

**République Algérienne Démocratique et Populaire**  
**Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique**  
**Université Mouloud MAMMARI, Tizi-Ouzou**



Faculté de Génie Electrique et d'Informatique  
Département d'Automatique

**MEMOIRE DE FIN D'ETUDES**

En vue de l'obtention du diplôme

*De MASTER ACADEMIQUE EN AUTOMATIQUE*  
*OPTION: COMMANDE DES SYSTEMES*

*Thème*

**Commande par retour d'état et par observateurs à modes glissants d'un moteur pas à pas**

Proposé par:

Mr SI AMMOUR Amar

Présenté par:

M<sup>lle</sup> KASSIM Sarah

M<sup>lle</sup> DJAROUNE Samia

Soutenu le: / /2013

*Promotion 2013*

Ce travail a été préparé à la faculté de Génie Electrique et Informatique

# *Remerciements*

*Nous remercions avant tout le bon Dieu de nous avoir permis de réaliser ce travail.*

*Nos plus vifs remerciements vont à notre promoteur Mr SI AMMOUR Amar pour nous avoir proposé ce sujet et nous avoir dirigés tout au long de sa réalisation. Sa compétence, ses critiques et son bon sens nous ont largement aidé à réaliser ce travail et nous lui exprimant ici nos sincères reconnaissances.*

*Nous remercions tout particulièrement Mr DJENNOUNE, Mr MAIDI, Mr NAIT SLIMANI et Mr HAMMACHE pour leurs aides et leurs générosités.*

*Notre gratitude et reconnaissance s'adressent à tous les enseignants qui ont contribué à notre formation pendant notre cursus universitaire.*

*Nos remerciements vont s'adresser également au président et membres de jury qui nous feront l'honneur d'évaluer notre travail.*

*Sans oublier tous les amis (ies) et camarades qui ont contribué de près ou de loin à la réalisation de ce modeste projet.*

# *Dédicaces*

*Avant tout, je tiens à remercier le bon Dieu, et l'unique qui m'offre le courage et la volonté nécessaire pour affronter les différentes difficultés de la vie.*

*Je dédie ce modeste travail :*

*A mes très chers parents.*

*A ma sœur Sadia, son mari et leurs enfants Romaïssa, Sarah, Tahar et la petite Nessma.*

*A mon frère Youcef et sa femme Safia et le petit Aylan.*

*A mon frère Rachid et sa femme Ghania et la petite Anna.*

*A ma sœur Zahia et son mari et toute sa famille.*

*A mon très cher mari et toute sa famille.*

*A toute ma famille*

*A mes chers amis (ies)*

*A mes amis de la promotion Master II Automatique, 2013.*

*A toute personne qui porte de l'estime pour moi.*

*A ma chère Sarah et toute sa famille.*

*DJAROUNE Samia.*

# *Dédicaces*

*Avant tout, je tiens à remercier le bon Dieu, et l'unique qui m'offre le courage et la volonté nécessaires pour affronter les différentes difficultés de la vie.*

*Je dédie ce modeste travail :*

*A la mémoire de mes grands parents.*

*A mes très chers parents.*

*A mes deux frères Amine et Nazim et à ma chère sœur Ines.*

*A toute ma famille.*

*A Mr A. Zidane et toute sa famille.*

*A mes chers Louisa et Hassina et Mahmoud et Zohra et à tous mes amis et leurs familles.*

*A tous mes amis de Medea Hanan, Bisma, Ikbal.*

*A mes amis de la promotion Master II Automatique, 2013.*

*A toute personne qui porte de l'estime pour moi.*

*A ma chère Samia et toute sa famille.*

*KASSIM Sarah.*

**Introduction générale .....1**

**Chapitre I : Présentation du moteur pas à pas**

I.1. Introduction.....3

I.2. Différents types de moteurs pas à pas.....3

I.3. Le moteur à aimant permanent.....3

I.3.1. Constitution.....3

I.3.2. Principe de fonctionnement.....4

I.3.3. Caractéristiques statiques.....7

I.4. Domaines d’application des moteurs pas à pas.....7

I.5. Avantages des moteurs pas à pas.....7

I.6. Inconvénients des moteurs pas à pas.....8

I.7. Modélisation du moteur pas à pas.....8

I.7.1. Equations électriques.....8

I.7.2. Equations mécaniques.....9

I.7.3. Modèle du moteur dans le repère  $(\alpha, \beta)$  .....9

I.7.4. Transformation de Park ou (direct-quadrature transformation).....10

I.7.5. Modèle du moteur dans le repère de Park  $(d, q)$  .....10

I.8. Conclusion.....12

**Chapitre II : Théorie de la commande par mode glissant**

II.1. Introduction.....13

II.2. Structures de bases.....13

II.2.1. Structure par commutation d’une contre réaction d’état.....13

II.2.2. Structure par commutation au niveau de l’organe de commande.....14

II.2.3. Structure par commutation au niveau de l’organe de commande, avec ajout de la commande équivalente.....15

II.3. Principe de la commande par mode glissant.....16

II.4. Conception de la commande par mode glissant.....	17
II.4.1. Choix de la surface de glissement.....	18
II.4.2. Condition d'existence et de convergence.....	20
II.4.3. Détermination de la loi de commande.....	21
II.4.3.1. La commande équivalente.....	22
II.4.3.2. La commande discontinue.....	23
II.5. Phénomène de réticence.....	25
II.6. Elimination du phénomène de réticence.....	25
II.6.1. Remplacement de la fonction signe par d'autres fonctions douces.....	26
II.7. Propriétés de robustesse.....	27
II.8. Application de la commande au moteur pas à pas.....	27
II.8.1. Calculs des grandeurs de commandes.....	27
II.8.2. Simulation numérique.....	31
II.8.2.1. Les paramètres du moteur.....	31
II.8.2.2. Les trajectoires de référence.....	31
II.8.2.3. Résultats de simulation sans et avec perturbation.....	32
II.8.2.4. Résultats de simulation avec incertitudes paramétriques.....	38
II.8.3. Interprétation des résultats.....	40
II.9. Conclusion.....	41

### **Chapitre III : Commande par modes glissants d'ordre supérieur**

III.1. Introduction.....	42
III.2. Position du problème.....	42
III.3. Ordre de glissement et précision.....	43
III.3.1. Ordre de glissement.....	43
III.3.2. Précision dans le cas de modes glissants réels.....	43
III.4. Quelques exemples de commandes par modes glissants d'ordre deux.....	44
III.4.1. Algorithme de Twisting.....	45

III.4.2. Algorithme de Twisting idéal.....	46
III.4.3. Algorithme de Super Twisting.....	47
III.5. Application de la commande d'ordre deux au moteur pas à pas.....	48
III.5.1. Calcul des grandeurs de commande.....	48
III.5.2. Simulation numérique.....	50
III.5.3. Interprétations des résultats.....	56
III.6. Conclusion.....	57

**Chapitre IV: Observateurs par modes glissants d'ordre supérieur**

IV.1. Introduction.....	58
IV.2. Observabilité.....	58
IV.2.1. Observabilité des systèmes linéaires.....	58
IV.2.2. Observabilité des systèmes non linéaires.....	59
IV.3. Observateurs par modes glissants.....	59
IV.3.1. Observateurs à mode glissant des systèmes linéaires.....	60
IV.3.2. Observateurs à mode glissant des systèmes non linéaires.....	62
IV.4. Application.....	63
IV.4.1. Observateur basé sur un algorithme de Twisting.....	63
IV.4.2. Observateur basé sur un algorithme de Super Twisting.....	64
IV.4.3. Résultats de simulation.....	65
IV.4.4. Interprétation des résultats .....	70
IV.5. Conclusion.....	71
<b>Conclusion générale .....</b>	<b>72</b>

Bibliographie

## Notations et acronymes

---

### Notations

$\mathbb{R}$ :	Ensemble des nombres réels.
$v_\alpha, v_\beta$ :	Tensions instantanées aux bornes des enroulements dans le repère $(\alpha, \beta)$ .
$i_\alpha, i_\beta$ :	Courants instantanés dans les enroulements dans le repère $(\alpha, \beta)$ .
$v_d, v_q$ :	Tensions instantanées aux bornes des enroulements dans le repère $(d, q)$ .
$i_d, i_q$ :	Courants instantanés dans les enroulements dans le repère $(d, q)$ .
$R$ :	Résistance d'un enroulement.
$L$ :	Inductance d'un enroulement.
$J$ :	Moment d'inertie.
$N$ :	Nombre de dents au rotor.
$K$ :	Constante du couple.
$f_v$ :	Frottements visqueux.
$Cr$ :	Couple résistant.
$C_m$ :	Couple électromagnétique.
$\Omega$ :	Vitesse de rotation du rotor.
$\theta$ :	Position.
$M(\theta)$ :	Matrice de Park.
$s(x)$ :	Surface de glissement.
$u(x)$ :	Loi de commande.
$u_{eq}$ :	Commande équivalente.
$u_d$ :	Commande discontinue.
$V(x)$ :	Fonction de Lyapunov.
$e$ :	Ecart entre la variable réelle et sa référence.
$\hat{e}$ :	Ecart entre la variable réelle et son estimée.
$\theta_r$ :	Position angulaire de référence.

## Notations et acronymes

---

$\theta_i$  : Position angulaire de référence initiale.

$\theta_f$  : Position angulaire de référence finale.

$i_{dr}$  : Courant direct de référence.

$i_b$  : Courant direct de référence initial.

$i_h$  : Courant direct de référence final.

### Acronymes

M.R.V : Moteur à Réductance variable.

M.P : Moteur à Aiment permanent.

M.H : Moteur Hybride.

# Liste des figures

<b>I.1</b> Un moteur à aimant permanent .....	4
<b>I.2</b> Moteur deux phases-alimentation bipolaire, fonctionnement à pas complet.....	4
<b>I.3</b> Moteur deux phases-alimentation bipolaire, fonctionnement avec couple maximal.....	5
<b>I.4</b> Moteur deux phases-alimentation bipolaire, fonctionnement à demi-pas.....	6
<b>I.5</b> Moteur quatre phases-alimentation unipolaire.....	6
<b>I.6</b> Schéma électrique du modèle dans le repère $(\alpha, \beta)$ .....	8
<b>I.7</b> Transformation de Park .....	10
<b>I.8</b> Schéma électrique du modèle dans le repère $(d, q)$ .....	11
<b>II.1</b> Changement de structure par commutation d'une contre-réaction d'état.....	14
<b>II.2</b> Changement de structure par commutation au niveau de l'organe de commande.....	14
<b>II.3</b> Changement de structure avec ajout de la commande équivalente.....	15
<b>II.4</b> Différents modes de convergence pour la trajectoire d'état.....	16
<b>II.5</b> Linéarisation exacte de l'écart.....	19
<b>II.6</b> Trajectoire de l'état vis-à-vis de la surface de glissement.....	21
<b>II.7</b> La commande équivalente.....	23
<b>II.8</b> La fonction signe.....	24
<b>II.9</b> Phénomène de réticence.....	25
<b>II.10</b> Représentation de la fonction <i>sat</i> .....	26
<b>II.11</b> Courbes de vitesse sans perturbation ( $C_r = 0 Nm$ ).....	32
<b>II.12</b> Courbes de la vitesse avec perturbation ( $C_r = 0.55 Nm$ ).....	33
<b>II.13</b> Courbes du courant sans perturbation ( $C_r = 0 Nm$ ).....	34
<b>II.14</b> Courbes du courant avec perturbation ( $C_r = 0.55 Nm$ ).....	35
<b>II.15</b> Courbes de la position sans perturbation ( $C_r = 0 Nm$ ).....	36
<b>II.16</b> Courbes de la position avec perturbation ( $C_r = 0.55 Nm$ ).....	37
<b>II.17</b> Courbes de vitesse avec incertitudes paramétriques sur R et K.....	38

<b>II.18</b> Courbes du courant avec incertitudes paramétriques sur R et K.....	39
<b>II.19</b> Courbes de position avec incertitudes paramétriques sur R et K.....	40
<b>III.1</b> Mode glissant d'ordre deux.....	44
<b>III.2</b> Convergence en temps fini de l'algorithme Twisting.....	45
<b>III.3</b> Convergence en temps fini de l'algorithme Super Twisting.....	47
<b>III.4</b> Courbes de la vitesse sans perturbation ( $C_r = 0 Nm$ ).....	51
<b>III.5</b> Courbes de la vitesse avec perturbation ( $C_r = 0.55 Nm$ ).....	52
<b>III.6</b> Courbes du courant sans perturbation ( $C_r = 0 Nm$ ).....	53
<b>III.7</b> Courbes du courant avec perturbation ( $C_r = 0.55 Nm$ ).....	54
<b>III.8</b> Courbes de vitesse et du courant avec incertitudes paramétriques sur R et K.....	55
<b>IV.1</b> Schéma de principe d'un observateur.....	60
<b>IV.2</b> Structure de l'observateur.....	64
<b>IV.3</b> Courbes de la vitesse et position sans perturbation ( $C_r = 0 Nm$ ), en utilisant l'observateur basé sur l'algorithme de Twisting.....	66
<b>IV.4</b> Courbes de la vitesse et position avec perturbation ( $C_r = 0.55 Nm$ ), en utilisant l'observateur basé sur l'algorithme de Twisting.....	67
<b>IV.5</b> Courbes de la vitesse et position sans perturbation ( $C_r = 0 Nm$ ), en utilisant l'observateur basé sur l'algorithme de Super Twisting.....	68
<b>IV.6.</b> Courbes de la vitesse et position avec perturbation ( $C_r = 0.55 Nm$ ), en utilisant l'observateur basé sur l'algorithme de Super Twisting.....	69

*Introduction*  
*générale*

C'est à partir de 1970 et jusqu'à nos jours que le moteur pas à pas a connu une révolution, surtout dans l'industrie des ordinateurs. Avec le développement de la théorie des semi-conducteurs, il était possible de commander le moteur à l'aide des microprocesseurs, ce qui a rendu son intégration dans différents systèmes à commande numérique.

Un moteur pas à pas transforme des impulsions de commande en une rotation de "n" pas du rotor : il permet donc un positionnement précis sans boucle d'asservissement.

De nombreuses applications industrielles utilisent les moteurs pas à pas : en robotique, en micro-informatique, (dans les imprimantes et tables traçantes) et dans le domaine médical (pousse seringue, scanners), ... etc. [1]

Les systèmes réels sont dans la plupart du temps non linéaires [2], mal définis, ont des paramètres variables et sont soumis à des perturbations externes. La modélisation de ces systèmes relève très souvent d'une approximation des phénomènes physiques mis en jeu. Or, c'est à partir de cette représentation approximative des systèmes que l'on souhaite construire une commande pour le système réel.

Les algorithmes de commande classique, par exemple à action proportionnelle et intégrale peuvent s'avérer suffisants si les exigences sur la précision et les performances des systèmes ne sont pas trop strictes. Dans le cas contraire et particulièrement lorsque la partie commandée est soumise à des fortes non-linéarités et à des variations temporelles, il faut concevoir des algorithmes de commande assurant la robustesse du processus vis à vis des incertitudes sur les paramètres et leurs variations. Les lois de commande dite à structure variable constituent une bonne solution à ces problèmes.

La commande par mode glissant est une commande à structure variable (CSV). Elle est par nature une commande non linéaire. La caractéristique principale des systèmes à structure variable est que leur loi de commande se modifie d'une manière discontinue [3], [4], [5].

Cette commande a largement prouvé son efficacité à travers les études théoriques rapportées. Ces principaux domaines d'application sont : la robotique, les machines électriques ainsi que l'électronique de puissance.

Les moteurs pas à pas sont conçus pour fonctionner en boucle ouverte. La simplicité de cette commande entraîne plusieurs problèmes dans le domaine où une grande précision est exigée. Si les mouvements ou la variation de la charge sont rapides, le moteur peut perdre des pas.

Pour résoudre ces problèmes, il est nécessaire d'introduire le système dans une boucle fermée avec un capteur mécanique pour mesurer la position et la vitesse du moteur. Or ces capteurs sont généralement sensibles à la température et augmentent l'encombrement et le prix du système. Alors, afin de n'utiliser que les mesures des courants et de la position, il est choisi d'implanter différents observateurs de vitesse, à base de modes glissants. [6]

L'objectif de notre travail consiste à l'application de la commande par mode glissant d'ordre un et d'ordre deux au moteur pas à pas à aimant permanent avec et sans capteur mécanique.

Le mémoire est organisé de la façon suivante :

Le premier chapitre présente la structure du moteur pas à pas à aimant permanent, son principe de fonctionnement, ainsi que les avantages et les inconvénients de ces moteurs. En suite, on donne le modèle du moteur dans les deux repères et on termine par une conclusion.

Dans le deuxième chapitre, la théorie des modes glissants classiques est détaillée. Puis une synthèse des lois de commandes, et enfin une simulation sous le logiciel Matlab(2009) est effectuée avec une présentation des résultats de simulation.

Le troisième chapitre est consacré aux modes glissants d'ordre deux, on introduit les notions de cette commande, ainsi que les algorithmes utilisés. On termine par une présentation des résultats de simulation.

Dans le quatrième chapitre, nous rappellerons d'abord la notion d'observabilité et ensuite nous présenterons un observateur de vitesse par modes glissants avec les lois de commande d'ordre deux. Des résultats de simulation portant sur le moteur pas à pas, seront présentés et commentés.

Enfin, ce travail sera clôturé par une conclusion générale.

*Chapitre I*  
*Présentation du moteur*  
*pas à pas*

## **I.1 Introduction**

Les moteurs pas à pas sont des convertisseurs électromécaniques qui assurent la conversion de l'énergie électrique en énergie mécanique et la transformation d'un signal électrique en déplacement mécanique. Sa structure de base se présente sous la forme de deux pièces séparées mécaniquement, le Stator et le Rotor. L'interaction électromagnétique entre ces deux parties assure la rotation [1]. Ils sont utilisés pour commander avec une grande précision le déplacement et la position d'un objet. Comme leur nom l'indique, ces moteurs tournent par incréments discrets. Chaque incrémentation de rotation est provoquée par une impulsion de courant fournie à un des enroulements du stator.

Les progrès récemment acquis pour les moteurs pas à pas ont permis d'élargir le champ de leur utilisation dans diverses applications industrielles, ainsi leurs avantages comme la robustesse, la fiabilité, et la facilité de son entretien.

Toutefois, le moteur pas à pas est un système typiquement non linéaire, ce qui fait que sa commande exige des techniques de contrôle complexe généralement non linéaire.

Dans ce chapitre, nous citerons d'abord les différents types du moteur pas à pas, ensuite nous présenterons le moteur pas à pas à aimant permanent, son principe de fonctionnement et ses caractéristiques statiques. Ainsi, qu'on donnera les domaines d'application du moteur, ses avantages et inconvénients. On termine par la modélisation du moteur dans les deux repères existants.

## **I.2 Différents types de moteurs pas à pas**

Les moteurs pas à pas actuellement disponibles peuvent être classés en fonction du phénomène physique qui est à l'origine du couple. On distingue trois types principaux de moteurs [1] :

- Moteurs à aimant permanent : Il utilise le principe de l'action d'un champ magnétique sur un aimant (M.P).
- Moteurs à reluctance variable : Il utilise le principe du flux maximum (M.R.V).
- Moteur hybrides : C'est la superposition des deux principes ci-dessus (MH).

Dans notre étude, nous considérons un moteur à aimant permanent.

## **I.3 Le moteur à aimant permanent**

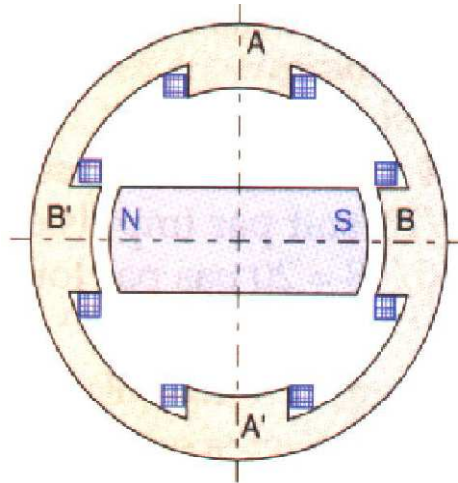
Les moteurs pas à pas à aimant permanent sont dérivés des moteurs synchrones à aimant permanent classique, ce sont des moteurs dont le rotor est constitué d'un aimant bipolaire ou d'un aimant multipolaire. [7]

### I.3.1 Constitution

Le moteur pas à pas à aimant permanent est composé de deux parties [6]:

**Rotor :** qui est la partie mobile ; constitué par un aimant en ferrite ayant une perméabilité faible ; la reluctance du circuit magnétique ne varie pas quand l'aimant tourne.

**Stator :** qui est la partie fixe ; comporte des pôles électromagnétiques A, B, A', B' dont on peut fixer la polarité selon le sens du courant dans les bobines.



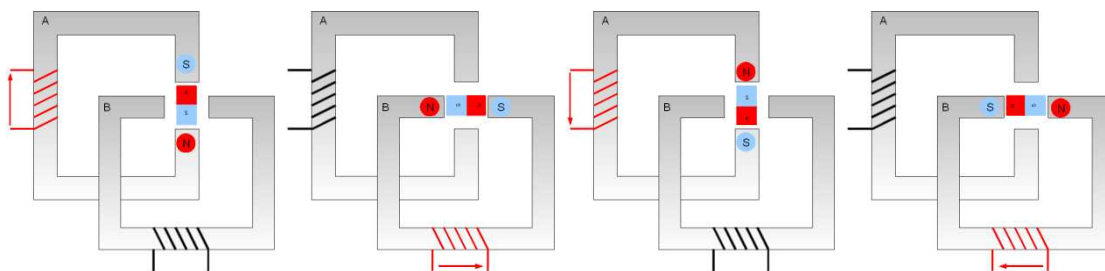
**Fig. I.1.** Un moteur à aimant permanent

### I.3.2 Principe de fonctionnement

Au repos, le rotor aimant N.S. se place en face d'une paire de dents du stator. Quand on alimente les bobines, le rotor se place en face des bobines alimentées de telles façon que le flux qui le traverse soit maximal. En alimentant successivement les phases (A-A'), (B-B'), (A'-A), (B'-B) on obtient quatre positions stables. La rotation dans le sens inverse est obtenue en inversant la séquence de commutation des phases de rotor.

#### Moteur à aimant permanent bipolaires

*Fonctionnement à pas complet*



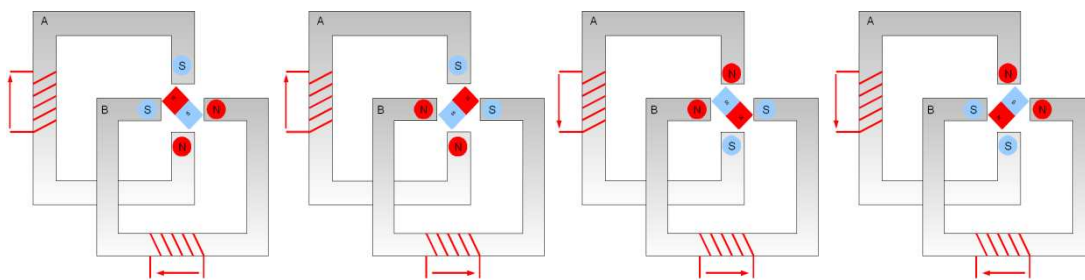
**Fig. I.2.** Moteur deux phases-alimentation bipolaire, fonctionnement à pas complet.

Tableau récapitulatif de l'ordre des phases

Impulsion	Bobine A	Bobine A	Bobine B	Bobine B
T1	+	-		
T2			+	-
T3	-	+		
T4			-	+

*Fonctionnement avec couple maximal*

On alimente les bobines, deux par deux a chaque fois. Il y a toujours quatre pas.



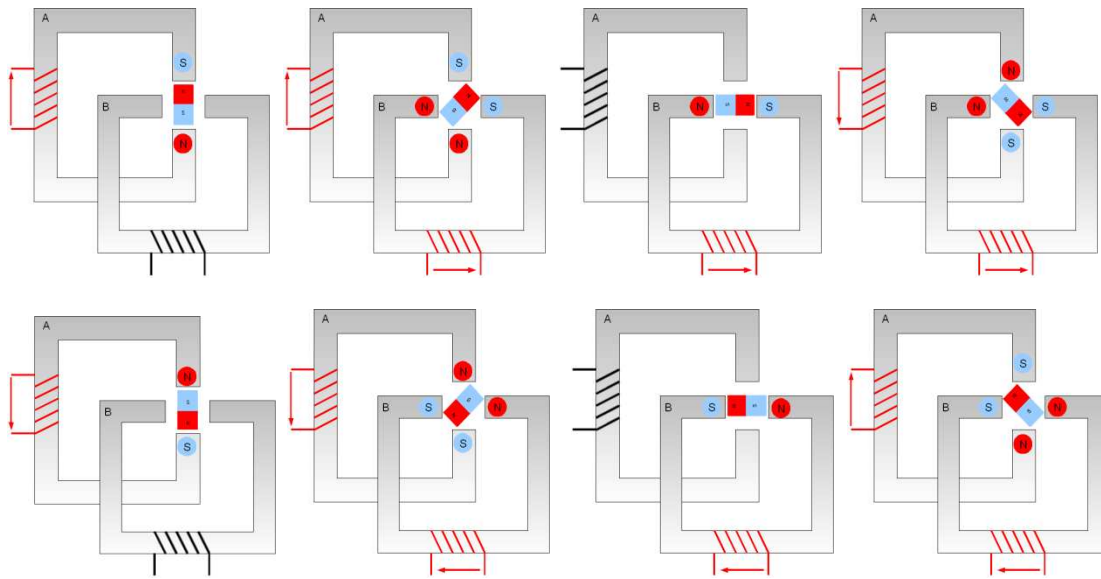
**Fig. I.3.** Moteur deux phases-alimentation bipolaire, fonctionnement avec couple maximal.

Alimentation des bobinages

Impulsion	Bobine A	Bobine A	Bobine B	Bobine B
T1	+	-	+	-
T2	+	-	-	+
T3	-	+	-	+
T4	-	+	+	-

*Fonctionnement à demi-pas*

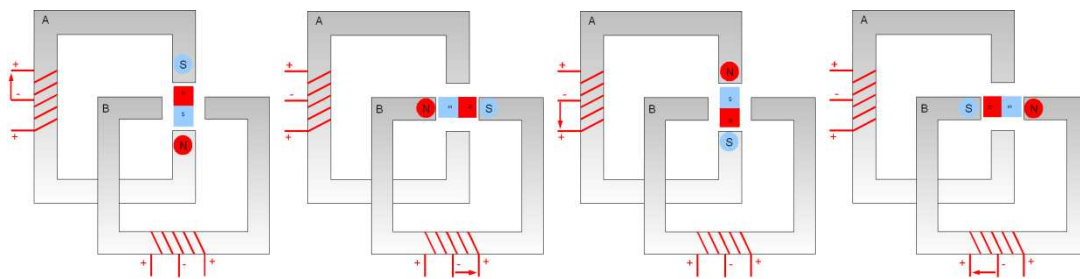
Si on mélange les deux fonctionnements, on peut obtenir le double de pas, pour faire un tour complet, il faut 8 pas. On parle alors de demi-pas.



**Fig. I.4.** Moteur deux phases-alimentation bipolaire, fonctionnement à demi-pas.

**Moteur à aimant permanent unipolaire**

Dans les exemples précédents, on a vu que l'on alimente les enroulements dans les deux sens de courant, il existe des versions avec des demi-bobines (avec un point milieu). L'avantage est que l'on n'inverse jamais le sens du courant, donc la commande est plus simple. Tout le problème est que l'on « double » le nombre d'enroulements, donc le moteur est plus coûteux et encombrant, néanmoins cela reste très courant pour les petites puissances.



**Fig. I.5.** Moteur quatre phases-alimentation unipolaire.

L'action du stator sur le rotor est un couple électromagnétique dont l'expression est donnée par [6] :

$$\vec{C} = \vec{M} \wedge \vec{B} \tag{I.1}$$

$\vec{C}$  : Le couple électromagnétique.

$\vec{M}$  : Moment magnétique de l'aimant rotorique.

$\vec{B}$  : Induction magnétique créée par le courant  $i$ .

**Remarque :**

Le sens de rotation d'un moteur pas à pas bipolaire dépend du sens de courant et de l'ordre d'alimentation des bobinages. Ainsi le nombre de pas par tours est :

$Np = \text{Nombre de phases} \times \text{Nombre de pôles du rotor.}$

**I.3.3 Caractéristiques statiques**

Ces caractéristiques dépendent de la conception du moteur. Ce sont essentiellement [6] :

- ✚ **Le pas :** c'est l'avance incrémental élémentaire (à chaque impulsion de courant appliqué à un enroulement correspondra une rotation de rotor d'un angle déterminé).
- ✚ **Les paramètres électriques :** les enroulements du moteur ont des résistances, des inductances propres et des inductances mutuelles.  
Ces inductances, dans un moteur pas à pas, sont en fonction de la position du rotor. Elles sont au maximum lorsque le rotor est à une position d'équilibre. Ce paramètre est très important dans l'étude des moteurs pas à pas.

**I.4. Domaines d'application des moteurs pas à pas**

Les moteurs pas à pas sont utilisés partout où l'on a besoin de positionner un objet avec précision. La particularité de ce type du moteur est de s'arrêter dans une position désirée avec une très grande précision. C'est pour cette raison qu'ils sont mis en œuvre en [1], [6]:

- Horlogerie
- Péri-informatique : avance des têtes de lecture de disques mémoire (dans les disques durs) imprimantes, scanners, machines à écrire...
- Distributeurs automatiques : billets de banques, boissons
- Lecteurs : de cartes magnétiques (tickets métro, publiphones...)
- Domaine médical : scanners médicaux, pousse seringue
- Certains appareils photos et caméscopes
- Robotique : la position d'un bras manipulateur d'une table de transfert, doit être connue de façon très précise car, bien souvent, leurs travaux sont minutieux.

**I.5. Les avantages des moteurs pas à pas**

Des caractéristiques des différents types de moteurs on retiendra les avantages des moteurs pas à pas qui sont des actionneurs incrémentaux fonctionnant par des déplacements élémentaires successifs entre des positions d'arrêts [7] :

- Les positions d'arrêts sont des états d'équilibre,
- La précision de positionnement est fonction de la précision d'arrêt sur un pas,
- La simplicité de mise en œuvre et de commande en boucle ouverte,
- La plage et la gamme de vitesse étendues,
- Le couple important à l'arrêt,
- Le bon rendement,
- Le sens de rotation dépend de l'ordre d'alimentation.

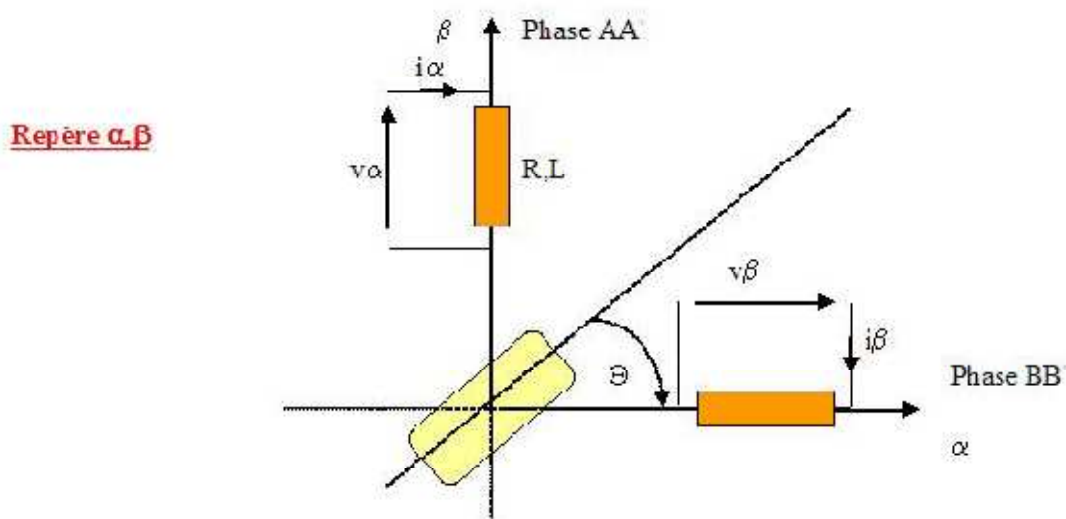
### I.6. Les inconvénients des moteurs pas à pas

- Nombre de pas par tour faible.
- Faible fréquence de travail.
- Leur puissance qui ne dépasse pas le Kilowatt, limite leur utilisation dans les asservissements.

### I.7 Modélisation du moteur pas à pas

#### I.7.1. Equation électrique

Le moteur pas à pas est schématisé, dans le repère  $(\alpha, \beta)$  de la façon suivante [6]



**Fig. I.6** Schéma électrique du modèle dans le repère  $(\alpha, \beta)$

Les équations électriques sont données comme suit :

$$\begin{aligned}\frac{di_\alpha}{dt} &= \frac{1}{L}(v_\alpha - Ri_\alpha + K\Omega \sin N\theta) \\ \frac{di_\beta}{dt} &= \frac{1}{L}(v_\beta - Ri_\beta - K\Omega \cos N\theta) \\ C_m &= -K(i_\alpha \sin N\theta - i_\beta \cos N\theta) - f_v \Omega\end{aligned}\tag{I.2}$$

### I.7.2 Equation mécanique

$$J\dot{\Omega} = C_m - C_r\tag{I.3}$$

Avec :  $C_r$  est le couple résistant

$C_m$  est le couple électromagnétique

Deux types de représentations sont à distinguer :

### I.7.3 Modèle du moteur dans le repère $(\alpha, \beta)$

Dans le repère  $(\alpha, \beta)$ , le moteur pas à pas peut être modélisé par le système suivant [6] :

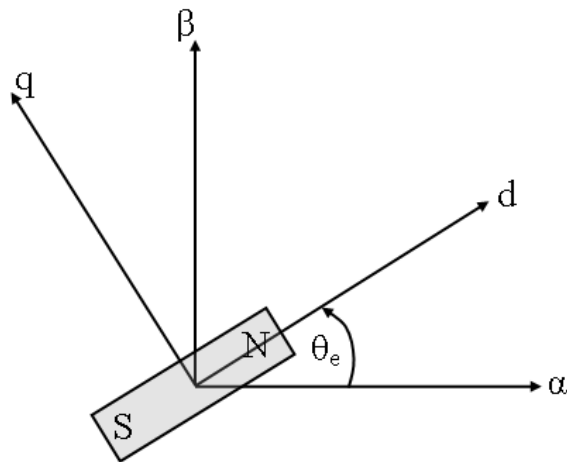
$$\left\{\begin{aligned}\frac{di_\alpha}{dt} &= \frac{1}{L}(v_\alpha - Ri_\alpha + K\Omega \sin N\theta) \\ \frac{di_\beta}{dt} &= \frac{1}{L}(v_\beta - Ri_\beta - K\Omega \cos N\theta) \\ \frac{d\Omega}{dt} &= \frac{1}{J}(K(i_\beta \cos N\theta - i_\alpha \sin N\theta) - f_v \Omega - C_r) \\ \frac{d\theta}{dt} &= \Omega\end{aligned}\right.\tag{I.4}$$

ou  $i_\alpha, i_\beta$  sont les courants et  $v_\alpha, v_\beta$  les variables d'entrées, sont les tensions appliquées aux bornes des enroulements des phases  $\alpha$  et  $\beta$ ,  $\theta$  et  $\Omega$  sont respectivement la position et la vitesse angulaires du rotor du moteur.  $N$  est le nombre de dents du rotor,  $J$  l'inertie du rotor,  $R$  et  $L$  les résistances et inductances de chaque enroulement,  $K$  la constante du couple moteur. Les frottements visqueux  $f_v$  considérés comme connus et  $C_r$  représente la perturbation due au couple de charge.

#### I.7.4. Transformation de Park ou (Direct-Quadrature Transformation)

Pour obtenir un modèle mathématique plus simple que le modèle physique qui présente une complexité dans sa résolution à cause des termes trigonométriques, on utilise souvent la transformation de Park.

Cette transformation permet, en plus d'avoir des coefficients constants, de réduire le nombre de variable du moteur, en passant d'un repère  $(\alpha, \beta)$  symétrique à un repère  $(d, q)$  orthogonale. Ce passage se fait grâce à la matrice de Park  $M(\theta)$  [7].



**Fig. I.7.** Transformation de Park

#### I.7.5. Le modèle du moteur dans le repère de Park $(d, q)$

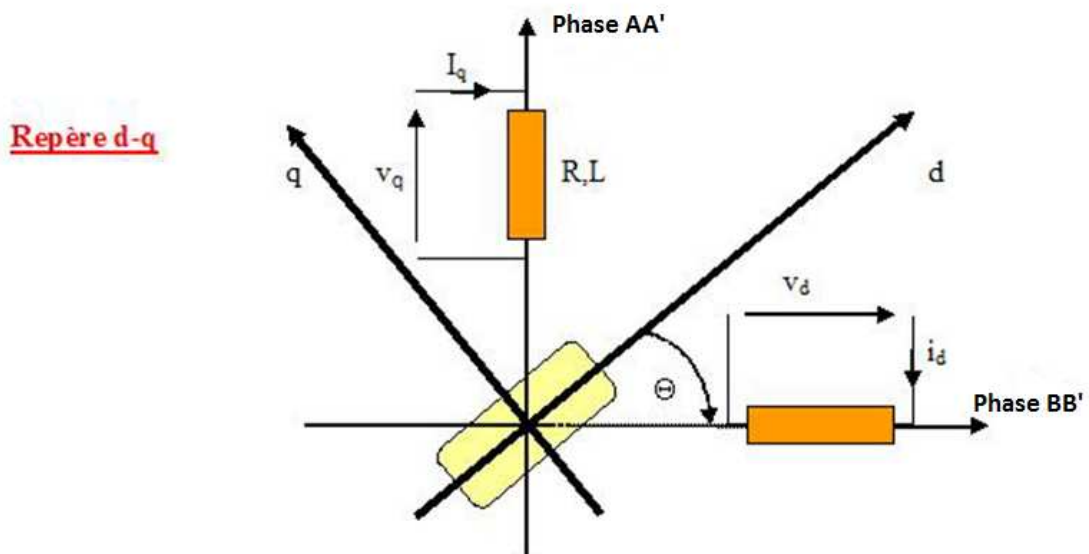
La matrice de Park est donnée comme suit [7]:

$$M(\theta) = \begin{bmatrix} \cos N\theta & \sin N\theta \\ -\sin N\theta & \cos N\theta \end{bmatrix} \quad (\text{I.5})$$

Avec :

$$\begin{bmatrix} i_d \\ i_q \end{bmatrix}^T = M(\theta) \begin{bmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \end{bmatrix}^T$$

$$\begin{bmatrix} v_d \\ v_q \end{bmatrix}^T = M(\theta) \begin{bmatrix} v_\alpha \\ v_\beta \end{bmatrix}^T$$



**Fig. I.8** Schéma électrique du modèle dans le repère  $(d, q)$

Le modèle dans ce repère  $(d, q)$  s'écrit [6] :

$$\begin{aligned} \frac{di_d}{dt} &= \frac{1}{L}(v_d - Ri_d + NL\Omega i_d) \\ \frac{di_q}{dt} &= \frac{1}{L}(v_q - Ri_q - NL\Omega i_d - K\Omega) \\ \frac{d\Omega}{dt} &= \frac{1}{J}(Ki_q - f_v\Omega - C_r) \\ \frac{d\theta}{dt} &= \Omega \end{aligned} \tag{I.6}$$

Le moteur pas à pas est un système non linéaire, le modèle considéré est d'ordre quatre, il a comme vecteur des variables d'état les composantes des courants statoriques dans le repère  $(d, q)$ , la position et la vitesse mécanique  $x = [i_d, i_q, \Omega, \theta]^T$ . Le vecteur de commande est représenté par le vecteur  $u = [v_d \quad v_q]$ .

Le modèle du moteur est non linéaire dans une forme affine par rapport à l'entrée.

$$\dot{x} = f(x) + g(x)u$$

$$\text{Avec : } f(x) = \begin{bmatrix} \frac{-R}{L}x_1 + Nx_2x_3 \\ \frac{-R}{L}x_2 - Nx_1x_3 - Kx_3 \\ \frac{1}{J}(Kx_2 - f_v x_3 - C_r) \\ x_3 \end{bmatrix}, \quad g(x) = \begin{bmatrix} \frac{1}{L} & 0 \\ 0 & \frac{1}{L} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

## I.8 Conclusion

Dans cette partie, nous avons présenté le moteur pas à pas à aimant permanent qui est le moteur utilisé dans notre application, en donnant son principe de fonctionnement, ses caractéristiques et ainsi que son modèle mathématique.

Pour commander ce moteur, on a choisi l'une des commandes robustes qui est la commande par mode glissant qui fera l'objet du prochain chapitre.

*Chapitre II*  
*Théorie de la commande*  
*par mode glissant*

## II.1 Introduction

La commande par modes glissants pour les systèmes non linéaires a été largement étudiée et développée depuis son introduction [3] [4] [5] [15]. Celle-ci appartient à une classe plus large appelée commandes à structure variable. L'objectif de la méthode est, à l'aide d'une commande discontinue, de contraindre le système à évoluer au bout d'un temps fini, et se maintenir, sur une surface dite surface de glissement, ou le comportement résultant correspond aux dynamiques souhaitées [6].

L'avantage que procure une telle commande et qui la rend aussi importante est, d'une part, sa structure variable avec commutation sous certaines conditions prédéfinies, et d'autre, sa robustesse vis-à-vis des perturbations et des incertitudes du modèle [8]. Cependant, ces performances sont obtenues au prix d'un inconvénient majeur qui est le phénomène de broutement ou réticence, « chattering » en anglais, provoqué par la partie discontinue de cette commande et qui peut avoir un effet néfaste sur les actionneurs à cause des oscillations hautes fréquences qui apparaissent dans un voisinage de la surface de glissement.

Ce chapitre est destiné à présenter les notions théoriques fondamentales et nécessaires afin d'illustrer le principe de fonctionnement de la commande par mode glissant. Pour cela nous commencerons par la représentation des configurations de base des systèmes à structure variable, ensuite nous expliquerons les différents modes de glissement, le choix de la surface, la méthodologie de synthèse de la loi de commande ainsi que le phénomène de réticence et les solutions proposées pour l'éliminer ou du moins le réduire.

## II.2. Structures de base

Dans les systèmes à structure variable utilisant la commande par mode de glissement, on peut distinguer trois configurations de base pour la synthèse des différentes commandes. La première correspond à un changement de structure par commutation d'une contre réaction d'état variable, la seconde, à un changement de structure au niveau de l'organe de commande, et enfin, la troisième configuration, à un changement de structure au niveau de l'organe de commande mais avec ajout de commande dite « commande équivalente ».

### II.2.1. Structure par commutation d'une contre réaction d'état

La configuration de la structure par commutation d'une contre réaction d'état est représentée par la figure (II.1)

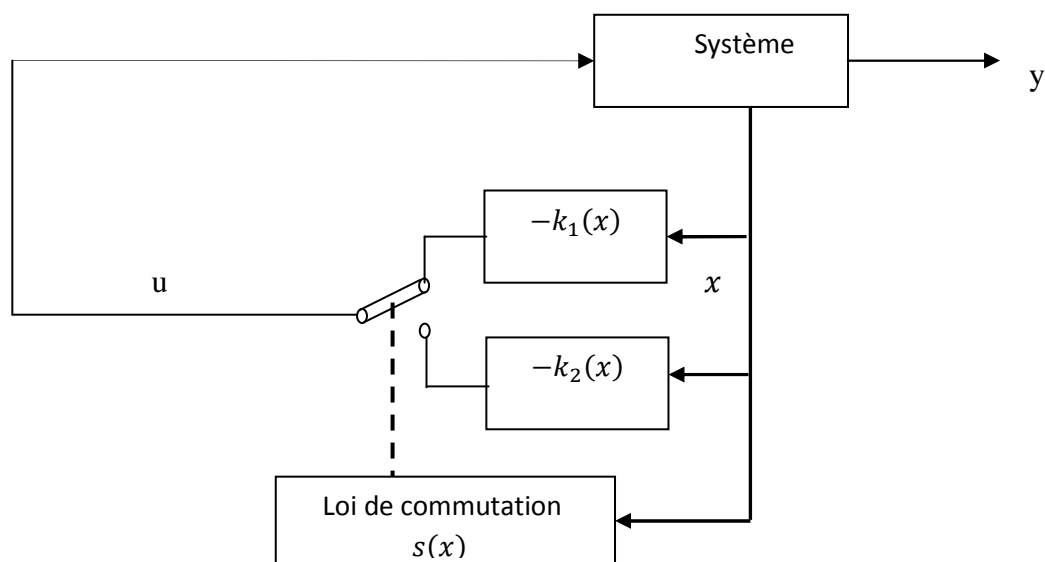
Selon la position du commutateur, le vecteur d'état  $x$  est mis en contre-réaction d'état soit par  $-k_1$  soit par  $-k_2$ . Ceci se fait à l'aide de la loi de commutation  $s(x)$ .

$$u = \begin{cases} -k_1^T(x) & \text{si } s(x) > 0 \\ -k_2^T(x) & \text{si } s(x) < 0 \end{cases} \quad (\text{II.1})$$

Avec une loi de commutation adéquate, on peut obtenir un phénomène transitoire stable et bien amorti même si les deux réactions d'état donnent un comportement instable ou à la limite de stabilité.

Sous certaines conditions, la commutation se fait à une fréquence très élevée (théoriquement infinie). Le système travaille alors en mode de glissement. Le comportement du système est alors déterminé par la condition [5] :

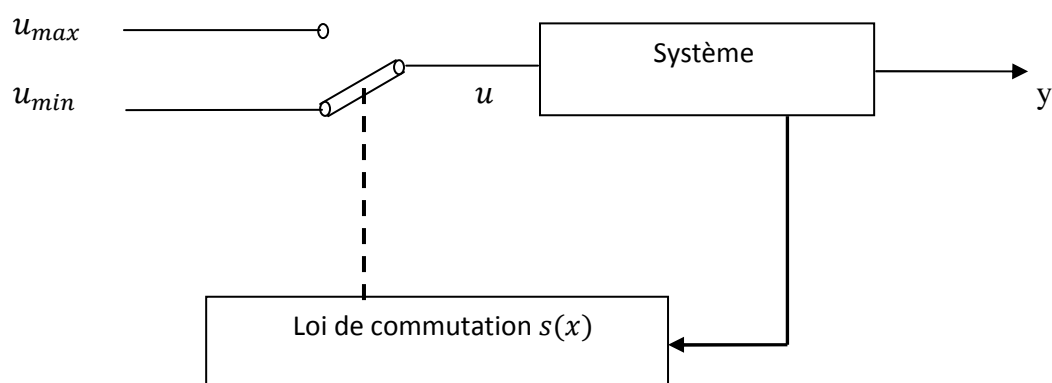
$$s(x) = 0 \quad (\text{II.2})$$



**Fig. II.1.** Changement de structure par commutation d'une contre-réaction d'état.

### II.2.2. Structure par commutation au niveau de l'organe de commande

Une autre configuration, où le changement de la structure se fait par commutation au niveau de l'organe de commande, est représentée à la figure (II.2).



**Fig. II.2.** Changement de structure par commutation au niveau de l'organe de commande.

Dans ce cas, l'organe de commande doit être conçu de sorte que la commande ne prenne que deux valeurs constantes  $u_{max}$  ou  $u_{min}$ . La commutation entre ces deux valeurs est imposée par la loi de commutation selon :

$$u = \begin{cases} u_{max} & \text{si } s(x) > 0 \\ u_{min} & \text{si } s(x) < 0 \end{cases} \quad (\text{II.3})$$

En mode de glissement, (ou régime glissant), la dynamique du système est donnée par

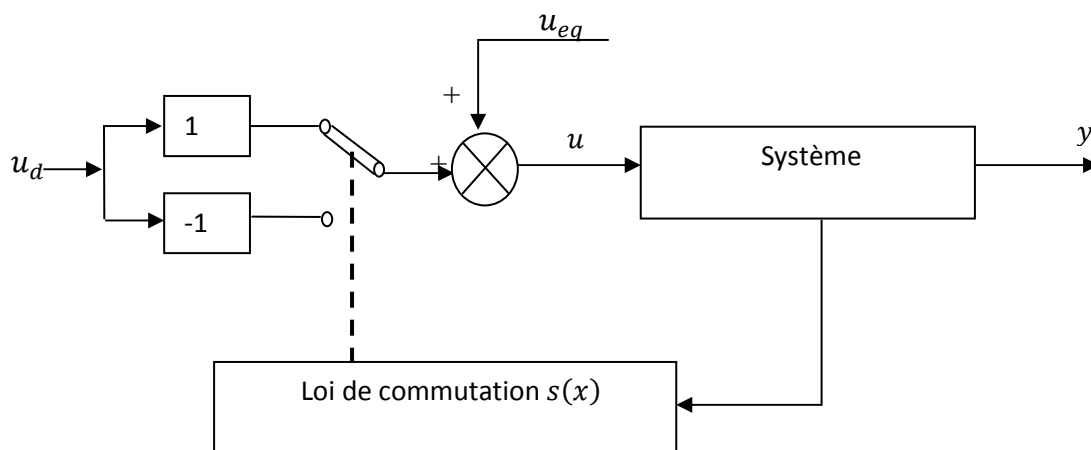
$$s(x) = 0.$$

Cette configuration s'adapte bien pour la commande de convertisseurs électriques dont l'organe de commande est un interrupteur [9].

### II.2.3. Structure par commutation au niveau de l'organe de commande, avec ajout de la commande équivalente:

Le schéma d'une telle structure est représenté à la figure (II.3). Cette structure de commande est simple à réaliser et à été utilisée dans beaucoup d'applications.

L'ajout de la commande équivalente permet de pré-positionner le système dans un état désiré stable et en plus de réduire le phénomène de réticence.



**Fig. II.3.** Changement de structure avec ajout de la commande équivalente.

Le terme de commutation  $u_d$  assure principalement la convergence des trajectoires du système vers l'état désiré et assure son maintien. La loi de commutation est donnée par [9] :

$$u = \begin{cases} u_{eq} + u_d & \text{si } s(x) > 0 \\ u_{eq} - u_d & \text{si } s(x) < 0 \end{cases} \quad (\text{II.4})$$

### II.3. Principe de la commande par mode glissant

Le principe de la commande par modes glissants est de contraindre l'état du système à atteindre en temps fini une surface (dans l'espace d'état) donnée pour ensuite y rester. Cette surface étant une relation entre les variables d'état du système, elle définit une équation différentielle, et donc détermine totalement la dynamique du système, pourvu que le système reste sur cette surface.

L'évolution d'un système soumis à une loi de commande qui le fait rester sur une surface donnée ne dépend donc plus du tout du système lui même ou des perturbations auxquelles il peut être soumis, mais uniquement des propriétés de cette surface.

Le système bouclé n'est donc pas seulement robuste vis à vis des incertitudes (propres au système) et perturbations (extérieures au système), mais totalement insensible à ces incertitudes et perturbations, moyennant qu'elles puissent effectivement être rejetées par la commande.

La trajectoire dans le plan de phase est constituée de trois parties distinctes [10] :

- **Le mode de convergence (MC)** : c'est le mode durant lequel la variable à réglée se déplace à partir de n'importe quel point initial dans le plan de phase, et tend vers la surface de commutation  $s(x) = 0$ . Ce mode est caractérisé par une loi de commande et un critère de convergence.
- **Le mode de glissement (MG)** : c'est le mode durant lequel la variable d'état a atteint la surface de glissement et tend vers l'origine du plan de phase. La dynamique de ce mode est caractérisée par le choix de la surface de glissement  $s(x) = 0$ .
- **Le mode du régime permanent (MRP)** : ce mode est ajouté pour l'étude de la réponse du système autour de son point d'équilibre (origine du plan de phase), il est caractérisé par la qualité et les performances de la commande.

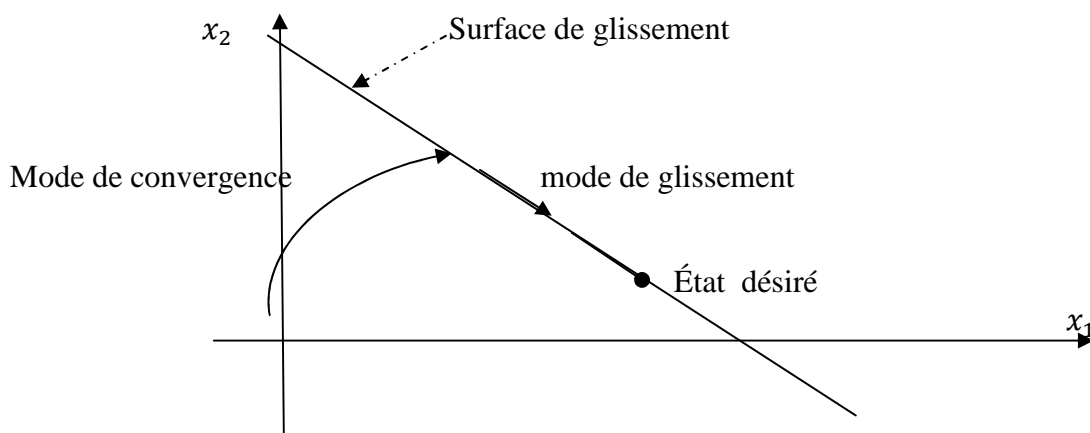


Fig. II.4. Différents modes de la trajectoire d'état.

## II.4. Conception de la commande par mode glissant

Pour illustrer la méthode de conception de la commande par mode glissant, nous considérons une classe de système non-linéaire affine en l'entrée, c'est-à-dire, des systèmes dont l'évolution est décrite par l'équation différentielle suivante :

$$\begin{aligned} \dot{x} &= f(x) + g(x)u \\ y &= h(x) \end{aligned} \quad (\text{II.5})$$

Avec  $x(t_0) = x_0$

$x \in R^n$  : Vecteur d'état du système

$u \in R^m$  : Commande du système

$f(x)$ ,  $g(x)$  et  $h(x)$  : Sont des champs de vecteurs suffisamment différentiable

Soit  $s$  une fonction continue. L'ensemble :

$$S = \{x \in R^n : s(x, t) = 0\} \quad (\text{II.6})$$

défini une sous variété de dimension  $(n-1)$ , appelée surface de glissement ou de commutation. La fonction  $s(x, t)$  appelée fonction de glissement ou de commutation [9].

La commande  $u$  est une commande à structure variable, qui change la structure du système en utilisant des commandes différentes dans chacune des parties de l'espace d'état du système.

$$u = \begin{cases} u^+ & \text{si } s(x, t) > 0 \\ u^- & \text{si } s(x, t) < 0 \end{cases} \quad (\text{II.7})$$

Où  $u^+$  et  $u^-$  sont des fonctions continues, avec  $u^+ \neq u^-$ .

Cette commande  $u$  de nature discontinue, va contraindre les trajectoires du système à atteindre la surface de glissement et d'y rester au voisinage de celle-ci malgré la présence de perturbations. En d'autres termes, la commande doit rendre cette surface de glissement localement attractive. Un régime glissant existe alors à chaque fois que

$$\lim_{s \rightarrow 0^+} \dot{s} < 0 \quad \text{et} \quad \lim_{s \rightarrow 0^-} \dot{s} > 0 \quad (\text{II.8})$$

Cette équation peut être écrite de façon simplifiée :

$$s\dot{s} < 0 \quad (\text{II.9})$$

Cette condition (II.9) est appelée condition de convergence [26].

Les trajectoires du système sur la surfaces ne sont pas définies puisque la commande  $u$  n'est pas définie pour  $s = 0$ .

La synthèse de la commande peut être divisée en trois étapes principales :

1. Le choix d'une surface de glissement en fonction des objectifs de la commande, fixant la dynamique en boucle fermée.
2. L'établissement des conditions d'existences et de convergence.
3. La détermination de la loi de commande.

#### II.4.1. Choix de la surface de glissement

La surface de glissement ou la fonction de commutation (**switching function en anglais**) représente le comportement dynamique désiré du système en boucle fermée. Elle peut être choisie linéaire ou non linéaire.

Une fois le système est en mouvement de glissement sur la surface de commutation, sa dynamique ne dépend que des paramètres de celle-ci, d'où l'importance du choix de cette surface.

**J.J Slotine[3]** nous propose une équation générale pour déterminer la surface de discontinuité :

$$s(x) = \left( \frac{\partial}{\partial t} + \lambda \right)^{r-1} e(x) \quad (\text{II.10})$$

Avec :

$$e(x) = y(x) - y_{ref}(x) \quad (\text{II.11})$$

$\lambda$  : Constante positive

$r$  : Degré relatif du système, plus petit entier positif tel que  $\frac{\partial s(x)}{\partial u(x)} \neq 0$

Cette équation établit la relation entre le degré du système et le choix de la surface de glissement dont le but est d'assurer la convergence de  $y(t)$  vers  $y_{ref}(t)$ .

Pour :

$$r = 1 \quad s(x) = e(x)$$

$$r = 2 \quad s(x) = \lambda e(x) + \dot{e}(x)$$

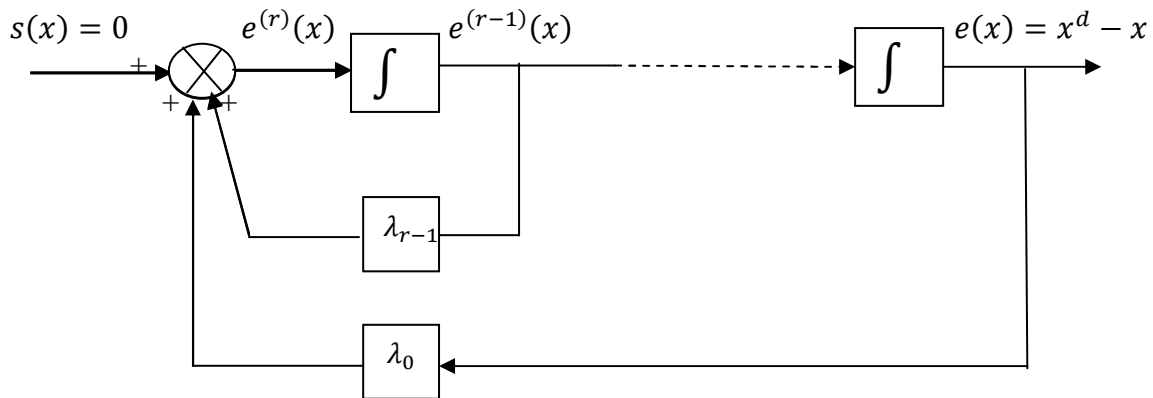
$$r = 3 \quad s(x) = \lambda^2 e(x) + 2\lambda \dot{e}(x) + \ddot{e}(x)$$

$s(x) = 0$  : est une équation différentielle linéaire autonome dont la réponse  $e(x)$  tend vers zéro pour le choix correct de la constante  $\lambda$ . En d'autres termes, la difficulté revient à un problème de poursuite de trajectoire dont l'objectif est de garder  $s(x) = 0$ . Ceci équivaut à une linéarisation exacte de l'écart  $e(x)$  tout en respectant la condition de convergence [11].

Cette linéarisation a pour objectif de forcer la dynamique de l'écart à être une dynamique de système linéaire autonome de degré relatif  $r$

L'équation générale de la linéarisation exacte de l'écart est donnée par la relation suivante :

$$e^{(r)}(x) + \lambda^{r-1}e^{(r-1)}(x) + \dots + \lambda_1 e^{(1)}(x) + \lambda_0 e(x) = 0 \quad (\text{II.12})$$



**Fig. II .5.** Linéarisation exacte de l'écart.

Une autre forme d'écriture de la surface qui assure la convergence d'une variable d'état  $x$  vers sa valeur désirée  $x_d$  est donnée par l'équation (II.13) [9] :

$$s(x) = \sum_{i=1}^n C_i (x_i - x_d) \quad (\text{II.13})$$

La dynamique de convergence est assurée par le choix des coefficients  $C_i$ .

**Remarque II.1 :**

1. Les coefficients de l'équation de la surface sont les coefficients de l'équation caractéristique de système en régime glissant.
2. Il faut définir  $m$  surfaces de commutation (vecteur de surface) pour un vecteur d'entrée de dimension  $m$  (cas multivariable).

### II.4.2. Condition d'existence et de convergence

Cette condition est en fait la condition sous laquelle le mode de glissement existe est sous laquelle la trajectoire d'état va effectivement atteindre la surface de glissement en un temps fini.

#### II.4.2.1. La loi de commutation directe

C'est la première condition de convergence. Elle a été proposée par Emelyanov [18] et Utkin [15] et elle est donnée par :

$$\begin{cases} \dot{s}(x) > 0 \text{ lorsque } s(x) < 0 \\ \dot{s}(x) < 0 \text{ lorsque } s(x) > 0 \end{cases} \quad (\text{II.14})$$

Dans la condition de l'équation (II.9), il faut introduire pour  $s(x)$  et sa dérivé  $\dot{s}(x)$  les valeurs justes à gauche ou à droite de la droite de commutation. La condition (II.14) exige que la dérivée de  $s(x)$  doit aussi changer de signe lorsqu'on passe d'un coté à l'autre de la droite.

#### II.4.2.2. La fonction de Lyapunov

La fonction de Lyapunov est une fonction scalaire positive ( $V(x) > 0$ ) pour les variables d'état du système. La loi de commutation doit faire décroître cette fonction c'est-à-dire ( $\dot{V}(x) < 0$ ). L'idée est de choisir une fonction scalaire  $s(x)$  pour garantir l'attraction de la variable à contrôler vers sa valeur de référence et de concevoir une commande  $u$  telle que le carré de la surface correspond à une fonction de Lyapunov.

Elle est utilisée pour estimer les performances de la commande et l'étude de la robustesse, et garantir la stabilité des systèmes non linéaire.

Soit la fonction de Lyapunov suivante :

$$V(x) = \frac{1}{2} s^2(x) \quad (\text{II.15})$$

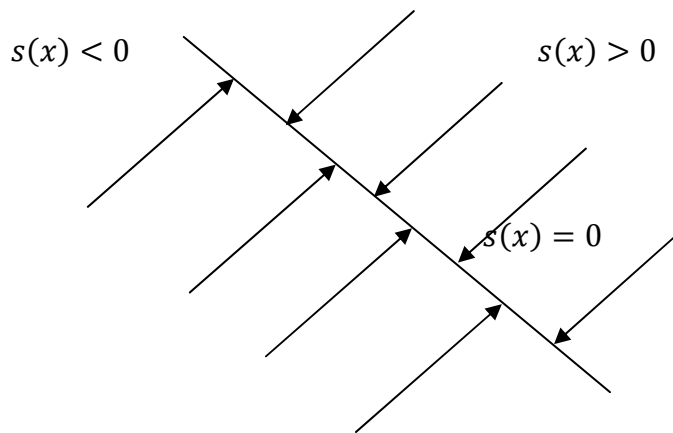
La dérivée de cette fonction est :

$$\dot{V}(x) = s(x) \cdot \dot{s}(x) \quad (\text{II.16})$$

Pour que la surface  $s(x) = 0$  soit attractive sur tout le domaine de fonctionnement, il suffit que :

$$\dot{V}(x) = s(x) \cdot \dot{s}(x) < 0 \quad (\text{II.17})$$

Cette équation explique que le carré de la distance vers la surface de glissement mesuré par  $s^2(x)$ , diminue tout le temps en contraignant les trajectoires d'état du système à se diriger vers cette surface des deux cotés, figure (II.6).



**Fig. II.6.** Trajectoire de l'état vis-à-vis de la surface de glissement.

La condition de convergence (II.9) suppose un régime glissant idéal. Dans le cas d'un régime glissant pratique, la condition de convergence prend la forme suivante :

$$\frac{1}{2} \frac{d}{dt} s(x)^2 \leq -k |s(x)| \quad (\text{II.18})$$

$k$  est une constante positive qui définira le temps de convergence vers la surface de glissement.

Considérons un point initial  $x_0$  tel que  $s_0 = s(x_0) > 0$

Ainsi  $s(x)\dot{s}(x) = -ks(x)\text{sign } s(x)$   
 Pour  $s(x) > 0$   
 $\dot{s}(x) = -k$

Par conséquent, le temps de la première commutation ( $s(x) = 0$ ) est :

$$t_s = \frac{s_0}{k} < \infty \quad (\text{II.19})$$

Alors :  $t_s \rightarrow 0$  lorsque  $k \rightarrow \infty$

Tant que (II.9) est vérifiée, la dynamique du système sur la surface de commutation  $s(x)$  ainsi que sa stabilité sont indépendantes du système (II.5), elles dépendent uniquement des paramètres de la surface choisie.

### II.4.3. Détermination de la loi de commande

Une fois la surface de glissement est choisie et la condition de convergence est vérifiée, on construit une loi de commande pour assurer l'attraction des trajectoires d'état vers la surface de glissement  $s(x) = 0$ .

La loi de commande en mode de glissement est composée de deux grandeurs :

Une première dite **commande équivalente**  $u_{eq}$ , calculée pour maintenir le régime glissant.

Une fois le régime glissant est atteint, une deuxième commande nommée **commande discontinue**  $u_d$ , est chargée de contraindre les états du système à se diriger vers cette surface. Cette commande est très importante car elle est utilisée pour éliminer les effets d'imprécision du modèle et de rejeter les perturbations.

La loi de commande globale est donnée par la relation suivante :

$$u = u_{eq} + u_d \quad (\text{II.20})$$

#### II.4.3.1. La commande équivalente

Lorsque le système est en régime glissant, la trajectoire restera sur la surface de commutation. Cela peut être exprimé par

$$s(x, t) = 0 \text{ et } \dot{s}(x, t) = 0 \quad (\text{II.21})$$

La condition (II.21) est appelée condition d'invariance de la surface de glissement.

Pour la suite de notre travail, nous prenons  $s(x, t) = s(x(t)) = s(x)$

$$\dot{s} = 0 \Rightarrow \frac{\partial s}{\partial x} (f(x) + g(x)u_{eq}) = 0$$

$u_{eq}$  est associée au système nominal, elle est déterminée de façon unique par les conditions d'invariance (II.21). En supposant que  $\frac{\partial s}{\partial x} g(x) \neq 0$ , la commande équivalente est donnée par le scalaire :

$$u_{eq} = - \left( \frac{\partial s}{\partial x} g(x) \right)^{-1} \frac{\partial s}{\partial x} f(x) \quad (\text{II.22})$$

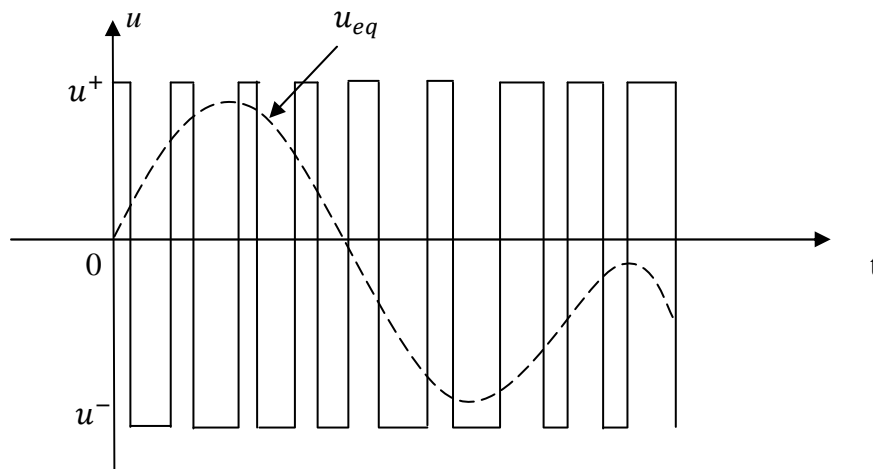
Physiquement, la commande équivalente représente la valeur moyenne de la commande  $u$ , qui maintient l'état du système sur la surface de glissement  $s(x) = 0$ .

L'équation du régime glissant idéal est obtenue en portant l'expression de  $u_{eq}$  dans (II.5) :

$$\dot{x} = f(x) - g(x) \left( \frac{\partial s}{\partial x} g(x) \right)^{-1} \frac{\partial s}{\partial x} f(x) \quad (\text{II.23})$$

$\frac{\partial s}{\partial x}$  étant non nul sur  $R$ , ceci implique que l'on peut exprimer  $m$  états en fonction des  $(n - m)$  autres. Ainsi, en régime glissant, les dynamiques du système évoluent sur un espace d'état réduit de dimension  $(n - m)$ . On aura donc  $m$  valeurs propres non nulles.

La commande équivalente est une fonction continue linéaire, peut être interprétée comme étant la valeur moyenne que peut prendre  $u$  lors des commutations successives entre  $u^+$  et  $u^-$ .



**Fig. II.7.** La commande équivalente.

### II.4.3.2. La commande discontinue

La loi de commande discontinue est déterminée pour satisfaire les conditions de convergence. Cette commande force les dynamiques à converger vers la surface et assure l'insensibilité du système vis-à-vis des incertitudes et perturbations. Par exemple, pour des paramètres mal connus, le système ne glisse pas parfaitement sur la surface, il quitte celle-ci, mais le terme discontinu l'y ramène car la surface est attractive. C'est pour cette raison que la commande par modes glissants est dite robuste.

On peut déterminer cette commande si on remplace l'expression de  $u_{eq}$  dans (II.20). On obtient :

$$u = - \left( \frac{\partial s}{\partial x} g(x) \right)^{-1} \frac{\partial s}{\partial x} f(x) + u_d \quad (\text{II.24})$$

On remplace l'expression de  $u$  dans l'expression de  $\dot{s}(x)$ , on obtient :

$$\dot{s}(x) = \frac{\partial s}{\partial x} \left( f(x) - g(x) \left( \frac{\partial s}{\partial x} g(x) \right)^{-1} \frac{\partial s}{\partial x} f(x) + g(x) u_d \right) \quad (\text{II.25})$$

Après un bref calcul on aura :

$$\dot{s}(x) = \frac{\partial s}{\partial x} g(x) u_d \quad (\text{II.26})$$

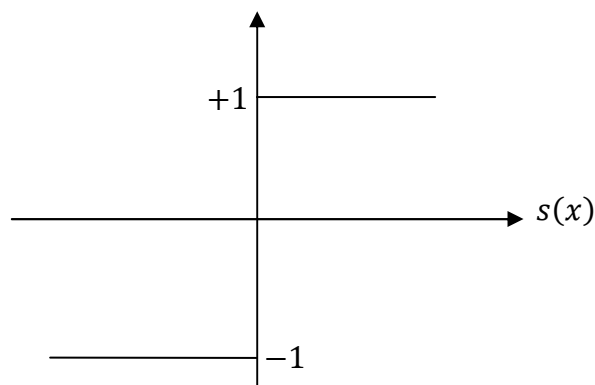
Pour assurer la condition de l'attractivité :

$$\dot{s}(x) s(x) < 0 \Rightarrow s(x) \frac{\partial s}{\partial x} g(x) u_d < 0 \quad (\text{II.27})$$

Il suffit que  $u_d$  soit opposé à  $s(x) \frac{\partial s}{\partial x} g(x)$

Pour le terme  $u_d$ , différentes formes sont proposées dans la littérature [24], [29]. Toutes les formes proposées donnent un terme discontinu. La forme simple qui est généralement utilisée est :  $u_d = -K \text{sign}(s)$  où  $K$  est une constante positive et  $\text{sign}$  est la fonction signe classique.

$$\text{sign}(s) = \begin{cases} +1 & \text{si } s > 0 \\ 0 & \text{si } s = 0 \\ -1 & \text{si } s < 0 \end{cases} \quad (\text{II.28})$$



**Fig. II.8.** La fonction signe.

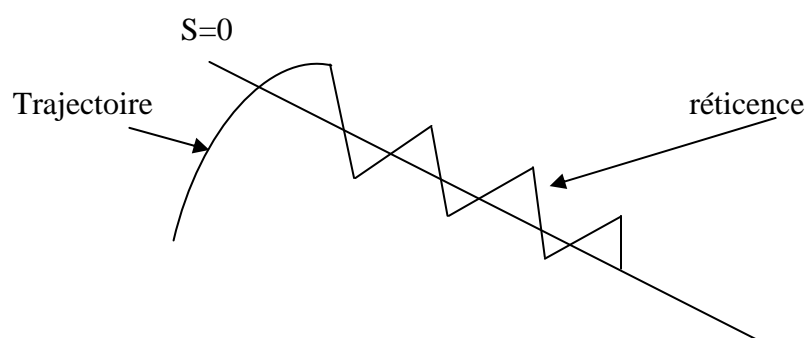
Le choix de  $K$  est fait de telle manière à assurer la robustesse vis-à-vis des perturbations et des incertitudes. Plus  $K$  est grand plus on peut tolérer de fortes perturbations et incertitudes. Cependant, l'augmentation de  $K$  peut amplifier le phénomène de réticence.

## II.5. Phénomène de réticence

En pratique, la commande discontinue peut exciter les dynamiques de hautes fréquences non modélisées, entraînant l'apparition de ce qu'on appelle « **la réticence** » ou « **broutement** » connu en anglais sous le nom « **chattering** » et se caractérise par de fortes oscillations autour de la surface.

Ce phénomène de réticence apparaît car la commutation de la commande ne se fait pas à une fréquence infinie à cause des imperfections physique (les retards, limitation physique) des actionneurs...etc.

Pendant les premières années de son apparition, la commande par modes glissants a été entravée par ce phénomène qui peut provoquer une détérioration anticipée de l'organe de commande, augmenter la consommation de l'énergie et voire engendrer l'instabilité du système en excitant des dynamiques hautes fréquences non considérées dans la modélisation.



**Fig. II.9.** Phénomène de réticence.

Pour réduire ce phénomène, différentes solutions sont proposées dans la littérature.

## II.6.Élimination du phénomène de réticence

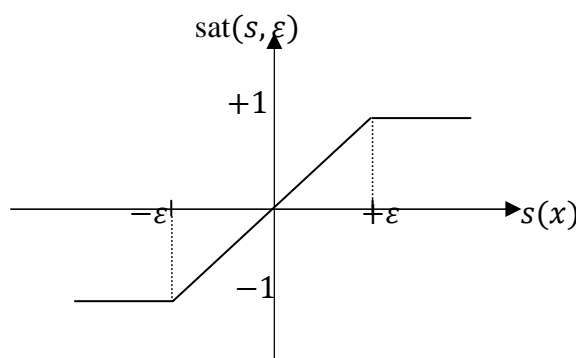
Pour réduire le phénomène de la réticence, on peut :

### II.6.1.Remplacement de la fonction sign par d'autres fonctions [10]

Actuellement, de nombreuses solutions ont été développées [12], [13], [14] afin d'éliminer ou du moins réduire ce phénomène. Il existe plusieurs méthodes comme celle de la couche limite (boundary layer) qui consiste à remplacer la fonction « **sign** » de la loi de commande par une approximation continue à gain élevé dans un proche voisinage de  $s$  [15], et saturée en dehors de ce voisinage. Le régime glissant qui en résulte n'est plus confiné dans  $s$ , mais dans un proche voisinage de celui-ci. Dans ce cas, le système est dit en régime pseudo-glissant. Ces méthodes réduisent la robustesse de la commande.

**La fonction saturation** : elle consiste à remplacer la fonction  $\text{sign}(s)$  par la droite de pente  $1/\varepsilon$  à l'intérieur d'une bande de largeur  $2\varepsilon$  située de part et d'autre de la surface de glissement, la discontinuité étant conservée à l'extérieur de cette bande. Son expression est donnée par :

$$\text{sat}(s, \varepsilon) = \begin{cases} \frac{s}{\varepsilon} & \text{si } |s| \leq \varepsilon \\ \text{sign}(s) & \text{si } |s| > \varepsilon \end{cases} \quad (\text{II.29})$$



**Fig. II.10.** Représentation de la fonction *sat*.

**La fonction pseudo-signe :**

$$v(s, \varepsilon) = \frac{s}{|s| + \varepsilon} \quad (\text{II.30})$$

**La fonction arc tangente :**

$$v(s, \varepsilon) = \frac{2}{\pi} \arctan\left(\frac{s}{\varepsilon}\right) \quad (\text{II.31})$$

**La fonction tangente hyperbolique :**

$$v(s, \varepsilon) = \tanh\left(\frac{s}{\varepsilon}\right) \quad (\text{II.32})$$

**La fonction tangente sigmoïde :**

$$v(s) = \frac{1}{1 + e^{-2s}} \quad (\text{II.33})$$

Une autre solution plus efficace pour résoudre le problème de réticence est l'introduction de nouvelles dynamiques dans la commande. Cette technique est à la base du concept du mode glissant d'ordre supérieur [12], où le problème de la discontinuité due à l'élément de commutation est déplacé sur les dérivées d'ordre supérieur ce qui permet de réduire la réticence tout en conservant les propriétés de robustesse et de la précision de la loi glissante d'ordre un [16].

Cette technique de commande sera étudiée dans le prochain chapitre.

## II.7. Propriétés de robustesse

La plupart des techniques de commandes robustes sont basées sur des méthodes adaptatives, reposant aussi bien sur l'identification ou l'observation. Ces techniques

conduisent souvent à des lois de commande relativement compliquées dont l'implantation se révèle lourde en matière de calculs et de matériels. Par contre, les techniques des modes glissants permettent d'associer les qualités de robustesse et de réalisation relativement simple.

Considérons le système perturbé suivant :

$$\dot{x} = f(x) + g(x)u + p(x, t) \quad (\text{II.34})$$

Où  $p(x, t)$  représente l'effet des incertitudes paramétriques sur le modèle ou des perturbations externes.

Sur la surface de glissement la robustesse du régime glissant vis-à-vis des perturbations est donnée par le théorème suivant :

**Théorème II.1 :** Le régime sur  $s$ , du système perturbé (II.34), est invariant vis-à-vis de  $p(x, t)$ , si et seulement si le vecteur de perturbation  $p(x, t)$  est engendré par  $g(x)$ . Cette condition est appelée condition de recouvrement ou « matching condition ».

On dit que le vecteur  $p(x, t)$  est engendré par  $g(x)$  si :

$$p(x, t) \in \text{span} \{g(x)\}. \quad (\text{II.35})$$

Notons que le système est insensible à de telles perturbations seulement en régime glissant.

Exemple du Cas linéaire :

Soit le système suivant :

$$\dot{x} = Ax(t) + Bu(t) \quad (\text{II.36})$$

On suppose maintenant ce système soumis à des perturbations  $p$  et à des incertitudes paramétriques  $\Delta A$  :

$$\dot{x} = (A + \Delta A)x(t) + Bu(t) + p(t) \quad (\text{II.37})$$

**Définition II.1 :**  $\Delta A$  et  $p$  vérifient l'hypothèse de matching condition s'il existe  $\Delta \hat{A} \in \mathbb{R}^{n \times n}$  et  $\Delta \hat{p} \in \mathbb{R}^{n \times m}$  telle que :

$$\Delta A = B\Delta \hat{A} \text{ et } p = B\Delta \hat{p} \quad (\text{II.38})$$

## II.8. Application de la commande au moteur pas à pas

Dans cette application, on s'intéresse à la synthèse de la commande par mode glissant pour la régulation de vitesse de ce moteur. Cette régulation doit assurer les performances désirées pour le système (robustesse, erreur statique nulle, temps de réponse minimal, ...).

Considérent le modèle du moteur décrit par l'équation (I.6) :

### II.8.1 Calcul des grandeurs de commandes

Le moteur ayant deux entrées de commande, il est possible de contrôler trois sorties indépendantes, la vitesse  $\Omega$ , le courant  $i_d$  et la position  $\theta$ . Donc on peut choisir trois surfaces de glissement.

Les surfaces de glissement sont déduites de l'équation générale de **Slotine**, voir l'équation (II.10).

### II.8.1.1. Vitesse et courant :

#### 🚩 La surface de glissement pour la vitesse

La surface  $s(\Omega)$  s'écrit :

$$\begin{aligned} s(\Omega) &= \lambda e_\Omega + \dot{e}_\Omega \\ e_\Omega &= \Omega - \Omega_r \\ \dot{e}_\Omega &= \dot{\Omega} - \dot{\Omega}_r \end{aligned} \quad (\text{II.39})$$

Alors :

$$s(\Omega) = \lambda(\Omega - \Omega_r) + (\dot{\Omega} - \dot{\Omega}_r) \quad (\text{II.40})$$

La condition  $s = 0$  signifie que  $\Omega$  converge exponentiellement vers sa référence.

La dérivée de cette surface par rapport au temps est donnée par :

$$\dot{s}(\Omega) = \lambda(\dot{\Omega} - \dot{\Omega}_r) + (\ddot{\Omega} - \ddot{\Omega}_r) \quad (\text{II.41})$$

En remplaçant  $\dot{\Omega}$  par sa valeur dans (II.38) on aura :

$$\dot{s}(\Omega) = \lambda \left[ \frac{1}{J} (Ki_q - f_v \Omega - Cr) \right] + \frac{d}{dt} \left[ \frac{1}{J} (Ki_q - f_v \Omega - Cr) \right] - \lambda \dot{\Omega}_r - \ddot{\Omega}_r \quad (\text{II.42})$$

$$\dot{s}(\Omega) = \frac{K}{JL} v_q + \left[ \frac{\lambda K}{J} - \frac{KR}{JL} - \frac{f_v K}{J^2} \right] i_q + \left[ \frac{f_v^2}{J^2} - \frac{\lambda f_v}{J} - \frac{K^2}{JL} \right] \Omega - \frac{KN}{J} \Omega i_d - \lambda \dot{\Omega}_r - \ddot{\Omega}_r - \frac{\lambda}{J} Cr + \frac{f_v}{J^2} Cr - \frac{1}{J} \dot{C}r \quad (\text{II.43})$$

En absence de perturbation ( $Cr = 0$  et  $\dot{C}r = 0$ ) et en tenant compte des expressions des dérivées du courant  $i_q$  et  $\Omega$  :

$$\dot{s}(\Omega) = \frac{K}{JL} v_q + \left[ \frac{\lambda K}{J} - \frac{KR}{JL} - \frac{f_v K}{J^2} \right] i_q + \left[ \frac{f_v^2}{J^2} - \frac{\lambda f_v}{J} - \frac{K^2}{JL} \right] \Omega - \frac{KN}{J} \Omega i_q - \lambda \dot{\Omega}_r - \ddot{\Omega}_r \quad (\text{II.44})$$

A partir de l'équation (II.44), on obtient la commande équivalente pour  $\dot{s}(\Omega) = 0$  :

$$v_{qeq} = \left( R - \lambda L + \frac{L f_v}{J} \right) i_q + \left( K + \frac{\lambda L f_v}{K} - \frac{L f_v^2}{JK} \right) \Omega + NL \Omega i_d + \frac{\lambda JL}{K} \dot{\Omega}_r + \frac{JL}{K} \ddot{\Omega}_r \quad (\text{II.45})$$

Afin d'assurer l'attractivité de la surface  $s(\Omega) = 0$ , on complète la commande (II.45) par une commande discontinue  $v_{qd}$  sous la forme :

$$v_{qd} = -K_q \text{sign}(s(\Omega)) \quad (\text{II.46})$$

Alors la commande totale est :

$$v_q = v_{qeq} + v_{qd} \quad (\text{II.47})$$

La condition  $s \cdot \dot{s} < 0$  peut être imposée en choisissant  $K_q$  comme suit :

$$K_q > \left| \left( \frac{\lambda L}{K} - \frac{f_v L}{JK} \right) Cr + \frac{L}{K} \dot{C}r \right| \quad (\text{II.48})$$

Cette inégalité garantit l'attractivité de la surface même en présence de perturbations dues aux variations du couple de charge  $Cr$  à condition que cette dernière soit bornée.

### La surface de glissement pour le courant id

$s(i_d)$  est définie comme suit :

$$s(i_d) = i_d - i_{dr} \quad (\text{II.49})$$

En régime glissant,  $s = 0$ , la convergence exponentielle du courant vers la référence sera assurée. Pour définir la loi de commande permettant d'obtenir un tel comportement, dérivons  $s(i_d)$ .

$$\dot{s}(i_d) = \dot{i}_d - \dot{i}_{dr} \quad (\text{II.50})$$

En remplaçant  $\frac{di_d}{dt}$  par sa valeur dans (II.50) on obtient :

$$\dot{s}(i_d) = \frac{1}{L} (v_d - Ri_d + NL\Omega i_q) - \dot{i}_{dr} \quad (\text{II.51})$$

D'ou l'expression de la commande équivalente :

$$v_{deq} = Ri_d - NL\Omega i_q + Li_{dr} \quad (\text{II.52})$$

Pour assurer l'attractivité de la surface et satisfaire la condition  $s.\dot{s} < 0$ , il faut compléter la commande  $v_{deq}$  en ajoutant la commande discontinue  $v_{dd}$ .

$$\text{Avec : } v_{dd} = -K_d \text{sign}(s(i_d))$$

D'ou la commande totale est :

$$v_d = v_{deq} + v_{dd} \quad (\text{II.53})$$

Avec :  $K_d$  est une constante positive.

### II.8.1.2. Position seule:

#### 🚩 La surface de glissement pour la position $\theta$

Pour stabiliser la position selon la trajectoire désirée, on choisit la surface de glissement suivante :

$$s(\theta) = \lambda_1 e_\theta + \lambda_2 \dot{e}_\theta + \ddot{e}_\theta \quad (\text{II.54})$$

Avec :

$$e_\theta = \theta - \theta_r$$

La dérivée de cette surface par rapport au temps est donnée par :

$$\dot{s}(\theta) = \lambda_1 (\dot{\theta} - \dot{\theta}_r) + \lambda_2 (\ddot{\theta} - \ddot{\theta}_r) + (\ddot{\theta} - \ddot{\theta}_r) \quad (\text{II.55})$$

En remplaçant les dérivées de  $\theta$  par leurs valeurs dans (II.55) on aura :

$$\dot{s}(\theta) = \frac{K}{JL} v_q + \left( \frac{K\lambda_2}{J} - \frac{KR}{JL} - \frac{Kf_v}{J^2} \right) i_q + \left( \lambda_1 - \frac{\lambda_2 f_v}{J} - \frac{K^2}{JL} + \frac{f_v^2}{J^2} \right) \Omega - \frac{NK}{J} \Omega i_d - \lambda_1 \Omega_r - \lambda_2 \dot{\Omega}_r + \left( \frac{f_v}{J^2} - \frac{\lambda_2}{J} \right) C_r - \frac{1}{J} \dot{C}_r - \ddot{\Omega}_r \quad (\text{II.56})$$

En absence de perturbation ( $C_r = 0$  et  $\dot{C}_r = 0$ ), l'équation (II.56) devient :

$$\dot{s}(\theta) = \frac{K}{JL} v_q + \left( \frac{K\lambda_2}{J} - \frac{KR}{JL} - \frac{Kf_v}{J^2} \right) i_q + \left( \lambda_1 - \frac{\lambda_2 f_v}{J} - \frac{K^2}{JL} + \frac{f_v^2}{J^2} \right) \Omega - \frac{NK}{J} \Omega i_d - \lambda_1 \Omega_r - \lambda_2 \dot{\Omega}_r - \ddot{\Omega}_r \quad (\text{II.57})$$

A partir de l'équation (II.57), on obtient la commande équivalente pour  $\dot{s}(\theta) = 0$  :

$$v_{qeq} = \left( \frac{\lambda_2 f_v L}{K} - \frac{\lambda_1 JL}{K} + K - \frac{f_v^2 L}{JK} \right) \Omega + \left( R - \lambda_2 L + \frac{f_v L}{J} \right) i_q + NL \Omega i_d + \frac{\lambda_1 JL}{K} \Omega_r + \frac{\lambda_2 JL}{K} \dot{\Omega}_r + \frac{JL}{K} \ddot{\Omega}_r \quad (\text{II.58})$$

Pour garantir l'attractivité de la surface et satisfaire la condition  $s_\theta \dot{s}_\theta < 0$ , une commande discontinue est ajoutée à  $v_{qeq}$ .

$$v_{qd} = -U_0 \text{sign}(s(\theta)) \quad (\text{II.59})$$

Avec : 
$$U_0 > \left| \left( \frac{\lambda_2 L}{K} - \frac{f_v L}{JK} \right) C_r + \frac{L}{K} \dot{C}_r \right|$$

D'où la commande à implanter est :

$$v_q = v_{qeq} + v_{qd} \quad (\text{II.60})$$

## II.8.2. Simulation numérique

Afin de montrer l'effet de la commande par mode glissant d'ordre un appliquée à un moteur pas à pas, nous avons effectué une simulation numérique sous le logiciel **MATLAB 7.8.0 (R2009a)**.

### II.8.2.1 Les paramètres du moteur

Résistance d'une phase statorique  $R = 3.03 \Omega$

Inductance d'une phase statorique  $L = 8.2 \cdot 10^{-3} H$

Nombre de dents dans le rotor  $N = 50$

Moment d'inertie ramené à l'arbre  $J = 4.4 \cdot 10^{-3} Kg.m^2$

Coefficient de force électromotrice / coefficient de couple  $K = 0.4 Nm/A$

Les frottements visqueux  $f_v = 1.8. 10^{-2} N.m.s/rad$

### II.8.2.2 Les trajectoires de référence [6]

La trajectoire de référence en position angulaire ( $\theta_r$ ) est basée sur une équation polynomiale de degré 5. Elle a été élaborée afin de ne pas avoir de discontinuité et d'à-coups en vitesse et en accélération pour éviter des pics d'énergie électrique.

$$\theta_r(t) = \theta_i + (\theta_f - \theta_i)(10\Delta_t^3 - 15\Delta_t^4 + 6\Delta_t^5) \quad (\text{II.61})$$

En dérivant (II.50), on aura l'équation de la trajectoire de référence en vitesse suivante :

$$\dot{\theta}_r(t) = (\theta_f - \theta_i)(30\Delta_t^2 - 60\Delta_t^3 + 30\Delta_t^4) \quad (\text{II.62})$$

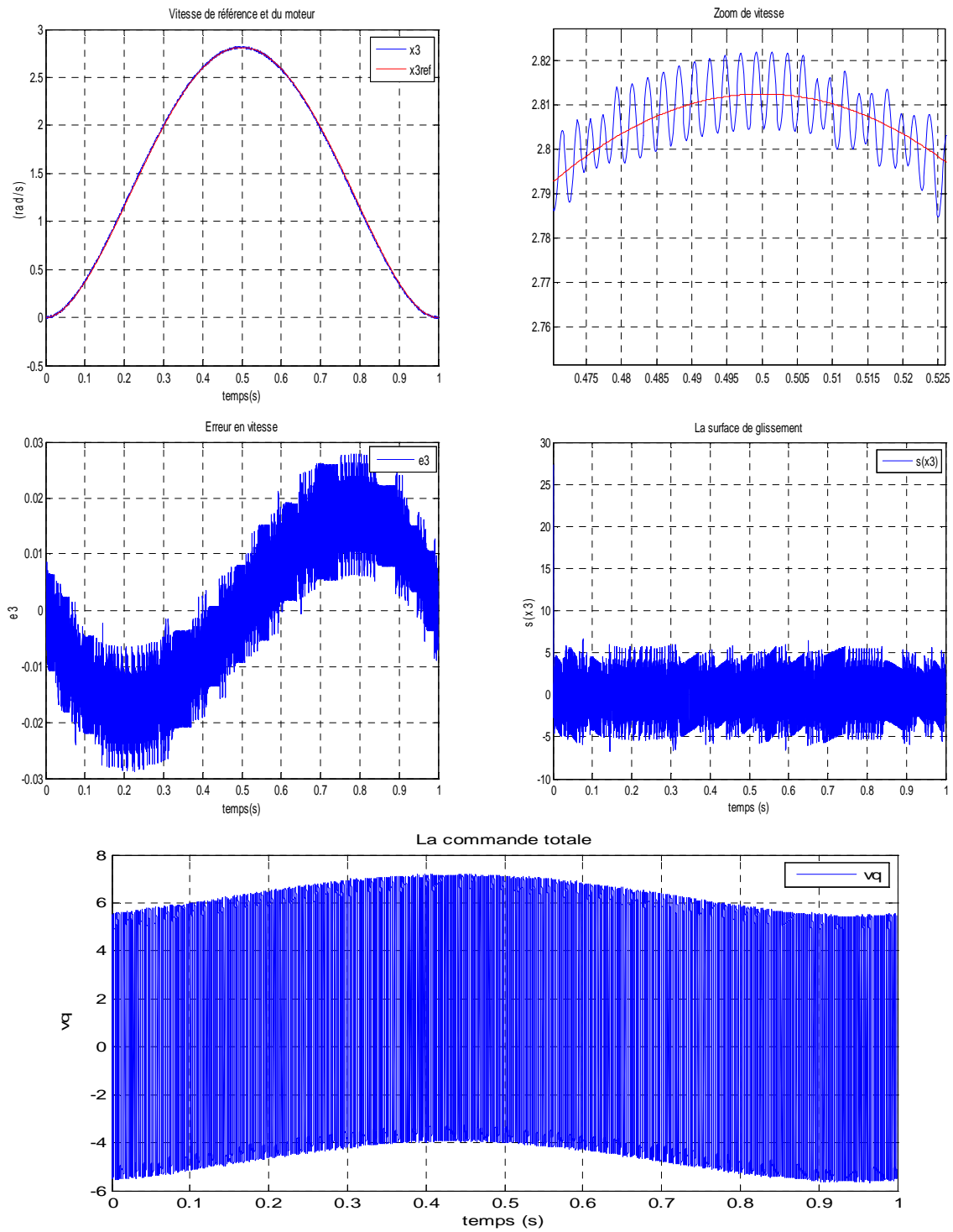
Avec :  $\Delta_t = \frac{(t-t_i)}{(t_f-t_i)}$ ,  $t_i = 0s$ ,  $t_f = 1s$ .

La trajectoire de référence en courant ( $i_d$ ) est donnée par une équation polynomiale de degré 4 :

$$i_{dr}(t) = \frac{(i_h - i_b)}{(t_f - t_i)} \Delta_t^2 (30 - 60\Delta_t + 30\Delta_t^2) \quad (\text{II.63})$$

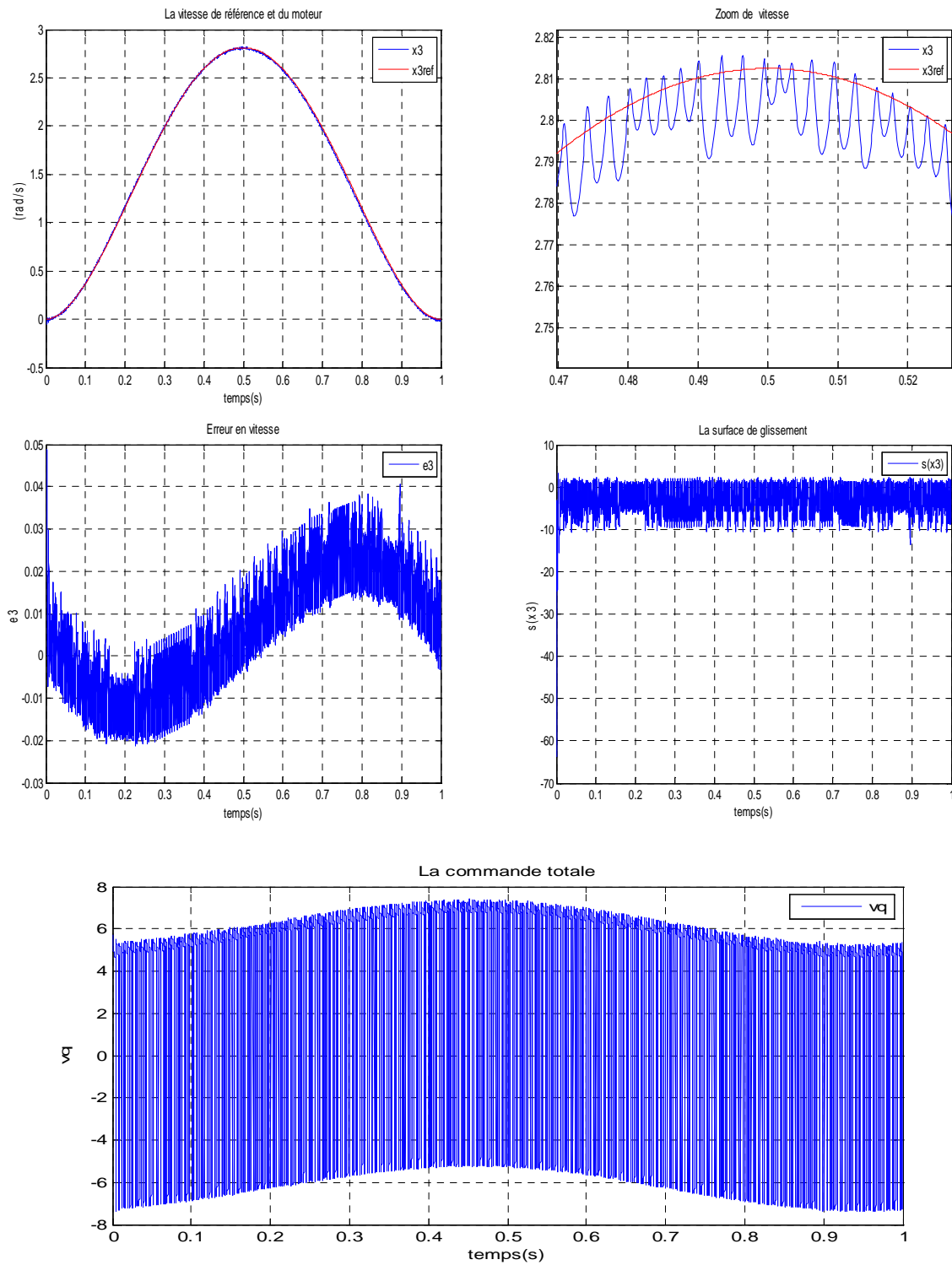
Avec :  $i_b = 0A$  et  $i_h = 0.5A$ .

### II.8.2.3 Résultats de simulation sans et avec perturbation



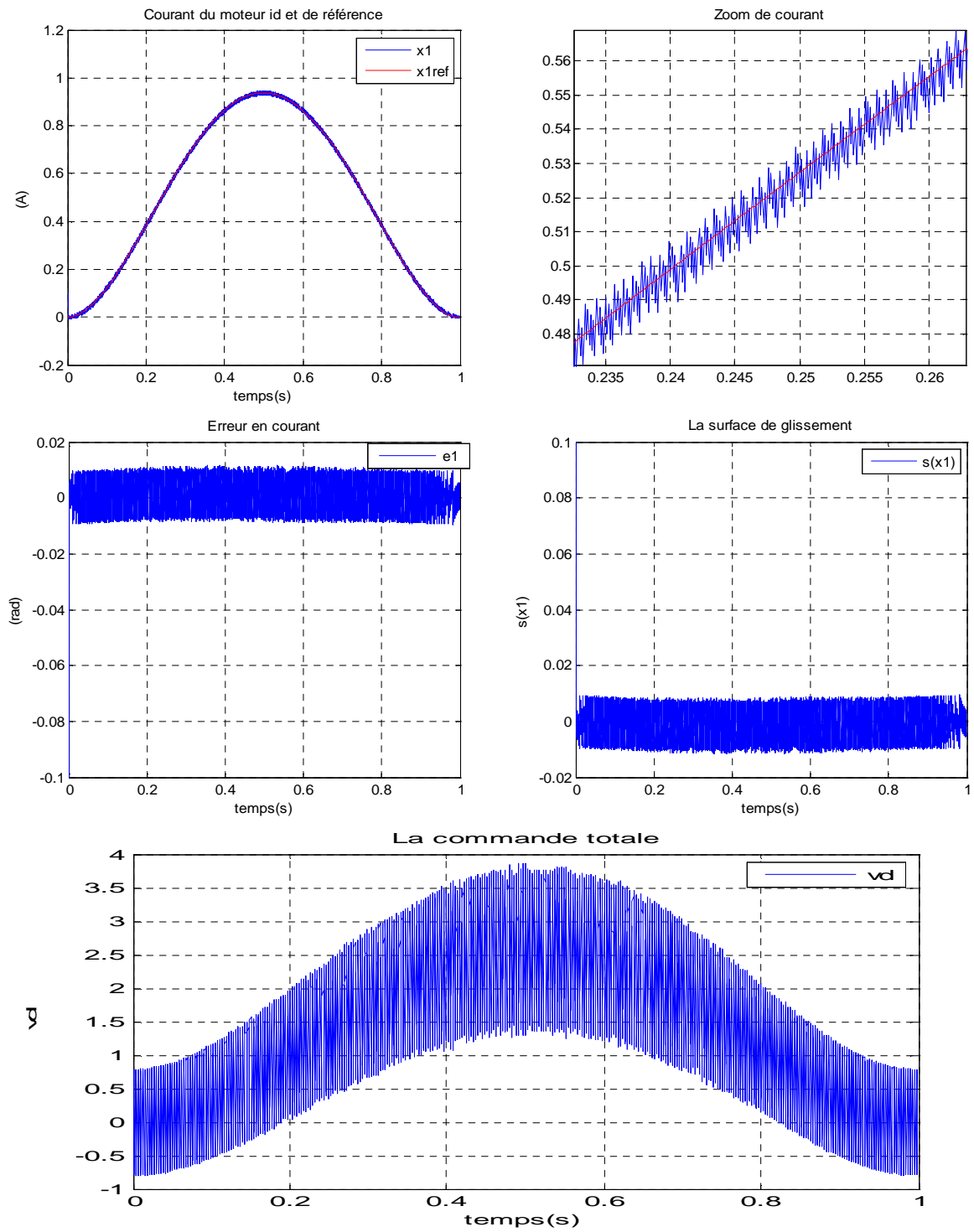
**Fig. II.11.** Courbes de vitesse sans perturbation ( $C_r = 0 Nm$ )

$$\lambda = 500, \quad K_q = 11 .$$



**Fig. II.12.** Courbes de la vitesse avec perturbation ( $C_r = 0.55 Nm$ )

$$\lambda = 500, \quad K_q = 11 .$$



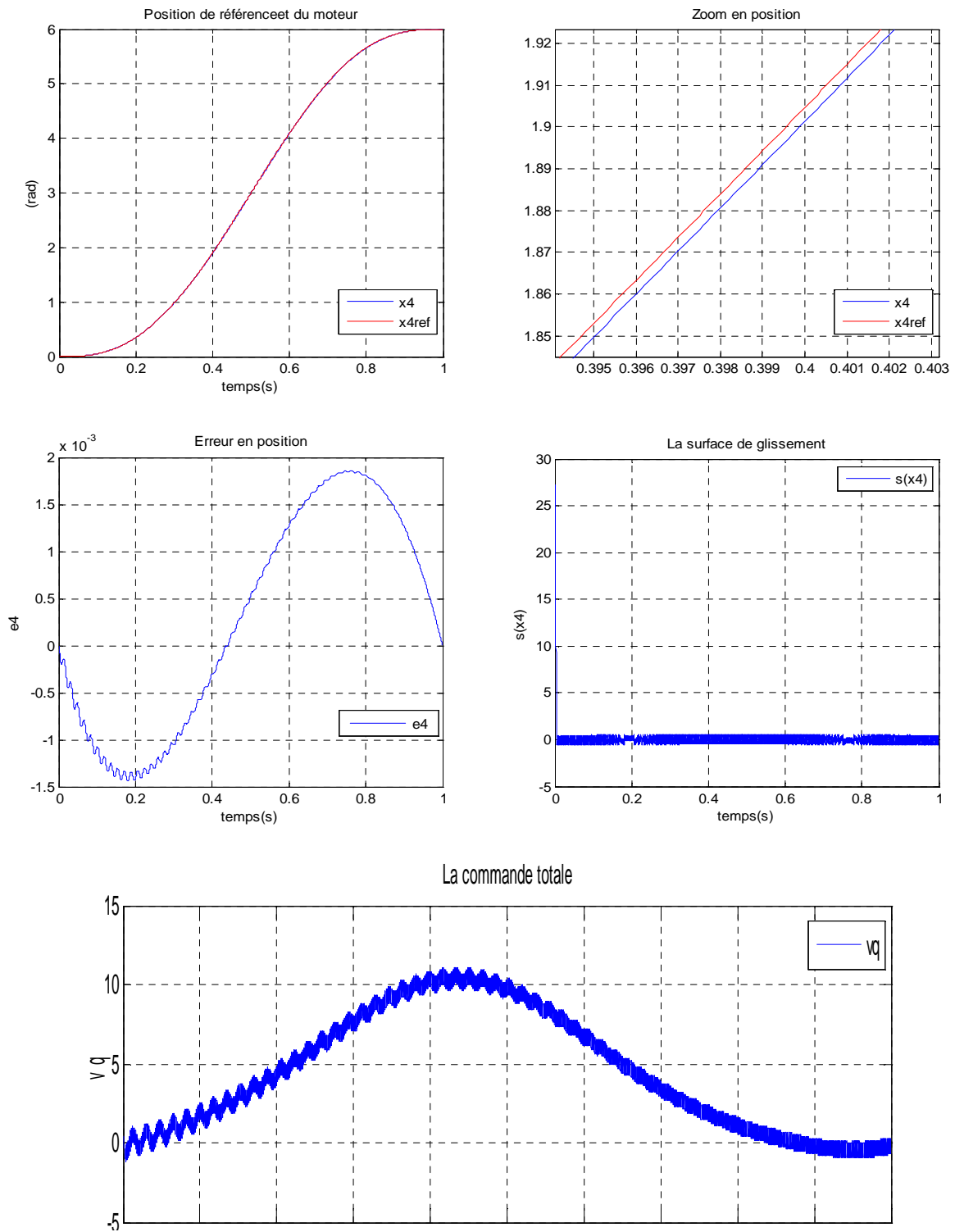
**Fig. II.13.** Courbes du courant sans perturbation ( $C_r = 0 Nm$ )

$$K_d = 0.8.$$



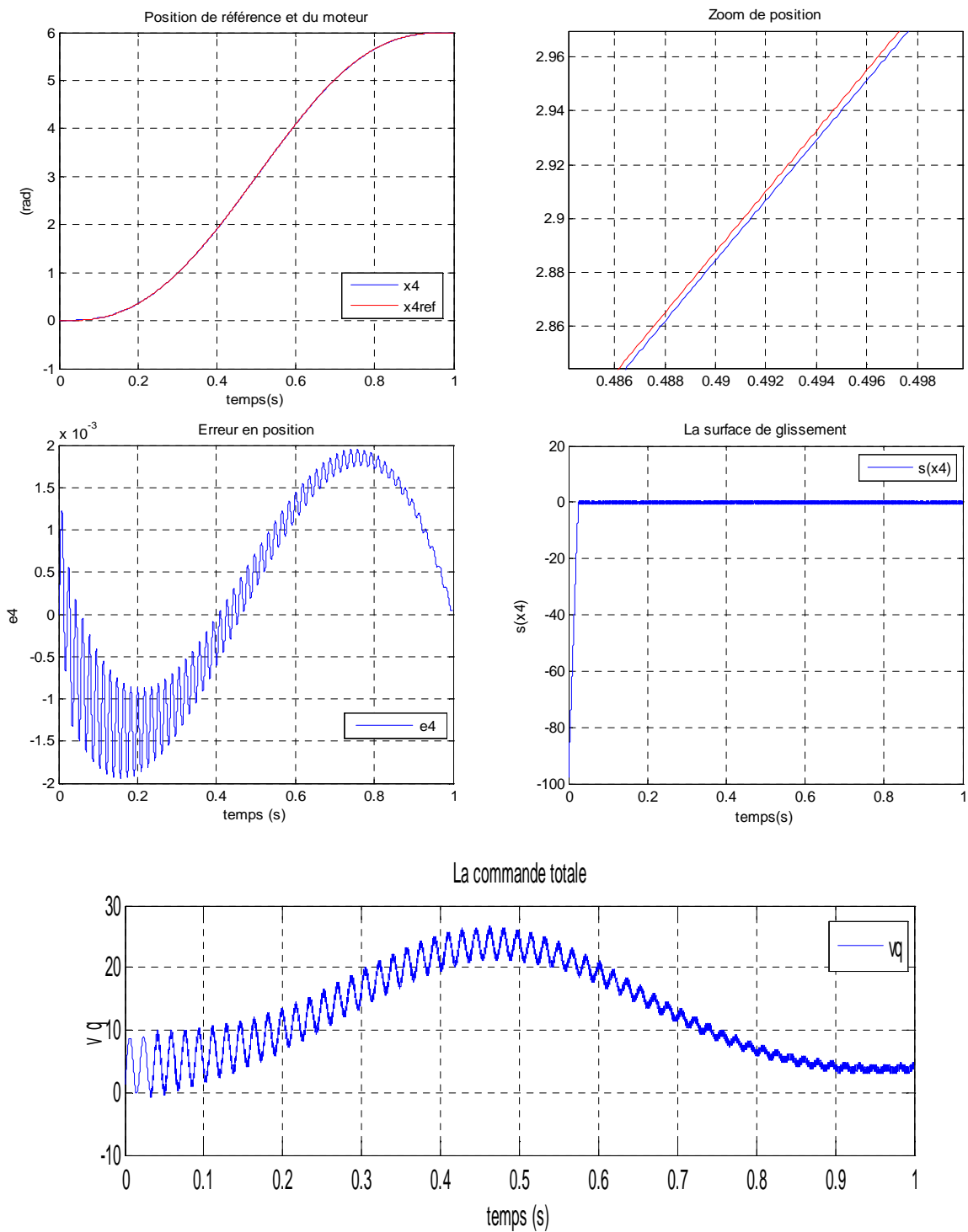
Fig. II.14. Courbes du courant avec perturbation ( $C_r = 0.55 Nm$ )

$$K_d = 0.8.$$



**Fig. II.15.** Courbes de la position sans perturbation ( $C_r = 0 Nm$ )

$$U_0 = 0.5, \lambda_1 = 13000, \lambda_2 = 6$$



**Fig. II.16.** Courbes de la position avec perturbation ( $C_r = 0.55 Nm$ )

$$U_0 = 0.5, \lambda_1 = 13000, \lambda_2 = 6.$$

II.8.2.4 Résultats de simulation avec incertitudes paramétriques

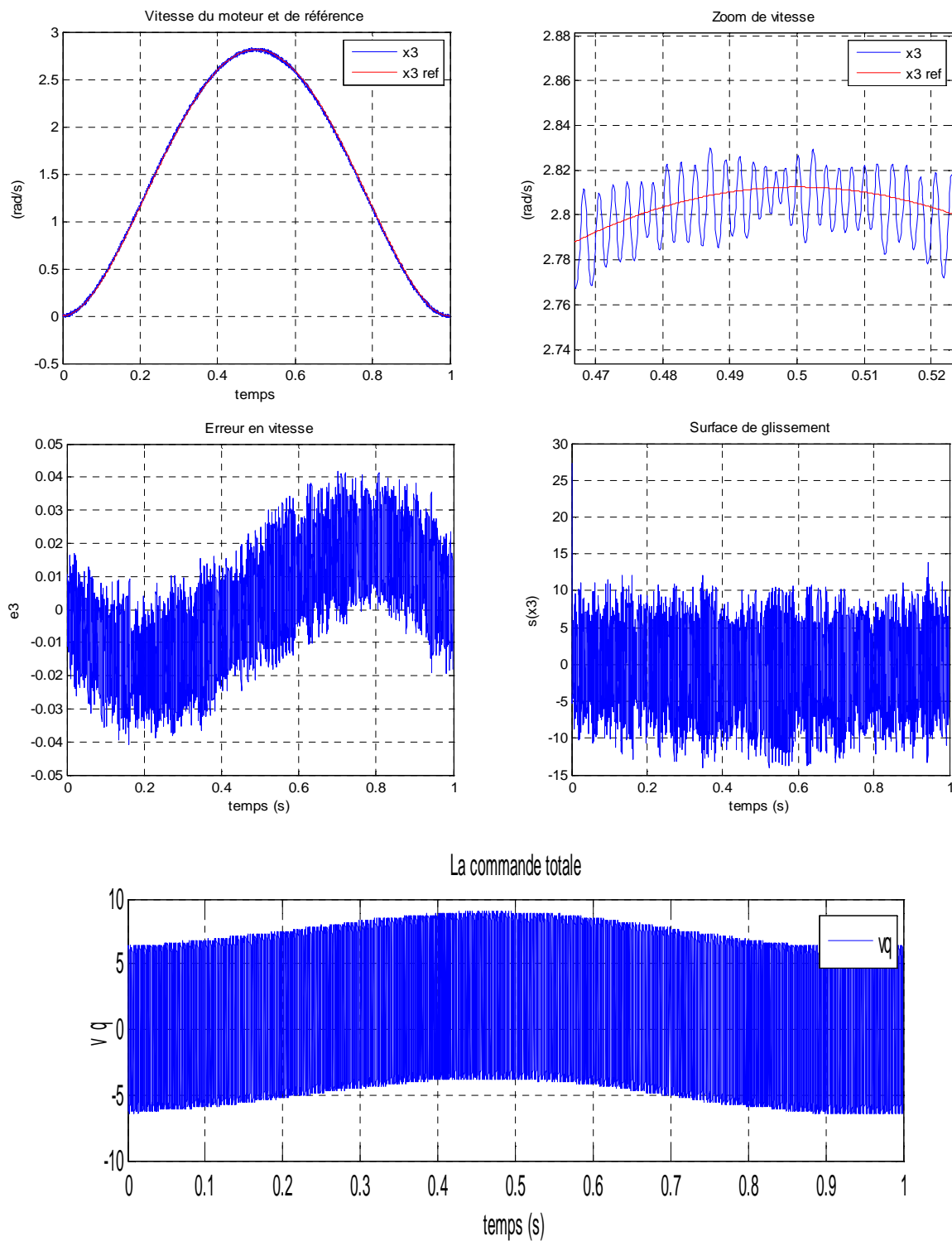
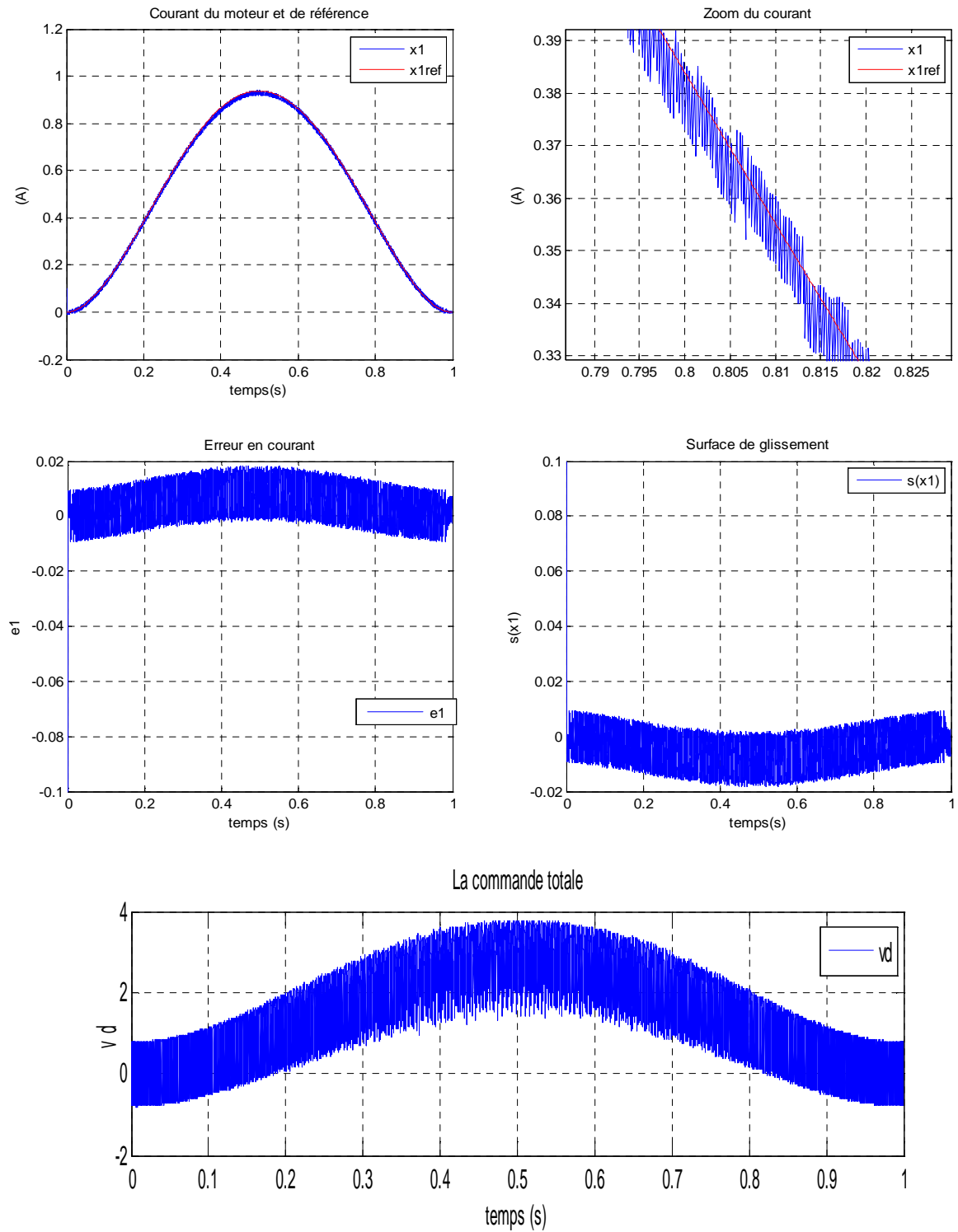


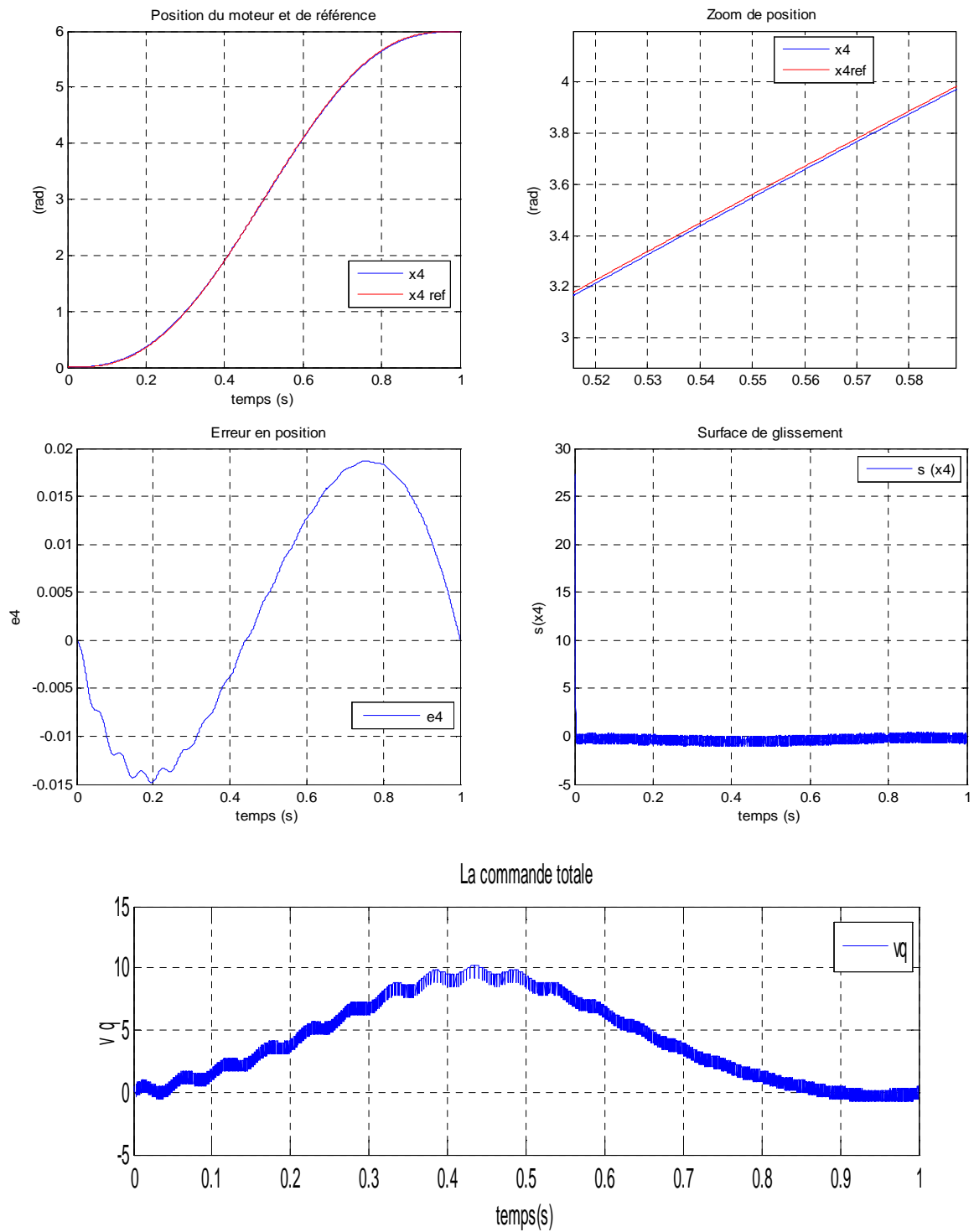
Fig. II.17. Courbes de vitesse avec incertitudes paramétriques sur R et K

$$\lambda = 500, K_q = 11, R + 25\%, K + 25\%.$$



**Fig. II.18.** Courbes du courant avec incertitudes paramétriques sur R et K

$$K_d = 0.8, R + 20\%, K + 20\%.$$



**Fig. II.19.** Courbes de position avec incertitudes paramétriques sur R et K

$$U_0 = 0.5, \lambda_1 = 13000, \lambda_2 = 6, K + 10\%, R + 10\%.$$

### II.8.3 Interprétation des résultats

- Sans perturbations

L'analyse des courbes de simulation présentées aux figures (II.11, II.13 et II.15), montrent que la vitesse, le courant ainsi que la position suivent bien leurs valeurs de références avec l'erreur statique qui est :

- de l'ordre  $3 \cdot 10^{-2}$  pour la vitesse
- de  $10^{-2}$  pour le courant
- et de  $1.8 \cdot 10^{-3}$  pour la position.

Néanmoins, il faut remarquer les allures relativement hachées de toutes les mesures, ce qui correspond en partie au phénomène de réticence.

- **Avec perturbations (couple de charge)**

Les figures (II.12, II.14, II.16), montrent que lors de l'apparition d'un couple résistant  $C_r$ , il existe une petite erreur par rapport aux résultats trouvés précédemment, et la réticence augmente.

Ceci s'explique, par le fait que la perturbation ne vérifiée pas la condition de recouvrement « Matching Condition ».

- **Avec incertitudes paramétriques :**

On remarque, pour les figures (II.17, II.18, II.19), l'augmentation de l'erreur statique lorsqu'on applique une variation paramétrique sur R et K. Elle est :

- de l'ordre  $4 \cdot 10^{-2}$  pour la vitesse
- de  $4 \cdot 10^{-2}$  pour le courant
- et de  $2 \cdot 10^{-2}$  pour la position.

On constate que l'objectif de commande en robustesse n'est plus satisfait lors de l'apparition d'un couple de charge ou la variation de certains paramètres. Ceci est dû au fait que la perturbation n'agit pas dans les mêmes directions que la commande, et donc ne vérifie pas la condition de recouvrement nécessaire au rejet de perturbations avec une commande par modes glissants classiques.

## II.9. Conclusion

Dans ce chapitre nous avons présenté et appliqué la commande par mode glissant d'ordre un, dans le but de la poursuite de trajectoires en position, vitesse et courant pour le moteur pas à pas.

Les résultats de simulation ont montré que cette commande donne des résultats satisfaisants en poursuite de trajectoire de position, vitesse et de courant.

Néanmoins, il y a l'apparition du phénomène de la réticence qui est indésirable. Ainsi qu'on ne peut pas appliquer cette méthode si on considère qu'un couple de perturbation extérieur agit sur le système.

Une possibilité pour remédier à ces problèmes, est l'utilisation d'algorithmes par modes glissants d'ordre deux, qui feront l'objet du prochain chapitre.

*Chapitre III*  
*Commandes par modes glissants*  
*d'ordre supérieur*

### III.1. Introduction :

Pour remédier au problème de la réticence qui est hautement indésirable, le concept des modes glissant d'ordres supérieurs (MGOS), en anglais High Order Sliding Mode (HOSM), a été introduit dans les années 80 par L.V. Levantovsky, S.V. Emelyanov et S.K. Korovin [19].

Les HOSM font que la commutation discontinue agit, non pas sur la première dérivée de la fonction de glissement mais sur une dérivée supérieure (selon l'ordre). Les avantages du glissement classique sont préservés, mieux ils sont améliorés (précision de convergence et atténuation de réticence).

Ce vocable couvre plusieurs types de lois de commande ayant des structures diverses, mais satisfaisant toutes le même critère : la convergence non seulement d'une variable de glissement à 0 en temps fini, tout comme les commandes par modes glissants classiques, mais en plus, d'un nombre fini de dérivées de cette variable de glissement.

Dans ce chapitre sera présenté, premièrement, la position du problème, qui est de forcer le système à évoluer sur la surface et à maintenir  $s$  ainsi que ses  $(r - 1)$  premières dérivées successives à zéro. Deuxièmement, on parlera sur la commande par mode glissant d'ordre 2, ainsi ces différents algorithmes utilisés pour la conception des lois de commande aisées à implanter avec une convergence en temps fini et une robustesse certaine. Finalement, on valide par simulation sur un exemple en appliquant cette commande sur le moteur pas-à-pas.

### III.2. Position du problème :

Considérons un système non linéaire, affine en l'entrée (ce qui est le cas du moteur pas à pas), dont la dynamique est décrite par le système différentiel :

$$\begin{cases} \dot{x} = f(x, t) + g(x, t)u \\ y = h(x) \end{cases} \quad (\text{III.1})$$

Où :

$x = [x_1, x_2, \dots, x_n]^T \in \mathcal{R}^n$ , représente le vecteur d'état du système.

$u \in \mathcal{R}$  est le signal d'entrée.

Les champs de vecteurs  $f$  et  $g$  sont considérés comme suffisamment différentiables mais incertains.

Le problème posé est toujours de contraindre les trajectoires du système à évoluer sur la surface de glissement :

$$s(t, x) = 0$$

qui est ici une fonction à valeur réelle, suffisamment différentiable telle que ses  $(r - 1)$  premières dérivées par rapport au temps ne soient fonction que de l'état  $x$  (ce qui signifie qu'elles ne contiennent aucune discontinuité). Nous présentons ici très brièvement la théorie des modes glissants d'ordre supérieur. Plus de précisions peuvent être trouvées, entre autres dans [14], [16], [17], [19], [20], [21].

### III.3 Ordre de glissement et précision [10] :

Pour garantir la stabilité de la surface de glissement, si la variable de commutation est de degré relatif  $r$  par rapport à la commande, il faut garantir que ses dérivées jusqu'à l'ordre  $r - 1$  soient également nulles une fois que le système a convergé vers  $s = 0$ . Si ce n'était pas le cas, la variable de glissement dévierait de 0 par intégration, puisqu'elle est de classe de continuité  $C^{r-1}$ , ce qui voudrait dire que le système quitterait la surface de glissement : le régime glissant ne serait donc dans ce cas, pas établi, ou pas stable.

#### III.3.1 Ordre de glissement

Un mode glissant d'ordre supérieur à 1 doit donc satisfaire à des exigences plus strictes qu'un mode glissant classique pour des raisons de stabilité.

**Définition III.1.** [21] L'ensemble de glissement d'ordre  $r \geq 1$  ( $r \in \mathbb{N}$ ) par rapport à la variable de glissement  $s(x, t)$  est donné par

$$s^r = \{x \in \mathcal{R} \setminus s = \dot{s} = \ddot{s} = \dots = s^{(r-1)} = 0\} \quad (\text{III.2})$$

Par abus de langage, cet ensemble est souvent appelé surface de glissement d'ordre  $r$ .

**Définition III.2.** [21] Si les trajectoires du système atteignent l'ensemble de glissement  $s^r$  au bout d'un temps fini et y restent à partir de ce temps, on dit que le système évolue suivant un mode glissant idéal d'ordre  $r$ .

#### III.3.2. Précision dans le cas de modes glissants réels

Comme vu au chapitre précédent, une commande réelle présente toujours du broutement, ce qui empêche la variable de glissement et ses dérivées successives d'être rigoureusement égales à 0. Un régime glissant idéal n'est donc plus possible, les trajectoires du système ne peuvent plus être confinées à la surface de glissement, mais à un (proche) voisinage de cette dernière. Il se met en place un mode glissant réel, dans lequel l'état du système oscille à haute fréquence d'un côté à l'autre de la surface. L'étude précise de ce phénomène, et notamment une évaluation de l'erreur maximale engendrée, est difficile. Néanmoins, une étude qualitative de la précision peut être faite en s'intéressant à la variation de l'erreur  $\theta(\epsilon)$  en fonction de la variation des imperfections  $\epsilon$  à l'origine du chattering, pour de petites perturbations.

**Définition III.3.** [14] Soit  $\theta(\epsilon)$  une fonction à valeur réelle telle que  $\theta(\epsilon) \rightarrow 0$  si  $\epsilon \rightarrow 0$ .

Un algorithme de commande par modes glissants de variable de commutation  $s = 0$  est dit d'ordre réel  $r$  si, pour toute condition initiale dans un compact, il existe une constante  $C > 0$  telle que l'inégalité suivante soit satisfaite après un temps fini

$$|s| \leq C|\theta(\epsilon)|^r.$$

$\epsilon$  est classiquement soit un retard (ou dynamique négligée) soit une imprécision sur la connaissance de l'état du système.

Comme le régime glissant classique, un régime glissant qualifié idéal est impossible à atteindre en pratique. De ce fait, le régime glissant ne prend place que dans un voisinage de la

surface de commutation. Ce comportement peut alors être qualifié de régime glissant réel (voir définition III.3).

#### III.4. Quelques exemples de commandes par modes glissants d'ordre deux

Le but principal d'un algorithme d'ordre deux, est de générer un régime glissant d'ordre deux sur une surface de glissement sélectionnée  $s$ , et plus précisément d'obtenir en temps fini

$$s = \dot{s} = 0 \quad (\text{III.3})$$

La figure (III.1) fait apparaître la trajectoire de convergence du système vers la surface  $s$  [14].

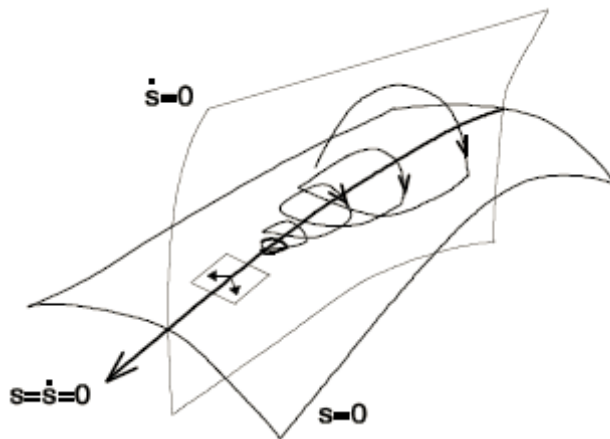


Fig. III.1 Mode glissant d'ordre deux.

Pour une étude rigoureuse de la commande par modes glissants d'ordre deux, les hypothèses suivantes sont nécessaires [14] :

1. La commande est telle que :  $|u| \leq u_{\max}$ , avec  $u_{\max}$  une constante réelle positive, et, les solutions du système (III.1) sont supposées définies pour tout  $t$ .
2. Il existe  $u_1 \in [0, u_{\max}]$  telle que pour toute fonction continue  $u(t)$  avec  $|u(t)| \leq u_1$ , il existe  $t_1$  (initial), tel que,  $s(t)u(t) > 0$  pour tout  $t > t_1$ . Ainsi, la commande  $u = -u_{\max} \text{sign}[s(t_0)]$ , où  $t_0$  est l'instant initial, permet d'atteindre la surface de glissement  $s = 0$  en temps fini.

3. Il existe des constantes  $s_0, \Gamma_m, \Gamma_M$ , telles que pour tout  $x, t \in \mathcal{R}^n \times \mathcal{R}$  avec  $|s(t, x)| < s_0$ , le système vérifie par rapport à la surface de glissement  $s = 0$  la relation suivante :

$$0 < \Gamma_m \leq \frac{\partial s}{\partial u} \leq \Gamma_M.$$

4. Il existe une constante  $\emptyset$  telle que à l'intérieur du domaine  $|s(t, x)| < s_0$ , on ait l'inégalité suivante :

$$\left| \frac{\partial}{\partial t} \dot{s}(t, x, u) + \frac{\partial}{\partial x} \dot{s}(t, x, u)(f(x) + g(x)u) \right| < \emptyset$$

L'hypothèse 2 signifie que, partant de n'importe quel point de l'espace d'état, il est possible de définir une commande  $u(t)$  qui permet d'atteindre la surface de glissement. Les hypothèses 3 et 4 impliquent que pour l'entrée considérée  $u$ , la dérivée seconde de  $s$  est uniformément bornée dans un domaine borné.

En respectant les conditions déjà définies, nous pouvons écrire dans un cadre général :

$$\ddot{s} = \varphi(t, x) + \psi(t, x)W \quad (\text{III.4})$$

Où  $\varphi(t, x)$  et  $\psi(t, x)$  sont des fonctions bornées. Ce qui nous ramène à écrire que toute solution relative à l'équation (III.4) satisfait l'inclusion différentielle suivante, [6].

$$\ddot{s} \in [-\phi_0, \phi_0] + [\Gamma_m, \Gamma_M]W$$

Pour un mode glissant d'ordre deux, l'entrée du système  $W$  dépend du degré relatif du système et par conséquent pour un degré relatif égal à deux (respectivement à un) par rapport à la fonction de glissement  $s$ , le signal  $W$  est égal à  $u$  (respectivement  $\dot{u}$ ). Pour un degré relatif égal à un, il faut donc ajouter un intégrateur à la commande réelle  $u$ .

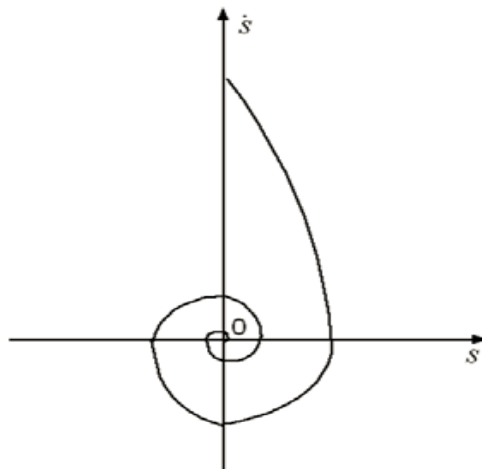
Dans la littérature, il existe plusieurs algorithmes de commande par modes glissants d'ordre deux : L'algorithme du Twisting, l'algorithme du Sous-Optimal, l'algorithme du Super-Twisting, l'algorithme de drift, ...etc. [14]

Nous allons décrire en détail l'algorithme du Twisting et l'algorithme du Super-Twisting que nous utiliserons dans notre travail pour la synthèse de commandes et d'observateurs.

#### III.4.1. Algorithme de Twisting

Cet algorithme a été le premier contrôleur d'ordre supérieur à être défini. Il est appelé Twisting en raison de sa trajectoire de convergence en temps fini vers l'origine du plan de phase  $(s, \dot{s})$ , avec un nombre infini de rotations (Fig. III.2).

En plus de commuter le signe de la commande, cet algorithme commute son amplitude entre deux valeurs  $\alpha_m, \alpha_M$ . De telle sorte que l'abscisse et l'ordonnée soient croisées de plus en plus vers l'origine [14].



**Fig. III.2** convergence en temps fini de l'algorithme Twisting

L'algorithme est défini par la loi de commande suivante [14], dans laquelle la condition sur  $|u|$  prévoit que  $|u| \leq 1$  :

$$\dot{u}(t) = \begin{cases} -u & \text{si } |u| > 1 \\ -\alpha_m \text{sign}(s) & \text{si } s\dot{s} \leq 0 ; |u| \leq 1 \\ -\alpha_M \text{sign}(s) & \text{si } s\dot{s} > 0 ; |u| \leq 1 \end{cases} \quad (\text{III.5})$$

Avec les conditions suivantes qui doivent être vérifiées

$$\alpha_M > \alpha_m$$

$$\alpha_m > \frac{4\Gamma_M}{s_0}$$

$$\alpha_m > \frac{\phi_0}{\Gamma_m}$$

$$\Gamma_m \alpha_M - \phi_0 > \Gamma_M \alpha_m + \phi_0$$

Son expression pour un système de degré relatif égale à 2 est [14] :

$$u = \begin{cases} -\alpha_m \text{sign}(s) & \text{si } s\dot{s} < 0 \\ -\alpha_M \text{sign}(s) & \text{si } s\dot{s} \geq 0 \end{cases} \quad (\text{III.6})$$

Avec  $\alpha_m$  et  $\alpha_M$  vérifiant les conditions suivantes :

$$\alpha_m > \frac{\phi_0}{\Gamma_m}$$

$$\alpha_M > 4 \frac{\Gamma_m}{s_0}$$

$$\Gamma_m \alpha_M - \phi_0 > \Gamma_M \alpha_m + \phi_0$$

Où  $s_0$  est la valeur absolue que peut prendre  $s$  (souvent contrainte physiquement ou techniquement).

### III.4.2. Algorithme de Twisting Idéal

Cet algorithme peut être utilisé lorsque le degré relatif du système par rapport à la nouvelle surface de glissement est deux.

A partir de la deuxième dérivée de la surface de glissement et considérons que les perturbations sont égales à zéro, et pour  $\ddot{s} = 0$ , on tire la loi de commande équivalente.

La loi de commande se présente de la manière suivante [7] :

$$u = \begin{cases} -\lambda_m \text{sign}(s) + u_{eq} & \text{si } s\dot{s} \leq 0 \\ -\lambda_M \text{sign}(s) + u_{eq} & \text{si } s\dot{s} > 0 \end{cases} \quad (\text{III.7})$$

Tel que :

$$\lambda_M > \lambda_m > 0$$

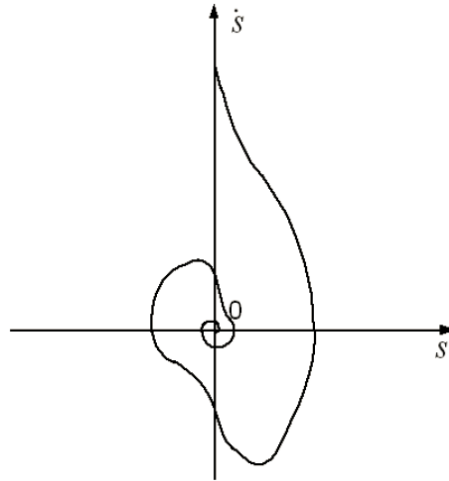
$$\lambda_m > \frac{\phi_0}{\Gamma_m} \quad \text{et} \quad \lambda_M > \frac{\phi_0 \lambda_m}{\Gamma_m} + 2 \frac{\phi_0}{\Gamma_m}$$

### III.4.3. Algorithme de Super Twisting

Cet algorithme a été développé pour des systèmes de degré relatif 1 afin d'éviter le phénomène de réticence. La loi de commande est constituée de deux termes, le premier est caractérisé par sa dérivée discontinue et le deuxième est une fonction continue de la variable de glissement.

L'algorithme du Super-Twisting, à l'instar des autres algorithmes de la même catégorie, nécessite uniquement l'information sur  $s$  et entraîne l'annulation de celle-ci et de  $\dot{s}$  en un temps fini.

La convergence de cet algorithme est régie par des rotations autour de l'origine du diagramme de phase, comme illustré dans la figure (III.3).



**Fig. III.3.** Convergence en temps fini de l'algorithme Super Twisting.

La loi de commande du Super-Twisting est formée de deux parties. La première  $u_1$  est définie par sa dérivée par rapport au temps, tandis que la deuxième est  $u_2$ , continue et en fonction de la variable de glissement [14]

$$u(t) = u_1(t) + u_2(t) \quad (\text{III.8})$$

$$\dot{u}_1(t) = \begin{cases} -u & \text{si } |u| > 1 \\ -W \text{sign}(s) & \text{si } |u| \leq 1 \end{cases} \quad (\text{III.9})$$

$$u_2(t) = \begin{cases} -\lambda |s_0|^\rho \text{sign}(s) & \text{si } |s| > s_0 \\ -\lambda |s|^\rho \text{sign}(s) & \text{si } |s| \leq s_0 \end{cases} \quad (\text{III.10})$$

Les conditions de la convergence en temps fini vers la surface de glissement sont [21] :

$$\begin{aligned} W &> \frac{\phi_0}{\Gamma_m} \\ \lambda^2 &\geq \frac{4\phi_0}{\Gamma_m^2} \frac{\Gamma_m (W + \phi_0)}{\Gamma_m (W - \phi_0)} \\ 0 &< \rho \leq 0.5 \end{aligned}$$

Ce contrôleur peut être simplifié de la manière suivante :

$$\begin{cases} \dot{u}_1 = -W \text{sign}(s) \\ u = -\lambda |s|^{\frac{1}{2}} \text{sign}(s) + u_1 \end{cases} \quad (\text{III.11})$$

Notons la sensibilité du choix approprié des coefficients de ces algorithmes et le recours, le plus souvent, à des réglages empiriques lors des simulations.

### III.5. Application

On applique une commande par mode glissant d'ordre deux pour le moteur pas à pas, pour la vitesse angulaire  $\Omega$ , on utilise un algorithme de Twisting idéal. Pour le courant  $i_q$  on utilise l'algorithme de Super Twisting.

#### III.5.1 Calcul des grandeurs de commandes

On considère toujours le modèle du moteur décrit par l'équation (I.6), afin d'appliquer un algorithme par modes glissants d'ordre deux, pour la vitesse on définit une autre surface de glissement qui sera présentée par la suite, pour le courant  $i_d$  on garde la même surface.

#### La surface de glissement pour la vitesse

La surface  $s(\Omega)$  est défini maintenant comme suit :

$$s(\Omega) = e_\Omega \quad (\text{III.12})$$

$$e_{\Omega} = \Omega - \Omega_r$$

La dérivée de cette surface par rapport au temps est donnée par :

$$\dot{s}(\Omega) = \dot{\Omega} - \dot{\Omega}_r \quad (\text{III.13})$$

En remplaçant  $\dot{\Omega}$  par sa valeur dans (III.13) on aura :

$$\dot{s}(\Omega) = \frac{1}{J} (K i_q - f_v \Omega - Cr) - \dot{\Omega}_r \quad (\text{III.14})$$

La deuxième dérivée de cette surface par rapport au temps est donnée par :

$$\ddot{s}(\Omega) = \frac{K}{JL} v_q + \left( -\frac{KR}{JL} - \frac{f_v K}{J^2} \right) i_q + \left( \frac{f_v^2}{J^2} - \frac{K^2}{JL} \right) \Omega - \frac{KN}{J} \Omega i_q - \ddot{\Omega}_r - \frac{f_v}{J^2} Cr - \frac{1}{J} \dot{C}r \quad (\text{III.15})$$

En absence de perturbation ( $Cr=0$  et  $\dot{C}r=0$ ) et en tenant compte des expressions des dérivées du courant  $i_q$  et  $\Omega$  :

$$\ddot{s}(\Omega) = \frac{K}{JL} v_q + \left( -\frac{KR}{JL} - \frac{f_v K}{J^2} \right) i_q + \left( \frac{f_v^2 K}{J^2} - \frac{K^2}{JL} \right) \Omega - \frac{KN}{J} \Omega i_q - \ddot{\Omega}_r \quad (\text{III.16})$$

A partir de l'équation (III.16), on obtient la commande équivalente pour  $\ddot{s}(\Omega) = 0$  :

$$v_{qeq} = \left( R + \frac{f_v L}{J} \right) i_q + \left( K - \frac{f_v^2 L}{J} \right) \Omega + NL \Omega i_q + \frac{JL}{K} \ddot{\Omega}_r \quad (\text{III.17})$$

L'algorithme de Twisting idéal est donné par (III.8), donc la loi de commande est donnée par :

$$v_q = \begin{cases} -\lambda_M \text{sign}(s(\Omega)) + v_{qeq} & \text{si } s(\Omega)\dot{s}(\Omega) > 0 \\ -\lambda_m \text{sign}(s(\Omega)) + v_{qeq} & \text{si } s(\Omega)\dot{s}(\Omega) \leq 0 \end{cases} \quad (\text{III.18})$$

Donc, si on fait l'hypothèse que le couple de charge ainsi que sa dérivée par rapport au temps sont uniformément bornées, le choix des gains de commande est :

$$\begin{cases} \lambda_m > \frac{L}{K} \left| \frac{f_v}{J} Cr - \frac{dCr}{dt} \right|_{\max} \\ \lambda_M > \lambda_m \end{cases}$$

### La surface de glissement pour le courant

La surface  $s(i_d)$  est gardée la même qu'au chapitre précédent :

$$s(i_d) = i_d - i_{dr}$$

Le système étant de degré relatif un par rapport à la surface, utilisons donc l'algorithme du Super-Twisting qui est donné à (III.11), donc la loi de commande est donnée par :

$$v_d = -\lambda |s(i_d)|^{\frac{1}{2}} \text{sign}(s(i_d)) + u_1$$

Tel que :

$$\dot{u}_1 = -W \text{sign}(s(i_d))$$

Dans ce cas, l'action discontinue agira sur la dérivée seconde du courant.

### III.5.2. Simulation numérique

#### III.5.2.1. Les résultats de simulation sans et avec perturbation

Les paramètres du système sont gardés les mêmes, la perturbation sur le couple de charge est de :  $0.55Nm$ .

Les résultats de simulation sont obtenus pour les paramètres suivants :

- Pour la vitesse angulaire :

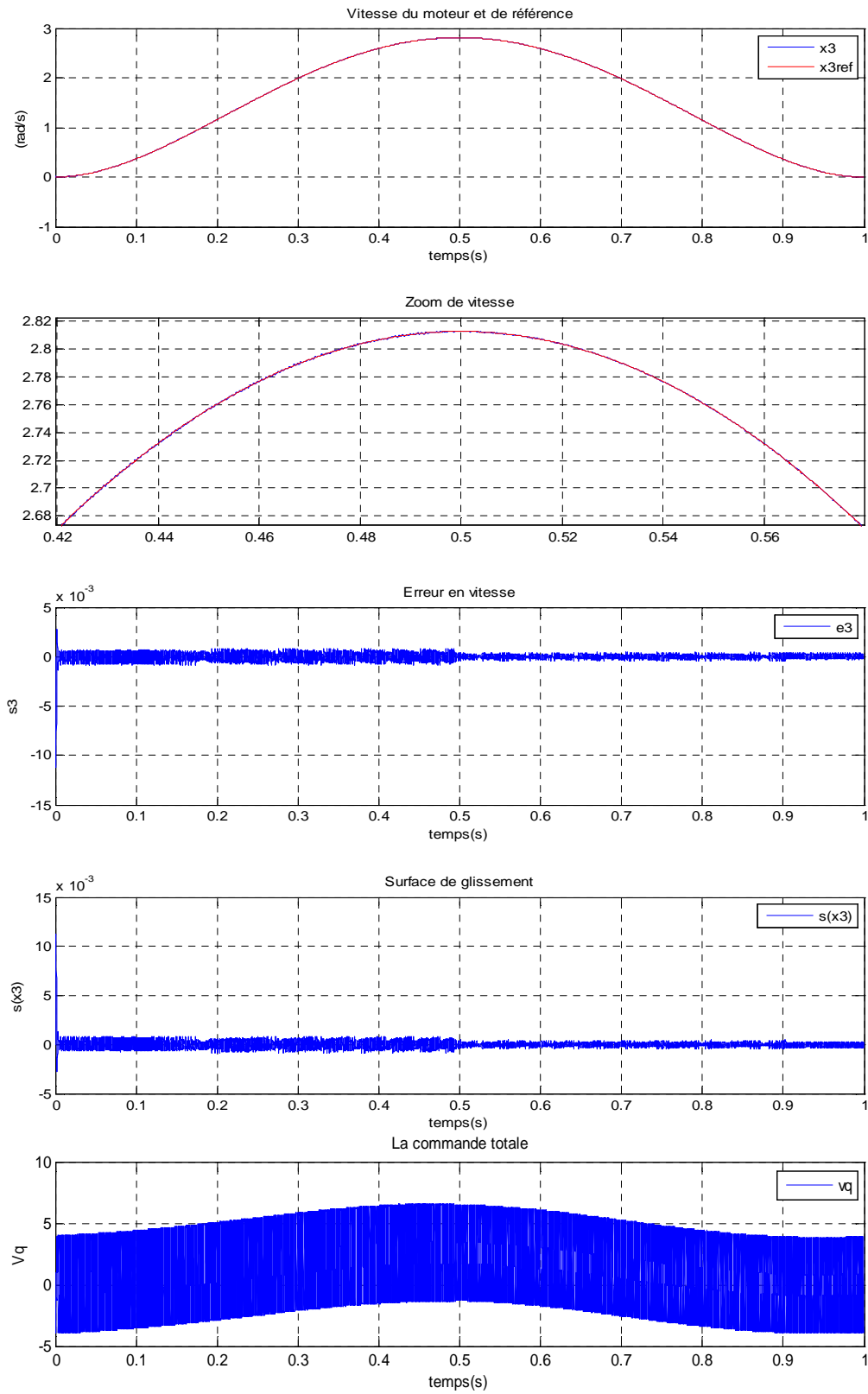
$$\lambda_M = 4$$

$$\lambda_m = 0.8$$

- Pour le courant :

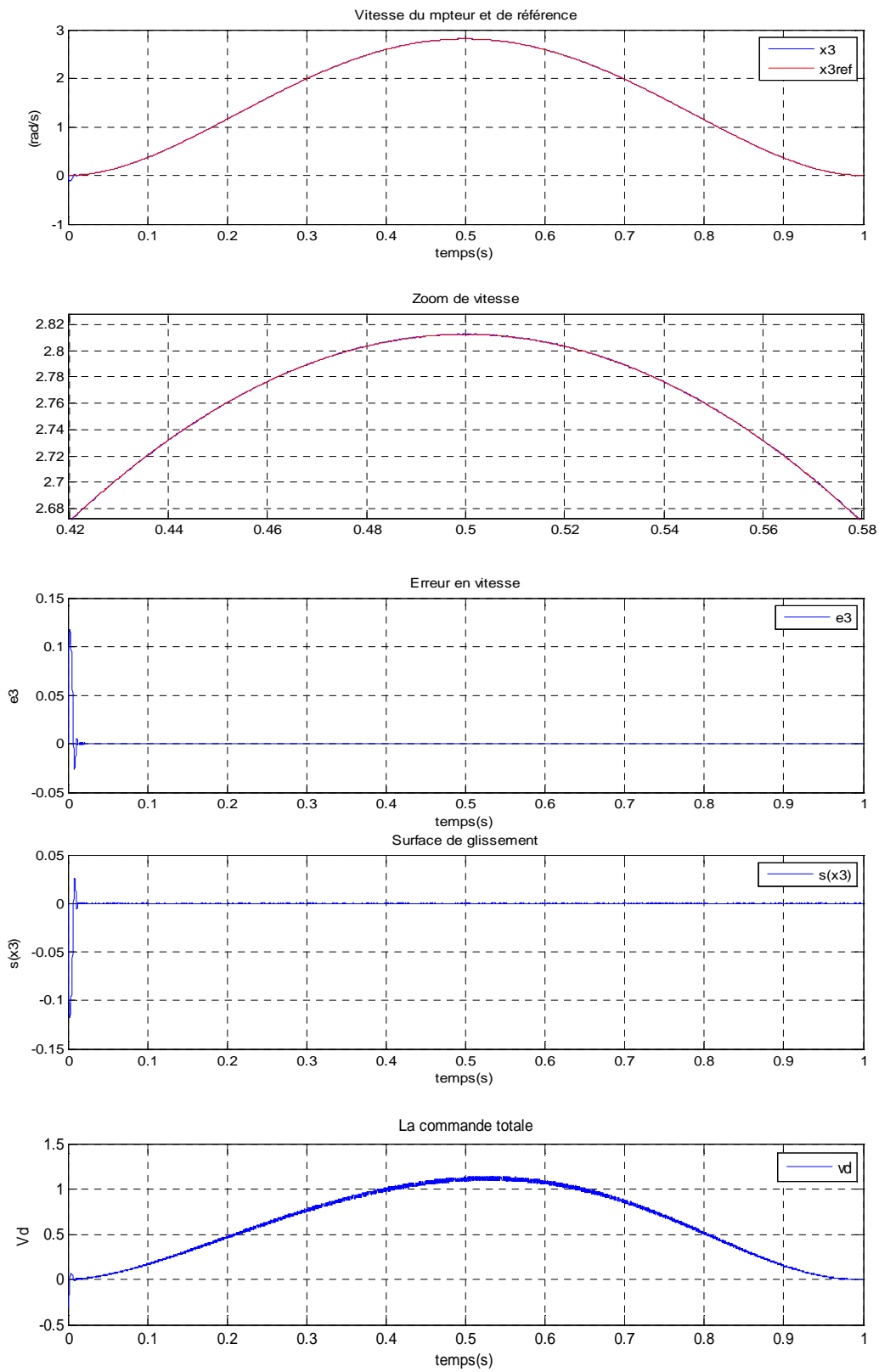
$$\lambda = 1$$

$$W = 20$$



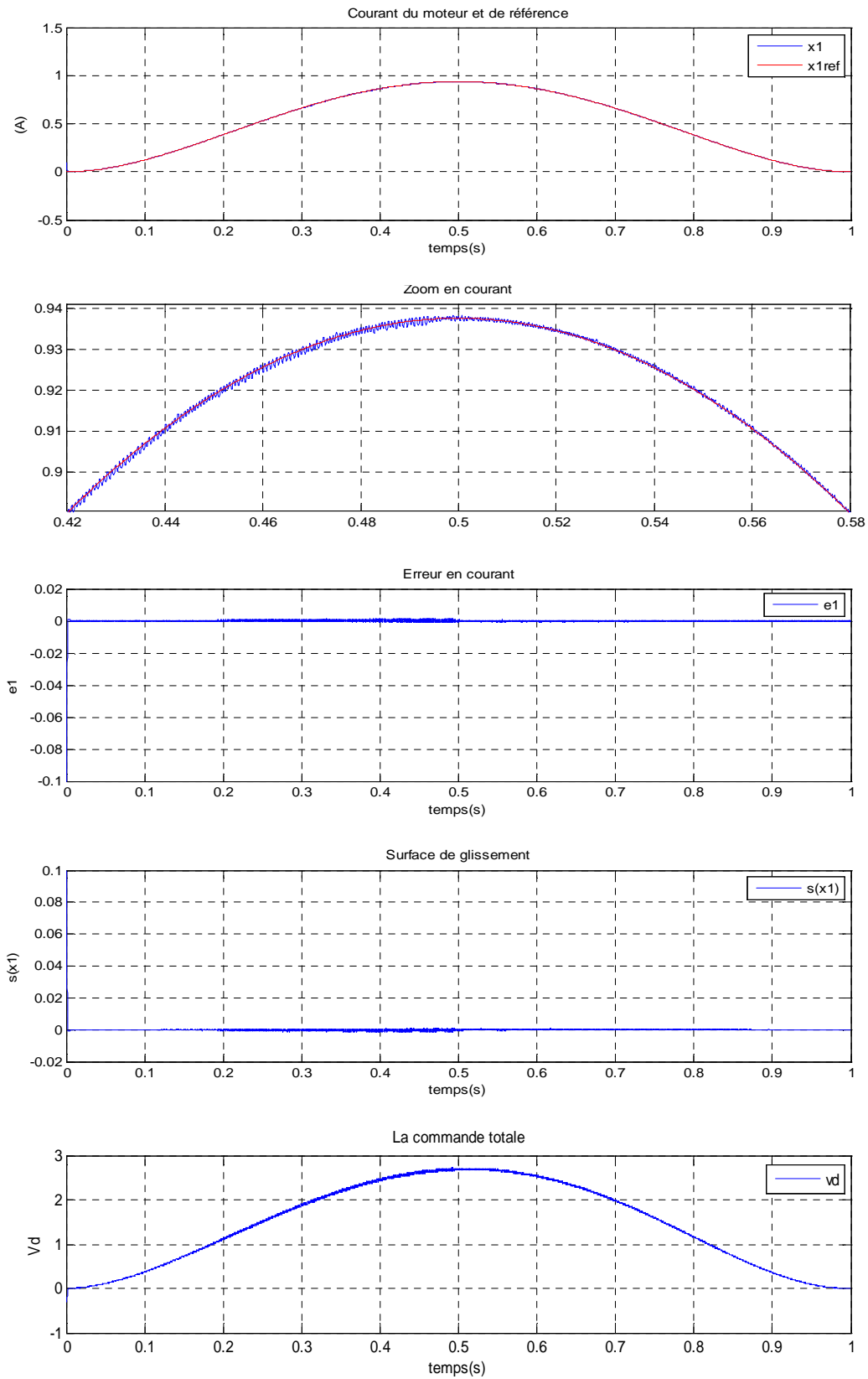
**Fig. III.4** Courbes de la vitesse sans perturbation ( $C_r = 0 Nm$ )

$$\lambda_M = 4, \lambda_m = 0.8$$



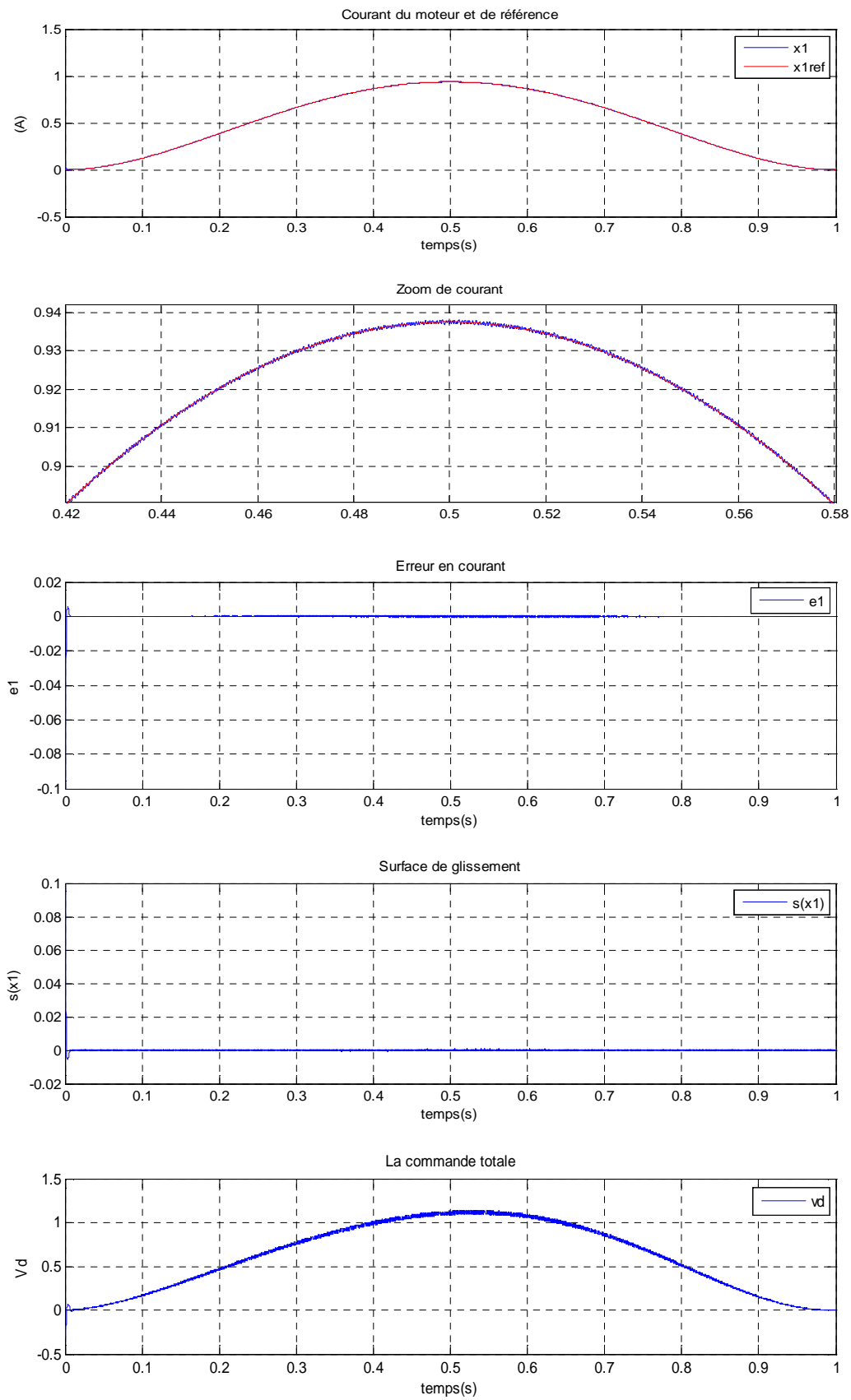
**Fig. III.5.** Courbes de la vitesse avec perturbation ( $C_r = 0.55 Nm$ )

$$\lambda_M = 4, \lambda_m = 0.8$$



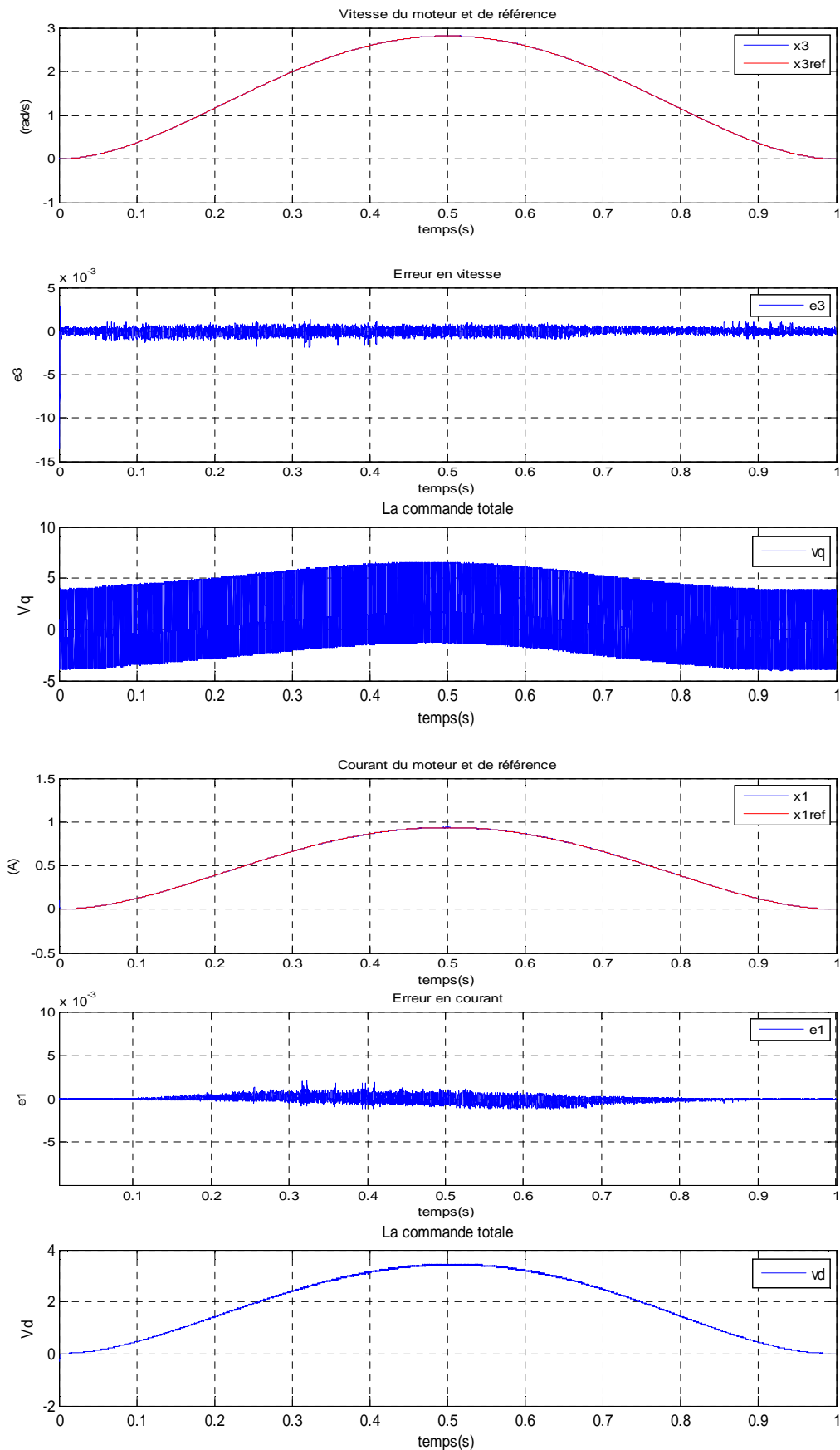
**Fig. III.6.** Courbes du courant sans perturbation ( $C_r = 0 Nm$ )

$$\lambda = 1, W = 20.$$



**Fig. III.7.** Courbes du courant avec perturbation ( $C_r = 0.55 Nm$ )

$$\lambda = 1, W = 20.$$



**Fig. III.8.** Courbes de vitesse et du courant avec incertitudes paramétriques sur R et K  
 $\lambda = 1, W = 20, \lambda_M = 4, \lambda_m = 0.8, R + 25\%, K + 25\%$ .

### III.5.3. Interprétation des résultats

- **Sans perturbations**

On peut voir, figures (III.4, III.6), que lorsque y'a pas de perturbations (couple de charge) ou incertitudes paramétriques, que la commande par mode glissant d'ordre supérieur fonctionne correctement, et que l'erreur en vitesse est très faible.

Les résultats sont très satisfaisants :

L'erreur en vitesse est de l'ordre de  $10^{-3}$ , alors que l'algorithme d'ordre un présente une erreur de l'ordre de  $3 \cdot 10^{-2}$ .

Pour le courant, on remarque que la précision est améliorée, et que la réticence est considérablement réduite.

- **Avec perturbations (couple de charge) :**

On peut remarquer, à partir des figures (III.5, III.7), que la vitesse et le courant suivent encore bien les trajectoires de références.

Les résultats sont satisfaisants :

L'amplitude de l'erreur en vitesse est au maximum de l'ordre de  $3 \cdot 10^{-3}$ .

L'amplitude de l'erreur en courant est de l'ordre de  $4 \cdot 10^{-3}$ .

La qualité de robustesse est validée.

- **Avec incertitudes paramétriques :**

A partir des figures (III.8), on peut bien déterminer la sensibilité de la commande vis-à-vis des incertitudes paramétriques. Des essais ont été effectués pour : R+25% et K+25% et sans modifier les paramètres de la loi de commande.

Les résultats obtenus sont satisfaisants :

L'amplitude de l'erreur en vitesse est de l'ordre de  $5 \cdot 10^{-4}$ .

L'amplitude de l'erreur en courant est de l'ordre de  $8 \cdot 10^{-4}$ .

On peut voir que la commande par modes glissants d'ordre deux est peu sensible aux incertitudes paramétrique.

Les qualités des modes glissants d'ordre 2 et particulièrement la robustesse vis-à-vis des perturbations du type (couple de charge) et des incertitudes paramétriques sont vérifiées.

### III. 6 Conclusion

Pour les modes glissants d'ordre supérieur, la commande discontinue agit sur la plus haute dérivée de la fonction de commutation pour générer un régime glissant au lieu de sa première dérivée comme dans le cas classique. Un algorithme glissant d'ordre  $r$  permettra une convergence en temps fini.

Dans ce chapitre, nous avons montré les différentes techniques de la commande par mode glissant d'ordre supérieur, et nous avons donné les principaux algorithmes de commande par mode glissant d'ordre deux, tels que l'algorithme de Twisting et celui de Super Twisting qui sont les plus utilisés.

Les simulations que nous avons effectuées, ont montré que les lois de commande par mode glissant d'ordre deux, donnaient des résultats satisfaisants en poursuite de trajectoire, en précision, et en réduction de la réticence, ainsi que la robustesse.

*Chapitre IV*  
*Observateurs par modes glissants*  
*d'ordre supérieur*

## IV.1 Introduction

La mesure de toutes les grandeurs (variables) d'un procédé physique est souvent primordiale afin de mettre en œuvre des stratégies de commande par retour d'état, ou bien des stratégies de surveillance et de diagnostic de défauts. Cependant, la disponibilité de ces variables d'états pour la mesure directe est pratiquement rare (difficulté d'implémentation ou coût élevé des capteurs). D'où la nécessité d'une estimation fiable des grandeurs non mesurées lors de la synthèse de lois de commande, et pour cela, on fait appel à un système auxiliaire appelé, observateur, qui se charge de reconstruire les états non mesurables en exploitant les informations disponibles, à savoir le modèle dynamique du système, ses entrées et sorties mesurées.

La technique d'observation basée sur les modes glissants permet la synthèse d'observateur pour de nombreuses classes de systèmes non linéaires [23], [24], [25]. L'utilisation des observateurs à mode glissant pour ses systèmes est motivée par leur robustesse aux incertitudes paramétriques.

Dans ce chapitre, nous allons présenter, la notion d'observabilité qui est un concept très important dans le domaine de la reconstruction d'état. En suite, nous allons citer quelques méthodes de synthèse d'observateurs de systèmes linéaires et non linéaires. Il sera notamment consacré à la méthode de synthèse d'observateurs à mode glissant d'ordre 2.

## IV.2. Observabilité

L'observabilité d'un processus est un concept très important dans le domaine d'estimation de l'état. En effet, pour reconstruire les états inaccessibles d'un système, il faut connaître, à priori, si les variables d'état sont observables ou non. L'observabilité d'un système est la propriété qui permet de dire si l'état peut être déterminé uniquement à partir de la connaissance des signaux d'entrées et de sorties.

### IV.2.1. Observabilité des systèmes linéaires [23]

Soit un système continu décrit par l'équation d'état déterministe suivante :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \\ y = Cx(t) \end{cases} \quad (\text{IV.1})$$

Où les valeurs  $x(t) \in R^n$ ,  $u(t) \in R^m$  et  $y(t) \in R^p$  représentent respectivement l'état, la commande et la sortie du système. Les matrices A, B et C sont des matrices constantes de dimensions appropriées. L'observabilité du système linéaire (IV.1) est garantie si et seulement si :

$$\text{rang}(O) = \text{rang} \begin{pmatrix} C \\ CA \\ CA^2 \\ \vdots \\ CA^{(n-1)} \end{pmatrix} = n \quad (\text{IV.2})$$

Par conséquent le système linéaire (IV.1) est observable, si le rang de la matrice d'observabilité  $O$  est égal à la dimension  $n$  de ce système.

### III.2.2 Observabilité des systèmes non linéaires [23]

Soit le système non linéaire décrit par l'équation d'état (II.5), on dit que la paire  $(f, h)$  est observable au sens du rang si :

$$\text{rang} \{dh, dL_f h, \dots, dL_f^{n-1} h\}^T = n \quad (\text{IV.3})$$

Où l'écriture de  $dL_f^k h$  est donnée par le vecteur :

$$dL_f^k h = \left( \frac{\partial L_f^k h}{\partial x_1}, \frac{\partial L_f^k h}{\partial x_2}, \dots, \frac{\partial L_f^k h}{\partial x_n} \right) \quad (\text{IV.4})$$

### IV.3. Observateurs par modes glissants

On appelle observateur (ou reconstituteur d'état) d'un système dynamique, Un système dynamique auxiliaire dont les entrées sont constituées des vecteurs d'entrée et de sortie du système à observer.

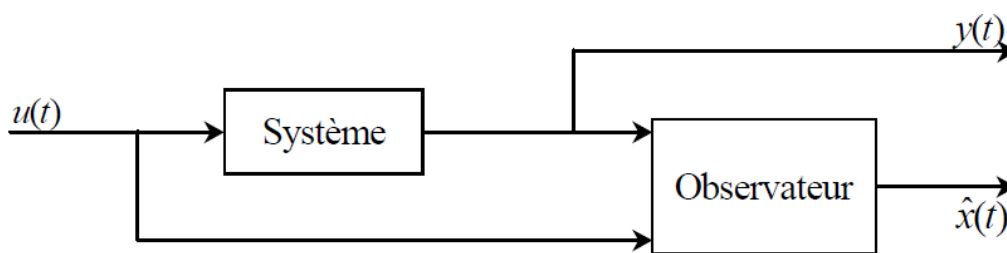
Nous allons brièvement présenter la synthèse d'un observateur par modes glissants, dont le principal avantage est d'augmenter la robustesse vis-à-vis les erreurs de modélisation et des incertitudes.

Le principe des observateurs à modes glissants consiste à contraindre, à l'aide de fonctions discontinues, les dynamiques d'un système d'ordre  $n$  à converger vers une variété  $s$  de dimension  $(n - p)$  dite surface de glissement ( $p$  étant la dimension du vecteur de mesure). L'attractivité de cette surface est assurée par des conditions appelées conditions de glissement. Si ces conditions sont vérifiées, le système converge vers la surface de glissement et y évolue selon une dynamique d'ordre  $(n - p)$ .

Dans le cas des observateurs à modes glissants, les dynamiques concernées sont celles des erreurs d'observation  $e(t) = x(t) - \hat{x}(t)$ . A partir de leurs valeurs initiales  $e(0)$ , ces erreurs convergent vers les valeurs d'équilibre en deux étapes :

Dans une première phase, la trajectoire des erreurs d'observation évolue vers la surface de glissement sur laquelle les erreurs entre la sortie de l'observateur et la sortie du système réel ((les mesures)  $e_y = y - \hat{y}$  sont nulles). Cette étape, qui généralement est très dynamique, est appelée mode d'atteinte ou de convergence.

Dans la seconde phase, la trajectoire des erreurs d'observation glisse sur la surface de glissement avec des dynamiques imposées de manière à annuler toutes les erreurs d'observation. Ce dernier mode est appelé mode de glissement. Les différentes étapes de synthèse d'un observateur à mode glissant sont connues et clairement identifiées dans [20].



**Fig. IV.1.** Schéma de principe d'un observateur.

Pour que l'état estimé converge vers l'état réel, l'observateur à mode glissant doit respecter deux conditions :

La première concerne le mode d'atteinte et garantit l'attractivité de la surface de glissement  $s = 0$  de dimension  $p$ , laquelle est attractive si la fonction de Lyapunov  $V(x) = \frac{1}{2} s^2(x)$  vérifie la condition  $\dot{V}(x) < 0$  si  $s \neq 0$ .

La deuxième concerne le mode glissant. Durant cette étape, la matrice des gains correctifs agit de manière à satisfaire la condition d'invariance suivante :

$$\begin{cases} \dot{s} = 0 \\ s = 0 \end{cases}$$

Durant ce mode, les dynamiques du système sont réduites et le système d'ordre  $n$  devient un système équivalent d'ordre  $(n - p)$ . Ces critères permettent la synthèse de l'observateur à mode glissant et déterminent son fonctionnement.

### VI.3.1. Observateurs à mode glissant des systèmes linéaires

Considérons le système :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \\ y = Cx \end{cases} \quad (\text{VI.5})$$

Où la paire  $(A, C)$  est supposée observable.

La reconstruction des variables d'état est basée sur les sorties mesurées, un changement de coordonnées peut être effectué pour que les sorties apparaissent directement comme des composantes du vecteurs d'état. Sans perte de généralité, la matrice de sortie peut être réécrite comme suit :

$$C = [C_1 \ C_2]$$

Où  $C_1 \in \mathcal{R}^{p \times (n-p)}$ ,  $C_2 \in \mathcal{R}^{p \times p}$  et le déterminant de  $C_2$  est non nul. En respectant ces conditions, une matrice de transformation non singulière  $T$  permet de réécrire respectivement les matrices de sortie, d'état et de commande dans les nouvelles coordonnées comme suit :

$$\tilde{C} = CT^{-1} = [0 \ I_p], \quad \tilde{A} = TAT^{-1} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad \tilde{B} = TB = \begin{bmatrix} B_1 \\ B_2 \end{bmatrix}$$

Où

$$T = \begin{bmatrix} I_{n-p} & 0 \\ C_1 & C_2 \end{bmatrix}$$

Le système (VI.5) peut donc être mis sous la forme :

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = A_{11}x_1(t) + A_{12}y(t) + B_1u(t) \\ \dot{y} = A_{21}x_1(t) + A_{22}y(t) + B_2u(t) \end{cases} \quad (\text{VI.6})$$

$$\begin{bmatrix} x_1(t) \\ y(t) \end{bmatrix} = Tx(t) \quad \text{et} \quad x_1 \in \mathcal{R}^{n-p}$$

L'observateur à mode glissant proposé pour ce type de système est:

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}_1(t) = A_{11}\hat{x}_1(t) + A_{12}\hat{y}(t) + B_1u(t) + Lv(t) \\ \dot{\hat{y}} = A_{21}\hat{x}_1(t) + A_{22}\hat{y}(t) + B_2u(t) - v(t) \end{cases} \quad (\text{VI.7})$$

Où  $\hat{y}(t)$  et  $\hat{x}_1(t)$  sont les estimées de  $y(t)$  et de  $x_1(t)$ ,  $L \in \mathcal{R}^{(n-p) \times p}$  est le gain de l'observateur et la fonction discontinue  $v(t)$  est donnée par :

$$v(t) = K \text{sign}(\hat{y}_i(t) - y_i(t)), \quad \text{avec} \quad K > 0.$$

$\hat{y}_i(t)$  et  $y_i(t)$  sont respectivement les composantes des vecteurs  $\hat{y}(t)$  et  $y(t)$ . Les erreurs d'estimation d'état et de sortie sont données par :

$$\begin{cases} e_1(t) = \hat{x}_1(t) - x_1(t) \\ e_y(t) = \hat{y}(t) - y(t) \end{cases} \quad (\text{VI.8})$$

A partir des équations (IV.6), (IV.7), (IV.8) ; la dynamique des erreurs d'estimation s'estimation s'écrit :

$$\begin{cases} \dot{e}_1(t) = A_{11}e_1(t) + A_{12}e_y(t) + Lv(t) \\ \dot{e}_y(t) = A_{21}e_1(t) + A_{22}e_y(t) - v(t) \end{cases} \quad (\text{VI.9})$$

La paire  $(A_{11}, A_{21})$  est observable car la paire  $(A, C)$  est observable. Par conséquent, le gain  $L$  peut être choisi tel que les valeurs propres de la matrice  $A_{11} + LA_{21}$  soit dans le demi-plan gauche du plan complexe.

En pratique la difficulté majeure réside dans le choix d'un gain approprié  $K$  pour établir un régime glissant dans un temps fini. Certains auteurs montrent la nécessité de modifier le gain  $K$  pendant l'intervalle de temps pour réduire les fortes commutations [23].

### VI.3.2. Observateurs à mode glissant des systèmes non linéaires

La mise en œuvre des lois de commandes basées sur le modèle non linéaire du système, nécessite la connaissance du vecteur d'état complet du système à chaque instant.

Cependant, dans la plupart des cas, seule une partie de l'état est accessible à l'aide de capteurs. Pour reconstituer l'état complet du système, l'idée repose sur l'utilisation d'un capteur logiciel, appelé observateur [24].

Pour le système (II.5), une structure d'observateur par modes glissants classique s'écrit :

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}(t) = f(\hat{x}) + g(\hat{x})u + \lambda \text{sign}(y - \hat{y}) \\ \hat{y} = h(\hat{x}) \end{cases} \quad (\text{IV.10})$$

Dans ce cas, la surface de glissement est donnée par :  $s(x) = y - \hat{y}$

Le terme de correction utilisé est proportionnel à la fonction discontinue *signe* appliquée à l'erreur de sortie. L'étude de la stabilité et de la convergence pour de tels observateurs, est basée sur l'utilisation des fonctions de Lyapunov.

Le choix de ce type d'observateurs se justifie par les bonnes propriétés qui peuvent être obtenues et parmi lesquelles nous citerons :

- Une convergence en temps fini vers la surface de glissement  $s(x) = y - \hat{y} = 0$  si entre autre les conditions d'attractivité vers cette surface sont vérifiées.
- Une réduction de dimension du système d'observation à  $n - p$  états avec  $n$  la dimension de l'état  $x$  et  $p$  la dimension du vecteur de sortie.
- Comme la fonction *signe* est équivalente à un grand gain au voisinage de l'origine, nous obtenons une certaine robustesse vis-à-vis d'erreurs de modèle et de perturbations bornées.

#### IV.4. Application

On considère que la mesure de la position effectuée par un codeur optique est bien plus fiable que la mesure bruitée de la vitesse fournie par une génératrice tachymétrique, il s'avère judicieux de n'utiliser que la mesure de position. De plus, cela permet de faire l'économie d'un capteur. Or, les lois de commande nécessitent l'information de la vitesse  $\Omega$  et même parfois, de l'accélération. Alors, afin de n'utiliser que les mesures des courants et de la position, il est choisi d'implanter différents observateurs de vitesse, à base de modes glissants [6].

Premièrement, ces observateurs sont implantés et simulés avec une loi de commande par modes glissants d'ordre 2 en conservant les mêmes réglages des paramètres de cette commande qui a fait ses preuves dans le chapitre précédent.

Deuxièmement, Un seul observateur est utilisé avec la commande par modes glissants d'ordre 2, et cela pour la facilité de réglage et du temps de calcul.

#### VI.4.1. Observateur basé sur un algorithme de Twisting

Pour construire un observateur par modes glissants d'ordre supérieur, on ne considère que la partie mécanique du système(I.6). Cet observateur de vitesse à base de modes glissants du second ordre, basé sur un algorithme de Twisting, est élaboré de la façon suivante [6] :

$$\begin{cases} \frac{d \hat{\Omega}}{dt} = \frac{1}{J} (K i_q - f_v \hat{\Omega}) - \chi \\ \frac{d \hat{\theta}}{dt} = \hat{\Omega} \end{cases} \quad (\text{IV.11})$$

Avec :

$\chi$ : Le terme discontinu.

$\varepsilon_\theta = \theta - \hat{\theta}$  et  $\varepsilon_\Omega = \Omega - \hat{\Omega}$ : L'erreur d'observation

Les dynamiques de l'erreur d'observation sont données par :

$$\begin{aligned} \dot{\varepsilon}_\theta &= \frac{d\theta}{dt} - \frac{d\hat{\theta}}{dt} = \Omega - \hat{\Omega} = \varepsilon_\Omega \\ \ddot{\varepsilon}_\theta &= \dot{\varepsilon}_\Omega = -\frac{f_v}{J} \varepsilon_\Omega + \chi - \frac{1}{J} Cr \end{aligned} \quad (\text{IV.12})$$

#### Choix de la surface de glissement :

On choisit  $\varepsilon_\theta = 0$  comme surface de glissement de sorte que le système soit de degré relatif deux par rapport à cette surface, donc on peut utiliser un algorithme de Twisting.

**La loi de commande par mode glissant d'ordre supérieur :**

La loi de commande par mode glissant d'ordre supérieur basée sur l'algorithme de Twisting est donnée par :

$$\chi = \begin{cases} -\lambda'_M \text{sign}(\varepsilon_\theta) & \text{si } \varepsilon_\theta \dot{\varepsilon}_\theta > 0 \\ -\lambda'_m \text{sign}(\varepsilon_\theta) & \text{si } \varepsilon_\theta \dot{\varepsilon}_\theta \leq 0 \end{cases} \quad (\text{IV.13})$$

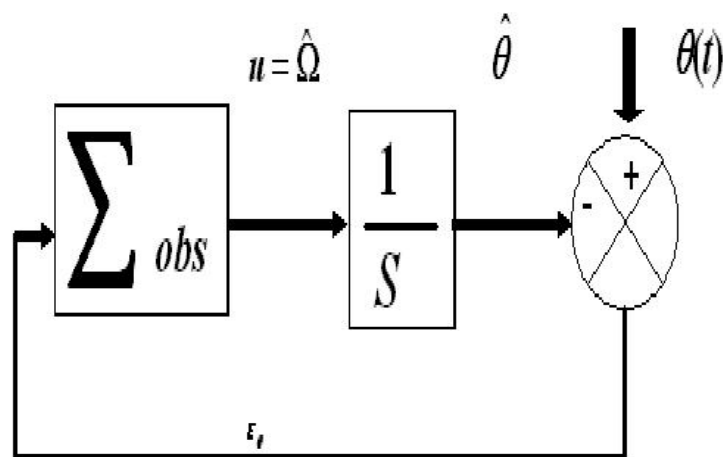
Avec :

$$\lambda'_m > \left| \frac{1}{J} Cr \right|_{\max}$$

$$\lambda'_M > \lambda'_m + 2 \left| \frac{1}{J} Cr \right|_{\max}$$

**VI.4.2. Observateur basé sur un algorithme de Super Twisting**

Dans ce cas, on utilise un observateur par modes glissant d'ordre 2 basé sur un algorithme de Super Twisting.



**Fig. IV.2** Structure de l'observateur

Cet observateur est défini comme suit [6] :

$$\frac{d\hat{\theta}}{dt} = \sum_{obs}$$

Avec  $\sum_{obs}$  est le terme continu.

### La loi de commande par mode glissant d'ordre supérieur

La loi de commande par mode glissant d'ordre supérieur basée sur l'algorithme de Super Twisting est donnée par [6]:

$$\sum_{obs} = \begin{cases} u = u_1 + \lambda' |\varepsilon_\theta|^{\frac{1}{2}} \text{sign}(\varepsilon_\theta) \\ \dot{u}_1 = \alpha \text{sign}(\varepsilon_\theta) \end{cases} \quad (\text{IV.14})$$

Tel que :

$$\varepsilon_\theta = \theta - \hat{\theta} .$$

Avec  $\lambda', \alpha > 0$ .

#### IV.4.3. Résultats de simulation :

- Les figures (IV.3) et (IV.4), correspondent aux courbes de vitesse, position et de l'erreur entre l'état estimée et l'état du moteur, sans et avec perturbation du premier observateur basé sur l'algorithme de Twisting.
- Les figures (IV.5) et (IV.6), correspondent aux courbes de vitesse, position et de l'erreur entre l'estimée et l'état, sans et avec perturbation du deuxième observateur basé sur l'algorithme de Super Twisting.

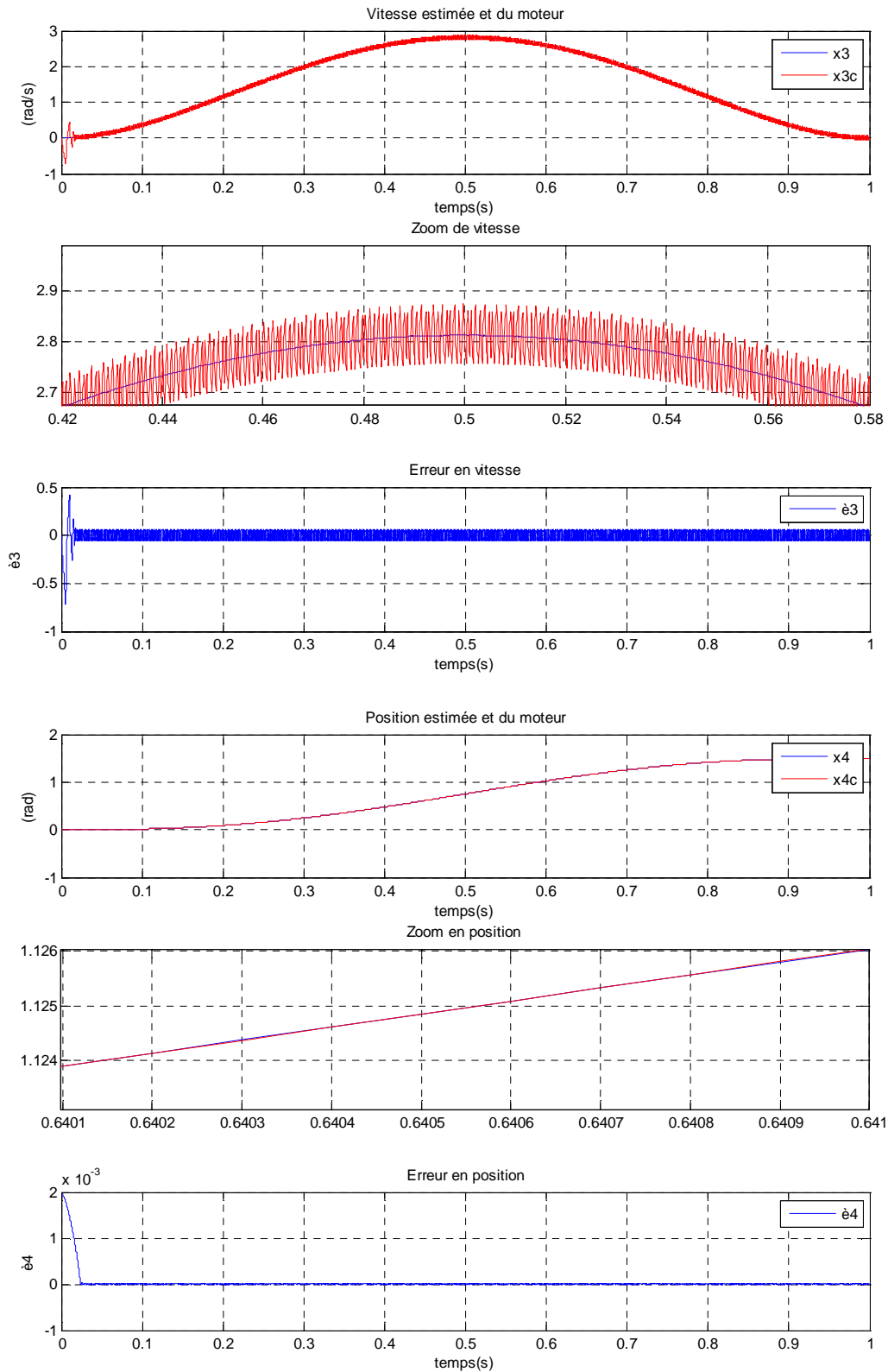
Les résultats de simulation sont obtenus pour les paramètres suivants :

- Pour l'observateur basé sur l'algorithme de Twisting :

$$\begin{aligned} \lambda_M &= 4 , \lambda_m = 0.8 \\ \lambda'_M &= 390 , \lambda'_m = 130 \end{aligned}$$

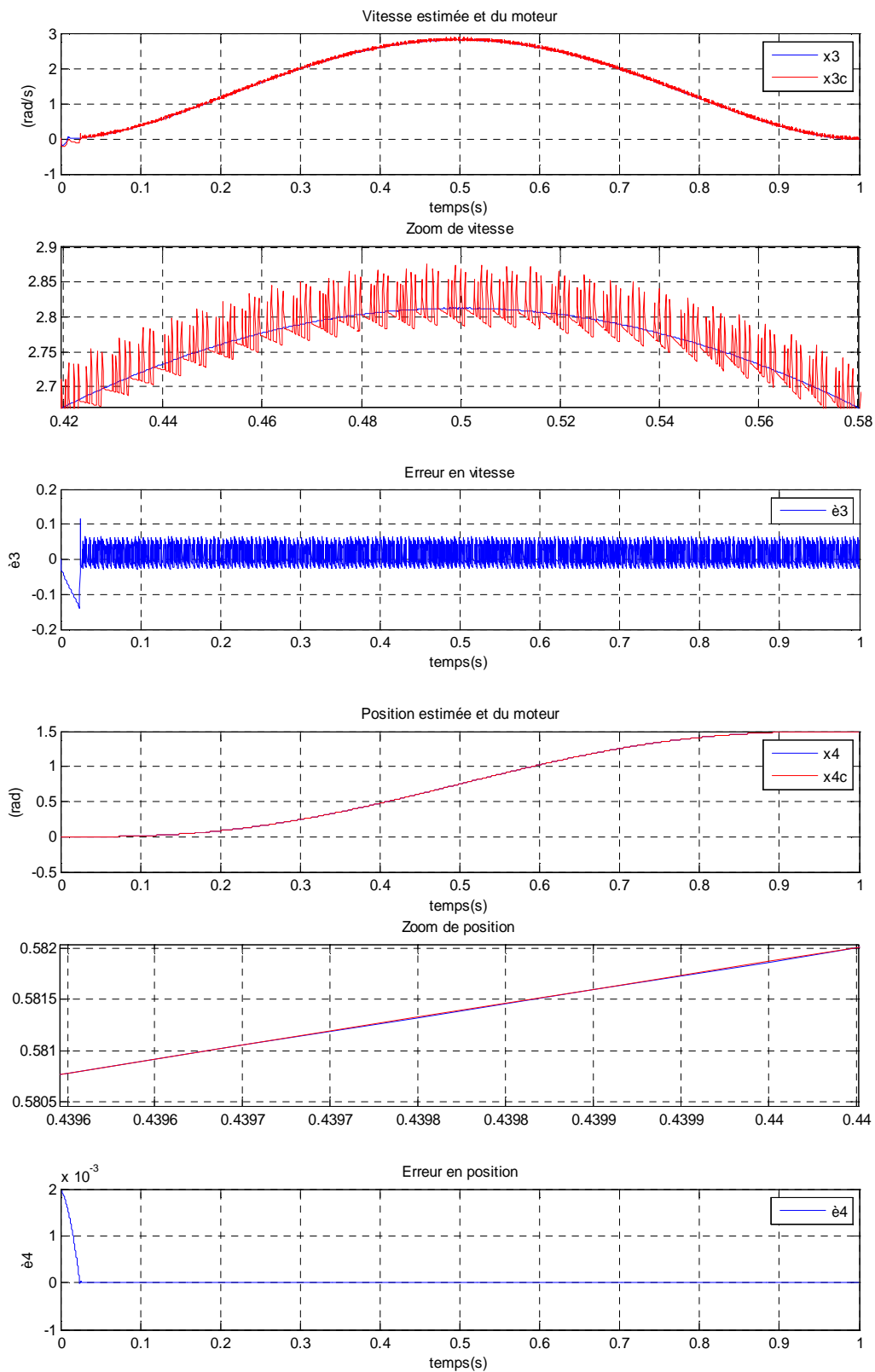
- Pour l'observateur basé sur l'algorithme de Super Twisting :

$$\begin{aligned} \lambda_M &= 4 , \lambda_m = 0.8 \\ \lambda' &= 7 , \alpha = 9 \end{aligned}$$



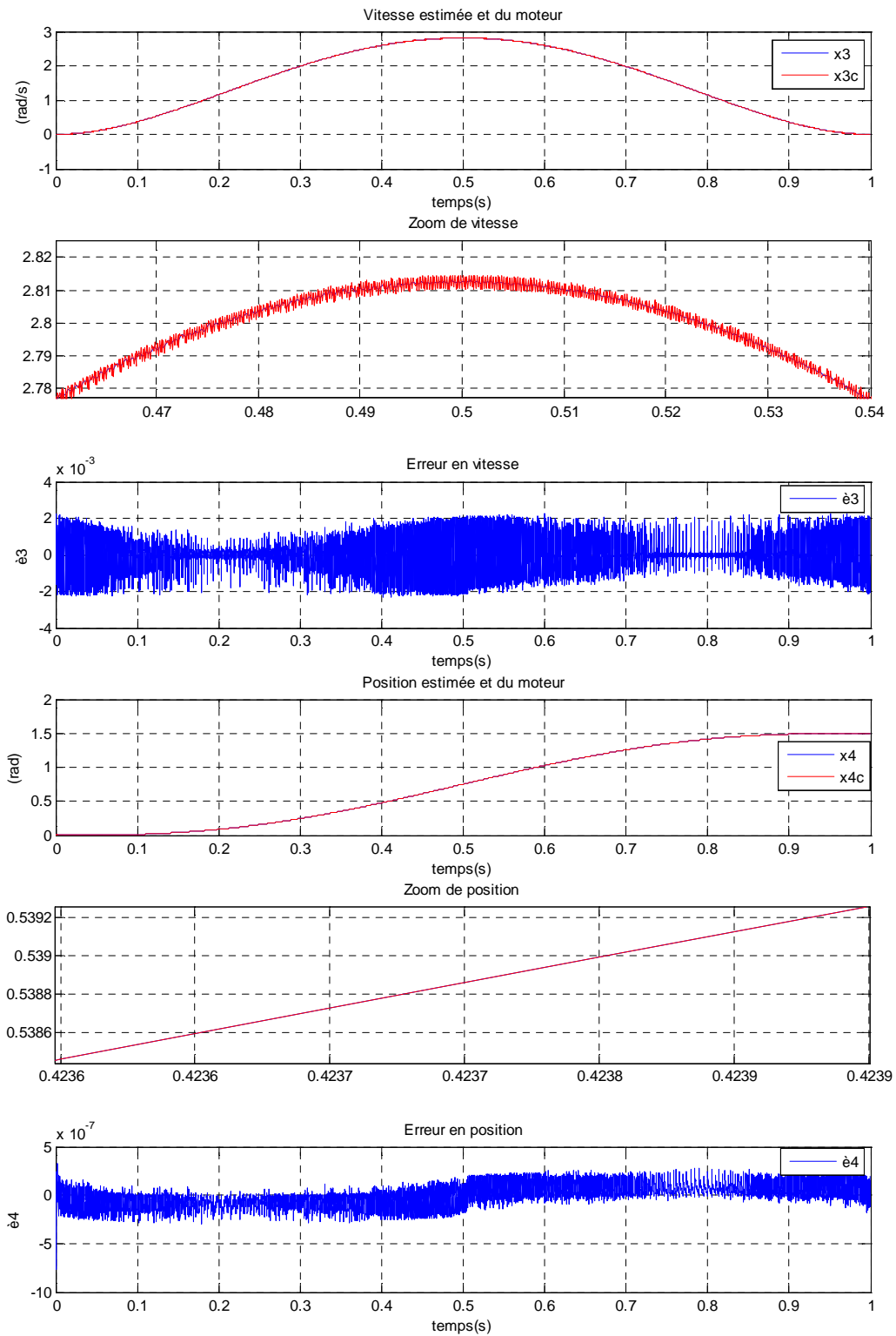
**Fig. IV.3** Courbes de la vitesse et position sans perturbation ( $C_r = 0 Nm$ ), en utilisant l'observateur basé sur l'algorithme de Twisting.

$$\lambda_M = 4, \lambda_m = 0.8 \quad \text{et} \quad \lambda'_M = 390, \lambda'_m = 130$$



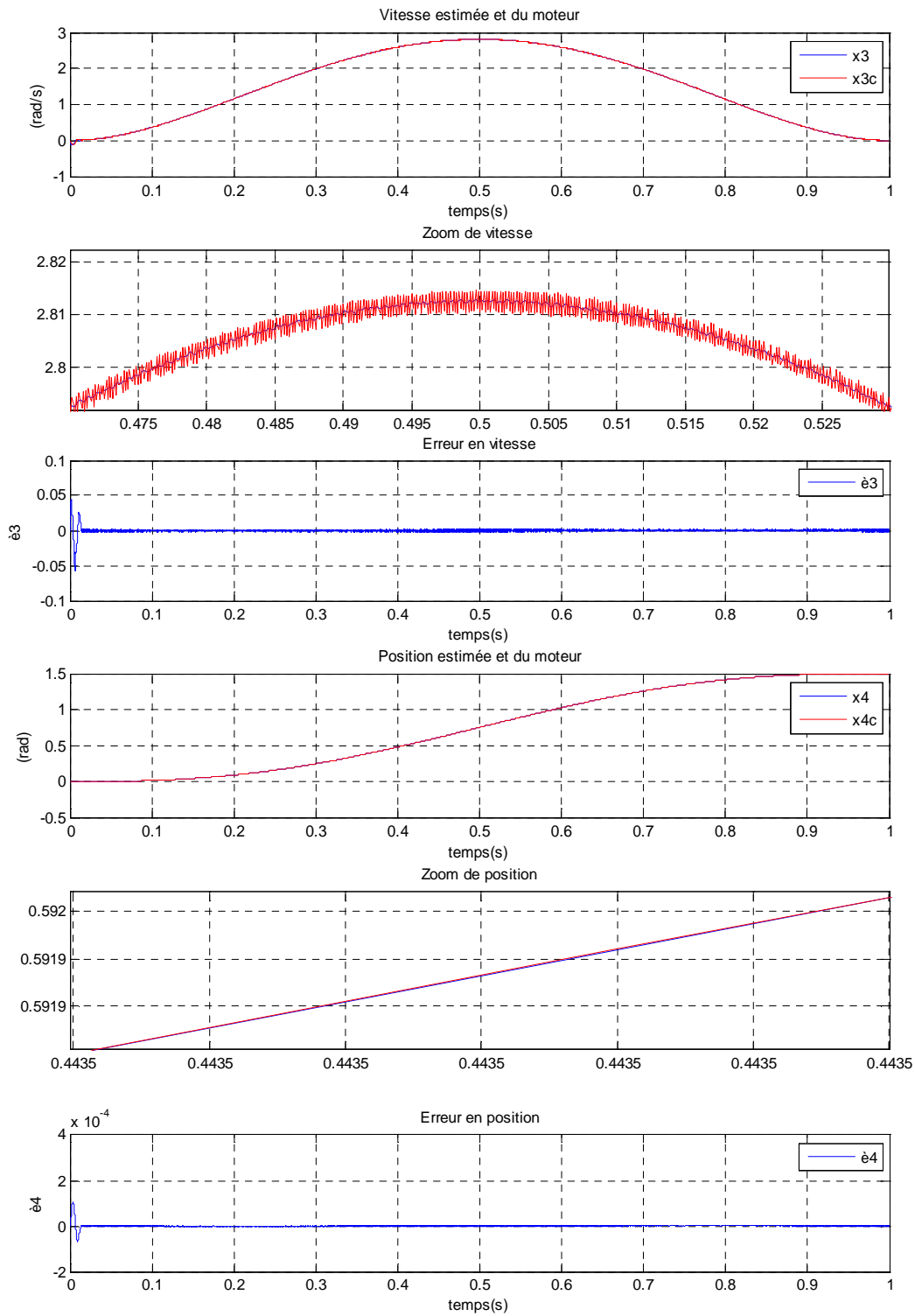
**Fig. IV.4** Courbes de la vitesse et position avec perturbation ( $C_r = 0.55 Nm$ ), en utilisant l'observateur basé sur l'algorithme de Twisting.

$$\lambda_M = 4, \lambda_m = 0.8 \quad \text{et} \quad \lambda'_M = 390, \lambda'_m = 130$$



**Fig. IV.5** Courbes de la vitesse et position sans perturbation ( $C_r = 0 Nm$ ), en utilisant l'observateur basé sur l'algorithme de Super Twisting.

$$\lambda' = 7, \alpha = 9$$



**Fig. IV.6.** Courbes de la vitesse et position avec perturbation ( $C_r = 0.55 Nm$ ), en utilisant l'observateur basé sur l'algorithme de Super Twisting.

$$\lambda' = 7, \alpha = 9$$

#### IV.4.4. Interprétation des résultats

- **Sans perturbations**

Les figures (IV.4) et (IV.6), sans couple de charge, montrent que la commande avec observateur (c'est-à-dire avec suppression d'un capteur) fonctionne correctement, et que les erreurs en position et en vitesse sont faibles.

Les résultats sont satisfaisants :

- Pour l'observateur basé sur l'algorithme de Twisting

L'erreur en vitesse est de l'ordre de  $5 \cdot 10^{-2} rad/s$ , avec un maximum de l'ordre de  $4 \cdot 10^{-1} rad/s$ , avec un faible phénomène de réticence.

L'erreur en position est de l'ordre de  $10^{-5} rad$ , avec un maximum de l'ordre de  $2 \cdot 10^{-3} rad$ .

- Pour l'observateur basé sur l'algorithme de Super Twisting

L'erreur en vitesse est de l'ordre de  $2 \cdot 10^{-3} rad/s$ .

L'erreur en position est de l'ordre de  $2 \cdot 10^{-7} rad$ , avec un maximum de  $4 \cdot 10^{-7} rad$ .

- **Avec perturbations (couple de charge) :**

Les figures (IV.5) et (IV.7) montrent que cette commande basée sur l'observateur est robuste vis-à-vis des perturbations.

Les résultats sont satisfaisants :

- Pour l'observateur basé sur l'algorithme de Twisting

L'erreur en vitesse est de l'ordre de  $6 \cdot 10^{-2} rad/s$ , avec un maximum de l'ordre de  $4 \cdot 10^{-1} rad/s$ , avec un faible phénomène de réticence.

L'erreur en position est de l'ordre de  $10^{-5} rad$ , avec un maximum de l'ordre de  $2 \cdot 10^{-3} rad$ .

- Pour l'observateur basé sur l'algorithme de Super Twisting

L'erreur en vitesse est de l'ordre de  $10^{-3} rad/s$ , avec un maximum de l'ordre de  $5 \cdot 10^{-2} rad/s$ , avec un faible phénomène de réticence.

L'erreur en position est de l'ordre de  $2 \cdot 10^{-7} rad$ , avec un maximum de l'ordre de  $10^{-6} rad$ .

### **IV.5. Conclusion**

Dans ce chapitre, nous avons présenté les observateurs à modes glissant pour les systèmes linéaires et non linéaires.

On a implanté et simulé deux observateurs à modes glissants avec une loi de commande par modes glissants d'ordre deux en conservant les mêmes réglages des paramètres de cette commande qui a fait ses preuves dans le chapitre précédent.

Les résultats de simulation ont montré les très bonnes qualités de la commande et de l'observateur. La précision est restée bonne et la robustesse est vérifiée.

*Conclusion*  
*générale*

L'objectif de ce travail était l'étude de la commande par retour d'état et par observateurs à base des modes glissants d'un moteur pas à pas à aimant permanent.

Nous avons commencé notre travail par présenter le moteur pas à pas, puis par citer ses avantages et ses inconvénients, et déterminer les équations et modèles du moteur pas à pas utilisé.

De point de vue théorique, nous avons présenté quelques notions de base de la commande par modes glissants d'ordre un et d'ordre deux, puis nous avons utilisé le modèle du moteur pas à pas dans le repère  $(d, q)$  pour des tests de simulation.

L'algorithme par modes glissants d'ordre un montre ses qualités de mise en œuvre, de précision et de robustesse vis-à-vis d'incertitudes paramétriques. En revanche, cet algorithme par mode glissant montre des limites de la robustesse vis-à-vis d'un couple de charge de perturbation. Les modes glissants d'ordre supérieur sont donc une solution évidente pour palier à ce problème.

Les modes glissants d'ordre deux ont été introduits ici pour éliminer le chattering, et aussi pour améliorer la robustesse vis-à-vis du couple de charge de perturbation. Plusieurs algorithmes par modes glissants d'ordre deux sont présentés, et deux sont simulés avec de très bons résultats. La robustesse (vis-à-vis d'incertitudes paramétriques ou d'un couple de charge de perturbation) est alors mise en évidence. De plus, la précision est améliorée, et le chattering est réduit.

Pour diminuer le nombre de capteurs (point de vue économique), des observateurs par modes glissants d'ordre deux ont été introduits, deux observateurs à base des algorithmes (Twisting et Super Twisting) sont présentés, illustrés par des simulations. La précision est bonne, la robustesse vis-à-vis des incertitudes paramétriques et vis-à-vis d'un couple de charge est aussi correcte.

Quant aux perspectives que nous pouvons proposer au terme de ce travail, elles se résument en quelques points essentiels :

- Utiliser des commandes et des observateurs par modes glissants d'ordre trois afin d'améliorer la robustesse.
- Construire un observateur qui permet d'obtenir une estimation du couple de charge de perturbation.
- Elaboration d'un algorithme permettant de modifier automatiquement les valeurs des paramètres des lois de commande en fonction du couple de perturbation fourni par l'observateur. Cela permettrait d'adapter les gains en fonction du couple de charge, donc d'adapter l'énergie consommée en fonction des besoins.

- [1] **M. Kercha**, “Commande par mode de glissement d’un Moteur pas à pas à Aimant Permanent”, Mémoire de Magister, Université de Batna, 2005.
- [2] **H.K. Khalil**, “Nonlinear systems”, 3<sup>rd</sup> ed, Prentise-Hall. Inc, 2002.
- [3] **J.J.E. Slotine and W. Li**, “Applied non linear control”, Prentise-Hall, Englewood Cliffs. N.J, pp.276-306, 1991.
- [4] **V.I. Utkin**, “Variable Structure systems with Sliding Modes”, IEEE Trans. Aut. Control, 26(2), 1977.
- [5] **H. Buhler**, “Réglage par mode de glissement”, Presses Polytechniques Romandes, 1986.
- [6] **F. Nollet**, “Lois de commande par modes glissants du moteur pas à pas”, Thèse de Doctorat, Ecole Centrale de Lille, 2006.
- [7] **O. Safi et N. Arkoub**, “Commande par modes glissants d’un moteur pas à pas”, Mémoire d’Ingénieur d’état, Université Mouloud Mammeri de Tizi Ouzou, 2005.
- [8] **M.C. Sosse Allaoui**, “Commande et Observateur par Modes glissants d’un système de pompage et d’un bras manipulateur”, Thèse de Doctorat, Université Sidi Mohammed Ben Abdellah, 2009.
- [9] **A. SI Ammour**, “Contribution à la commande par modes glissants d’ordre fractionnaire”, Thèse de Doctorat, Université Mouloud Mammeri de Tizi Ouzou, 2011.
- [10] **V. Bregeault**, “Quelques contributions à la théorie de la commande par modes glissants”, Thèse de Doctorat, Ecole centrale de Nantes, 2010.
- [11] **N. Djeghali**, “Commande par mode glissant des systèmes linéaires à entrée retardée”, Mémoire de Magister, Université Mouloud Mammeri de Tizi Ouzou, 2007.
- [12] **I. Boiko, L. Fridman, A. Pisano, E.Usai**, “Analysis of Chattering in Systems With Second-order Sliding Modes”, IEEE Trans. Aut. Control, Vol 52, N°11, 2007.
- [13] **H. Lee and V.I. Utkin**, “Chattering suppression methods in sliding mode control systems”, Annual Reviews in Control, N°31, pages:179- 188,2007.
- [14] **W. Perruquetti and J.P. Barbot**, “Sliding mode control in Engineering”, in Control Engineering Series, Marcel Dekker, New York, 2002.
- [15] **V.I. Utkin**, “Sliding Modes in Control and Optimization”, Springer, Berlin, 1992.
- [16] **A. Sabanovic, L. Fridman and S. Spurgeon**, “Variable Structure systems: from principles to implementation” in IET Control Engineering Series 66, The Institution of Engineering and Technology, London, 2004.
- [17] **G. Bartolini, L. Fridman, A. Pisano, E. Usai**, “Modern Sliding Mode Control Theory : in New Perspectives and Applications” in Lecture Notes in Control and Information Sciences 375, Springer-Verlag, Berlin, 2008.

- [18] **S.V. Emelyanov**, “Variable structure control systems”, Moscow Nauka, 1967.
- [19] **S.V. Emelyanov, S.K. Korovin, and L. V. Levant**, “Higher order sliding modes in the binary control systems”, Soviet Physics, Doklady, Vol. 31, N°4, pp. 291-293, 1986.
- [20] **S.V. Emelyanov, S.K. Korovin, and A. Levant**, “Higher-order sliding modes in control systems: Differential Equation”, 29(11):1627-1647, 1993.
- [21] **A. Levant (Levantovsky, L.V.)**, “Sliding order and sliding accuracy in sliding mode control”, International Journal of Control, Vol.58, N°6, pp. 1247-1263, 1993.
- [22] **M.Lovent, L.Levantovsky**, “sliding order and sliding accuracy in sliding mode control”, International Journal of Control and Systems, 1998.
- [23] **B. Nait Slimani**, “Synthèse d’observateurs non linéaires : Application au diagnostic de defaults”, Mémoire de Magister, Université Mouloud Mammeri de Tizi Ouzou, 2011.
- [24] **J.J. E. Slotine, J. Kedrick, and E.A. Misawa**. “Sliding observers for nonlinear systems”, American control conference, 1987.
- [25] **L. Fridman and Y. Shtessel and C.Edwards and X. Yan**, “Higher-order Sliding-mode Observer for State Estimation and Input Reconstruction in Nonlinear Systèms”, International Journal of Robust and Nonlinear Control, 2007.
- [26] **U. Itkis**, “Control systems of variable structure”, Wiley, New-York, 1976.