c0}$ ,  $D$ ,  $t_p$  et  $y_\infty$ ). Ces valeurs sont répertoriées dans le tableau donné en Annexe

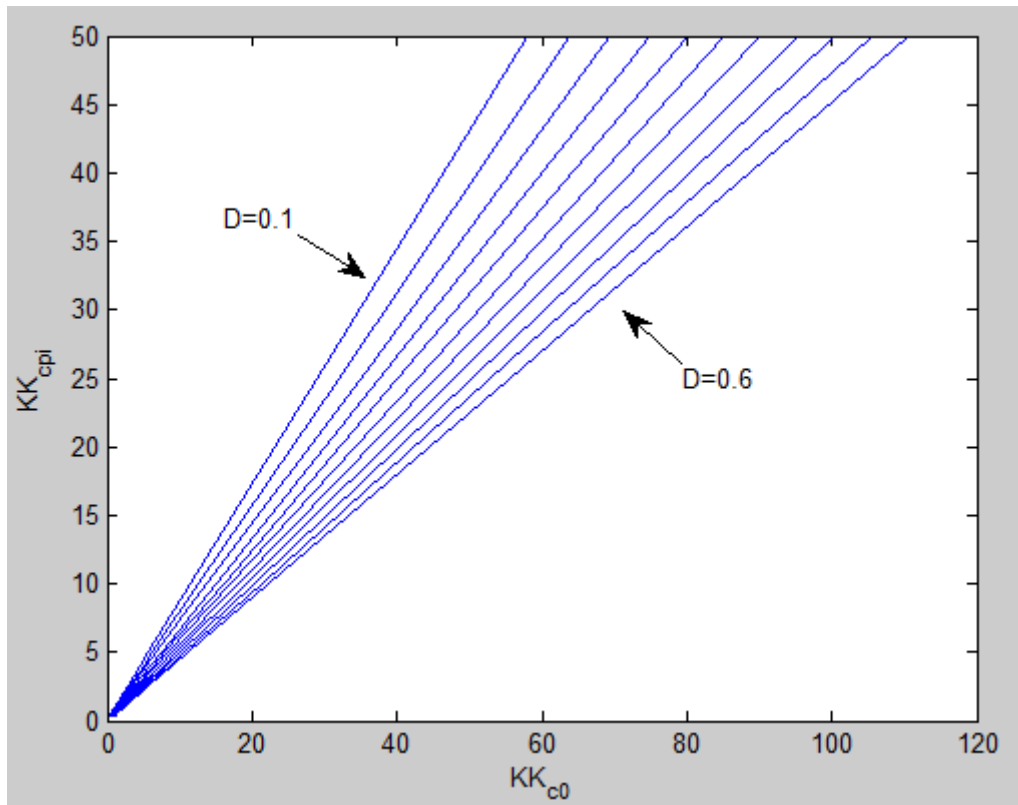
### 1.3.1.1 Dimensionnement des paramètres du contrôleur PI

#### Détermination du gain du contrôleur ( $K_{cpi}$ ) :

Nous cherchons une relation entre les quatre données enregistrées dans le tableau et le gain  $K_c$  du contrôleur calculé avec la méthode IMC. A cet effet, on calcule pour chacun des 13 modèles le gain du contrôleur PI ( $K_{cpi}$ ) correspondant avec la méthode IMC équation (1.19).

Rappelons que pour le contrôleur PI, le gain recommandé par Ziegler-Nichols est  $\frac{K_c}{K_u} = 0.45$ , où  $K_u$  est le gain ultime. On note que  $K_u$  est similaire à notre  $K_{c0}$  et puisque l'expérience de Ziegler-Nichols est similaire à une réponse indicielle avec un dépassement de 100%, on peut espérer que nous puissions utiliser une relation simple et similaire pour calculer  $K_{cpi}$  avec la méthode basée sur la réponse indicielle en boucle fermée.

Sur la figure (1.8), nous traçons la courbe de  $KK_{cpi}$  (ici,  $K_{cpi}$  est le gain du contrôleur PI calculé avec l'IMC) en fonction de  $KK_{c0}$  pour chacun des modèles.

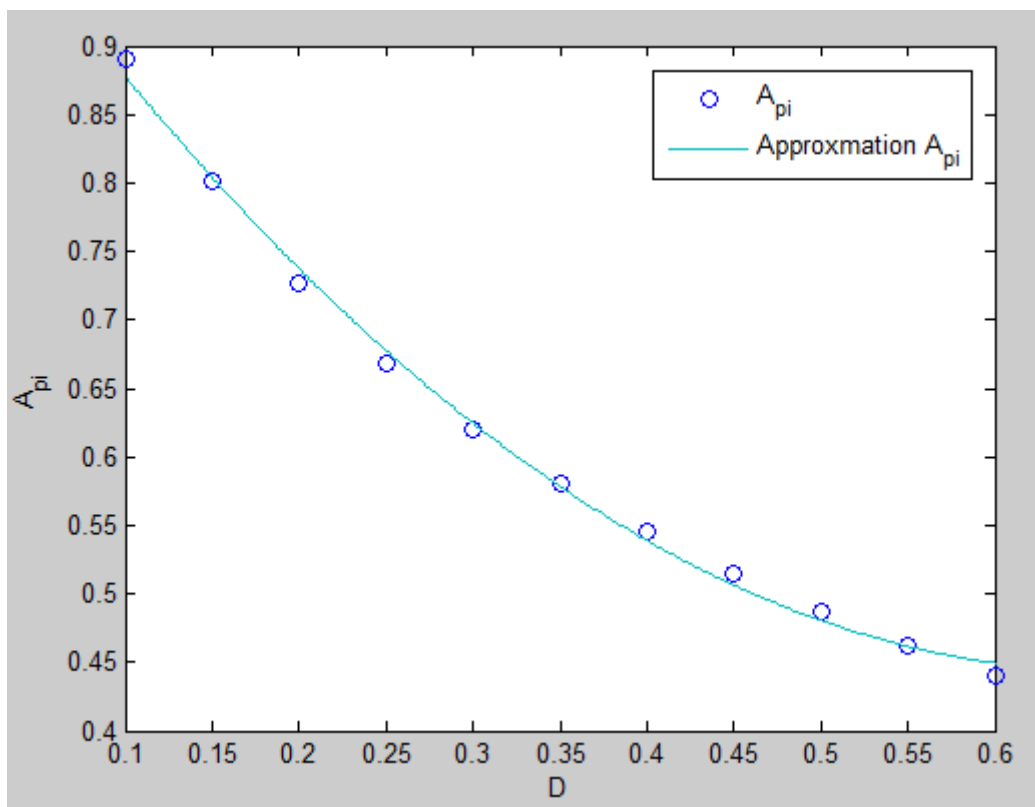
FIGURE 1.8 – La courbe de  $KK_{cpi}$  en fonction de  $KK_{c0}$ 

Comme l'illustre la figure (1.8), le rapport  $\frac{K_{cpi}}{K_{c0}}$  est approximativement constant pour une valeur fixe du dépassement, indépendamment de la valeur de  $\frac{T}{\theta}$ . On pose alors

$$\frac{K_{cpi}}{K_{c0}} = A_{pi} \quad (1.36)$$

### Estimation de $A_{pi}$

Puisque la valeur de  $A_{pi}$  dépend du dépassement  $D$ , on trace sur la figure (1.9) la courbe de  $A_{pi}$  en fonction de  $D$

FIGURE 1.9 – La courbe de  $A_{pi}$  en fonction de  $D$ 

On constate que la courbe de  $A_{pi}$  peut être approximée par l'équation d'une parabole. Cette dernière est donnée par

$$y = a x^2 + b x + c \quad (1.37)$$

On prend 3 points de la courbe  $A_{pi}$  et on résout le système d'équations, on trouve l'expression de  $A_{pi}$ , qui est donnée par

$$A_{pi} = 1.5851 D^2 - 2.0326 D + 1.0728 \quad (1.38)$$

Par conséquent l'expression de  $K_{cpi}$

$$K_{cpi} = A_{pi} K_{c0} \quad (1.39)$$

La valeur de  $A_{pi}$  dépend de la valeur du dépassement obtenue lors de l'expérience de la boucle fermée avec un contrôleur proportionnel.

### Détermination de la constante de temps intégral ( $T_{ipi}$ )

Comme pour le gain  $K_{cpi}$ , on cherche une corrélation simple entre les données relevées de l'expérience indicielle en boucle fermée et la constante de temps intégral obtenue en

utilisant la méthode IMC (équation (1.20)  $T_{ipi} = T$ ). Cependant, le modèle étant inconnu, la constante de temps  $T$  l'est aussi.

Par contre, on a d'une part les règles IMC pour un contrôleur PI, elles sont données par les équations (1.19) pour  $K_{cpi}$  et (1.20) pour  $T_{ipi}$ .

On remplace dans l'équation (1.19)  $T$  par  $T_{ipi}$ , l'expression de  $K_{cpi}$  devient

$$K_{cpi} = \frac{T_{ipi}}{K(\tau_c + \theta)} \quad (1.40)$$

On remplace dans l'équation (1.40)  $\tau_c$  par son expression donnée par l'équation (1.35), on trouve l'expression de  $T_{ipi}$

$$T_{ipi} = 2 K K_{cpi} \theta \quad (1.41)$$

D'autre part, la fonction de transfert du système commandé en boucle fermée est

$$\frac{y}{r} = \frac{GC}{1 + GC} \quad (1.42)$$

Comme on utilise un contrôleur proportionnel dont la fonction de transfert est

$$C_p = K_{c0} \quad (1.43)$$

alors la fonction de transfert en boucle fermée devient en régime permanent,

$$\frac{y}{r} = \frac{KK_{c0}}{1 + KK_{c0}} \quad (1.44)$$

On pose

$$b = \frac{y}{r} \quad (1.45)$$

et on obtient alors

$$KK_{c0} = \left| \frac{b}{1 - b} \right| \quad (1.46)$$

On met la valeur absolue pour éviter les valeurs négative, quand  $b > 1$ .

En utilisant les équation (1.39),(1.41) et (1.46), on obtient l'expression de  $T_{ipi}$

$$T_{ipi} = 2 A_{pi} \left| \frac{b}{1 - b} \right| \theta \quad (1.47)$$

Comme il est mentionné précédemment, le modèle n'étant pas connu, donc la valeur de  $\theta$  ne l'est pas aussi. Par conséquent, on doit chercher une estimation de  $\theta$ .

### Estimation de $\theta$

On pourrait obtenir la valeur de  $\theta$  directement de la réponse en boucle fermée, mais ce n'est généralement pas facile. Il existe néanmoins une corrélation entre  $\theta$  et  $t_p$  qui est beaucoup plus facile à observer [6].

Sur la figure (1.10), On trace  $\frac{\theta}{t_p}$  en fonction du dépassement pour les différents procédés du premier ordre avec retard.

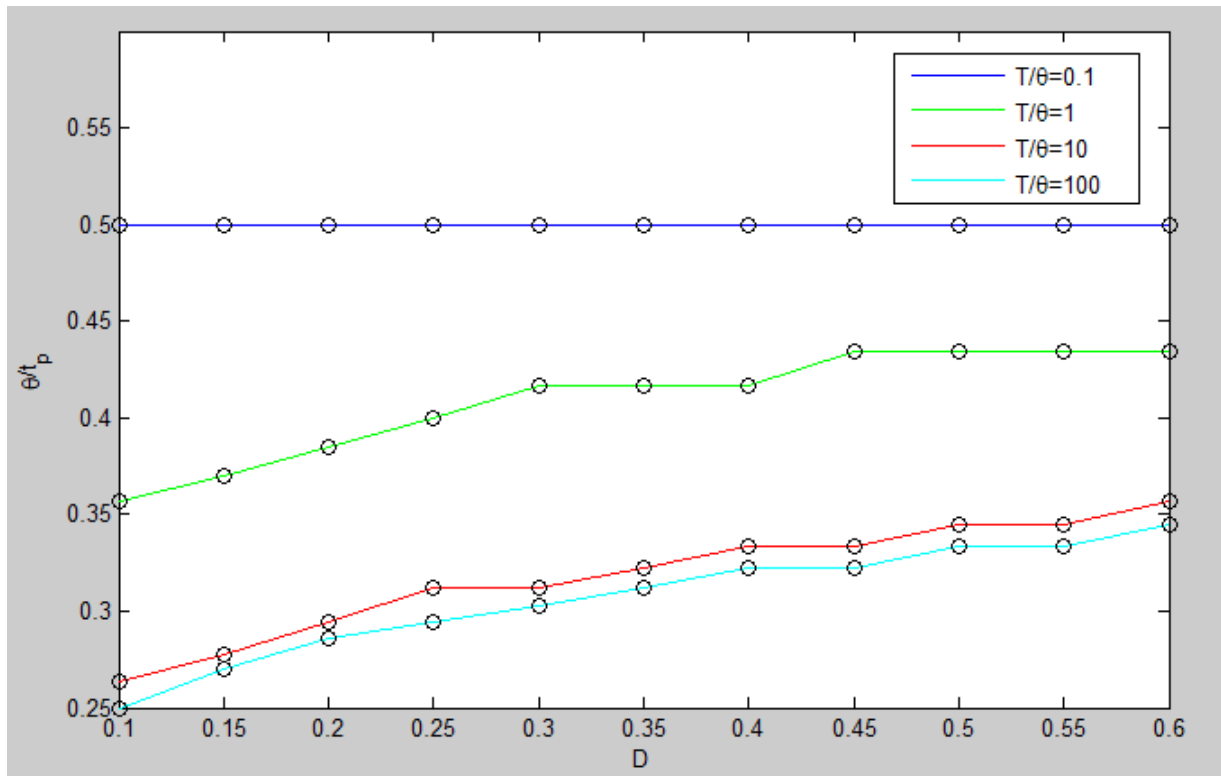


FIGURE 1.10 – La courbe du rapport  $\frac{\theta}{t_p}$  en fonction de  $D$

On constate que pour tous les modèles ( $0.1 < \frac{T}{\theta} < 100$ ), le rapport  $\frac{\theta}{t_p}$  est compris entre 0.25 et 0.5. De la courbe (1.10), on obtient  $\theta$  en fonction de  $t_p$

$$0.25 t_p < \theta < 0.5 t_p \quad (1.48)$$

Dans [6], les auteurs proposent de prendre la valeur moyenne, ils proposent donc d'utiliser la relation

$$\theta = 0.375 t_p \quad (1.49)$$

Pour une meilleure estimation de  $\theta$ , on préfère introduire un paramètre  $\eta$  qu'on laisse à la disposition du "designer" pour pouvoir ajuster la courbe de la boucle fermée. L'expression de  $\theta$  devient

$$\theta = 0.375 t_p \eta \quad (1.50)$$

On prend la valeur de départ de  $\eta$  égale à 1.

On remplace  $\theta$  par son expression donnée par l'équation (1.50) dans l'équation (1.47), on obtient l'expression finale de  $T_{ipi}$

$$T_{ipi} = 0.75 A_{pi} \left| \frac{b}{1-b} \right| \eta t_p \quad (1.51)$$

### 1.3.1.2 Dimensionnement des paramètres du contrôleur PID

Comme pour le contrôleur PI, on cherche à trouver des corrélations entre les données obtenues en boucle fermée et les règles IMC. Pour ce faire, on suit la même procédure que précédemment. Les règles IMC pour un contrôleur PID sont données par les équations (1.28) pour  $K_{cpid}$ , (1.29) pour  $T_{ipid}$  et (1.30) pour  $T_{dpid}$ .

#### Détermination du gain du contrôleur ( $K_{cpid}$ )

Sur la figure (1.11), nous traçons la courbe de  $KK_{cpid}$  (ici,  $K_{cpid}$  est le gain du contrôleur PID calculé avec l'IMC) en fonction de  $KK_{c0}$  pour chacun des modèles car le gain n'est pas le même que pour le contrôleur PI.

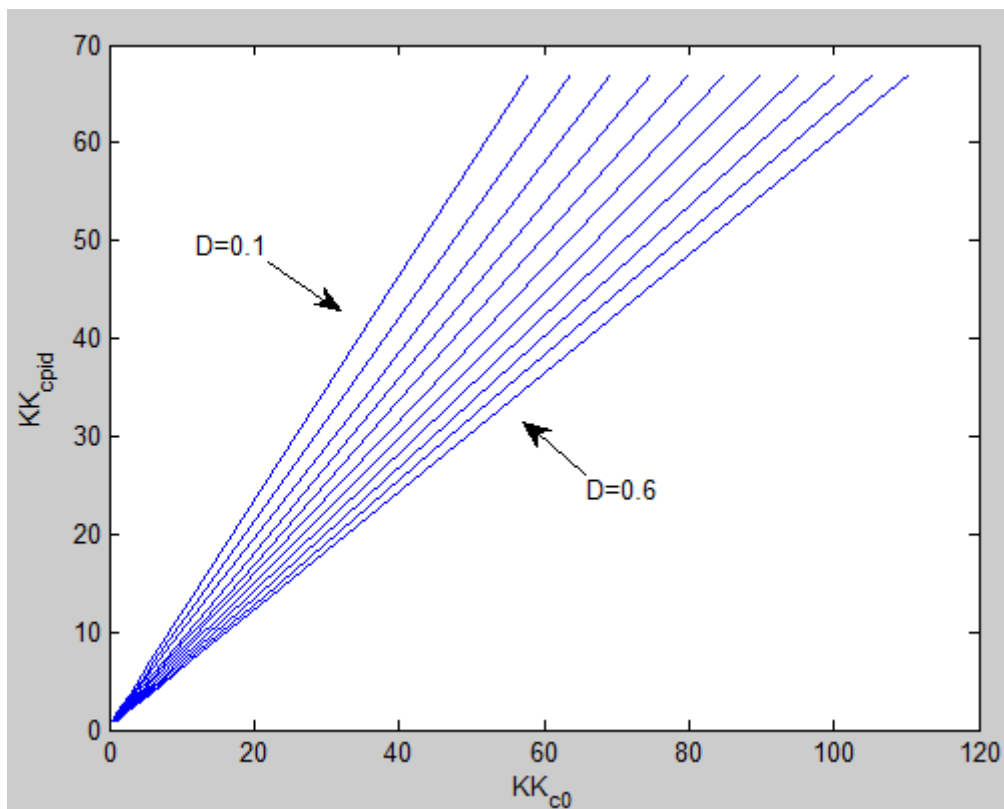


FIGURE 1.11 – La courbe de  $KK_{cpid}$  en fonction de  $KK_{c0}$

Comme pour le correcteur PI, le rapport  $\frac{K_{cpid}}{K_{c0}}$  est approximativement constant pour une valeur fixe du dépassement, indépendamment de la valeur de  $\frac{T}{\theta}$ . On pose

$$\frac{K_{cpid}}{K_{c0}} = A_{pid} \quad (1.52)$$

### Estimation de $A_{pid}$

Puisque la valeur de  $A_{pid}$  dépend de la valeur du dépassement  $D$ , on trace sur la figure (1.9) la courbe de  $A_{pid}$  en fonction de  $D$

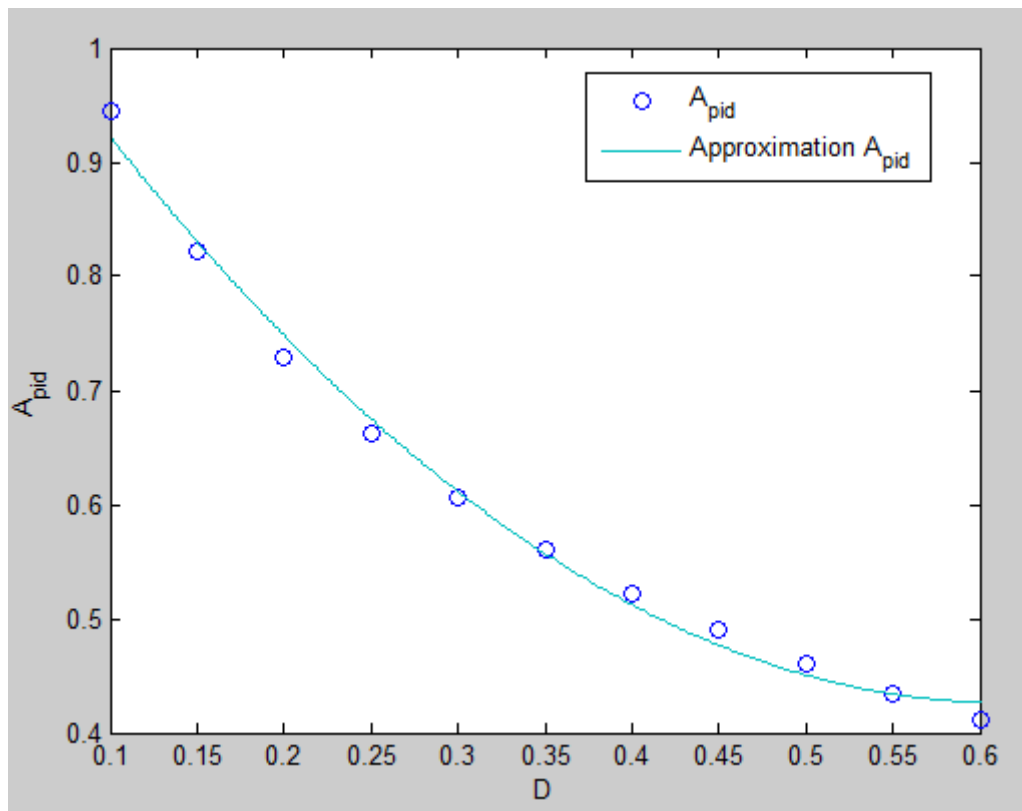


FIGURE 1.12 – La courbe de  $A_{pid}$  en fonction de  $D$

On constate que la courbe de  $A_{pid}$  peut être approximée par celle d'une parabole donnée par l'équation (1.37).

De la même manière que pour  $A_{pi}$ , on prend 3 points de la courbe  $A_{pid}$  et on résout le système d'équations. On trouve l'expression de  $A_{pid}$ , qui est donnée par

$$A_{pid} = 1.9057 D^2 - 2.3239 D + 1.136 \quad (1.53)$$

Par conséquent, l'expression de  $K_{cpid}$  est

$$K_{cpid} = A_{pid} K_{c0} \quad (1.54)$$

**Détermination de la constante de temps intégral ( $T_{ipid}$ )**

On suit la même procédure que pour  $T_{ipi}$ . En utilisant l'équation (1.29), on déduit l'expression de  $T$  qui est

$$T = T_{ipid} - \frac{\theta}{2} \quad (1.55)$$

On remplace  $T$  par son expression donnée par l'équation (1.55) dans l'équation (1.28), on obtient

$$K_{cpid} = \frac{T_{ipid}}{K \left( \tau_c + \frac{\theta}{2} \right)} \quad (1.56)$$

Comme  $\tau_c = \theta$  équation (1.35), alors

$$T_{ipid} = \frac{3}{2} K K_{cpid} \theta \quad (1.57)$$

En utilisant les équations (1.46), (1.54) et (1.57), on obtient

$$T_{ipid} = \frac{3}{2} A_{pid} \left| \frac{b}{1-b} \right| \theta \quad (1.58)$$

Et en remplaçant  $\theta$  par son expression donnée par l'équation (1.50), on obtient l'expression finale de  $T_{ipid}$

$$T_{ipid} = 0.5625 A_{pid} \left| \frac{b}{1-b} \right| \eta t_p \quad (1.59)$$

**Détermination de la constante de temps dérivé ( $T_{dpid}$ )**

Comme pour le gain et le temps intégral, on cherche une corrélation simple pour le temps dérivé. Avec la méthode IMC, on a établi une règle pour le temps dérivé, elle est donnée par l'équation (1.30).

En remplaçant  $T$  par son expression donnée par l'équation (1.55) dans l'équation (1.30), on obtient

$$T_{dpid} = \frac{\theta \left( T_{ipid} - \frac{\theta}{2} \right)}{2 T_{ipid}} \quad (1.60)$$

En remplaçant  $T_{ipid}$  et  $\theta$  par leurs expressions données respectivement par les équations (1.59) et (1.50), on obtient l'expression finale de  $T_{dpid}$

$$T_{dpid} = \frac{0.375 t_p \eta \left( 0.5625 A_{pid} \left| \frac{b}{1-b} \right| \eta t_p - \frac{0.375 t_p \eta}{2} \right)}{1.125 A_{pid} \left| \frac{b}{1-b} \right| \eta t_p} \quad (1.61)$$

### 1.3.1.3 Expressions finales des paramètres

On introduit un paramètre  $\eta$  qui permet d'ajuster les temps intégral et dérivé du contrôleur. On décide d'introduire un autre paramètre  $F$  pour ajuster cette fois-ci le gain des contrôleurs, pour de meilleurs résultats en boucle fermée. La valeur de départ de  $F$  est égal à 1. On illustrera l'effet du paramètre  $F$  plus bas

Les expressions finales des contrôleurs sont :

— Contrôleur PI

$$K_{cpi} = \frac{A_{pi} K_{c0}}{F} \quad (1.62)$$

$$T_{ipi} = 0.75 A_{pi} \left| \frac{b}{1-b} \right| \eta t_p \quad (1.63)$$

— Contrôleur PID

$$K_{cpid} = \frac{A_{pid} K_{c0}}{F} \quad (1.64)$$

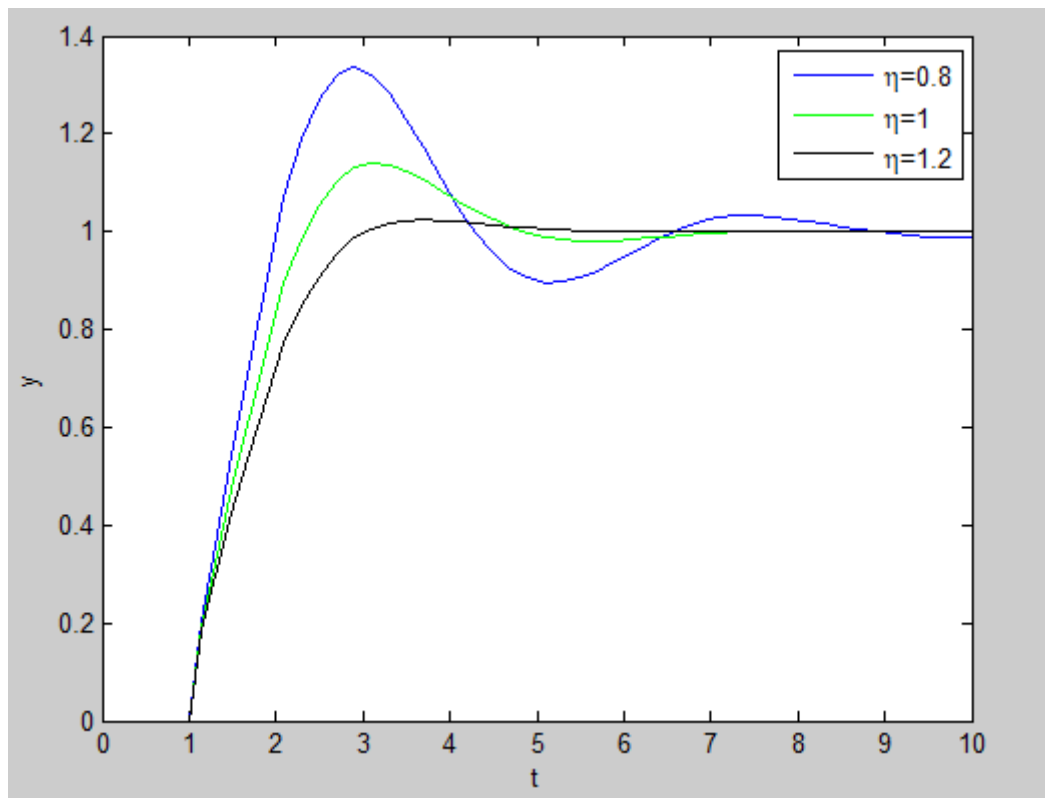
$$T_{ipid} = 0.5625 A_{pid} \left| \frac{b}{1-b} \right| \eta t_p \quad (1.65)$$

$$T_{dpid} = \frac{0.375 t_p \eta \left( 0.5625 A_{pid} \left| \frac{b}{1-b} \right| \eta t_p - \frac{0.375 t_p \eta}{2} \right)}{1.125 A_{pid} \left| \frac{b}{1-b} \right| \eta t_p} \quad (1.66)$$

## 1.3.2 Simulation et analyse

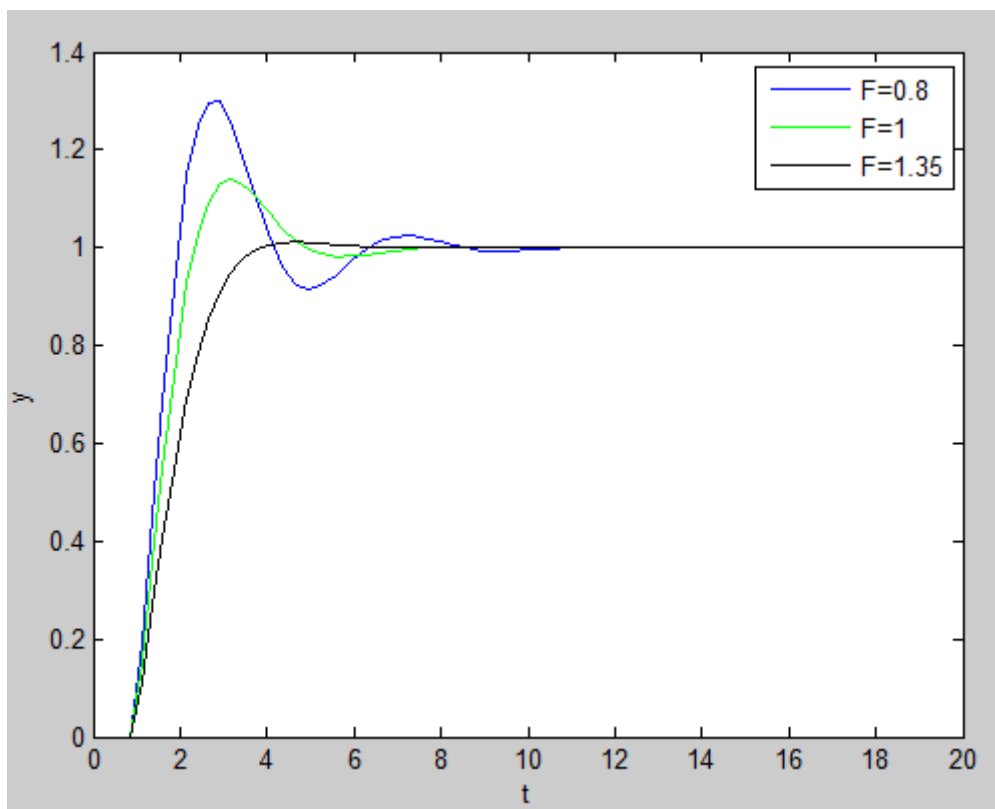
Pour tester l'efficacité de la méthode basée sur la réponse indicielle en boucle fermée, on effectue des simulations pour différents procédés. Les paramètres des contrôleurs PI et PID sont obtenus sur la base d'un dépassement de 30% , on règle donc le gain du contrôleur proportionnel ( $K_{c0}$ ) qui permet d'obtenir ce dépassement.

On commence d'abord par illustrer l'effet des paramètres  $\eta$  et  $F$ . Sur la figure (1.13), On trace les réponses en boucle fermée d'un procédé du premier ordre avec retard commandé avec un contrôleur PI, pour différentes valeurs de  $\eta$

FIGURE 1.13 – Influence du paramètre  $\eta$ 

Il est clair que le rôle du paramètre  $\eta$  est de permettre au 'designer' d'ajuster et d'améliorer les performances du système contrôlé. On constate que quand on diminue la valeur de  $\eta$  le système devient plus rapide mais oscillant et quand on augmente sa valeur le système devient plus robuste mais plus lent.

Sur la figure (1.14), on illustre l'influence du paramètre  $F$ . On trace les réponses du même système ci-dessus pour différentes valeurs de  $F$

FIGURE 1.14 – Influence du paramètre  $F$ 

Le paramètre  $F$  joue le même rôle que  $\eta$ . De la même manière, si le système est jugé lent, alors on diminue la valeurs de  $F$  pour le rendre plus rapide et vice-versa. Sauf qu'à la différence de  $\eta$ , le paramètre  $F$  permet d'ajuster le gain du contrôleur, tandis que  $\eta$  est utilisé pour ajuster les constantes de temps intégral et dérivé si on utilise un contrôleur PID.

On prend les mêmes exemples utilisés précédemment. On utilise aussi la même réponse en boucle fermée  $H(s)$  donnée par l'équation (1.31).

on trace sur les figures (1.15),(1.16) et (1.17) les réponses des trois procédés du premier ordre avec retard donné par l'équation (1.32)

—  $\frac{T}{\theta} = 0.1$ . Avec  $K_{c0} = 0.3$ ,  $\eta = 1.1$  et  $F = 1.35$  pour le contrôleur PI.

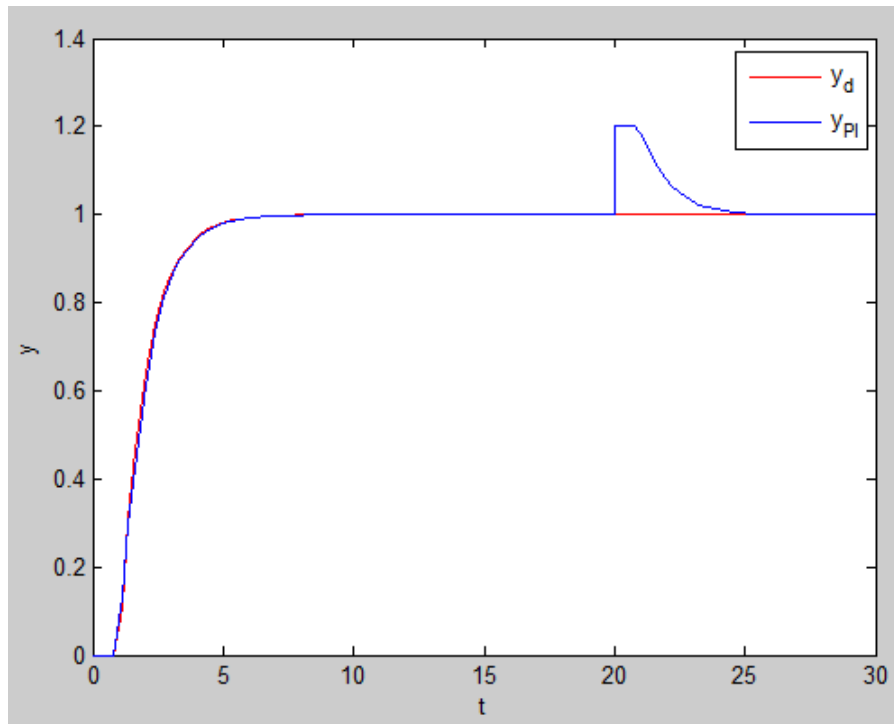


FIGURE 1.15 – Réponse du procédé, équation (1.32), pour  $\frac{T}{\theta} = 0.1$  commandé par des contrôleur PI

On note qu'on peut pas dimensionner un contrôleur PID avec la méthode basée sur la réponse indicielle en boucle fermée quand  $T$  est très petit devant  $\theta$

- $\frac{T}{\theta} = 10$ . Avec  $K_{c0} = 8$ ,  $\eta = 1$  et  $F = 1$  pour le contrôleur PI et  $\eta = 0.85$  et  $F = 1.1$  pour le contrôleur PID

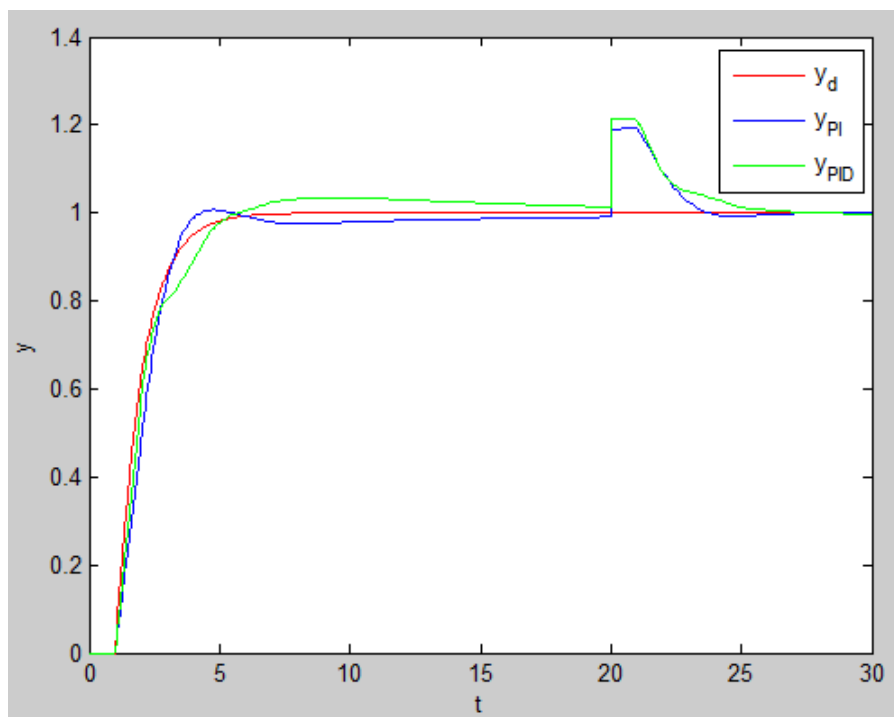


FIGURE 1.16 – Réponse du procédé, équation (1.32), pour  $\frac{T}{\theta} = 10$  commandé par des contrôleur PI et PID

- $\frac{T}{\theta} = 100$ . Avec  $K_{c0} = 80$ ,  $\eta = 1$  et  $F = 1$  pour le contrôleur PI et  $\eta = 0.8$  et  $F = 0.8$  pour le contrôleur PID

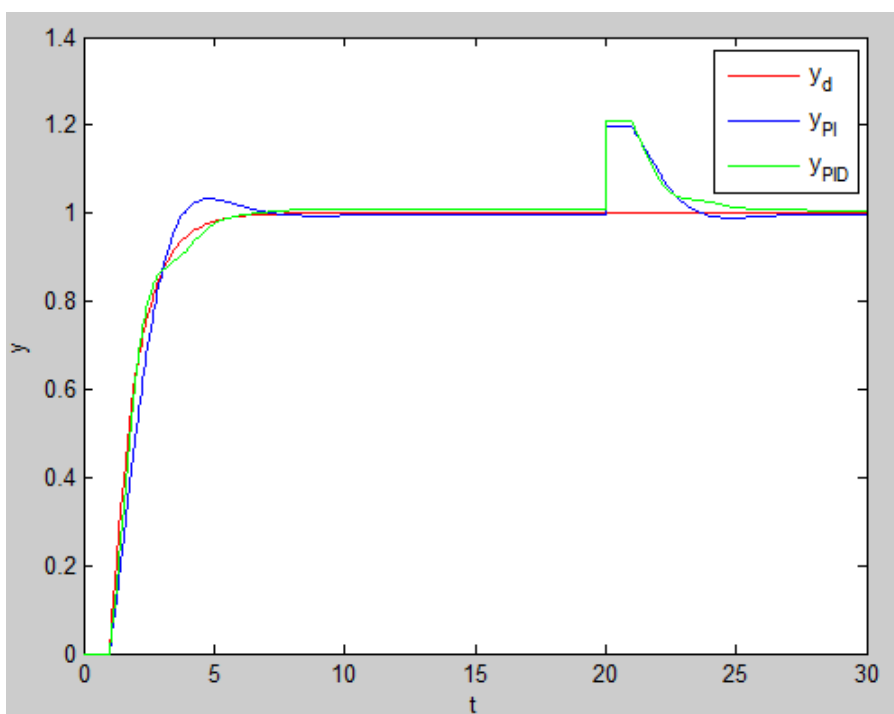


FIGURE 1.17 – Réponse du procédé, équation (1.32), pour  $\frac{T}{\theta} = 100$  commandé par des contrôleur PI et PID

On constate que pour les trois procédés que les réponses obtenues avec des correcteur

PI et PID sont très proches de la réponse désirée, cela grâce aux ajustements apportés en utilisant les paramètres. Ces courbes en boucle fermée montrent que les critères exigés sont satisfaits, et cela quelque soit le rapport de  $\frac{T}{\theta}$ .

- Un dépassement très faible
- Un temps de réponse satisfaisant
- Une erreur statique nulle

On note que pour les procédés dont  $T$  est très petit devant  $\theta$ , le contrôleur PI est plus adéquat et mieux adapté que le PID, d'ailleurs on ne peut dimensionner un contrôleur PID pour ce type de procédés.

On constate aussi que malgré la présence de perturbation, les systèmes commandés restent stables. Preuve que les paramètres des contrôleurs sont bien dimensionnés.

La méthode basée sur la réponse indicielle en boucle fermée fonctionne aussi sur les procédés d'ordre élevé. Sur la figure (1.18), on trace la réponse d'un procédé d'ordre élevé dont la fonction de transfert est donnée par l'équation (1.33), avec  $K_{c0} = 6.5$ ,  $\eta = 0.8$  et  $F = 3$  pour le contrôleur PI et  $\eta = 0.9$  et  $F = 3.8$  pour le contrôleur PID.

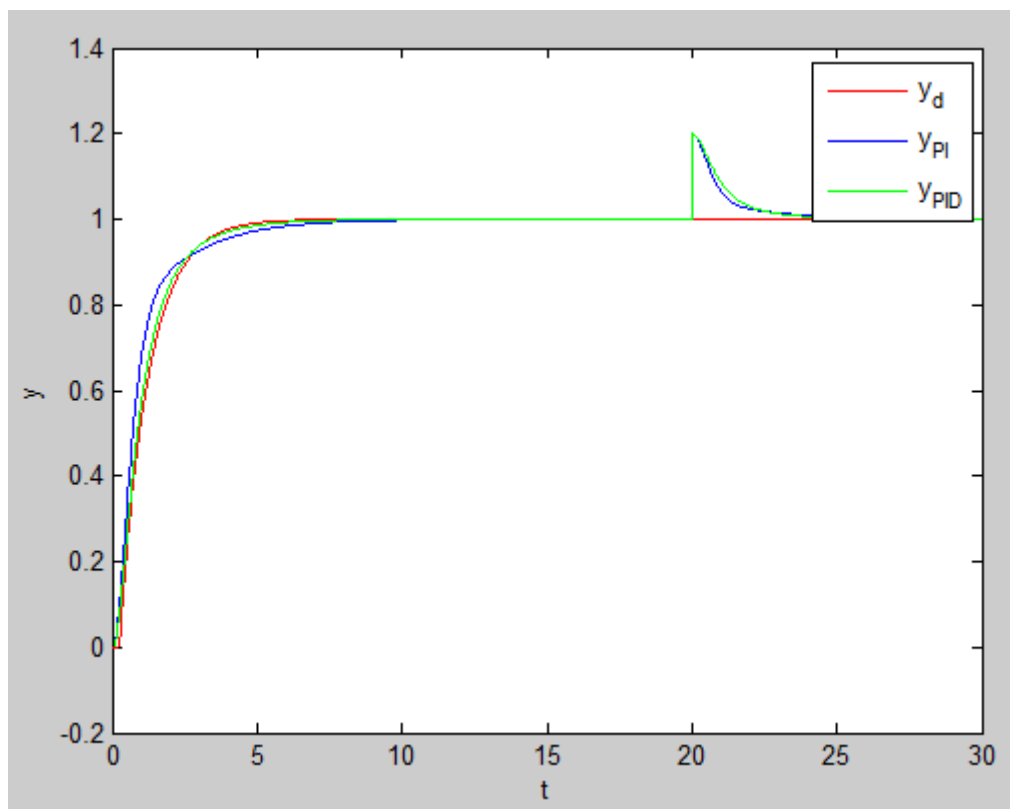


FIGURE 1.18 – Réponse du procédé donné par l'équation (1.33) commandé par des contrôleur PI et PID

La réponse du système commandé est très proche de la réponse désirée. Les critères de performance et de robustesse sont satisfaits, malgré la présence de perturbation. On

remarque qu'un contrôleur PID fournit de meilleurs résultats pour ce type de système.

La méthode basée sur la réponse indicielle en boucle fermée permet aussi de commander certains procédés instable. Sur la figure(1.19), on trace la réponse d'un procédé du premier ordre instable

$$G = \frac{e^{-0.5s}}{(5s - 1)} \quad (1.67)$$

Avec  $K_{c0} = 8.2$ ,  $\eta = 1.8$  et  $F = 1.1$  pour le contrôleur PI et  $\eta = 1.5$  et  $F = 1.1$  pour le contrôleur PID

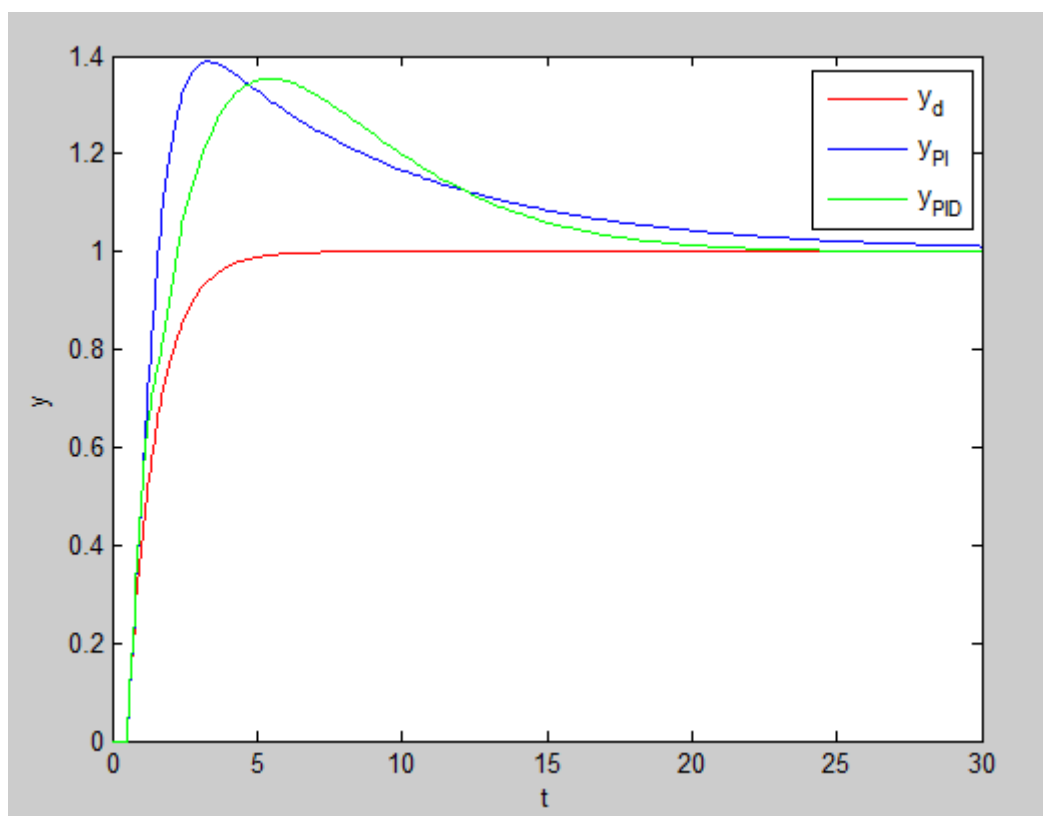


FIGURE 1.19 – Réponse du procédé donné par l'équation (1.67) commandé par des contrôleur PI et PID

On constate que le système est stable et que l'erreur statique est nulle. Cependant, le système contient un dépassement important,  $D = 40\%$  pour le contrôleur PI et  $D = 30\%$  pour le contrôleur PID

### 1.3.3 Conclusion

Dans ce chapitre, on a étudié une nouvelle approche de synthèse et de dimensionnement des contrôleurs PI et PID, dans le but d'apporter d'éventuelles améliorations.

En premier lieu, nous avons rappelé la méthode de la commande par modèle interne (IMC) pour les systèmes stables. Avec des simulations, nous avons pu vérifier la robustesse de cette méthode ainsi que la simplicité de synthèse qu'elle offre.

Puis, on a développé une approche empirique pour la commande des systèmes non identifiés. Elle est basée sur les données de la réponse indicielle en boucle fermée. Nous avons utilisé les règles établies avec la méthode IMC pour dimensionner les contrôleurs PI et PID. Les résultats ont été validés par des simulations, ces dernières ont confirmé la simplicité, la rapidité et la robustesse de cette méthode. On peut utiliser cette méthode sur une grande variété de procédés, y compris ceux du premier ordre avec retard, les systèmes d'ordre élevé et sur certains systèmes instables.

On note que la méthode ne fonctionne pas sur tous les procédés instables. Si le système ne peut pas être stabilisé avec un contrôleur proportionnel, alors dans ce cas, la méthode de la réponse indicielle en boucle fermée ne peut pas être utilisée.

Dans le prochain chapitre, on s'intéresse à une autre approche de synthèse des contrôleurs PI et PID appelée "Virtual Reference Feedback Tuning, VRFT".

# Chapitre 2

## Méthode Virtual Reference Feedback Tuning (VRFT)

### 2.1 Introduction

Dans ce chapitre, on a étudié une autre approche de synthèse de contrôleurs, appelée "Virtual Reference Feedback Tuning (VRFT)". La méthode VRFT n'est pas une méthode empirique mais elle n'utilise pas non plus de modèle. C'est une méthode basée sur un ensemble de données (Entrées/Sorties) généré par le système sans recourir à une expérience spécifique ou à des itérations. Ce type de méthode est appelé en anglais data-driven method.

L'idée de base de la VRFT est de rechercher l'optimum globale du critère de conception et que, dans le cas significatif, la conception de contrôleurs de complexité restreinte. Ainsi, le contrôleur obtenu est une approximation raisonnable du contrôleur optimal.

Généralement la VRFT est une méthode de synthèse et de conception des contrôleurs linéaires. Dans notre cas on l'utilise pour dimensionner des contrôleurs PI et PID uniquement.

### 2.2 Formulation du problème

Lors de la synthèse d'un contrôleur, toutes les méthodes sont basées sur un modèle. Ce lui-ci peut être obtenu soit par une modélisation ou bien par identification. La méthode VRFT permet de reformuler un problème de conception des contrôleurs en un problème d'identification [9].

Soit à contrôler un système dont le modèle est inconnu. Pour dimensionner le contrôleur, la méthode VRFT se base sur les données recueillies sur le système réel. Donc, soit

les vecteurs de données E/S  $(u^*, y^*)$ .  $y^*$  représente l'évolution du système lorsqu'il est soumis au signal d'entrée  $u^*$ , figure (2.1)

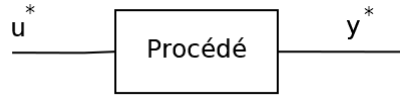


FIGURE 2.1 – Expérience en boucle ouverte pour récupérer des données E/S

L'idée est alors, d'utiliser les données  $(u^*, y^*)$  pour dimensionner le contrôleur  $C(z)$ . Pour ce faire soit  $H(z)$  le modèle qu'on désire imposer à la boucle fermée. On dira alors que le contrôleur  $C(z)$  est bien dimensionné si l'erreur de poursuite  $e_p = y - y_d$  est idéalement nulle ou du moins la plus petite possible.

La stratégie VRFT consiste alors à calculer la consigne virtuelle notée  $\tilde{r}$  à partir du signal de mesure  $y^*$  recueilli sur le système, comme illustré sur la figure (2.2) [8].

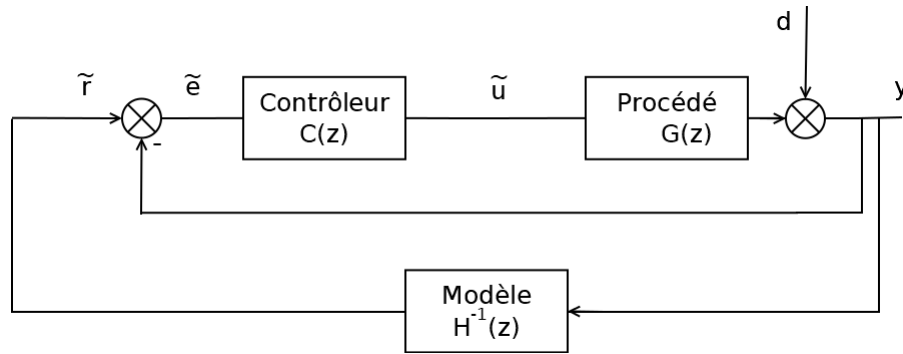


FIGURE 2.2 – Structure de la commande VRFT

D'après la structure de la commande VRFT figure (2.2), la sortie  $y^*(k)$  est exprimée par

$$y^* = H \tilde{r} \quad (2.1)$$

d'où

$$\tilde{r} = H^{-1} y^* \quad (2.2)$$

Une telle référence est appelée virtuelle car elle n'existe pas dans la réalité. en fait,  $\tilde{r}(k)$  n'a pas été utilisée dans la génération de  $y^*(k)$ .

Connaissant les signaux  $\tilde{r}$  et  $y^*$ , on peut alors déduire le signal d'erreur noté  $\tilde{e}$ , son expression est donnée par

$$\tilde{e} = \tilde{r} - y^* \quad (2.3)$$

Bien que le procédé  $G(z)$  ne soit pas connue, nous savons que lorsqu'il est alimenté par

$u^*(k)$  (le signal d'entrée effectivement mesuré), il génère  $y^*(k)$  comme sortie. Par conséquent, un bon contrôleur est celui qui génère  $u^*(k)$  lorsqu'il est alimenté par  $\tilde{e}(k)$ . L'idée est alors de rechercher un tel contrôleur  $C(z, \vartheta)$  qui génère une sortie  $\tilde{u}(k)$ , de telle sorte que  $\tilde{u}(k)$  soit le plus proche possible de  $u^*(k)$ . D'après la structure de la commande VRFT figure(2.2), l'expression de  $\tilde{u}(k)$  est donnée par

$$\tilde{u} = C(z, \vartheta) [\tilde{r} - y^*] \quad (2.4)$$

En remplaçant  $\tilde{r}(k)$  par son expression équation (2.2) dans l'équation (2.4), l'expression de  $\tilde{u}(k)$  devient

$$\tilde{u} = C(z, \vartheta) [H^{-1} - 1] y^* \quad (2.5)$$

Maintenant, en se basant sur les signaux d'E/S,  $\tilde{e}$  et  $u^*$  respectivement, on peut utiliser les techniques d'identification pour déterminer la fonction de transfert du contrôleur. Ce qui est important de noter ici, c'est que le problème de conception du contrôleur se réduit à un problème de minimisation, qui est donnée par

$$J(\vartheta) = \min_{\vartheta} \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N [u^* - \tilde{u}]^2 \quad (2.6)$$

Avec  $N$ , le nombre de mesures de l'ensemble  $\{u^*(k), y^*(k)\}$ .

Si le contrôleur est donné par  $C(z, \vartheta) = B^T(z) \vartheta$ , où  $B^T(z)$  est un vecteur de fonction de transfert en temps discret, alors on peut constater que l'équation (2.6) est quadratique en  $\vartheta$ . Par conséquent, le paramètre du contrôleur  $\vartheta^*$  qui minimise l'équation (2.6) peut être explicitement obtenu par la méthode des moindres carrés. Par conséquent, la méthode VRFT reformule efficacement le problème de la conception d'un contrôleur en un problème d'identification de système standard. Des discussions plus détaillées sur le VRFT sont cités dans [9].

Après avoir déterminé le contrôleur  $C(z)$ , on peut alors modifier le signal de référence  $r$  selon le cahier des charges.

## 2.3 Dimensionnement du contrôleur PID avec la méthode VRFT

Comme mentionné dans l'introduction, on s'intéresse au dimensionnement du contrôleur PID en utilisant la méthode VRFT.

Considérons un contrôleur PID discret  $C(z)_{PID}$ , dont la fonction de transfert est [10]

$$Cz_{PID} = K_p + K_i \frac{z}{z-1} + K_d(z-1) \quad (2.7)$$

Avec  $K_p$  le gain proportionnel,  $K_i$  le gain intégral et  $K_d$  le gain dérivé.

Avec la méthode VRFT, le modèle de référence est un modèle de premier ordre dont la fonction de transfert discrète est

$$H(z) = \frac{1-A}{z-A} \quad (2.8)$$

Où  $A$  est un paramètre choisi par le "designer" pour imposer la durée du régime transitoire en boucle fermée.

A partir des équations (2.5), (2.7) et (2.8), on calcule  $\tilde{u}(z)$

$$\tilde{u} = [K_p + K_i z + K_d(z-1)^2] \frac{z-1}{1-A} y^* \quad (2.9)$$

On obtient

$$\tilde{u} = \frac{1}{1-A} [K_p(z-1) + K_i z + K_d(z-1)^2] y^* \quad (2.10)$$

En effectuant la transformée en  $z$  inverse on obtient  $\tilde{u}(k)$

$$\tilde{u}(k) = \frac{1}{1-A} [K_p (y^*(k+1) - y^*(k)) + K_i y^*(k+1) + K_d (y^*(k+2) - 2y^*(k+1) + y^*(k))] \quad (2.11)$$

L'équation (2.11) peut-être réécrite sous la forme

$$\tilde{u} = \Psi(k) \vartheta \quad (2.12)$$

Où

$$\vartheta = [K_p \quad K_i \quad K_d]^T \quad (2.13)$$

et

$$\Psi(k) = [ \Psi_p(k) \quad \Psi_i(k) \quad \Psi_d(k) ] \quad (2.14)$$

Avec

$$\Psi_p(k) = \frac{1}{1-A} [y^*(k+1) - y^*(k)] \quad (2.15)$$

$$\Psi_i(k) = \frac{1}{1-A} y^*(k+1) \quad (2.16)$$

$$\Psi_d(k) = \frac{1}{1-A} [y^*(k+2) - 2y^*(k+1) + y^*(k)] \quad (2.17)$$

Des équations (2.6) et (2.12), les paramètres contrôleur PID sont calculés en résolvant le problème de minimisation suivant :

$$J(\vartheta) = \min_{\vartheta} \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N [u(k) - \Psi(k)\vartheta]^2 = \min_{\vartheta} \frac{1}{N} \|u - \Psi\vartheta\|^2 \quad (2.18)$$

soumis aux contraintes de signe des paramètres PID

$$K_p, K_i, K_d \geq 0 \quad (2.19)$$

ou

$$K_p, K_i, K_d \leq 0 \quad (2.20)$$

Avec

$$\Psi = \begin{bmatrix} \Psi_p(1) & \Psi_i(1) & \Psi_d(1) \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ \Psi_p(N) & \Psi_i(N) & \Psi_d(N) \end{bmatrix} \quad (2.21)$$

et

$$u = \begin{bmatrix} u(1) & \cdot & \cdot & u(N) \end{bmatrix} \quad (2.22)$$

Par conséquent, les paramètres du contrôleur PID sont obtenus en résolvant le problème des moindres carrés avec contraintes [9]. Il est évident que cette solution ne dépend pas seulement de la base de données de la VRFT mais aussi du paramètre A du modèle de référence.

On résout le problème des moindres carrés avec contraintes sous matlab avec la commande "lsqnonneg". Cette commande permet de calculer les gains du contrôleur PID ( $K_p, K_i, K_d$ ). Ensuite, on calcule les paramètres du contrôleur PID standard donné par l'expression suivante

$$C_{pid} = K_{cpid} \left[ 1 + \frac{1}{T_{ipid}} \frac{z}{z-1} + T_{dpid}(z-1) \right] \quad (2.23)$$

D'où

$$K_{cpid} = K_p \quad (2.24)$$

$$T_{ipid} = \frac{K_p}{K_i} \quad (2.25)$$

$$T_{dpid} = \frac{K_d}{K_p} \quad (2.26)$$

Comme pour la méthode de la réponse indicielle en boucle fermée, on décide de rajouter un paramètre  $F$  dans l'expression du gain  $K_{cpid}$  qui joue le même rôle que précédemment, ce qui veut dire, ce paramètre permet au "designer" d'ajuster la réponse en boucle fermée. L'expression de  $K_{cpid}$  devient

$$K_{cpid} = \frac{K_{cpid}}{F} \quad (2.27)$$

Les constantes de temps intégral  $T_{ipid}$  et le temps dérivé  $T_{dpid}$  restent inchangées.

On note que les paramètres calculés pour un contrôleur PID discret ne changent pas pour un contrôleur PID continu.

## 2.4 Simulation et analyse

La constante de temps imposée à la boucle fermée est  $A = 0.9$ , le modèle désiré est

$$H = \frac{0.1}{z - 0.9} \quad (2.28)$$

Sur la figure (2.3), on trace la réponse en boucle fermée d'un procédé du premier ordre dont la fonction de transfert est

$$G = \frac{0.00995}{z - 0.99} \quad (2.29)$$

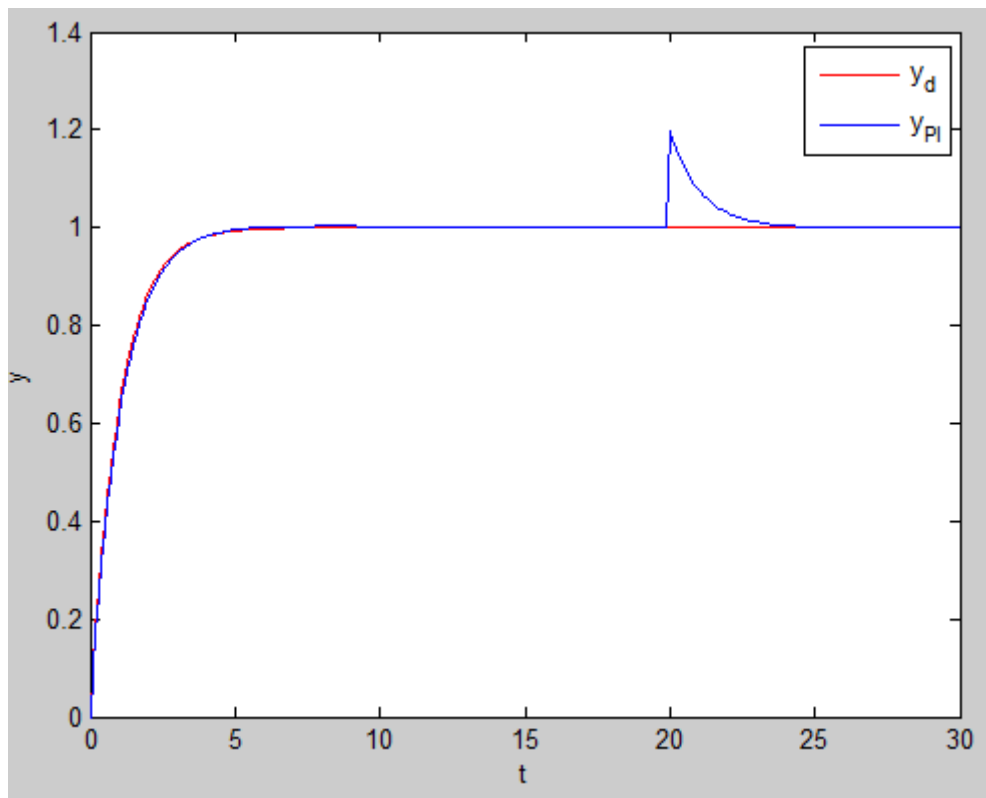


FIGURE 2.3 – Réponse en boucle fermée du procédé donné par l'équation (2.29) commandé avec un PI

La réponse en boucle fermée est très proche de la réponse désirée. Cette courbe montre que les critères de performances sont satisfait avec un dépassement et une erreur statique nuls et un temps de réponse quasi-identique, aussi le système reste stable malgré la présence de perturbation.

On note que pour les systèmes du premier ordre, la méthode VRFT permet de dimensionner que des contrôleurs PI, la valeur du temps dérivé est égal à zéro.

La méthode VRFT fonctionne aussi sur des procédé d'ordre élevé. Sur la figure (2.4), on trace la réponse d'un procédé d'ordre élevé dont la fonction de transfert est donnée par l'équation (1.33)

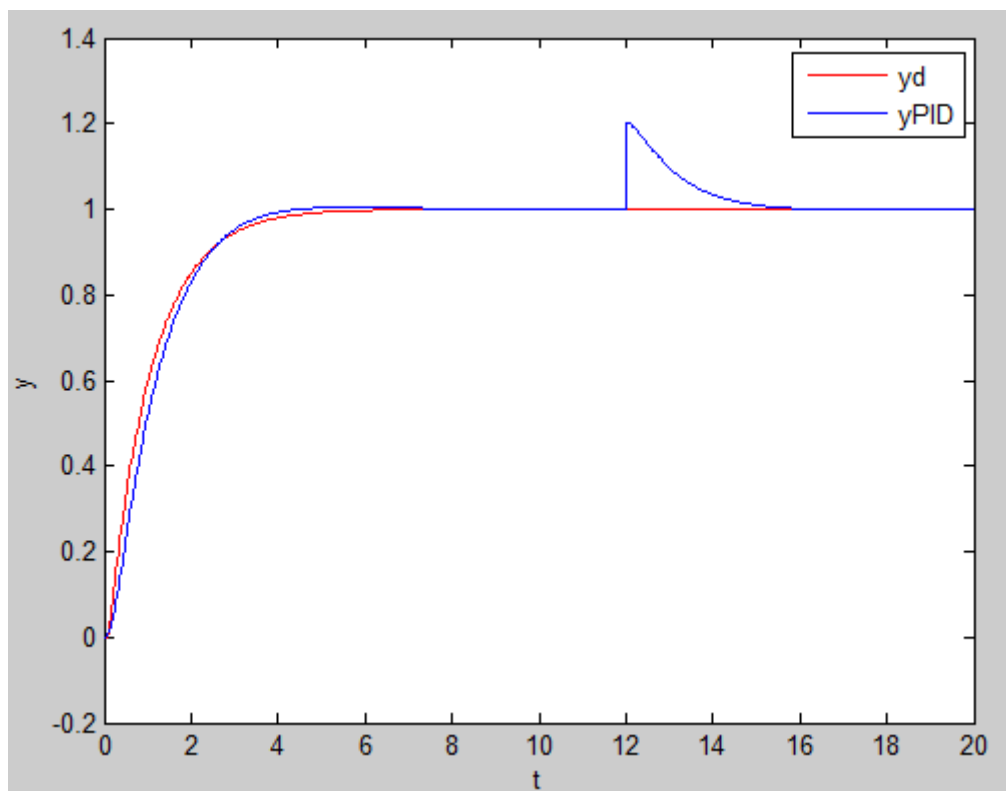


FIGURE 2.4 – Réponse en boucle fermée du procédé donné par l'équation (1.33) commandé avec un PID

Pour ce type de système, la réponse en boucle fermée est très proche de la réponse désirée. Cette courbe montre que les critères de performances sont satisfaits avec un dépassement et une erreur statique nuls et un temps de réponse quasi-identique, aussi le système reste stable malgré la présence de perturbation.

Il convient de noter que la méthode VRFT n'est pas bien adaptée à la commande des systèmes avec retard et ne peut pas être utilisée sur des systèmes instables.

## 2.5 Conclusion

Dans ce chapitre, on a présenté une approche pour la commande des systèmes non identifiés, qui est la méthode VRFT. Cette méthode est simple à utiliser, elle n'a pas besoin d'expérience spécifique. Elle est basée sur un ensemble de données (entrées/sorties) générées par le système. En utilisant la sortie mesurée et le modèle désiré en boucle fermée, on reconstitue le signal de référence appelé référence virtuelle. C'est cette référence qui permet d'avoir l'erreur, qui représente l'entrée du contrôleur, les paramètres de ce contrôleur sont calculés de telle sorte que la sortie de ce dernier soit le plus proche possible de l'entrée mesurée.

Cette méthode est simple et rapide à utiliser, elle permet de dimensionner des contrôleurs PI et PID. En effectuant des simulation on a pu vérifier l'efficacité de cette méthode.

# Chapitre 3

## Application pour la commande d'un pendule inversé monté sur un chariot

### 3.1 introduction

Le pendule inversé constitue un "benchmark" de choix pour la commande des systèmes non linéaires. En effet, les problèmes de commande posés dans un pendule inversé sont, sensiblement, les mêmes que ceux rencontrés à une échelle plus grande dans les grues, les systèmes de transport industriels (segway, B2) et en robotique [14]. Le pendule inversé est parmi les systèmes les plus difficiles à commander dans le domaine de l'automatique, Il est très utilisé afin de tester l'efficacité des méthodes de commande développées théoriquement.

Les systèmes réels sont dans la plupart du temps non linéaires, ont des paramètres variables et sont soumis à des perturbations externes. La modélisation de ces systèmes mène très souvent à des modèles non linéaires, c'est pourquoi, déterminer une loi de commande pour ce type de système reste une tâche très difficile. La linéarisation de ces systèmes est nécessaire. Or, c'est à partir de cette représentation approximative des systèmes que l'on souhaite construire une loi de commande pour le système réel. Cette commande doit, alors, être robuste dans le sens où elle devra assurer une faible sensibilité aux incertitudes sur les paramètres et aux perturbations externes. La linéarisation d'un système non linéaire complexe peut être de même complexité, comme exemple, on cite le cas où le modèle linéarisé qui décrit le système non linéaire est d'ordre élevée, dans cas, afin de limiter l'ordre de la fonction de transfert, on choisit d'inclure un retard, lors de la phase d'approximation. Ce retard permet alors de décrire une partie de la dynamique du système d'une manière plus simple qu'en utilisant un ordre plus élevé.

La commande d'un pendule inversé monté sur un chariot mobile consiste à :

- d'abord, redresser le pendule inversé depuis sa position stable (position basse) vers sa position instable (position haute). On utilise pour cela une loi de commande non linéaire (cette partie n'est pas abordée dans ce mémoire de fin d'étude).
- maintenir stable le pendule dans sa position d'équilibre instable (position haute).
- asservir la position du chariot toute en maintenant le pendule stable.

C'est ce dernier point qui fera l'objet de ce dernier chapitre, dans lequel nous utiliserons les deux méthodes développées dans les chapitres (1) et (2). Les détails sur la commande de redressement et celle de la stabilisation sont bien présentés respectivement dans [11, 13]. Il faut noter la complexité de la commande d'un tel système car il ne dispose que d'une seule grandeur de commande (la force exercée par le chariot) pour contrôler l'angle de rotation du pendule et le déplacement du chariot. Cette complexité est due au fait que l'action sur la force, permettant de déplacer le chariot vers une position donnée, déstabilise le pendule, et afin de le stabiliser, il faut déplacer le chariot dans le sens contraire afin de rattraper la chute du pendule. La stratégie générale de la commande du pendule inversé monté sur un chariot est illustrée par le schéma de la figure (3.1) [13]

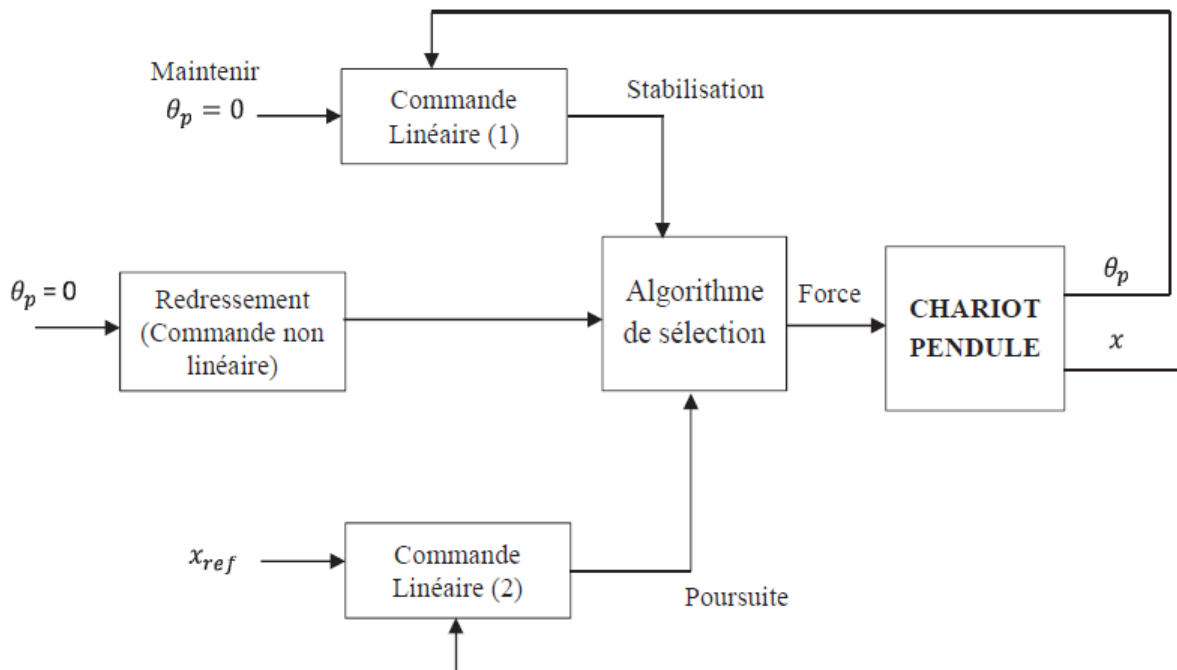


FIGURE 3.1 – Schéma du principe de commande du pendule inversé

Afin de maintenir la stabilité du pendule inversé, la commande de redressement est associée à la commande de stabilisation et la commande de poursuite. Une loi de commutation appropriée entre les trois commandes (redressement, stabilisation et poursuite) est alors, nécessaire. Dans notre cas, on applique la commutation quant la valeur absolue de l'angle est au voisinage de  $\pm 20^\circ$ . Lorsque le pendule est situé dans la zone  $\pm 0.2 \text{ rad}$  ( $\pm 11^\circ$ ) autour de la position d'équilibre instable  $\theta_p = 0$ , la commande bascule du redresse-

ment vers la commande de stabilisation qui permet de le maintenir dans cette position, La troisième commande consiste à ramener l'ensemble chariot-pendule à une position désirée.

## 3.2 Description et modélisation de l'ensemble chariot-pendule

Le pendule inversé monté sur chariot (également appelé système chariot-pendule) se compose d'une tige en aluminium dont une masse de forme cylindrique est montée à son extrémité. Cette tige est montée sur un chariot mobile par une articulation pivotante permettant la rotation du pendule. Le mouvement de rotation d'un moteur électrique est transformé, par l'intermédiaire d'un ensemble constitué de deux poulies et d'une courroie crantée, en mouvement de translation du chariot. Le déplacement du chariot dans un sens ou dans l'autre assure la rotation du pendule. Si le pendule est dans sa position instable haute, par exemple, quand le pendule penche vers la droite, le chariot agit pour le rattraper en effectuant un mouvement vers la droite et vice versa. La photo de la figure (3.2) représente une vue d'ensemble du pendule inversé monté sur un chariot.

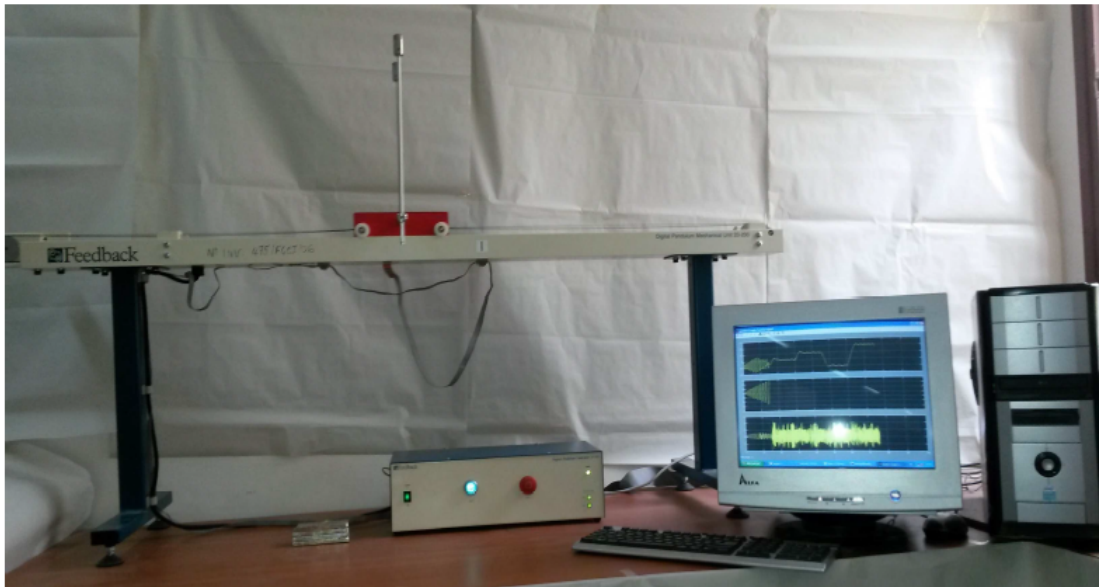


FIGURE 3.2 – Vue d'ensemble du banc d'essai expérimental du pendule inversé monté sur un chariot

La modélisation de l'ensemble chariot-pendule utilise le formalisme d'Euler-Lagrange [15]. Pour ce faire, les coordonnées généralisées sont : le déplacement horizontal du chariot (noté  $x$ ) et l'angle de rotation du pendule (noté  $\theta_p$ ). On prend comme direction positive du déplacement du chariot  $x$ , le sens de gauche à droite et celui de l'angle  $\theta_p$  est le sens des aiguilles d'une montre, comme le montre la figure (3.3).

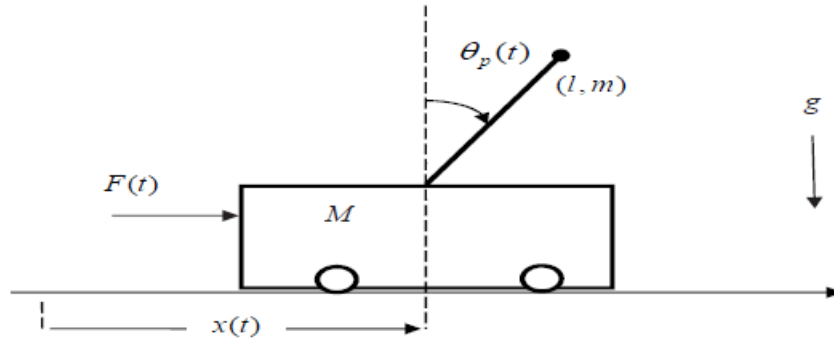


FIGURE 3.3 – Schéma de modélisation de l'ensemble chariot-pendule

Le modèle complet décrivant le comportement dynamique du système pendule-chariot est donné par l'équation (3.1), le lecteur désirant connaître les détails de cette modélisation peut consulter les références [11, 12] .

$$\begin{cases} h\ddot{x} + b\dot{x} + ml\dot{\theta}_p \cos(\theta_p) - ml\dot{\theta}_p^2 \sin(\theta_p) = F \\ ml\ddot{x} \cos(\theta_p) + N\ddot{\theta}_p + d\dot{\theta}_p - mgl \sin(\theta_p) = 0 \end{cases} \quad (3.1)$$

avec  $h = (M + m)$  et  $N = (ml^2 + J)$ ,

où  $M$  : Masse du chariot ( $2.3(Kg)$ ),  $m$  : Masse du pendule ( $0.2(Kg)$ ),  $l$  : Demi longueur de pendule ( $0.36(m)$ ),  $g$  : Intensité de la pesanteur ( $9.81(m/s^2)$ ),  $F(t)$  : Force exercée sur le chariot,  $b$  : Frottement de déplacement du chariot ( $0.05(N s/m)$ ),  $d$  : Frottement du pendule ( $0.005(N m s/rad)$ ),  $J$  : Moment d'inertie du pendule ( $0.0099(kg m^2)$ ).

Le système d'équations (3.1) montre que l'accélération du chariot  $\ddot{x}$  dépend de l'accélération du pendule  $\ddot{\theta}_p$ . Ainsi, lorsque le système n'est soumis à aucune force ( $F(t) = 0$ ), alors dans ce cas le pendule est soumis qu'à sa propre inertie, si on déplace le pendule de sa position d'équilibre, ce dernier, se met à osciller en entraînant avec lui le chariot.

### 3.3 Synthèse du contrôleur pour la commande en position du pendule inversé

Rappelons que la commande du pendule inversé se déroule en trois phases : redressement, stabilisation et poursuite. La première phase qui est le redressement permet de ramener le pendule de sa position basse vers sa position haute, la stratégie de redressement utilisée est basée sur le théorème de stabilité de Lyapunov qui permet de faire converger l'énergie du système vers la valeur de l'énergie en position haute [11, 12].

La deuxième phase consiste à maintenir la tige du pendule dans sa position instable haute quelque soit le déplacement du chariot et quelque soit les perturbations éventuelles [11, 12].

La troisième phase consiste à calculer le contrôleur permettant d'asservir la position du chariot, pour cela nous utilisons la fonction de transfert, notée  $G_{Pinv}$ , donnée par l'équation (3.2) [13]

$$G_{Pinv} = \frac{0.31242 (s + 4.684) (s - 4.504)}{(s + 7.551) (s + 3.236) (s^2 + 2.082s + 1.706)} \quad (3.2)$$

C'est cette fonction de transfert ( $G_{Pinv}(s)$ ) qui est utilisée en simulation pour calculer les paramètres du contrôleur PID, cela en utilisant les deux méthodes étudiées dans les chapitres 1 et 2.

### 3.4 Résultats de simulation et résultats expérimentaux

On utilise la fonction de transfert  $G_{Pinv}(s)$  pour calculer les paramètres du contrôleur PID, en utilisant la méthode basée sur la réponse indicielle en boucle fermée, puis la méthode VRFT. Ensuite, on effectue des simulations afin d'ajuster et valider les résultats obtenus. Enfin, on implémente ces résultats pour contrôler le système réel.

#### 3.4.1 Méthode de la réponse indicielle en boucle fermée

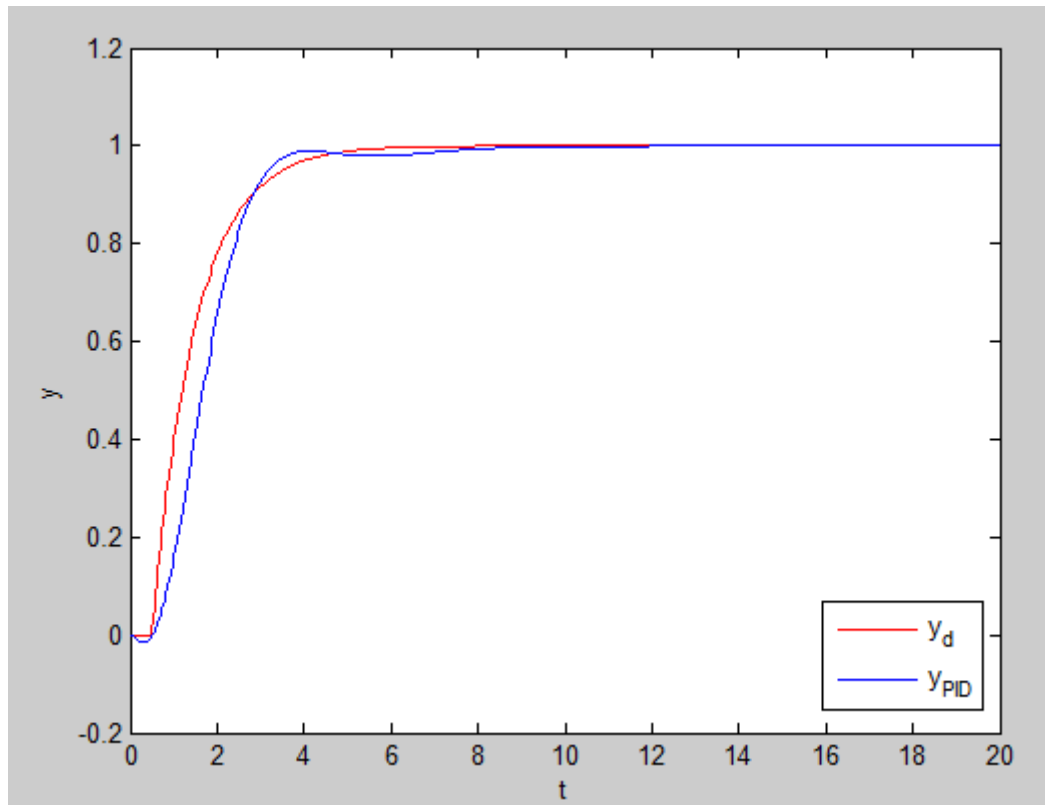
La réponse désirée en boucle fermée est imposée par la fonction de transfert suivante

$$H = \frac{e^{-0.6s}}{s + 1} \quad (3.3)$$

#### Résultats de simulation

On doit d'abord déterminer le gain du contrôleur proportionnel ( $K_{c0}$ ) qui permet d'obtenir un dépassement de 30%, cela en mettant le système représenté par la fonction de transfert  $G_{Pinv}$  avec un contrôleur proportionnel en boucle fermée. Le gain  $K_{c0}$  permettant d'avoir un dépassement proche de 30% est,  $K_{c0} = -8.1$  avec  $D = 35\%$ .

En utilisant les équations (1.64), (1.65) et (1.66), on calcule les paramètres du contrôleur PID. Sur la figure (3.4), on trace la réponse de  $G_{Pinv}(s)$  commandé par un contrôleur PID

FIGURE 3.4 – Réponse en boucle fermée de  $G_{Pinv}$  commandé par un contrôleur PID

Les paramètres du contrôleur PID utilisés pour générer cette réponse en boucle fermée sont donnés par

$$\begin{cases} K_{cpid} = -4.4 \\ T_{ipid} = 1.28 \\ T_{dpid} = 0.32 \end{cases}$$

Avec  $F = 1$  et  $\eta = 1.4$

## Résultats expérimentaux

On refait l'expérience en boucle fermée mais cette fois-ci, on utilise le système réel pour déterminer le gain du contrôleur proportionnel ( $K_{c0}$ ) qui permet d'avoir un dépassement compris entre 10% et 60%. La réponse du système réel en boucle fermée avec le contrôleur proportionnel est représentée par la figure (3.5)

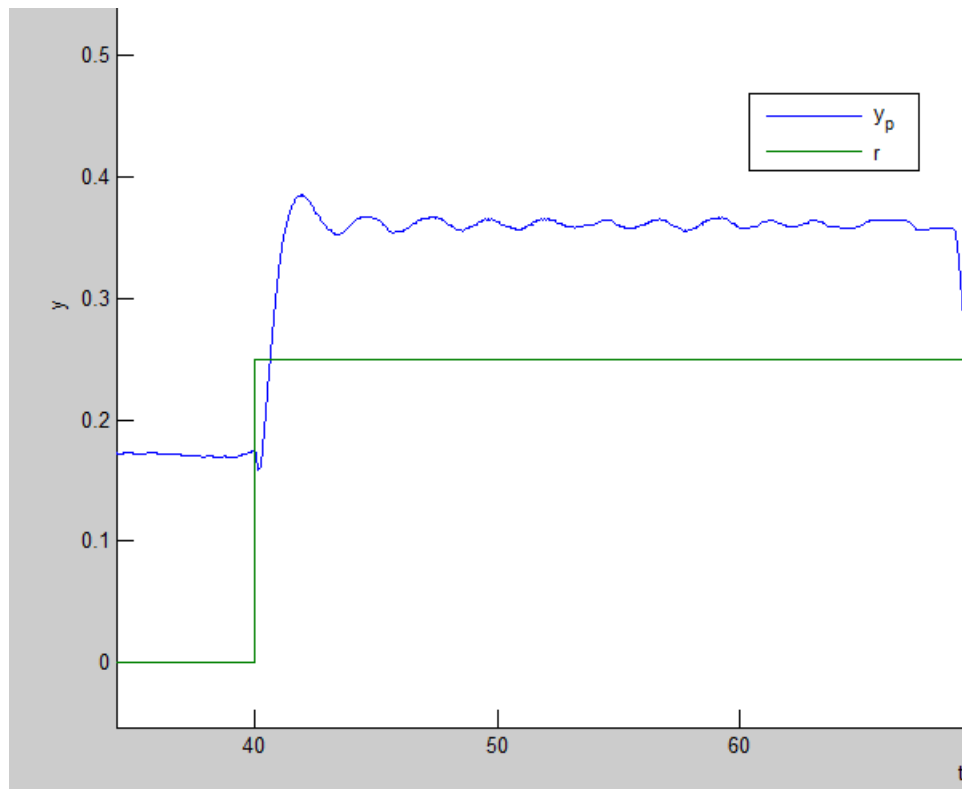


FIGURE 3.5 – Réponse en boucle fermée du système réel

On relève sur cette courbe les données qui permettent de calculer les paramètres du contrôleur PID :

$$\begin{cases} D = 17\% \\ t_p = 1.93 \\ y_\infty = 0.18 \end{cases}$$

Avec ces données, on calcule les paramètres du contrôleur PID, on obtient

$$\begin{cases} K_{cpid} = -5.37 \\ T_{ipid} = 2.22 \\ T_{dpid} = 0.30 \end{cases}$$

Avec  $F = 1.2$  et  $\eta = 1$

Sur la figure (3.6), on trace la réponse en boucle fermée du système réel commandé par le contrôleur PID. Avec des échelons de différentes amplitudes comme entrée.

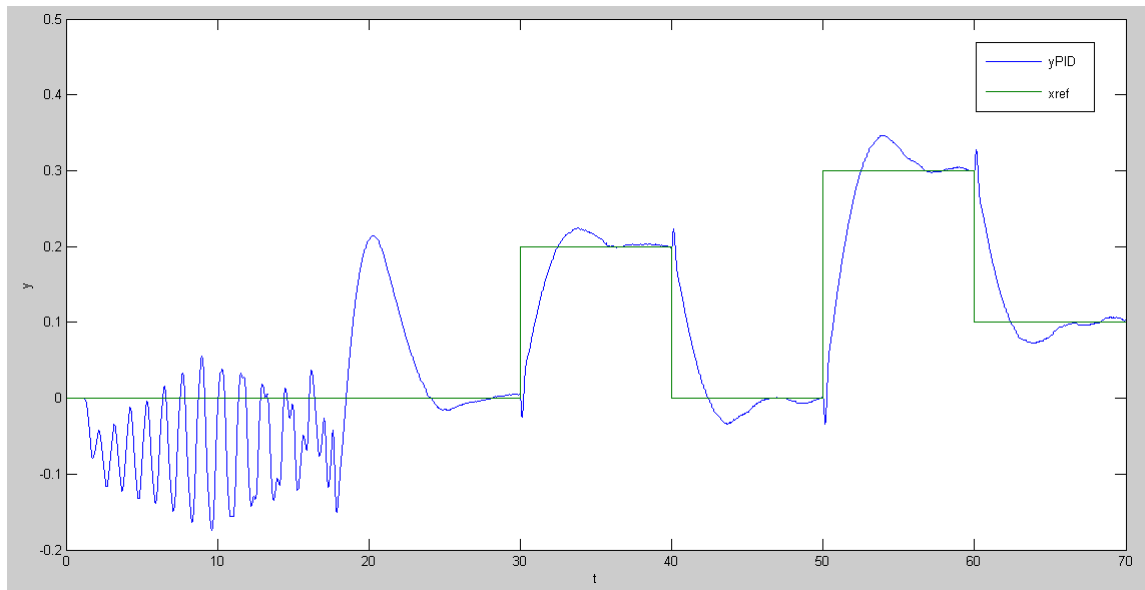


FIGURE 3.6 – Réponse en boucle fermée du système réel commandé avec un contrôleur PID

On voit bien que jusqu'à l'instant  $t = 30 \text{ s}$ , l'ensemble chariot-pendule est en phase de redressement puis de stabilisation. La phase de commande en position commence qu'à partir de  $t = 30 \text{ s}$ .

On calcule pour les différentes valeurs de l'entrée le dépassement, l'erreur statique et le temps de réponse à 5%, on trouve

$$\begin{cases} D \approx 0.15 \\ e_s \approx 0 \\ t_r \approx 5.4 \end{cases}$$

Le système reste stable tout en faisant suivre au chariot la trajectoire désirée, cela malgré les changements de consigne.

Maintenant on applique comme entrée de référence, une sinusoïdale. Sur la figure (3.7), on trace la réponse en boucle fermée

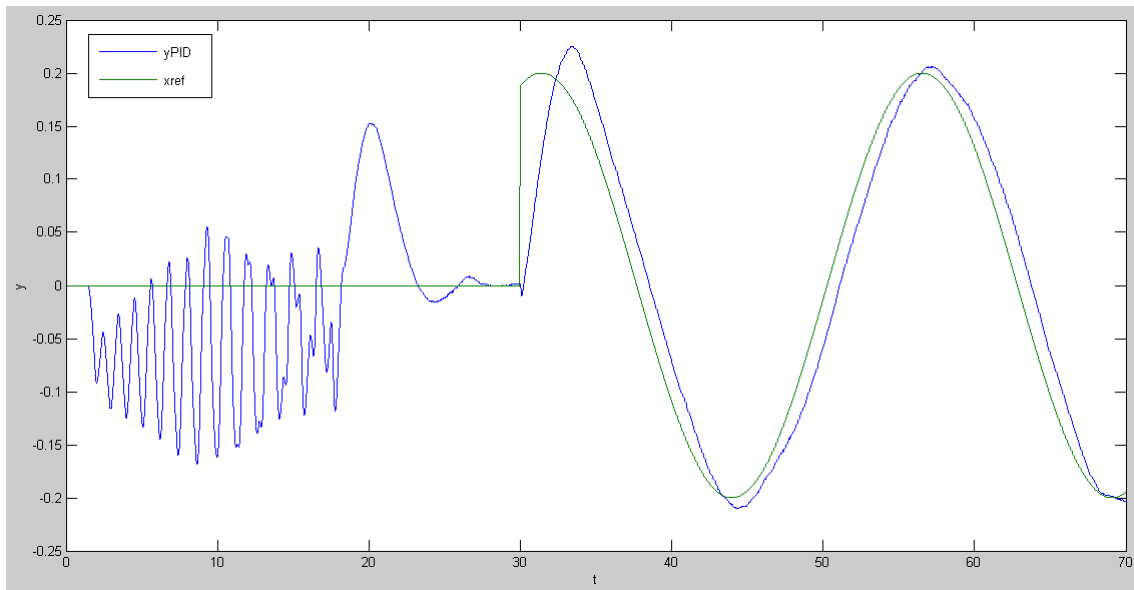


FIGURE 3.7 – Réponse en boucle fermée du système réel commandé avec un contrôleur PID

Le système est stable, preuve que le contrôleur est bien dimensionner, avec une erreur de poursuite  $e_p \approx 0.03$

### 3.4.2 Méthode VRFT

Premièrement, on utilise le modèle  $G_{P_{inv}}$  pour recueillir l'ensemble de données d'E/S  $(u^*, y^*)$ . En connaissant ces données, on utilise la méthode des moindres carrés avec contraintes pour déterminer les paramètres du contrôleur. Rappelons que la commande "Matlab" pour utiliser cette méthode d'identification est "lsqnonneg".

Sur la figure (3.8), on trace la réponse de  $G_{P_{inv}}(s)$  commandé par un contrôleur PID

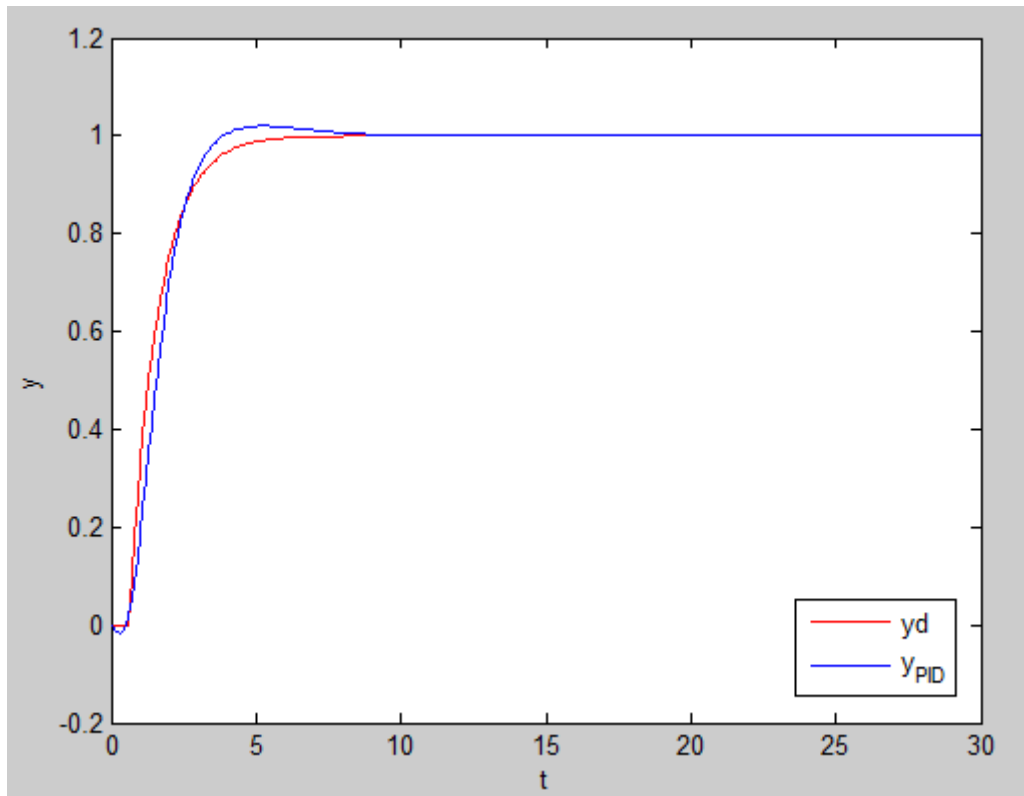


FIGURE 3.8 – Réponse en boucle fermée de  $G_{P_{inv}}$  commandé par un contrôleur PID

Les paramètres du contrôleur PID utilisés pour générer cette réponse en boucle fermée sont donnés par

$$\begin{cases} K_{cpid} = -5.15 \\ T_{ipid} = 1.33 \\ T_{dpid} = 0.6 \end{cases}$$

Avec  $F = 1.5$

Ces paramètres sont utilisés pour commander le système réel

## Résultats expérimentaux

Comme le système réel est instable, on ne peut pas l'utiliser pour générer les données d'E/S ( $u^*$ ,  $y^*$ ). Pour recueillir ces données, on utilise le modèle  $G_{P_{inv}}$  donné par l'équation (3.2). Les paramètres du contrôleur PID sont les même que ceux déterminés en simulation.

Sur la figure (3.9), on trace la réponse en boucle fermée du système réel commandé par le contrôleur PID. Avec des échelons de différentes amplitudes comme entrée.

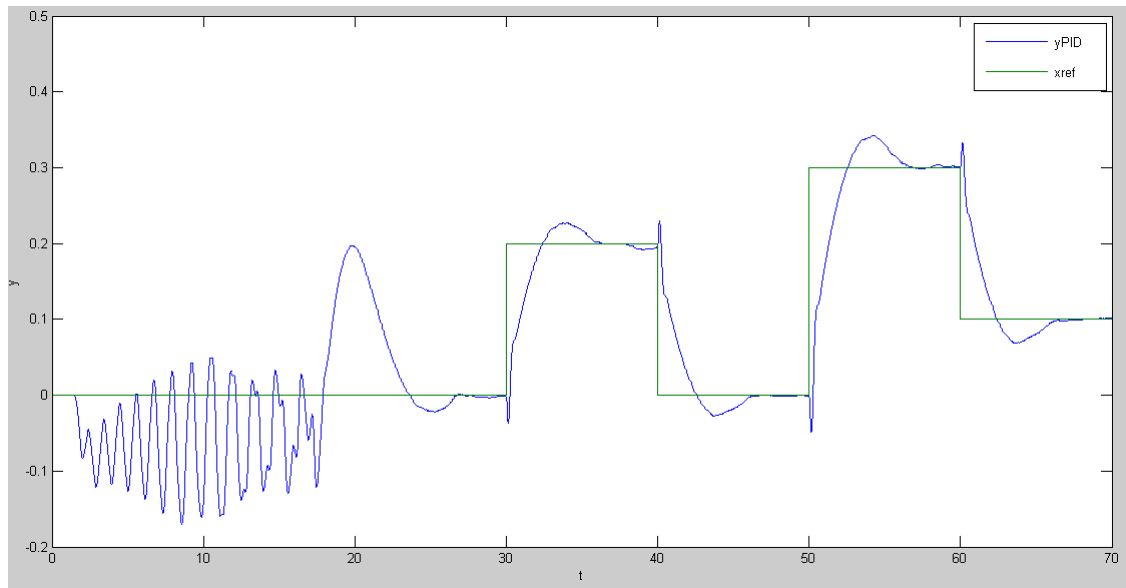


FIGURE 3.9 – Réponse en boucle fermée du système réel commandé avec un contrôleur PID

On voit bien que jusqu'à l'instant  $t = 30\text{ s}$ , l'ensemble chariot-pendule est en phase de redressement puis de stabilisation. La phase de commande en position commence qu'à partir de  $t = 30\text{ s}$ .

On calcule pour les différentes valeurs de l'entrée le dépassement, l'erreur statique et le temps de réponse à 5%, on trouve

$$\begin{cases} D \approx 0.17 \\ e_s \approx 0 \\ t_r \approx 5.6 \end{cases}$$

Le système reste stable tout en faisant suivre au chariot la trajectoire désirée, cela malgré les changements de consigne.

Sur la figure (3.10), on trace la réponse en boucle fermée du même système que précédemment sauf que cette fois-ci, l'entrée est une sinusoïdale

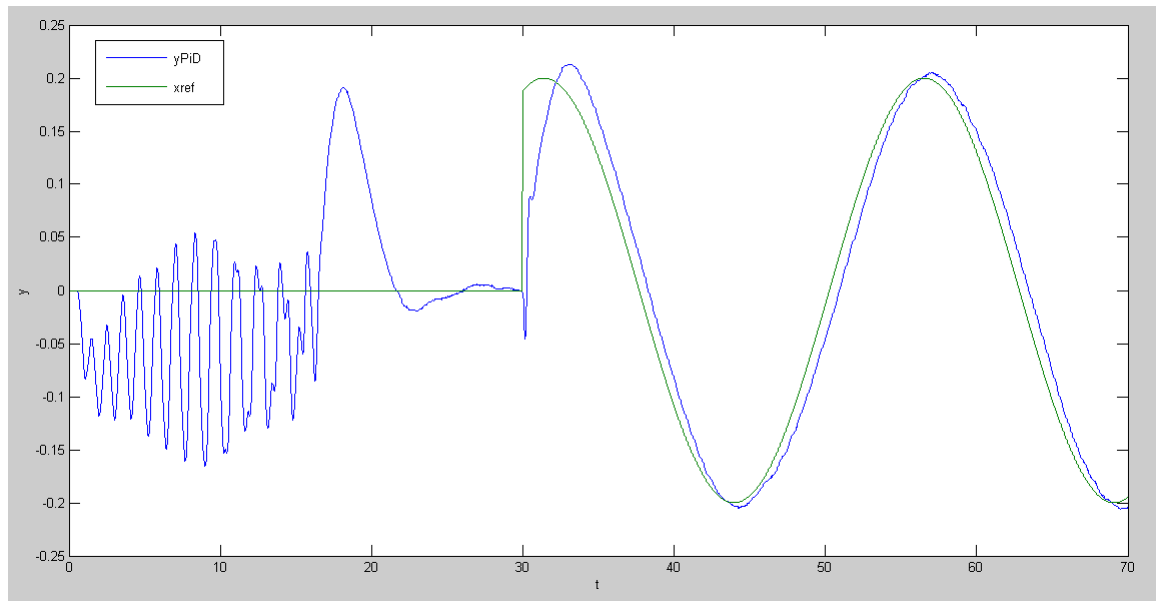


FIGURE 3.10 – Réponse en boucle fermée du système réel commandé avec un contrôleur PID

Le système est stable, preuve que le contrôleur est bien dimensionner, avec une erreur de poursuite  $e_p \approx 0.03$ .

### 3.4.3 Comparaison entre les deux méthodes

Performances	$t_r$ (s)	$D$ (%)	$e_s$	$e_p$
Méthode de la rép. ind. en BF	5.4	15	0	0.03
Méthode VRFT	5.6	17	0	0.03

TABLE 3.1 – Tableau comparatif entre les deux méthodes

Les résultats obtenus avec les deux méthodes sont très proches avec pratiquement les mêmes performances en terme de stabilité, de rapidité et de précision. De plus les deux méthodes sont simples et rapides à utiliser, elles nécessitent que peu d'informations. Cependant en terme d'applicabilité la méthode basée sur la réponse indicielle en boucle fermée est meilleure que la méthode VRFT.

## 3.5 Conclusion

Dans ce chapitre, deux méthodes sont utilisées pour commander un pendule inversé monté sur un chariot à l'aide d'un contrôleur PID. L'objectif est l'asservissement de la position du chariot tout en maintenant le pendule dans sa position haute. Pour ce faire, nous avons dimensionné un contrôleur PID en utilisant deux méthodes : la première est la

méthode de la réponse indicielle en boucle fermée et la deuxième est la méthode VRFT. Ces deux méthodes ont révélé des résultats satisfaisants.

# Conclusion générale

Le travail effectué dans ce mémoire a pour but de développer des méthodes de synthèse de contrôleurs et particulièrement dans notre cas, le dimensionnement des contrôleurs PI et PID. Cela, en utilisant une méthode empirique et une méthode basée sur des données d'E/S et en utilisant les outils d'identification. L'intérêt de développer ce type de méthodes, d'une part, est que le modèle mathématique n'est pas toujours accessible (boîte noire) ou bien ce modèle représente mal le système réel dû aux erreurs de modélisations et aux approximations. D'autre part, ces méthodes, en plus d'éviter ces problèmes, n'utilisent que peu d'informations donc elles sont simples et rapides à implémenter.

Le premier chapitre a été consacré à la présentation de la méthode sur la réponse indicielle en boucle fermée. Cette méthode est utilisée pour dimensionner des contrôleurs PI et PID. Pour développer cette méthode, on s'est appuyé sur les règles établies avec la méthode IMC pour les paramètres PI et PID.

Le deuxième chapitre a été consacré à la présentation de la méthode VRFT. Elle est basée sur un ensemble de données (entrées/sorties) généré par le procédé. Elle transforme le problème de conception de contrôleurs en un problème d'identification.

Le dernier chapitre, a été consacré à la synthèse des contrôleurs pour la commande du pendule inversé qui se trouve au laboratoire L2CSP. La partie redressement et stabilisation du pendule n'a pas été traitée, le but est de commander la position de l'ensemble chariot-pendule tout en maintenant le pendule dans sa position inverse. Cela a été réalisé avec les deux méthodes.

# Bibliographie

- [1] L.D. Desborough, R.M. Miller, Increasing customer value on industrial control performance monitoring-Honeywell's experience. Chemical process Control-VI (Tucson, Arizona, Jan. 2001), AIChE Symposium Series No. 326. vol. 98. USA. 2002.
- [2] Gabriel Cormier, Cours asservissement, Université Moncton, Canada. « [http://www8.ca/umcm-cormier\\_gabriel/Asservissements/GELE5313\\_Notes7.pdf](http://www8.ca/umcm-cormier_gabriel/Asservissements/GELE5313_Notes7.pdf) »
- [3] Astrom, K.J. T. Hagglund, PID Controllers : Theory, Design and Tuning. Instrument Society of America, Research Triangle Park, NC, 1995
- [4] J.G. Ziegler, N.B. Nichols, Optimum setting for automatic controllers, Trans.ASME64, pp. 759-768, 1942.
- [5] D.E. Rivera, M. Morari, S. Skogestad, Internal model control 4. PID controller design", Ind. Eng. Chem. Process Des. Dev.,vol. 25, n°1, pp. 252-265. 1989
- [6] M. Shamsuzzoha, S. Skogestad, The setpoint overshoot method : A simple and fast closed-loop for PID tuning, Journal of Process Control 20, pp. 1220-1234, 2010.
- [7] J.M. Flaus, La régulation industrielle, régulateurs PID, prédictifs et flous, Paris, Hermès, 1994.
- [8] M.C. Campi, A. Lecchini, S.M. Savaresi, Virtual reference feedback tuning (VRFT) : a new direct approach to the design of feedback controllers, 2000.
- [9] Y. Kansha, Y. Hashimoto, M.S. Chiu, New results on VRFT design of PID controller, chemical engineering research and design 86, pp. 925-931 2008.
- [10] A. Doncescu, Correcteur Numérique, LAAS-CNRS. « <https://homepages.laas.fr/adoncesc/ENAC/Cours4ENAC.pdf> ».
- [11] C. Boussalem, (2012), Implémentation de régulateurs fractionnaires pour la stabilisation d'un pendule inversé, Mémoire de Magister, Université Mouloud Maameri de Tizi Ouzou, Algérie, 2012.
- [12] F. Lahouazi, Mise en oeuvre d'une stratégie de commande neuro-floue, Application à un pendule inversé, Mémoire de Magister, Université Mouloud Maameri de Tizi Ouzou, Algérie, 2011.

- [13] K. Titouche, Contribution a la synthèse de contrôleurs fractionnaires pour la commande multi-objectives des systèmes linéaires, Thèse de Doctorat, Université Mouloud Maameri de Tizi Ouzou, Algérie, 2017.
- [14] Y. Morere, Mise en oeuvre de lois de Commande pour les Modèles Flous de Type Takagi-Sugeno, Thèse de Doctorat, Université de Valenciennes et du Hainaut Cambrésis, France, 2001.
- [15] M. Bugeja, Non-linear swing-up and stabilizing control of an inverted pendulum system, EUROCON, Computer as a Tool. The IEEE Region 8, vol. 2, pp. 437-441, 2003.
- [16] O.J.M. Smith, Close Control of Loops with Dead Time, Chem. Eng. Process, 53, pp. 217-219, 1957.
- [17] O.J.M. Smith, A Controller to Overcome Dead Time, ISA Journal, 6, pp. 28-33, 1959.

# Annexe A

Tableau des données utilisées pour la mise en œuvre de la méthode basée sur la réponse indicielle en boucle fermée

$\tau/\theta$ \ D		0,1	0,15	0,2	0,25	0,3	0,35	0,4	0,45	0,5	0,55	0,6
0,1	$K_{c0}$	0,1	0,15	0,2	0,25	0,3	0,35	0,4	0,45	0,5	0,55	0,6
	$y_{max}$	0,1	0,15	0,2	0,25	0,3	0,35	0,4	0,45	0,5	0,55	0,6
	$t_p$	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
	$y_{\infty}$	0,09	0,13	0,17	0,2	0,23	0,26	0,28	0,31	0,33	0,35	0,36
0,4	$K_{c0}$	0,18	0,24	0,3	0,35	0,41	0,46	0,52	0,57	0,63	0,69	0,75
	$y_{max}$	0,17	0,22	0,28	0,32	0,38	0,43	0,48	0,53	0,58	0,63	0,69
	$t_p$	2,2	2,2	2,1	2,1	2,1	2,1	2,1	2,1	2,1	2,1	2,1
	$y_{\infty}$	0,15	0,19	0,23	0,26	0,29	0,32	0,34	0,36	0,39	0,41	0,43
0,8	$K_{c0}$	0,38	0,46	0,54	0,62	0,7	0,77	0,85	0,92	1	1,07	1,14
	$y_{max}$	0,3	0,36	0,42	0,48	0,53	0,59	0,64	0,7	0,75	0,8	0,85
	$t_p$	2,6	2,5	2,4	2,4	2,3	2,3	2,3	2,3	2,2	2,2	2,2
	$y_{\infty}$	0,28	0,31	0,35	0,38	0,41	0,44	0,46	0,48	0,5	0,51	0,53
0,9	$K_{c0}$	0,43	0,52	0,62	0,69	0,77	0,86	0,94	1,02	1,09	1,17	1,25
	$y_{max}$	0,33	0,39	0,46	0,51	0,57	0,62	0,68	0,73	0,78	0,84	0,89
	$t_p$	2,7	2,6	2,5	2,4	2,4	2,4	2,3	2,3	2,3	2,3	2,3
	$y_{\infty}$	0,3	0,34	0,38	0,41	0,44	0,46	0,49	0,5	0,52	0,54	0,55
1	$K_{c0}$	0,48	0,58	0,68	0,77	0,87	0,95	1,03	1,11	1,2	1,29	1,38
	$y_{max}$	0,36	0,42	0,49	0,54	0,61	0,66	0,71	0,76	0,82	0,88	0,93
	$t_p$	2,8	2,7	2,6	2,5	2,4	2,4	2,4	2,3	2,3	2,3	2,3
	$y_{\infty}$	0,32	0,37	0,4	0,43	0,46	0,49	0,5	0,53	0,55	0,56	0,58
1,2	$K_{c0}$	0,59	0,7	0,81	0,91	1,01	1,11	1,21	1,3	1,4	1,49	1,59
	$y_{max}$	0,41	0,47	0,53	0,59	0,65	0,71	0,77	0,82	0,88	0,93	0,98
	$t_p$	2,9	2,8	2,7	2,6	2,5	2,5	2,4	2,4	2,4	2,4	2,3
	$y_{\infty}$	0,37	0,41	0,45	0,48	0,5	0,53	0,55	0,56	0,58	0,6	0,61



**Mots clés :** Méthodes sans modèle ; Méthode basée sur la réponse indicielle en boucle fermée ; Virtual Reference Feedback Tuning (VRFT) ; Dimensionnement des paramètres PID.

### **Résumé**

L'objectif du travail entrepris dans ce mémoire est l'étude des méthodes sans modèle pour le dimensionnement des paramètres du contrôleur PID.

Dans un premier temps, on a étudié une méthode empirique basée sur des données de la réponse indicielle en boucle fermée, dans le but d'apporter d'éventuelles améliorations.

Ensuite, on a étudié une autre méthode intitulée Virtual Reference Feedback Tuning (VRFT). Cette dernière est basée sur des données d'E/S recueillies sur le système réel, puis utiliser des outils d'identification pour dimensionner les paramètres du contrôleur. Ce type de méthode est appelé en anglais data-driven.

Enfin, ces méthodes ont été appliquées au cas de la commande du pendule inversé monté sur un chariot.