

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique

Université Mouloud MAMMARI, Tizi-Ouzou



Faculté de Génie Electrique et d'Informatique
Département d'Automatique

MEMOIRE DE FIN D'ETUDES

En vue de l'obtention du diplôme

De MASTER PROFESSIONNEL EN AUTOMATIQUE
OPTION : Automatique et Informatique Industrielles

Thème

*Synthèse de la loi de commande de
sortie pour des robots mobiles à roues*

Proposé et encadré par : Mme. HAMERLAIN Faïza

Présenté par :

M. TABTI Yacine

M. SEKLAOUI Malek

Suivi par: M. HAMACHE Amar

Soutenu le : 14 / 10 / 2013

Promotion 2013

Ce travail a été effectué au centre de développement des technologies avancé de BABA Hassane (Alger)

Remerciements

Ce mémoire présente le travail qu'on a effectué au sein de la division robotique du Centre de développement des technologies avancées.

Nous adressons nos premiers remerciements à M^{me} HAMERLAIN Faiza, notre encadreur au sein du CDTA, pour avoir accepté de nous encadrer et pour ses pertinents conseils et remarques qu'elle a su nous prodiguer pendant toute la période qu'a prit ce travail.

Nous tenons aussi à remercier notre promoteur, Mr HAMACHE AMAR, pour ces interventions.

Nous remercions ainsi, Mr TCHENDARLI SMAIL, pour ces explications qui nous ont été d'une grande utilité.

Nous remercions les membres de jury pour avoir accepté d'examiner ce travail et d'y apporter leur caution.

A toute personne ayant contribué de près ou de loin à l'aboutissement de ce travail.

Dédicace

A la mémoire de notre chère ami Malik Immoune

A nos chères grandes mères.

A nos chers parents qui n'ont jamais cessé de nous soutenir.

A toute la famille sans exception.

A tous nos amis qui se reconnaissent.

SOMMAIRE

Sommaire

Sommaire

Introduction générale.....	1
-----------------------------------	----------

Chapitre 1 : Généralités sur les robots mobiles

1.1 Introduction.....	3
1.2 La robotique mobile.....	3
1.2.1 Robots mobiles autonomes.....	4
1.2.2 Non holonomie des robots mobiles.....	4
1.2.3 Mouvement contraint des robots mobiles à roues.....	5
1.2.3.1 Cinématique des robots mobiles.....	5
1.2.3.2 Manoeuvrabilité des robots mobiles.....	7
1.2.3.3 Classification des robots mobiles.....	7
1.2.4 Modèles d'état des robots mobiles.....	8
1.3 Problème de la commandabilité des robots mobiles à roues.....	9
1.3.1 Commandabilité des robots mobiles.....	9
1.3.2 Problèmes liés à la planification de trajectoire.....	10
1.3.3 Approches pour la commande des robots mobiles.....	10
1.4 Commande par mode glissant.....	11
1.5 Observateur par modes glissants.....	12
1.5.1 Observateur par modes glissants d'ordre deux.....	13
1.6 Conclusion.....	13

Chapitre 2 : Modes glissants et observateurs

2.1 Introduction.....	15
2.2 Modes glissants.....	15
2.2.1 Introduction.....	15
2.2.2 Théorie de la commande par modes glissants.....	16
2.2.2.1 Système à structure variable.....	16
2.2.2.2 Phénomène de réticence.....	18
2.2.3 Conception de la commande par modes glissants.....	19
2.2.3.1 Choix de la surface de glissement.....	19
2.2.3.2 Condition de convergence et d'existence.....	21
2.2.3.3 Calcul de la commande.....	23
2.2.4 Les modes glissants d'ordre supérieur.....	25
2.2.4.1 Principe de fonctionnement.....	26
2.2.4.2 Algorithme glissants d'ordre deux.....	26
2.3 Observateurs.....	29
2.3.1 Introduction.....	29
2.3.2 Observabilité et observateurs.....	31

Sommaire

2.3.2.1 Observabilité des systèmes.....	32
2.3.3 Observateurs à mode glissants	34
2.3.4 Observateur par mode de glissement d'ordre deux « super -twisting »	36
2.4 Conclusion	37

Chapitre 3: Simulation de la commande en poursuite et observation

3.1. Introduction.....	38
3.2. Rappel sur le modèle du robot	38
3.2.1. Choix des surfaces	40
3.2.2. Choix des commandes.....	40
3.3. Résultats de simulations.....	40
3.3.1. Résultats de simulations : commande sans observateur	41
3.3.1.1. Commande par modes glissants classique	41
3.3.1.2. Commande par algorithme Twisting.....	44
3.3.1.3. Commande par algorithme Super-Twisting	47
3.3.1.4. Discussion des résultats.....	50
3.3.2. Résultats de simulations : commande avec observateur	50
3.3.2.1. Commande en boucle ouverte	50
3.3.2.2. Commande en boucle fermée	51
3.3.2.2.1. Commande par modes glissants classique	51
3.3.2.2.2. Commande par algorithme Twisting	54
3.3.2.2.3. Commande par algorithme Super –Twisting	57
3.3.2.3. Discussions des résultats	60
3.4. Conclusion	61

Conclusion générale.....	62
---------------------------------	-----------

Annexe

Bibliographie

Introduction Générale

Introduction générale

Introduction générale :

On assiste ces trois dernières décennies à un intérêt croissant de la part de la communauté scientifique pour la robotique mobile. Cela a été la conséquence de l'apparition d'un ensemble d'applications de cette discipline parmi lesquelles on peut citer les projets d'exploration spatiale, l'automatisation des chaînes industrielles, la possibilité d'épargner l'être humain des risques que présentent les sites sensibles (centrales nucléaires, mines, espace ...) ou encore l'exploitation des voitures intelligentes dans le trafic routier. Ainsi de nombreux travaux de recherche traitant des systèmes intelligents de navigation se sont concrétisés, et ont pu apporter des solutions à de nombreux problèmes.

Ce présent travail s'intéresse de manière particulière aux robots mobiles autonomes et, plus précisément, à ceux utilisant les roues comme moyen de locomotion.

Il se trouve que cette classe de systèmes dynamiques non linéaires est assujettie aux contraintes de non holonomie, c'est-à-dire leur déplacement est régi par des équations différentielles non intégrables. Ceci a nécessité l'adoption de nouvelles approches pour la synthèse des lois de commande.

Dans ce sens, plusieurs méthodes ont vu le jour. Parmi celles alliant la propriété de robustesse à la convergence rapide, nous citons la commande par modes glissants basée sur la théorie des systèmes à structure variable dont le mathématicien russe Fillipov fut le précurseur de par ces premiers travaux sur les équations différentielles à second membre discontinu.

Il est bien connu que le phénomène du chattering (oscillations indésirables) pose un réel problème pour les modes glissants d'ordre un. Pour remédier à ce problème, les modes glissants d'ordre supérieur ont été introduits [14]. Ces derniers prennent compte de la variable contrainte et ses dérivées successives, ainsi ils offrent une dynamique continue du système au voisinage des surfaces de glissement.

Les modes glissants d'ordre supérieur ont connu diverses applications [1] [2] telles que la commande des moteurs DC, la stabilisation et la poursuite de trajectoire dans les domaines de la robotique mobiles, de l'aéronautique, du trafic routier et de la défense (trajectoires de missiles, remplacement des artificiers...).

Introduction générale

Pour la majorité des systèmes, qu'ils soient mécaniques, électriques, pneumatiques, biologiques, économiques..., on ne mesure qu'un nombre réduit de variables d'état et ceci pour de multiples raisons technologiques ou économiques. Ainsi, le problème d'observer ou du moins d'estimer les variables non mesurées est un problème majeur en automatique mais aussi dans d'autres domaines.

Rappelons simplement que sous le (vocable capteur intelligent) la communauté des électroniciens désigne en réalité un observateur. Ces mêmes électroniciens parlent de problème de synchronisation unidirectionnelle pour désigner le problème d'observation d'un système oscillant ou d'un système chaotique. Ainsi les propriétés d'observabilité et la synthèse d'observateurs ont largement été traitées dans la littérature pour les systèmes linéaires et non linéaires [1].

Ce travail a pour objectif de tester l'efficacité d'une loi de commande en poursuite de trajectoire pour un robot mobile de type voiture par les modes glissants d'ordre un et d'ordre deux, avec et sans observateur.

Ce mémoire est organisé de la manière suivante :

Le premier chapitre présentera un état de l'art sur la robotique mobile et les systèmes autonomes, sur les aspects liés à leur modélisation ainsi que sur les modèles de leur représentation et les problèmes ayant trait à leur observation et aussi à leur commande.

Le deuxième chapitre portera sur les modes glissants et les observateurs. La première partie est consacrée aux modes glissants qu'on abordera en détail suivi de la deuxième partie qui est consacré aux observateurs, dont on donnera un bref historique. Ensuite une approche sur les observateurs basées sur des modes glissants du second ordre estimant les variables d'état d'un robot mobile, puis nous établissons une loi de commande en poursuite de trajectoire, elle même basée sur des modes glissants, et faisant intervenir ces estimations.

Le dernier chapitre sera réservé à la présentation des résultats de simulation du robot mobil de type voiture (robucar), faite après programmation de la commande par mode glissant d'ordre un et d'ordre deux sous MATLAB, sans puis avec observateur.

Ce mémoire sera achevé par une conclusion générale où sont données, également, des perspectives de notre travail.

Chapitre 1

Généralités sur les robots mobiles

Chapitre 1 : Généralités sur les robots mobiles

1.1 Introduction :

Nous nous intéressons, dans ce présent chapitre, à une classe particulière des systèmes dynamiques, celle que constituent les systèmes régis par des équations différentielles non intégrables, à savoir, les systèmes non holonomes.

Nous accordons, au cours de ce chapitre, un grand intérêt aux robots mobiles à roues pour lesquels la caractéristique de non holonomie est conséquence de leur roulement sans glissement sur le sol.

Nous parlerons de manière brève sur la classification découlant d'une modélisation unifiée [1] des robots mobiles à roues, ainsi que de la problématique de commandabilité et leur mise en forme.

Une dernière partie de ce chapitre est consacrée aux modèles de représentation des robots mobiles, mais aussi à la commande par mode glissant et observateurs.

1.2 La robotique mobile :

La robotique mobile, science et ensemble des techniques traitant des systèmes mobiles (incluant des organes de perception et des actionneurs) et dont l'avènement ne date que de trois décennies a réussi à capter, de nos jours, un intérêt certain de la part de la communauté scientifique avec l'apparition d'une multitude de ses applications telle les tâches de manipulation, de locomotion, ou celles de l'exploration ...etc.

On n'est pas sans savoir que la robotique mobile qui est le fruit de nombreuses recherches s'intéresse de manière exclusive aux systèmes pouvant se mouvoir dans l'espace grâce à divers moyen tels les roues, les chenilles ou encore les pattes articulées.

Contrairement au bras manipulateurs et pneumatiques, les systèmes qu'on vient de citer voient leurs espaces de travail prendre des dimensions étendues. D'autre part, leur environnement ne peut être connu au préalable de manière entière et exacte, d'où les recherches qui n'ont pas tardé à germer pour les munir d'outils de perception de calcul et de décision pour les rendre autonomes de par leur indépendance de l'intervention humaine dans leurs processus.

Chapitre 1 : Généralités sur les robots mobiles

1.2.1 Robots mobiles autonomes :

Un système mobile n'est dit autonome que si :

- Il est doté d'outils de décision lui permettant de choisir ses actions.
- Il est capable d'accomplir les tâches qui lui sont préalablement assignées ou résultats de ses décisions sans intervention humaine.
- Il est capable de faire face aux contraintes embarquées.

Ces propriétés font des robots mobiles autonomes des systèmes sous action humaine réduite, ce qui exige de penser à des architectures de contrôle alliant l'aspect perception à ceux de la décision et de l'action.

La figure (1.1) montre l'architecture de cette boucle.

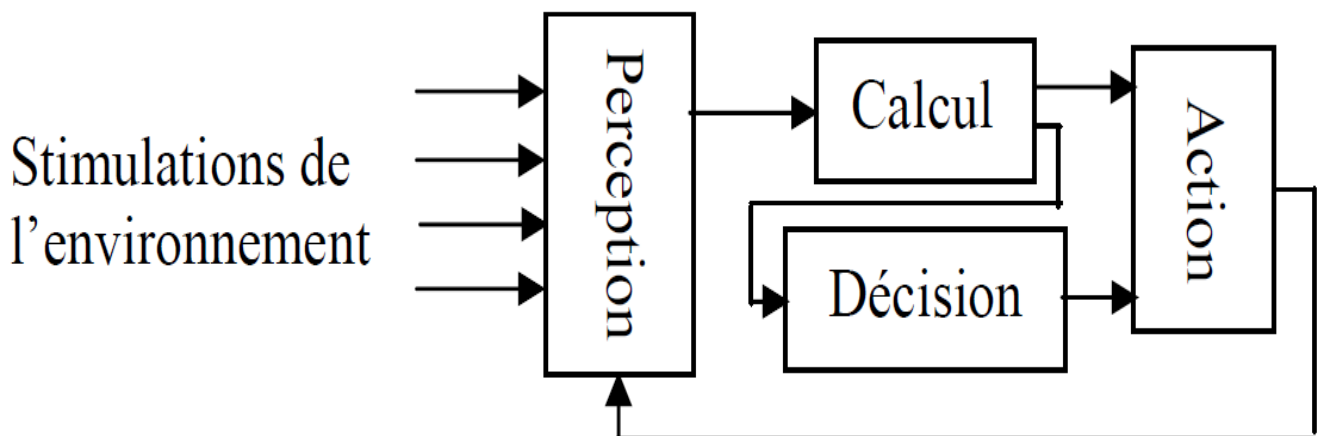


Figure1.1 : boucle de contrôle robot autonome

1.2.2 Non holonomie des robots mobiles :

Les robots mobiles représentent une classe particulière de systèmes non holonomes dont les conditions du contact des roues avec le sol sont régies par des contraintes sur les vitesses, et qui ne sont pas intégrables.

On dit que le mouvement d'un mobile \mathcal{A} est contraint si une équation G –exprimée en fonction du temps, des coordonnées généralisées et de leurs dérivées par rapport au temps doit être satisfaite

Chapitre 1 : Généralités sur les robots mobiles

le long du dit mouvement.

Si la fonction G est sous la forme $G(q, \dot{q}, t) = 0$, sans qu'aucun paramètre qui ne soit substituable. Elle est dite alors *contrainte non holonome*, et elle restreint l'espace des vitesses du système en maintenant son espace de configurations invariant.

1.2.3 Mouvement contraint des robots mobiles à roues :

On appelle système non holonome tout système soumis à une ou plusieurs contraintes non holonomes.

Dans le cas des robots mobiles, ces contraintes se définissent par des conditions cinématiques ne pouvant être représentées par des équations comportant seulement les coordonnées généralisées, mais par des équations différentielles de premier ordre, non intégrables, contenant les coordonnées et les vitesses généralisées, représentées sous forme

$$A(q)\dot{q} = 0 \quad (1.1)$$

Avec

$\dot{q} = (q_1, q_2 \dots q_n)^T$: Vecteur des vitesses généralisées.

$A(q) = (a_1(q), a_2(q), \dots a_m(q))^T$: Matrice de rang $(n \times m)$.

Les covecteurs $a_1, a_2, \dots a_m$ sont linéairement indépendants.

1.2.3.1 Cinématique des robots mobiles :

Nous supposons dans la suite de ce chapitre que le véhicule est construit à partir d'éléments rigides, équipé de roues indéformables et évoluant sur un plan horizontal.

La position du véhicule est repérée dans un référentiel absolu $\{O, \vec{i}, \vec{j}\}$ par les coordonnées polaires données par la position x, y d'un point, arbitrairement choisi, lié au robot et θ , orientation de ce dernier par rapport au repère absolu. La figure (1.2) donne la posture $\xi = (x, y, \theta)$ du robot par projection orthogonale.

Chapitre 1 : Généralités sur les robots mobiles

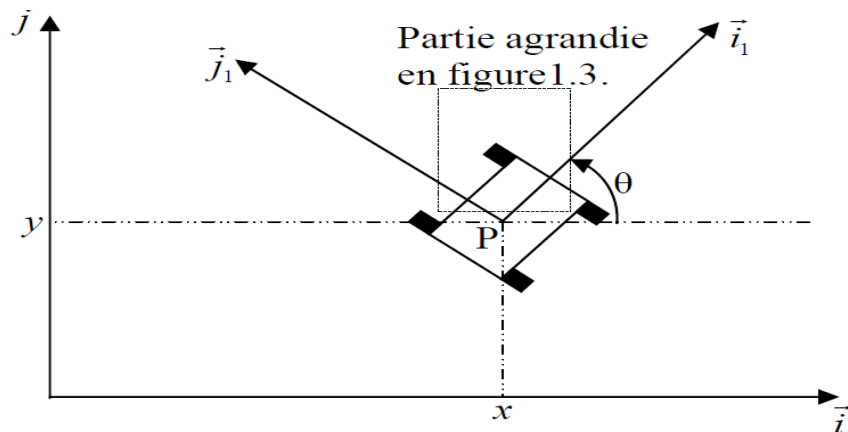


Figure .1.2 : définition de la posture du robot.

Pour comprendre la conséquence des contraintes non holonomes sur le mouvement des robots nous donnons une brève explication sur les types de roues.

• Description des roues :

Les roues pouvant équiper un robot mobile se scindent en deux principales classes qui sont les roues conventionnelles incluant, entre autres, les roues fixes, orientables centrées et orientables non centrées et les roues suédoises.

La figure (1.3) donne la caractérisation la plus générale de la position de n'importe quel type de roue faite dans le repère lié au robot par les trois angles ($\alpha \gamma \varphi$) et les trois distances ($l d r$). La roue est de rayon r et tourne à une vitesse angulaire $\dot{\beta}$ autour de son axe horizontal.

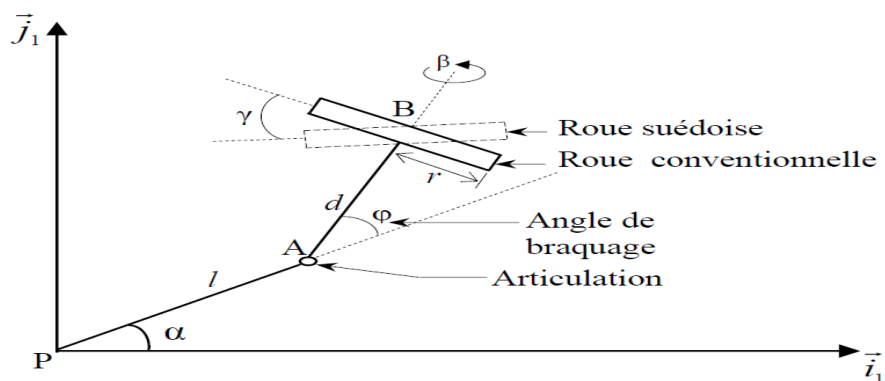


Figure.1.3 : Description de la position de la roue par rapport à la plate forme du robot

Chapitre 1 : Généralités sur les robots mobiles

Notons que $d = 0$ pour les roues fixes et orientables centrées, $\dot{\varphi} = 0$ pour les roues fixes et γ est nul pour l'ensemble des roues conventionnelles.

1.2.3.2 Manœuvrabilité des robots mobiles :

Considérons un robot mobile équipé de N roues dont N_f roues fixes, N_c roue orientables centrées, N_{oc} roues orientables non centrées, et N_{sw} roues suédoises.

La configuration du robot est totalement décrite par les vecteurs:

Des coordonnées de positions $\xi(t) = (x(t) \ y(t) \ \theta(t))^T$.

Des coordonnées angulaires des roues orientables $\varphi_c(t)$ et $\varphi_{oc}(t)$.

Des coordonnées de rotation des roues $\beta(t) = (\beta_f(t) \ \beta_c(t) \ \beta_{oc}(t) \ \beta_{sw}(t))^T$.

Consécutivement à l'obligation de satisfaire simultanément les contraintes de roulement sans glissement de toutes les roues, Il est immédiat de constater que le choix du nombre, du type et de l'emplacement des roues d'un robot mobile ne peut se faire de manière arbitraire mais de manière à assurer une coordination des mouvements des roues. Cette restriction induit les définitions [2] des degrés de mobilité δ_m , d'orientabilité δ_s et celui de manœuvrabilité δ_M .

1.2.3.3 Classification des robots mobiles :

Tenant compte des contraintes de roulement sans glissement imposées aux roues et des restrictions découlant de la considération de l'entité "ensemble de roues", les degrés de mobilité, d'orientabilité et de manœuvrabilité doivent satisfaire le système d'inéquations suivant :

$$\left\{ \begin{array}{l} 0 \leq \delta_m \leq 3 \\ 0 \leq \delta_s \leq 2 \\ 0 \leq \delta_M \leq 3 \end{array} \right. \quad (1.2)$$

Chapitre 1 : Généralités sur les robots mobiles

Les couples (δ_m, δ_s) satisfaisant le système (1.2), qui sont au nombre de cinq débouchent sur la classification [1] des robots mobiles en cinq classes où chacune est désignée par : robot de type (δ_m, δ_s) .

Une illustration de cette classification est donnée au tableau (1.1) accompagnée d'un exemple de robot équipé de 3 roues pour chaque type .

Tableau.1.1. Types de robots mobiles.

Type de Robot	I	II	III	IV	V
Degré de mobile δ_m	3	2	2	1	1
Degré d'orientabilité δ_s	0	0	1	1	2
N_f	0	2	0	2	0
N_c	0	0	1	1	2
N_{oc}	3	1	2	0	1

1.2.4 Modèles d'état des robots mobiles :

Maintenant qu'une description assez claire des robots mobiles est faite, il est important de savoir quel modèle d'état qu'on doit adopter pour l'étude de son comportement.

On donne les quatre modèles d'état intéressants pour l'étude des robots mobiles [2] :

✓ **Modèle cinématique de position MCP :**

Très utilisé dans les tâches de contrôle, il permet une description globale du robot.

✓ **Modèle cinématique de configuration MCC :**

Accède aux comportements des variables d'état, ce modèle convient à l'analyse des systèmes dans le cadre de la théorie des systèmes non holonomes.

✓ **Modèle dynamique de position MDP :**

Rend compte de la réductibilité, la commandabilité et la stabilisabilité, ses équations sont obtenues en considérant les intégrales des entrées du MCC.

Chapitre 1 : Généralités sur les robots mobiles

✓ **Modèle dynamique de configuration MDC :**

C'est le modèle le plus général, donnant une description détaillée de la dynamique du système.

▪ **Mise en forme des robots mobiles :**

Les mises en forme des systèmes non holonomes aboutissent à de nouvelles représentations d'état grâce à des changements de variables dans l'espace d'état par difféomorphisme offrant la possibilité de déterminer un bouclage par retour d'état.

Parmi les formes canoniques des systèmes non holonomes nous citons la forme canonique de commandabilité généralisée FCCG [3], la forme chaînée [2], la forme en puissance, et la forme ENI (Extended Nonholonomic Integrators).

Généralement, ces mises en forme font usage des outils de l'algèbre différentielle.

1.3 Problèmes de la commandabilité des robots mobiles à roues :

Après avoir introduit la notion de non holonomie qui caractérise les robots mobiles à roues et ses différentes répercussions et leurs traductions sous divers angles, il est d'évidence de déduire que la robotique mobile constitue une partie prépondérante de l'ensemble des systèmes dynamiques.

A cet effet nous exposons dans cette section les problèmes liés aux aspects de contrôle et les différentes approches existantes pour la commande de cette classe de systèmes.

1.3.1 Commandabilité des robots mobiles :

Prenant compte du déficit existant entre la dimension de l'état d'un robot mobile et le nombre d'entrées à partir desquelles il peut être commandé, on constate l'existence de parties sur lesquelles l'opérateur ne peut agir, notamment quand il est question de systèmes autonomes.

C'est à partir de là que se pose le problème de conclure sur la commandabilité des robots mobiles qui touche à la fois à l'existence de trajectoires solution du système en question et leur admissibilité.

Chapitre 1 : Généralités sur les robots mobiles

1.3.2 Problèmes liés à la planification de trajectoire :

La planification de mouvement constitue une discipline clé dans la robotique mobile du fait qu'elle constitue la charnière entre les fonctions de perception et de commande [1].

Son utilité est perceptible notamment dans les tâches de poursuite et/ou de stabilisation de trajectoires pour robots mobiles. Par ailleurs, elle peut inclure les fonctions d'évitement d'obstacles et de décision suivant l'approche réservée au problème.

Donc, outre le fait de résumer le planificateur de mouvement à la tâche de calculer un chemin connexe entre deux configurations initiale et finale, sa synthèse peut prendre en considération un ensemble de contraintes telles la position du problème de faisabilité du chemin qui implique la prise en compte de la non holonomie ainsi que celui de l'évitement d'obstacle.

Les planificateurs peuvent être globaux ou locaux en fonction des tâches qui leur sont assignées ainsi que leurs fins. Pour comprendre la différence entre les deux types, citons-la dissemblance entre les mouvements exécutés lors des explorations et ceux de la locomotion.

1.3.3 Approches pour la commande des robots mobiles :

La commande des robots mobiles peuvent avoir pour objectif : la stabilisation vers une configuration fixe ou vers son voisinage ou encore la poursuite d'un véhicule de référence.

A cet effet plusieurs méthodes et approches existe :

- **Approches par adaptation de méthode holonome :**

Parmi les méthodes holonomes qui sont adaptées aux systèmes non holonomes nous citons le réglage par retour d'état et la méthode de linéarisation du modèle, mais le fait qu'elles ne peuvent être généralisées à l'ensemble des robots mobiles et la restriction de leur application aux tâches qui ne requièrent pas des modélisations rigoureuses fait qu'elles sont rarement utilisées dans les commandes de stabilisation ou de poursuite.

Chapitre 1 : Généralités sur les robots mobiles

- **Approches spécifiques aux systèmes non holonomes :**

Différentes méthodes pour la commande des systèmes non holonomes ont vu le jour au cours de ces dernières décennies et ont pu réaliser des résultats probants, telles les méthodes neuronales, les PID numériques et les contrôleurs flous.

C'est dans ce sillage qu'est venue la méthode de commande à structure variable, fruit des travaux du mathématicien russe Fillipov pour allier la simplicité de modélisation à la robustesse.

Cette méthode basée sur le choix d'une surface de glissement et la commutation de la commande, selon que le mobile soit d'un côté ou de l'autre de ladite surface.

1.4 Commande par mode glissant :

Apparue en Union soviétique pendant les années 60 à partir des travaux sur les commandes à structure variable, c.à.d. des commandes commutant entre plusieurs lois de commande différentes en fonction de certains critères.

Parmi les avantages des modes glissants, la robustesse face à une large classe de perturbations ou d'incertitudes du modèle, le besoin d'une quantité réduite d'information en comparaison avec les techniques de commandes modernes de type biologique, ou encore la possibilité de stabilisation de certains systèmes non linéaires qui ne sont pas stabilisable par loi de commande par retour d'état continu.

D'autre part, des inconvénients s'opposent, dont il ya le phénomène de réticence connu sous le nom de **chattering** ou de **broutement** qu'on abordera d'une façon plus détaillée dans la chapitre suivant, ainsi la brutalité sur la commande et la sensibilité aux bruits.

- **Modes glissants d'ordre supérieures :**

La technique des modes glissants d'ordre supérieur a été introduite par Levantovsky [14], Emelyanov et Korovin [1, 2] Elle permet, en plus des bonnes propriétés de robustesse, et de simplicité de mise en œuvre des modes glissants classiques, la réduction du phénomène de réticence,

Chapitre 1 : Généralités sur les robots mobiles

tout en conservant les performances de commande.

1.5 Observateur par modes glissants :

Un observateur est un système dynamique que l'on peut appeler capteur informatique, puisqu'il est souvent implanté sur ordinateur afin de reconstituer ou d'estimer en temps réel l'état courant d'un système, à partir des mesures disponibles, des entrées du système et une connaissance à priori du modèle. Il permet alors de suivre l'évolution de l'état en tant qu'information sur le système.

La synthèse d'un observateur par modes glissants consiste à contraindre, à l'aide de fonctions discontinues les dynamiques des erreurs d'estimation d'un système non linéaire d'ordre n ayant p sorties à converger sur une variété d'ordre $(n - p)$ dite surface de glissement.

Ainsi, pour les systèmes non-linéaires, tels que le robot que nous étudierons de la forme :

$$\begin{cases} \dot{x} = f(x, u) \\ y = h(x) \end{cases} \quad (1.3)$$

$u(t) \in \Omega \subset R^m$, $x \in M$, une variété de C^∞ connexe de dimension n , $y \in R^p$, f et h des fonctions de C^∞ .

On note par $x_u(t, x_0)$ la solution de (1) correspondant à $u = u(t)$ et $x(0) = x_0$. $u(t)$ représente la commande appliquée au système, y représente la sortie du système c'est-à-dire les variables mesurées et x est l'état du système.

Une structure d'observateurs par modes glissants s'écrit :

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}} = \hat{f}(\hat{x}, u) + \lambda \text{sign}(y - \hat{y}) \\ \hat{y} = \hat{h}(\hat{x}) \end{cases} \quad (1.4)$$

Où \hat{x} est l'état estimé, \hat{y} est la sortie estimée.

C'est une copie du modèle, à la quelle on ajoute un terme correcteur, qui assure la convergence de \hat{x} vers x . La surface de glissement dans ce cas est donnée par : $s(x) = y - \hat{y}$.

Chapitre 1 : Généralités sur les robots mobiles

Le terme de correction utilisé est proportionnel à la fonction discontinue *sign* appliquée à l'erreur de sortie où *sign* est définie par :

$$\text{sign}(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } x > 0 \\ 0 & \text{si } x = 0 \\ -1 & \text{si } x < 0 \end{cases} \quad (1.5)$$

1.5.1 Observateur par modes glissants d'ordre deux :

L'avantage principal de cet observateur est sa robustesse par rapport aux variations paramétriques et les erreurs de modélisation.

En pratique l'utilisation du mode glissant d'ordre un, introduit de fortes oscillations à haute fréquence, communément appelé phénomène de broutement ou de **chattering**, qui est dû à la présence de la fonction signe dans l'équation de l'observateur.

Pour remédier à ce problème, on remplace la fonction *signe* par des fonctions plus lisses comme la fonction *sigmoïde*.

Malheureusement l'utilisation de fonctions lisses réduit considérablement la robustesse de l'observateur par modes glissants, pour garder cette robustesse et éliminer en même temps le phénomène de **chattering**, les chercheurs ont proposés d'utiliser l'observateur **super-twisting**, qui réalise un régime de glissement d'ordre 2.

1.6 Conclusion :

Ce chapitre a donné un état de l'art sur la robotique mobile et les systèmes non holonomes. Nous avons abordé la modélisation des robots mobiles et leur cinématique, ainsi que le principe de la commande par les modes glissants, ensuite, on a donné une introduction sur les observateurs par modes glissants.

Chapitre 1 : Généralités sur les robots mobiles

Dans une première partie, nous avons expliqué la notion de non holonomie qui caractérise les robots mobiles à roues. La prise en compte des contraintes induites sur ces robots nous a permis de les classer et de donner les différents modèles de leur représentation d'état et cela grâce à leur modélisation.

Nous avons également relevé le problème de commandabilité des robots mobiles et les différentes approches existantes pour leurs commandes. Il a été aussi question des problèmes liés à la planification de mouvement et de son rapport avec la commande des robots mobiles.

Au final nous avons défini la commande par mode glissant, dont on a cité ses avantages et ses inconvénients, et en dernier on a fait un rappel sur les observateurs par mode glissant d'ordre deux.

Chapitre 2

Modes glissants et observateurs

Chapitre 2 : Modes glissants et observateurs

2.1 Introduction :

Après avoir introduit les généralités relatives aux robots mobiles, une partie sur l'ensemble des systèmes non holonomes, et avoir abordé de manière brève, la méthode proposée pour la planification de mouvement d'un robot mobile de type (IV), en l'occurrence le Robucar, ce chapitre est dédié à la partie commande et observateur.

Pour ce faire, dans un premier lieu, nous commençons par une introduction à la théorie de la commande à structure variable puis nous faisons le point sur ses défauts (en approche classique), lesquelles ont orienté notre choix sur les modes glissants d'ordre supérieurs (MGOS). Nous expliquons aussi des notions importantes liées à ces derniers.

En deuxième lieu, une introduction sur les observateurs est faite, où un bref historique est donné, ainsi que leurs définitions et leurs domaines d'application, par la suite on introduit la notion d'observabilité, enfin, on étale le concept d'observation par mode glissant d'ordre 1 et d'ordre 2.

2.2 Modes glissants :

Un modèle mathématique constitue souvent en une description approchée de la réalité physique, et la loi de commande ne pourrait être construite que sur la base de ce dernier. Ainsi la commande choisie devra être robuste dans le sens où elle devra garantir une faible sensibilité aux erreurs et aux incertitudes sur les paramètres, à leurs variations et aux perturbations.

Notre choix s'est porté sur la commande par modes de glissement qui n'est autre qu'un cas particulier de la théorie des systèmes à structure variable et les modes glissants associés (en anglais sliding mode) , est une technique de commande non linéaire, basée essentiellement sur la résolution des équations différentielles à second membre discontinue, initiée par Filippov en 1960 [17]. Elle est caractérisée par la discontinuité de la commande aux passages par une surface de commutation appelée surface de glissement. [2].

Chapitre 2 : Modes glissants et observateurs

La technique des modes glissants consiste à ramener la trajectoire d'état d'un système à évoluer proche de la surface de glissement et de la faire commuter à l'aide d'une loi de commutation appropriée autour de celle-ci jusqu'au point d'équilibre, d'où le phénomène de glissement.

La communauté scientifique s'est rapidement rendue-compte de l'intérêt de cette technique qui allie simplicité de synthèse et robustesse [1, 2, 5, 19,14].

2.2.1 Théorie de la commande par modes glissants :

2.2.1.1 Système à structure variable :

Un système à structure variable est un système dont la structure change pendant son fonctionnement. Ce choix permet au système de commuter d'une structure à une autre à tout instant, [28]. De plus, un système peut avoir de nouvelles propriétés qui n'existent pas dans chaque structure.

Dans la commande des systèmes à structure variable par mode de glissement, la trajectoire d'état est amenée vers une surface. Puis à l'aide de la loi de commutation, elle est obligée de rester au voisinage de cette surface. Cette dernière est appelée surface de glissement et le mouvement le long duquel elle se produit est appelé mouvement de glissement [9] [10].

Cette commande ne dépend, en boucle ouverte, que des coefficients de cette surface.

La trajectoire dans le plan de phase est constituée de trois parties distinctes [10]:

- **Le mode de convergence –MC-** : c'est le mode durant lequel la variable à régler se déplace à partir de n'importe quel point initial dans le plan de phase, et tend vers la surface de commutation $s(x, y) = 0$. Ce mode est caractérisé par la loi de commande et le critère de convergence.
- **Le mode de glissement –MG-** : c'est le mode durant lequel la variable d'état a atteint la surface de glissement et tend vers l'origine du plan de phase. La dynamique de ce mode est caractérisée par le choix de la surface de glissement $s(x, y) = 0$.

Chapitre 2 : Modes glissants et observateurs

• **Le mode du régime permanent –MRP-** : ce mode est ajouté pour l'étude de la réponse du système autour de son point d'équilibre (origine du plan de phase), il est caractérisé par la qualité et les performances de la commande. [10] .

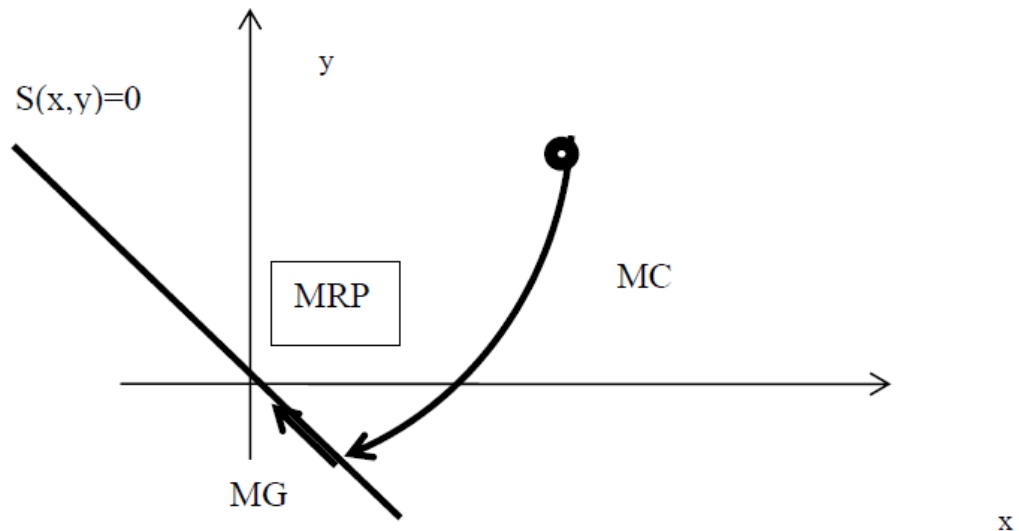


Figure .2.1 Différents modes pour la trajectoire dans le plan de phase

Cette commande jouit d'une indépendance particulière vis-à-vis des perturbations paramétriques et extérieures, donc la fiabilité de l'identification des paramètres des systèmes qu'elle pilote ne se voit plus tributaire d'une grande précision.

Il est à relever que le caractère discontinu de la commande à structure variable classique et les commutations rapides qui la caractérisent, exigent de prendre certaines précautions lors de son utilisation à l'égard des risques que courent les systèmes, conséquence des oscillations hautes fréquences qui peuvent exciter les parties non modélisées des dynamiques. Ce qui peut endommager les actionneurs.

Un autre phénomène qui est le broutement (**chattering**) limite l'utilisation de ce type de commande. Pour pallier à ces problèmes, diverses techniques, ayant pour objectif l'introduction de changement de dynamique au voisinage des discontinuités, ont été traitées dans la littérature à savoir :

- l'augmentation de la fréquence de commutation [1].
- La commande continue dans une bande autour de la surface [2].
- la décomposition de la commande équivalente en deux composantes, basses et hautes fréquences [2].

Chapitre 2 : Modes glissants et observateurs

2.2.1.2 Phénomène de réticence (chattering) :

La nature discontinue de la loi de commande des systèmes à structure variable est caractérisée par des commutations autour de la surface. Dans le cas d'un régime glissant idéal, la fréquence de ces commutations est supposée infinie, ce qui est impossible en pratique.

De plus, la présence des imperfections, de retards au niveau des commutations ou de petites constantes de temps au niveau des actionneurs engendre un comportement particulier au voisinage de la surface appelé communément phénomène de réticence ou broutement en français, ou encore **chattering** en anglais.

Ce phénomène est décrit par de fortes oscillations de hautes fréquences autour de la surface de commutation du système à commander comme on le voit sur la figure (2.2). En conséquence, les performances et la robustesse du système sont dégradées et cela peut même conduire à l'instabilité.

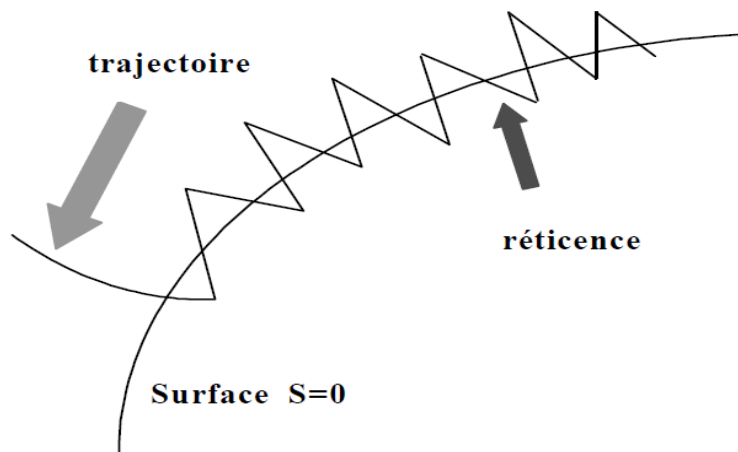


Figure.2.2 : Commutation des champs sur la surface S

Chapitre 2 : Modes glissants et observateurs

2.2.2 Conception de la commande par modes glissants :

Les avantages de la commande par mode glissant par rapport aux commandes classiques sont importants et multiples : une haute précision, une meilleure stabilité et une forte robustesse...etc. Ceci lui permet d'être particulièrement adaptée aux systèmes ayant un modèle imprécis, [9].

Concevoir une commande par modes glissants passe d'abord par établir la fonction de commutation, qui représente la dynamique désirée puis construire une commande $u(t, x)$ garantissant l'atteignabilité, en temps fini, de la surface $s(x, t) = 0$.

$$u(t, x) = \begin{cases} u^+(t, x) & \text{si } s(t, x) > 0 \\ u^-(t, x) & \text{si } s(t, x) < 0 \end{cases} \quad \text{avec : } u^+(t, x) > u^-(t, x) \quad (2.1)$$

$u^+(t, x)$ et $u^-(t, x)$ étant des fonctions continues.

Dans ce cas, la structure d'un contrôleur comporte deux parties: une partie continue représentant la dynamique du système durant le mode glissant et une autre discontinue représentant la dynamique du système durant le mode de convergence. Cette dernière est importante dans la commande non linéaire car elle a pour rôle d'éliminer les effets d'imprécisions et des perturbations sur le modèle [10].

La conception de la commande peut être effectuée en trois étapes principales très dépendantes l'une de l'autre.

- Choix de la surface.
- Etablissement des conditions d'existence.
- Détermination de la loi de commande.

2.2.2.1 Choix de la surface de glissement :

Le système à régler peut être défini par l'équation (2.2) :

$$\dot{x} = f(x) + g(x).u \quad (2.2)$$

Chapitre 2 : Modes glissants et observateurs

où x est l'état du système, u est l'entrée de commande, f et g sont des fonctions de C^∞

La surface de glissement est une fonction scalaire telle que la variable à régler glisse sur cette surface et tende vers l'origine du plan de phase.

La forme non linéaire est une fonction de l'erreur sur la variable à régler x , elle est donnée par, [11]:

$$s(x) = \left(\frac{\partial}{\partial t} + \lambda \right)^{r-1} e(x) \quad (2.3)$$

avec:

$e(x)$: est l'écart entre la variable à régler et sa référence

λ : est une constante d'accélération positive.

r : est le degré relatif.

L'objectif de la commande est de maintenir la surface à zéro. Cette dernière est une équation différentielle linéaire dont l'unique solution est $e(x) = 0$ pour un choix convenable du paramètre, ceci revient à un problème de poursuite de trajectoire qui est équivalent à une linéarisation exacte de l'écart tout en respectant la condition de convergence.

- **Notion de degré relatif :**

Le but de ce paragraphe est de montrer le lien entre le degré relatif du système et le choix de la surface de glissement pour la synthèse de la loi de commande.

L'erreur de poursuite est défini comme étant $e(t) = y(t) - y_r(t)$, où $y(t)$ est la sortie du système et $y_r(t)$ est le signal de référence.

On définit le degré relatif du système par rapport à la sortie $y(t)$ comme étant le nombre minimum de fois qu'il faut dériver la sortie $y(t)$ par rapport au temps, pour y avoir apparaître l'entrée de manière explicite [4].

Chapitre 2 : Modes glissants et observateurs

Théorème 1.2 [15] : Un régime glissant d'ordre un existe sur la surface s si et seulement si le système (2.2) est de degré relatif un par rapport à $s(x, t)$.

Le choix des surfaces de glissement concerne leur nombre qui, faut-il le noter, peut aller jusqu'à $(2m - 1)$ pour un système d'ordre n ayant m entrées ($m < n$), ainsi que leurs formes dont le choix doit être fait de manière à ce que l'intersection des surfaces individuelles puissent offrir le comportement désiré.

2.2.2.2 Conditions de convergence et d'existence :

Les conditions d'existence et de convergence sont les critères qui permettent aux différentes dynamiques du système de converger vers la surface de glissement et d'y rester indépendamment de la perturbation. Il existe deux considérations pour assurer le mode de convergence.

- **La fonction discrète de commutation :**

C'est la première condition de convergence, elle est proposée et étudiée par EMILYANOV et UTKIN. Il s'agit de donner à la surface une dynamique convergente vers zéro. Elle est donnée par:

$$\dot{s}(x) < 0 \text{ si } s(x) > 0 \quad (2.4)$$

Cette condition peut être formulée comme suit :

$$\dot{s}(x)s(x) < 0 \quad (2.5)$$

Il est à noter qu'en dépit de la globalité de cette condition, elle ne garantit pas une convergence en temps fini.

En dérivant la surface de glissement par rapport à t , on aura :

$$\dot{s}(x) = \frac{\partial s}{\partial x} \cdot \frac{\partial x}{\partial t} = \frac{\partial s}{\partial x} \cdot (f(x) + g(x)u) \quad (2.6)$$

Chapitre 2 : Modes glissants et observateurs

Ainsi l'attractivité locale de la surface de glissement se traduit mathématiquement par :

$$\lim_{s \rightarrow 0^+} \frac{\partial s}{\partial x} \cdot (f(x) + g(x)u^+) < 0 \quad \text{et} \quad \lim_{s \rightarrow 0^-} \frac{\partial s}{\partial x} \cdot (f(x) + g(x)u^-) < 0 \quad (2.7)$$

Un régime glissant existe sur une surface de glissement si, et seulement si, outre la condition d'attractivité locale, une fois la surface intersectée, les trajectoires du système restent dans un voisinage de s , comme le montre la figure (2.3), ce régime est dit idéal si l'on a exactement $s(x) = 0$.

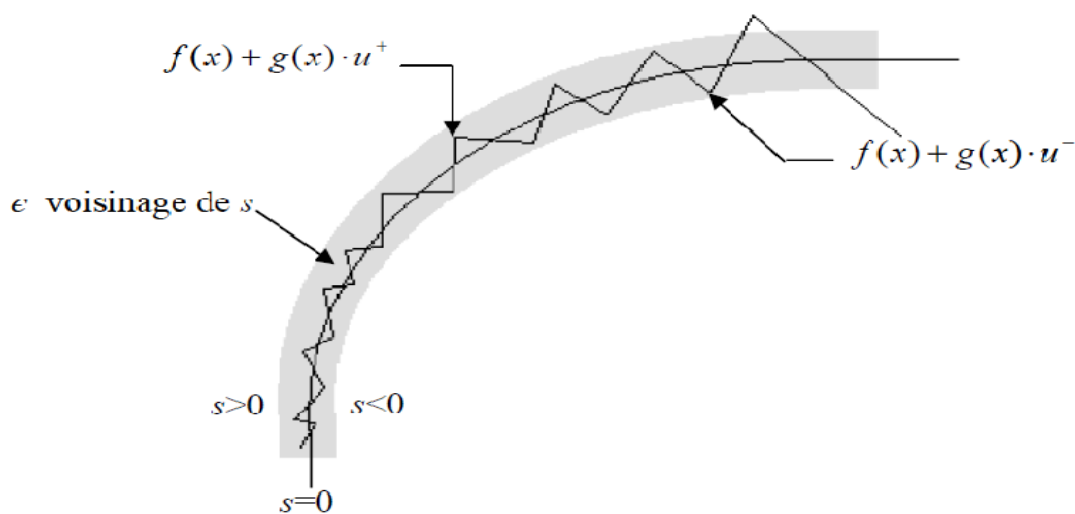


Figure .2.3 : Commutation des champs de vecteurs sur s confinement des trajectoires dans le ϵ voisinage de s .

- **La fonction de Lyapunov :**

La méthode directe de Lyapunov permet de se prononcer quant à la stabilité d'un état d'équilibre sans avoir recours à la résolution de l'équation d'état du système. En supposant que l'état d'équilibre est 0, le signe d'une fonction $v(x)$, ($v(0) = 0$, $v(\infty) = \infty$), appelée *fonction de Lyapunov*, et celui de sa

dérivée temporelle $\dot{v}(x) = \frac{\partial v(x)}{\partial t}$ donnent une information sur la stabilité du système. Si $v(x) > 0 \forall x \neq 0$ et $\dot{v}(x) < 0$, le système est asymptotiquement stable.

Une classe de fonctions de Lyapunov classique pour la détermination de la condition d'attractivité

Chapitre 2 : Modes glissants et observateurs

est celle des fonctions quadratiques du type

$$v(x) = \frac{1}{2} s^2(x) \quad (2.8)$$

Cette fonction est définie positive de manière évidente. Une condition nécessaire et suffisante pour que la variable de glissement $s(x, t)$ tende vers zéro est que la dérivée de v soit définie négative, Ceci n'est vérifiée que si la condition (2.5) est vérifiée.

$$\dot{v}(x) = s(x) \cdot \dot{s}(x) < 0 \quad (2.9)$$

Cette inégalité est appelée condition d'attractivité qui n'est pas suffisante pour assurer une convergence en temps fini vers la surface. Pour assurer une convergence de $s(x, t)$ vers 0 en temps fini, une condition plus forte doit être respectée. Dans le cas des modes glissants classiques, on utilise généralement la condition d'attractivité non-linéaire dite condition de η -attractivité [3].

$$s(x)\dot{s}(x) \leq -\eta|s(x)| \quad \text{avec} \quad \eta > 0 \quad (2.10)$$

Où η est une constante positive définissant le temps de convergence t_f .

Cela revient, pour $s(x) \neq 0$, à

$$\dot{s}(x) \leq -\eta \operatorname{sign}(s), \quad \eta > 0 \quad (2.11)$$

2.2.2.3 Calcul de la commande :

Lorsque le régime glissant est atteint, la dynamique du système est indépendante de la loi de commande qui n'a pour but que de maintenir les conditions de glissement (l'attractivité de la surface), c'est pour cette raison que la surface est déterminée indépendamment de la commande. Maintenant, il reste à déterminer la commande nécessaire pour attirer la trajectoire d'état vers la surface et ensuite vers son point d'équilibre en maintenant les conditions d'existence du mode de glissement.

Chapitre 2 : Modes glissants et observateurs

L'obtention d'un régime de glissement suppose une commande discontinue. La surface de glissement devrait être attractive des deux côtés. De ce fait, si cette commande discontinue est indispensable, il n'empêche nullement qu'une partie continue lui soit ajoutée.

La partie continue en effet, mène à réduire autant que nous voulions l'amplitude de la partie discontinue. En présence d'une perturbation, la partie discontinue a essentiellement pour but de vérifier les conditions d'attractivité. Dans ce cas, la structure d'un contrôleur par mode de glissement est constituée de deux parties, une concernant la linéarisation exacte (u_{eq}) et l'autre stabilisante (u_{dis}).

$$u = u_{eq} + u_{dis} \quad (2.12)$$

- u_{eq} correspond donc à la commande proposée par FILIPOV, elle sert à maintenir la variable à contrôler sur la surface de glissement $s(x) = 0$. La commande équivalente est déduite en considérant que la surface est nulle $\dot{s}(x) = 0$. Elle peut être interprétée comme étant un retour d'état particulier jouant le rôle d'un signal de commande appliqué sur le système à commander. Elle peut être aussi interprétée autrement comme étant une valeur moyenne que prend la commande lors de la commutation rapide entre les valeurs u_{max} et u_{min} .
- u_{dis} est déterminée pour vérifier la condition de convergence.

Pour satisfaire la condition de η -attractivité (2.11), il suffit de choisir la partie discontinue de la commande sous sa forme la plus simple, comme le montre la figure (2.4)

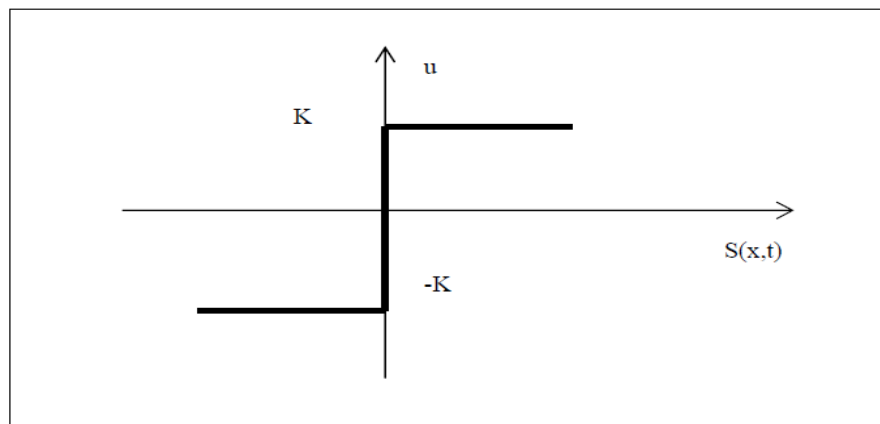


Figure .2.4 Représentation de la commande discontinue

Chapitre 2 : Modes glissants et observateurs

- **Inconvénient de la commande par modes glissants :**

Un régime glissant idéal requiert une commande pouvant commuter à une fréquence infinie. Evidemment, pour une utilisation pratique, seule une commutation à une fréquence finie est possible.

Ainsi, durant le régime glissant, les discontinuités appliquées à la commande peuvent entraîner le phénomène de broutement. Celui-ci se caractérise par de fortes oscillations des trajectoires du système autour de la surface de glissement. Les deux principale raisons à l'origine de ce phénomène sont, d'une part, les retards de commutation au niveau de la commande et, d'autre part, la présence de dynamiques « parasites » en série avec les systèmes commandés. Ces dynamiques regroupent les dynamiques des actionneurs et des capteurs présents dans le système bouclé et sont généralement négligées lors de la synthèse de la loi de commande. Ainsi les commutations trop rapides de la commande discontinue sont susceptibles d'exciter les modes propres des dynamiques négligées.

Ce phénomène peut être si pénalisant, que l'utilisation d'une loi de commande par modes glissants peut dans certaines applications, être à proscrire vu que son utilisation peut dégrader les performances et même conduire à l'instabilité. De plus le chattering peut provoquer d'importantes sollicitations mécaniques au niveau des actionneurs et, à terme engendrer leur usure rapide.

2.2.3 Les modes glissants d'ordre supérieur :

La technique des modes glissants d'ordre supérieur a été introduite par Levantovsky [14], Emelyanov et Korovin [2, 1]. Les modes glissants d'ordre supérieur représentent une extension des modes glissants d'ordre 1 à un degré plus élevé.

Ils permettent, en plus des bonnes propriétés de robustesse, et de simplicité de mise en œuvre des modes glissants classiques, de réduire leur principal inconvénient : l'effet de chattering au voisinage de la surface de glissement tout en conservant les performances du système.

L'extension des modes glissants d'ordre un aux modes glissants d'ordre supérieur est caractérisée par le choix d'une commande discontinue agissant non pas sur la surface de glissement mais plutôt sur ses dérivées supérieures.

Chapitre 2 : Modes glissants et observateurs

2.2.3.1 Principe de fonctionnement :

Le régime glissant standard agit sur la surface de glissement afin de l'annuler. Un régime glissant d'ordre r (on note $r - glissant$) agit sur la surface et ses $(r - 1)$ premières dérivées successives par rapport au temps. L'objectif est de forcer le système à évoluer non seulement sur la surface mais aussi sur ses $(r - 1)$ premières dérivées successives et à maintenir l'ensemble de glissement à zéro :

$$\dot{s} = \ddot{s} = \dots = s^{(r-1)} = 0 \quad (2.13)$$

où r désigne le degré relatif du système, qui signifie le nombre minimum de fois qu'il faut dériver la surface, par rapport au temps, pour faire apparaître la commande explicitement.

On s'intéresse dans ce qui suit aux algorithmes de commande par modes glissants d'ordre 2. Dans la littérature [34, 35], plusieurs algorithmes modes glissants d'ordre 2 ont été introduits. Parmi ces algorithmes, on note l'algorithme du Twisting [2] et l'algorithme du Super Twisting [2].

2.2.3.2 Algorithmes glissants d'ordre deux :

Le but de ce type de commande est de générer un régime glissant du second ordre sur une surface s par l'annulation de s elle-même ainsi que de sa dérivée \dot{s} en un temps fini : $s = \dot{s} = 0$

La caractéristique principale de cette stratégie est que la partie discontinue apparaît sur la dérivée de la commande \dot{u} . Finalement lorsque l'on fait le calcul de la commande du système $u = \int \dot{u}$, elle devient continue limitant ainsi le phénomène de réticence.

Considérons un système dont la dynamique est décrite par :

$$\dot{x} = f(x, t, u) \quad (2.14)$$

Et la surface de commutation :

$$s = s(t, x) \quad (2.15)$$

Chapitre 2 : Modes glissants et observateurs

Pour lesquelles $x \in R^n$ est l'état du système, $u \in R$ est la commande, $s \in R$ et f sont deux fonctions continues (en x et u).

L'objectif de la commande est de contraindre la trajectoire du système à atteindre la surface de glissement s .

Par dérivation successive de la fonction s , on peut définir le degré relatif r [4] du système (2.14) par rapport à la variable u , comme le montre (2.13)

Pour un degré relatif un, l'approche par modes glissants classique, permet d'atteindre l'objectif de commande. Toutefois, la commande par modes glissants d'ordre deux peut être appliquée afin de réduire le phénomène de réticence [2].

Lorsque le degré relatif est supérieur à deux, l'approche par modes glissants d'ordre r est la technique la plus conforme.

L'étude des systèmes de degré relatif 2 ou moins, et donc des commandes par modes glissants d'ordre 2, est plus facile que celle des systèmes d'ordre plus élevé vu qu'il y a peu de dynamiques à prendre en compte simultanément, et elles sont comparativement plus faciles à stabiliser que pour un système d'ordre élevé.

a) Algorithme du Twisting :

Historiquement connu comme le premier contrôleur par mode glissant d'ordre 2, cet algorithme twiste autour de l'origine du plan de glissement d'ordre 2.

La convergence en temps fini vers l'origine du plan de phase (s, \dot{s}) est obtenue grâce à la commutation de la commande entre deux valeurs, de telle façon que l'abscisse et l'ordonnée soient croisées de plus en plus vers l'origine.

On peut le représenter selon le degré relatif du système comme suit:

Chapitre 2 : Modes glissants et observateurs

Degré relatif égal à 1 :

$$\dot{w}_1 = \begin{cases} -k_n \text{sign}(S) & \text{si } s\dot{s} < 0 \\ -k_m \text{sign}(S) & \text{si } s\dot{s} \geq 0 \end{cases} \quad \text{Avec : } k_m \gg \gg k_n \quad (2.16)$$

Degré relatif égal à 2 :

$$w_1 = \begin{cases} -k_n \text{sign}(S) & \text{si } s\dot{s} < 0 \\ -k_m \text{sign}(S) & \text{si } s\dot{s} \geq 0 \end{cases} \quad \text{Avec : } k_m \gg \gg k_n \quad (2.17)$$

b) Algorithme du Super-Twisting :

Cet algorithme a été développé pour des systèmes de degré relatif un afin d'éviter le phénomène de (chattering). La loi de commande est constituée de deux termes continus qui, une fois encore ne dépendent pas de la dérivée de la variable de glissement.

La convergence de cet algorithme est régie par des rotations autour de l'origine du diagramme de phase, comme illustre par la figure (2.5)

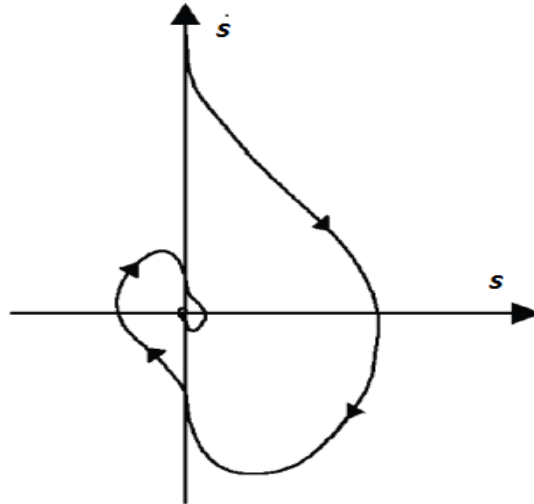


Figure .2.5 Convergence en temps fini de l'algorithme du Super-Twisting.

La loi de commande du Super-Twisting est formée de deux parties. La première u_1 est définie par sa dérivée par rapport au temps, tandis que la deuxième u_2 est continue et en fonction de la variable de glissement. La loi de commande sera donnée par :

Chapitre 2 : Modes glissants et observateurs

$$u_{st}(S) = u_1 + u_2 \quad (2.18)$$

Avec :

$$\begin{cases} \dot{u}_1 = -\alpha \operatorname{sign}(S) \\ u_2 = -\lambda |S|^{\frac{1}{2}} \operatorname{sign}(S) \end{cases} \quad (2.19)$$

A partir de l'expression de la commande de l'algorithme du Twisting et du Super Twisting, une différence majeure est à signaler. En effet, l'algorithme du Twisting est un algorithme dans lequel la connaissance de la dérivée de la fonction de glissement est nécessaire à la synthèse de la commande ce qui n'est pas le cas pour l'algorithme du Super Twisting qui ne nécessite que la connaissance de cette même fonction.

Cette différence est l'argument majeur pour la synthèse d'un algorithme de différentiation d'ordre 1, pour l'estimation de la dérivée d'un signal mesuré, à partir de l'algorithme de commande Super-Twisting.

2.3 Observateurs :

2.3.1 Introduction :

Une bonne maîtrise d'un procédé passe en général par une bonne information sur ce dernier, aussi pour assurer la conduite optimale, il est nécessaire d'avoir une connaissance complète ou partielle de l'état du système considéré.

Or, dans beaucoup de situations pratiques, pour des raisons techniques ou économiques (construction, positionnement et/ou coût des capteurs), il n'est pas toujours possible d'accéder à toutes les variables d'état d'un système. De ce fait, une solution est l'usage d'observateurs. La synthèse des observateurs dits "capteurs logiciels" qui remplacent les capteurs mécaniques présente une solution prometteuse. C'est pourquoi l'observation et donc la commande sans capteur (sensorless) devient primordiale.

L'observateur est un système dynamique basé sur la connaissance du modèle mathématique décrivant le comportement d'un système et utilisant les entrées et les mesures acquises sur celui-ci afin de reconstruire les variables d'état.

Chapitre 2 : Modes glissants et observateurs

Le problème d'observation des systèmes linéaires a été presque entièrement résolu dans les années 1960–1970. Alors que dans le cas des systèmes non linéaires, il reste un sujet de recherche très actif et largement ouvert car malgré la grande variété des résultats pour la synthèse d'observateurs pour les systèmes non linéaires, il n'existe ni une solution systématique ni une théorie générale applicable pour tout type de non linéarités.

Une des difficultés théoriques de la synthèse des observateurs non linéaires est due à l'existence d'entrées qui peuvent rendre le système inobservable. Ce phénomène est typique pour les systèmes non linéaires.

Les premières solutions proposées pour la synthèse des observateurs concernant les systèmes non linéaires consistaient souvent à se ramener d'une façon ou d'une autre aux systèmes linéaires et à appliquer l'observateur sous certaines conditions très restrictives.

La possibilité de reconstruire les variables du système à partir de la mesure des entrées et sorties de ce dernier est liée à son observabilité.

La possibilité de reconstituer une information interne sur le système au moyen des grandeurs externes disponibles peut être envisagée pour répondre à trois catégories d'objectifs à savoir :

- La commande du procédé, qui nécessite bien souvent la connaissance de son état interne.
- La surveillance du procédé, à travers les écarts entre le comportement de l'observateur et celui du procédé.
- L'identification du procédé, au moyen de l'estimation des grandeurs constantes qui paramétrisent le modèle.

Une des classes les plus connues des observateurs robustes est celle des observateurs par modes glissants. Ce type d'observateur est basé sur la théorie des systèmes à structure variable.

Chapitre 2 : Modes glissants et observateurs

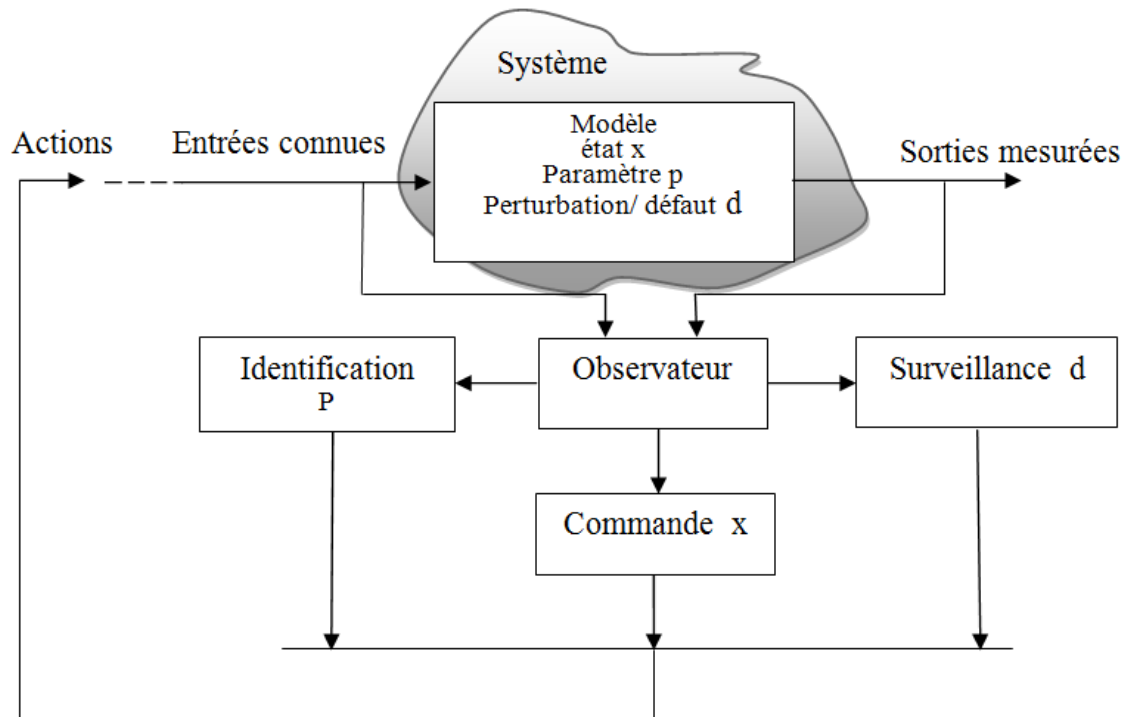


Figure .2.6. *L'observateur est le cœur d'un système automatique.*

2.3.2 Observabilité et observateurs

L'observabilité d'un processus est un concept très important en automatique. En effet, pour reconstruire l'état et la sortie d'un système, il faut savoir, a priori, si les variables d'état sont observables ou non.

En général, pour des raisons de réalisation technique, de coût, ... etc., la dimension du vecteur de sortie est inférieure à celle de l'état. Ceci entraîne qu'à l'instant donné t , l'état $x(t)$ ne peut pas être déduit algébriquement de la sortie $y(t)$ à cet instant. Par contre, sous des conditions d'observabilité qui seront explicitées plus loin, cet état peut être déduit de la connaissance des entrées et sorties sur un intervalle de temps passé: $u([0. t]), y([0. t])$.

Le but d'un observateur est de fournir avec une précision garantie une estimation de la valeur courante de l'état en fonction des entrées et sorties passées. Cette estimation doit être obtenue en temps réel, l'observateur revêt usuellement la forme d'un système dynamique.

Chapitre 2 : Modes glissants et observateurs

Définition 4.1 [16] : on appelle observateur (ou reconstruteur d'état) d'un système dynamique (S) :

$$(s): \begin{cases} \dot{x}(t) = f(x(t), u(t)) \\ y(t) = h(x(t)) \end{cases} \quad (2.20)$$

Un système dynamique auxiliaire O dont les entrées sont constituées des vecteurs d'entrée et de sortie du système à observer et dont le vecteur de sortie $\hat{x}(t)$ est l'état estimé

$$(o): \begin{cases} \dot{z}(t) = \hat{f}(z(t), u(t), y(t)) \\ \hat{x}(t) = \hat{h}(z(t), u(t), y(t)) \end{cases} \quad (2.21)$$

telle que l'erreur entre le vecteur d'état $x(t)$ et $\hat{x}(t)$ tend asymptotiquement vers zéro.

$$\|e(t)\| = \|x(t) - \hat{x}(t)\| \rightarrow 0 \quad \text{quand } t \rightarrow \infty$$

Le schéma d'un tel observateur est donné sur la figure (2.7) :

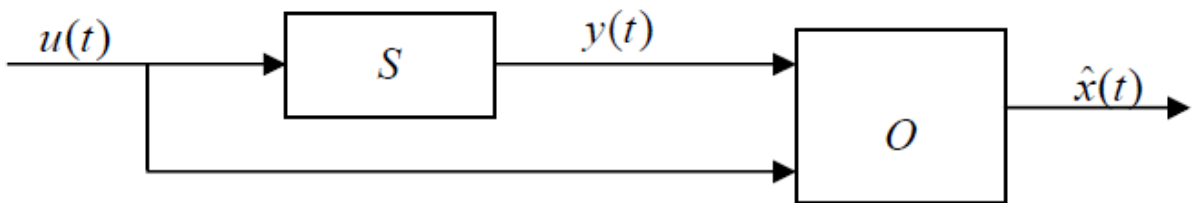


Figure .2.7 Schéma de principe d'un observateur

2.3.2.1 Observabilité des systèmes :

Soit un système linéaire continu décrit par l'équation d'état déterministe suivant :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \\ y = Cx(t) \end{cases} \quad (2.22)$$

Où les vecteurs $x(t) \in R^n$, $u(t) \in R^m$ et $y(t) \in R^p$ représentant respectivement l'état, la commande et la sortie du système. Les matrices A, B, C sont des matrices constantes de dimension appropriées.

Chapitre 2 : Modes glissants et observateurs

La matrice d'observabilité du système (2.22) est définie par :

$$o = \begin{pmatrix} C \\ CA \\ \vdots \\ CA^{n-1} \end{pmatrix} \quad (2.23)$$

L'observabilité du système linéaire est garantie si et seulement si :

$$\text{rang}(o) = \text{rang} \begin{pmatrix} C \\ CA \\ CA^2 \\ \vdots \\ CA^{(n-1)} \end{pmatrix} = n \quad (2.24)$$

Par conséquent le système linéaire (2.29) est observable, si le *rang* de la matrice d'observabilité o est égal à la dimension n de ce système, [12]. [14]. Dans le cas où le *rang* de la matrice o est inférieur à n on parle alors d'observabilité partielle.

pour un système non linéaire de la forme :

$$\begin{aligned} \dot{x} &= f(x, u) \\ y &= h(x) \end{aligned} \quad (2.25)$$

Où x est l'état estimé du système, u c'est l'entrée de commande, y c'est la sortie du système, f et h des fonctions de C^∞

Le problème d'observation se complique dans la mesure où contrairement au cas linéaire, l'observabilité dans ce cas dépend de l'entrée appliquée. Soit $x_u(t, x_0)$ la solution à l'instant t du système sous la condition initial x_0 à l'instant 0 et soumis à la commande u . L'observabilité peut alors être définie à partir de la relation d'indistinguabilité (ou indiscernabilité) [1] une bonne synthèse sur la question est donnée dans [2].

Chapitre 2 : Modes glissants et observateurs

2.3.3 Observateurs à mode glissant :

Le principe des observateurs à modes glissants consiste à contraindre, à l'aide de fonctions discontinues, les dynamiques d'un système d'ordre n à converger vers une variété S de dimension $(n-p)$ dite surface de glissement (p étant la dimension du vecteur de mesure).

L'attractivité de cette surface est assurée par des conditions appelées conditions de glissement. Si ces conditions sont vérifiées, le système converge vers la surface de glissement et y évolue selon une dynamique d'ordre $(n-p)$.

Dans le cas des observateurs à modes glissants, les dynamiques concernées sont celles des erreurs d'observation $e(t) = x(t) - \hat{x}(t)$. à partir de leurs valeurs initiales $e(0)$, ces erreurs convergentes vers les valeurs d'équilibre en deux étapes :

Dans une première phase, la trajectoire des erreurs d'observation évolue vers la surface de glissement sur laquelle les erreurs entre la sortie de l'observateur et la sortie du système réel (les mesures) $e_y = y - \hat{y}$ sont nulles. Cette étape, qui généralement est très dynamique, est appelée mode d'atteinte.

Dans la seconde phase, la trajectoire des erreurs d'observation glisse sur la surface de glissement avec des dynamiques imposées de manière à annuler toutes les erreurs d'observation.

Ce dernier mode est appelé mode de glissement. Les différentes étapes de synthèse d'un observateur par modes glissant sont connues et clairement identifiées dans [3]. Ces dernières sont rappelées ci-dessous.

Considérons le système (2.32), une structure d'observateur par modes glissants classique s'écrit :

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}} = f(\hat{x}, u) + K \text{signe}(y - \hat{y}) \\ \hat{y} = h(\hat{x}) \end{cases} \quad (2.26)$$

$u(t) \in \Omega \subset R^m$, $x \in M$, une variété de C^∞ connexe de dimension n , $y \in R^p$, f et h des fonctions de C^∞ .

Chapitre 2 : Modes glissants et observateurs

$u(t)$ représente la commande appliquée au système, y représente la sortie du système c'est-à-dire les variables mesurées et x est l'état du système.

Nous définissons les vecteurs relatifs aux erreurs d'observation tel que :

$e = \hat{x} - x$: Vecteur d'état des erreurs d'observation.

$s = e_y = y - \hat{y}$: Surface de glissement.

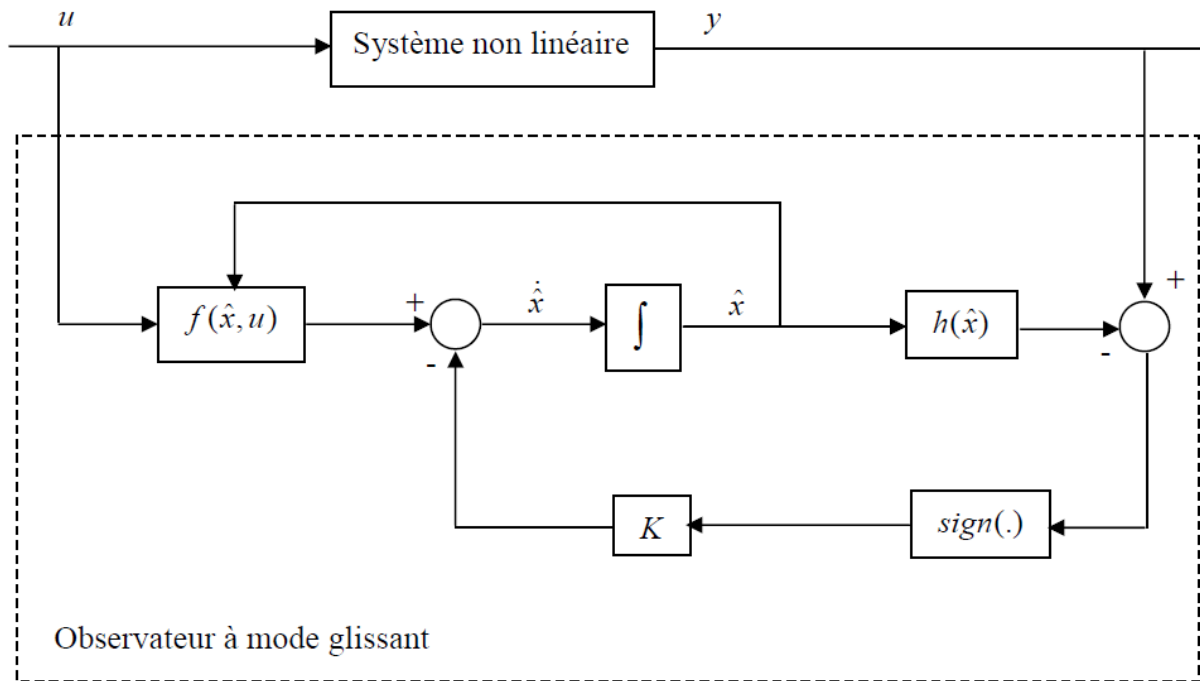


Figure .2.8 : Schéma fonctionnel d'un observateur à mode glissant.

Le terme de correction utilisé est proportionnel à la fonction discontinue *signe* appliquée à l'erreur de sortie.

Notre choix de ce type d'observateurs se justifie par les bonnes propriétés qui peuvent être obtenues et parmi lesquelles nous citerons :

- Une convergence en temps fini vers la surface de glissement $s(x) = y - \hat{y} = 0$ si entre autre les conditions d'attractivité vers cette surface sont vérifiées.
- Une réduction de dimension du système d'observation à $n - p$ états avec n la dimension de l'état x , et p la dimension du vecteur de sortie.
- Comme la fonction *signe* est équivalente à un grand gain au voisinage de l'origine, nous obtenons une certaine robustesse vis-à-vis des erreurs du modèle et des perturbations bornées.

Chapitre 2 : Modes glissants et observateurs

Pour que l'état estimé converge vers l'état réel, l'observateur à mode glissant doit respecter deux conditions :

La première concerne le mode d'atteinte et garanti l'attractivité de la surface de glissement $S = 0$ de dimension p , laquelle est attractive si la fonction de Lyapunov $V(x) = s^t \times s$ vérifie la condition : $\dot{v}(x) < 0$ si $s \neq 0$.

La deuxième concerne le mode glissant, durant cette étape, la condition d'invariance suivante doit être satisfaite :

$$\begin{cases} \dot{S} = 0 \\ S = 0 \end{cases} \quad (2.27)$$

Durant ce mode, les dynamiques du système sont réduites et le système d'ordre n devient un système équivalent d'ordre $(n-p)$. Ces critères permettent la synthèse de l'observateur à mode glissant et déterminent son fonctionnement.

2.3.4 Observateur par mode de glissement d'ordre deux :

« super twisting »

En pratique l'utilisation du mode glissant d'ordre 1 introduit de fortes oscillations à haute fréquences, communément appelée phénomène de broutement ou de chattering qui est du à la présence de la fonction *signe* dans l'équation de l'observateur. Pour remédier à ce problème les chercheurs ont proposés d'utiliser l'observateur « super-twisting » qui réalise un régime de glissement d'ordre deux.

Le choix de cet algorithme est motivé par le fait qu'il ne requiert pas d'information sur les dérivées des fonctions contraintes.

On définit sa structure par:

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}_1 = \hat{x}_2 - \lambda_1 |s|^{1/2} \text{sign}(s) \\ \dot{\hat{x}}_2 = -\lambda_2 \text{sign}(s) \end{cases} \quad (2.28)$$

Chapitre 2 : Modes glissants et observateurs

2.4 Conclusion

Dans la première partie de ce chapitre nous avons introduit la notion des commandes par modes glissants, en effet, en raison de leurs réputations en termes de robustesse et simplicité ont été adoptée pour satisfaire nos objectifs de commande.

Pour permettre au lecteur de se familiariser facilement avec la commande par modes glissants, nous avons présente cette méthode étape par étape. En effet, après avoir introduit le concept de base de cette commande ainsi que le choix de la surface de glissement, nous avons décrit les différentes étapes pour la construction de la commande par modes glissants d'ordre un.

Ensuite nous avons souligné le problème majeur de cette commande qui est le chattering.

Pour y remédier, ou du moins diminuer ce phénomène, nous avons proposé la commande par modes glissants d'ordre supérieure plus précisément l'ordre deux. En plus de conserver la robustesse, les modes glissants d'ordre deux se distinguent par rapport a ceux d'ordre un, par leur aptitude à atténuer le chattering. La généralisation des modes glissants d'ordre un aux modes glissants d'ordre supérieur, est caractérisée par le choix d'une commande discontinue agissant non pas sur la surface de glissement mais sur ses dérivées supérieures.

Dans la dernière partie du chapitre nous avons introduit les observateurs. Tout d'abord nous avons commencé par rappeler quelques définitions relatives à l'observabilité des systèmes dynamiques, cette dernière s'avère difficile à vérifier lorsqu'il s'agit des systèmes non linéaires et plus souvent on se contente de vérifier l'observabilité locale.

Pour reconstruire les variables d'état non mesurables à partir des mesures disponibles. Nous avons présente dans ce chapitre un observateur non linéaires par mode glissant qui présentent l'avantage d'être robuste aux incertitudes sur les paramètres du modèle.

Cet observateur utilise l'algorithme du super twisting, pour qui, le réglage est initialement régi par deux inéquations pour deux paramètres, est ramené à une condition simple pour un seul paramètre.

Chapitre 3

Simulation de la
commande en
poursuite et
observation

Chapitre 3: Simulation de la commande en poursuite et Observation

3.1 Introduction :

Dans la première partie de ce chapitre on présente un rappel sur le modèle du robot, des surfaces de glissement et des commandes qui vont être utilisées.

La seconde partie sera consacrée à la présentation des résultats de simulations d'un robot mobile virtuel de type voiture, ayant les mêmes caractéristiques (structure et dimension) que le robot réel, à une trajectoire de référence.

Pour ce faire, notre choix s'est porté sur différents types de commande, une commande par mode glissant classique, et deux autres commandes par mode glissant du second ordre (**Twisting, Super-Twisting**).

La poursuite de trajectoire du robot se fera dans un 1^{er} lieu avec ces trois commandes, par la suite, l'introduction d'un observateur à base du super **Super-Twisting** sera faite pour essayer d'avoir les mêmes résultats sans avoir recours directement aux erreurs de position et d'orientation, mais à leurs estimations qu'on va calculer à l'aide de ce dernier.

3.2 Rappel sur le modèle du robot [2]:

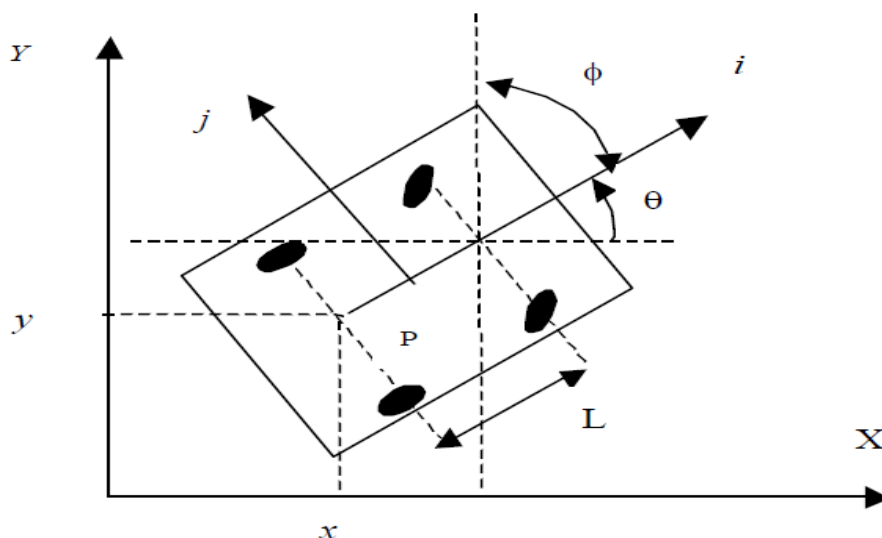


Figure.3.1 : Schéma du Robucar en simple braquage.

Chapitre 3: Simulation de la commande en poursuite et Observation

Où

- x, y représentent les coordonnées cartésiennes du point de l'essieu arrière
- θ est l'angle d'orientation du robot
- ϕ est l'angle de braquage des roues avant
- L est l'entraxe

Nous rappelons que le modèle cinématique de la voiture est donné dans le repère de base (Figure.1.2) par l'évolution dans le temps du point P de coordonnées :

$$\begin{pmatrix} \dot{x}_p \\ \dot{y}_p \\ L\dot{\theta} \end{pmatrix} = P(\theta) \begin{pmatrix} v_x \\ v_y \\ v_\theta \end{pmatrix} \quad (3.1)$$

Notre objectif est de faire suivre au robot mobile de type voiture une trajectoire de référence qui satisfait les équations cinématiques d'un robot virtuel de type voiture :

$$\begin{pmatrix} \dot{x}_{pr} \\ \dot{y}_{pr} \\ L\dot{\theta}_r \end{pmatrix} = P(\theta_r) \begin{pmatrix} v_{xr} \\ v_{yr} \\ v_{\theta r} \end{pmatrix} \quad (3.2)$$

Après les calculs qui ont été faits dans l'annexe B, nous obtenons le modèle cinématique de poursuite de robot de type voiture :

$$\begin{cases} \dot{\tilde{x}} = p_1(t, \tilde{\theta})\tilde{y} + \cos(\tilde{\theta})\tilde{v}_x + \sin(\tilde{\theta})\tilde{v}_y + p_2(t, \tilde{\theta})\tilde{\theta} \\ \dot{\tilde{y}} = -p_1(t, \tilde{\theta})\tilde{x} + \sin(\tilde{\theta})\tilde{v}_x - \cos(\tilde{\theta})\tilde{v}_y + p_3(t, \tilde{\theta})\tilde{\theta} \\ L\dot{\tilde{\theta}} = \tilde{v}_\theta \end{cases} \quad (3.3)$$

Avec :

$$\begin{aligned} p_1(t, \tilde{\theta}) &= \frac{v_{\theta r}}{L} \\ p_2(t, \tilde{\theta}) &= \frac{(\cos(\tilde{\theta})-1)}{\tilde{\theta}} v_{xr} + \frac{\sin(\tilde{\theta})}{\tilde{\theta}} v_{yr} \\ p_3(t, \tilde{\theta}) &= \frac{\sin(\tilde{\theta})}{\tilde{\theta}} v_{xr} + \frac{(1-\cos(\tilde{\theta}))}{\tilde{\theta}} v_{yr} \end{aligned}$$

Chapitre 3: Simulation de la commande en poursuite et Observation

3.2.1 Choix des surfaces :

Sur notre modèle on a choisit les deux entrées de commande v_{ex} et $v_{e\theta}$, ce qui nous amène à faire le choix de deux surfaces de glissement S_1 et S_2 .

Le degré relatif du système considéré est 1, les équations de surfaces de glissement $s_1(e)$ et $s_2(e)$ ont été choisies comme suit :

$$\begin{cases} S_1 = \lambda_1 e_1 + \lambda_2 e_3 \\ S_2 = \lambda_3 e_2 + \lambda_4 e_3 \end{cases} \quad (3.4)$$

Où : $e_1 = x - x_r$, $e_2 = y - y_r$, $e_3 = \theta - \theta_r$

$\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3 \lambda_4$ sont des constantes positives représentant la pente de glissement.

3.2.2 Choix des commandes :

Pour la partie commande notre choix c'est porté sur une commande par mode glissant classique de la forme :

$$u = -k \text{sign}(s) \quad (3.5)$$

et deux autres d'ordre supérieurs : **le Twisting** et le **Super Twisting**.

Dont leurs expressions sont exprimées dans (2.16), (2.17) et (2.19)

3.3 Résultats de simulation :

Les résultats de simulation sont représentés ci-dessous afin de montrer l'efficacité des approches aux qu'elles nous avons eu recours, pour des conditions initiales:

$$(x_r, y_r, \theta_r, \phi_r) = (0,0,0,0).$$

Avec des erreurs initiales : $x_0 = 0.15m$. $y_0 = 0.02m$. $\theta_0 = -\pi/30$

La période d'échantillonnage est prise égale à : $te = 10ms$, avec le paramètre physique $L = 1.2m$

Chapitre 3: Simulation de la commande en poursuite et Observation

3.3.1 Résultat de simulation : commande sans observateur :

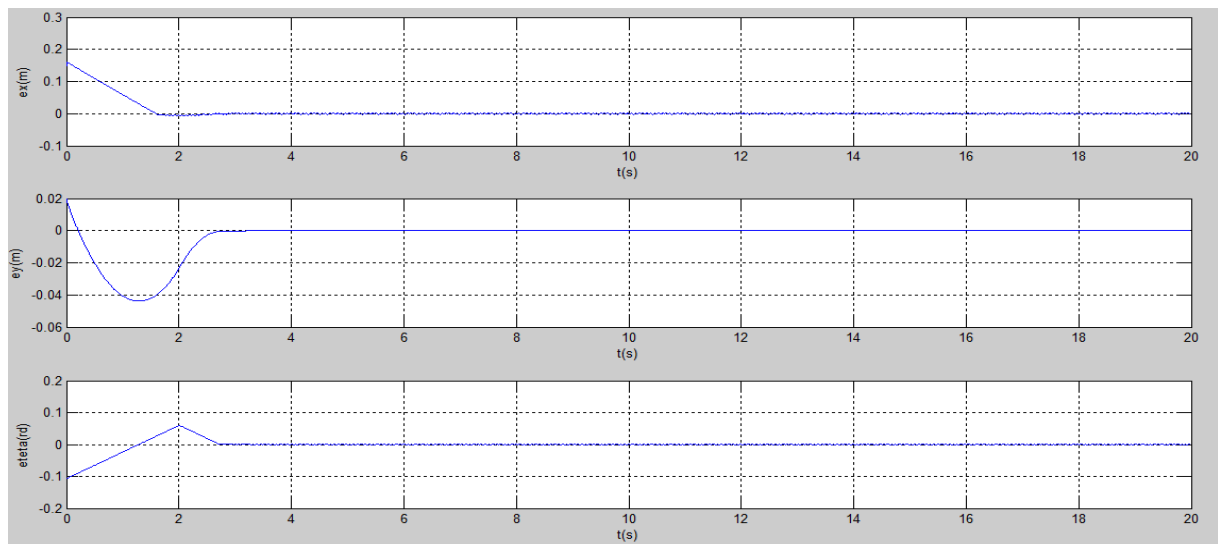
3.3.1.1 Commande par modes glissants classique :

a) Cas d'une droite :

Les paramètres des surfaces de glissement sont réglés ainsi :

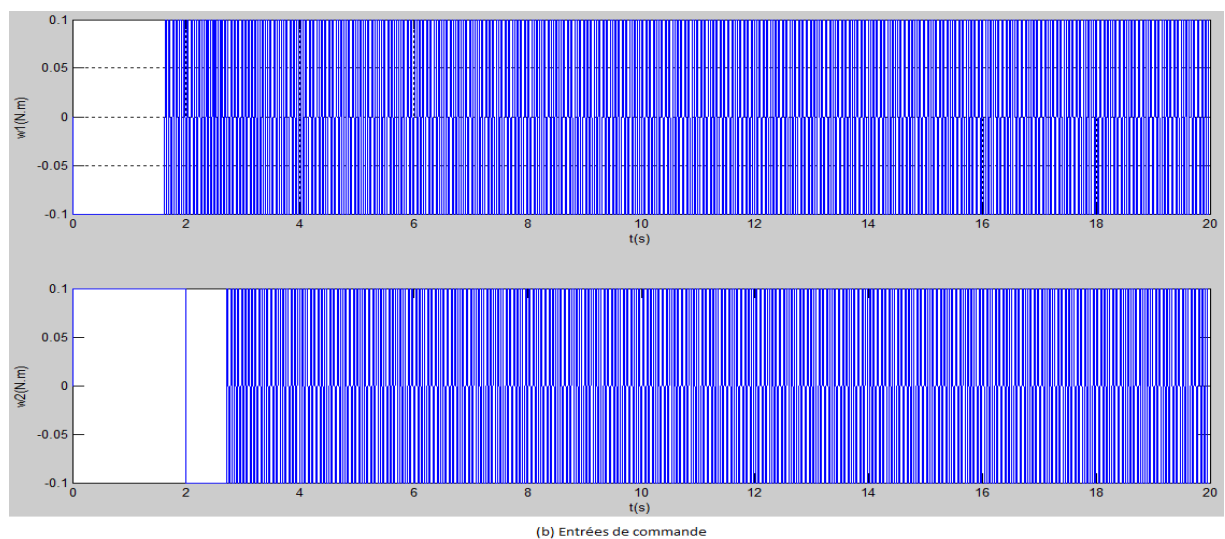
$$\lambda_1 = 0.75, \lambda_2 = 0.08, \lambda_3 = 0.25, \lambda_4 = 0.1$$

Avec : $k = 0.1$



(a) Erreurs de position et d'orientation

Figure.3.2 : Erreurs de position et d'orientation



(b) Entrées de commande

Figure.3.3 : Entrées de commandes

Chapitre 3: Simulation de la commande en poursuite et Observation

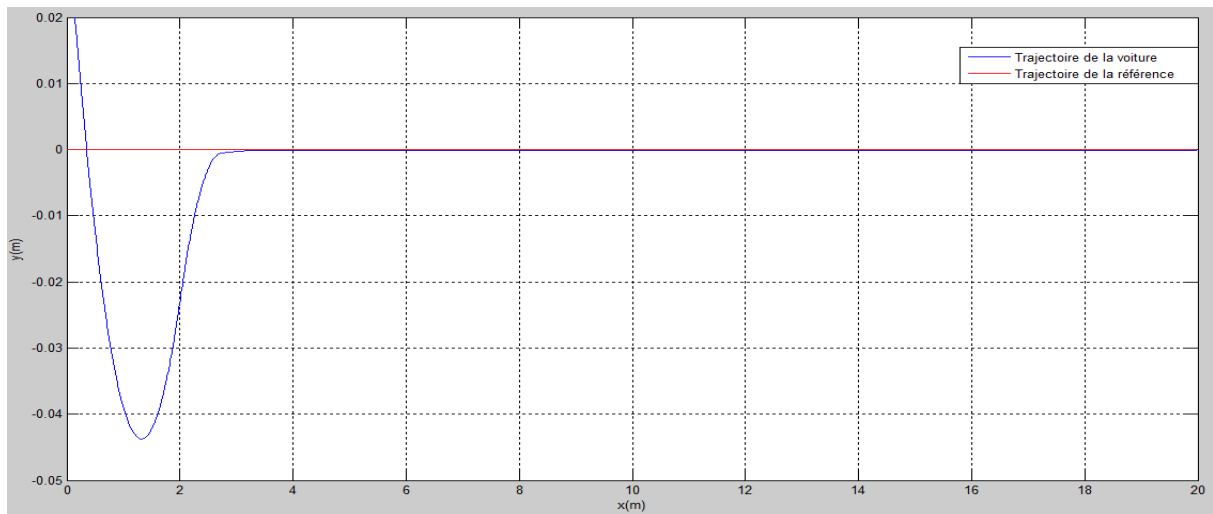


Figure.3.4 : Poursuite de trajectoire : commande classique

b) Cas d'un arc de cercle ($v_{\theta r} = 0.07 \text{ rd/s}$) :

Les paramètres des surfaces de glissement sont réglés ainsi :

$$\lambda_1 = 3.9, \lambda_2 = 0.13, \lambda_3 = 0.19, \lambda_4 = 0.096$$

Avec : $k = 0.09$

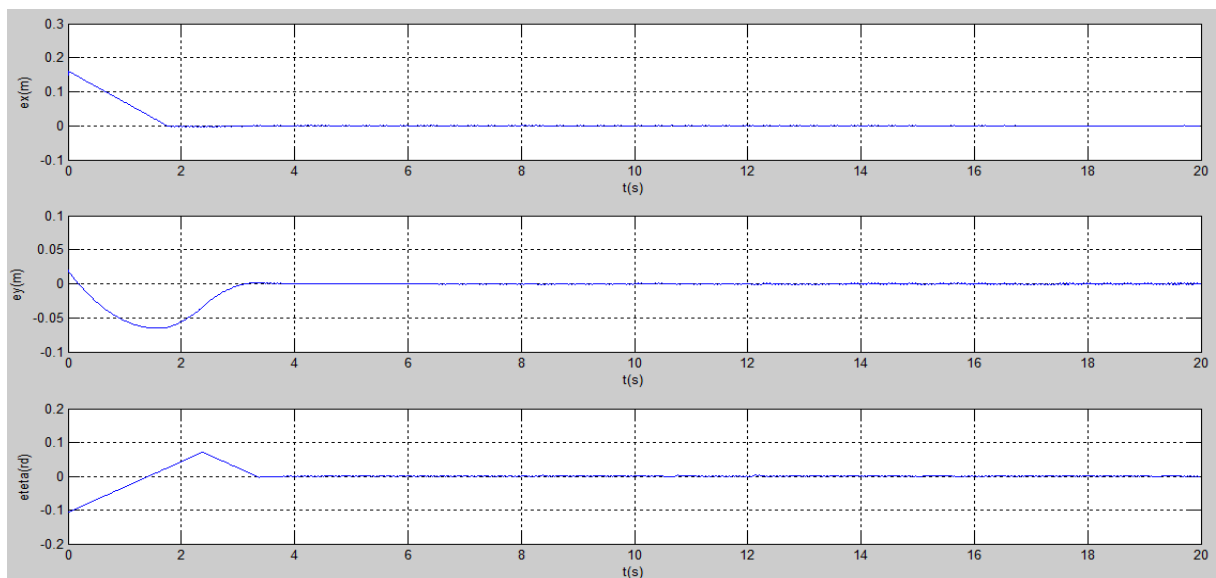


Figure.3.5 : Erreurs de position et d'orientation

Chapitre 3: Simulation de la commande en poursuite et Observation

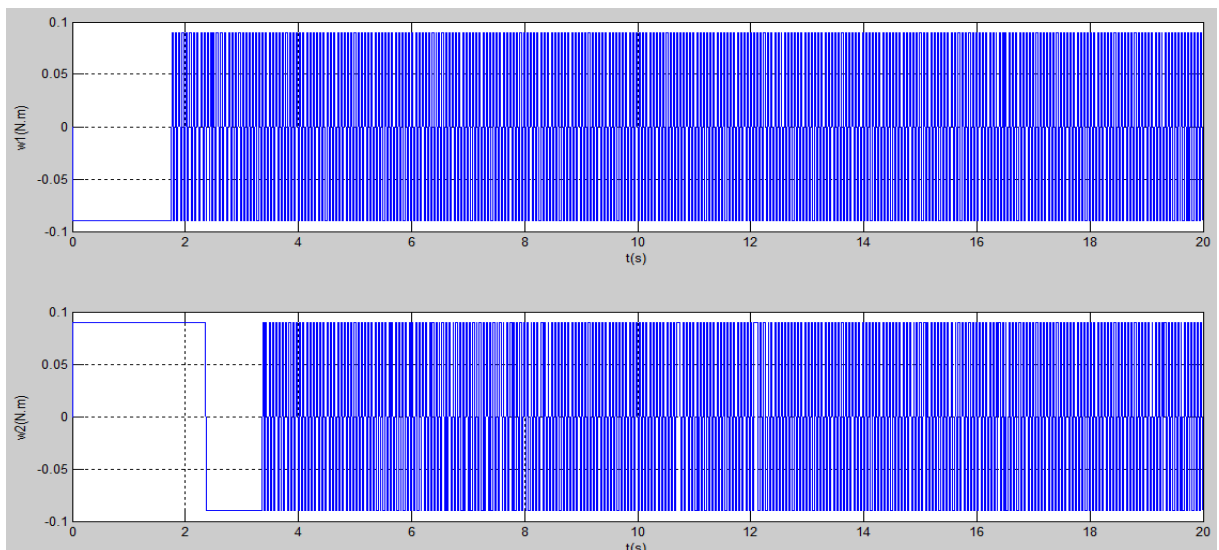


Figure.3.6 : Entrées de commandes

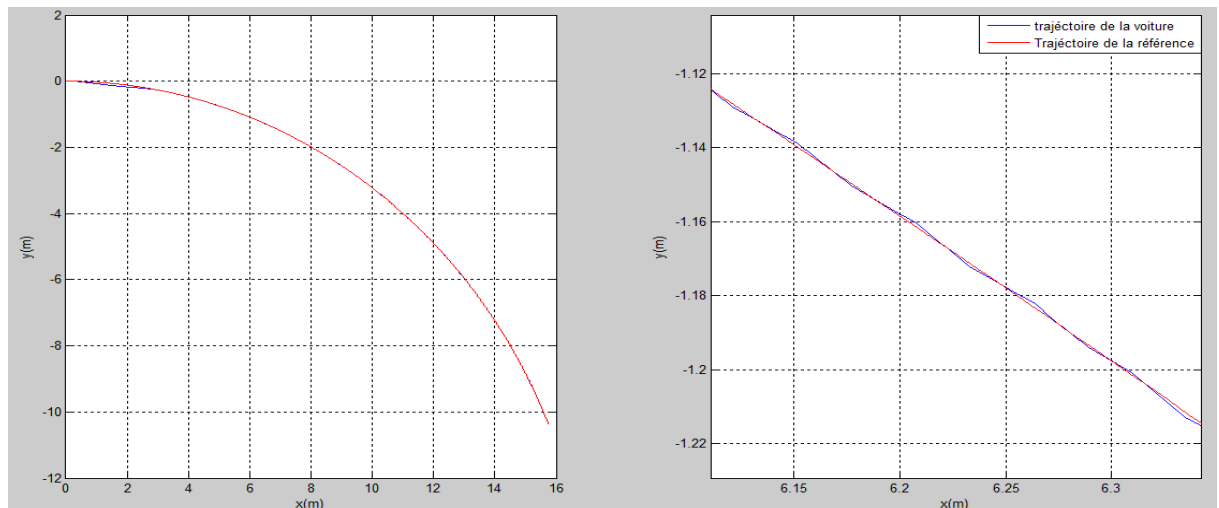


Figure.3.7 : Poursuite de trajectoire : commande classique

On peut observer sur les figures 3.2 - 3.3 - 3.4, que les erreurs de position et d'orientation tendent plus rapidement que sur les figures 3.5 – 3.6 – 3.7, et que dans les deux cas l'allure de la voiture approche de très près celle de la référence.

Néanmoins; comme le montrent ces figures, le phénomène de chattering n'a pas pu être complètement éliminé avec méthode.

Pour ce qui est des entrées de commande, on remarque qu'elles sont assez importantes en terme d'amplitude avec une fréquence de commutation assez importante aussi, ce qui va se traduire par un surplus de consommation en terme d'énergie et beaucoup de sollicitation au niveau des actionneurs.

Chapitre 3: Simulation de la commande en poursuite et Observation

Pour éviter l'effet du chattering et améliorer la précision de la convergence de chaque variété nous avons opté pour des algorithmes glissants d'ordre deux : **Twisting** et **Super-Twisting**.

3.3.1.2 Commande Twisting :

a) Cas d'une droite :

Les paramètres des surfaces de glissement sont réglés ainsi :

Avec : $\lambda_1 = 1.26, \lambda_2 = 2.43, \lambda_3 = 0.7, \lambda_4 = 0.35$
 $k_n = 0.09$
 $k_m = 2.1$

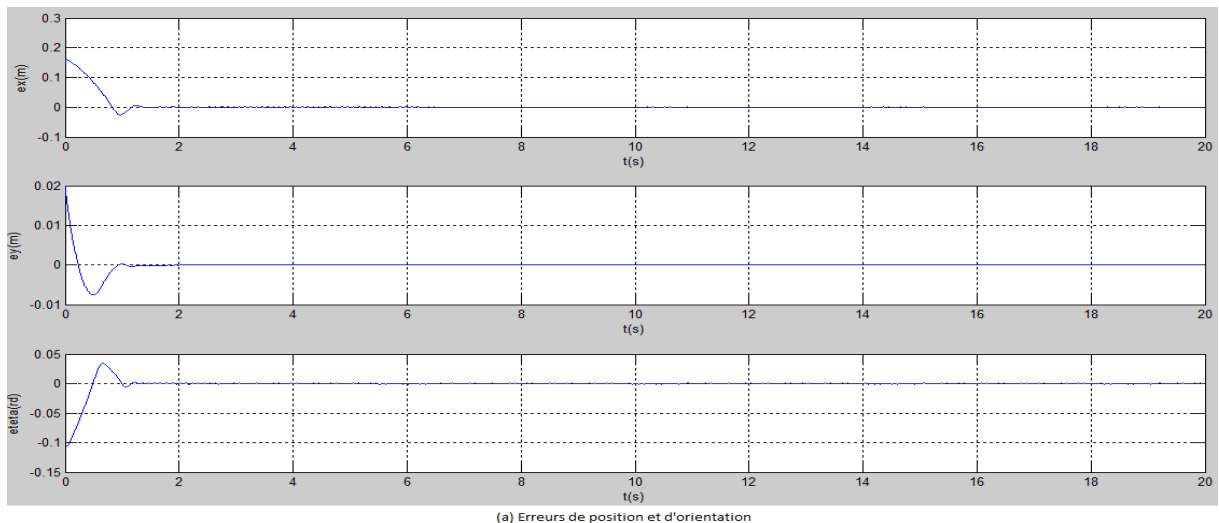


Figure.3.8 : Erreurs de position et d'orientation

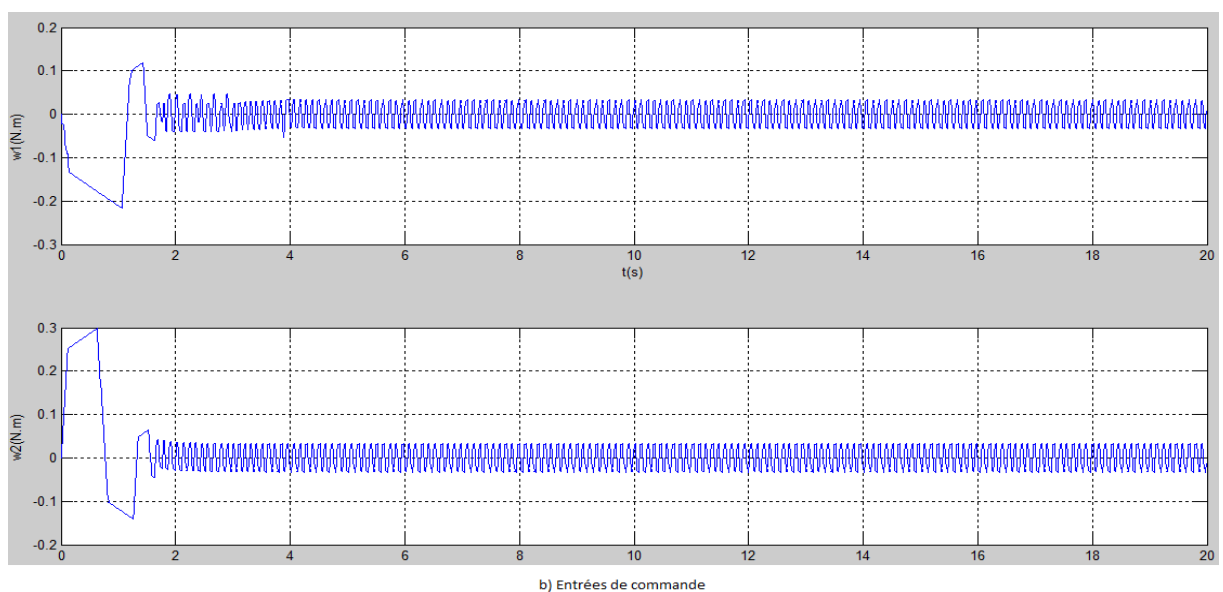


Figure.3.9 : Entrées de commandes

Chapitre 3: Simulation de la commande en poursuite et Observation

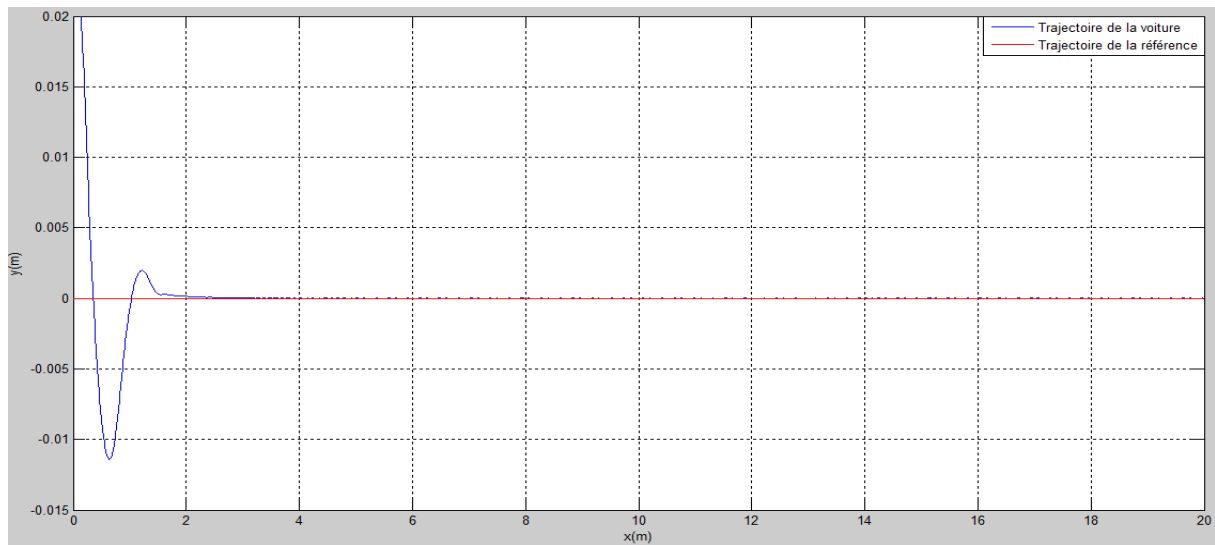


Figure.3.10 : Poursuite de trajectoire : commande par Twisting

b) Cas d'un arc de cercle ($v_{\theta r} = 0.07 \text{ rd/s}$) :

Les paramètres des surfaces de glissement sont réglés ainsi :

Avec :

$$\lambda_1 = 0.6, \lambda_2 = 8, \lambda_3 = 3.2, \lambda_4 = 2.5$$
$$k_n = 0.4$$
$$k_m = 1.5$$

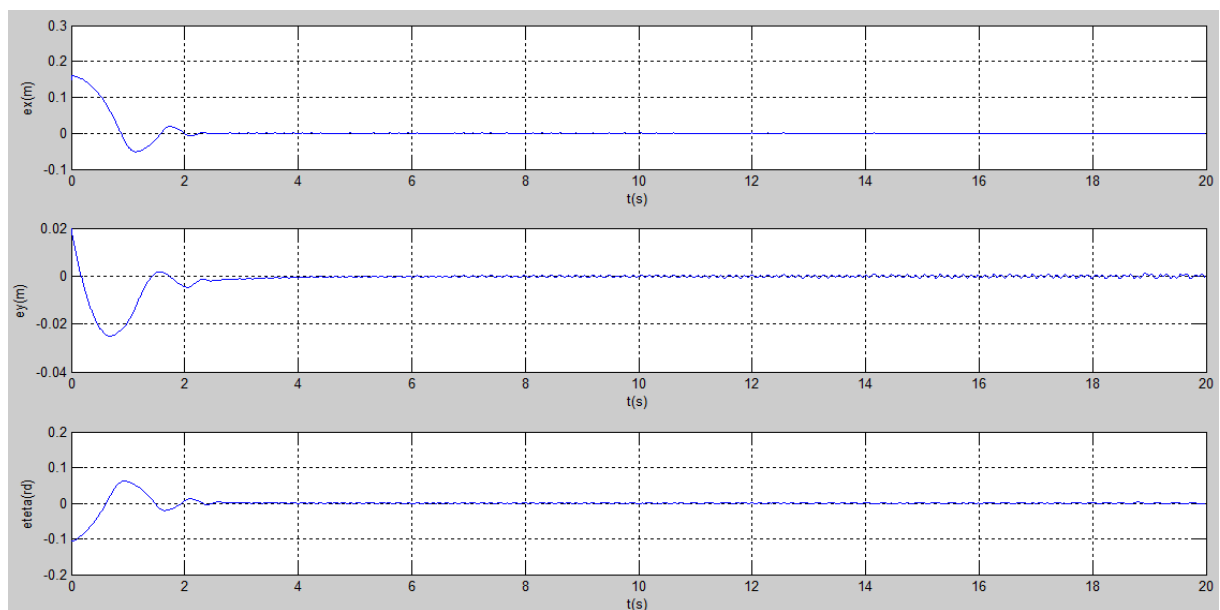


Figure.3.11 : Erreurs de position et d'orientation

Chapitre 3: Simulation de la commande en poursuite et Observation

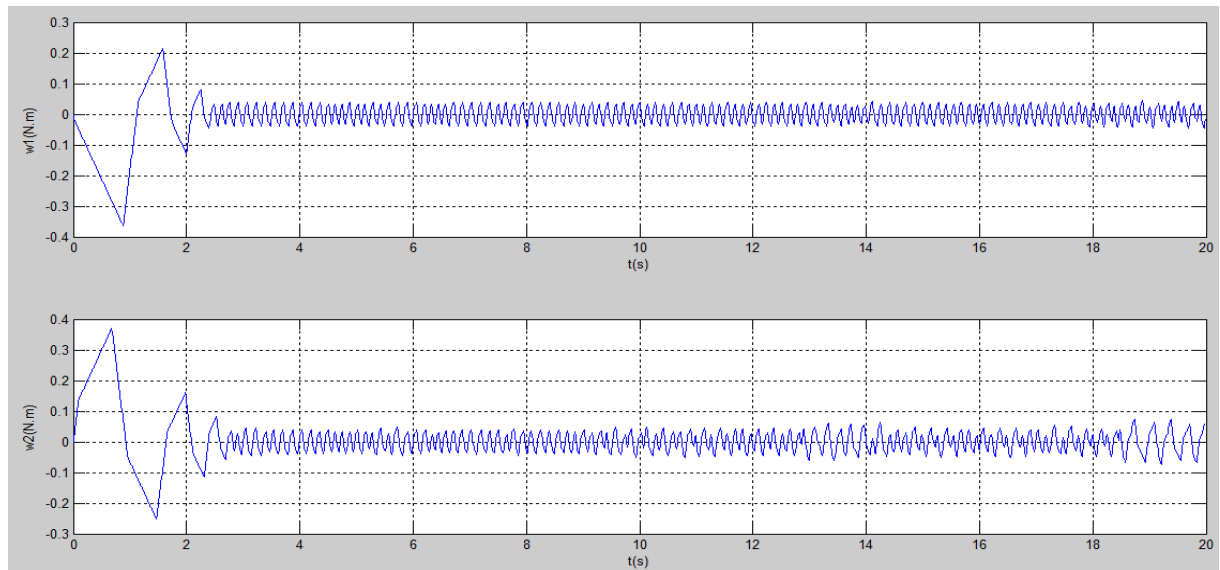


Figure.3.12 : Entrées de commandes

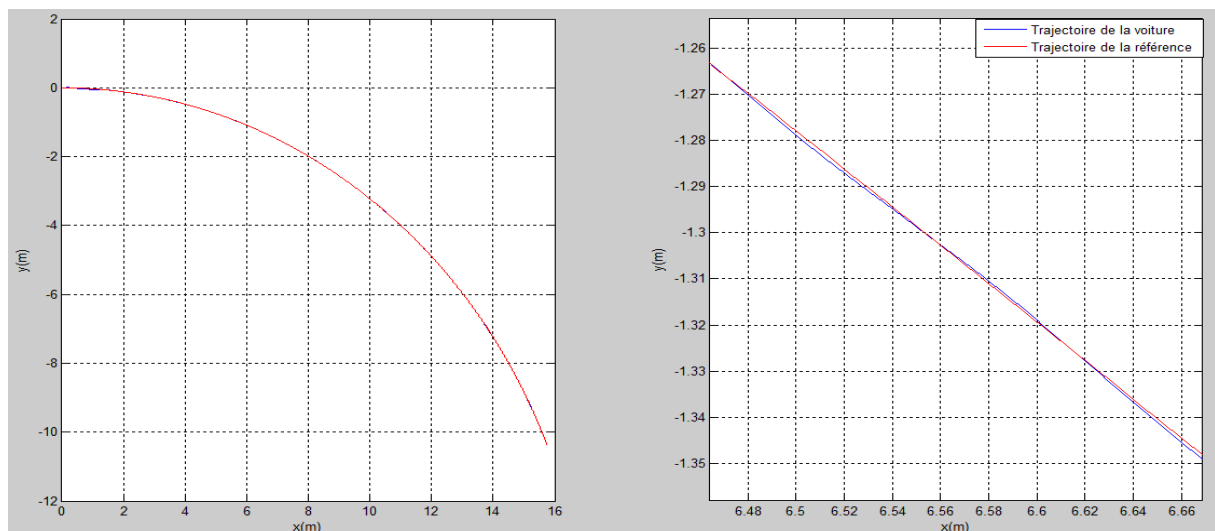


Figure.3.13 – Poursuite de trajectoire : commande par Twisting

En comparant ces figures avec les précédentes, on remarque qu'avec l'algorithme du **Twisting** et dans le cas d'une droite, l'effet du **chattering** sur les erreurs de position et d'orientation a complètement été éliminé et on a une convergence plus rapide.

Néanmoins, dans le cas de l'arc, le **chattering** est toujours présent, mais il est à noter que les résultats sont meilleurs que ceux obtenus avec la méthode précédente.

Du côté des entrées de commande elles sont d'amplitudes très faibles, mais le **chattering** reste toute fois important malgré qu'il ait été considérablement réduit.

Chapitre 3: Simulation de la commande en poursuite et Observation

3.3.1.3 Commande Super-Twisting :

Ces résultats, nous montrent clairement l'efficacité du super-twisting par rapport aux autres méthodes qui viennent de suivre.

a) Cas d'une droite :

Les paramètres des surfaces de glissement sont réglés ainsi :

$$\lambda_1 = 0.09, \lambda_2 = 1.4, \lambda_3 = 0.08, \lambda_4 = 0.64$$

Avec : $\alpha = 0.0082$

$$\lambda_5 = 6$$

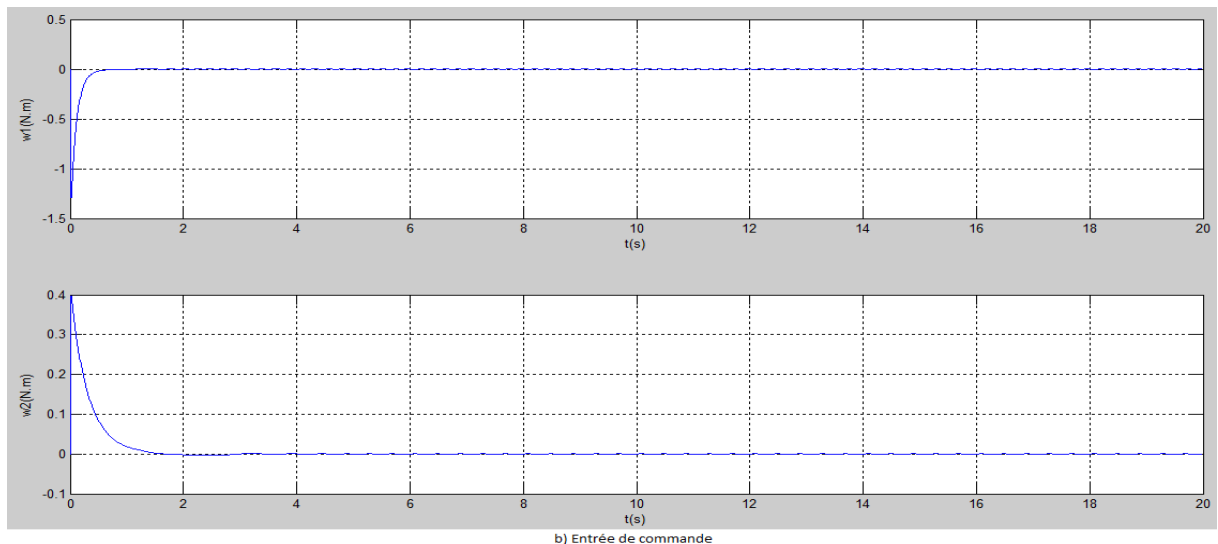


Figure.3.14 : Entrées de commandes

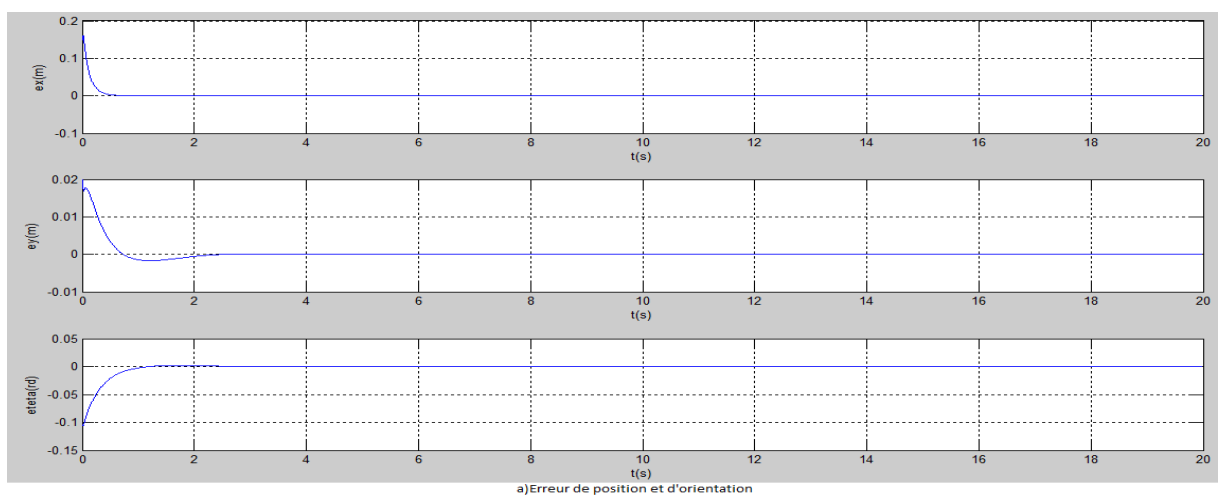


Figure.3.15 : Erreurs de position et d'orientation

Chapitre 3: Simulation de la commande en poursuite et Observation

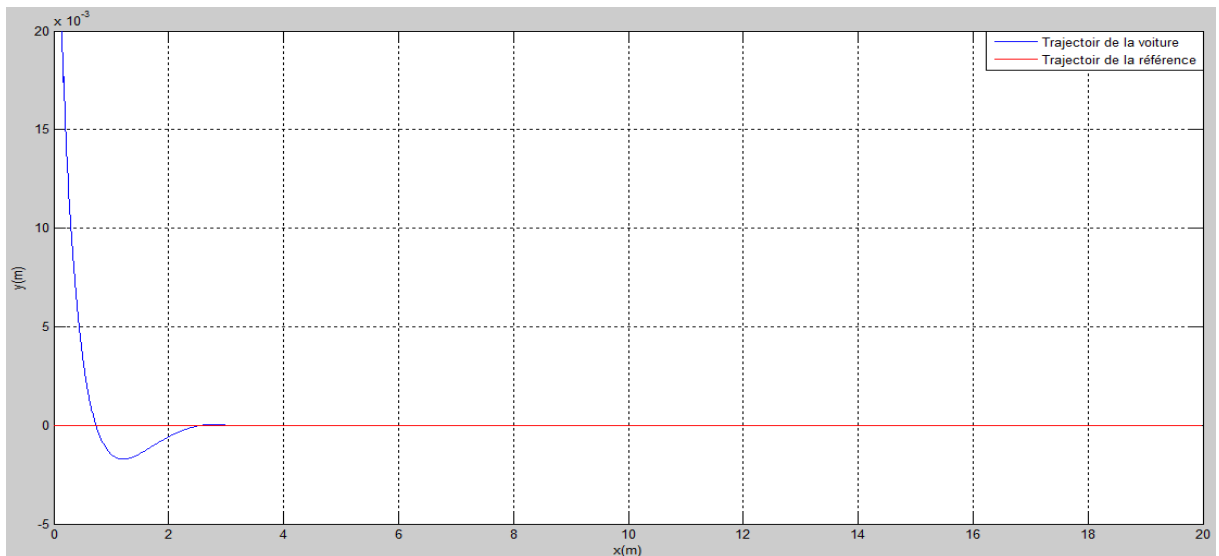


Figure.3.16 : Poursuite de trajectoire : commande Super-Twisting

b) Cas d'un arc de cercle ($v_{\theta r} = 0.07 \text{ rd/s}$) :

Les paramètres des surfaces de glissement sont réglés ainsi :

Avec : $\lambda_1 = 0.05, \lambda_2 = 8, \lambda_3 = 0.21, \lambda_4 = 0.55$
 $\alpha = 0.001$
 $\lambda_5 = 7.5$

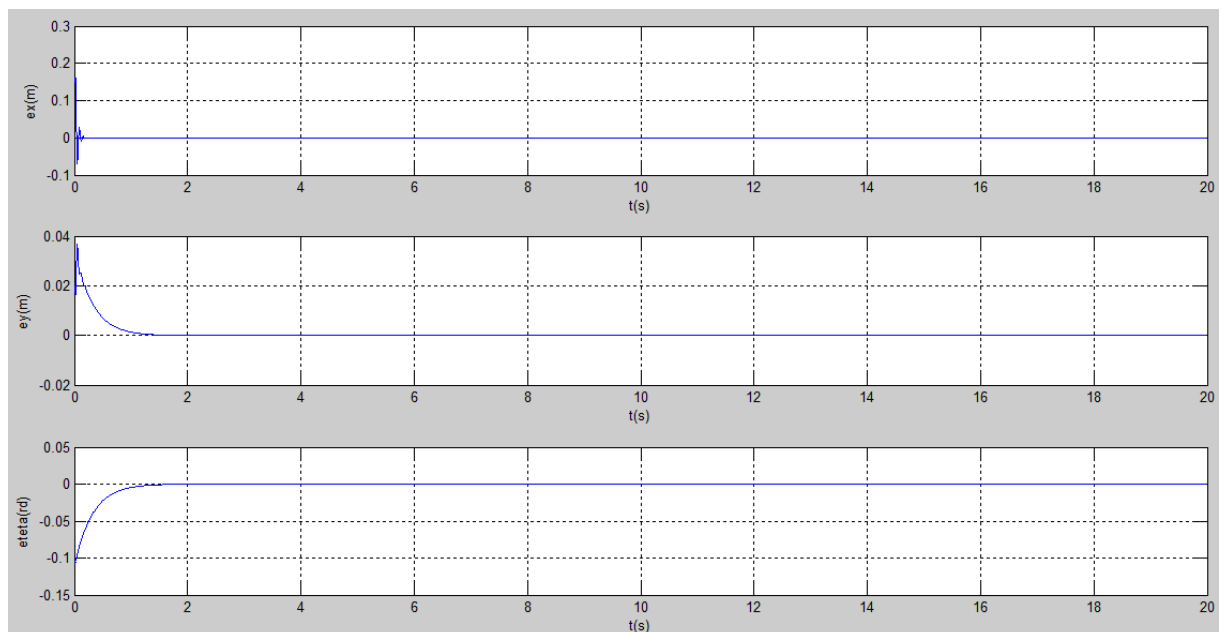


Figure.3.17 : Erreurs de position et d'orientation

Chapitre 3: Simulation de la commande en poursuite et Observation

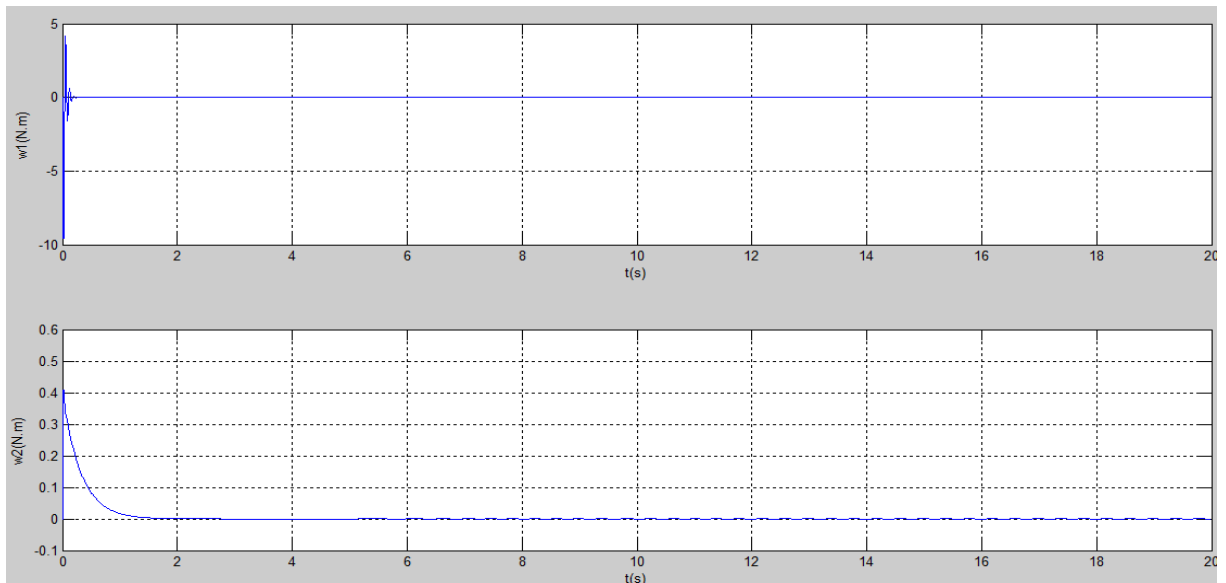


Figure.3.18 : Entrées de commandes

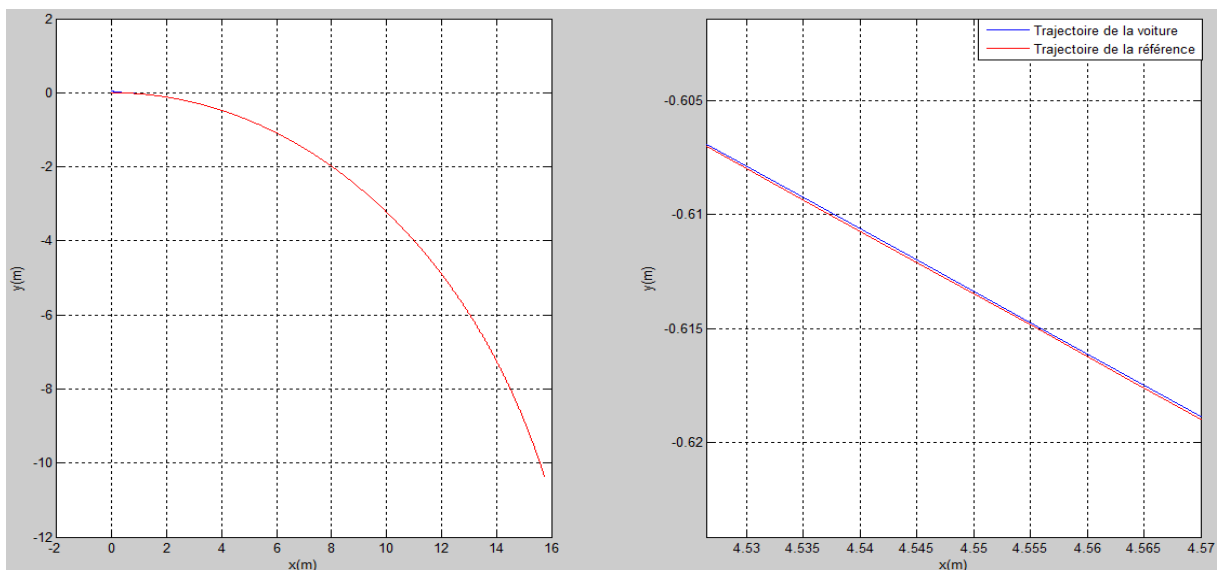


Figure.3.19 : Poursuite de la trajectoire : commande Super-Twisting

On a des résultats qui dépassent largement ceux déjà obtenus (convergence, dépassement) que soit dans le cas de la droite ou de l'arc, on remarque aussi que le phénomène de **chattering** a complètement été éliminé sur les erreurs de position et d'orientation et aussi sur les entrées de commande.

Chapitre 3: Simulation de la commande en poursuite et Observation

3.3.1.4 Discussion des résultats :

Dans ce qui vient de suivre on a essayé de faire suivre à un robot virtuel de type voiture, une trajectoire de référence sous forme d'une droite puis sous forme d'une trajectoire circulaire, pour ce faire on a jeté notre dévolu sur différent type de commande par mode glissant classique et de second ordre (**Twisting, Super-Twisting**).

Après interprétation et analyse des résultats des 3 types de commande, on note la convergence en temps fini des erreurs de position et d'orientation vers l'origine fruit du respect des hypothèses de convergence ajouté aux bon réglages des coefficient des loi de commande et du bons choix des surfaces de glissement.

Avec une comparaison de ces résultats , on note l'amélioration apporté par la commande par mode glissant d'ordre 2, en effet on a une meilleure convergence et ils se présentent sans (**chattering**), qui constitue un problème crucial pour les modes glissants classiques.

En l'occurrence on note aussi la facilité d'utilisation et d'adaptation de l'algorithme du **Super-Twisting** par rapport à celui du **Twisting** surtout en termes de paramétrage et de réglage.

3.3.2 Résultats de simulation : commande avec observateur :

Dans cette partie, on va refaire le même travail de poursuite qui vient de suivre avec les mêmes types de commande, le même modèle cinématique de poursuite et les mêmes trajectoires de référence, sauf qu'on va remplacer les erreurs de position et d'orientation par leurs estimés qu'on va calculer en intégrant un observateur par mode glissant « **Super-Twisting** ».

L'avantage principal de cet observateur est sa robustesse par rapport aux variations paramétriques et les erreurs de modélisation.

3.3.2.1 Commande en boucle ouverte :

Les paramètres de l'observateur sont :

$$\lambda_5 = 10$$

$$\alpha_1 = 10$$

$$\lambda_6 = 20$$

$$\alpha_2 = 20$$

$$\lambda_7 = 20$$

$$\alpha_3 = 20$$

Chapitre 3: Simulation de la commande en poursuite et Observation

Les résultats sont illustrés sur la figure (3.20) :

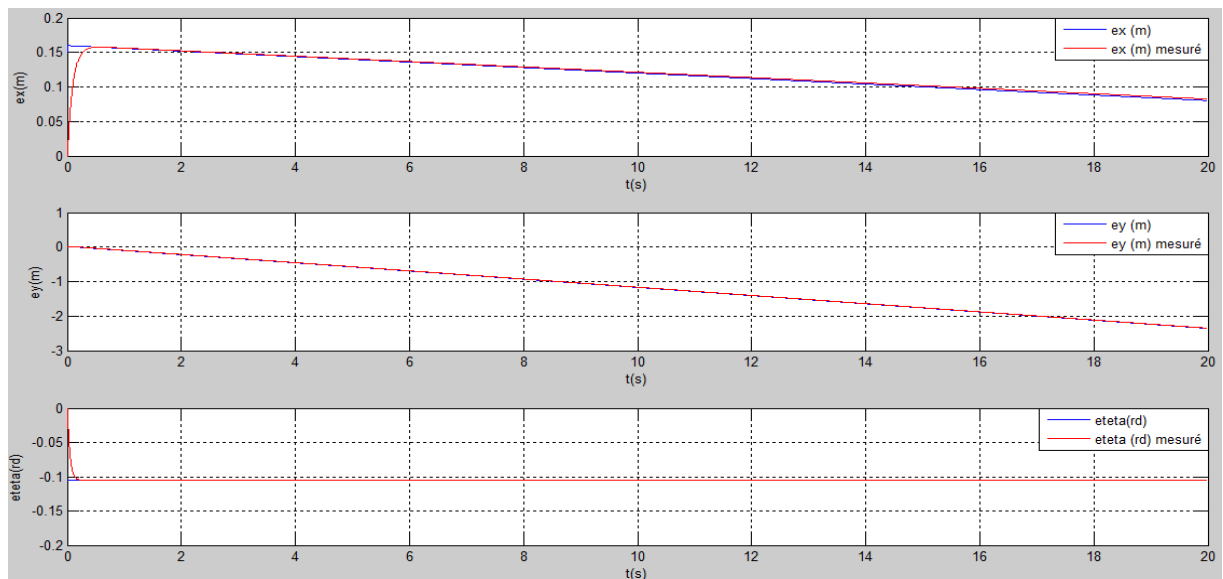


Figure.3.20 : Erreurs de position et d'orientation estimées

Les résultats de simulations obtenus de la figure (3.20) montrent les erreurs réelles (bleu) et les erreurs estimées (rouge).

Ces résultats montrent que l'observateur assure une bonne poursuite et une bonne estimation des erreurs.

3.3.2.2 Commande en boucle fermée :

3.3.2.2.1 Commande par mode glissant classique :

a) Cas d'une droite :

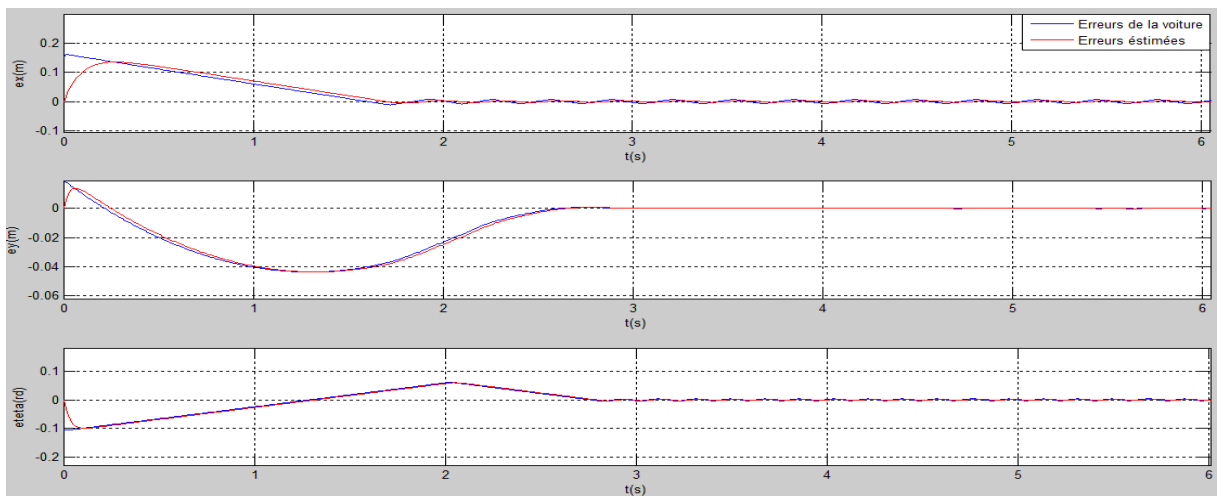
Les paramètres des surfaces de glissement sont réglés ainsi :

$$\lambda_1 = 1, \lambda_2 = 0.01, \lambda_3 = 0.2, \lambda_4 = 0.009$$

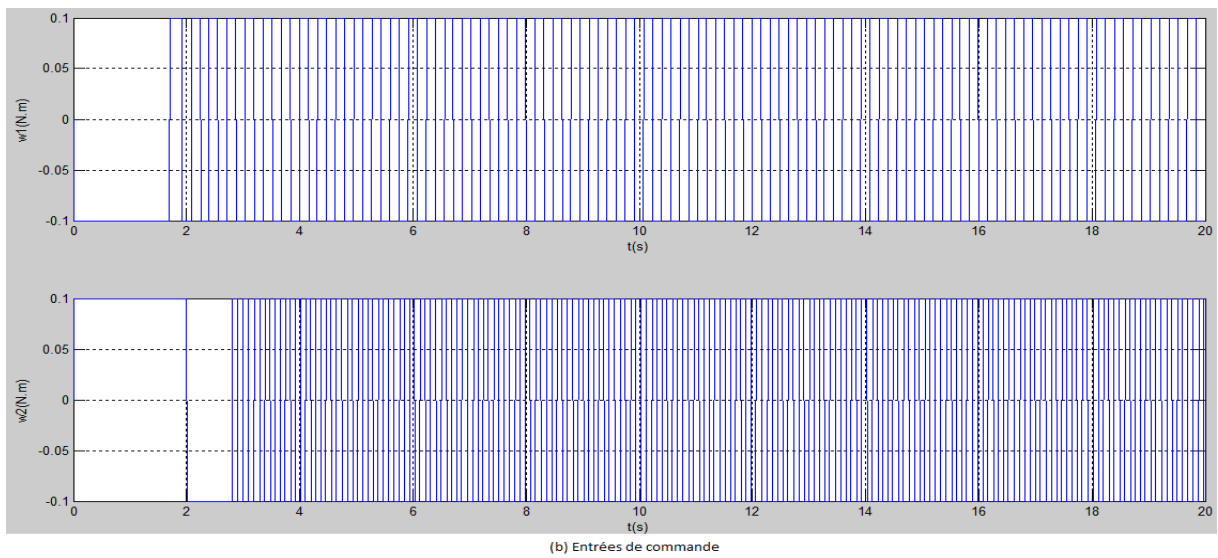
Les paramètres des observateurs sont :

$$\begin{array}{ll} \lambda_5 = 20 & \alpha_1 = 0.0001 \\ \lambda_6 = 20 & \alpha_2 = 0.0001 \\ \lambda_7 = 20 & \alpha_3 = 0.0001 \end{array}$$

Chapitre 3: Simulation de la commande en poursuite et Observation



(a) Erreurs de position et d'orientation
Figure.3.21 : Erreurs de position et d'orientation



(b) Entrées de commande
Figure.3.22 : Entrées de commande

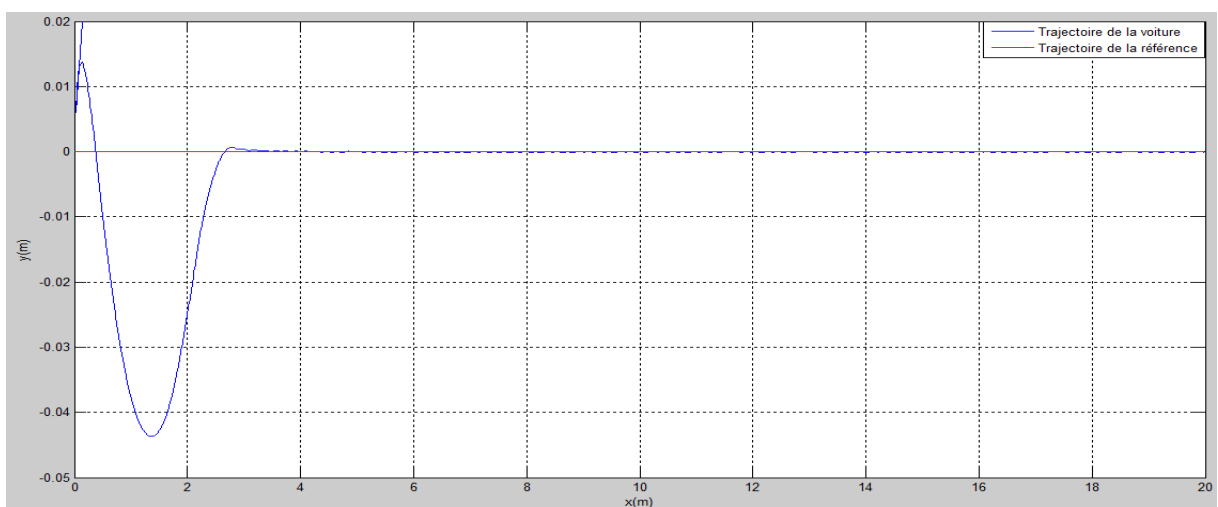


Figure.3.23 : poursuite de la trajectoire de référence cas classique

Chapitre 3: Simulation de la commande en poursuite et Observation

b) Cas d'un arc de cercle ($v_{\theta r} = 0.07 \text{ rd/s}$) :

Les paramètres des surfaces de glissement sont réglés ainsi :

$$\lambda_1 = 7, \lambda_2 = 0.005, \lambda_3 = 0.08, \lambda_4 = 0.05$$

Les paramètres des observateurs sont :

$$\begin{array}{ll} \lambda_5 = 50 & \alpha_1 = 0.01 \\ \lambda_6 = 50 & \alpha_2 = 0.001 \\ \lambda_7 = 50 & \alpha_3 = 0.001 \end{array}$$

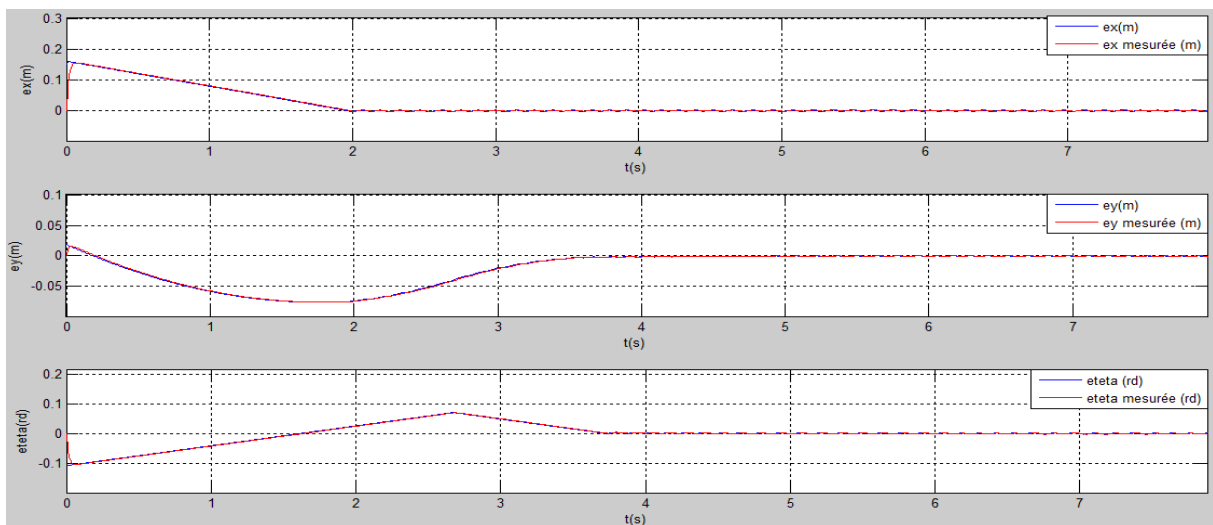


Figure.3.24 : Erreurs de position et d'orientation

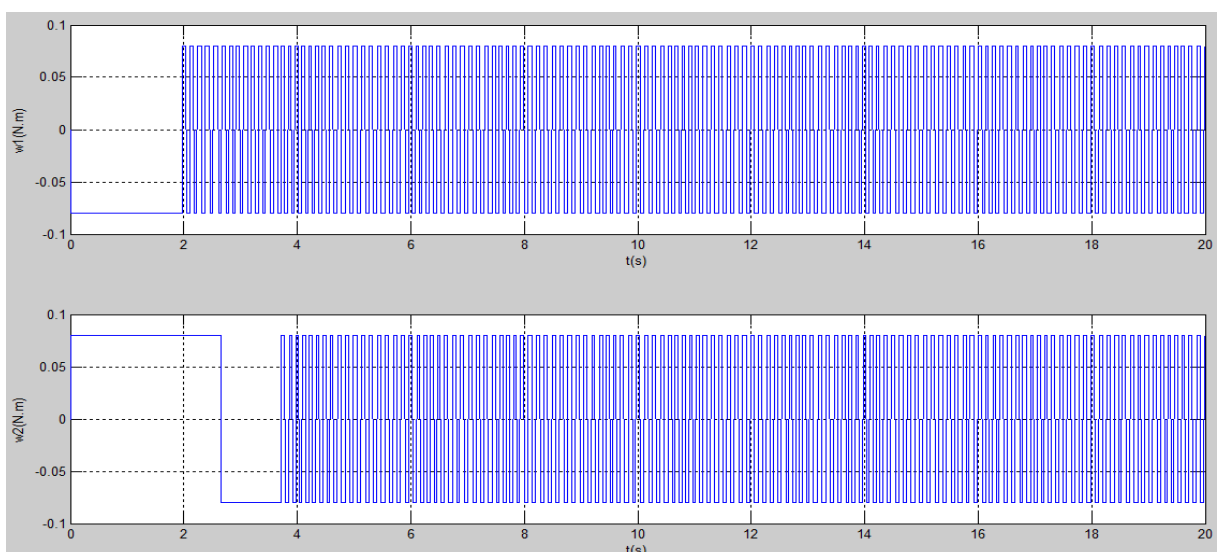


Figure.3.25 : Entrée de commande

Chapitre 3: Simulation de la commande en poursuite et Observation

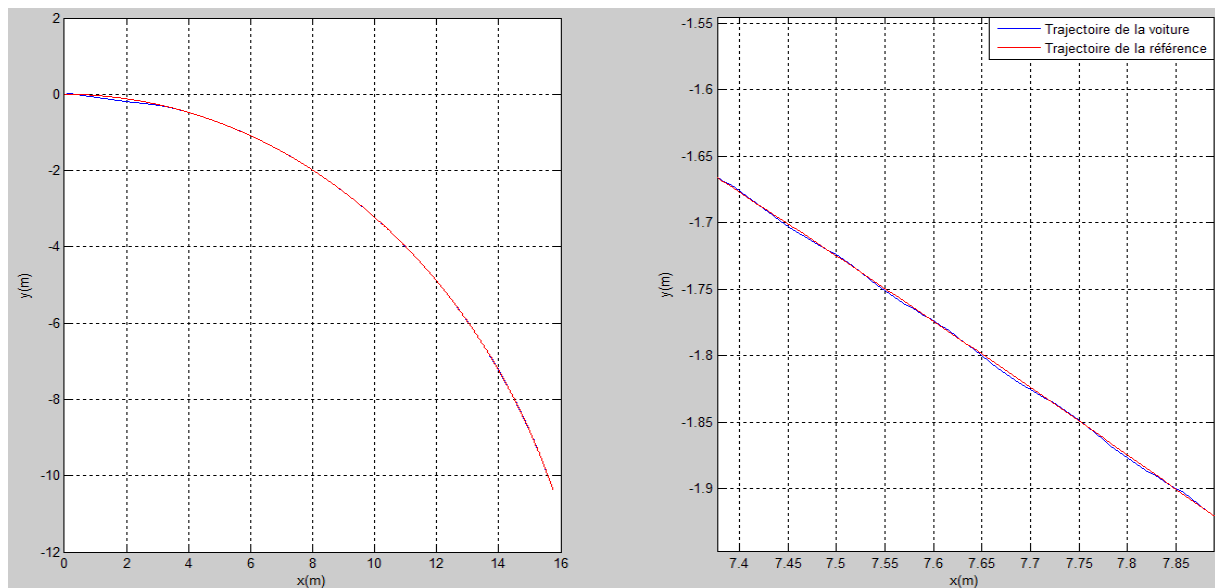


Figure.3.26 : Poursuite de la trajectoire de référence cas classique

Par ces figures on voit bien que les erreurs estimées convergent très bien vers les erreurs réelles pour suivre leurs allures et s'annulées, dans le cas de l'arc ces erreurs prennent un peu plus de temps pour s'annulées que dans le cas de la droite .Le chattering est assez important sur les erreurs et sur les entrées de commandes qui oscillent avec une fréquence intense.

En comparant les résultats donnés par les figures (3.21) (3.23) (3.24) et (3.26), avec ceux donnés par les figures (3.2) (3.4) (3.5) (3.7), on remarque qu'avec les erreurs observées, on a une moins bonne convergence des erreurs vers zéro , et le phénomène du chattering y est plus important.

Pour ce qui est des commandes, elles sont toujours aussi importantes en termes d'amplitude, mais le phénomène de chattering est moins intense.

3.3.2.2.2 Commande par algorithme du Twisting :

a) Cas d'une droite :

Les paramètres des surfaces de glissement sont réglés ainsi :

$$\lambda_1 = 1.3, \lambda_2 = 2.9, \lambda_3 = 0.75, \lambda_4 = 0.35$$

Les gains de la commande twisting sont :

$$k_n = 0.2$$

$$k_m = 3.1$$

Les paramètres des observateurs sont :

$$\lambda_5 = 70 \quad \alpha_1 = 0.001$$

$$\lambda_6 = 70 \quad \alpha_2 = 0.0001$$

$$\lambda_7 = 70 \quad \alpha_3 = 0.0001$$

Chapitre 3: Simulation de la commande en poursuite et Observation

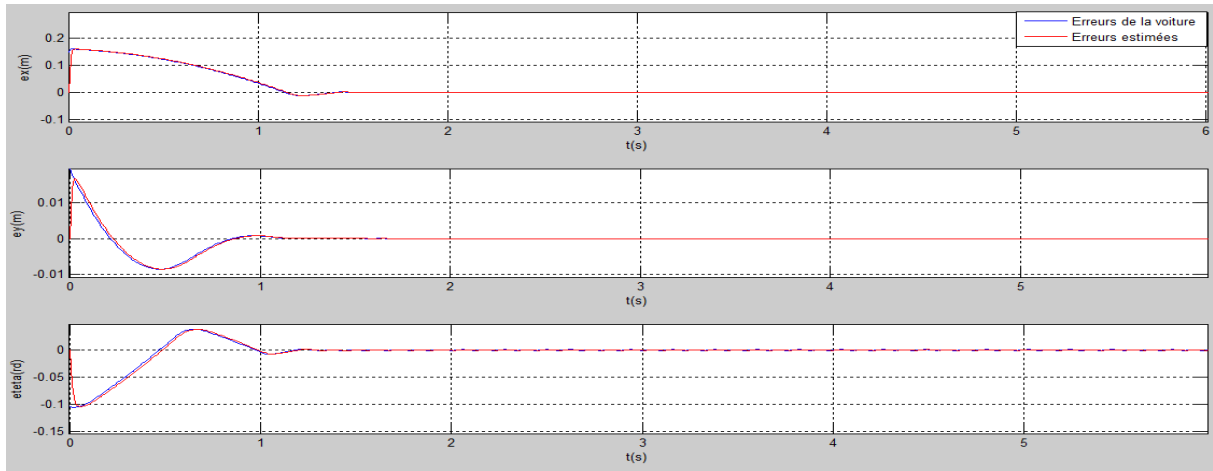


Figure.3.27 : Erreurs de position et d'orientation

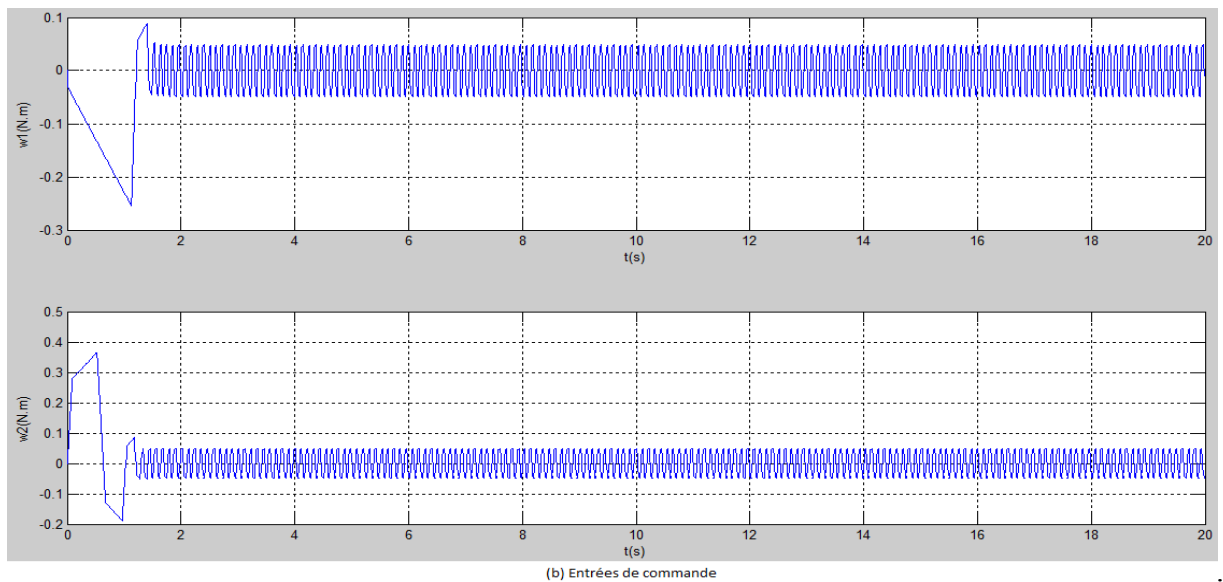


Figure.3.28 : Entrées de commande

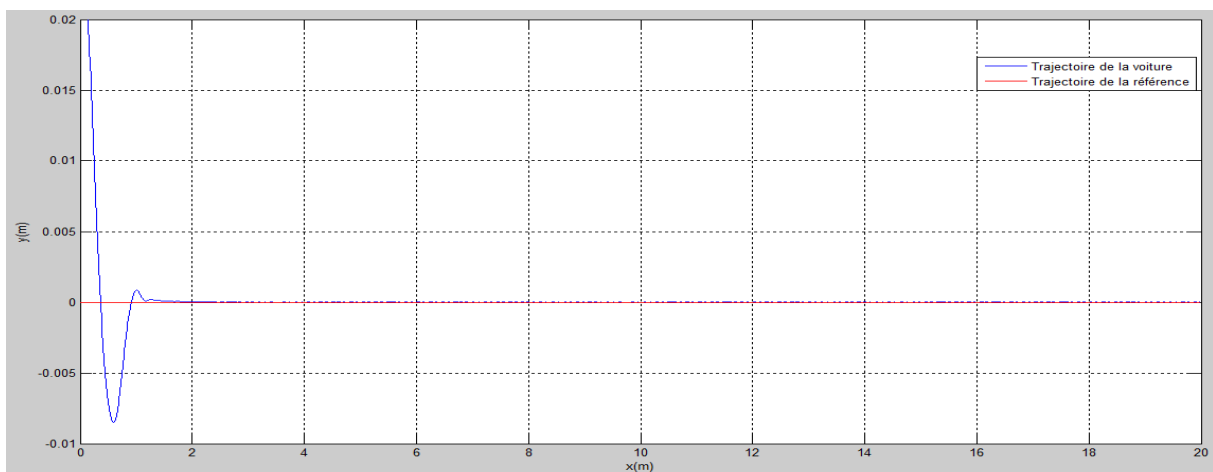


Figure.3.29 : Poursuite de la trajectoire de référence cas du Twisting

Chapitre 3: Simulation de la commande en poursuite et Observation

b) cas d'un arc de cercle ($v_{\theta r} = 0.07 \text{ rd/s}$) :

Les paramètres des surfaces de glissement sont réglés ainsi :

$$\lambda_1 = 0.6, \lambda_2 = 8, \lambda_3 = 2.1, \lambda_4 = 2.5$$

Les gains de la commande Twisting sont :

$$k_n = 0.4$$

$$k_m = 1.5$$

Les paramètres des observateurs sont :

$$\lambda_5 = 70$$

$$\alpha_1 = 0.001$$

$$\lambda_6 = 70$$

$$\alpha_2 = 0.0001$$

$$\lambda_7 = 70$$

$$\alpha_3 = 0.0001$$

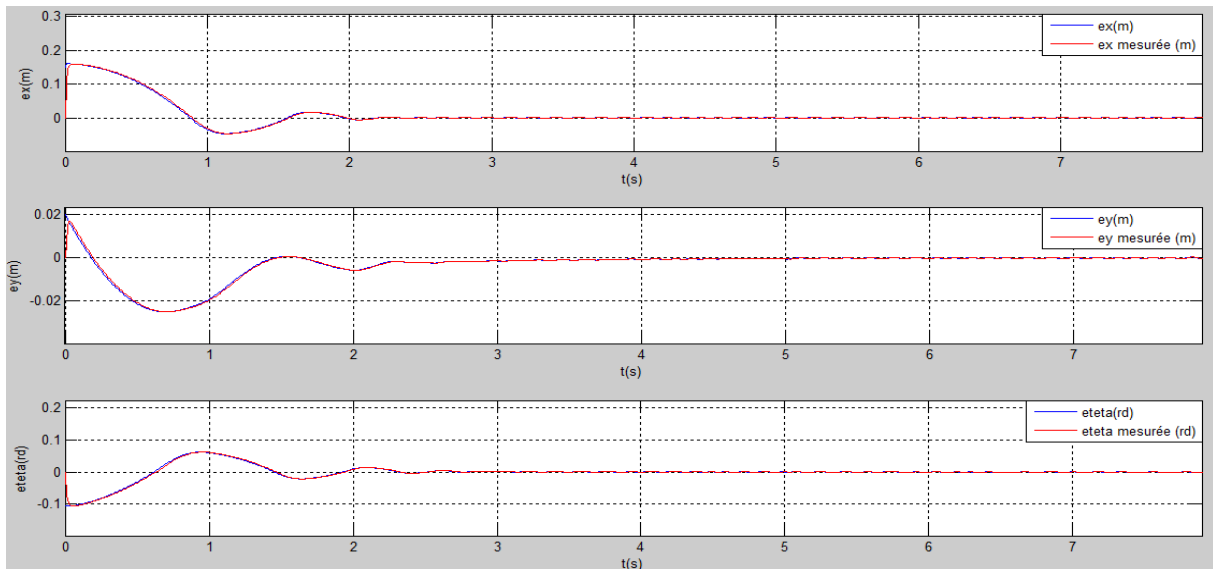


Figure.3.30 : Erreurs de position et d'orientation

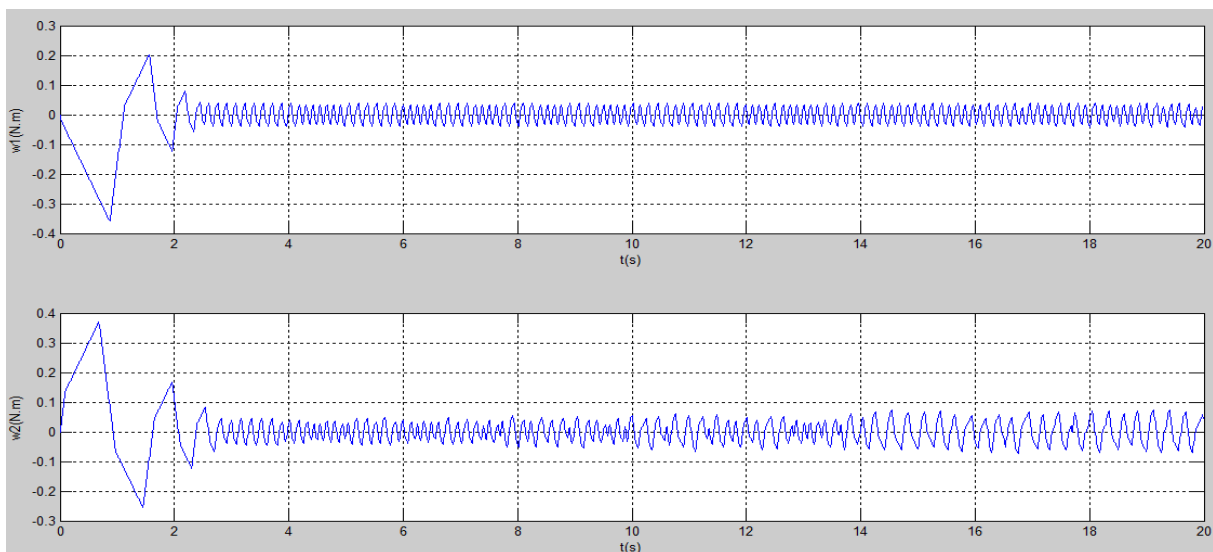


Figure.3.31 : Entrées de commande

Chapitre 3: Simulation de la commande en poursuite et Observation

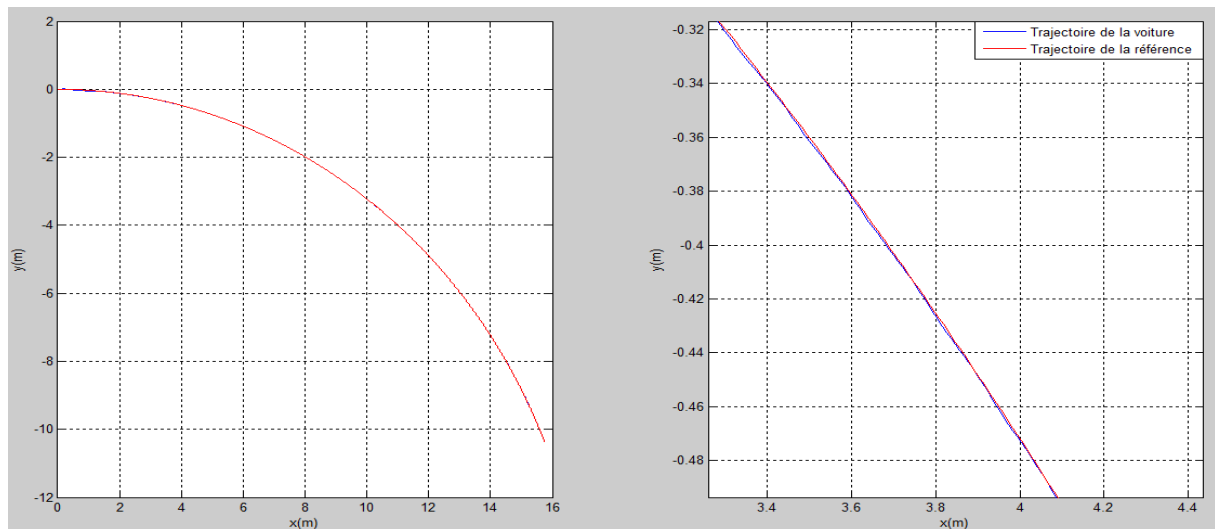


Figure.3.32 Poursuite de trajectoire : commande simple

Avec ces courbes on constate que dans les deux cas de figure les erreurs de position et d'orientation ont très bien été estimées, avec des résultats très fidèles à ceux obtenus avec la même commande sans observateur.

3.3.2.2.3 Commande par algorithme Super-Twisting :

a) Cas d'une droite :

Les paramètres des surfaces de glissement sont réglés ainsi :

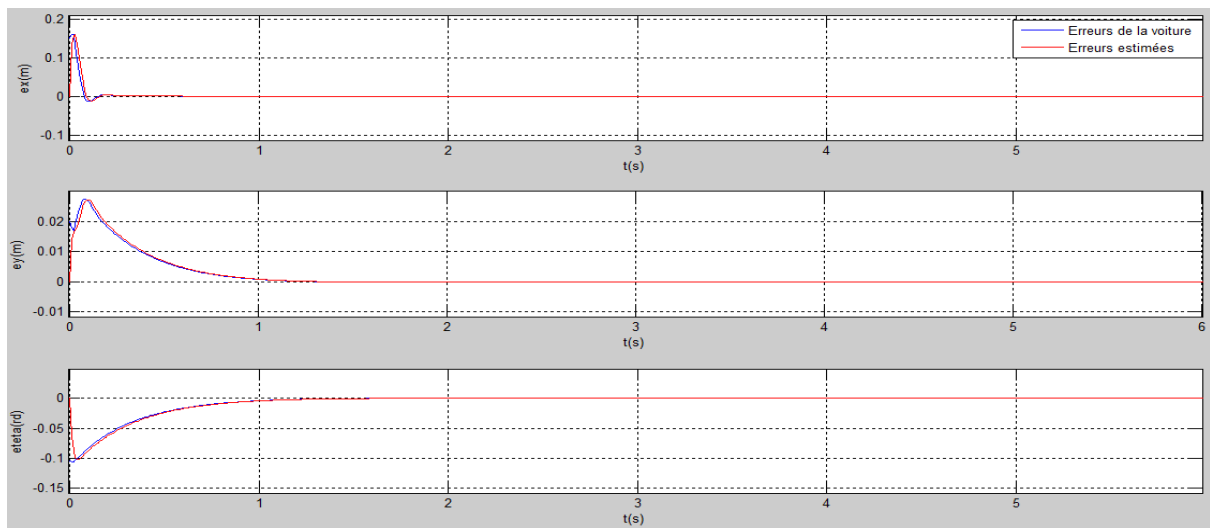
$$\lambda_1 = 7, \lambda_2 = 0.1, \lambda_3 = 0.09, \lambda_4 = 0.05$$

Les paramètres de la commande Super-Twisting : $\lambda_8 = 7.5; \alpha = 0.0001$

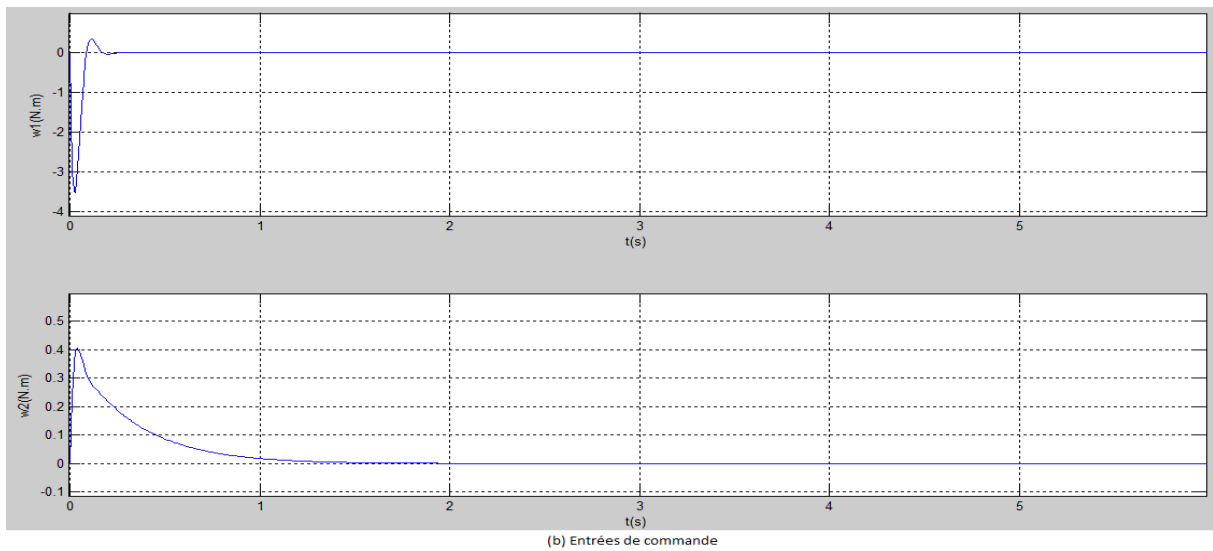
Les paramètres des observateurs :

$$\begin{array}{ll} \lambda_5 = 90 & \alpha_1 = 0.001 \\ \lambda_6 = 70 & \alpha_2 = 0.0001 \\ \lambda_7 = 60 & \alpha_3 = 0.0001 \end{array}$$

Chapitre 3: Simulation de la commande en poursuite et Observation



(a) Erreurs de position et d'orientation
Figure.3.33 : Erreurs de position et d'orientation



(b) Entrées de commande
Figure.3.34 : Entrées de commande

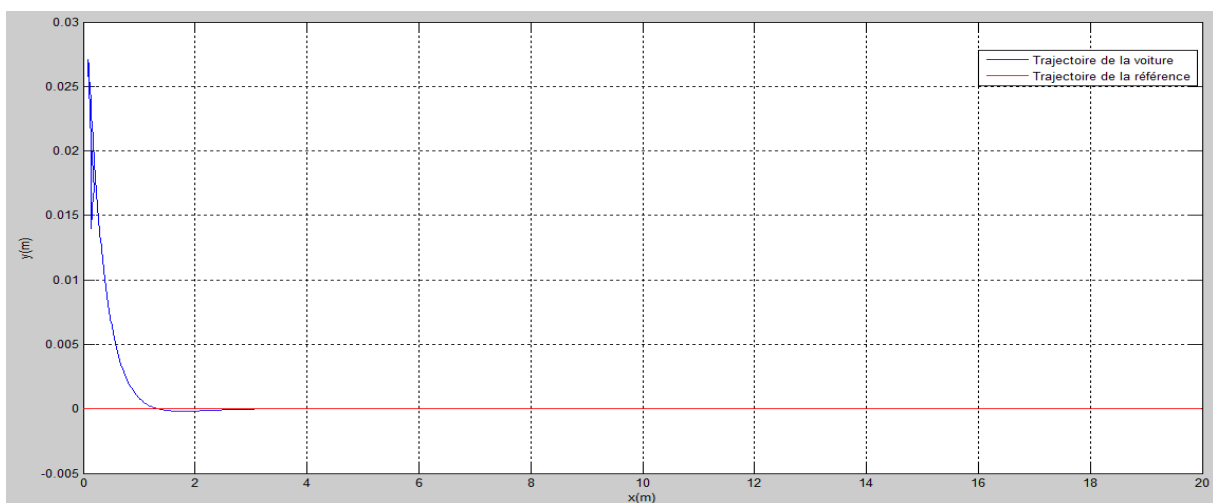


Figure.3.35 : Poursuite de trajectoire : cas du Super- Twisting

Chapitre 3: Simulation de la commande en poursuite et Observation

b) Cas d'un arc de cercle ($v_{\theta r} = 0.07 \text{ rd/s}$):

Les paramètres des surfaces de glissement sont réglés ainsi :

$$\lambda_1 = 0.2, \lambda_2 = 3, \lambda_3 = 0.15, \lambda_4 = 0.56$$

Les paramètres de la commande Super-Twisting :

$$\lambda_8 = 7.5; \alpha = 0.0001$$

Les paramètres des observateurs :

$$\begin{array}{ll} \lambda_5 = 85 & \alpha_1 = 0.001 \\ \lambda_6 = 70 & \alpha_2 = 0.0001 \\ \lambda_7 = 60 & \alpha_3 = 0.0001 \end{array}$$

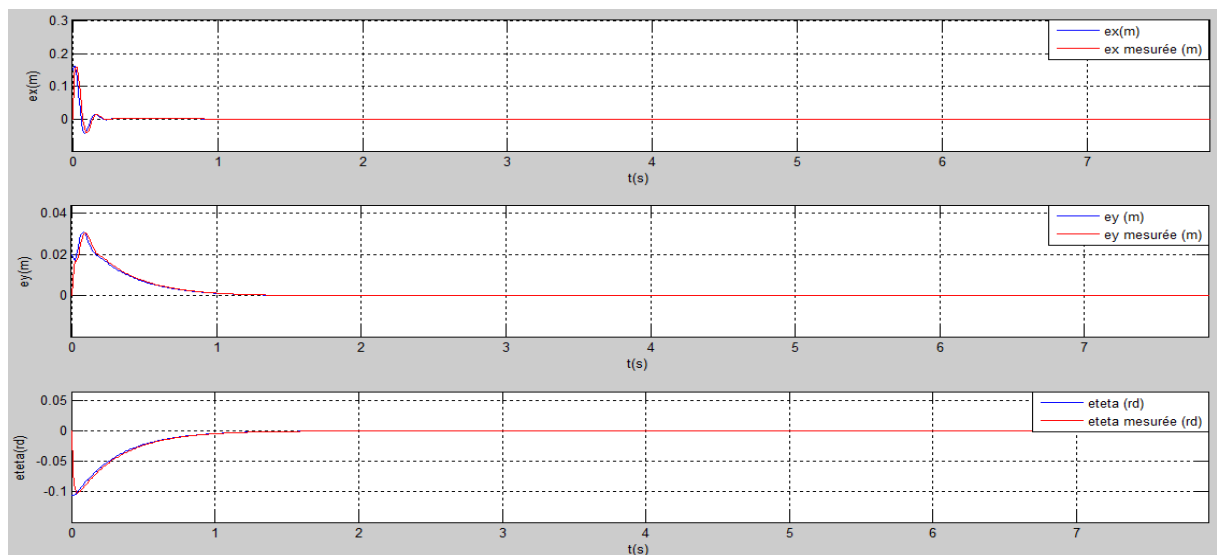


Figure .3.36 : Erreurs de position et d'orientation

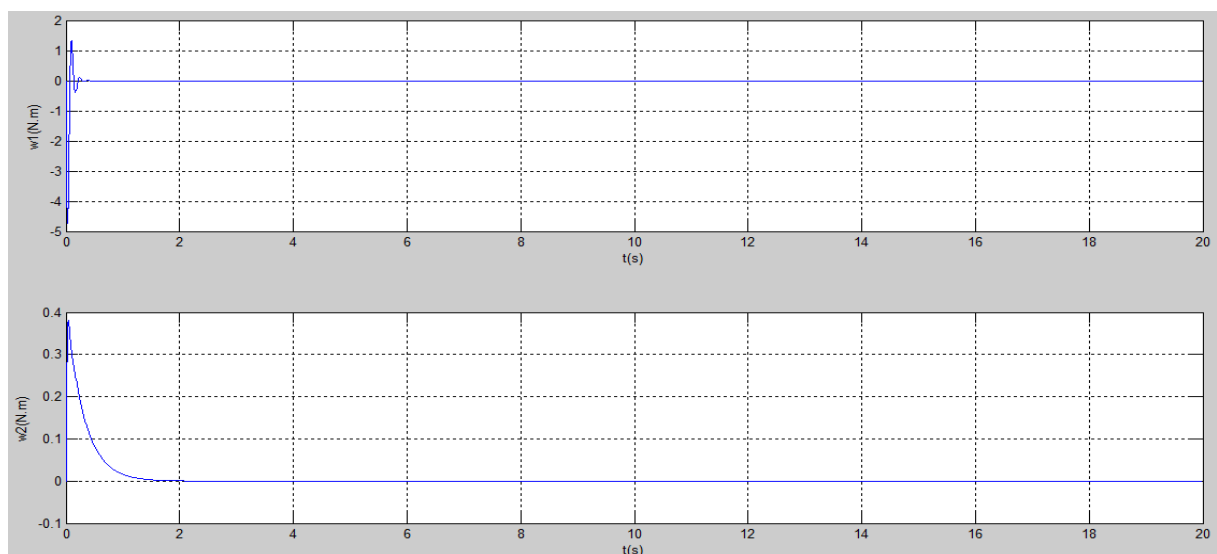


Figure.3.37 : Entrées de commande

Chapitre 3: Simulation de la commande en poursuite et Observation

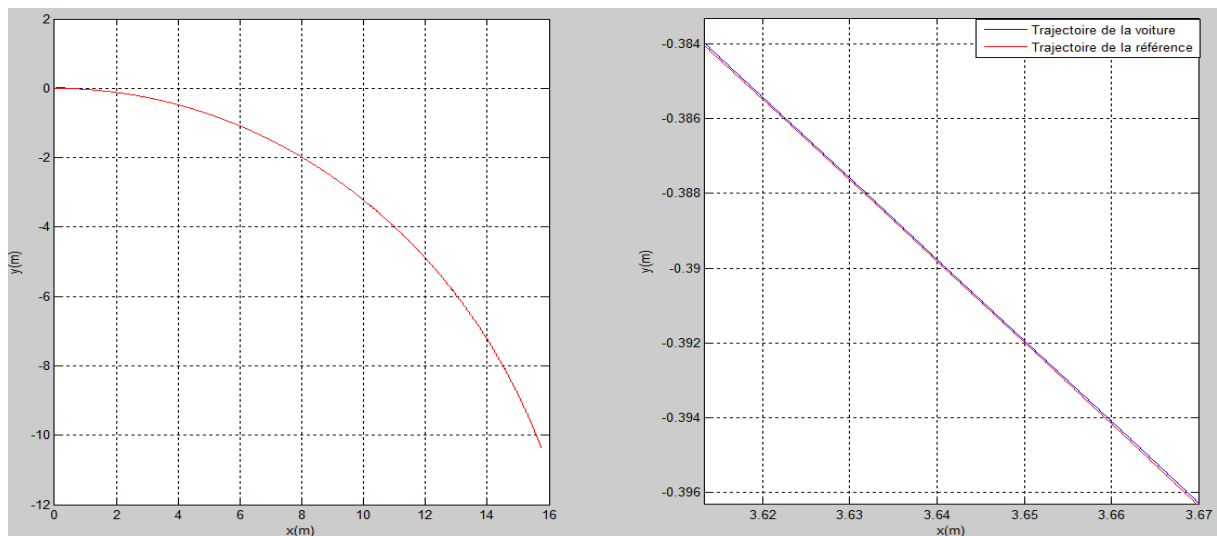


Figure.3.38 : Poursuite de trajectoire : cas du Super-Twisting

Les résultats de la commande par le Super Twisting sont meilleurs que ceux de la commande classique et de Twisting. Autrement dit : Pas de fluctuation sur les courbes, Meilleur convergence, Meilleure poursuite.

3.3.2.3 Discussion des résultats :

Dans ce qui vient de suivre, on a fait une estimation des erreurs de position et d'orientation du robot à l'aide d'un observateur par modes glissants d'ordre deux, pour ensuite les utilisés afin d'assuré une poursuite de trajectoire avec les trois différents types de commande.

Avec les résultats obtenus, qui sont très convainquant on a pu voir que les estimations sont quasi identiques aux vraies erreurs, ce qui a fait que la poursuite de trajectoire a pu se faire sans aucun soucis dans les trois cas de figure.

Il faut tout de même noter que ; les résultats obtenus avec la commande du « twisting » et nettement meilleure comparée à celle de la commande par modes glissant d'ordre simple, en terme de convergence qui est encor plus rapide avec le Super-Twisting, mais aussi en terme de « chattering » qui est presque complètement éliminer.

La commande du « super-twisting » reste de loin la meilleur, vu ces résultat qui dépassent ceux du « twisting », et surtout que ces gains sont plus aisés a réglé.

Chapitre 3: Simulation de la commande en poursuite et Observation

3.4 Conclusion :

Ce chapitre a été consacré à la validation en simulation de l'approche par modes glissants proposée sur une plate forme mobile (**Robucar**). Nous avons commencé au premier lieu par une introduction, dont on a cité les différentes étapes de notre travail de simulation ainsi les choix des surface et les choix de commandes.

Nous somme passé, ensuite, à la présentation des résultats de simulation, là nous avons présenté les courbes des erreurs de position et d'orientation, des entrées de commande, des trajectoires de référence et de la voiture. Au premier lieu sans observateur puis en second lieu avec observateur.

Les courbes obtenues dans ce chapitre, montrent une convergence en temps fini des erreurs, une poursuite de trajectoire. Et cela pour les différents types de commande. Il y a aussi a rappelé que la commande par l'algorithme de **Super -Twisting** est la plus efficace vu la dynamique sans **Chattering**, sur les entrées de commande et une meilleur poursuite de trajectoire.

Conclusion générale

Conclusion générale :

Au cours de ce travail, nous nous sommes intéressés aux systèmes non holonomes et de manière particulière aux robots mobiles à roues (cas du robucar), nous avons synthétisé un contrôleur par modes glissants d'ordre deux dans un objectif de poursuite de trajectoire planifiée.

Dans le premier chapitre nous avons donné une introduction à la robotique mobile et aux robots mobiles autonomes. Par la suite, nous avons exposé le mouvement contraint des robots mobiles à roues qui résulte de la contrainte de non holonomie. Il a été aussi question de la cinématique des robots mobiles et de leur manoeuvrabilité. Cette dernière est exploitée pour aboutir à la classification des robots mobiles à roues et pouvoir associer à chaque classe un modèle de représentation d'état. Une présentation de l'ensemble des modèles et des applications auxquelles ils peuvent être exploités a été introduite.

Nous avons entamé, par la suite, le volet commande dans le deuxième chapitre, en introduisant le principe de la commande par modes glissants d'ordre un et des notions importantes liées à ces derniers. Consécutivement à cela nous avons fait l'extension de ces notions pour aboutir aux modes glissants d'ordre supérieur. Ces derniers permettent d'avoir une dynamique de glissement meilleure en prenant en compte les fonctions contraintes et leurs dérivées successives afin d'éliminer le chattering et d'élargir l'applicabilité des modes glissants à des systèmes dont le degré relatif est supérieur à un.

Pour profiter des avantages de la commande par modes glissants d'ordre supérieur, nous avons limité notre étude au cas des modes glissants d'ordre deux. Parmi les commandes sur les quelles nous avons choisi l'algorithme du Twisting et du Super-Twisting, qui ont connu un succès dans cette catégorie.

Après avoir introduit la théorie des modes glissant d'ordre simple et d'ordre supérieurs nous avons abordé le problème d'estimation d'état d'un système non linéaire. Une stratégie à été étudiées, elle consiste à utiliser un observateur à modes glissant pour estimer les grandeurs mécaniques non mesurable (vitesse, position) à partir des mesures disponible.

Conclusion générale

Le dernier chapitre on la consacré à la présentation des résultats de simulation, on à commencé par un bref rappel sur le modèle du robot ; donné le choix des surfaces et des commandes, illustré les résultats de ces différentes commandes par leurs figures.

Dans la première partie du travail de simulation, la poursuite de trajectoire a été assuré par une commande par modes glissants d'ordre un, et deux commande par modes glissants d'ordre deux (Twisting et le Super –Twisting). Pour chaque cas de figure, on a réaliser la poursuite d'une trajectoire sou forme de droite et d'une autre sous forme d'arc de cercle.

La commande par modes glissants classique a dors et déjà donné des résultats assez convainquant, on note en effet une convergence en temps fini des erreurs de position et d'orientation vers l'origine néanmoins on ne peut négliger le principal inconvénient de cette méthode qui est le phénomène de chattering, c'est pour cette raison qu'on a proposé les deux autres méthodes par modes glissants d'ordre deux : l'algorithme du twisting et du super-twisting.

Le but visé par l'utilisation de ces derniers a presque été atteint par l'algorithme du twisting, le chattering a considérablement réduit, le temps de convergence amélioré, néanmoins la délicatesse de réglage de ces paramètres, dont on a aucune méthode précise nous a poussé à introduire l'algorithme du super-twisting, avec le quel les résultats sont encore meilleurs, et les paramètres plus aisé à ajusté.

Dans la dernière partie du chapitre on a introduit un observateur par modes glissants d'ordre deux a base de l'algorithme du super-twisting, avec le quel on a calculé les estimations des erreurs de position et d'orientation, pour assurer le même travail de poursuite que le précédant, avec les même trajectoires et les même types de commandes, et avec le quel on a obtenus des résultats très proches de ceux obtenus sans observateur.

Annexes

Annexe

Annexe A

Présentation du robot : c'est un robot de type voiture (**Robucar**)

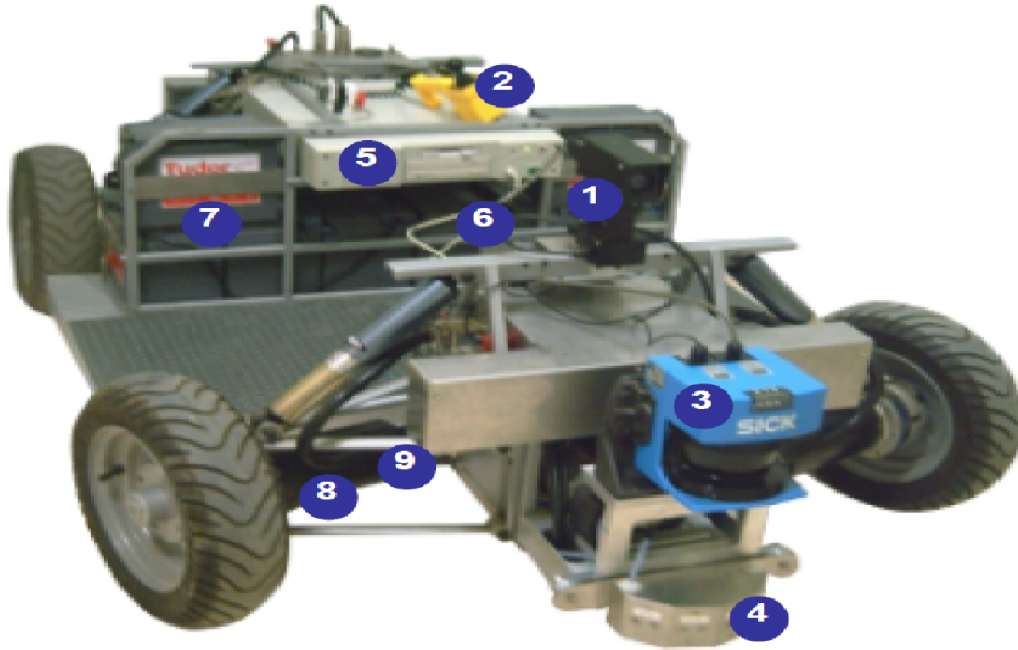


Figure .4.1 : Schéma *du Robucar*

1- Camera CCD + tourelle « Pan et Tilt »

2- Joystick

3- Télémètre laser

4- Ceinture de capteurs à ultrasons

5-Pc embarqué

6- Ecran tactile

7-batteries de 12V

8-Vérin de direction

9- Frein à commande électrique

Annexe

1 Caractéristiques techniques :

Dimensions :

- . Longueur totale : 1836 mm.
- . Largeur totale : 1306 mm.
- . Hauteur : 616 mm.
- . Poids total avec batteries : 310 Kg.
- . Rayon des roues : 0.35m.

Motorisation :

- . 4 moteurs électriques de 1200Watts, un moteur de traction par roue.
- . 2 vérins électriques de direction (avant et arrière).
- . 4 roues motrices et directrices.
- . Un frein à commande électrique par roue.

Performances :

- . Vitesse maximale : 18 Km/h (5m/s) sur des pentes n'excédant pas 10%.
- . Autonomie : 2 heures d'utilisation continue.
- . Capacité d'accueil : 2 personnes avec bagages.
- . Conduite automatique ou manuelle.
- . Huit batteries de 12 volts 60Ah avec un gestionnaire de charge automatique.
- . Ecran tactile complétant l'interface homme machine.

Le **Robucar** est équipé de quatre roues et de quatre moteurs. Deux modes peuvent être utilisés : le mode simple braquage et le mode double braquage. Dans notre étude, nous avons opté pour le mode simple braquage où le véhicule est commandé juste par la direction du train avant (cas de la voiture conventionnelle). Chacun de ces moteurs de traction et de direction utilise la même batterie d'alimentation et est contrôlé via une Modulation par Largeur d'Impulsion (MLI). Pour le contrôle de ces moteurs, une architecture matérielle distribuée a été choisie. Elle est constituée de 3 nœuds intelligents.

Annexe

Le premier - représentant l'hôte - est l'ordinateur industriel embarqué à bord du véhicule, les deux autres nœuds sont constitués de cartes RSMPCSS5 équipées du microcontrôleur **MOTOROLA MPC555**. Ces deux cartes contrôlent respectivement, les moteurs de traction arrière et avant ainsi que ceux de direction. Les nœuds communiquent entre eux via un bus de terrain Controller Area Network (CAN). Sur ce même bus CAN seront connectés les capteurs ultrasonores ainsi que la caméra linéaire. Le châssis du **Robucar** est dérivé du châssis équipant les voiturettes de golf **ANDRUET**. Ce châssis supporte les 8 batteries, les 4 blocs roue (roue + moteur + frein mécanique à tambour + codeur), le vérin motorisé et les boîtiers électroniques.

2 Implémentation en temps réel sur le Robucar :

Le **Robucar** est équipé de capteurs (sonars) utilisés pour le module de navigation avec évitement d'obstacles, et de capteurs incrémentaux (capteurs odométriques) au niveau de chaque roue. Ces derniers déterminent la position et l'orientation du véhicule en utilisant l'odométrie (dead-reckoning).

Un PC à bord gère la navigation et le contrôle du véhicule. La stratégie de contrôle du **Robucar** est basée sur deux variables, à savoir, sa vitesse instantanée ainsi que son angle de braquage instantané. En effet, à chaque instant, la trajectoire du véhicule peut être exprimée en fonction de ces deux grandeurs. Ces informations peuvent être transmises de l'utilisateur vers le robot à travers plusieurs moyens (conduite manuelle (joystick, écran tactile....., commande à distance, conduite Automatique). Ce dernier moyen de conduite (automatique) est celui qu'on peut exploiter pour une stratégie de commande.

Pour contrôler en temps réel le mouvement du véhicule, deux niveaux de hiérarchies de contrôle sont utilisés. Un contrôle bas niveau qui permet la commande des actionneurs sous Syndex. La commande en position ou en vitesse de chaque actionneur se fait à l'aide de régulateurs **PI, PID**. Le contrôle haut niveau sert comme contrôleur de poursuite de trajectoire. En effet, il représente le contrôleur implémenté sous le langage C++. Les deux contrôleurs fonctionnent simultanément et en temps réel.

L'échange de données en temps réel avec le **Robucar** est assuré à travers une mémoire partagée (Shared Memory) sous Linux Redhat 9 (voir Figure 4.2). En réalité, c'est une structure de données qui peut être utilisée à la fois par Syndex et par une application quelconque, développée sous C ou C++.

Annexe

La méthode de localisation utilisée pour estimer en temps réel la position et l'orientation du **Robucar** est celle de l'odométrie.

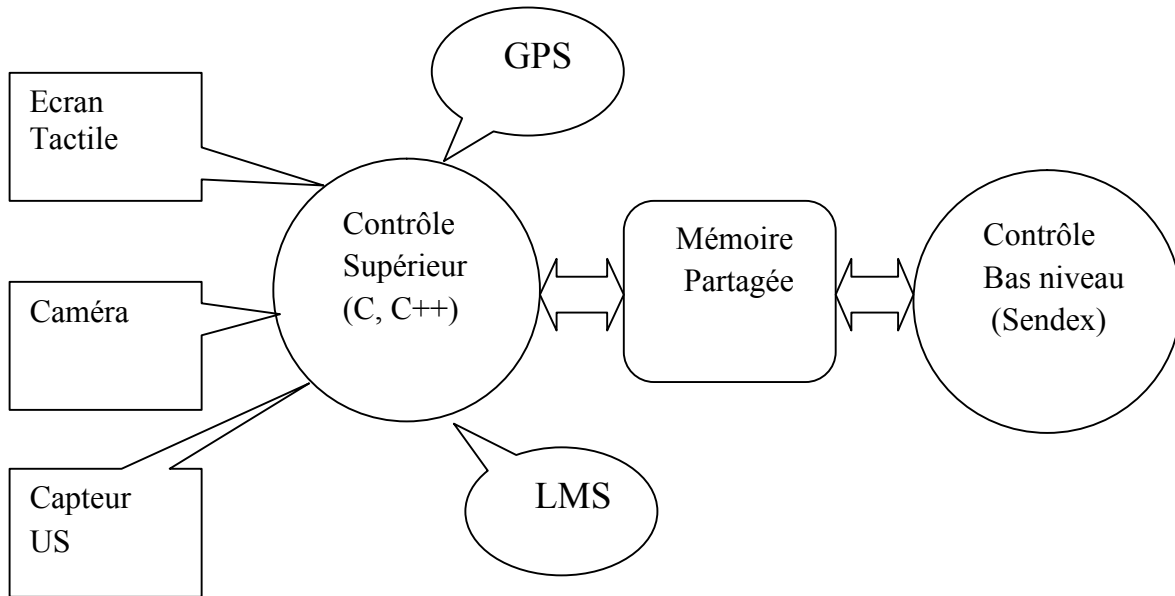


Figure .4.2 : *principe de la mémoire partagé*

Annexe

Annexe B

Modèle du robot mobile et génération de trajectoire :

1 Modèle du robot mobile :

En prenant en compte les effets de glissements et de dérapages, le modèle cinématique du robot mobile non holonome de type voiture dans le plan X-Y est donné par l'évolution dans le temps du point P de coordonnées :

$$\begin{pmatrix} \dot{x}_p \\ \dot{y}_p \\ L\dot{\theta} \end{pmatrix} = P(\theta) \begin{pmatrix} v_x \\ v_y \\ v_\theta \end{pmatrix}$$

Avec :

$$P(\theta_r) = \begin{pmatrix} \cos(\theta_r) & \sin(\theta_r) & 0 \\ \sin(\theta_r) & -\cos(\theta_r) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

2 Planification de la trajectoire :

La tâche de planification de trajectoire consiste à trouver une trajectoire admissible du système qui vérifie les équations différentielles qui décrivent ce système.

Contrairement à celle de planification de chemins, elle introduit la dimension temporelle et permet de prendre en compte des obstacles mobiles ainsi que des contraintes de nature dynamiques auxquelles peut être soumis le robot (Force, Vitesse, Accélération).

3 Poursuite de trajectoire :

Notre objectif est de faire suivre au robot mobile de type voiture une trajectoire de référence qui satisfait les équations cinématiques d'un robot virtuel de type voiture :

$$\begin{pmatrix} \dot{x}_{pr} \\ \dot{y}_{pr} \\ L\dot{\theta}_r \end{pmatrix} = P(\theta) \begin{pmatrix} v_{xr} \\ v_{yr} \\ v_{\theta r} \end{pmatrix}$$

Où (x_{pr}, y_{pr}) est la position du robot de référence au point (Pr) dans le repère de base; θ_r est l'orientation. v_{xr} , v_{yr} sont les vitesses de référence longitudinale et latérale au point (Pr) $v_{\theta r}$ est la vitesse angulaire. Les vitesses de référence ainsi que leurs dérivées premières et secondes dans le temps sont supposées bornées pour tout t . La matrice $P(\theta)$ est donnée par :

Annexe

$$P(\theta_r) = \begin{pmatrix} \cos(\theta_r) & \sin(\theta_r) & 0 \\ \sin(\theta_r) & -\cos(\theta_r) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Définissons le vecteur d'erreur de poursuite $(\tilde{x} \ \tilde{y} \ L\tilde{\theta})$ comme la différence entre les postures du robot et celle du robot virtuel exprimé dans le repère lié au robot de référence :

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} \tilde{x}(t) \\ \tilde{y}(t) \\ L\tilde{\theta}(t) \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} \cos(\theta_r) & \sin(\theta_r) \\ -\sin(\theta_r) & \cos(\theta_r) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_p(t) - x_{pr}(t) \\ y_p(t) - y_{pr}(t) \\ L\theta(t) - L\theta_r(t) \end{pmatrix} \\ &= R(\theta_r) \begin{pmatrix} x_p(t) - x_{pr}(t) \\ y_p(t) - y_{pr}(t) \\ L\theta(t) - L\theta_r(t) \end{pmatrix} \end{aligned}$$

Par dérivation par rapport au temps nous obtenons :

$$\begin{pmatrix} \dot{\tilde{x}} \\ \dot{\tilde{y}} \\ L\dot{\tilde{\theta}} \end{pmatrix} = \frac{dR(\theta_r)}{dt} R^{-1}(\theta_r) \begin{pmatrix} \tilde{x} \\ \tilde{y} \\ L\tilde{\theta} \end{pmatrix} + R(\theta_r) \left(P(\theta) \begin{pmatrix} v_x \\ v_y \\ v_\theta \end{pmatrix} - P(\theta_r) \begin{pmatrix} v_{xr} \\ v_{yr} \\ v_{\theta r} \end{pmatrix} \right)$$

Définissons les erreurs de poursuite de vitesse comme suit :

$$\begin{aligned} \tilde{v}_x &= v_x - v_{xr} \\ \tilde{v}_y &= v_y - v_{yr} \\ \tilde{v}_\theta &= v_\theta - v_{\theta r} \end{aligned}$$

En utilisant les relations :

$$\begin{aligned} R^{-1}(\theta_r) &= R^T(\theta_r) \\ \frac{dR(\theta_r)}{dt} &= \dot{\theta}_r \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} R(\theta_r) \end{aligned}$$

Après calcul nous obtenons le modèle cinématique de poursuite de robot de type voiture :

$$\begin{cases} \dot{\tilde{x}} = p_1(t, \tilde{\theta})\tilde{y} + \cos(\tilde{\theta})\tilde{v}_x + \sin(\tilde{\theta})\tilde{v}_y + p_2(t, \tilde{\theta})\tilde{\theta} \\ \dot{\tilde{y}} = -p_1(t, \tilde{\theta})\tilde{x} + \sin(\tilde{\theta})\tilde{v}_x - \cos(\tilde{\theta})\tilde{v}_y + p_3(t, \tilde{\theta})\tilde{\theta} \\ L\dot{\tilde{\theta}} = \tilde{v}_\theta \end{cases}$$

Annexe

Avec :

$$p_1(t, \tilde{\theta}) = \frac{v_{\theta r}}{L}$$
$$p_2(t, \tilde{\theta}) = \frac{(\cos(\tilde{\theta}) - 1)}{\tilde{\theta}} v_{xr} + \frac{\sin(\tilde{\theta})}{\tilde{\theta}} v_{yr}$$
$$p_3(t, \tilde{\theta}) = \frac{\sin(\tilde{\theta})}{\tilde{\theta}} v_{xr} + \frac{(1 - \cos(\tilde{\theta}))}{\tilde{\theta}} v_{yr}$$



Bibliographie

Bibliographie

- [1] F Hamerlain "stratégie de commande par modes glissants d'ordre supérieur à des robots mobiles à roues" Thèse de doctorat " Lille, France, décembre 2007.
- [2] F.Hamerlain. "Stabilisation par Modes Glissant d'Ordre Supérieur de Systèmes Non Holonomes : Cas des robots mobiles", Thèse de magister, USTHB Alger, Juin 2005.
- [3] J.J.E.Slotine. "Applied Nonlinear Control", Verlag. Prentice Hall, 1990. U. Itkis, "Control Systems of Variable Structure", WILEY, New York, 1976.
- [4] A. Isidori. Nonlinear control system. Springer Verlag, Berlin, third edition. 1995.
- [5] J.J.E. Slotine. Sliding controller design for nonlinear systems. Int. Jour. of Cont., 40(2) : 421-434, 1984.
- [6]. J.J.E. Slotine, J.K. Hedrick, and E.A. Misawa. Nonlinear state estimation using sliding observers. In Proc. of 25th IEEE Conf. on Dec. and Cont., pages 332-339, Greece. 1986.
- [7] C. Edwards and S. Spurgeon. "Robust output tracking using a sliding mode Controller observer scheme". Int. Jour. of Cont., 64(5). pp 967-983, 1996.
- [8] S. V. Emelyanov, S. K. Korovin, A.A. Levantovsky, "*A Drift Algorithm in Control of Uncertain Processes*", Problems of Control and Information Theory, Vol. 15, No. 6, pp. 425- 438, 1990.
- [9] I. J. Slotine, « Applied nonlinear control », Englewood Cliffs, NJ. Prentice
- [10] W. Gao, J. C. Hung, « Variable structure control system », IEEE Trans. Ind. Appl. Vol. 40, N° 1, pp 45-55, 1993.
- [11] J.J. Slotine, « sliding controller design for nonlinear system », I. J. C. Vol. 4, N° 2, pp. 421-434, 1984.
- [12] R. E. Kalman et J. E. Betram, Control system analysis and design via the "second method" of Lyapunov -I : Continuous-time system, ASME journal of Basic Engineering, Vol. 82, pp. 371-393,
-

Bibliographie

1960.

- [13] J. O'Reilly, Observer for linear system, Richard Bellman, Mathematics in Science and Engineering, Vol. 140, Academic Press, New York, 1983.
- [14] L. Laval. Modélisation et commande en force d'un actionneur Hydraulique Confronté à un environnement incertain. PhD Thesis, Université de ParisVI, Laboratoire de robotique de Paris, France, 1997.
- [15] U.Itkis. "Control Systems of Variable Structure", WILEY, New York, 1976.
- [16] A. J. Fossard et D. Normand-Cyrot, Système non linéaire, tome 1 : modélisation- estimation. Masson, Paris, 1993.
- [17] A.F.Fillipov, "Equations Différentielles à Second Membre Discontinu, Journal de Math.", tome 51, n°1, 1960.
-

Résumé :

Ce mémoire traite le problème de suivi de trajectoire d'un robot mobile à roues en présence des pseudos glissements. Cette classe de systèmes mécaniques est caractérisée par une contrainte cinématique appelée « contrainte non holonome », qui se traduit mathématiquement par des équations différentielles non intégrables, ce qui rend très difficile la mise en œuvre d'exécuter le mouvement de suivie de trajectoire.

Dans ce contexte nous avons développé une approche basée sur la commande par mode de glissement afin de minimiser les erreurs de poursuite, puis en utilisant un observateur à base de ces modes glissant on a fait une estimation de ces erreurs et les utilisés pour assurer la poursuite. La conception de cette loi de commande a été effectuée pour le cas de la dynamique du « robucar » du CDTA. Les résultats obtenus lors de la simulation montrent l'efficacité et la robustesse de cette loi de commande, et la fiabilité des observateurs.

Mots clés :

Robot mobile à roues, Non holonomie, Robucar, Commande par mode de glissement, Observateur, Twisting, Super-Twisting.