République **A**lgérienne **D**émocratique et **P**opulaire
Ministère de L'**E**nseignement **S**upérieur et de la **R**echerche **S**cientifique

UNIVERSITE **M**OULOUD **M**AMMERI DE **T**IZI-**O**UZOU

FACULTE DE **G**ENIE **E**LECTRIQUE ET D'**I**NFORMATIQUE
DEPARTEMENT D'AUTOMATIQUE

Mémoire de Fin d'Études de MASTER ACADEMIQUE

Spécialité : **Commande des systèmes**

Filière: **Génie Électrique**

Présenté par :

- **OUALIKENE Reda Mustapha**
- **CHABANE Malis**

Mémoire dirigé par Mr **ATTAF Youcef**

Thème

Analyse d'images par filtres de Gabor: Application aux images médicales

Mémoire soutenu publiquement le 6 juillet 2017 devant le jury composé de :

M Outahar BENSIDHOUM
Grade, UMMTO, President

M Youcef ATTAF
MCB, UMMTO, Rapporteur

M Rabah MELLAH
Pr, UMMTO, Examinateur

M Yacine MOHIA
MAA, UMMTO, Examinateur

2016/2017

Remerciements

Nous remercions Dieu tout puissant pour nous avoir donné le courage et la patience de finaliser ce modeste travail de recherche.

Nous tenons à exprimer notre plus profond respect à nos parents et les remercier pour tout le soutien qu'ils nous ont toujours accordé. Aucun mot ne pourrait qualifier toute l'estime que nous leur portons ainsi que le bien qu'ils nous ont fait.

J'adresse mes sincères remerciements à mon frère ainsi qu'à tous les membres de ma famille, leur conseils et soutien m'ont été d'une aide précieuse.

Nous manifestons notre profonde gratitude et reconnaissance à notre encadreur Mr Attaf Youcef pour nous avoir suivi et orienté tout au long de ce projet de fin d'études ainsi que pour tous ses précieux conseils et encouragements.

Un grand Merci aux membres du Jury pour avoir accepté d'examiner et évaluer notre travail de recherche.

Nous n'oublierons pas d'exprimer notre profond respect à tous nos enseignants avec lesquels nous avons acquis les connaissances indispensables à notre formation tout au long de notre cursus universitaire de Licence et Master.

Enfin, nous tenons à remercier toutes les personnes ayant contribué à la réalisation de ce travail de recherche.

Sommaire

Remerciements v
Liste des figures xi
Introduction générale ... 1

Chapitre I : Généralités sur le traitement d'images

I.1 – Introduction ... 4
I.2 – Image ... 4
- ❖ Image 2D ... 4
- ❖ Images 3D ... 4

I.3 – Définition d'une image numérique ... 4
I.3.1- L'acquisition ... 4
I.3.2 - La création ... 5
I.3.3 - Le traitement ... 5
I.3.4 - Le stockage ... 5
I.4 – L'échantillonnage ... 5
I.5 – La quantification ... 5
I.6 – La qualité de stockage ... 6
I.7 – Pavages et maillages ... 7
I.8 - Image matricielle et image vectorielle ... 9
I.8.1 – Image matricielle ... 9
I.8.2 – Image vectorielle ... 9
I.9 – Caractéristiques d'une image numérique ... 10
I.9.1 – Pixel ... 10
I.9.2 – Définition ... 10
I.9.3 - Résolution ... 11
I.9.4 – La luminance ... 11
I.9.5 – Histogramme ... 11
I.9.5.1 – Histogramme unimodal ... 12
I.9.5.2 – Histogramme bimodal ... 13
I.9.5.3 – Histogramme multimodal ... 13
I.9.6 – Contraste ... 13
I.9.7 – Dynamique de l'image ... 14
I.9.8 – Contours ... 14
I.10 – Le codage d'une image numérique ... 15
I.10.1 – Image binaire ... 15
I.10.2 – Image en niveau de gris ... 15
I.10.3 – Image 24 bits ... 16
I.11 – La couleur ... 16
I.11.1 – La synthèse additive de la lumière, ou le mode RVB ... 17
I.11.2 – La synthèse soustractive de la lumière, ou le mode CMJN ... 17
I.12 – Architecture d'un système de traitement d'images ... 18
I.12.1 – Le prétraitement et post-traitement ... 18
I.12.1.1 – Modification d'histogramme ... 18
- ❖ Égalisationd'histogramme ... 19
- ❖ Étirementd'histogramme ... 19

❖ Le seuillage 20
❖ Inversion 21
I.12.2 – Traitement numérique des images 21
• La convolution 21
• La segmentation 22
I.12.2.1 – Filtrage 23
I.12.2.1.1 – Filtrage local 23
➢ Filtre moyenneur 23
➢ Filtre médian 24
I.12.2.1.2 – Accentuation 25
I.12.2.1.3 – Filtrage global 25
I.12.3 – Visualisation, stockage et transmission d'image 26
I.13 – Texture 26
I.13.1 – Types de texture 27
I.14-Conclusion 27

Chapitre II : Les filtres de Gabor

II.1 –Introduction 29
II.2 – Représentation théorique du filtre de Gabor 29
II.2.1 – Constitution du filtre de Gabor 29
II.2.2 – Origine de formulation 29
II.2.3 – La réponse impulsionnelle du filtre de Gabor 30
❖ Cas 1D 30
❖ Cas 2D 33
❖ Cas 2D modifié 36
II.2.4 – Transformation de Fourier du filtre de Gabor 37
❖ La seconde formulation de la transformée de Fourier du filtre de Gabor 38
II.3 –Choix des paramètres du filtre de Gabor 40
II.4- Représentation graphique et action du filtre de Gabor 41
II.4.1 – Modélisation de l'enveloppe gaussienne 41
II.4.2 - Modélisation du filtre de Gabor 41
II.4.3 – Modélisation de la transformée de Fourier de Gabor 42
II.4.3.1 – Angles d'orientation 43
II.4.3.2 – Fréquence centrale 43
II.5 – Résolution et taille du filtre 44
II.6 – Banc de filtres de Gabor 46
❖ Illustration de l'effet des écarts types σ_x et 46
II.6.1 –Banc de filtres à fréquence centrale nulle 47
II.6.2 – Banc de filtres à Q variable 48
II.6.3 – Banc de filtres à Q constante 49
II.7 – Filtrage d'images 52
II.8 – Transformée non linéaire 54
II.9 – Segmentation 55
II.10 – Conclusion 55

Chapitre III : Prise en main du logiciel Matlab, tests et résultats sur des images médicales

III.1 – Introduction 57
III.2 – Prise en main du logiciel Matlab 57
III.2.1 – Lancement 57
III.2.2 – Création d'un programme sous Matlab 58
III.2.3 – Toolboxes 61
III.2.4 – L'image sous Matlab 61
- Représentation spatiale d'une image 61
- Lecture, écriture, affichage d'une image 61
- Les images tests 62

III.3 – Imagerie médicale 62
III.3.1 – Le principe de l'imagerie médicale 62
III.4 – Œil humain 63
III.4.1 – La rétine 63
III.4.2 – Angiographie rétinienne 64
III.5 – Le cerveau 65
III.6 – Le filtrage des images médicales par le filtre de Gabor 66
III.7 – Banc de filtres de Gabor utilisé 67
III.8 – Application d'un filtre non-linéaire 70
III.9 – Interprétation des résultats et conclusion 74

Conclusion générale 75
Références bibliographiques 76

Liste des figures

Chapitre I

Figure 1.1 : Discrétisation spatiale d'une image 5

Figure 1.2 : Influence de la quantification sur la qualité de l'image 6

Figure 1.3 : Différence apparente entre l'image vectorielle et l'image matricielle 9

Figure 1.4 : Image en niveau de gris, son histogramme et sa palette 12

Figure 1.5 : Image noir et blanc 15

Figure 1.6 : Image en niveau de gris 15

Figure 1.7 : Image 24 bits (couleurs vraies) 16

Figure 1.8 : La synthèse additive 17

Figure 1.9 : La synthèse soustractive 17

Figure 1.10 : Architecture d'un système de traitement d'images 18

Chapitre II

Figure 2.1 : Réponse impulsionnelle d'un filtre de Gabor 1D avec σ_x = 3 et f_0= 0.25 31

Figure 2.2 : Transformée de Fourier d'un filtre de Gabor 1 D avec σ_x = 3 et f_0= 0.25 33

Figure 2.3 : Représentation graphique des largeurs bande angulaire et fréquentielle 38

Figure 2.4 : Répartition en rosette des n×m filtres de l'ensemble, ainsi que l'organisation en octave des bandes 39

Figure 2.5 : Ensemble des filtres de Gabor dans le domaine fréquentiel 39

Figure 2.6 : Enveloppe gaussienne 41

Figure 2.7 : Filtre de Gabor et sa vue de dessus 42

Figure 2.8 : Modélisation de la transformée de Fourier du filtre de Gabor 42

Figure 2.9 : Filtres de Gabor avec pour orientations respectives 0°,45°,90°,135° 43

Figure 2.10 : Variation des fréquences du filtre de Gabor par ordre croissant 43

Figure 2.11 : Filtre de Gabor pour une fréquence trop élevée 44

Figure 2.12 : (a-c) filtre de Gabor en espace ; (b-d) filtre de Gabor en fréquence 45

Figure 2.13 : Effet des écarts types sur la gaussienne 46

Figure 2.14 : Variation des écarts-types de l'enveloppe gaussienne d'un filtre de Gabor 2D avec $f_0 = 0$ 47

Figure 2.15 : Représentation dans le domaine fréquentiel d'une famille de Gabor à fréquence centrale nulle 47

Figure 2.16 : Représentation dans le domaine fréquentiel d'une famille de Gabor à Q Variable 48

Figure 2.17 : Représentation dans le domaine fréquentiel d'une famille de Gabor à Q constant avec des gaussiennes isotropes 50

Figure 2.18 : Représentation dans le domaine fréquentiel d'une famille de Gabor à Q constant avec $\lambda < 1$ 51

Figure 2.19 : Représentation dans le domaine fréquentiel d'une famille de Gabor à Q constant avec $\lambda > 1$ 51

Figure 2.20 : Module de la transformée de Fourier d'une image en niveau de gris..... 52

Figure 2.21 : Résultat de la convolution d'une image avec un filtre de Gabor à 3 orientations séparées 53

Figure 2.22 : Image « Mire » et sa non linéarisation..... 54

Figure 2.23 : Application du filtre de Gabor suivi du filtre non linéaire sur une image 'mosaic' 54

Figure 2.24 : Segmentation d'une image 'Mosaic' avec Gabor sans normalisation..... 55

Chapitre III

Figure 3.1 : Interface Matlab..... 58

Figure 3.2 : Ouverture d'une fenêtre « Editor »..... 58

Figure 3.3 : Fenêtre « Editor » 59

Figure 3.4 : Enregistrement des programmes..... 59

Figure 3.5 : Exécution d'un programme dans un ficher M-File..... 60

Figure 3.6 : Utilité du « current directory » 60

Figure 3.7 : Coupe de l'œil humain..... 63

Figure 3.8 : Schéma détaillé de la rétine 64

Figure 3.9 : Angiographies rétiniennes 64

Figure 3.10 : Une image IRM d'une tête humaine 65
Figure 3.11 : Images initiales 1 66
Figure 3.12 : Images initiales 2 67
Figure 3.13 : Les images après Gabor de l'image (a) 68
Figure 3.14 : Les images après Gabor de l'image (b) 68
Figure 3.15 : Les images après Gabor de l'image (c) 69
Figure 3.16 : Les images après Gabor de l'image (d) 69
Figure 3.17 : Les images après Gabor de l'image (e) 70
Figure 3.18 : Les images après Gabor et Tanh de l'image (a) 71
Figure 3.19 : Les images après Gabor et Tanh de l'image (b) 71
Figure 3.20 : Les images après Gabor et Tanh de l'image (c) 72
Figure 3.21 : Les images après Gabor et Tanh de l'image (d) 72
Figure 3.22 : Les images après Gabor et Tanh de l'image (e) 73

Introduction générale

Le traitement d'images est une discipline de l'informatique et des mathématiques appliquées qui étudie les images numériques et leurs transformations dans le but est d'améliorer leur qualité ou d'en extraire de l'information.

Il s'agit d'un sous-ensemble du traitement du signal dédié aux images et aux données dérivées comme la vidéo, tout en opérant dans le domaine numérique.

Dans le contexte de la vision artificielle, le traitement d'images se place après les étapes d'acquisition et de numérisation, assurant les transformations d'images et la partie de calcul permettant d'aller vers une interprétation des images traitées. Cette phase d'interprétation est d'ailleurs de plus en plus intégrée dans le traitement d'images, en faisant appel notamment à l'intelligence artificielle pour manipuler des connaissances, principalement sur les informations dont on dispose à propos de ce que représentent les images traitées.

La compréhension du traitement d'images commence par la compréhension de ce qu'est une image. Le mode et les conditions d'acquisition et de numérisation des images traitées, conditionnent largement les opérations qu'il faudra réaliser pour extraire de l'information.

En effet, de nombreux paramètres entrent en compte, les principaux étant :

- La résolution d'acquisition et le mode de codage utilisé lors de la numérisation, qui déterminent le degré de précision des éventuelles mesures de dimensions.
- Les réglages optiques utilisés (dont la mise au point) qui déterminent par exemple la netteté de l'image.
- Les conditions d'éclairage, qui déterminent une partie de la variabilité des images traitées.
- Le bruit de la chaine de transmission d'image.

Voici quelques exemples types d'informations qu'il est possible d'obtenir d'une image numérique :

- La luminance moyenne
- Le contraste moyen
- La couleur prédominante
- Le taux d'acuité moyen (précis ou flou)
- Le taux d'uniformité des couleurs
- La présence ou l'absence de certains objets

Introduction générale

Notre travail a pour objectif d'étudier la méthode d'analyse d'images par filtres de Gabor : application aux images médicales.

Les filtres de Gabor sont une classe particulière des filtres linéaires, ce sont des filtres orientés. Ils sont caractérisés par une échelle et une direction.

La réponse à un tel filtre mettra donc en évidence la présence d'entités dont la taille est en accord avec l'échelle et la direction du filtre utilisé. Afin d'obtenir la palette la plus complète possible, il est nécessaire d'appliquer à l'image une série de filtres (on parle le plus souvent de batterie de filtres) qui correspondent à une couverture du domaine spectral.

Le filtre de Gabor est utilisé dans de nombreuses applications comme l'identification rétinienne, la reconnaissance d'empreintes digitales, la recherche de document automatique.

Il trouve aussi beaucoup d'applications dans le domaine de l'imagerie médicale et c'est le cas de notre étude.

Ce mémoire est présenté en trois chapitres :

Le premier chapitre est sous forme de généralités et de notions de base de traitement d'images qui jouent un rôle important dans l'analyse d'image.

Le deuxième chapitre est consacré à l'étude des filtres de Gabor, qui représentent un bon model dont on peut s'inspirer dans le cadre de l'élaboration d'un filtre.

Le troisième chapitre présente une aide pour la prise en main du logiciel MATLAB utilisé dans le domaine de traitement d'images, la définition de la rétine et du cerveau humain ainsi que les tests et résultats que nous avons réalisés.

Enfin, nous terminerons notre travail par une conclusion générale et une bibliographie.

Chapitre I : Généralités sur le traitement d’images

Chapitre I : Généralités sur le traitement d'images.

I.1 - Introduction

On désigne par "techniques de traitement", toutes les techniques ayant pour but la modification des caractéristiques chromatiques des pixels des images. Traitement d'images est souvent synonyme d'amélioration d'images avec pour but l'obtention d'une plus grande lisibilité. Il n'y a pas création d'informations, mais mise en évidence de l'information pertinente déjà présente.

Ce chapitre illustre les notions fondamentales du traitement d'images numeriques.

I.2- Image

Une image est une représentation visuelle, voire mentale, de quelque chose (objet, être vivant, et/ou concept). Elle peut être naturelle (ombre, reflet) ou artificielle (peinture, photographie).

La représentation informatique de l'image est nécessairement discrète, alors que l'image est de nature continue **[1].**

Le mot image en français vient du latin ***imago***, qui désignait autrefois les masques mortuaires

- **Image 2D :** Dans le cas des images à deux dimensions (le plus courant), les points sont appelés **pixels**. D'un point de vue mathématique, on considère l'image comme une fonction de $\mathbf{R^2}$ dans **R** où le couplet d'entrée est considéré comme une position spatiale, le singleton de sortie comme un codage.

- **Images 3D :** Images 2D + t (vidéo), images 3D, images multi-résolution.

Lorsqu'une image possède une composante temporelle, on parle **d'animation.**
Dans le cas des images à trois dimensions, les points représentent un volume.
Ces cas sont une généralisation du cas 2D, la dimension supplémentaire respectivement le temps, une dimension spatiale ou une échelle de résolution.
D'un point de vue mathématique, il s'agit d'une fonction de $\mathbf{R^3}$ dans **R**.

I.3-Définition d'une image numérique

L'appellation « **image numérique** » désigne toute image (dessin, icône, photographie …) acquise, créée, traitée et stockée sous forme binaire.

- **I.3.1 –L'acquisition** est effectuée par des convertisseurs analogique-numérique situés dans des dispositifs comme les scanners, les appareils photo ou les caméscopes numériques, les cartes d'acquisition vidéo (qui numérisent directement une source comme la télévision).
  La plus part des appareils numériques disponibles sur le marché sont généralement équipés de cellules qu'on appelle **capteur CCD (charge coupled device).** L'une des caractéristiques intéressantes de ces capteurs est la taille du plus petit élément (pixel),

mais aussi l'inter-corrélation de deux éléments voisins : plus cette intercorrélation est faible, meilleur est l'image.

- **I.3.2 –La création** se fait directement par des programmes informatiques, des tablettes graphiques ou par de la modélisation 3D (ce que l'on appelle, par abus de langage, les « images de synthèse »).
- **I.3.3 –Le traitement** se fait grâce à des outils graphiques, de façon à la transformer, à en modifier la taille, les couleurs, d'y ajouter ou d'en supprimer des éléments, d'y appliquer des filtres variés, etc.…
- **I.3.4 –Le stockage** s'effectue sur un support informatique (clé USB, SSD, disque dur, CD ROM …)

I.4-L'échantillonnage

Echantillonner consiste à prélever les valeurs d'un signal continu à intervalles définis. Il produit une suite de valeurs discrètes. L'échantillonnage est donc la transformation d'un signal analogique en un signal numérique.

Dans le domaine de traitement d'images, la discrétisation spatiale d'une image consiste à associer à chaque zone rectangulaire R(x,y) d'une image continue (réelle), une unique valeur I(x,y) appelée pixel comme le monte la figure suivante :

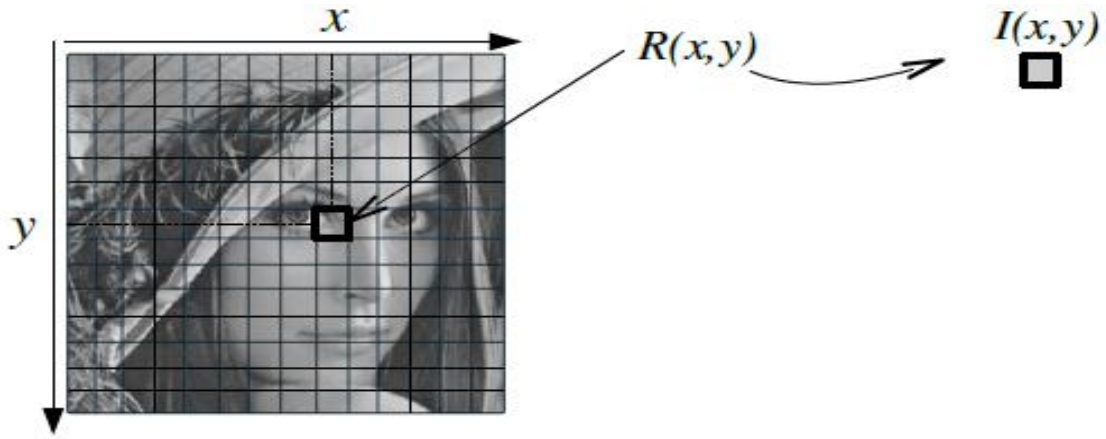


Figure 1.1 : Discrétisation spatiale d'une image

I.5- La quantification

La quantification détermine la qualité de l'échantillonnage du signal. Celle-ci se mesure en nombre de bits par pixel de l'image (bpp). La précision du rendu colorimétrique de l'image dépend du nombre de niveaux du signal pouvant être codés pour chaque pixel.

Les images suivantes illustrent l'influence de la quantification (nombre de bits pour le codage de chaque composante primaire) sur la qualité de l'image. Par rapport à l'image originale codée sur 8 bits/composante, la dégradation est progressive jusqu'à atteindre une

image qui est « monochrome » dans chacune des couleurs primaires (image retravaillée en contraste).

Image originale

Quantification 4 bits/composante

Quantification 3 bits/composante

Quantification 2 bits/composante

Quantification 1 bit/composante

Figure 1.2 : Influence de la quantification sur la qualité de l'image

I.6 -La qualité de stockage

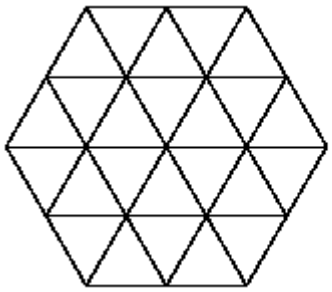
Le volume des informations qu'il est nécessaire de stocker pour représenter l'image peut être très important, surtout dans le cas de l'utilisation d'images en haute résolution. Des techniques de compression doivent souvent être mises en place pour diminuer ce volume tout en conservant une certaine qualité de représentation. Il existe des techniques de compression non destructives (basées sur des compressions de données sans perte d'informations et qui

conservent l'intégralité du signal) et des techniques destructives qui augmentent le taux de compression au prix d'une dégradation de la qualité de l'image.

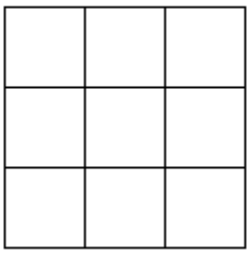
La compression destructive des images est à éviter par la suite dans le cadre de traitements numériques ou de stockages ultérieurs en privilégiant alors des formats non destructifs (comme le TIFF, PNG, BMP, PICT, etc..) pour éviter de dégrader inutilement les images.

I.7 -Pavages et maillages [2]

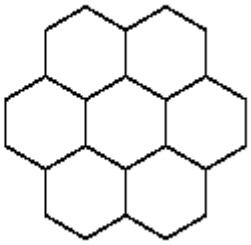
Une abstraction mathématique des pixels comme taches lumineuses consiste à considérer qu'ils forment des ensembles connexes de points du plan euclidien, de telle sorte que deux pixels voisins ne peuvent s'intersecter que sur leur bord, et que l'ensemble des pixels recouvre le plan. Une telle décomposition du plan s'appelle un pavage.
Il n'y a que 3 types de pavages dont les pavés sont des polygones réguliers : triangulaire, carré, et hexagonal. Nous les illustrons ci-dessous :



Pavage triangulaire

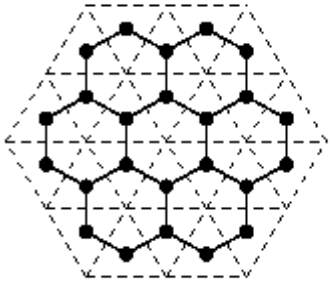


Pavage carré

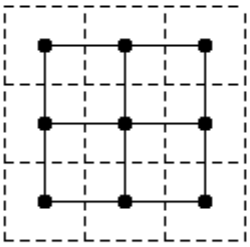


Pavage hexagonal

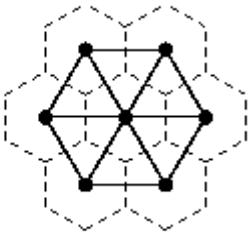
On place un point au centre de chaque pavé, et on joint par une ligne ceux parmi ces points dont les pavés correspondants se touchent par un côté. Cela donne le maillage correspondant au pavage, comme illustré ci-dessous :



Maillage hexagonal



Maillage carré



Maillage triangulaire

Comme on peut le voir, le pavage carré donne un maillage carré, tandis que le pavage triangulaire donne un maillage hexagonal et vice versa. C'est ce qu'on appelle la dualité entre pavages et maillages.

Les centres des pavés seront les points discrets correspondant aux pixels. Pour les pavages carré et hexagonal, ces points forment un réseau, c.-à-d ils coïncident avec les points à coordonnées entières selon deux axes ; ces axes sont orthogonaux pour le pavage carré **(figure a)**, et forment un angle de 60° ou de 120° pour le pavage hexagonal **(figure b), (figure c).**

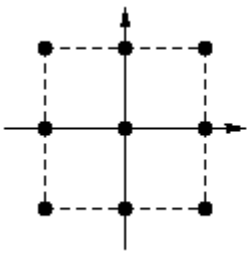


Figure **a**

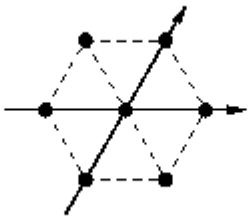


Figure **b**

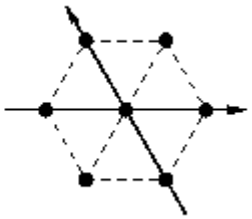


Figure **c**

Cela représente un avantage indéniable des pavages hexagonal **(figure f)** et carré **(figure e)** par rapport au triangulaire **(figure d).** Ce dernier a un autre défaut : chaque pavé a 12 pavés voisins se répartissant en trois types différents, à savoir 3 pavés le touchant par un côté, 3 le touchant par un sommet et en symétrie par rapport à ce sommet, et enfin 6 le touchant par un sommet et formant avec ce pavé un angle de 120° par rapport à ce sommet. Par conséquent, on n'utilise jamais le pavage triangulaire comme modèle de pixels.

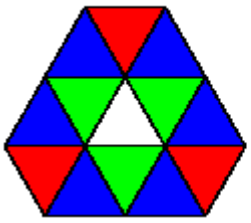


Figure **d**

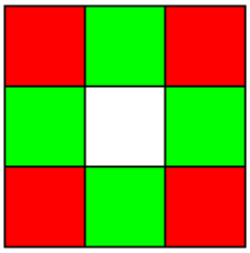


Figure **e**

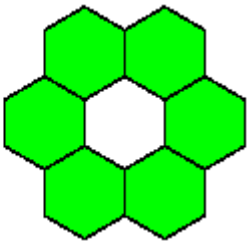


Figure **f**

Dans le pavage carré, chaque pavé a 8 pavés voisins se répartissant en deux types, à savoir 4 pavés le touchant par un côté et 4 le touchant par un sommet. En d'autres termes, dans le maillage carré, chaque point a 8 voisins, 4 selon les axes et 4 selon les diagonales. Par contre dans le pavage hexagonal, chaque pavé a 6 pavés voisins tous du même type, qui sont les 6 pavés le touchant par un côté. Ainsi, dans le maillage triangulaire correspondant au pavage hexagonal, chaque point a 6 voisins, tous du même type.

Par conséquent, le pavage hexagonal a la topologie la plus simple du point de vue mathématique et algorithmique (6 voisins au lieu de 8, et d'un seul type au lieu de deux). De plus, il se prête mieux à la modélisation de phénomènes naturels.

Cependant, on utilise presque toujours le pavage et le maillage carrés, car ils correspondent à nos habitudes cartésiennes. En particulier les points lumineux d'un écran sont toujours disposés suivant un maillage carré.

I.8 –Image matricielle et image vectorielle

Pour représenter une image, on peut la décrire à l'aide des fonctions mathématiques (représentation vectorielle) ou par l'ensemble des points qui la compose (représentation matricielle).

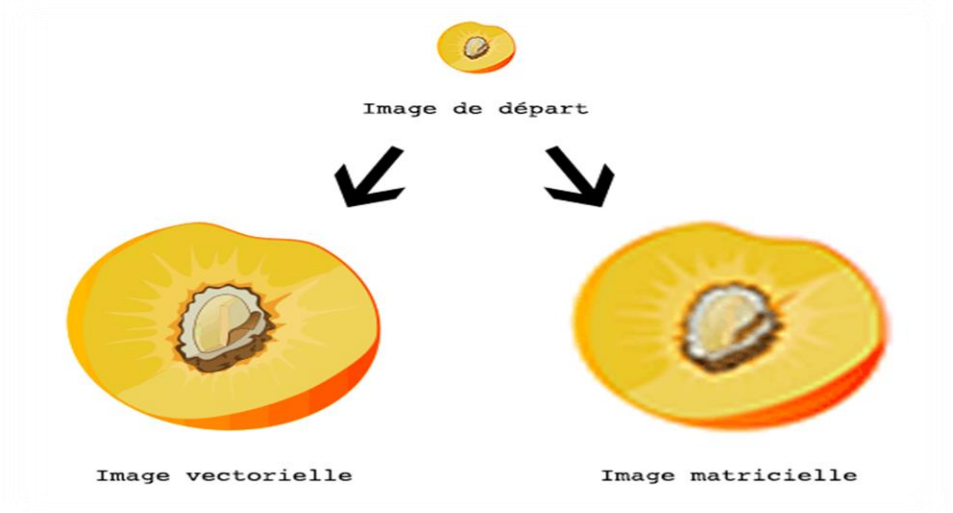


Figure 1.3 : Différence apparente entre l'image vectorielle et l'image matricielle

I.8.1 -Image matricielle

Les images matricielles, appelées aussi images bitmap, sont des images représentées par une matrice de pixels d'où leur appellation ; une matrice est en quelques sortes un tableau. Un pixel (abréviation de picture element : élément d'image) est le plus petit élément constituant une image bitmap, ces pixels ont une forme rectangulaire, et chacun d'entre eux possède une couleur quelconque, et en rassemblant ces pixels on obtient notre image matricielle. Ces derniers ne sont pas visibles à l'œil nu, sauf si l'image est agrandie.
Les images vues sur un écran de télévision ou une photographie sont des images matricielles.

I.8.2 –Image vectorielle

Une image vectorielle (ou image en mode trait), en informatique, est une image numérique composée d'objets géométriques individuels (segments de droite, arcs de cercle, polygones, etc.), définis chacun par différents attributs (forme, position, couleur, remplissage, etc..) et auxquels on peut appliquer différentes transformations (rotations, écrasement, mise à l'échelle, extrusion, inclinaison, effet miroir etc.). Elle se différencie en cela des images matricielles (ou images bitmap), qui sont constituées de pixels.

L'intérêt avec ce type d'images est la possibilité de les agrandir sans perte de qualité, c'est-à-dire sans aucun effet d'escalier. Un dessin vectoriel est dessiné à nouveau à chaque visualisation, ce qui engendre des calculs sur la machine. On se sert de ce type d'images pour représenter des formes simples.

I.9 –Caractéristiques d'une image numérique

L'image est un ensemble structuré d'informations caractérisé par les paramètres suivants:

I.9.1 –Pixel

Contraction de l'expression anglaise " Picture elements " : éléments d'image, le pixel est le plus petit point de l'image, c'est une entité calculable qui peut recevoir une structure et une quantification. Si le bit est la plus petite unité d'information que peut traiter un ordinateur, le pixel est le plus petit élément que peuvent manipuler les matériels et logiciels d'affichage ou d'impression **[3].**

La quantité d'information que véhicule chaque pixel donne des nuances entre images en niveau de gris et images couleurs. Dans le cas d'une image en niveau de gris, chaque pixel est codé sur un octet, et la taille mémoire nécessaire pour afficher une telle image est directement liée à la taille de l'image.

I.9.2 –Définition (dimension)

C'est le nombre de pixels constituant l'image. Cette dernière se présente sous forme de matrice dont les éléments sont des valeurs numériques représentatives des intensités lumineuses (pixels). Le nombre de lignes de cette matrice multiplié par le nombre de colonnes nous donne le nombre total de pixels dans une image.

Image en pleine taille 256 ×256

Image en taille 128 × 128

I.9.3 –Résolution

La résolution est définie par un nombre de pixels par unité de longueur de l'image à numériser en dpi (dots per inch) ou ppp (points par pouce). On parle de définition pour un écran et de résolution pour une image **[4].**

Plus le nombre de pixels est élevé par unité de longueur de l'image à numériser, plus la quantité d'information qui décrit l'image est importante et plus la résolution est élevée.

La résolution d'une image correspond au niveau de détail qui va être représenté sur cette image. Pour la numérisation, il faut considérer les 2 équations suivantes :

(X × résolution) = x pixels ; (Y × résolution) = y pixels

Où **X** et **Y** représentent la taille (pouce ou cm, un pouce=2,54 centimètres) de la structure à numériser, où **résolution** représente la résolution de numérisation, et où **x** et **y** représentent la taille (en pixels) de l'image.

Image contenant 300 pixels/pouce soit environs 118 pixels/cm

Image contenant 150 pixels/pouce soit environs 59 pixels/cm

I.9.4 –La luminance

C'est le degré de luminosité des points de l'image. Elle est définie aussi comme étant le quotient de l'intensité lumineuse d'une surface par l'aire apparente de cette surface, pour un observateur lointain. Le mot luminance est substitué au mot brillance, qui correspond à l'éclat d'un objet.

I.9.5 –Histogramme

L'histogramme des niveaux de gris d'une image est une fonction qui donne la fréquence d'apparition de chaque niveau de gris dans l'image. Il permet de donner un grand

nombre d'information sur la distribution des niveaux de gris et de voir entre quelles bornes est repartie la majorité des niveaux de gris dans les cas d'une image trop claire ou d'une image trop foncée.

Il peut être utilisé pour améliorer la qualité d'une image (Rehaussement d'image) en introduisant quelques modifications, pour pouvoir extraire les informations utiles de celle-ci.

Par exemple, l'image suivante composée de niveaux de gris et en face, l'histogramme et la palette associés à cette image sont respectivement les suivants :

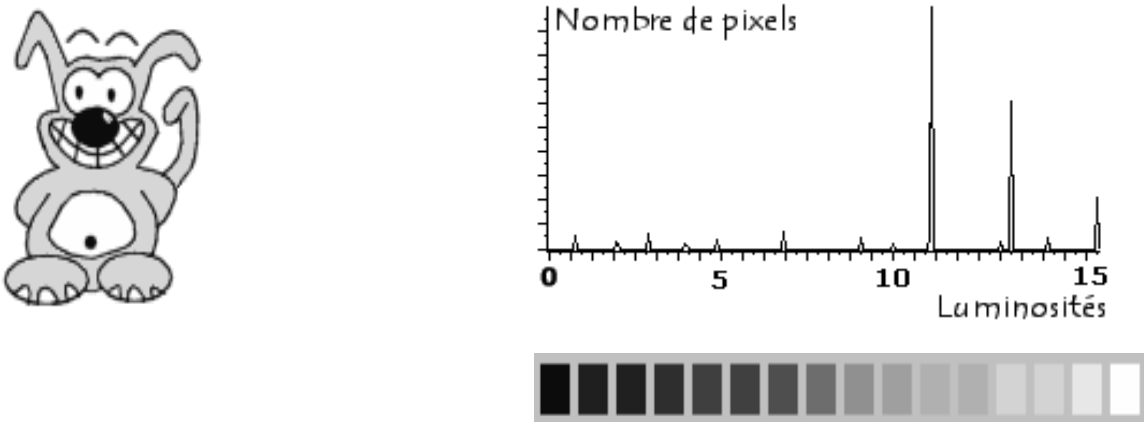


Figure 1.4 – Image en niveau de gris, son histogramme et sa palette.

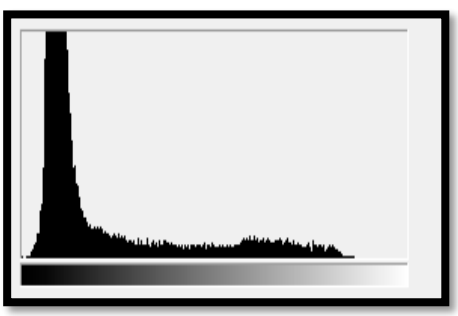
L'histogramme fait apparaître que les tons de gris clairs sont beaucoup plus présents dans l'image que les tons foncés.
Le ton de gris le plus utilisé est le 11ème en partant de la gauche.

Dans la vraie vie, le nombre de tons est infini, mais en photo numérique, il est limité par la dynamique du capteur, le nombre de bits utilisés pour enregistrer l'image et la dynamique de l'écran/du tirage.

I.9.5.1 – Histogramme unimodal

L'histogramme est unimodal si l'on distingue un seul mode comme illustré sur la figure suivante :

Image A

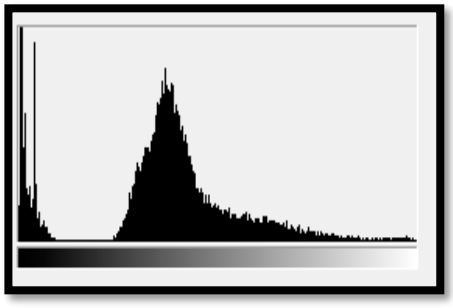


Histogramme unimodal de l'image A

I.9.5.2 – Histogramme bimodal

L'histogramme est bimodal lorsqu'il contient deux modes distincts comme le montre la figure ci-dessous :

Image B

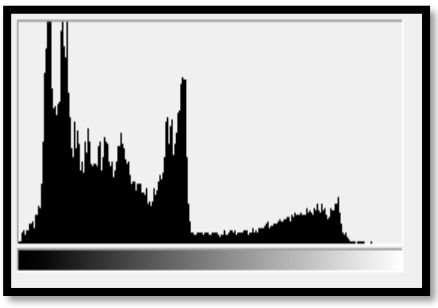


Histogramme bimodal de l'image B

I.9.5.3 - Histogramme multimodal

L'histogramme est dit multimodal s'il contient plusieurs modes comme illustré sur la figure ce dessous :

Image C



Histogramme multimodal de l'image C

I.9.6 –Contraste

C'est l'opposition marquée entre deux régions d'une image, plus précisément entre les régions sombres et les régions claires de cette image. Le contraste est défini en fonction des luminances de deux zones d'images.

Si **L1** et **L2** sont les degrés de luminosité respectivement de deux zones voisines **A1** et **A2** d'une image, le contraste **C** est défini par le rapport :

$$\boldsymbol{C = (L1 - L2)/(L1 + L2)}$$

Une image bien contrastée présente une bonne dynamique de la distribution des valeurs de gris sur tout l'intervalle des valeurs possibles, avec des blancs bien clairs et des noirs profonds. Au contraire une image peu contrastée a une faible dynamique, la plus part des pixels ayant des valeurs de gris très proches **[5].**

Image originale

Image contrastée

I.9.7 –Dynamique de l'image

La dynamique d'une image est l'étendue de la plage de couleurs utilisable. Elle est liée à la longueur du codage de chaque couleur :

- Si une couleur est représentée par un seul bit, on aura deux valeurs possibles, **0** ou **1**, c'est-à-dire **blanc** ou **noir**. L'image sera dite binaire.
- Si une couleur est représentée sur **1 octet** (8 bits), on aura $\mathbf{2^8 = 256}$ **couleurs** possibles. C'est le cas des images en niveaux de gris.
- On parle de **"vraies couleurs"** lorsqu'on utilise un octet pour stocker chacune des composante dans l'espace de représentation des couleurs (Rouge - Vert - Bleu) on aura $\mathbf{2^{24} = 16}$ **millions** de couleurs possibles, mais chaque point sera codé sur **3 octets**.

I.9.8 –Contours

Les contours représentent la frontière entre les objets de l'image, ou la limite entre deux pixels dont les niveaux de gris représentent une différence significative. L'extraction de contours consiste à identifier dans l'image les points qui séparent deux textures différentes. La figure suivante illustre une image avant et après la détection de ses contours :

Image originale

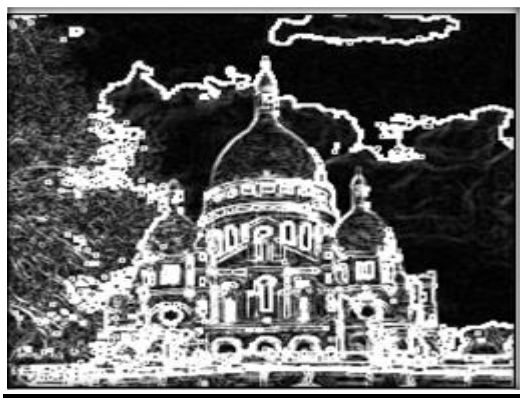


Image avec contours

I.10 -Le codage d'une image numérique

I.10.1 -Image binaire

Parmi les images numériques, et en particulier, les images matricielles, les images binaires sont les plus simples. Le contenu de chaque case de la matrice est soit **0 (noir)**, soit **1 (blanc).** Le rendu de l'image est moins performant lorsqu'il s agit d'une photographie mais elle convient pour un plan ou un texte.

L'image de **1000 pixels** codée occupe donc **1000 bits** en mémoire.

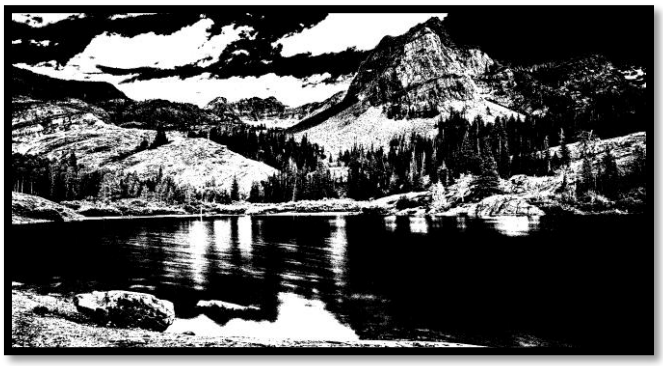


Figure 1.5 : Image noir et blanc

I.10.2- Image en niveau de gris

Le codage d'une image en **niveau de gris** permet d'obtenir plus de nuance que le codage binaire. Il offre la possibilité supplémentaire de coder l'intensité lumineuse.

Le pixel est souvent codé sur 1 octet soit 8 bits, ce qui offre la possibilité d'obtenir 256 niveaux de gris (0 pour le noir et 255 pour le blanc)

L'image de **1000 pixels** codée occupe alors **1000 octets** en mémoire.

Exemple d'une image contenant **72 pixels/pouce** (**environs 28 pixels/cm**), codée sur 256 niveaux de gris :

Figure 1.6 : Image en niveau de gris

I.10.3 -Images 24 bits (ou « couleurs vraies »)

Il s'agit d'une appellation trompeuse car le monde numérique (fini, limité) ne peut pas rendre compte intégralement de la réalité (infinie). Le codage de la couleur est réalisé sur trois octets, chaque octet représentant la valeur d'une composante couleur par un entier de **0 à 255**. Ces trois valeurs codent généralement la couleur dans l'espace RVB. Le nombre de couleurs différentes pouvant être ainsi représenté est de 2^{24} **possibilités**, soit environ **16,7 millions de couleurs**. Comme la différence de nuance entre deux couleurs très proches mais différentes dans ce mode de représentation est quasiment imperceptible pour l'œil humain, on considère commodément que ce système permet une restitution exacte des couleurs, c'est pourquoi on parle de **« couleurs vraies** ».

Les images bitmap basées sur cette représentation peuvent rapidement occuper un espace de stockage considérable, chaque pixel nécessitant trois octets pour coder sa couleur.

L'image de **1000 pixels** ainsi codée occupe **1000 x 3 = 3000 octets.**

Figure 1.7 : Image 24 bits (couleurs vraies).

I.11– La couleur

La couleur est la perception visuelle de la répartition spectrale de la lumière visible. Cette sensation prend son origine dans la stimulation de cellules nerveuses spécialisées nommées cônes et situées sur la rétine.

La couleur permet de coder une information. Aujourd'hui, on sait, grâce à l'aspect onde électromagnétique de la lumière, que toute couleur du spectre visible (longueur d'onde comprise entre 380 nm et 780 nm) peut être remplacée par une combinaison linéaire de 3 primaires qui aura la même apparence pour un observateur.

On distingue deux types de primaires : les primaires additives qui sont le rouge, le vert, le bleu, et les primaires soustractives (jaune, magenta, cyan)

I.11.1 – La synthèse additive de la lumière, ou le mode RVB

La synthèse additive consiste à combiner les lumières de plusieurs sources colorées afin d'obtenir une lumière colorée quelconque dans un gamut déterminé.

La synthèse additive est utilisée par nos écrans et est constituée des trois lumières de base, les couleurs primaires, qui sont le rouge, le vert et le bleu. En mélangeant les couleurs primaires, nous obtenons les couleurs secondaires. Les couleurs secondaires sont plus claires que les primaires, elles absorberont moins de lumière, c'est pour cela que leur synthèse est appelée additive.

Sur Photoshop, les images peuvent ainsi être décomposées en couches et on peut alors voir l'affichage des couches rouge, verte et bleue séparément, soit en niveaux de gris, soit dans leur propre couleur. Sur ces couches, les parties sombres correspondent à l'absence de lumière.

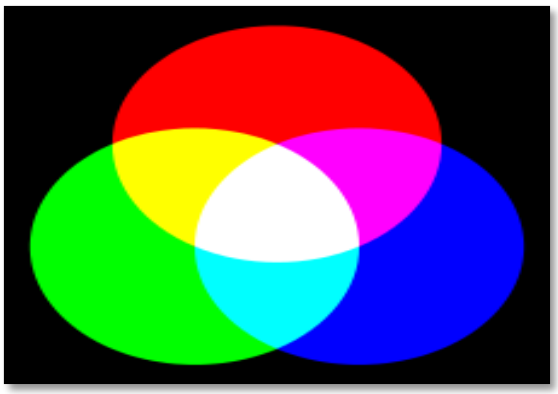


Figure 1.8 : La synthèse additive

I.11.2 –La synthèse soustractive de la lumière, ou le mode CMJN

La synthèse soustractive des couleurs est le procédé consistant à combiner l'absorption d'au moins trois colorants pour obtenir toutes celles d'une gamme.

Les trois colorants généralement utilisés pour la synthèse soustractive sont le cyan, le magenta et le jaune dont le spectre d'absorption doit convenir au procédé et dont la couleur exacte peut varier.

Figure 1.9 : La synthèse soustractive

Pour pallier l'inconvénient d'un noir non parfait, les industries graphiques s'appuient sur une quatrième couleur pour compléter ou remplacer le noir trichromatique. Ce système basé sur les mélanges CMJ renforcés par la couleur noir s'appelle

la quadrichromie (CMJN). C'est également un espace colorimétrique basé sur la synthèse soustractive.

La synthèse soustractive concerne tous les mélanges de couleurs exploitant l'éclairement d'un support comme la peinture artistique, les encres d'imprimerie etc...

Il n'est pas toujours évident de définir si un procédé de production des couleurs fait appel à la synthèse additive ou à la synthèse soustractive. Pour en connaître le principe, il suffit d'observer si un mélange de couleurs donne une nouvelle couleur plus claire ou plus foncée que celles qui l'ont généré.

I.12 - Architecture d'un système de traitement d'images [6]

Un système de traitement numérique d'images est composé de plusieurs parties à savoir l'acquisition de l'image, son analyse numérique précédée d'un prétraitement et suivie d'un post- traitement, puis sa visualisation ou son stockage ou tout simplement sa transmission**.**

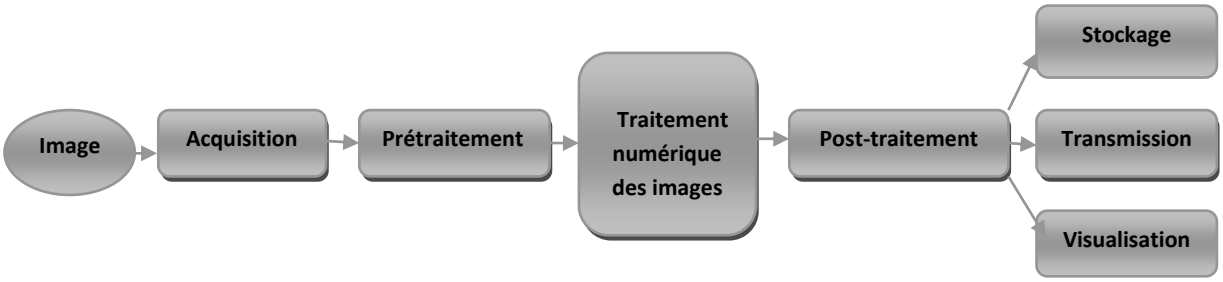


Figure 1.10 : Architecture d'un système de traitement d'images.

Le traitement d'une image numérique permet de modifier l'image pour l'améliorer ou d'en extraire des informations en éliminant l'information inutile.

I.12.1 - Le prétraitement et post-traitement

La première étape du traitement consiste à améliorer la qualité de l'image en éliminant les défauts dus à l'éclairage et au processus d'acquisition.

Les prétraitements utilisent des opérations sur les images telles que modifications d'histogrammes et filtrages (passe-bas, passe-haut et morphologiques) pour corriger la luminosité, réduire les bruits, rehausser les contrastes.

Le post-traitement est l'étape finale avant la visualisation et la transformation du signal numérique qui est la matrice image en un signal analogique visible par l'œil, utilisant les mêmes opérations que le prétraitement.

I .12.1.1 - Modification d'histogramme

La modification d'histogramme n'altère pas les informations contenues dans l'image mais les rend plus ou moins visibles. Elle permet également de corriger le contraste et l'échelle des couleurs pour des images sur-exposées ou sous-exposées.

❖ **Égalisation d'histogramme :** L'égalisation d'histogramme a pour but d'harmoniser la répartition des niveaux de luminosité de l'image, de telle manière à tendre vers un même nombre de pixel pour chacun des niveaux de l'histogramme. Cette opération vise à augmenter les nuances dans l'image.

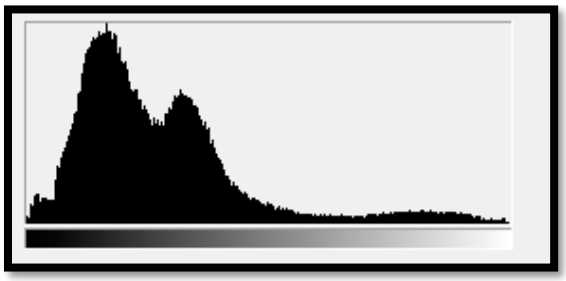
L'égalisation est intéressante pour les images dont la totalité, ou seulement une partie, est de faible contraste. La méthode est rapide, facile d'implémentation, et complètement automatique. Voici les images obtenues avant et après égalisation :

Image originale

image après égalisation d'histogramme

Le contraste des niveaux de gris est effectivement nettement plus accentué sur l'image de droite obtenue après égalisation.

Voici les histogrammes obtenus avant et après égalisation :



Histogramme de l'image originale

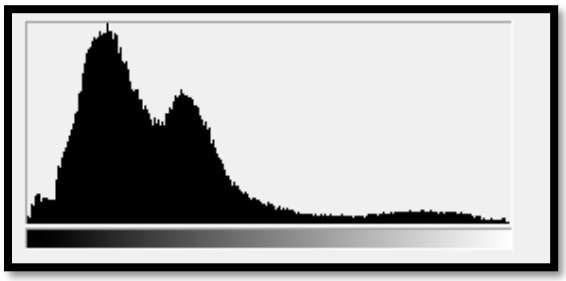
Histogramme après l'égalisation

L'histogramme de droite obtenu après égalisation est presque uniforme et s'étend sur l'ensemble des niveaux de gris.

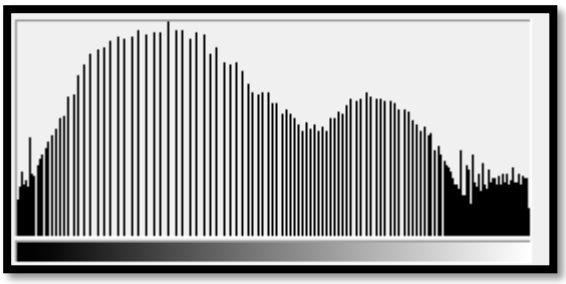
❖ **Étirement d'histogramme :** L'étirement d'histogramme (aussi appelé "linéarisation d'histogramme" ; "normalisation d'histogramme" ou "expansion de la dynamique") est une transformation affine du niveau de gris des pixels de telle sorte que l'image utilise toute la dynamique de représentation.

Image originale

expansion de la dynamique



Histogramme de l'image originale



Histogramme après étirement

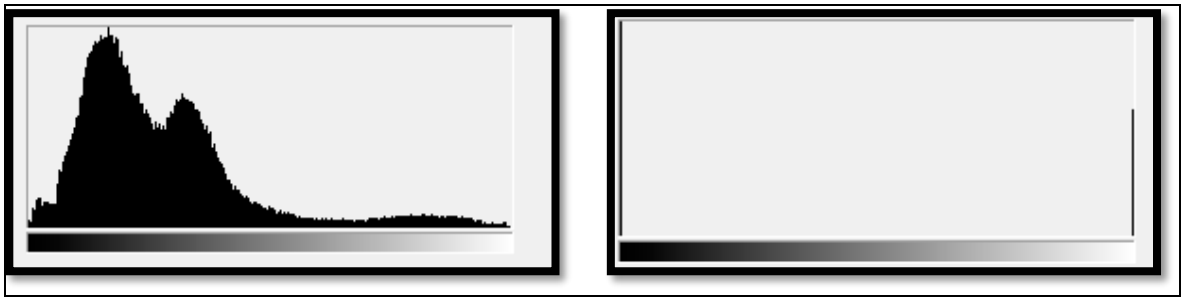
Si les valeurs de l'histogramme sont très proches les unes des autres, l'étirement va permettre de fournir une meilleure répartition afin de rendre les pixels clairs encore plus clairs et les pixels foncés proches du noir.

❖ **Le seuillage :** Le seuillage n'est rien d'autre qu'une table d'affichage particulière, celle qui associe le noir à tous les niveaux inférieurs à un certain seuil et le blanc à tous les autres. Ainsi le résultat du seuillage est une image binaire contenant des pixels noirs et blancs. La difficulté réside dans le choix du seuil à adopter.

Image originale

Image après seuillage

Voici les histogrammes obtenus avant et après seuillage :



Histogramme de l'image originale **Histogramme de l'image après seuillage (t=76)**

❖ **Inversion :** L'opération d'inversion consiste à inverser les valeurs des pixels par rapport à la moyenne des valeurs possibles. Le résultat obtenu est appelé négatif.

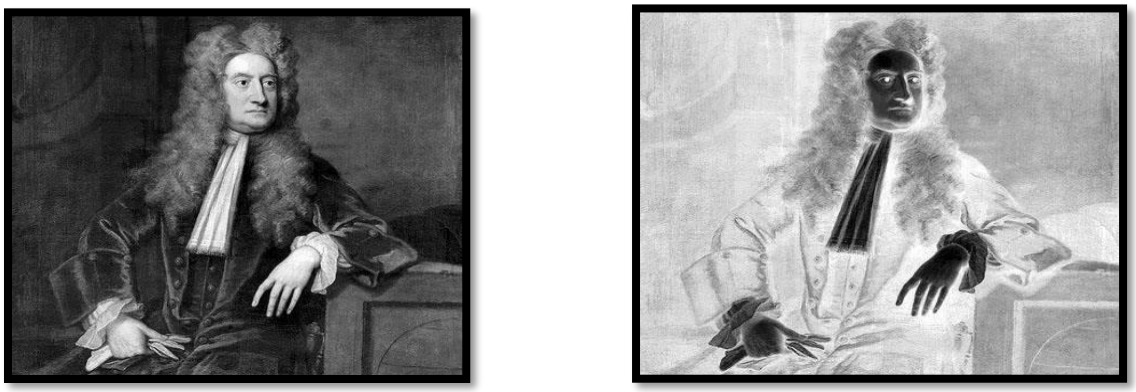
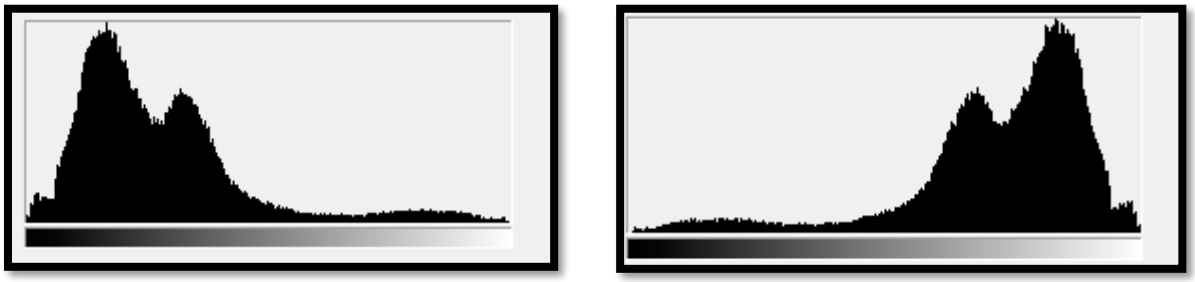


Image originale **Image après inversion**



Histogramme de l'image originale **Histogramme de l'image après inversion**

I.12.2 - Traitement numérique des images [7]

Les appareils numériques photographient de manière très précise le monde qui nous entoure. L'utilisateur souhaite pouvoir stocker avec un encombrement minimal ses photos sur son support mémoire. Il souhaite également pouvoir les retoucher afin d'améliorer leur qualité. Dans ce qui suit, nous allons voir les outils mathématiques et informatiques permettant d'effectuer ces différentes tâches**.**

- **La convolution :** La convolution est liée à la notion du filtrage et du traitement du signal, lorsque l'on utilise des filtres (passe-bas, passe-haut, passe-bande).

En traitement d'images, la convolution est l'opérateur de base du traitement linéaire des images. C'est le remplacement de la valeur d'un pixel par une combinaison linéaire de la valeur ses voisins. Elle consiste à faire balayer une fenêtre (masque) sur l'ensemble des points de l'image.

Sa formule est définie par :

$$(e * g)(x, y) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} e(x - f, y - v)\, g(f, v) df\, dv$$

Dans le cas discret : $\sum \sum_{(f,v)\in w} g(f, v) e(x - f, y - v)$

g : Masque de convolution

- **La segmentation :** La segmentation d'images est une opération de traitement d'images qui a pour but de rassembler des pixels entre eux suivant des critères prédéfinis. Les pixels sont ainsi regroupés en régions, qui constituent un pavage ou une partition de l'image. Il peut s'agir par exemple de séparer les objets du fond. Si le nombre de classes est égal à deux, elle est appelée aussi binarisation.

La segmentation est une étape primordiale en traitement d'images. À ce jour, il existe de nombreuses méthodes de segmentation, que l'on peut regrouper en quatre principales classes :

- La segmentation fondée sur **les régions**. On y trouve par exemple : la croissance de région, décomposition/fusion.
- La segmentation fondée sur **les contours.**
- La segmentation fondée sur **la classification** ou **le seuillage des pixels** en fonction de leur intensité (en anglais : classification ou thresholding).
- La segmentation fondée sur la coopération entre les trois premières segmentations.

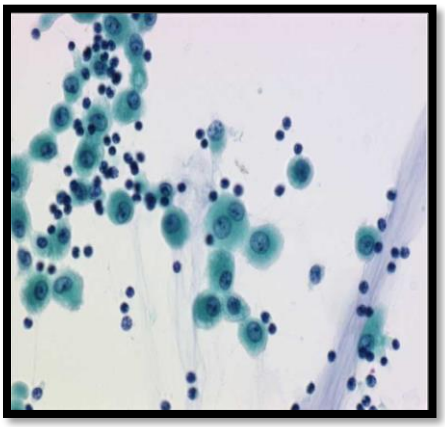
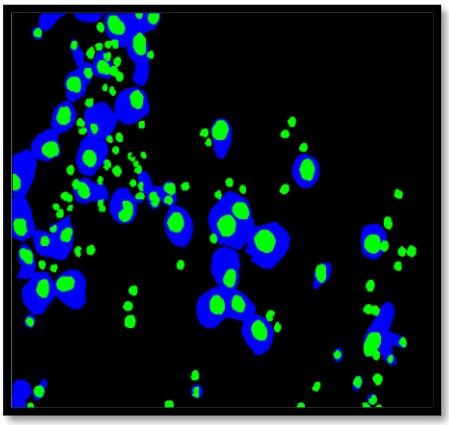


Image microscopique



segmentation de l'image

I.12.2.1 – Filtrage

Le principe du **filtrage** est de modifier la valeur des pixels d'une image, généralement dans le but d'améliorer son aspect. En pratique, il s'agit de créer une nouvelle image en se servant des valeurs des pixels de l'image d'origine **[8]** .
Il existe deux types de filtrage : le filtrage linéaire et le filtrage non linéaire.

Le **filtrage linéaire** est une opération qui consiste à remplacer la valeur d'un pixel par la combinaison linéaire de la valeur des pixels voisins. Ce type de filtrage n'est donc que l'application d'un produit de convolution.

Le **filtrage non linéaire** est une opération qui consiste à remplacer la valeur d'un pixel par la combinaison non linéaire de la valeur des pixels voisins. L'objectif du filtrage non linéaire est d'apporter une solution aux limites des filtres linéaires.

I.12.2.1.1 – Filtrage local

Dans le **filtrage local**, chaque pixel de la nouvelle image est calculé en prenant en compte seulement un voisinage du pixel correspondant dans l'image d'origine. Il est d'usage de choisir un voisinage carré et symétrique autour du pixel considéré. Ces voisinages sont donc assimilables à des tableaux à deux dimensions (matrices) de taille impaire.

Voisinage 3x3 du **pixel x, y** :

$$\begin{pmatrix} P_{x-1,y-1} & P_{x,y-1} & P_{x+1,y-1} \\ P_{x-1,y} & P_{x,y} & P_{x+1,y} \\ P_{x-1,y+1} & P_{x,y+1} & P_{x+1,y+1} \end{pmatrix}$$

- **Filtre moyenneur :** La valeur du pixel central est remplacée par la moyenne des valeurs des pixels environnants. Dans le cas où l'image contient un bruit, un moyennage local peut atténuer ce bruit. Cette opération est appelée lissage.

$$I'(x,y) = \left(\frac{1}{d^2}\right) \sum_{(m,n)\in v} h(m,n) I(x-m, y-n)$$

$$\sum_{(m,n)\in v} h(m,n) = 1$$

Où I : l'intensité de l'image d'origine I' : l'intensité de limage filtrée v : Le voisinage

$\boldsymbol{h}$: Masque de convolution **d** : taille du masque de convolution

Le filtre moyenneur est un **filtre passe-bas**. Les effets de ce filtre varient avec la taille du noyau : plus les dimensions du noyau seront importantes, plus le bruit sera éliminé ; mais en contrepartie, les détails fins seront eux-aussi effacés et les contours étalés.

Exemple pour un voisinage 3 × 3 :

$$\boldsymbol{I'(x,y) = \left(\frac{1}{3^2}\right)[1\times 51 + 1\times 21 + 1\times 14 + 1\times 9 + 1\times 9 + 1\times 19 + 1\times 19 + 1\times 22 + 1\times 27] = 21}$$

Après avoir calculé la moyenne des valeurs des pixels environnants, on remplace la valeur du pixel central par cette valeur moyenne, on obtient donc la matrice de sortie sur la figure ci-dessous (image de sortie) :

10	12	40	16	19	10
14	22	52	10	55	41
10	14	51	21	14	10
32	22	9	9	19	14
41	18	19	22	27	11
10	7	8	8	4	5

Image d'entrée

10	12	40	16	19	10
14	22	52	10	55	41
10	14	51	21	14	10
32	22	9	21	19	14
41	18	19	22	27	11
10	7	8	8	4	5

Image de sortie

➢ Filtre médian :

Le **filtre médian** est un filtre numérique non linéaire, souvent utilisé pour la réduction du bruit impulsionnel. La technique du filtre médian est largement utilisée en traitement d'images numérique car il permet sous certaines conditions de réduire le bruit en conservant les contours de l'image.

Principe du filtre : L'idée principale de ce filtre est de remplacer la valeur de chaque pixel par la valeur médiane des pixels voisins.

Calcul :

- Choisir un voisinage contenant un nombre impair des pixels
- Trier les valeurs par ordre croissant
- Donner à chaque pixel d'analyse la valeur située au milieu des valeurs triées.

Exemple pour un voisinage 3 × 3:

35	48	36	25	12
45	65	45	32	36
42	36	0	48	21
58	41	32	26	33
35	42	35	26	42

Image initiale

35	48	36	25	12
45	65	45	32	36
42	36	36	48	21
58	41	32	26	33
35	42	35	26	42

Image filtrée

0	26	32	32	36	41	45	48	65

La valeur médiane est ici est égale à **36.**

I.12.2.1.2 -Accentuation

L'accentuation (ou bruitage) est l'inverse du lissage ; il s'agit d'une opération visant à accentuer les différences entre les pixels voisins. Ainsi, l'accentuation peut permettre de mettre en exergue les limites entre les zones homogènes de l'image et est alors appelée l'extraction de contours (également entourage ou rehaussement de contours).

Application de l'accentuation sur l'image présentée ci-dessous :

Image originale

Image après effet d'accentuation

I.12.2.1.3 –Filtrage global

Dans le filtrage global, chaque pixel de la nouvelle image est calculé en prenant en compte la totalité des pixels de l'image de départ. Dans cette catégorie on trouve par exemple, les

opérations sur les histogrammes ou les opérations qui nécessitent de passer dans l'espace de Fourier.

I.12.3 - Visualisation, stockage et transmission d'image

Tout système de traitement d'images est doté d'un dispositif de visualisation qui permet l'affichage des images.

L'utilisation de différents types de restituteurs permet de transformer le signal numérique qui est la matrice image en un signal analogique visible par l'œil de l'observateur. Pour cela, différent types peuvent être employés : moniteur vidéo, clichés photographiques, impression sur papier…etc

Dans tous les cas et pour chaque échantillon de l'image numérique, on recrée un nouvel élément d'image ou un nouveau pixel dont on choisit la forme de façon à reconstituer une image analogique qui soit la plus proche possible de l'image avant numérisation compte tenu des erreurs introduites lors de l'acquisition ,de la numérisation et de la transmission.

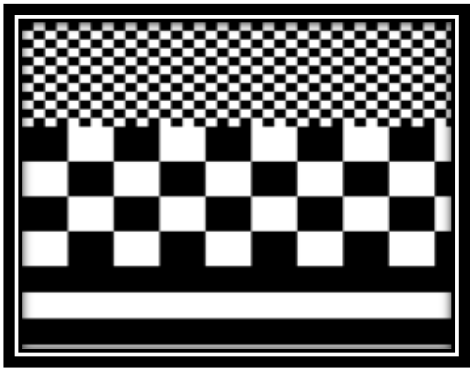
En effet, l'image peut être transmise vers une station d'archivage ou de traitement qui peut être différente de la station d'acquisition.

L'image numérisée et traitée, peut aussi être archivée en la stockant sur des supports destinés à cet effet comme par exemple des bandes magnétiques, les disques durs ... **[9]**

I.13 – Texture

Une **texture en traitement d'images** est une série de mesures calculée dans le but de détecter une texture perçue sur une image. La texture dans une image nous est présentée comme un arrangement spatial de couleurs ou d'intensités dans une région de cette image.
La texture d'une image peut être artificiellement créée (Texture artificielle) ou présente dans la nature (Texture naturelle). Elle joue un rôle important dans la segmentation d'image ou dans sa classification. L'élément apportant le plus de précision dans la segmentation sont les fréquences spatiales et la moyenne du niveau de gris.

Il y a deux approches possibles pour analyser une texture : l'approche structurée, et l'approche statistique.



Exemple de texture artificielle

Exemple de texture naturelle

I.13.1 –Types de texture

- ✓ Les textures aléatoires.
- ✓ Les textures directionnelles.
- ✓ Les textures périodiques.

I.14 - Conclusion

Les méthodes de traitement d'images au-delà de leurs diversités, convergent toutes vers deux objectifs : l'extraction d'un maximum d'informations et avoir un meilleur aspect de l'image.

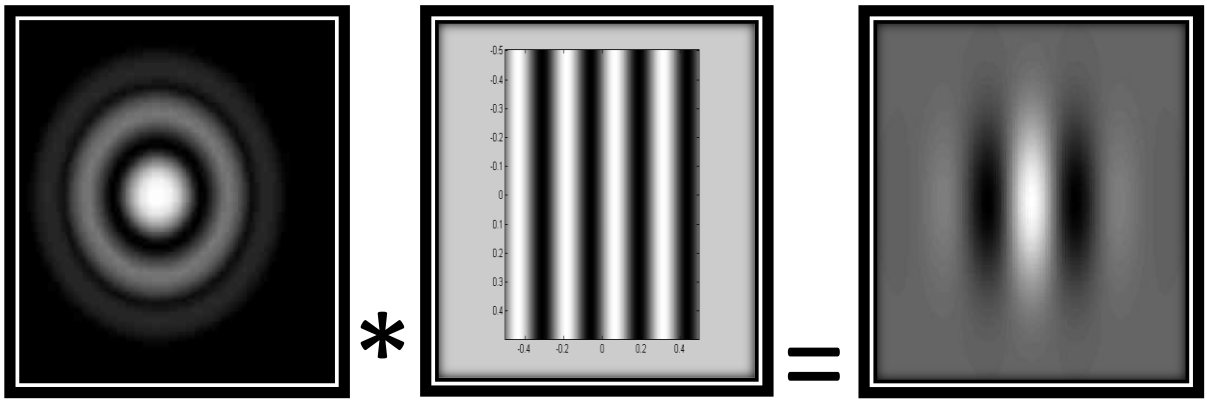
Chapitre II : Les filtres de Gabor

II.1 –Introduction

Un filtre de Gabor est un filtre linéaire dont la réponse impulsionnelle est une sinusoïde modulée par une fonction gaussienne (également appelée ondelette de Gabor). Il porte le nom du physicien anglais d'origine hongroise Dennis Gabor.

Les filtres de Gabor sont une classe particulière des filtres linéaires. Ce sont des filtres **orientés**. Ils permettent de mettre en évidence des textures ainsi que des zones homogènes d'une image. Grâce à la forme gaussienne des filtres, les enveloppes des images filtrées apportent une information spectrale locale en chaque pixel. De plus, elles renseignent sur le contenu énergétique de l'image dans la direction du filtre choisi.

Il présente d'excellentes propriétés de localisation fréquentielle et spatiale. Le filtre de Gabor est utilisé dans de nombreuses applications et surtout dans le domaine de l'imagerie médicale. Pour cela, dans un premier temps, nous allons essayer de comprendre la base de la théorie des fonctions de Gabor, puis dans un second temps, les techniques d'implantation des filtres de Gabor **[14].**



Gaussienne*Sin/Cosinus = Gabor

II.2 –Représentation théorique du filtre de Gabor

II.2.1 –Constitution du filtre de Gabor

Dans ce qui suit, nous allons utiliser deux formulations différentes pour constituer les filtres de Gabor, la première est inspirée des articles **[10],** la seconde est tirée de l'article **[15].**

II.2.2 -Origines de formulation

L'analyse spectrale et la décomposition d'un signal sont deux points essentiels dans l'analyse des données dans le domaine de traitement du signal. L'analyse spectrale du signal utilise en général les fonctions suivantes : « sinus », « cosinus », « exponentielle imaginaire » comme fonctions analysantes. La transformation intermédiaire entre le domaine temporel et le

domaine fréquentiel est celle de Fourier. Elle permet la décomposition en une série ou une intégrale de Fourier définie par :

$$\boldsymbol{X(f)} = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) exp(-j2\pi f t)\, dt$$

$\boldsymbol{x(t)}$: Signal à traiter dans le domaine temporel

$\boldsymbol{X(f)}$: Signal dans le domaine fréquentiel

$\boldsymbol{f}$: Fréquence du signal $\boldsymbol{X(f)}$

L'analyse de Fourier, a montré ses limitations : son calcul nécessite la connaissance de toute l'histoire temporelle du signal. De plus, dans une transformée de Fourier, l'information sur le temps est présente (la transformée inverse est donc possible), mais elle est cachée dans les phases : elle est en pratique impossible à extraire. On en est donc réduit à étudier un signal soit en fonction du temps, soit en fonction des fréquences qu'il contient, sans possibilité de conjuguer les deux analyses. Pour remédier à ce problème, en 1946, « **Denis Gabor** » s'est inspiré de la transformée de Fourier pour définir une nouvelle décomposition en introduisant une fenêtre spatiale **g(x)** dans la formule de cette dernière, pondérant les fonctions analysantes de manière à sélectionner uniquement la partie utile du signal. Depuis, les filtres de Gabor ont reçu une attention considérable **[11].**

Concrètement, la transformée de Fourier à fenêtre glissante s'exprime par :

$$\boldsymbol{GF(f, v)} = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) g(t - v) e^{-j2\pi f t}\, dt$$

$\boldsymbol{g(t - v)}$ **:** Fonction fenêtre à choisir

$\boldsymbol{v}$ **:** paramètre de translation de la fenêtre

II.2.3 – La réponse impulsionnelle du filtre de Gabor

La réponse impulsionnelle du filtre de Gabor est représentée dans la première formulation :

❖ Cas 1D

La réponse impulsionnelle d'un filtre de Gabor est le produit d'une Gaussienne et d'une exponentielle complexe **[12].** En **1D**, l'expression d'un filtre de Gabor est donnée par :

$$\boldsymbol{h(x)} = \frac{1}{\sigma_x \sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma_x^2}\right) \exp(j2\pi f_0 x) \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (\mathbf{1})$$

Ou $\boldsymbol{\sigma_x}$ est l'écart type de la gaussienne (la constante spatiale du filtre)

Et $\boldsymbol{f_0}$ est la fréquence centrale du filtre (la fréquence radiale du filtre)

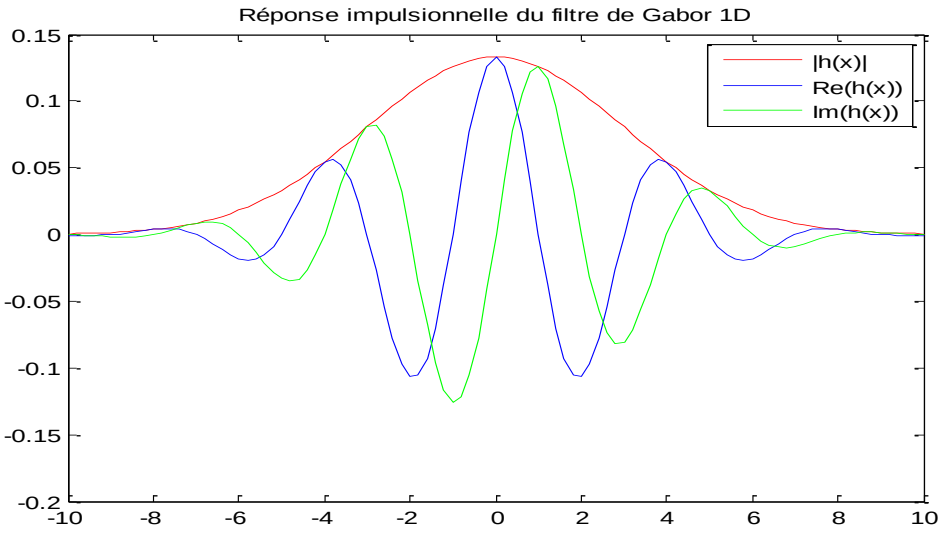


Figure 2.1 : Réponse impulsionnelle d'un filtre de Gabor 1D avec $\boldsymbol{\sigma_x}$ = 3 et $\boldsymbol{f_0}$= 0.25

Pour calculer la TF de **l'équation (1),** nous allons la décomposer en 2 termes **:**

La gaussienne : $$\boldsymbol{h_g(x)} = \frac{1}{\sigma_x\sqrt{2\pi}}\exp\left(-\frac{x^2}{2{\sigma_x}^2}\right) \dots\dots\dots\dots\dots\dots (\mathbf{1.1})$$

L'exponentielle complexe : $$\boldsymbol{h_e(x)} = \exp(j2\pi f_0 x) \dots\dots\dots\dots\dots\dots . (\mathbf{1.2})$$

Nous allons procéder au calcul de la transformée de Fourier de **l'équation (1.1)** :

Soit une fonction Gaussienne :

$$\boldsymbol{g(x)} = \exp(-\pi x^2) \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots . (\mathbf{2})$$

La transformée de Fourier (**TF**) de **l'équation (2)** est :

$$\boldsymbol{G(f)} = \exp(-\pi f^2) \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots . (\mathbf{3})$$

Donc la **TF** de l'équation suivante :

$$\boldsymbol{g(x)} = \frac{1}{\sigma_x\sqrt{2\pi}}\exp(-\pi x^2) \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots . . (\mathbf{4})$$

Est :

$$\boldsymbol{G(f)} = \frac{1}{\sigma_x\sqrt{2\pi}}\exp(-\pi f^2) \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots (\mathbf{5})$$

On a aussi la propriété de la dilatation de la transformée de Fourier :

$$\boldsymbol{TF\{g(x)\}} = G(f) \;\rightarrow\; \boldsymbol{TF\{g(ax)\}} = \frac{1}{|a|} G\left(\frac{f}{a}\right) \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (\mathbf{6})$$

Ainsi, si on prend :

$$\boldsymbol{g(ax)} = \frac{1}{\sigma_x\sqrt{2\pi}} \exp(-\pi(ax)^2) \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (\mathbf{7})$$

Par identification avec **l'équation (1.1),** nous pouvons calculer le paramètre **a** :

$$e^{-\pi(ax)^2} = e^{-\frac{x^2}{2\sigma_x^2}} \;\rightarrow\; e^{-\pi a^2 x^2} = e^{-\frac{x^2}{2\sigma_x^2}} \;\rightarrow$$

$$ln\, e^{-\pi a^2 x^2} = ln\, e^{-\frac{x^2}{2\sigma_x^2}} \;\rightarrow\; -\pi a^2 x^2 = -\frac{x^2}{2\sigma_x^2} \;\rightarrow\; a^2 = \frac{1}{2\pi\sigma_x^2}$$

$$\rightarrow \quad a = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_x} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (\mathbf{8})$$

En remplaçant **l'équation (8)** dans **l'équation (6),** on obtient :

$$\boldsymbol{TF\{g(ax)\}} = \sqrt{2\pi}\sigma_x \left(\frac{1}{\sigma_x\sqrt{2\pi}} e^{-\pi\left(\frac{f}{a}\right)^2}\right)$$

$$= (\sqrt{2\pi}\,\sigma_x\, \frac{1}{\sigma_x\sqrt{2\pi}})\, \exp\left(-\pi\left(f\sigma_x\sqrt{2\pi}\right)^2\right)$$

$$= \exp\left(-\pi\left(f\sigma_x\sqrt{2\pi}\right)^2\right)$$

Donc : $$\boldsymbol{TF\{g(ax)\}} = \exp\left(-\pi\left(f\sigma_x\sqrt{2\pi}\right)^2\right) \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (\mathbf{9})$$

Finalement, la transformée de Fourier de la Gaussienne de **L'équation (1.1)** est :

$$\boldsymbol{TF\{h_g(x)\}} = \exp(-2\pi^2{\sigma_x}^2 f^2)$$

Nous allons ensuite procéder au calcul de la transformée de Fourier de **l'équation (1.2)** :

$$\boldsymbol{TF\{h_e(x)\}} = \boldsymbol{TF\{exp(j2\pi f_0 x)\}} = \delta(f - f_0) \ldots\ldots (\mathbf{10})$$

L'équation (1) est le produit d'un terme Gaussien dont la transformée de Fourier est donnée par **l'équation (9)** et d'un terme sinusoïdal complexe dont la transformée de Fourier est donnée par **l'équation (10).**

Dans le domaine de Fourier, ce produit simple dans le domaine temporel se transforme en un produit de convolution dans le domaine fréquentiel, ce qui nous amène à l'expression finale de la transformée de Fourier de $\boldsymbol{h(x)}$:

$$\boldsymbol{H(f)} = \exp(-2\pi^2{\sigma_x}^2(f - f_0)^2) \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (\mathbf{11})$$

Graphiquement, la transformée de Fourier d'un filtre de Gabor 1D est constituée d'une Gaussienne centrée sur la fréquence centrale du filtre comme le montre la **figure (2.2) :**

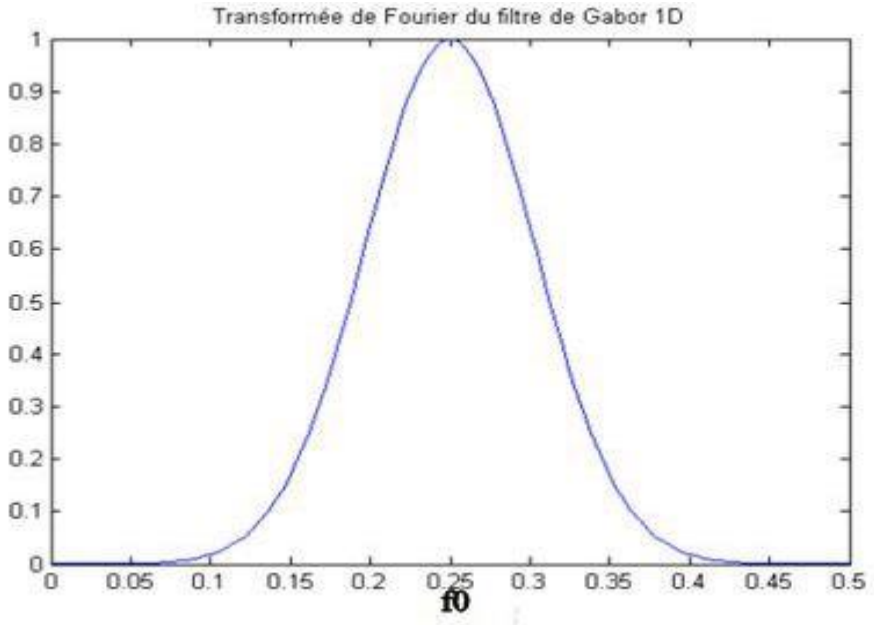


Figure 2.2 : Transformée de Fourier d'un filtre de Gabor 1D avec $\boldsymbol{\sigma_x}$ **= 3** et $\boldsymbol{f_0}$**= 0.25**

On contrôle la sélectivité de ce filtre passe-bande à travers $\boldsymbol{\sigma_x}$. En effet, plus $\boldsymbol{\sigma_x}$ est élevé et plus le filtre est sélectif. Ce filtre est ainsi couramment utilisé en traitement du signal.

Son application en traitement d'images nécessite sa transposition en **2D.**

❖ Cas 2D

Le filtre de Gabor 2D est défini par une gaussienne bidimensionnelle modulée par une fonction sinusoïdale plane **[12].** L'expression du filtre de Gabor 2D est donnée par :

$$\boldsymbol{f(x,y)} = \frac{1}{\sigma_x\,\sigma_y 2\pi} exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma_x^2} - \frac{y^2}{2\sigma_y^2}\right) exp\left(j2\pi\left(f_{x_0}x + f_{y_0}y\right)\right) .. (\mathbf{12})$$

Où $\boldsymbol{\sigma_x}$ et $\boldsymbol{\sigma_y}$ sont les écart-types respectivement le long des axes x et y (ou les constantes spatiales du filtre), elles déterminent la largeur du filtre.

$\boldsymbol{f_{x_o}}$ et $\boldsymbol{f_{y_o}}$ sont les fréquences centrales respectivement suivant x et y (Les fréquences radiales du filtre suivant x et y). **[12] [13]**

Si on décompose **l'équation (12),** on aura :

La gaussienne bidimensionnelle (enveloppe gaussienne) :

$$\boldsymbol{f_g\,(x,y)} = \frac{1}{\sigma_x\,\sigma_y 2\pi} exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma_x^2} - \frac{y^2}{2\sigma_y^2}\right) \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (\mathbf{13})$$

La Sinusoïdale plane :

$$\boldsymbol{f_e\,(x,y)} = exp\left(j2\pi\left(f_{x_0}x + f_{y_0}y\right)\right) \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (\mathbf{14})$$

Il est possible d'aboutir à l'expression en coordonnées polaires à partir de celle en coordonnées cartésiennes :

Soit :

$\boldsymbol{f_0} = \sqrt{\boldsymbol{f_{x0}^2} + \boldsymbol{f_{y0}^2}}$ La fréquence centrale du filtre

$\boldsymbol{\theta} = \boldsymbol{arctan}\ \frac{\boldsymbol{f_{yo}}}{\boldsymbol{f_{x0}}}$ L'angle entre l'axe des abscisses et le module $\boldsymbol{f_o}$.

- Ecrire $\mathbf{f_{x0}}$ en fonction de $\mathbf{f_0}$:

$$\boldsymbol{f_0} = \sqrt{f_{x0}^2 + f_{y0}^2} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (\mathbf{15})$$

De (**15**), on obtient :

$$\boldsymbol{f_{x0}^2} = f_0^2 - f_{y0}^2 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (\mathbf{16})$$

$$\boldsymbol{\theta = arctan\ \frac{f_{yo}}{f_{x0}}} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \mathbf{(17)}$$

De (**17),** on obtient :

$$\boldsymbol{f_{y0}} = \tan\theta\, f_{x0} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \mathbf{(18)}$$

En remplaçant (**18) ➔ (16) :**

$$\boldsymbol{f_{x0}} = f_0 cos\ \theta \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \mathbf{(19)} *$$

- Ecrire $\boldsymbol{f_{y0}}$ en fonction de $\boldsymbol{f_0}$:

De **(15),** on obtient :

$$\boldsymbol{f_{y0}^2} = f_0^2 - f_{x0}^2 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \mathbf{(20)}$$

De **(17)**, on obtient :

$$\boldsymbol{f_{x0}} = \frac{f_{y0}}{\tan\theta} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \mathbf{(21)}$$

En remplaçant **(21) ➔ (20)** :

$$\boldsymbol{f_{y0}} = f_0 \sin\theta \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \mathbf{(22)}*$$

Enfin, on obtiendra notre expression en coordonnées polaires en remplaçant **(19)** et **(22)** dans **(12)** :

$$\boldsymbol{f(x,y)} = \frac{1}{2\pi\sigma_x\sigma_y} exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma_x^2} - \frac{y^2}{2\sigma_y^2}\right) exp\left(j2\pi f_0(x\ cos\ \theta + y\ sin\ \theta)\right) \ldots \mathbf{(23)}$$

❖ Cas 2D modifié

L'expression de l'équation $(\mathbf{23})$ n'est valable que lorsque la distribution gaussienne est isotrope($\boldsymbol{\sigma_x = \sigma_y}$)**.** Dans le cas contraire ($\boldsymbol{\sigma_x \neq \sigma_y}$)**,** la sinusoïde est orientée mais pas la gaussienne.

Pour corriger ce problème contraignant, on doit trouver un moyen d'orienter aussi la gaussienne ; il semble logique de l'orienter du même angle $\boldsymbol{\theta}$. Ainsi, on obtient une nouvelle expression **[14] [17]** :

$$\boldsymbol{h(x,y)} = \frac{1}{\sigma_x\,\sigma_y 2\pi} exp\left(-\frac{x'^2}{2\sigma_x^2} - \frac{y'^2}{2\sigma_y^2}\right) exp\big(j2\pi f_0(x\cos\theta + y\sin\theta)\big) \ldots\ldots\ldots (\mathbf{24})$$

Avec :

$$\boldsymbol{x'} = x\cos\theta + y\sin\theta$$
$$\boldsymbol{y'} = -x\sin\theta + y\cos\theta$$

Tel que :

$\boldsymbol{\theta}$: Angle de rotation **[x', y']** par rapport à **(x, y),** il donne l'orientation de l'enveloppe gaussienne.

- Pour un filtre orienté à 0° ($\theta = 0$) à symétrie paire et une partie réelle, on aura :

$$\boldsymbol{h(x,y)} = \frac{1}{\sigma_x\sigma_y 2\pi} exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma_x^2} - \frac{y^2}{2\sigma_y^2}\right) cos(2\pi f_0 x) \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (\mathbf{25})$$

- Le filtre de Gabor à valeurs réelles, symétrie paire et à orientation non nulle ($\boldsymbol{\theta \neq 0}$) est donné par la formule suivante :

$$\boldsymbol{h(x,y)} = \frac{1}{\sigma_x\sigma_y 2\pi} exp\left\{-\frac{1}{2}\left[\frac{(x-x_0)'^2}{\sigma_x^2} + \frac{(y-y_0)'^2}{\sigma_y^2}\right]\right\} \times cos(2\pi f_0 x + \varphi) \ldots . (\mathbf{26})$$

Où :

$\boldsymbol{f_0}$: Représente la fréquence radiale du filtre
$\boldsymbol{\sigma_x et\ \sigma_y}$: Les constantes spatiales du filtre
$(\boldsymbol{x_0, y_0})$: Coordonnées du point où l'enveloppe gaussienne est maximale
$\boldsymbol{\varphi}$: Phase de la sinusoïdale par rapport à l'axe des x
De plus :
$(x - x_0)' = (x - x_0)\times\cos\theta + (y - y_0)\times\sin\theta$
Et :

$(y - y_0)' = -(x - x_0) \times \sin\theta + (y - y_0) \times \cos\theta$
$\boldsymbol{\theta}$: étant l'angle de rotation de l'enveloppe gaussienne

II.2.4 –Transformation de Fourier du filtre de Gabor

L'application de la transformée de Fourier (**TF**) au filtre de Gabor 2D nous donne une Gaussienne **[17]**

$$\boldsymbol{TF\{h(x,y)\}} = H(f,v)$$

$$\boldsymbol{H(f,v)} = A\left(exp\left\{-\frac{1}{2}\left[\frac{(f-f_0)'^2}{\sigma_f^2} + \frac{v'^2}{\sigma_v^2}\right]\right\} + exp\left\{-\frac{1}{2}\left[\frac{(f+f_0)'^2}{\sigma_f^2} + \frac{v'^2}{\sigma_v^2}\right]\right\}\right) \ldots\ldots\ldots \textbf{(27)}$$

Où $\boldsymbol{\sigma_f = \frac{1}{2\pi\sigma_x}}$; $\boldsymbol{\sigma_v = \frac{1}{2\pi\sigma_y}}$; $\boldsymbol{A = 2\pi\sigma_x\sigma_y}$

$\boldsymbol{f_0}$**:** Fréquence radiale centrale
$\boldsymbol{A}$: Amplitude du filtre

Et :

$$\boldsymbol{(f - f_0)'} = (f - f_0) \times cos(\theta) + v \times sin(\theta)$$

$$\boldsymbol{v'} = -(f - f_0) \times sin(\theta) + v \times \cos(\theta)$$

En passant l'image originale à travers ce filtre, on aura toutes les composantes de l'image ayant une énergie concentrée autour de la fréquence centrale $\boldsymbol{f_0}$ avec une largeur spectrale de $\boldsymbol{\beta_r}$ **octaves** et une largeur d'orientation de $\boldsymbol{\beta_\theta}$ **degrés**.

Les paramètres $\boldsymbol{\beta_r}$ **et** $\boldsymbol{\beta_\theta}$ sont définis par :

$$\boldsymbol{\beta_r} = \log 2\left(\frac{f_0 + \sqrt{2\ln 2}\times\sigma_f}{f_0 - \sqrt{2\ln 2}\times\sigma_f}\right) \qquad \boldsymbol{\beta_\theta} = 2\left(arc\tan\frac{\sqrt{2\ln 2}\times\sigma_v}{f_0}\right)$$

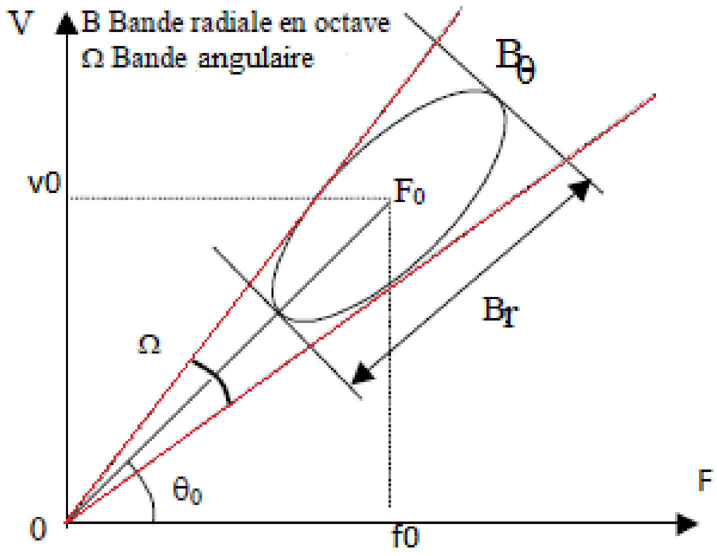


Figure 2.3 : Représentation graphique des largeurs bande angulaire et fréquentielle

❖ **La seconde formulation de la transformée de Fourier du filtre de Gabor [15]**

Il existe une 2ème façon de représenter la transformée de Fourier du filtre de Gabor :

$$\boldsymbol{H(f,v)} = exp\left\{-\frac{1}{2}\left(\frac{(f' - W)^2}{{\sigma_f}^2} + \frac{v'^2}{{\sigma_v}^2}\right)\right\} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (\mathbf{28})$$

Où :

W : Fréquence de la sinusoïde le long de l'axe des x

$$\boldsymbol{a} = \left(\frac{f_h}{f_l}\right)^{\frac{1}{S-1}} \qquad \boldsymbol{W} = a^m \times f_l$$

$$\boldsymbol{\sigma_f} = \frac{(a-1)W}{(a+1)\sqrt{2\ln 2}} \qquad \boldsymbol{\sigma_v} = \tan\left(\frac{\pi}{2k}\right)\left[W - \frac{(2\ln 2)\sigma_f^2}{W}\right]\left[2\ln 2 - \frac{(2\ln 2)^2\sigma_f^2}{W^2}\right]^{-1/2}$$

Où :

$\boldsymbol{f}_l$ et $\boldsymbol{f}_h$ représentent respectivement la fréquence radiale la plus basse et la fréquence radiale la plus élevée

$m \in \{0,1, \ldots\ldots, s-1\}$ tq $\boldsymbol{s}$ est le nombre de fréquences.
$n \in \{0,1, \ldots\ldots, k-1\}$ tq **k** est le nombre d'orientations

$$\boldsymbol{f'} = f \times \cos\left(n \times \left(\frac{\pi}{4}\right)\right) + v \times \sin\left(n \times \left(\frac{\pi}{4}\right)\right) \; \boldsymbol{v'} = -f \times \sin\left(n \times \left(\frac{\pi}{4}\right)\right) + v \times \cos\left(n \times \left(\frac{\pi}{4}\right)\right)$$

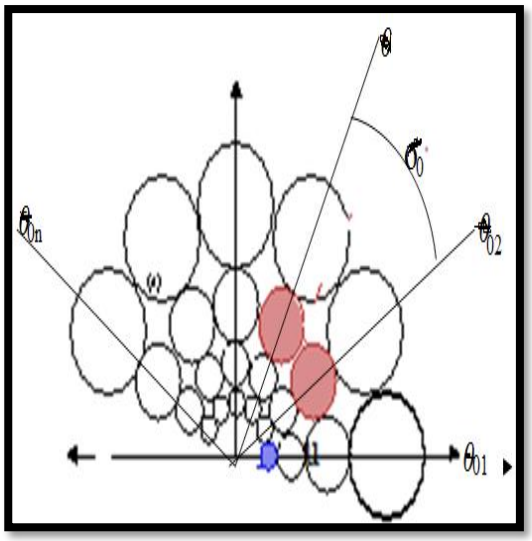


Figure 2.4 : Répartition en rosette des n×m filtres de l'ensemble, ainsi que l'organisation en octave des bandes

Pour assurer la couverture de l'espace fréquentiel, on doit générer un banc de filtres « famille de filtres » de Gabor sur « m » bandes de fréquences et « n » orientations. Les « n » orientations sont équidistantes alors que les « m » bandes passantes radiales sont organisées en octave.

L'association et l'organisation d'un ensemble de filtres de Gabor nous permet de couvrir tout l'espace fréquentiel, on parle alors de **filtrage multi-canal (figure 2.5)**
Dans ce cas, le filtre final est définit comme suit :

$$\boldsymbol{h} = \sum_{\boldsymbol{i}} \boldsymbol{h}(\boldsymbol{x'}, \boldsymbol{y'}, \boldsymbol{W_i}, \boldsymbol{\theta_i}, \boldsymbol{\sigma_{ix}}, \boldsymbol{\sigma_{iy}})$$

Figure 2.5 : Ensemble des filtres de Gabor dans le domaine fréquentiel (filtre multi-canal)

Le filtrage multi-canal est simplement et efficacement réalisé à partir des filtres de Gabor et permet de couvrir tout le domaine fréquentiel grâce à la possibilité d'effectuer de multiples orientations. Chaque canal permet d'extraire les composantes de l'image dont les valeurs correspondent aux paramètres du filtre (fréquence et orientation).

II.3 Choix des paramètres du filtre de Gabor

La fréquence radiale et l'orientation sont les paramètres les plus importants du filtre de Gabor. Ils définissent la localisation du canal dans le plan fréquentiel.

Les filtres de Gabor sont fortement inspirés du fonctionnement des cellules nerveuses du cortex visuel. Il faut assurer un bon choix des paramètres pour un résultat visuel assez satisfaisant. C'est dans le domaine de la vision que ces modèles ont démontré leur valeur en premier.

Les résultats obtenus lors d'une étude physiologique sur les mammifères ont montré que les cellules simples du cortex visuel ont une largeur de bande d'environs « **un octave »**

Nous allons donc associer à notre paramètre $\boldsymbol{\beta_r}$ la valeur d'un **octave**. Lorsqu'on connait le spectre d'une image, on peut observer la concentration de l'énergie autour de la fréquence centrale. On choisit donc une largeur bande de 0.7 octaves lorsqu'on s'approche de la fréquence nulle. En ce qui concerne les hautes fréquences, comme l'information est moindre, on choisit de prendre une largeur bande supérieure à un octave (1,3 octaves)

La largeur de bande angulaire doit être choisie de tel sorte que les filtres soient approximativement juxtaposés et dépend du nombre d'orientations.

$$\boldsymbol{\beta_\theta = \frac{\pi}{n}}$$

$\boldsymbol{n}$ **:** Nombre d'orientations

En général, on prend $\boldsymbol{\beta_r} = 1$ octave et $\boldsymbol{\beta_\theta} = 45°$. On peut alors exprimer $\boldsymbol{\sigma_f}$ *et* $\boldsymbol{\sigma_v}$ en fonction de la fréquence spatiale.

$$\boldsymbol{\sigma_f} = \frac{f_0}{3\sqrt{2\ln 2}} \qquad \boldsymbol{\sigma_v} = \frac{\tan(22.5°)\times f_0}{\sqrt{2\ln 2}}$$

Les valeurs de $\boldsymbol{f_0}$ sont données par : $\left\{\frac{1\sqrt{2}}{N}, \frac{2\sqrt{2}}{N}, \frac{4\sqrt{2}}{N}, \dots\dots, \frac{N\sqrt{2}}{4N}\right\}$

N : largeur d'une image en nombres de pixels

Pour pouvoir couvrir un maximum d'espace fréquentiel, on peut utiliser plusieurs orientations θ tel que :

$\boldsymbol{\theta_k = \frac{(k-1)\pi}{4}}$, $\boldsymbol{k = 1 \dots\dots m}$, ou $\boldsymbol{m}$ représente le nombre d'orientations. Ainsi, pour 4 orientations **[12] [17],** on aura :

$$\mathbf{m = 4}, \qquad \mathbf{k = \{1, 2, 3, 4\}}, \qquad \boldsymbol{\theta_1 = 0}, \ \boldsymbol{\theta_2 = \frac{\pi}{4}}, \ \boldsymbol{\theta_3 = \frac{\pi}{2}}, \ \boldsymbol{\theta_4 = \frac{3\pi}{4}}$$

Remarque : pour certaines textures, les fréquences radiales les plus basses ne sont pas utiles.

II.4 –Représentation graphique et action du filtre de Gabor

Dans ce qui suit, nous allons utiliser le logiciel Matlab afin de modéliser le filtre de Gabor ainsi que ses différents paramètres.

Gabor fonctionne de la même manière que la transformée de Fourier dans le sens où chaque signal peut être représenté comme une superposition linéaire de sinusoïdes gaussiennes.

II.4.1 –Modélisation de l'enveloppe gaussienne

La représentation de l'enveloppe gaussienne **(équation 13)** est illustrée sur la figure suivante :

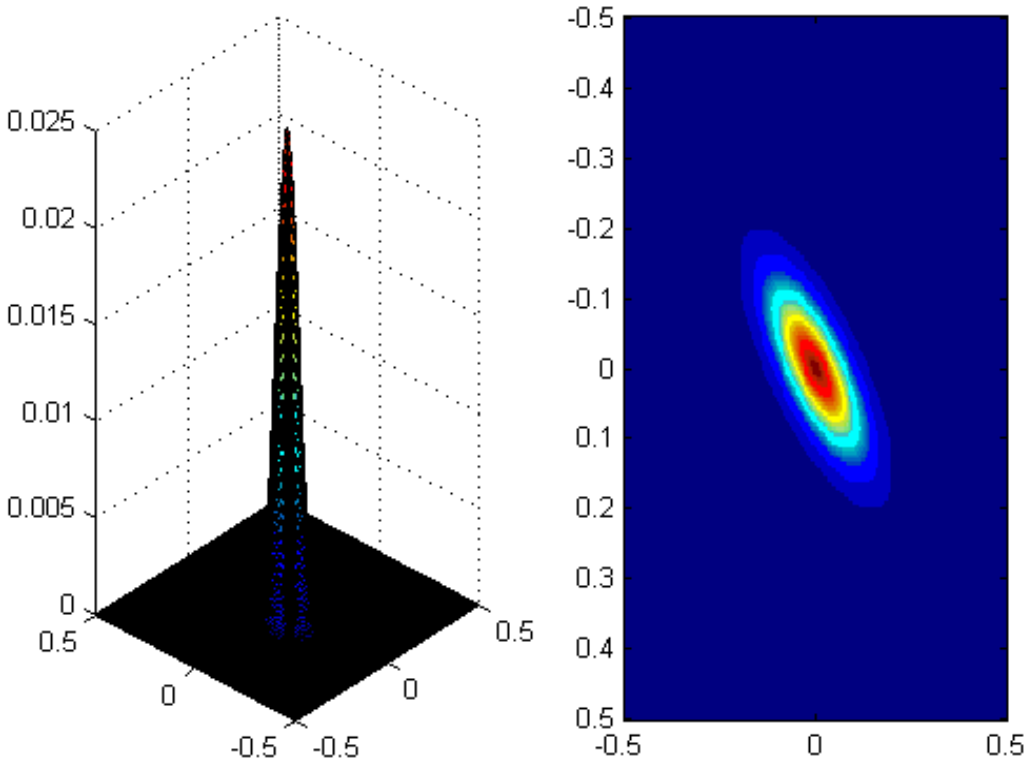


Figure 2.6 : Enveloppe Gaussienne

II.4.2 –Modélisation du filtre de Gabor

Après avoir modélisé notre enveloppe gaussienne, nous allons moduler cette dernière par une sinusoïdale plane afin de constituer et modéliser notre filtre de Gabor. La représentation du filtre de Gabor **(équation 12)** est illustrée sur la **figure 2.7 :**

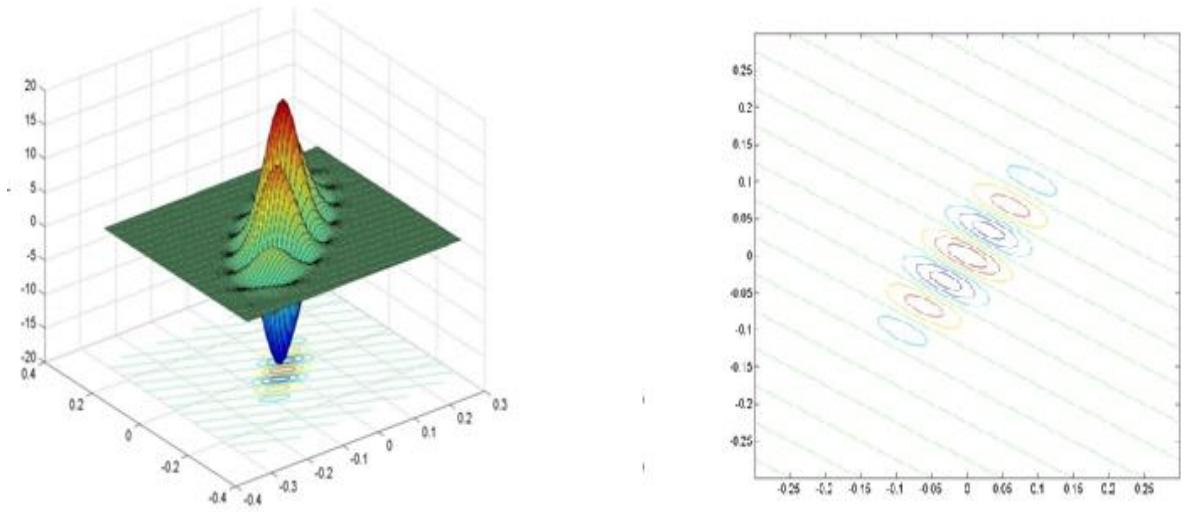


Figure 2.7 –Filtre de Gabor et sa vue de dessus.

Pour comprendre le fonctionnement du filtre de Gabor, il faut tenir compte de l'effet de la fréquence centrale et l'orientation du filtre.

II.4.3 –Modélisation de la transformée de Fourier de Gabor

L'équation (27) représente la transformée de Fourier du filtre de Gabor :

$$\boldsymbol{H(f,v)} = A\left(exp\left\{-\frac{1}{2}\left[\frac{(f-f_0)'^2}{{\sigma_f}^2}+\frac{v'^2}{{\sigma_v}^2}\right]\right\}+exp\left\{-\frac{1}{2}\left[\frac{(f+f_0)'^2}{{\sigma_f}^2}+\frac{v'^2}{{\sigma_v}^2}\right]\right\}\right) \ldots\ldots\ldots \mathbf{(27)}$$

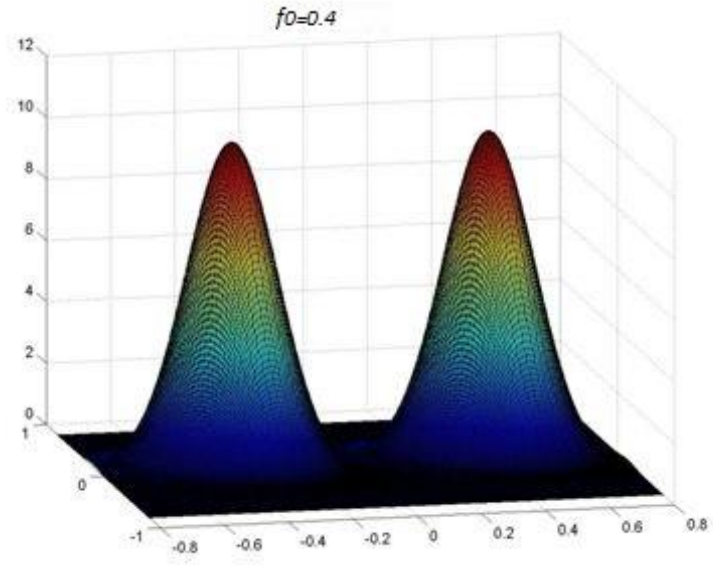


Figure 2.8 : Modélisation de la transformée de Fourier du filtre de Gabor

Cette fonction donne deux gaussiennes, l'une centrée en $-f_0$ et l'autre centrée en $+f_0$.

II.4.3.1 –Angles d'orientation

La **figure 2.9** illustre l'effet de l'orientation du filtre de Gabor suivant les angles : **[0°,45°,90°,135°]** dans le domaine fréquentiel :

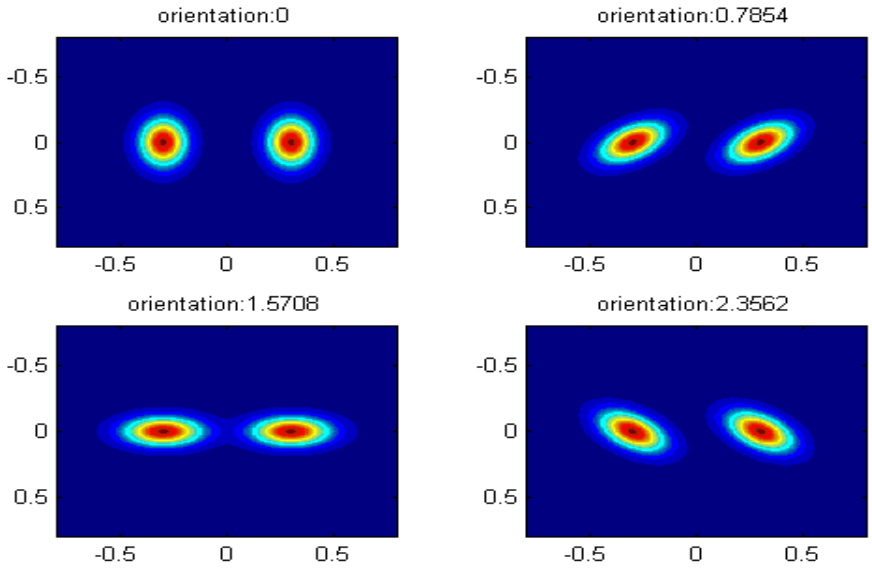


Figure 2.9 : Filtres de Gabor avec pour orientations respectives : 0°, 45°, 90° et 135°.

II.4.3.2 –Fréquence centrale

La **figure 2.10** montre le champ d'action du filtre en fonction des fréquences centrales. Plus cette fréquence est élevée, plus la detection des textures fines est bonne.

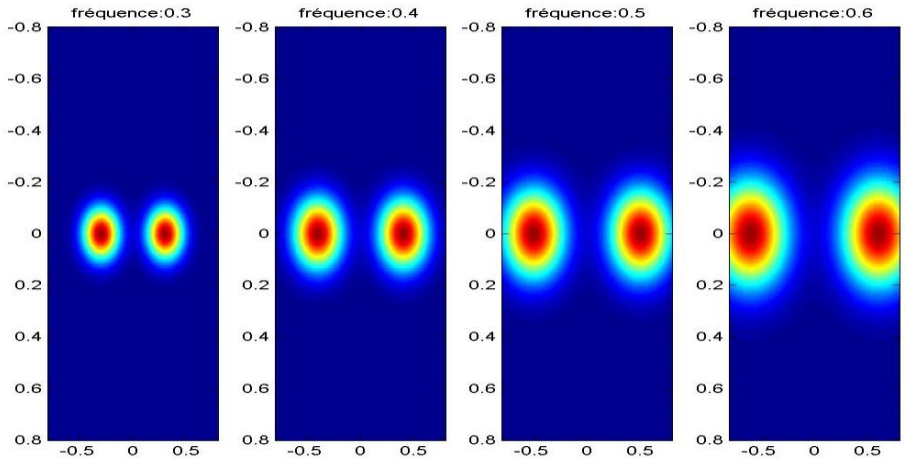


Figure 2.10 : Variation des fréquences du filtre de Gabor par ordre croissant

Si on augmente encore la fréquence, le champ d'action du filtre va dépasser le support physique de l'image. Le filtre n'aura donc aucun effet sur cette dernière. Il faut donc choisir des fréquences qui correspondent le mieux à la taille de notre image.

Par exemple, pour $f_0 = 4$, le filtre a presque casiment disparu, comme on peut le voir sur la **figure 2.11 :**

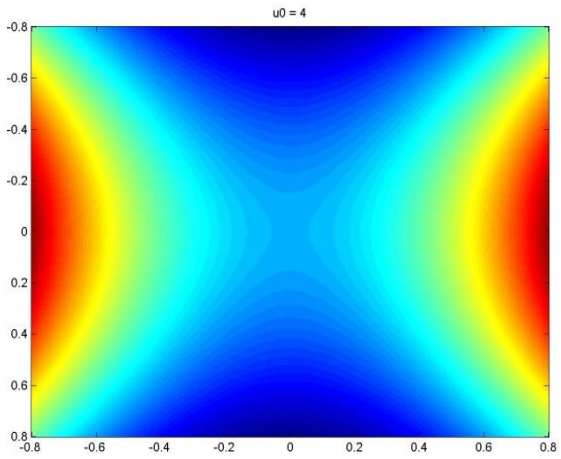


Figure 2.11 : Filtre de Gabor pour une fréquence trop élevée

II.5 –Résolution et taille du filtre

Pour le filtre de base, mis à part l'orientation, on a 4 degrés de liberté : la taille du filtre, la fréquence fondamentale et les écarts type. Entre la taille du filtre et les écarts type, il existe une relation : la taille du filtre doit être suffisamment grande pour que les gaussiennes y tiennent. Dans le cas d'une seule orientation, on trouve que pour une taille 3 fois plus grande que les écarts type, le filtre content au moins **87%** du signal. Si la taille est 4 fois plus grande, le pourcentage est d'au moins **96%.**

Pour un écart type $(\boldsymbol{\sigma_x, \sigma_y})$ plus grand que la taille du filtre **N**, la transformée de Fourier **(TF)** n'est plus une **gaussienne** mais un **sinus cardinal (figure 2.12).**

Notons que la fréquence dépend de la taille **N** du filtre et de sa période **T.**

$$\boldsymbol{f_0} = \frac{N}{T}$$

Le fait de couper la gaussienne en temps est équivalent à convoluer la transformée de Fourier de la gaussienne avec un sinus cardinal en fréquence. Si la taille du filtre ne respecte pas la taille de la gaussienne, la résolution que nous aurons en fréquence sera celle du sinus cardinal, qui est proportionnel à l'inverse de la taille du filtre. Donc, il ne sert à rien d'essayer

d'avoir une bonne résolution en fréquence en utilisant un grand écart type en temps de la gaussienne si après on ne respecte pas la taille.

- **Filtre de Gabor avec des écarts-type << taille du filtre**

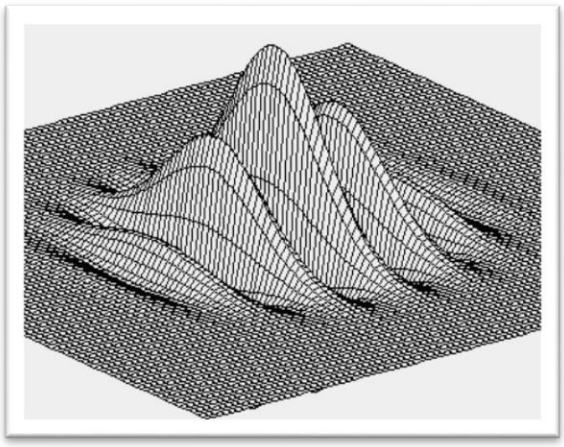


Figure a

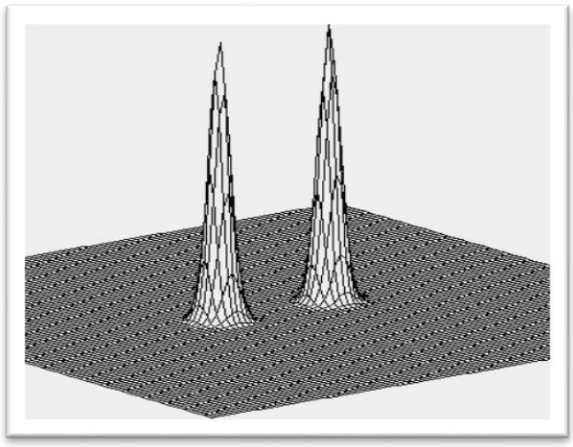


Figure b

- **Filtre de Gabor avec un écart-type > taille du filtre**

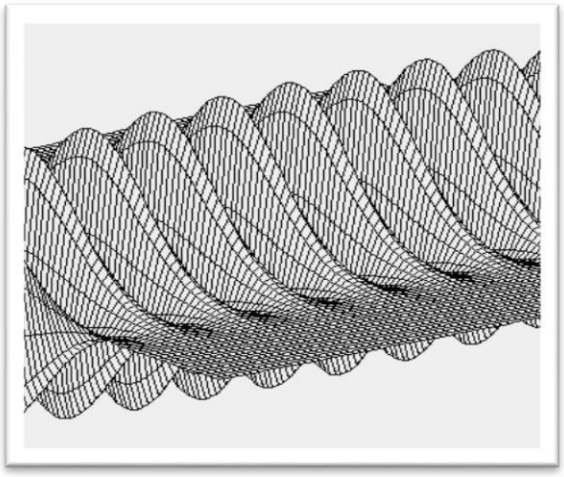


Figure c

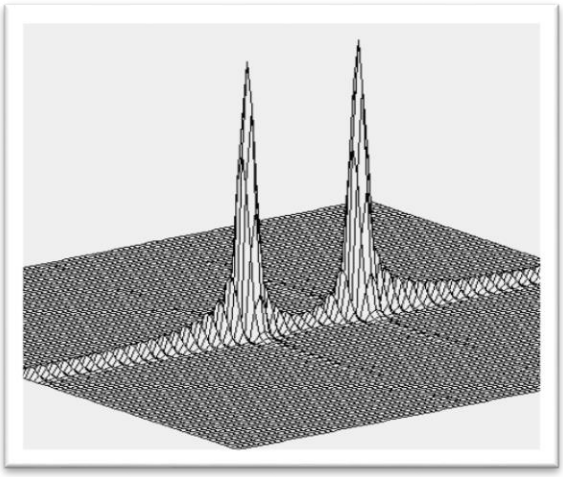


Figure d

Figure 2.12 : **(a-c)** Filtre de Gabor en espace ; **(b-d)** Filtre de Gabor en fréquence.

II.6 – Banc de filtres de Gabor [14]

Dans le domaine fréquentiel, il est possible de créer ce qu'on appelle un banc de filtres de Gabor ou "famille de Gabor" grâce aux quatre paramètres $\{f_0, \theta, \sigma_x, \sigma_y\}$.

L'aspect du filtre dépend de la fréquence, de son orientation et de ces écarts types.

- ✓ L'orientation du filtre définit la direction du filtre (θ)
- ✓ La fréquence définit la sensibilité du filtre (f_0)
- ✓ Les écarts types définissent la largeur du filtre (σ_x, σ_y)

L'association d'un ensemble de filtres de Gabor permet de couvrir plus largement l'espace fréquentiel et de détecter un plus grand nombre d'orientation, le résultat d'un banc de filtre étant la moyenne des résultats des filtres de ce banc.
On définit le coefficient $Q = \Delta f / f_0$, quotient de la largeur fréquentielle sur la fréquence centrale.

Q : C'est un indicateur intéressant lorsqu'on fait de l'analyse multifréquences puisqu'il définit la précision relative du filtre utilisé.

❖ Illustration de l'effet des écarts types σ_x et σ_y

On peut qualitativement repérer plusieurs types de filtres. Pour décrire ces types, on introduit le facteur de forme ∅ d'un filtre comme l'illustre la **figure 2.13**. Un filtre isotrope aura un facteur de forme voisin de un contrairement à un filtre anisotrope.

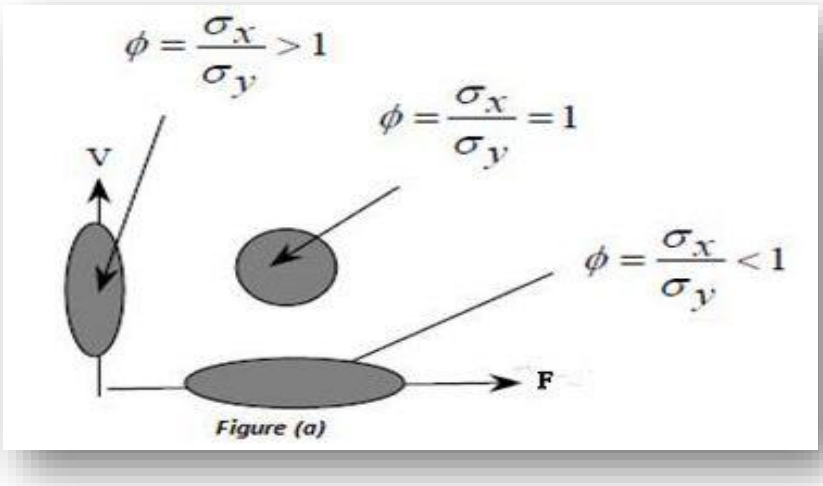


Figure 2.13 : Effet des écarts types sur la gaussienne

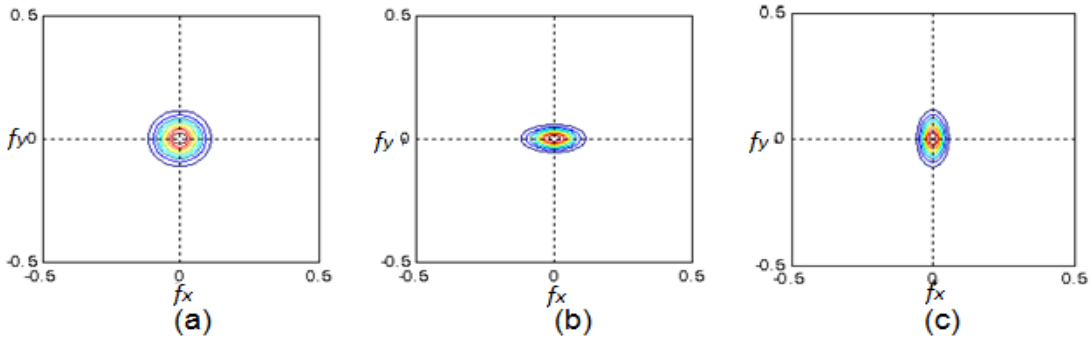


Figure 2.14 : Variation des écarts-types de l'enveloppe gaussienne d'un filtre de Gabor 2D avec $f_0 = 0$

a ➔ $\sigma_x = \sigma_y = 3$, b ➔ $\sigma_x = 3, \sigma_y = 6$, c ➔ $\sigma_x = 6, \sigma_y = 3$

Nous remarquons sur la **figure a** qu'il n y a aucun étirement de la gaussienne (filtre isotrope : $\boldsymbol{\sigma_x = \sigma_y}$). Par contre, on peut voir que la gaussienne subit un étirement suivant le sens de l'axe des x (**figure b**) et suivant le sens de l'axe des y (**figure c**). Dans les deux derniers cas précédents, nous avons affaire à deux filtres anisotropes **($\boldsymbol{\sigma_x \neq \sigma_y}$).**

II.6.1 –Banc de filtre à fréquence centrale nulle

Cette première famille s'avère très sélective en orientation mais pas en fréquence. Pour la construire, nous allons fixer $f_0 = 0$, $\sigma_x = 10$, $\sigma_y = 1$ puis faire varier $\theta = \{0^0, 45^0, 90^0, 135^0\}$ pour obtenir 4 filtres.

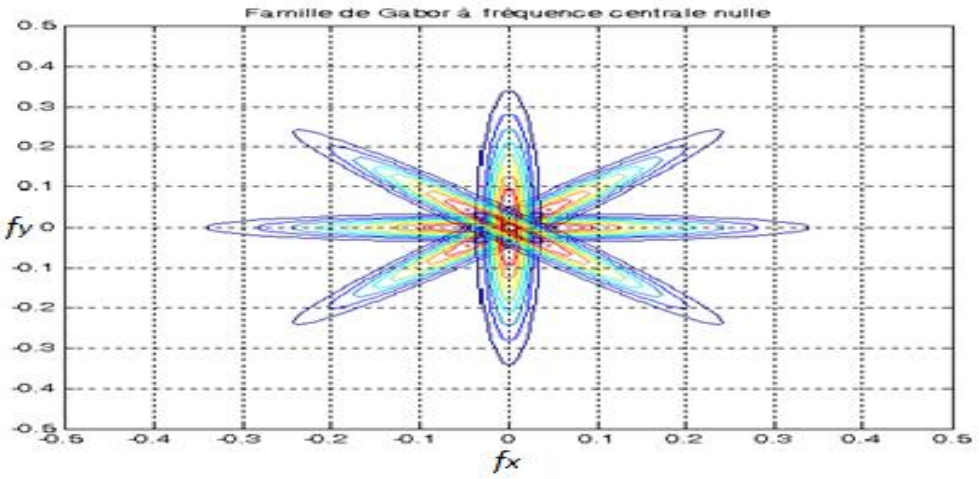


Figure 2.15 : Représentation dans le domaine fréquentiel d'une famille de Gabor à fréquence centrale nulle

II.6.2 –Banc de filtre à Q variable

On garde les 4 valeurs de $\boldsymbol{\theta}$ et on choisit cette fois-ci de faire varier la fréquence centrale f_0 tel que : f_0= {0 ; 0.06125 ; 0.125 ; 0.25}. Afin d'avoir des filtres isotropes, nous allons choisir des écart-types égaux : $\boldsymbol{\sigma_x = \sigma_y = 14.}$ La figure suivante représente notre 2ème famille constituée de 12 filtres :

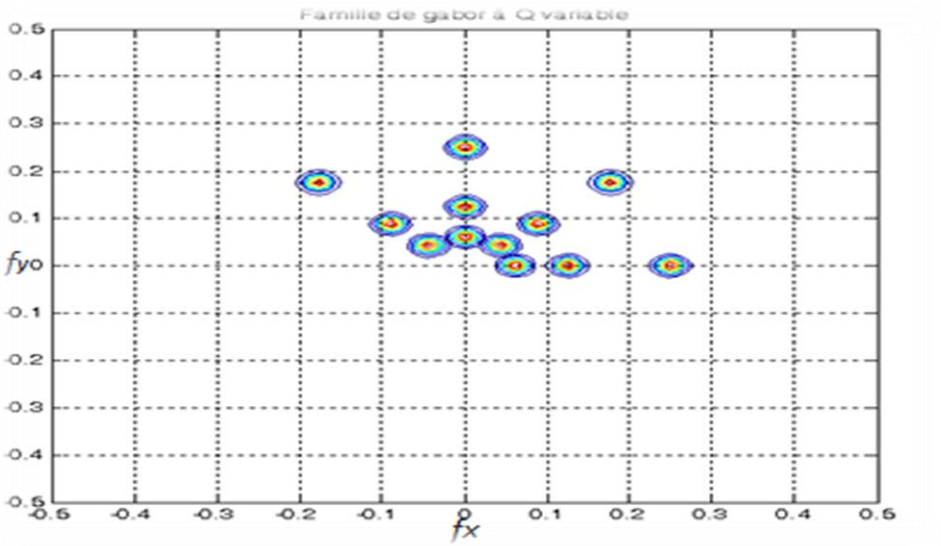


Figure 2.16 : Représentation dans le domaine fréquentiel d'une famille de Gabor à Q variable

Les écarts types étant constants, le coefficient $\boldsymbol{Q = \Delta f / f_0}$ est variable et diminue lorsque $\boldsymbol{f_0}$ croit.

Le filtre défini dans **l'équation 12** dont la transformée de Fourier est représentée dans **l'équation 27** a les mêmes largeurs temporelles et fréquentielles quelque soit la valeur de la fréquence f_0. Il n'est alors pas très pertinent de choisir plusieurs filtres à partir de cette expression.

Nous avons alors pensé à effectuer une analyse multi-résolution (AMR). En fonction de la fréquence centrale du filtre, on choisit une résolution différente. On définit deux nouveaux paramètres qui seront constants pour un banc de filtres :

$$\boldsymbol{\gamma = |f_0|\sigma_x\sqrt{2}}$$
$$\boldsymbol{\eta = |f_0|\sigma_y\sqrt{2}}$$

Nous pouvons intuitivement voir que si $\boldsymbol{|f_0|}$ augmente, $\boldsymbol{\sigma}$ diminue et donc la largeur fréquentielle du filtre augmente. A présent, nous allons insérer ces deux nouveaux paramètres dans les équations **(12)** et **(27)**, on obtient :

$$\boldsymbol{\psi(x,y)} = \frac{{f_0}^2}{\gamma\eta\pi} exp\left(-\frac{{f_0}^2}{\gamma}x'^2 - \frac{{f_0}^2}{\eta^2}x'^2\right) \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (\mathbf{29})$$

Avec :

$$\boldsymbol{x'} = x * \cos\theta + y * \sin\theta$$
$$\boldsymbol{y'} = -x * \sin\theta + y * \cos\theta$$

La transformée de Fourier de $\psi(x,y)$:

$$\boldsymbol{TF\left(\psi(x,y)\right) \rightleftharpoons \Psi\left(f_x, f_y\right)}$$

$$\boldsymbol{\Psi\left(f_x, f_y\right)} = exp\left(-\frac{\pi^2}{{f_0}^2}\left(\gamma^2(f_x' - f_0)^2 + \eta^2 {f_y'}^2\right)\right) \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (\mathbf{30})$$

Avec :

$$\boldsymbol{f'_x} = f_x * \cos\theta + f_y * \sin\theta$$
$$\boldsymbol{f'_y} = -f_x * \sin\theta + f_y * \cos\theta$$

II.6.3 –Banc de filtre à Q constante

Dans cette section, notre nouvelle expression de $\boldsymbol{\psi(x,y)}$ définie par **l'équation 29** nous permet d'obtenir des filtres dont le quotient $\boldsymbol{Q = \Delta f / f_0}$ est constant. Ceci est obtenu en augmentant $\boldsymbol{f_0}$ et Δ_f simultanément. C'est ainsi que la précision relative reste la même.

Pour cette nouvelle famille, nous allons choisir de garder les mêmes paramètres $\boldsymbol{f_0}$ et $\boldsymbol{\theta}$ tout en fixant $\boldsymbol{\gamma = \eta = 14}$ afin d'avoir des filtres isotropes dans un premier temps. Notre 3ème famille de 12 filtres est représentée dans la figure suivante :

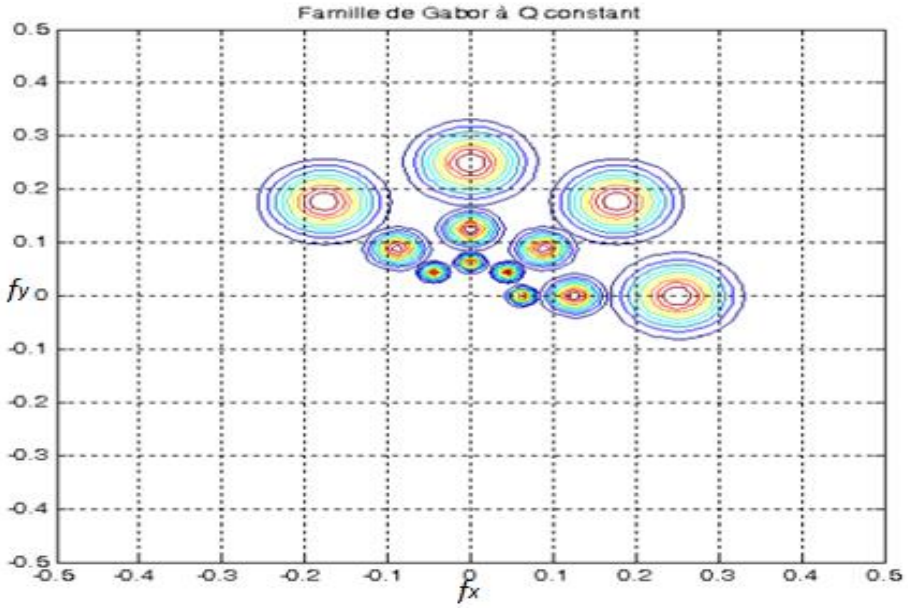


Figure 2.17 : Représentation dans le domaine fréquentiel d'une famille de Gabor à Q constant avec des gaussiennes isotropes.

Dans ce cas de figure, les écarts-types sont variables, ils diminuent lorsque $\boldsymbol{f_0}$ augmente. Ainsi, la bande passante du filtre augmente avec la fréquence et $\boldsymbol{Q = \Delta f / f_0}$ devient constant.

Notre banc de filtre sur la **figure 2.16** permet d'avoir une bonne sélectivité en orientation mais pas en fréquence, quant au banc de filtre sur la **figure 2.17** permet d'avoir une bonne sélectivité en fréquence mais pas en orientation. Nous décidons alors de complexifier notre banc de filtres en utilisant des gaussiens non isotropes afin de pouvoir maitriser la sélectivité en fréquence et en orientation.

Comme mentionné dans le paragraphe **II.6**, la forme de la gaussienne est définie par $\frac{\boldsymbol{\sigma_x}}{\boldsymbol{\sigma_y}}$

On peut modifier cette écriture en introduisant un dernier paramètre :

$$\boldsymbol{\lambda = \frac{\gamma}{\eta}}$$

- Si $\boldsymbol{\lambda = 1}$, nous sommes dans le cas le plus simple de gaussiennes isotropes (**fig. 2.17**)

- Si $\boldsymbol{\lambda < 1}$**,** les ellipses sont arrangées tangentiellement aux cercles de rayons égaux aux valeurs de f_0. On conserve exactement les mêmes paramètres à la différence de $\boldsymbol{\eta}$ qui passe de 1.5 à 3. On résume les caractéristiques pour notre 4ème famille constituée de 12 filtres,$\boldsymbol{f_0} = (0, 0.06125, 0.125, 0.25)$**,** $\boldsymbol{\theta}$ et on fixe $\boldsymbol{\gamma = 1.5}$ $\boldsymbol{et}$ $\boldsymbol{\eta = 3}$ **(Fig 2.18).**

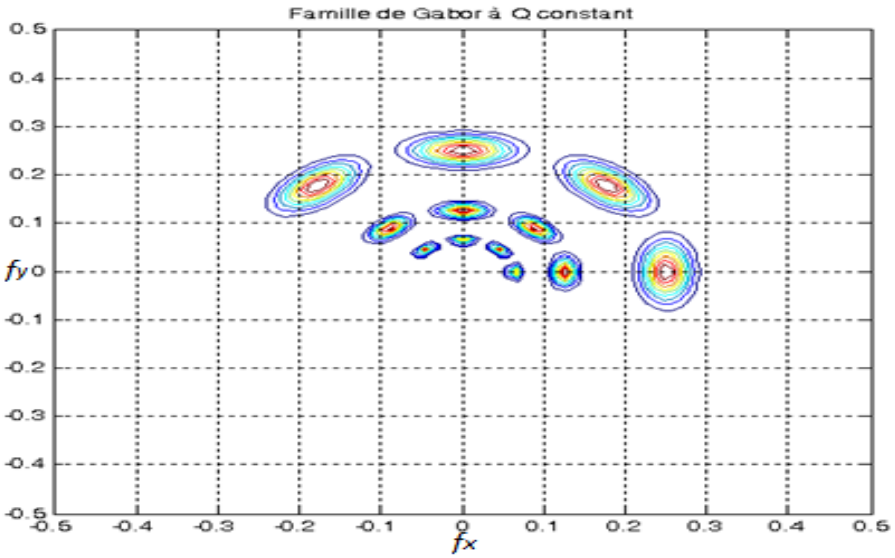


Figure 2.18 : Représentation dans le domaine fréquentiel d'une famille de Gabor à Q constant avec $\boldsymbol{\lambda < 1}$.

- Si $\boldsymbol{\lambda > 1}$, les éllipses sont arrangées radialement par rapport aux cercles de rayons égaux aux valeurs de $\boldsymbol{f_0}$ **(fig 2.19).** Pour cette 5ème famille, les paramètres choisis sont quasi-identiques à ceux du paragraphe précédent, on a seulement inversé les valeurs de $\boldsymbol{\gamma = 3}$ ***et*** $\boldsymbol{\eta}$ **=1.5.**

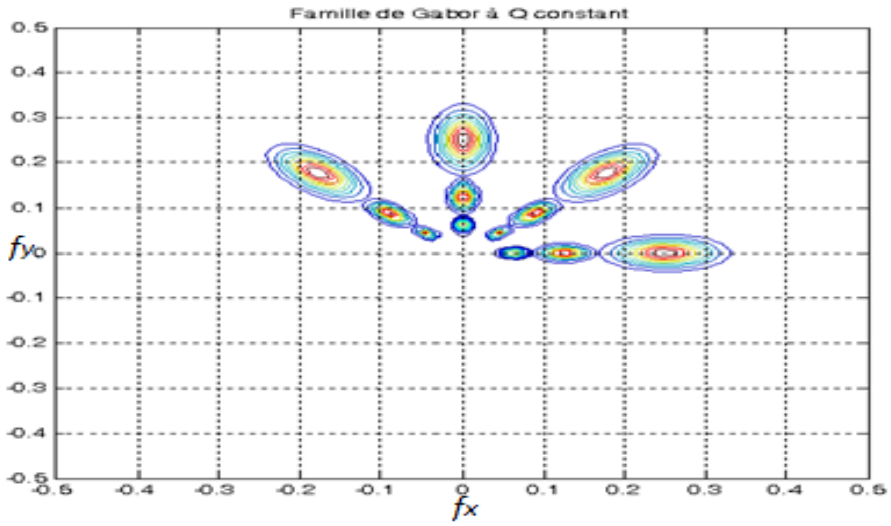


Figure 2.19 : Représentation dans le domaine fréquentiel d'une famille de Gabor à Q constant avec $\boldsymbol{\lambda > 1}$

Nous avons présenté 5 familles de filtres. La 1ère est un banc de filtres simple où $f_0 = 0$. Ensuite, on a représenté un banc de filtres multifréquences où **Q** est variable puis trois familles de filtres multifréquences où **Q** est constant.

II.7 –Filtrage d'images [11]

L'image est considérée comme un ensemble de points (pixels). Pour filtrer une image, on va commencer par la lire sous **Matlab**, pour cela on va utiliser la commande **« imread ».** La représentation d'une image sous **Matlab** se fait sous forme d'une matrice de **N** lignes et de **M** colonnes avec une taille de N*M points ou pixels.

Soit $A = [a(i,j)]$ une matrice, où : $1 \leq \boldsymbol{i} \leq N$ et $1 \leq \boldsymbol{j} \leq M$.

Le nombre $a(i,j)$ caractérise l'intensité des pixels de l'image. Pour une image en niveau de gris, chaque pixel possède une intensité comprise entre 0 et 255 (image codée sur 8 bits)

La transformée de Fourier discrète d'une image $I(i\ j)$:

$$\boldsymbol{TF}[\boldsymbol{I}(\boldsymbol{i},\boldsymbol{j})] = I'(f,v) = \frac{1}{NM}\sum_{i=0}^{N-1}\sum_{j=0}^{M-1} I(i,j)exp\left[-j2\pi\left(\frac{i\ f}{N}+\frac{j\ v}{M}\right)\right]$$

La transformée de Fourier inverse :

$$\boldsymbol{TF}^{-1}[\boldsymbol{I}'(\boldsymbol{f},\boldsymbol{v})] = I\ (i,j) = \frac{1}{NM}\sum_{f=0}^{N-1}\sum_{v=0}^{M-1} I'(f,v)exp\left[j2\pi\left(\frac{i\ f}{N}+\frac{j\ v}{M}\right)\right]$$

Figure 2.20 : Module de la transformée de Fourier d'une image en niveau de gris

Il existe deux méthodes pour le filtrage :

- Le filtrage spatial
- Le filtrage fréquentiel

Dans notre étude, nous allons nous intéresser au filtrage fréquentiel puisque c'est la méthode la plus rapide et la plus efficace.

L'implantation du filtre de Gabor peut se réaliser soit par convolution dans le domaine spatial, soit pat multiplication dans le domaine de Fourier.

Il existe deux grandes classes de représentations : temporelle et fréquentielle. Ces deux représentations sont reliées entre elles par l'intermédiaire de la transformée de Fourier.

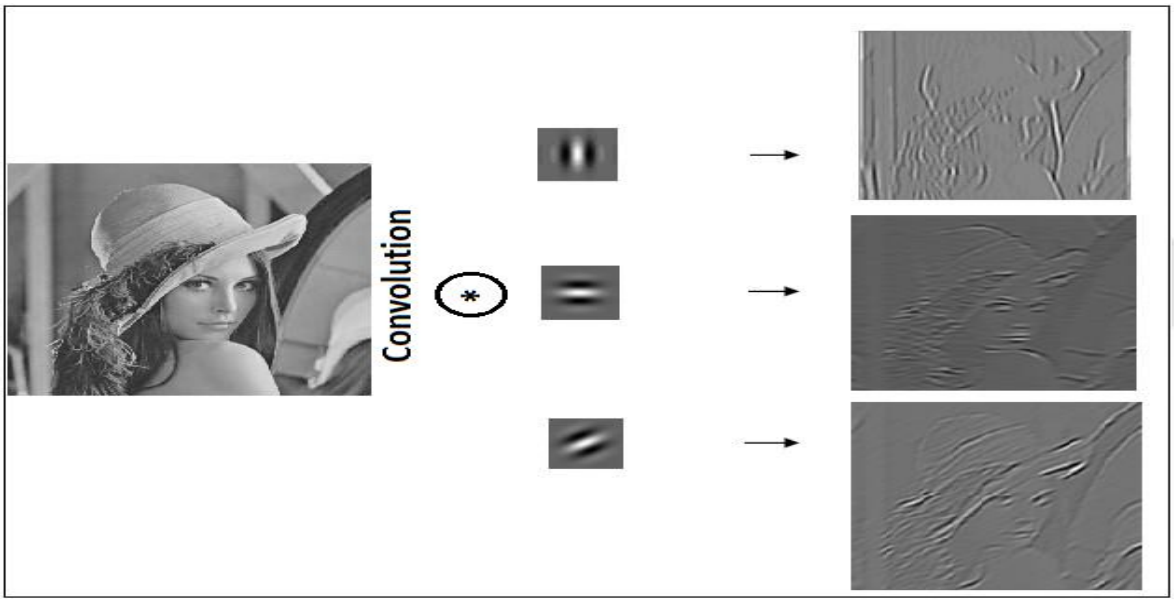


Figure 2.21 : Résultat de la convolution d'une image avec un filtre de Gabor à 3 orientations séparées.

Le but du filtrage dans le domaine de Fourier (fréquentiel) est de sélectionner l'ensemble des fréquences qui composent la région à détecter. Ce filtrage peut être effectué avec plusieurs types de filtres : les filtres de Laws, les filtres en anneau et en coin, les ondelettes. L'un des filtres le plus utilisé est le filtre de Gabor.

Le filtre de Gabor n'est qu'une fréquence pure modulée par une gaussienne, c'est-à-dire, un filtre passe bande avec une enveloppe gaussienne. Ce filtre est très répandu du fait de sa propriété de résolution optimale conjointe en fréquence et en temps.

En plus, des études physiologiques sur les mammifères ont montré que l'on peut assimiler le fonctionnement de certains neurones du cortex visuel à ce type de filtre.

Le filtre de base que nous avons utilisé est un filtre de Gabor à symétrie paire et orientation nulle. Pour obtenir des autres orientations, il suffit d'effectuer une rotation des axes coordonnés.

Selon les différents types d'images, le filtre peut avoir plusieurs directions privilégiées. Dans ce cas-là, le filtre final est une somme du filtre de base placé à chaque direction.

II.8 –Transformée non linéaire

Une fois l'image filtrée, nous allons lui appliquer une fonction non linéaire pour calculer son énergie. Cette opération consiste à faire le carré du niveau de chaque pixel. Ainsi, l'image sera rectifiée en transformant toutes les valeurs négatives en positives. Enfin, on va procéder à l'estimation de l'énergie en chaque pixel en exploitant les pixels qui l'entourent.

L'application du filtre de Gabor suivi de cette transformation non-linéaire permettent de simuler la réponse du système visuel humain. Cette transformation non-linéaire a pour expression **[15] [17]** :

$$\Psi(t) = \tanh(\alpha t) = \frac{1 - e^{-\alpha t}}{1 + e^{-\alpha t}}$$

Nous allons choisir $\alpha = 0.25$ car cette valeur nous permet d'avoir une saturation rapide **[17].**

En appliquant cette transformation à la **figure a**, nous obtenons la **figure b**, comme illustré ci-dessous :

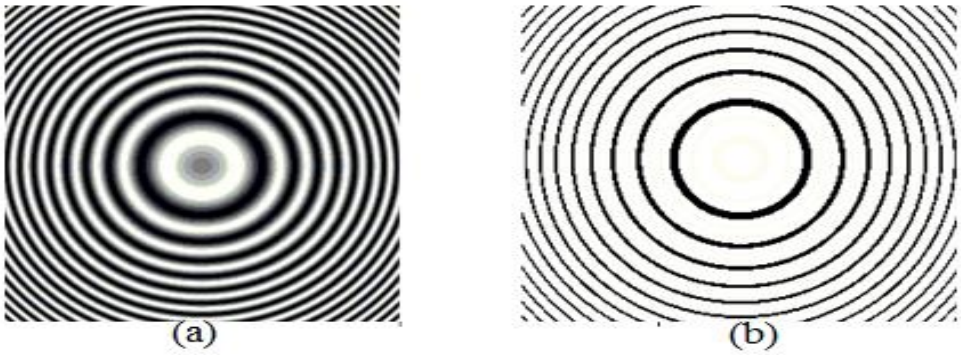


Figure 2.22 : Image « Mire » et sa non linéarisation

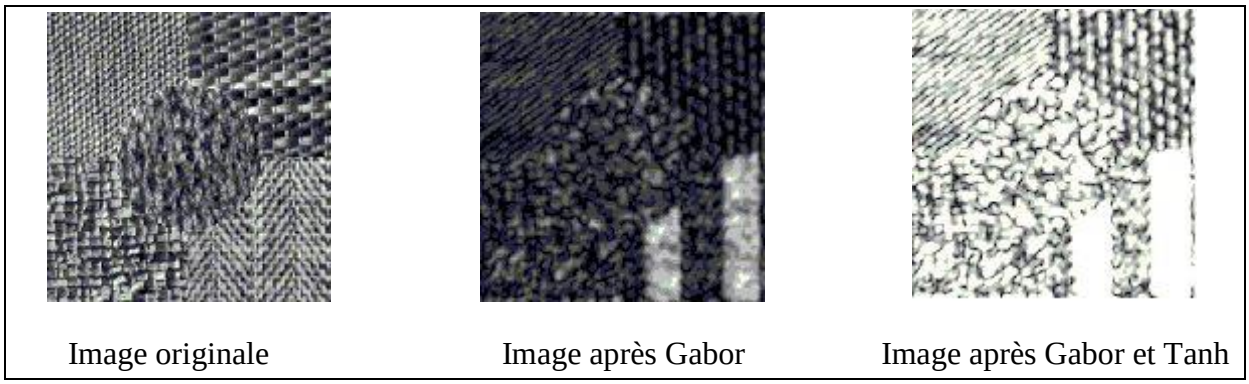


Figure 2.23 : Application du filtre de Gabor suivi du filtre non linéaire sur une image 'mosaïque'

L'application des filtres de Gabor est effectuée en calculant la convolution de l'image avec une fonction réglée à une des textures. Le processus est montré dans l'équation suivante :

$$q(x, y) = p(x, y) * h(x, y)$$

$q(x, y)$ est le pixel filtré de l'image résultat.
$h(x, y)$ est le filtre de Gabor
$p(x, y)$ est le pixel de l'image original.

II.9 –Segmentation

Voyons maintenant l'effet des filtres de Gabor sur la segmentation d'image. Pour cela, nous utilisons « l'image mosaïque »

- **Segmentation d'image avec Gabor :**

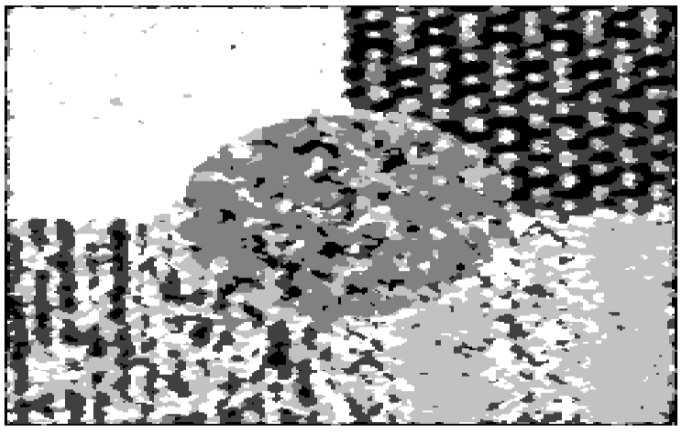


Figure 2.24 : Segmentation d'une image 'Mosaïque' avec Gabor sans normalisation

II.10 -Conclusion

Les filtres de Gabor ont la particularité de faire ressortir certaines fréquences et certaines orientations, ce qui nous permet d'identifier les différentes zones homogènes d'une image.

L'application du filtre de **Gabor** suivie de **tanh** rend l'image plus claire et nous permet d'avoir plus d'informations par rapport à l'image originale.

Chapitre III : Tests et résultats sur des images médicales

Partie I

Introduction au logiciel Matlab dans le domaine de traitement d'images

III.1 –Introduction

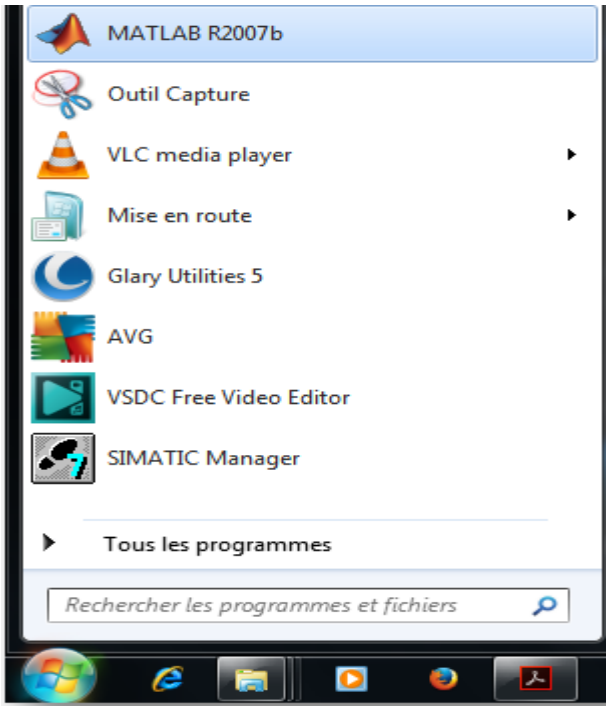
MATLAB « MATrix LABoratory » est un logiciel qui a été conçu pour fournir un environnement de calcul numérique de haut niveau. Il est particulièrement performant pour le calcul matriciel car sa structure de données interne est basée sur les matrices. Il dispose également de grandes capacités graphiques pour visualiser et analyser des objets mathématiques complexes. Son fonctionnement repose sur un langage de programmation interprété qui permet un développement très rapide.

MATLAB est associé à des boites à outils appelées TOOLBOX permettant d'accéder à des fonctions spécifiques à un domaine d'application comme le traitement d'images.

III.2 –Prise en main du logiciel Matlab

III.2.1-Lancement

Pour lancer Matlab sous Windows, il suffit de faire un double click sur l'icône « Matlab » se trouvant sur le bureau ou un seul click sur le menu démarrer.



Si l'on travaille sous Unix, nous devons taper la commande « **Matlab** ».

L'interface Matlab se compose de plusieurs fenêtres. Parmi ces dernières, on trouve :

- La fenêtre « **Workspace** » permet de gérer les variables utilisées.
- La fenêtre «**Command History** » indique les dernières commandes effectuées.
- La fenêtre «**Current Directory** » gère l'emplacement des fichiers. Celui-ci sera utile pour le travail avec les m-files.
- La fenêtre «**Command Window** » se présente sous forme d'une fenêtre affichant un prompt **« >> »,** c'est dans cette dernière qu'il faudra introduire toutes les commandes Matlab. Il est à noter que toutes les commandes sont en minuscules et en anglais. Lorsqu'on entre une commande, Matlab affiche systématiquement le résultat de cette commande dans cette même fenêtre.

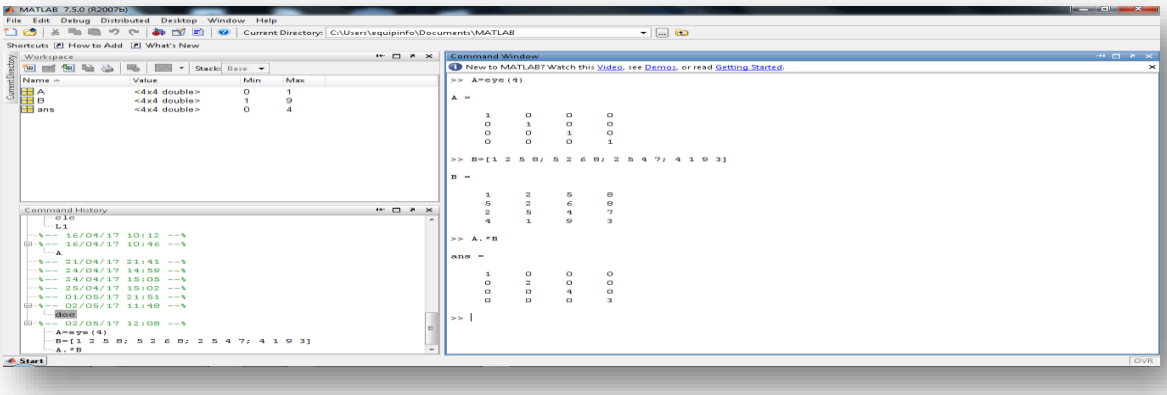


Figure 3.1 : Interface Matlab

III.2.2 –Création d'un programme sous Matlab

Il est difficile de donner directement des instructions permettant de générer sans erreur des séquences d'opérations très complexes. C'est pourquoi, nous utilisons le fichier M-File pour le développement de nos programmes.

Pour créer un fichier M-File, il suffit de suivre les étapes suivantes :

- Cliquer sur « **File** » (une liste apparaitra)
- choisir **New ➔ M-File** (ceci fait apparaitre une nouvelle fenêtre « **Editor** »)

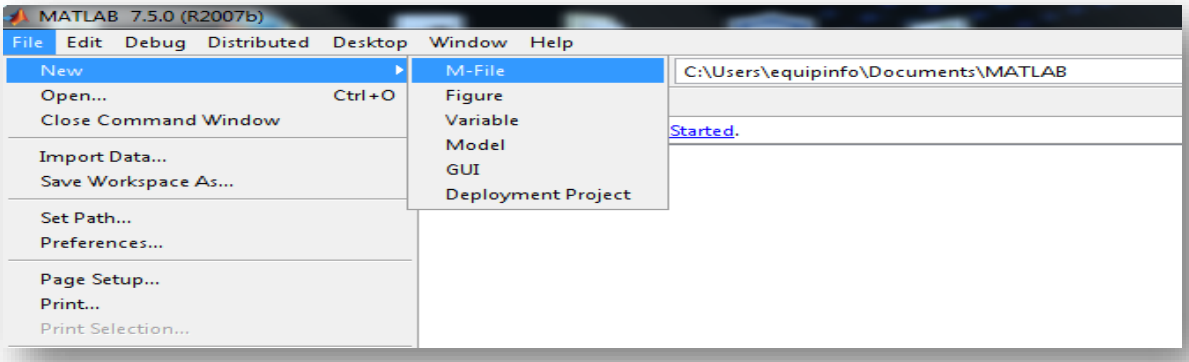


Figure 3.2 : Ouverture d'une fenêtre « Editor »

- Développer notre programme sur la fenêtre « **Editor** »

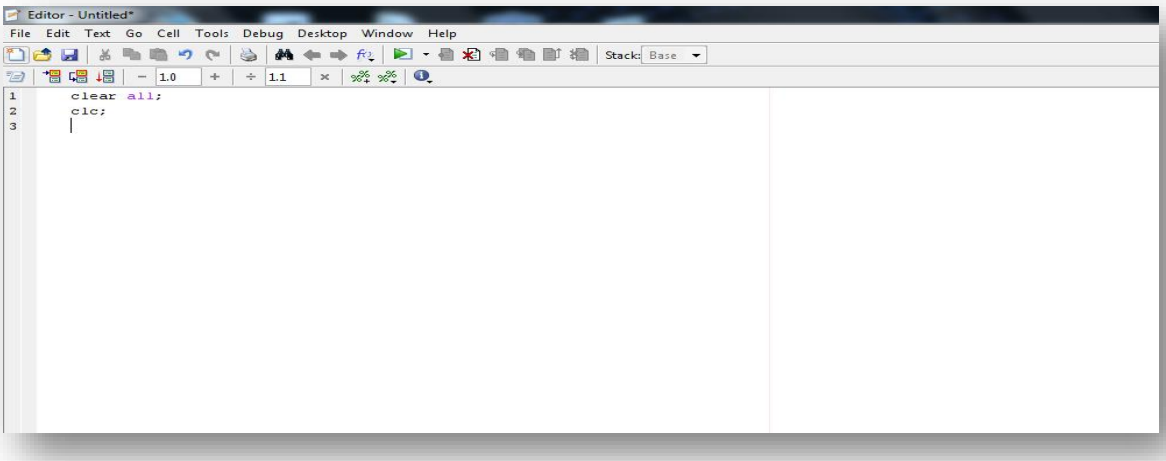


Figure 3.3 : Fenêtre « Editor »

- Enregistrer le programme sous la forme « **Nomduprogramme.m** »

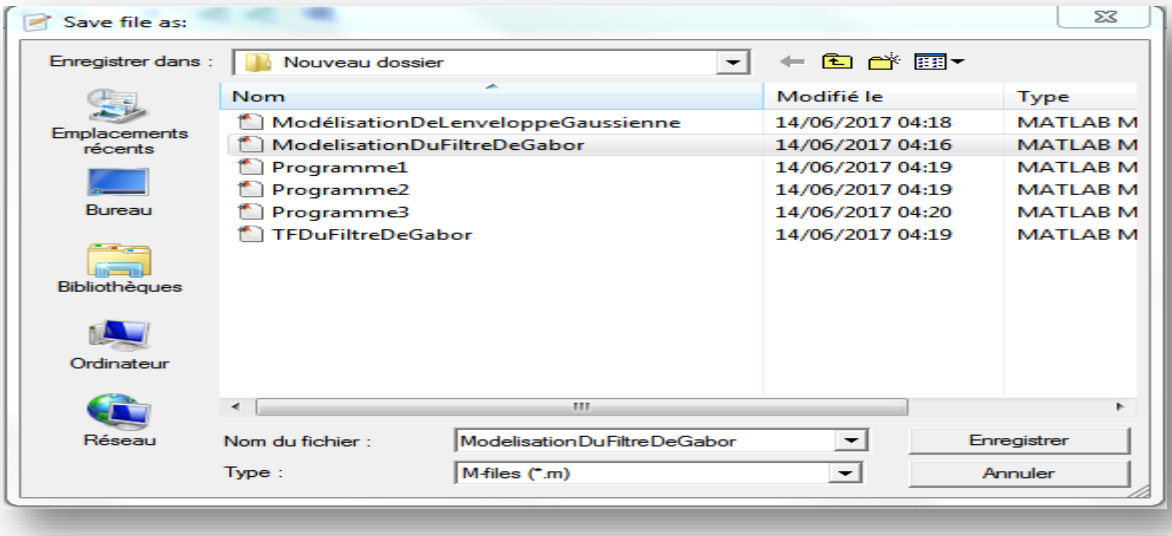


Figure 3.4 : Enregistrement des programmes.

Matlab reconnaitra par la suite cette extension lorsqu'on lui demandera l'exécution dans la fenêtre de commande.

Par exemple, pour exécuter le programme enregistré dans le fichier **« ModelisationDuFiltreDeGabor.m »,** il faudra taper dans la fenêtre « Command Window » la commande :

>> ModelisationDuFiltreDeGabor.

Ou d'une autre manière, en utilisant le menu « **Debug** » qui permet d'enregistrer et d'exécuter les **programmes.m** écrits sous l'éditeur. **Debug ➔ Run.**

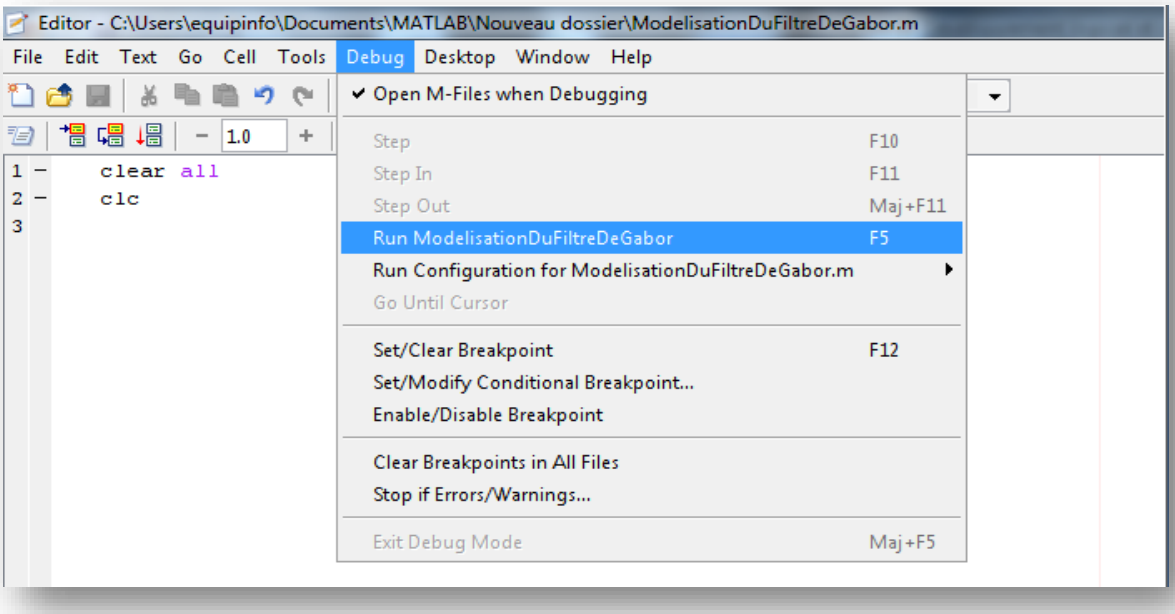


Figure 3.5 : Exécution d'un programme dans un fichier M-file

Il est important de connaitre l'emplacement de nos fichiers enregistrés pour pouvoir les retrouver, modifier si besoin et enfin les exécuter.

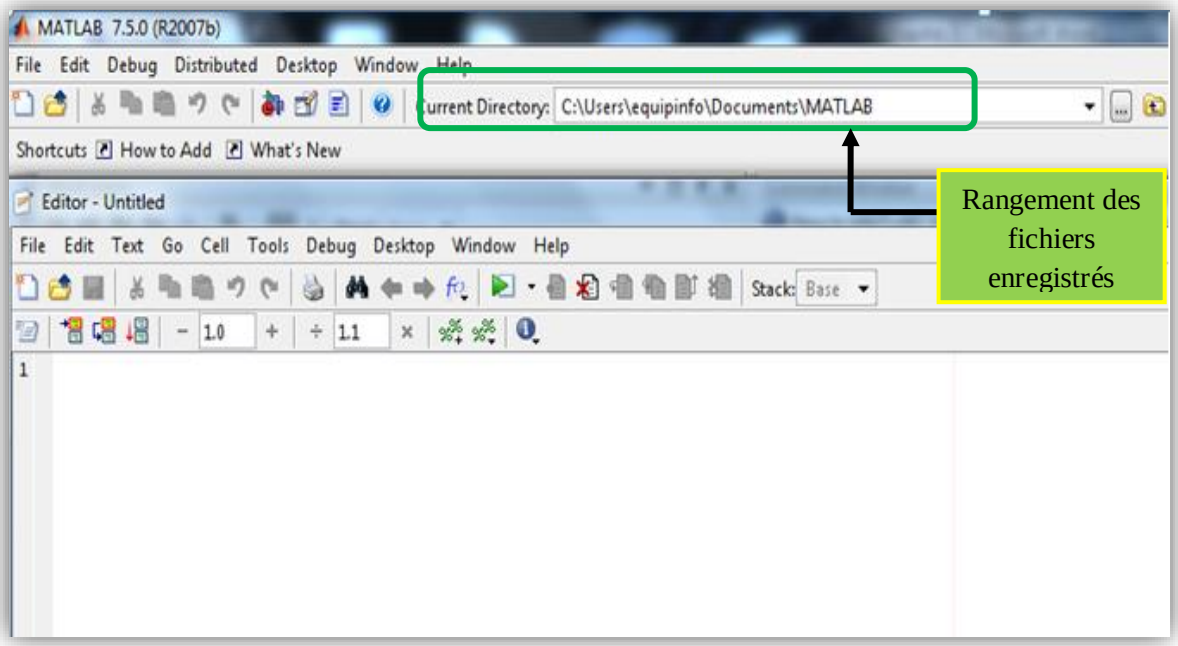


Figure 3.6 : Utilité du « Current directory »

III.2.3 –Toolboxes [18]

Les toolboxes sont réellement des caisses à outils comportant une collection de fonctions relatives à plusieurs domaines scientifiques et techniques. Nous allons nous intéresser aux toolboxes concernant le traitement d'images.

Le toolbox « **images** » est une collection de fonctions spécialisées dans le traitement des images appliqué à des domaines aussi variés que l'imagerie médicale, la télédétection et le contrôle non destructif.

Il existe trois Toolboxes MATLAB spécifiques liés à l'acquisition, l'analyse et au traitement des images :

- **Image acquisition Toolbox** : Acquisition d'images et de vidéos à partir d'un matériel industriel.
- **Image processing Toolbox** : analyse et traitement d'images.
- **Mapping Toolbox** : Analyse et visualisation de données géographiques

II.2.4 – L'image sous MATLAB

Le logiciel MATLAB en tant qu'outil optimisé pour le calcul matriciel convient parfaitement pour le développement rapide d'algorithmes et de programmes pour la manipulation d'images numériques.

Une image sous Matlab est une matrice bidimensionnelle de valeurs entières ou réelles. Les principales fonctions de traitement d'images sous Matlab se trouvent dans la boite à outils (toolbox) « ***image processing*** ». L'aide sur cette boite à outils est obtenue en tapant « ***help images*** **»** en ligne de commande de Matlab. Ensuite, l'aide sur une commande particulière est obtenue en tapant ***help*** suivi du nom de la commande, par exemple : « ***help edge*** **».**

- **Représentation spatiale d'une image :** Les images en niveau de gris sont représentées par des matrices 2D, les images couleurs par des matrices 3D. On accède à un pixel grâce à son indice de ligne et son indice de colonne. Le premier pixel d'une image est le pixel en haut à gauche. Cette représentation est appelée représentation spatiale d'une image.
- **Lecture, écriture, affichage d'une image :** Matlab est capable de lire et de décoder les fichiers images JPEG, TIFF, BMP, PNG, PCX.. . Une image sous Matlab est représentée sous forme d'une matrice. Avant de traiter une image sous Matlab, il faut la lire et décoder son format afin de la transformer en une matrice de valeurs.

  Matlab peut lire des images codées sur 8, 16, 24 ou 32 bits.

  Pour la lecture d'une image, on utilise la fonction « **imread** ». Pour l'écriture d'une image, la fonction « **imwrite** » et pour l'affichage, la fonction « **imshow** ».

- **Les images tests :** Une multitude d'images tests sont disponibles avec ou sans les toolboxes spécifiques au traitement d'images. Chaque image est enregistrée dans un fichier « **.mat »** et chacun de ces fichiers comporte deux variables.
  Le chargement de ces images s'effectue avec la fonction « **load** ».

L'objectif du traitement d'image sous Matlab est de présenter la notion d'image et d'effectuer des opérations simples d'analyse d'images telles que la détection de contours, le changement d'espace de couleur etc.

III.3 –Imagerie médicale

L'imagerie médicale regroupe les moyens d'acquisition et de restitution d'images du corps humain à partir de différents phénomènes physiques tels que l'absorption des rayons X, la résonance magnétique nucléaire, la réflexion d'ondes ultrasons ou la radioactivité auxquels on associe parfois les techniques d'imagerie optique comme l'endoscopie. Apparues pour les plus anciennes au XXème siècle, ces technologies ont révolutionné la médecine grâce au progrès de l'informatique en permettant de visualiser indirectement l'anatomie, la physiologie ou le métabolisme du corps humain. Développées comme outil diagnostique, elles sont aussi largement utilisées dans la recherche biomédicale pour mieux comprendre le fonctionnement de l'organisme **[19].**

III.3.1 – Le principe de l'imagerie médicale

Le principe de l'imagerie médicale est de créer une représentation visuelle intelligible d'une information à caractère médical. Cette problématique s'inscrit plus globalement dans le cadre de l'image scientifique et technique : l'objectif est en effet de pouvoir représenter sous un format relativement simple une grande quantité d'informations issues d'une multitude de mesures acquises selon un mode bien défini.

L'image médicale obtenue peut être traité avec des outils informatiques pour obtenir plus d'information, par exemple :

- Une reconstruction tridimensionnelle (**3D**) d'organe ou d'un tissu humain.
- Analyser l'évolution ou les mouvements d'un organe au cours du temps.

Dans un sens plus large, le domaine de l'imagerie médicale englobe toutes les techniques permettant de stocker et de manipuler ces informations.

Dans la suite de ce chapitre, nous allons présenter un aperçu général sur la rétine et le cerveau, avant de tester leurs images agiographiques par le filtre de Gabor et afficher les résultats obtenus.

III.4 –Œil humain :

L'œil est l'organe de la vision de l'être humain ; il lui permet de capter les vibrations électromagnétiques de la lumière, pour ensuite les analyser et interagir avec son environnement. L'œil humain permet de distinguer les formes et les couleurs **[20].**

La science qui étudie **l'œil** s'appelle **l'ophtalmologie**.

Les principaux éléments qui composent l'œil humain sont représentés sur la **figure 3.7**

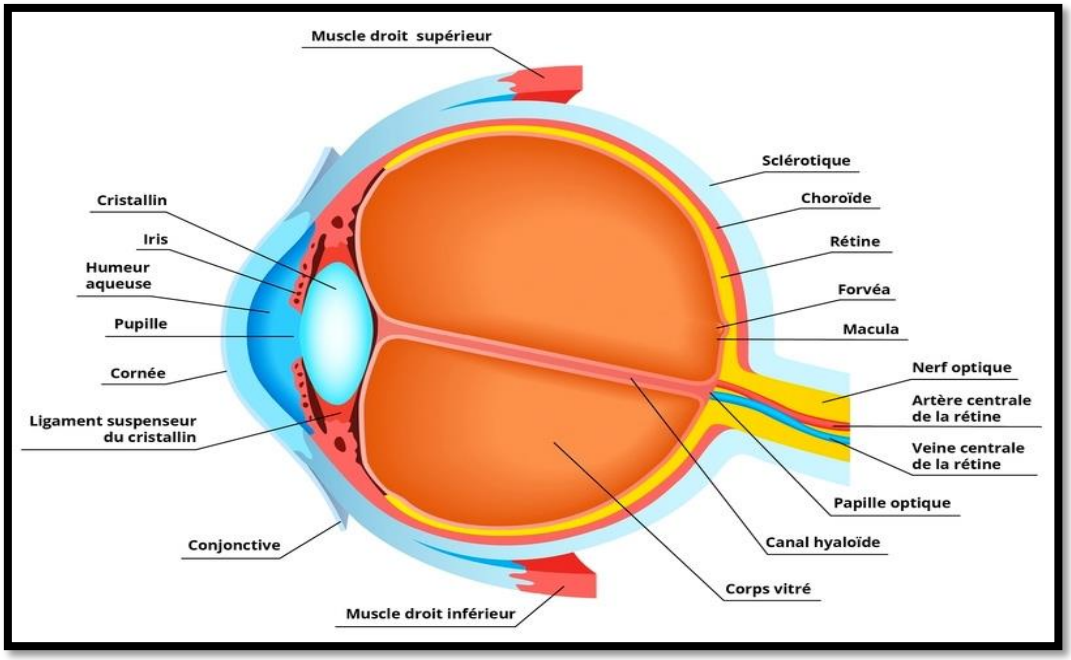


Figure 3.7 : Coupe de l'œil humain

III.4.1 –La rétine

La **rétine** est l'organe sensible de la **vision**. Elle est constituée d'une mince membrane pluristratifiée d'environ 0.5 mm d'épaisseur couvrant environ 75% de la face interne du globe oculaire et intercalée entre l'humeur vitrée et l'épithélium pigmentaire sous-choroïdal. Sa partie sensible à la lumière se compose de photorécepteurs captant les signaux lumineux et les transformant en signaux électro-chimiques. Elle se compose aussi de neurones qui à leur tour intègrent ces signaux chimiques (neurotransmetteurs) en signaux électriques à l'origine de potentiels d'action mais aussi de cellules gliales. Ces potentiels d'action générés par les cellules ganglionnaires seront acheminés par les nerfs optiques vers l'encéphale par les corps géniculés latéraux.

La rétine est vascularisée par l'artère et la veine dites centrales de la rétine.

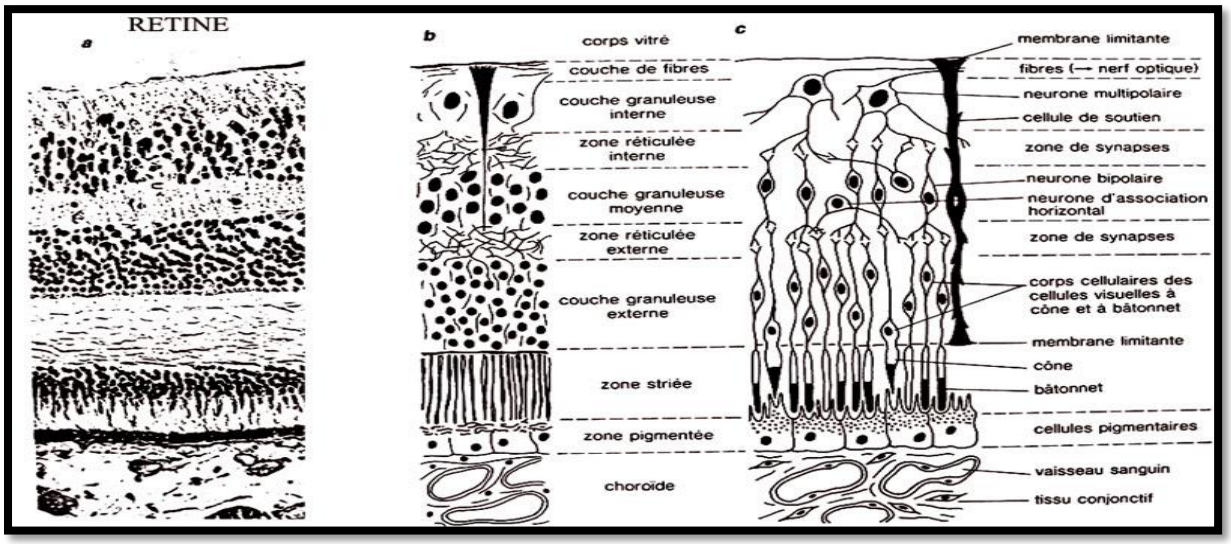


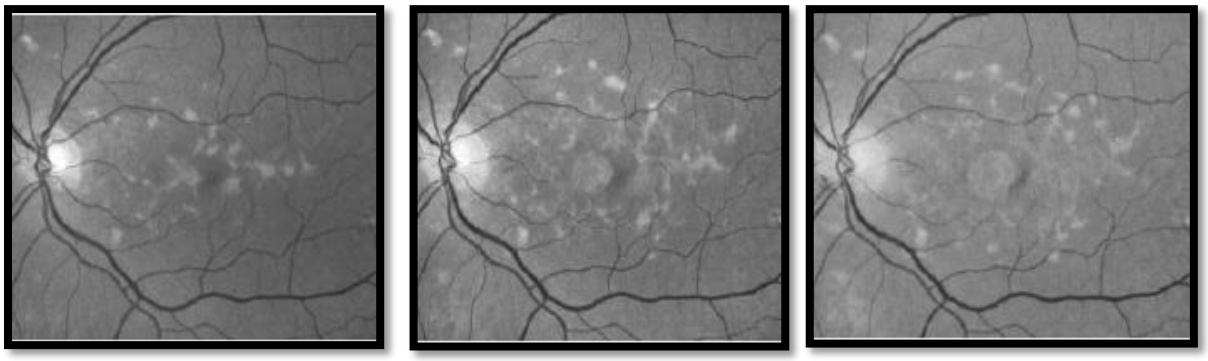
Figure 3.8 : Schéma détaillé de la rétine

III.4.2 –Angiographie rétinienne

L'angiographie rétinienne est un examen radiologique qui vise à étudier la vascularisation (l'état des vaisseaux sanguins) de la rétine, la membrane qui tapisse le don de l'œil .Il consiste à en dresser une sorte de cartographie.

L'angiographie rétinienne est indiquée pour dépister des maladies telles qu'une rétinopathie diabétique, une dégénérescence musculaire liée à l'âge. Quelques heures avant l'examen, le patient doit s'injecter quelques gouttes dans les yeux afin de dilater ses pupilles. Puis, juste avant que ne débute l'angiographie, le médecin injecte en intraveineuse (au niveau du bras) des colorants fluorescents qui permettent de visualiser les artères et les veines.

Les colorants en question sont la fluorescéine ou l'indocyanine. Ensuite, l'operateur réalise des photographies avec un flash à un rythme relativement rapide. Ces flashes sont inconfortables mais pas douloureux. Les résultats sont alors affichés sur les clichés radiologique, interprétable par l'ophtalmologiste.



(a) **(b)** **(c)**

Figure 3.9 : Angiographies rétiniennes

III.5- Le cerveau

Le cerveau humain a la même structure générale que le cerveau des autres mammifères, mais il est celui dont la taille relative par rapport au reste du corps est devenue la plus grande au cours de l'évolution. Il est le siège des fonctions supérieures et végétatives. C'est donc un organe essentiel qui assure la régulation de toutes les fonctions vitales.
L'étude structurelle et fonctionnelle du cerveau a connu ces dernières années un développement fulgurant grâce aux méthodes d'imagerie dont notamment l'imagerie par résonance magnétique (IRM) **[21].**

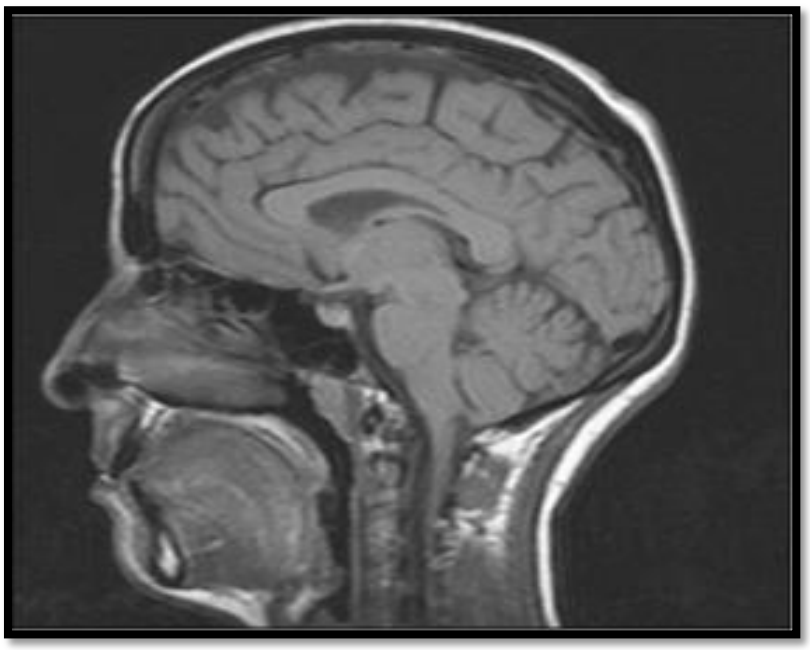


Figure 3.10 : Une image IRM d'une tête humaine

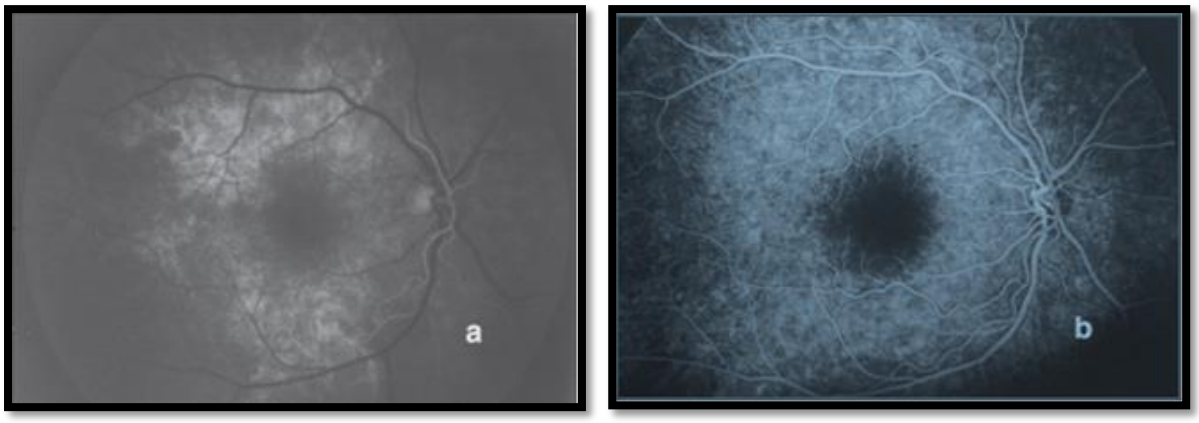
Partie II
Tests et résultats

Dans cette partie, nous allons présenter quelques résultats obtenus à savoir les représentations spectrales des filtres de Gabor utilisés, les images filtrées en passant par le filtrage non linéaire.

III.6 – Le filtrage des images médicales par le filtre de Gabor

Dans un premier temps, les tests sont effectués sur des images angiographiques rétiniennes d'un œil gauche d'un patient.

La **figure 3.11** représente une angiographie fluorescéinique du fond d'œil : remplissage progressif des vaisseaux rétiniens artériels **(a)** et puis veineux **(b) [22].**



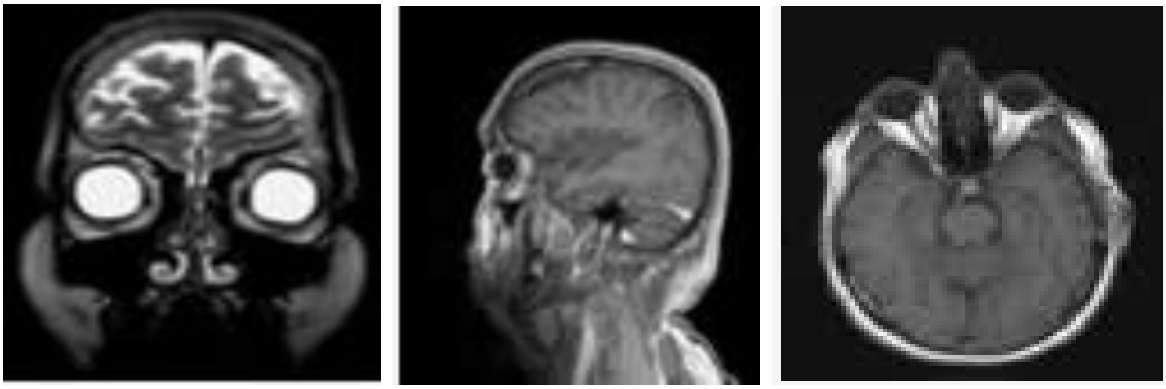
(a) **(b)**

Figure 3.11 : Images initiales 1

Dans un second temps, les tests sont effectués sur des images (IRM) du cerveau **[23].**

(figure 3.12) . Le cerveau peut être examiné selon les trois plans de l'espace :

- L'image **(c)** est une coupe IRM coronale du cerveau
- L'image **(d)** est une coupe IRM sagittale du cerveau
- L'image **(e)** est une coupe IRM axiale du cerveau



(c) **(d)** **(e)**

Figure 3.12 : Images initiales 2

III.7 –Banc de filtres de Gabor utilisé

Les filtres de Gabor ont été appliqués sur les images tests initiales en donnant différentes valeurs à la fréquence centrale à savoir : **0**, **0.125**, **0.25** et **0.5** conformément à la largeur des bandes passantes du cortex visuel. Pour balayer toute l'image, on donne différentes valeurs à l'orientation $\boldsymbol{\theta}$ de **0** à $\frac{3\pi}{4}$ **.**

Selon la qualité des résultats jugés visuellement, nous nous retenons un banc de filtre composé de **4** filtres à orientations : $\boldsymbol{0}$ $\frac{\pi}{4}$ $\frac{\pi}{2}$ $\frac{3\pi}{4}$**.**

Rappel

Le filtrage dans le domaine spatio-fréquentiel s'effectue en faisant le produit de chaque image initiale avec les quatre spectres du filtre de Gabor.

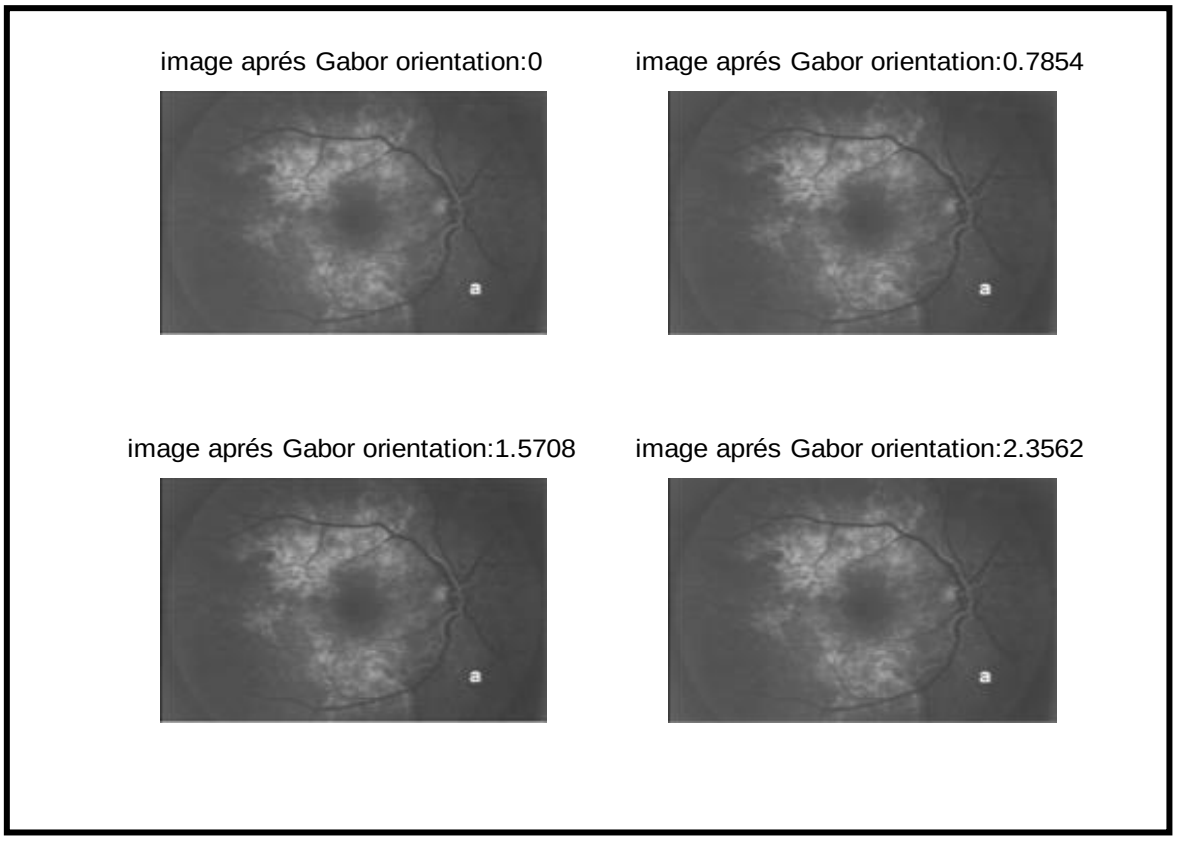


Figure 3.13 : Les images après Gabor de l'image **(a)**

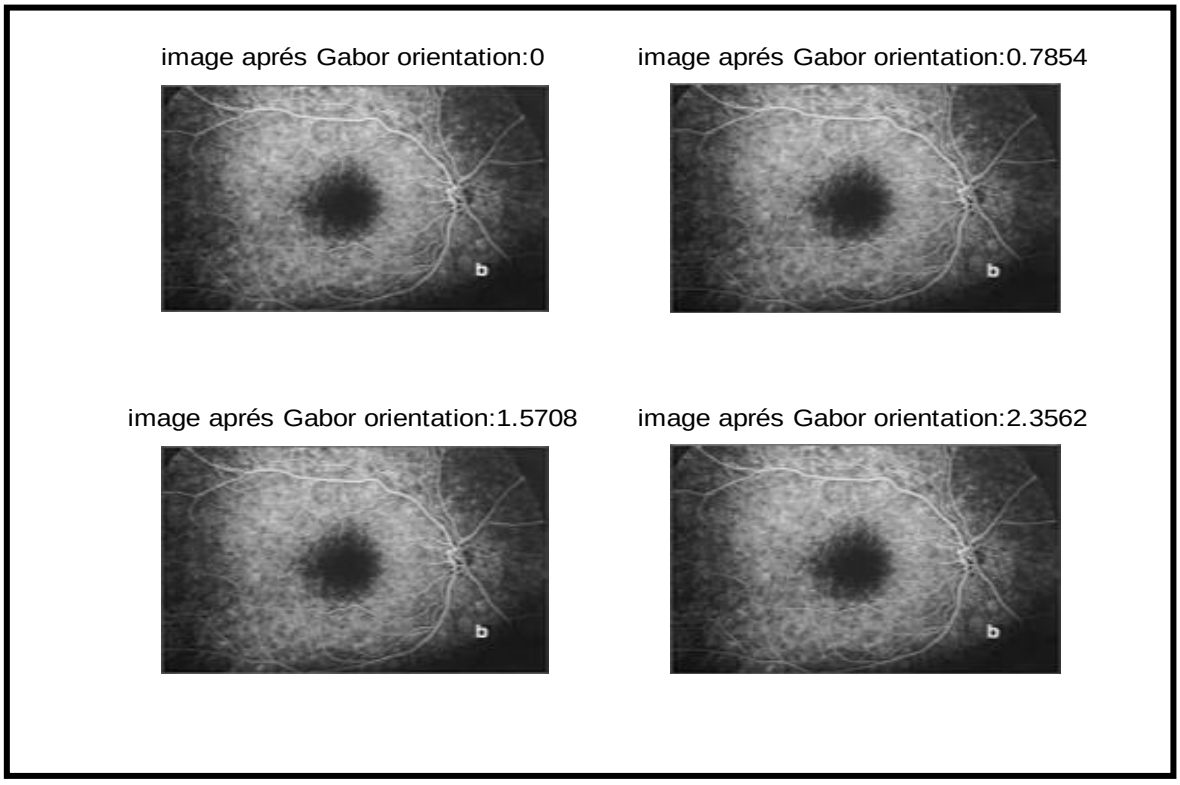


Figure 3.14 : Les images après Gabor de l'image **(b)**

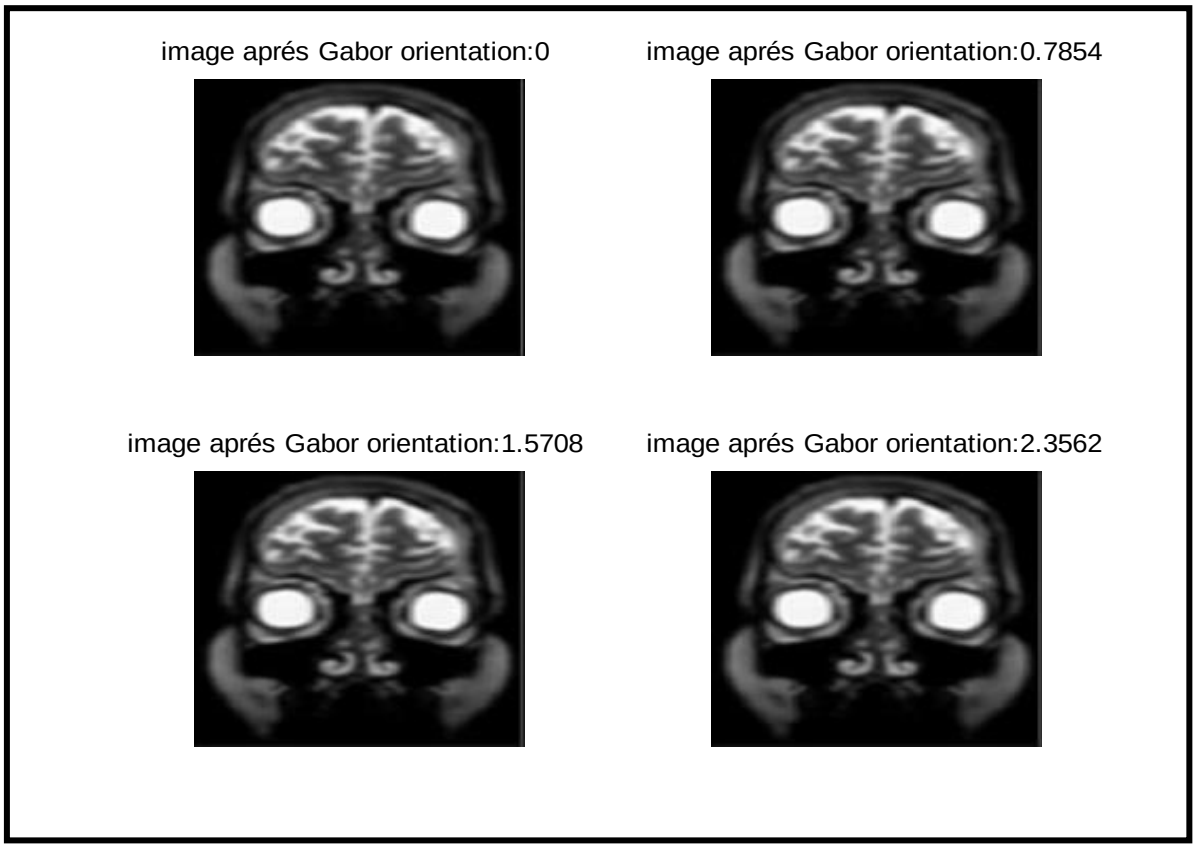


Figure 3.15 : Les images après Gabor de l'image **(c)**

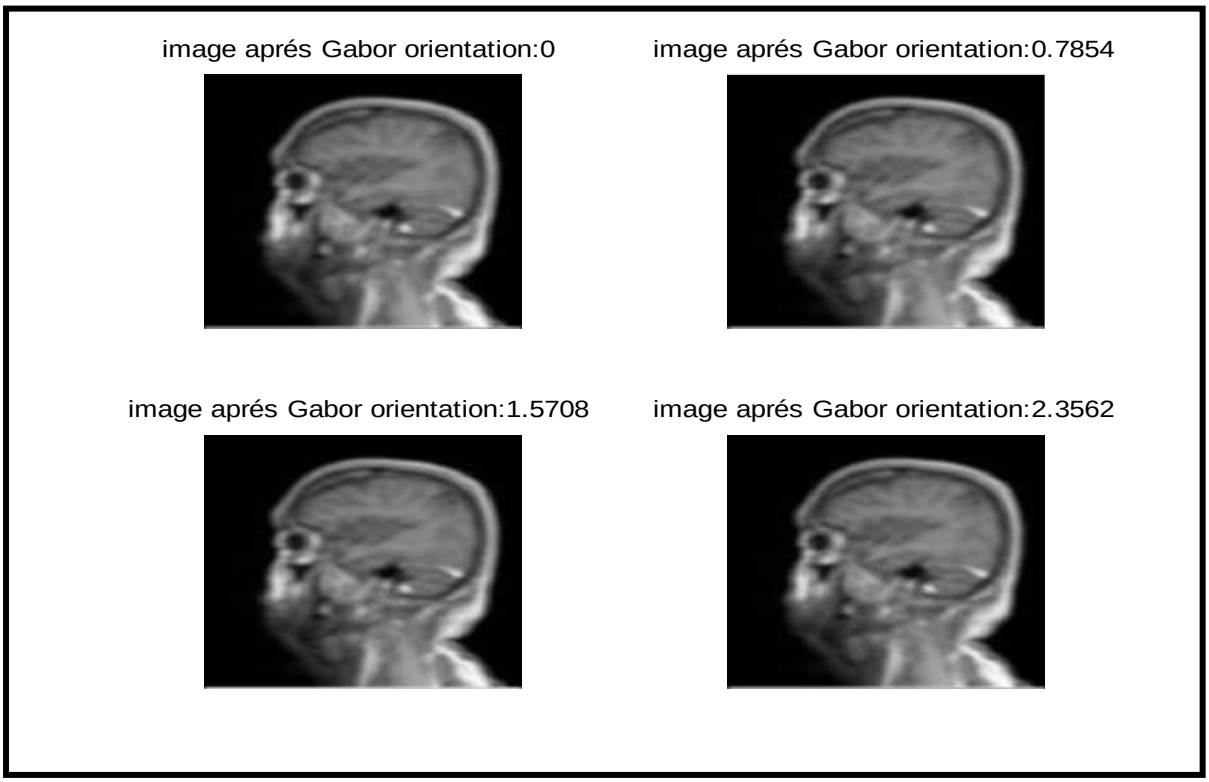


Figure 3.16 : Les images après Gabor de l'image **(d)**

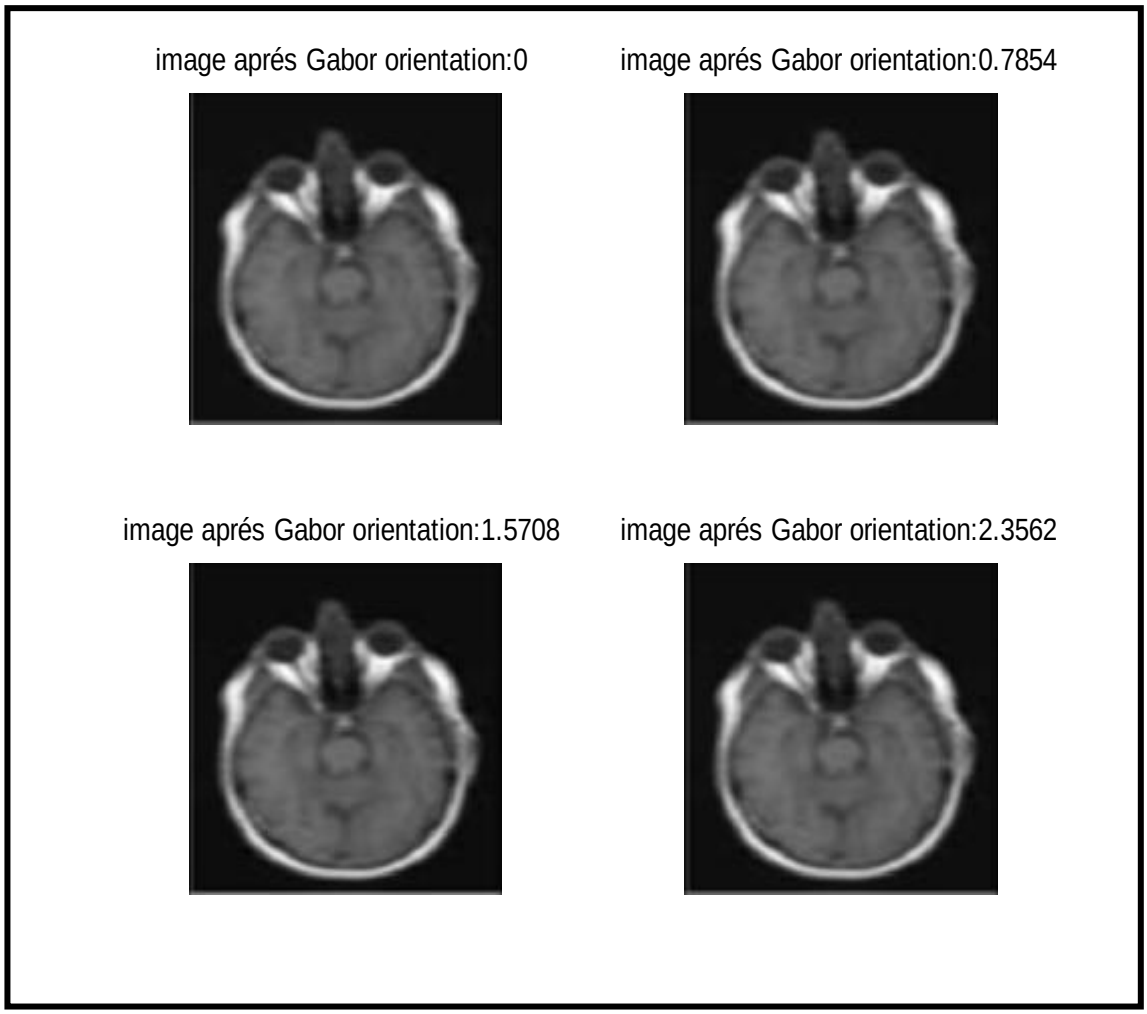


Figure 3.17 : Les images après Gabor de l'image **(e)**

III.8 - Application d'un filtre non-linéaire

La transformation non-linéaire permet de simuler la réponse du système visuel humain, cette transformation non-linéaire est donnée par l'expression suivante :

$$\Psi(t) = \tanh(\alpha t) = \frac{1-e^{-\alpha t}}{1+e^{-\alpha t}}$$

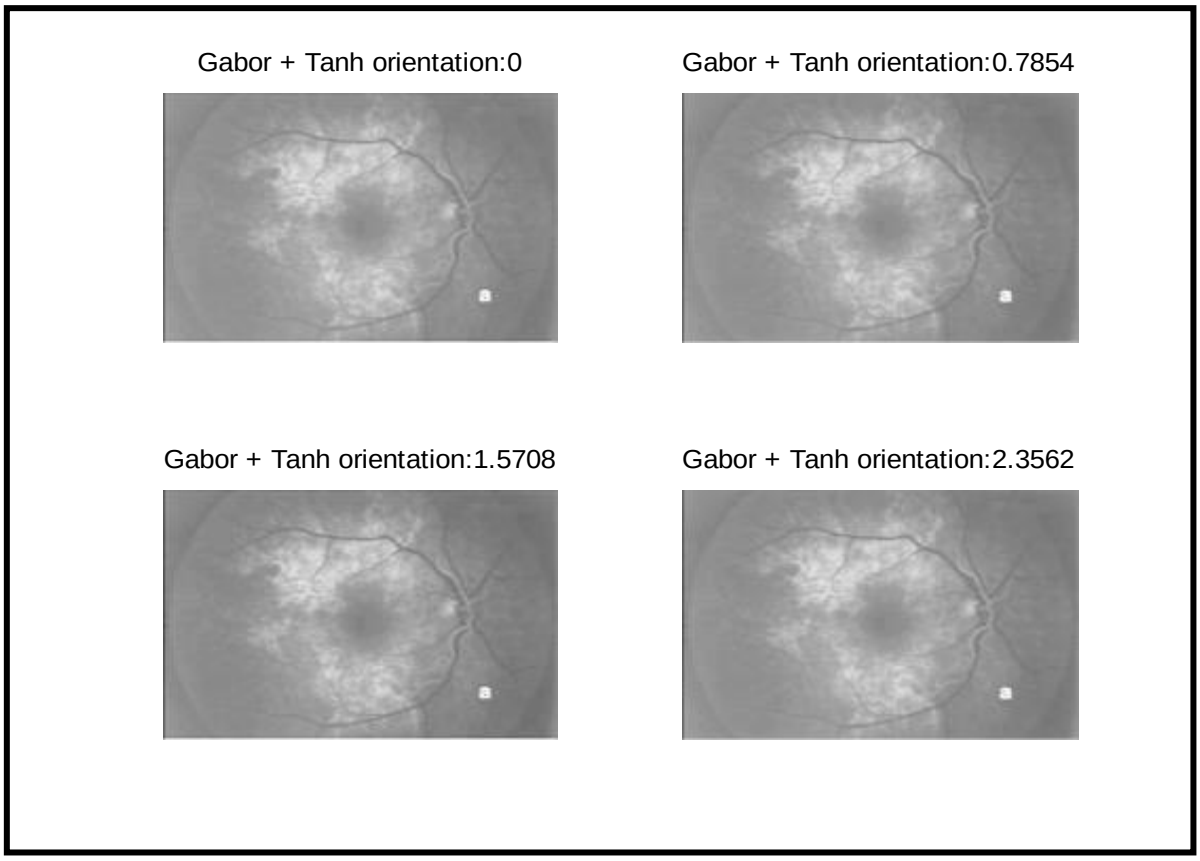


Figure 3.18 : Les images après Gabor et Tanh de l'image **(a)**

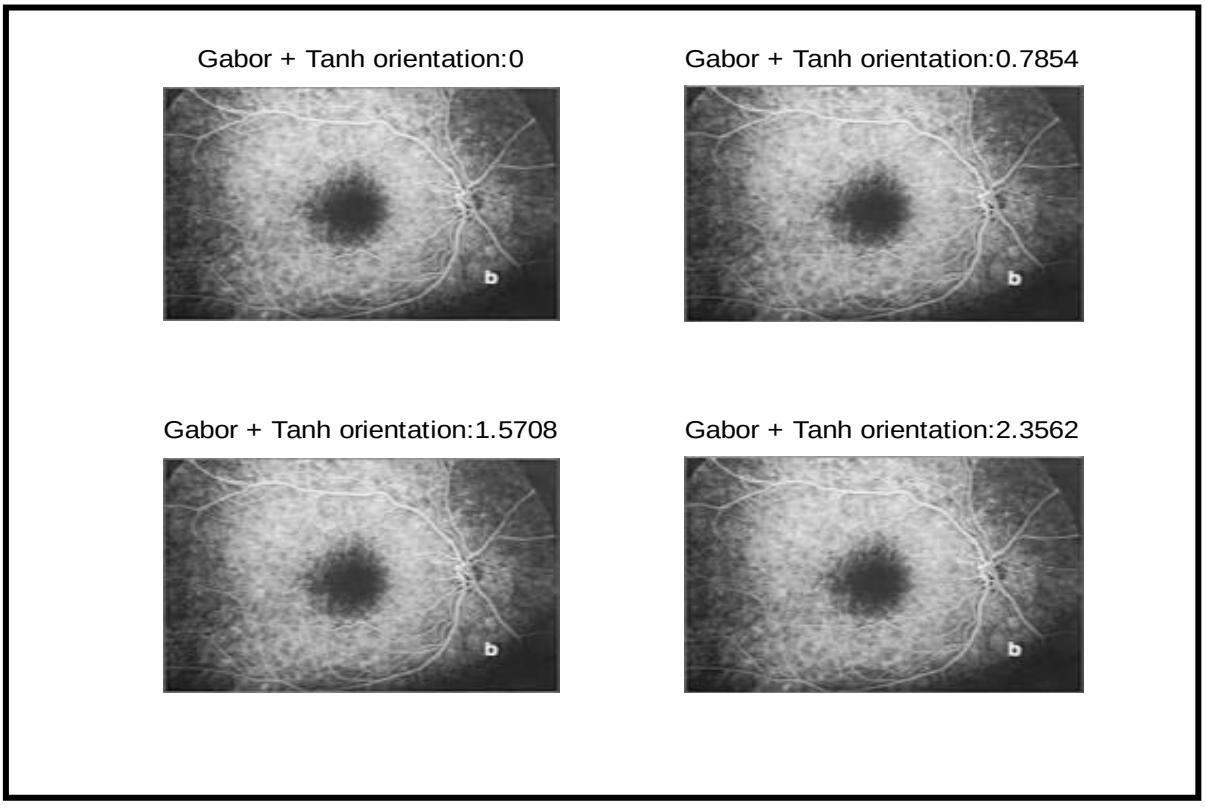


Figure 3.19 : Les images après Gabor et Tanh de l'image **(b)**

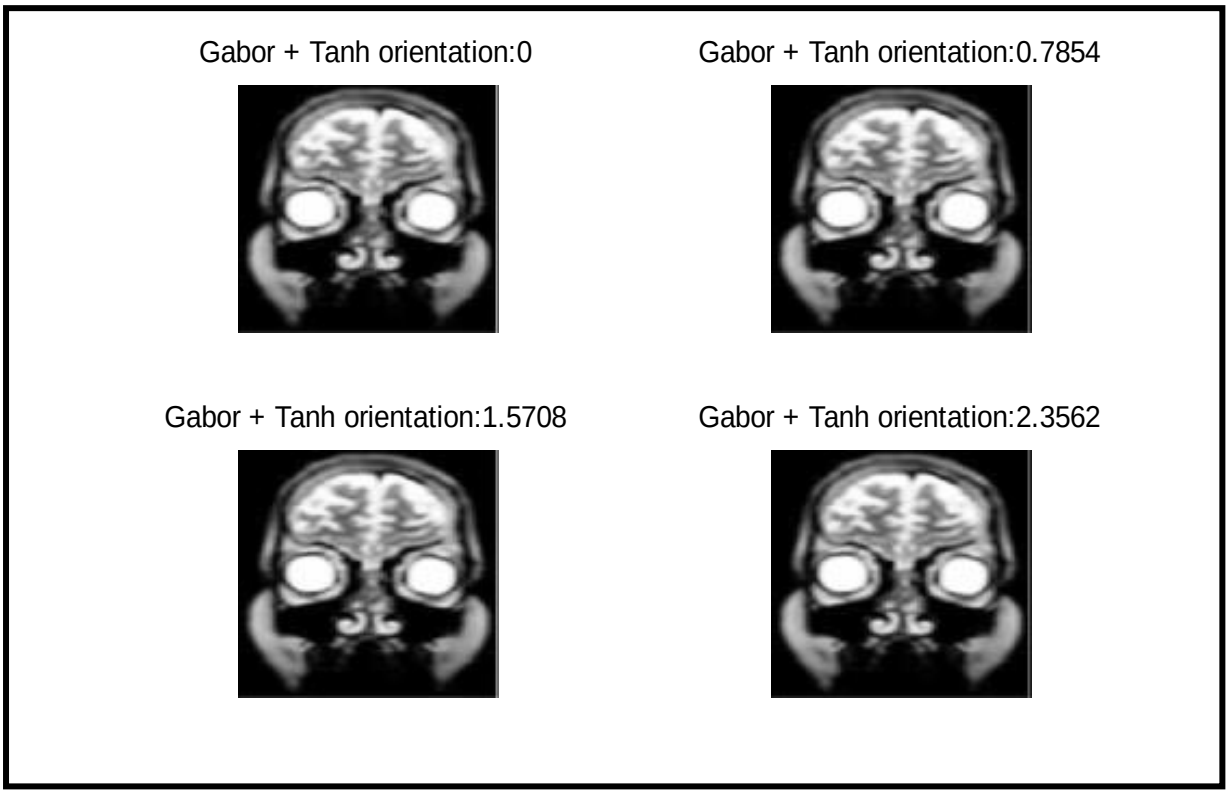


Figure 3.20 : Les images après Gabor et Tanh de l'image **(c)**

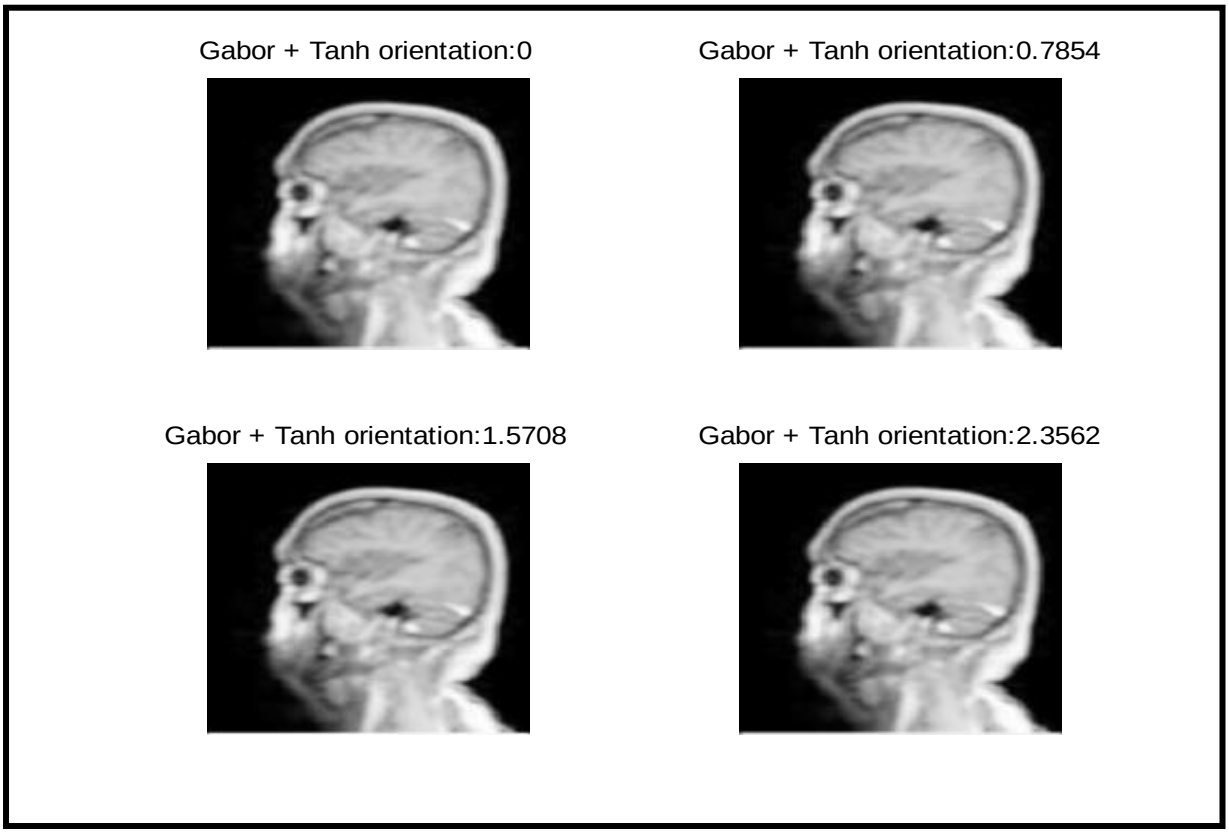


Figure 3.21 : Les images après Gabor et Tanh de l'image **(d)**

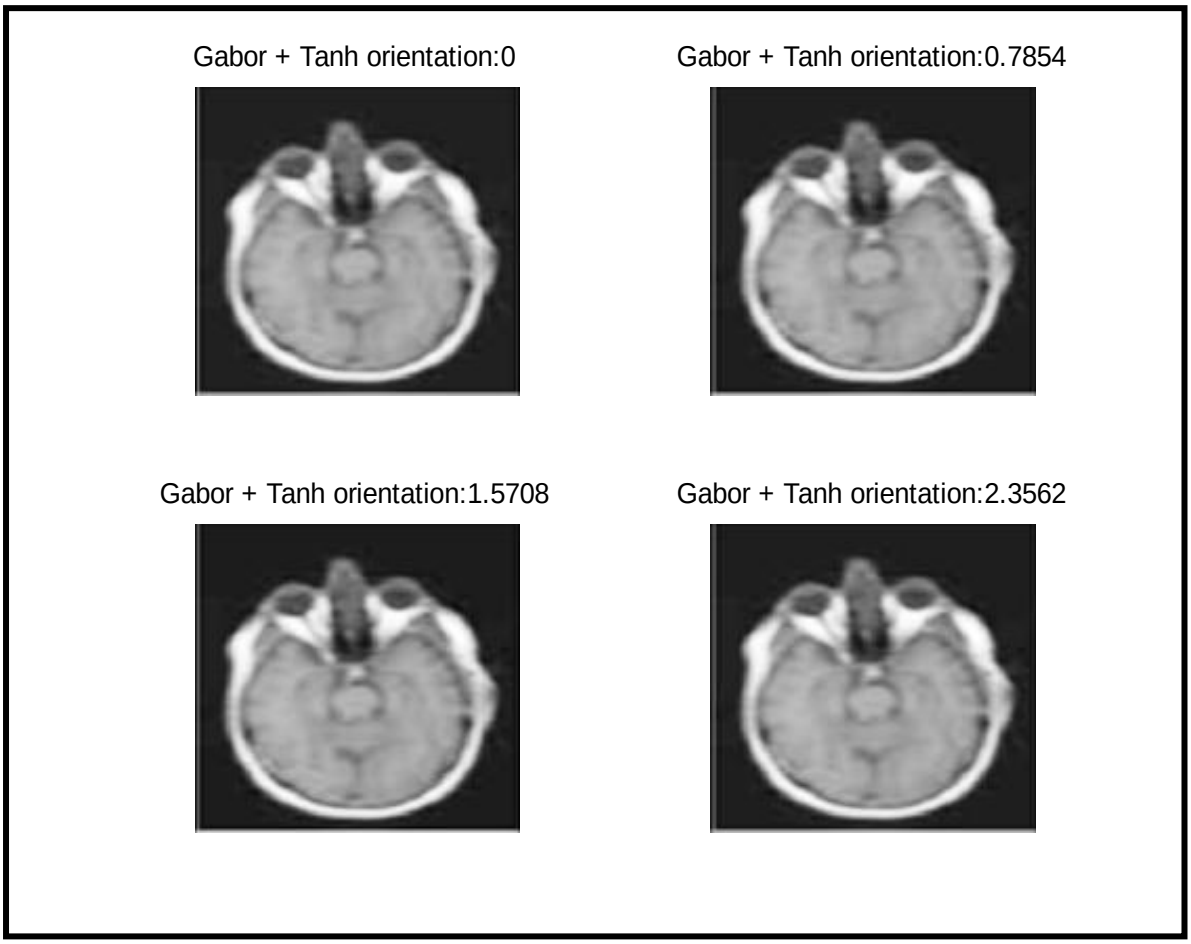


Figure 3.22 : Les images après Gabor et Tanh de l'image **(e)**

III.9 -Interprétation des résultats et conclusion

D'après les résultats obtenus, les images filtrées par le filtre de Gabor sont plus nettes que les images initiales.

La combinaison de ces filtres de Gabor avec la transformation non linéaire permet de saturer l'image et le calcul de certaines propriétés statistiques telles que l'énergie, conduit à l'obtention de résultats intéressants ou l'on constate que les vaisseaux ou l'arbre vasculaire de la rétine ressort nettement en comparaison avec les images initiales.

Afin de montrer la grande utilité du filtre de Gabor dans l'imagerie médicale, nous avons pensé à appliquer ce filtre sur une autre image médicale qui est celle du cerveau, dont elle mène les spécialistes du domaine de la médecine à bien définir la physiologie ou le métabolisme de ses organes.

En effet, ces paramètres nous fournissent une bonne puissance discriminante de la texture.

Pour cela, on peut dire que le filtre de Gabor est bien placé pour l'identification rétinienne et visualiser le cerveau en ses zones corticales avec une précision remarquable, qui est l'objet ciblé dans notre application.

L'inconvénient se pose au réajustement des paramètres à savoir le choix des fréquences ainsi que les orientations.

Dans notre cas, les meilleurs résultats sont obtenus lorsqu'on a choisi un banc de filtres composé de quatre filtres selon les orientations : $0 \quad \frac{\pi}{4} \quad \frac{\pi}{2} \quad \frac{3\pi}{4}$.

Conclusion générale

Notre travail se rapporte aux techniques de traitement d'images et à l'analyse d'images en utilisant les filtres de Gabor, qui sont d'excellents extracteurs de paramètres de texture.

Les filtres de Gabor possèdent une résolution conjointe spatiale/fréquentielle optimale. Ils sont aussi assez faciles à créer et manipuler. Cela fait d'eux, des outils très efficaces en segmentation d'images.

La manière dont ces filtres opèrent a beaucoup de similarités avec le mode de fonctionnement de l'œil humain. La chaine « Gabor + tanh » est en fait un modèle de traitement d'images effectué à l'intérieur du cortex visuel.

Nous avons pu réaliser dans notre application une identification rétinienne et une visualisation du cerveau en ses zones corticales avec une précision remarquable. Ainsi, la tache du médecin consistant à effectuer un diagnostique pour ses patients sera beaucoup plus facile à réaliser.

Parmi les inconvénients de ce type de filtrage, l'impossibilité de reconstituer l'image initiale, la longueur des calculs et l'espace important qu'ils requièrent.

En plus d'être un sujet intéressant à étudier, le traitement d'images est une thématique vaste et complexe, pouvant être utilisé dans de nombreux domaines d'application. Il nous a été très bénéfique d'avoir exploré cette partie du domaine de traitement d'images car cela nous a permis de découvrir les filtres de Gabor et l'un de leurs domaines d'application d'une part, approfondir nos connaissances en programmation d'autre part. De plus, ce sujet constitue un complément à notre formation.

Enfin, nous espérons que ce travail servira de référence pour ceux qui voudront aller plus loin dans l'étude des filtres de Gabor. Il est clair que ce sujet restera toujours soumis à d'éventuelles améliorations et extensions futures.

Références bibliographiques

[1] : MAITINE, Bergounioux. ‘‘Mathématiques et applications :Introduction au traitement mathématique des images – méthodes déterministes’’. Springer-Verlag. France : Springer science,2015, 241p (Mathématiques et Applications, volume 76). Format PDF. Disponible sur : <http://www.springer.com/gp/book/9783662465387?wt_mc=GoogleBooks.GoogleBooks.3> (consulté le 29/02/2017).

[2] : RONSE, Christian. Icube : un blog sur internet, Models images vision. [**en ligne]** Disponible sur : <http://icube-miv.unistra.fr/en/index.php/Christian_Ronse>

[3] :TAOUCHE C. Implémentation d’un environnement parallèle pour la compression d’images à l’aide des fractales : Mémoire de Magister en informatique, option : information and computation **[en ligne].** Département d’informatique : Université Mentouri de Constantine, 2005, 155p. Disponible sur :

<http://bu.umc.edu.dz/theses/informatique/TOR4276.pdf >

[4] : **BOUDRY C.** Textes et images : Qu’est-ce qu’une image numérique. Paris : Ecole des chartes. Publications URFIST, Cours, 2005, 30p (consulté le 10/03/2017).

[5] : KADA F et ZAHAF A. Implémentation des algorithmes de traitement des images et vidéos en utilisant la bibliothèque OpenCV : Mémoire de Master en Informatique, option : Modèle intelligent et Décision**[en ligne**]. Département d’informatique : Université Abou Bakr Belkaid de Tlemcen, 2016, 74p (consulté le 15/03/2017).

[6] : BOSSY, Denis. Le traitement d’image dans l’analyse de documents anciens : séminaire de recherche du groupe DIVA, 29 mai 2008, Université de Fribourg, 115p. (Consultéle 24/03/2017).

[7] : **PEYRE,** Gabriel. Le traitement numérique des images. Publication en ligne sur le site ‘images des mathématiques’. Paris : CNRS, 2011, 12p. (Consulté le 29/03/2017).

[8] : **PHILIPPEAU, Xavier.** Club des développeurs et IT pro : un blog sur internet,Les filtres usuels en traitement d’images**[en ligne].** (publié le 15 octobre 2007). Disponible sur :

http://xphilipp.developpez.com/articles/filtres/?page=page_3

[9] : DJELIL H. Etude corrélative des paramètres physiques calculés à partir des images optiques. Mémoire de Magister en Physique, option : Rayonnement et Matière. Département

de physique : Université des sciences et de la technologie d'Oran Mohamed Boudiaf (USTO), 2013, 98p.

[10]: DRAGANA Carevic et TERRY Caelli. Application of partial modeling techniques for texture segmentation J. Opt. Soc. Am. A, vol. 14, No.11, novembre 1997.

[11]: OUSMAIL.F et GUERCHOUCHE.S. Analyse de texture basée sur les parcours optimaux, matrice de cooccurrence et filtre de Gabor, mémoire d'ingénieur département automatique, UMMTO 2008.

[12] : JEREMIE Bossu. Segmentation d'images pour la localisation d'adventices : Application à la réalisation d'un système de vision pour une pulvérisation spécifique en temps réel. Thèse de Doctorat en Instrumentation et Informatique de l'image. Université de BOURGOGNE (France), 2007,147p.

[13] :MELLAKH Anouar. Reconnaissance de visages en conditions dégradées. Thèse de doctorat en traitement d'images et du signal. Université d'Evry-Val-d'Essonne, 2009, 192p.

[14] : FABLET Rouan. Analyse de texture.Cours au Département signal et communication à l'université de Bretagne (France). Site web:

https://perso.telecombretagne.eu/ronanfablet/data/coursTexture_F4B202v2.pdf

[15]:Guodong Guo, Stan Z. Li, Kap Luk Chan et Hong Pan. Texture image segmentation using reduced Gabor filter set and mean shift clustering.

[16]:Gavin. J. Earnshaw. Investigation of texture based segmentation using Gabor's filters, 16 octobre 1993.

[17]:ANIL K. Jain, FRANSHIT Farrokhnia. Unsupervised texture Segmentation using Gabor filters. Département d'informatique et ingénierie, Université de MICHIGAN (États – Unis).Disponible sur le lien : http://www.ee.columbia.edu/~sfchang/course/dip/handout/jain-texture.pdf-

[18] : Support de cours. Initiation au traitement d'images avec Matlab. France : E.N.S.B.A.N.A, 2002 – 2003, 13p.

[19] : Wikipédia, l'encyclopédie libre. Imagerie médicale. (Modifié le 10/02/2015).

Disponible sur : <https://fr.wikipedia.org/wiki/Imagerie_m%C3%A9dicale>

[20] : **Dr LEININGER, Laurent.** L'œil : l'organe de la vision. Polyclinique de l'atlantique (Pôle ophtalmologie). Mis en ligne le 10/06/2013.

[21] :SIMAND, Catherine. RMN, magnétisme et santé. In : omniprésent magnétisme. France : Publication électronique du numéro 56 du magazine Clefs CEA de l'hiver, 2008, p38. PDF.

[22] : SOUIED, Eric. Nouvelle approche de l'Angiographie à la fluorescéine rétinienne adaptée à l'enseignement. Praticien hospitalier en ophtalmologie. France : Hôpital intercommunal de Créteil, 2004, 11p.

[23] : **Dr F. X. Slosman.** Info-radiologie. Atlas d'anatomie IRM du cerveau. Suisse : Centre de radiologie.

Site Web : https://www.info-radiologie.ch/atlas_irm_cerveau.php