

République Algérienne Démocratique et Populaire
Ministère de L'Enseignement Supérieur et de la A Recherche Scientifique

UNIVERSITE MOULOUD MAMMERI DE TIZI-OUZOU



FACULTE DE GENIE ELECTRIQUE ET D' INFORMATIQUE
DEPARTEMENT D'ELECTROTECHNIQUE

Mémoire de Fin d'Etude de MASTER ACADEMIQUE

Domaine : **Sciences et Technologies**

Filière : **Génie Electrique**

Spécialité : **Machine Electrique**

Présenté par

Safia AIMEUR

Samir ABDALLAH

Thème

Calcul par une méthode semi-analytique des paramètres électriques d'un système électromagnétique

Mémoire soutenu publiquement le 12 juillet 2017 devant le jury composé de :

M^{er} S. REZGUI
MAA, UMMTO, Président
M^{me} F. BOUALI-DJADEL
MAA, UMMTO, Promotrice
M^{me} G. YOUSFI-OUALI
MAA, UMMTO, Examineur
M^{er} A. DICHE
MAA, UMMTO, Examineur

2016/2017

REMERCIEMENTS

Nous remercions et nous rendons grâce tout d'abord à :

**Mme BOUALI -DJADEL.F notre promotrice, de nous avoir encadré, Suivi et orienté tout au long de notre travail.*

**M^{me} YOUSFI-OUALI .G pour son aide, sa tolérance et ses conseils au cours de notre projet.*

**Nous remercions d'avance, les membres du jury d'avoir accepté d'examiner notre travail.*

Enfin, nous tenons à remercier tous ceux qui ont contribué de près ou de loin à la réalisation de ce travail.

A tous les enseignants qui ont contribué à notre instruction.

Dédicaces

A mes très chers grands parents

A celle qui m'a élevé, m'a nourrit, m'a bien éduqué, ma Mère.

*A celui qui m'a toujours soutenu et aidé dans toute ma vie mon
Père.*

Et à nos précieux et tendres poussins : Mellissa, Rima, Rania

A mes chers frères : Marzouk, Mourad, Samir

A mes chères sœurs : Ouiza, Razika, Naïma, Nabila

Et une dédicace spéciale à : Mayra et Mylis

A mon collègue de travail Samir

A tous mes amis sans exceptions.

*Je dédie ce modeste travail à tous ceux qui ont contribué de près
ou de loin à la réalisation de mon projet*

Safia



Dédicaces

*Pour que ma réussite soit complète, je la partage avec toutes
les personnes que j'aime.*

Je dédie ce modeste travail à :

A la mémoire de mon grand-père INGRACHEN Saïd

*Mes très chers parents et grands-parents pour leur amour et
pour le courage et la volonté qu'ils m'ont inculqués ;*

*A mes adorables frères et sœurs : Samira, Moumouh et
Rezki*

A notre poussin Serine et ses parents ;

A toute la famille ;

A ma collègue de travail Safia ;

A tous mes amis et collègues sans exception ;

A tous ceux qui m'aiment ; et tous ceux que j'aime.

Samir

Sommaire

| | |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------|
| Introduction générale | 1 |
| Chapitre I Méthodes semi-analytique | 3 |
| I.1. Introduction | 3 |
| I.2. Aperçue sur les méthodes numériques | 4 |
| I.2.1. Méthode des éléments finis | 4 |
| I.2.1.1. Domaine de solution | 4 |
| I.2.1.2. Avantages | 4 |
| I.2.1.3. Inconvénients..... | 4 |
| I.2.1.4. Applications..... | 5 |
| I.2.3. Méthode des différences finis | 5 |
| I.2.3.1. Domaine de solution | 5 |
| I.2.3.2. Avantage..... | 5 |
| I.2.3.3. Inconvénient | 6 |
| I.2.3.4. Application | 6 |
| I.3.Les méthodes semi-analytiques | 6 |
| I.3.1. Méthode des circuits couplés | 6 |
| I.3.1.1. Principe de la méthode des circuits couplés..... | 6 |
| I.3.1.2. Calcul des paramètres du modèle | 6 |
| I.3.1.2.1. Mise en équations | 7 |
| I.3.1.2.2. Méthodes utilisant le potentiel vecteur magnétique | 7 |
| I.3.1.2.3. Méthodes basée sur le calcul des selfs et mutuelles inductances | 11 |
| I.3.2. La méthode PEEC..... | 11 |
| I.3.2.1. Formulation intégrale : | 12 |
| Figure I.9.Schéma de discrétisation en cellules de surface et de volume | 16 |
| I.3.2.4. Calcul des éléments partiels et établissement du circuit électrique équivalent | 18 |

| | |
|-------------------------------------------------------------------------------|-----------|
| I.3.3. Qualité et inconvénient de la méthode PEEC..... | 22 |
| I.4. Conclusion..... | 23 |
| Chapitre II Calculs des paramètres électriques | 25 |
| II.1. Introduction..... | 25 |
| II.2. Calcul des paramètres électriques en utilisant la méthode PEEC | 25 |
| II.3. Formulations | 27 |
| II.3.1. Conducteurs filiformes (1D) en parallèle | 27 |
| II.3.2. Conducteurs surfaciques cas 2D | 29 |
| II.3.2.1. Cas de deux rubans dans des plans parallèles..... | 29 |
| II.3.2. Conducteur volumique | 32 |
| II.4. Application numérique et interprétation des résultats..... | 34 |
| II.4.1. Calcul de la résistance | 34 |
| II.4.2. Calcul de la mutuelle inductance | 34 |
| II.5. Résultats de calcul : | 34 |
| Pour le 1D..... | 34 |
| II.6.2. Cas 2 D..... | 36 |
| II.7. Interprétation des résultats obtenus dans les figures précédentes | 42 |
| II.7 Conclusion | 42 |
| Conclusion générale..... | 42 |
| Bibliographie | |

Introduction générale

La modélisation électromagnétique a traditionnellement occupé beaucoup d'attention pour son importance dans les systèmes de puissance, le grand intérêt porté à l'étude de ce dernier a permis de réaliser un développement remarquable dans le domaine de l'électrotechnique.

La compréhension des phénomènes électromagnétiques qui régissent leur fonctionnement et la détermination des différentes pertes et les paramètres électriques constitue une étape déterminante pour une meilleure exploitation de ces dispositifs. Ce qui permet également de prédire son comportement aux différentes contraintes pour éviter sa détérioration, et élargir sa durée de vie en vue de minimiser son cout d'exploitation. Il existe deux types de modélisation : la modélisation par les méthodes numériques ou modélisation par les méthodes semi-analytique.

Vu la complexité des caractéristiques géométriques et physiques des systèmes électromagnétiques réels, les méthodes numériques ou semi-analytiques font appel à des techniques de discrétisation différentes. Les outils numériques de modélisation sont nécessaires pour traiter les problèmes liés au fonctionnement et aussi à la conception. Cela offre une modélisation fine aux phénomènes physiques en permettant d'accéder aux variables locales et aux variations des différentes grandeurs. Plusieurs méthodes ont été développées, à chaque méthode ses avantages et ses inconvénients, ses applications et ses limites. On peut citer la méthode des volumes finis, méthode des différences finis, méthode des éléments finis, méthodes des circuits couplés et méthode PEEC.

Le choix se fait selon plusieurs critères sont les contraintes physiques, la complexité des géométries des dispositifs électromagnétiques et le cout en capacité mémoire et en temps de résolution.

Le but de notre travail est de mettre en œuvre une méthode de modélisation afin d'obtenir de meilleurs résultats pour le calcul des paramètres électriques (résistance, inductance propre et mutuelle inductance).

Nous avons opté pour la méthode PEEC (partial élément équivalent circuit) qui se base essentiellement sur des techniques de modélisation qui offrent beaucoup de degrés de libertés et aussi une bonne évaluation des paramètres électriques dans une large gamme de fréquence.

Notre travail est reparti en deux parties :

La première partie est consacrée aux méthodes semi-analytiques (PEEC et circuits couplés) en exposant leurs descriptions ainsi que leurs méthodes de modélisation.

La deuxième partie est dédiée aux calculs de paramètres électriques en utilisant la méthode PEEC. C'est dans cette partie que se concrétise notre travail à travers le calcul des paramètres électrique (résistance, inductance propre et mutuelle inductance) d'un dispositif composé de deux barres conductrices, avec une confrontation aux résultats existant dans la littérature technique [1].

Chapitre I
Méthodes semi-analytiques

Chapitre I Méthodes semi-analytique

I.1. Introduction

Le problème formulé par-là, le phénomène physique à étudier et modéliser, oblige le concepteur à choisir une méthode de résolution. À ce stade plusieurs possibilités s'offrent à lui, chacune présentant un certain nombre d'avantages et d'inconvénients.

D'une façon tout à fait générale, nous pouvons classer les méthodes de résolution en deux grandes catégories : les méthodes numériques et les méthodes analytiques [2].

Parmi les méthodes numériques, nous pouvons citer la méthode des différences finies qui consiste en l'approximation de l'opérateur différentiel par un opérateur aux différences où chaque dérivée est approchée par une différence de valeurs de l'inconnue à déterminer en un certain nombre de points du domaine de résolution [2]. Si elle facile, elle se trouve néanmoins inadaptée au traitement des problèmes à géométrie complexe. La méthode des éléments finis quant à elle, consiste à utiliser une approximation simple des variables inconnues pour transformer les équations aux dérivées partielles en équations algébriques [3].

Les méthodes de résolution analytique utilisées pour la résolution des problèmes électromagnétiques régis par des équations aux dérivées partielles sont : la méthode de séparation des variables, la méthode des séries exponentielle, la méthode intégrale et les méthodes de transformation [2].

En plus de ces méthodes, il y a lieu de citer les méthodes semi-analytiques et les méthodes mixtes consistant en l'association des méthodes analytiques et numériques [2].

Dans ce qui suit, nous présenterons la méthode PEEC (partial elementequivalent circuit), et la méthode des circuits couplés.

I.2. Aperçue sur les méthodes numériques

Il serait très exhaustif d'étudier toutes les méthodes ou même de les énumérer. Nous allons mentionner les méthodes numériques les plus connus.

I.2.1. Méthode des éléments finis [8]

La méthode des éléments finis (FEM) appartient à cette classe des procédures numériques qui peut transformer une relation fonctionnelle en un système d'équations linéaires. La MEF a connu un grand développement depuis les années 1970 et est devenue une méthode très populaire dans les nombreux domaines de la physique. Cette popularité est probablement due à sa capacité de pouvoir s'appliquer à des structures complexes. La méthode des éléments finis est une méthode rigoureuse, mais nécessite des temps de calcul importants ainsi qu'une grande capacité de mémoire du calculateur. Il existe de nombreux livres à son sujet et les articles publiés se chiffrent par centaines.

La décomposition en éléments simples de géométrie du système fait appel à des fonctions comme des éléments triangulaires (en deux dimensions) ou des tétraèdres (en trois dimensions). A l'intérieur de chaque élément, la fonction cherchée subit une approximation polynomiale dont les coefficients sont inconnus. Les caractéristiques de la méthode des éléments finis sont :

I.2.1.1. Domaine de solution

Fréquentiel

I.2.1.2. Avantages

- Matrice résultante creuse.
- Géométrie arbitraire.
- Bonne approximation des interfaces.
- Calcul analytique des grandeurs à l'intérieur des éléments.
- Eléments de la matrice associée facilement calculés.
- Cas non linéaire.

I.2.1.3. Inconvénients

- Approche volumique : coût de calcul relativement élevé.
- Présence de singularité dans le domaine d'études

I.2.1.4. Applications

- Géométrie 3D.
- Problèmes de diffusion électromagnétique, antenne.

I.2.2. Méthode des différences finis [8]

Les différences finis sont basées sur l'approximation d'opérateurs différentiels. Les équations aux dérivées partielles sont exprimées sous forme de différences finies. Elles peuvent être formulées soit dans le domaine fréquentiel, soit dans le domaine temporel. Dans le premier cas, la solution se trouve par inversion de matrice alors que dans le deuxième cas, une procédure itérative peut s'appliquer puisqu'une forme explicite de la solution peut être dérivée. Beaucoup de variations sur le thème des différences finies ont été proposées. La méthode des différences finies domaine temporel a pris beaucoup d'ampleur et est devenue très populaire parmi les utilisateurs de logiciels électromagnétiques. Ces techniques de résolution numérique ont l'avantage d'avoir un algorithme très simple et, par leur formulation s'appliquent aux structures les plus générales. De plus, pour les problèmes dynamiques, elles sont très majoritairement appliquées dans le domaine temporel avec tous les avantages que cette approche apporte, notamment la forme explicite de la solution. En revanche, elles sont de type volumique dans le cas général ce qui les classe parmi les méthodes très gourmandes en termes de coût de calcul. Par ailleurs, comme la MEF, le maillage doit être limité par des conditions absorbantes dans le cas de problèmes ouverts sur l'espace libre. Les caractéristiques de la méthode des différences finis sont :

I.2.2.1. Domaine de solution

Temporel, Fréquentiel.

I.2.2.2. Avantage

- Algorithme numérique très simple.

- Algorithme de base indépendant de la géométrie.
- Peut traiter des problèmes non linéaires et non stationnaires.

I.2.2.3. Inconvénient

- Méthode volumique qui débouche sur les mêmes désavantages que la MEF.

I.2.2.4. Application

- Peut s'appliquer à tous les problèmes comme la MEF et même aux problèmes non linéaire.[8]

I.3. Les méthodes semi-analytiques

I.3.1. Méthode des circuits couplés

Le modèle développée sur la base des circuits couplés est proposée dans le domaine du chauffage par induction [3]; l'inducteur (sans Ferrite) et la charge sont discrétisés en spires concentriques à l'intérieur dans laquelle la densité de courant est supposée constante.

Le modèle est ensuite étendu au cas d'un inducteur muni d'un pot en ferrite qui est pris en compte en employant le principe des courants fictifs sur son contour [6]. Cette méthode a ensuite été appliquée à des systèmes de contrôle non destructif par courants de Foucault sans défaut et avec défaut axisymétrique [3].

I.3.1.1. Principe de la méthode des circuits couplés

La méthode des circuits couplés est une méthode semi-analytique .Elle consiste à subdiviser l'inducteur et la charge en éléments de circuits élémentaires circulaires et coaxiaux, la subdivision doit être assez grande pour que l'on puisse considérer que les grandeurs électromagnétiques sont uniformément réparties dans chaque spire élémentaire

Chaque élément est représenté par sa résistance électrique et son inductance, l'ensemble des éléments forme alors un système de circuit mutuellement couplés [2].

I.3.1.2. Calcul des paramètres du modèle

Plusieurs méthodes ont été proposées pour le calcul des paramètres du modèle ; à savoir la résistance et l'inductance.

I.3.1.2.1. Mise en équations

Plusieurs méthodes ont été proposées pour la mise en équations des systèmes étudiés par la méthode des circuits couplés, en vue de résoudre le problème traité. Nous pouvons classer celles-ci en deux grandes classes : les méthodes basées sur le potentiel vecteur magnétique et les méthodes basées sur le calcul des selfs et mutuelles inductances [3], [6].

I.3.1.2.2. Méthodes utilisant le potentiel vecteur magnétique

Considérons la spire élémentaire donnée par la figure suivante [3].

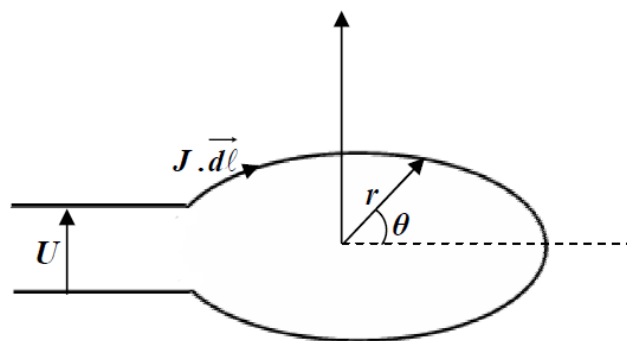


Figure I.6. Représentation d'une spire élémentaire.

Ou : \mathbf{J} est la densité de courant

\vec{dl} : Élément de longueur

Les équations du circuit sont données comme suit :

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (1.1)$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0 \quad (1.2)$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{H} = \vec{j} \quad (I.3)$$

Avec :

\vec{E} : Vecteur champ électrique

\vec{B} : Vecteur induction magnétique

\vec{H} : Vecteur champ magnétique

A partir de l'équation (I.2) on a :

$$\vec{B} = \vec{\nabla} \times \vec{A} \quad (I.4)$$

Où \vec{A} : est le potentiel vecteur magnétique :

En remplaçant dans (I.1) on obtient :

$$\vec{E} = -\vec{\nabla}V - \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \quad (I.5)$$

En appliquant la loi d'ohm, on aboutit à :

$$\vec{j} = \sigma \left(\vec{\nabla}V + \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \right) \quad (I.6)$$

σ étant la conductivité électrique du milieu.

En tenant compte de la symétrie de révolution \vec{j} ; \vec{E} ; \vec{A} ne présentent qu'un composant.

Sachant que :

$$\vec{\nabla}A = \frac{\partial v}{\partial r} \cdot \vec{u}_r + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial v}{\partial \theta} \cdot \vec{u}_\theta \quad (I.7)$$

D'où :

$$\vec{\nabla}V = \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial v}{\partial \theta} \cdot \vec{u}_\theta \quad (I.8)$$

En considérant la tension U aux bornes de la spire élémentaire, on aboutit à l'expression suivante :

$$\vec{\nabla}V = \frac{U}{2\pi r} \quad (I.9)$$

Calcul du terme $\frac{\partial \vec{A}}{\partial t}$.

Sachant que :

$$\Phi = \iint \vec{B} \cdot \vec{ds} \quad (I.10)$$

Avec Φ : le flux magnétique

En considérant les équations (I.4) et (I.10) on aura :

$$\Phi = \iint (\vec{\nabla} \times \vec{A}) \cdot \vec{n} \cdot \overline{dS} \quad (\text{I.11})$$

\vec{n} étant la normale par rapport à l'élément de surface \overline{dS} .

En appliquant le théorème du rotationnel, on obtient :

$$\iint (\vec{\nabla} \times \vec{A}) \cdot \vec{n} \cdot \overline{dS} = \oint_c \vec{A} \cdot \overline{dl} \quad (\text{I.12})$$

D'où: $\Phi = 2\pi r \cdot A$

Soit :

$$\frac{\partial \vec{A}}{\partial t} = \frac{1}{2\pi r} \cdot \frac{\partial \Phi}{\partial t} \quad (\text{I.13})$$

Equation de la spire élémentaire :

En combinant les équations (I.5) et (I.9) et (I.13), on obtient l'équation de la spire élémentaire.

$$U = -2\pi r \cdot \left(\rho J + \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \right) \quad (\text{I.14})$$

Avec

$$\rho = \frac{1}{\sigma}; \text{ exprimant la résistivité du milieu.}$$

Dans le cas d'une alimentation sinusoïdale, l'expression

$$U = -2\pi r \cdot \left(\rho J + \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \right). \text{ Peut-être réécrite comme suit :}$$

$$U = -2\pi r \cdot (\rho J + j\omega A) \quad (\text{I.15})$$

Où : $\omega = 2\pi f$

f : étant la fréquence du courant ou de la tension d'alimentation

$$j^2 = -1$$

On reconnaît dans l'équation $U = -2\pi r \cdot (\rho J + j\omega A)$, les termes de chutes de tension résistive et inductive. Le potentiel vecteur magnétique A correspond à la contribution du courant de la spire elle-même ainsi qu'à la contribution des courants circulant dans toutes les autres spires (inductance propre et mutuelle).

$$U_{kl} = -2\pi r_{kl} \cdot [\rho J_{kl} + j\omega (\sum_{q=1}^N \sum_{i=1}^n A_{iq} \cdot kl) \quad (\text{I.16})$$

Où :

U_{kl} : Tension aux bornes de la spire.

r_{kl} : Rayon de la spire élémentaire k de la spire l.

J_{kl} : Densité de courant dans la spire élémentaire k de la spire l.

$A_{iq.kl}$: Potentiel vecteur magnétique créé par la spire élémentaire i de la spire q sur le centre de la spire élémentaire k de la spire l.

Avec :

$$A_{iq.kl} = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \iint \{ J_{iq}(r, z) \frac{r_{iq.kl}}{kl} [(1 - \frac{K^2}{2}) \cdot E_1(k) - E_2(k)] \} \cdot ds_{iq}$$

Où : $E_1(k)$ - $E_2(k)$ sont les fonctions de Legendre respectivement de 1^{er} et de 2^{ème} espèce données comme suit :

$$E_1(k) = \int_0^{2\pi} (1 - k^2 \cdot \sin^2 \varphi)^{-1/2} \cdot d\varphi$$

$$E_2(k) = \int_0^{2\pi} (1 - k^2 \sin^2 \varphi)^{1/2} \cdot d\varphi$$

$$k = 2 \cdot \sqrt{(r_{iq} r_{kl}) / r_{(iq \cdot kl)}}$$

$$r_{iq.kl} = [(r_{iq} + r_{kl})^2 + z^2]^{1/2}$$

Les différents paramètres géométriques sont explicités par la figure suivante

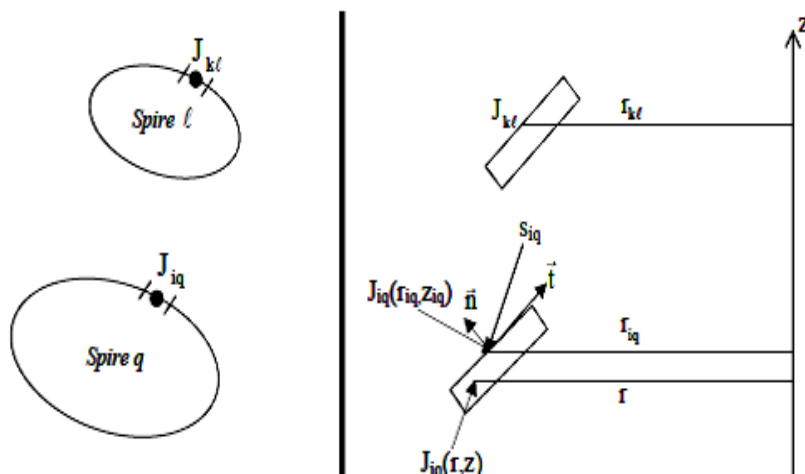


Figure I.7. Représentation de deux spires élémentaires iq et kl

I.3.1.2.3. Méthodes basée sur le calcul des selfs et mutuelles inductances

Le développement de la méthode est détaillé dans la référence [14][3], l'expression de la mutuelle inductance est donnée par l'équation suivante :

$$M = \mu \cdot \sqrt{a \cdot b} [(2/k - k) \cdot E_1(k) - 2/(k) \cdot E_2(k)] \quad (I.17)$$

➤ Inductance propre

L'inductance propre L représente l'effet d'un courant sur lui-même, l'équation de l'inductance propre est obtenue en faisant tendre les deux spires l'une vers l'autre en considérant l'épaisseur non nulle du conducteur.

Son équation est donnée par la relation suivante [14] :

$$L = \mu \cdot a \cdot (\ln(8 \cdot a/r) - 1.75) \quad (I.18)$$

➤ **Calcul de la résistance** La résistance d'une spire est donnée par :

$$R = \rho \cdot l/S$$

Avec :

ρ : est la résistivité du matériau.

S : est la section de la spire.

L : est la longueur moyenne de la spire.

I.3.2. La méthode PEEC

La méthode PEEC « **PARTIAL ELEMENT EQUIVALENT CIRCUIT** » est une méthode semi-analytique, qui a été proposée par Albert E. RUEHLI en 1972. Elle permet d'analyser le comportement électrique et électromagnétique de structure composée de matériaux conducteurs et de matériaux diélectriques. Le principe de cette méthode est de décomposer la structure physique tridimensionnelle en éléments de circuit électrique équivalent R-L-C. Cette méthode attribue à chaque portion du circuit, une contribution à l'impédance totale, d'où la notion d'éléments partiels (cellules). Cette méthode est basée sur la formulation intégrale des équations de Maxwell et permet l'obtention d'équations analytiques dans chaque élément.

Ces éléments sont déterminés à partir des caractéristiques géométriques du système.

I.3.2.1. Formulation intégrale :

Les équations exposées dans ce chapitre, permettent de présenter électriquement un conducteur comme étant une impédance comportant une résistance, une inductance et une capacité. Cette partie détaille les différentes étapes pour parvenir à ce schéma électrique équivalent :

Cette méthode est fondée sur les équations de Maxwell : [4]

$$\operatorname{div} \vec{B} = 0 \quad (\text{I.19})$$

$$\operatorname{div} \vec{D} = \rho \quad (\text{I.20})$$

$$r\vec{o}t \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (\text{I.21})$$

$$r\vec{o}t \vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \quad (\text{I.22})$$

D'après l'équation (I.19) on a $\vec{B} = r\vec{o}t \vec{A}$

L'équation (I.21) devient :

$$r\vec{o}t \vec{E} = -\frac{\partial (r\vec{o}t \vec{A})}{\partial t} \quad (\text{I.23})$$

$$r\vec{o}t \vec{E} = r\vec{o}t \left(-\frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \right) \quad (\text{I.24})$$

On : $\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0 \Rightarrow \exists \vec{A} / \vec{B} = \vec{\nabla} \wedge \vec{A}$

$$\vec{\nabla} \wedge \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \Rightarrow \vec{\nabla} \wedge \vec{E} = -\frac{\partial}{\partial t} (\vec{\nabla} \wedge \vec{A})$$

$$\vec{\nabla} \wedge \left(\vec{E} + \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \right) = 0 \Rightarrow \exists V / \vec{E} + \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} = -\vec{\nabla} V$$

$$\vec{E} + \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} = -\vec{\nabla} V$$

Alors nous pouvons écrire :

$$\vec{E} = -\operatorname{grad} V - \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \quad (\text{I.25})$$

V et \vec{A} sont définis respectivement comme étant le potentielscalaire électrique et le potentiel vecteur magnétique.

Un élément de fil $d\vec{l}$ (figure I-1), parcouru par un courant I , produit au point M un élément de potentiel vecteur $d\vec{A}$ défini par :

$$d\vec{A} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{d\vec{l}}{r}$$

Le potentiel vecteur est obtenu par intégration des éléments $d\vec{A}$

$$\vec{A} = \frac{\mu_0}{4\pi} \oint_c I \frac{d\vec{l}}{r}$$

En faisant intervenir le vecteur « densité de courant » $I = \iint_s \vec{J} d\vec{S}$, on aboutit à l'expression du potentiel vecteur magnétique suivante :

$$\vec{A} = \frac{\mu_0}{4\pi} \oint_c \left(\iint_s \vec{J} d\vec{S} \right) \frac{d\vec{l}}{r} = \frac{\mu_0}{4\pi} \iiint_\tau \frac{\vec{J} d\tau}{r} \quad (\text{I.26})$$

On peut écrire donc :

$$\vec{A} = \frac{\mu_0}{4\pi} \iiint_\tau \frac{\vec{J} d\tau}{r} \quad (\text{I.27})$$

On considère aussi un ensemble de charges $q_1, q_2, q_3, q_4 \dots q_i, \dots, q_n$ positive ou négatives, chacune de ces charges produit son propre champ électrostatique et contribue au potentiel électrostatique $V(r)$ au point (M) (figure I-1).

En appliquant le principe de superposition, on détermine le potentiel électrostatique créé par n charges ponctuelles en effectuant la somme des contributions de toutes les charges ponctuelles individuelles [4] :

$$V(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_{i=1}^n \frac{q_i}{r} \quad (\text{I.28})$$

q_i est la densité de charge

Densité de charge linéique : $q_i = \lambda dl$

Densité de charge surfacique : $q_i = \sigma ds$

Densité de charge volumique : $q_i = \rho d\tau$

- Potentiel électrostatique créé par une distribution linéique de charges :

Une distribution linéique de charge crée au point (M) un potentiel défini par :

$$V(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{\lambda dl}{r} \quad (\text{I.29})$$

- Potentiel électrostatique créée par une distribution surfacique de charges :

Une distribution surfacique de charge crée au point (M) un potentiel défini par :

$$V(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \iint \frac{\sigma ds}{r} \quad (\text{I.30})$$

- Potentiel électrostatique créée par une distribution volumique de charges :

Une distribution volumique de charge crée au point (M) un potentiel défini par :

$$V(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \iiint \frac{\rho d\tau}{r} \quad (\text{I.31})$$

On peut écrire alors :

$$V = \iiint \frac{\rho_V dV}{4\pi\epsilon r} \quad (\text{I.32})$$

ϵ : Permittivité magnétique du conducteur

ρ_V : Densité volumique de charge dans le conducteur

r : Position de point d'observation

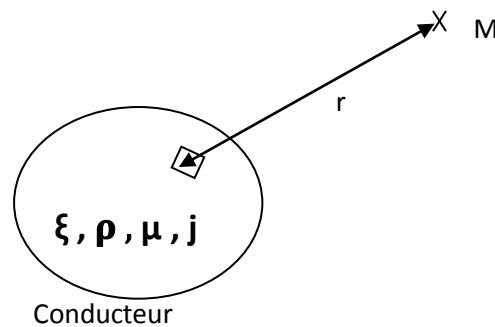


Figure I.8. Représentation d'un conducteur et ses caractéristiques physiques, distant d'un point d'observation M

La loi d'Ohm nous permet d'écrire :

$$\vec{E} = \frac{\vec{J}}{\sigma} \quad (I.33)$$

Pour un conducteur donné, nous pouvons donc écrire la relation générale suivante :

$$\frac{\vec{J}}{\sigma} = -\frac{d}{dt} \left[\frac{\mu}{4\pi} \iiint \frac{\vec{J}_k}{r} dV \right] - \frac{d}{dj} \left[\frac{1}{4\pi\epsilon} \iiint \frac{\rho}{r} dV \right] \vec{u}_j \quad (I.34)$$

J : est la densité de courant de conduction.

μ : Constante de perméabilité magnétique du conducteur

A. E.Ruehli a déduit de ces équations le concept d'élément partiel pour modéliser les interconnexions par un circuit électrique équivalent.

Dans le cas de plusieurs conducteurs, l'équation s'écrit de la manière suivante :

$$\frac{\vec{J}}{\sigma} = -\sum_{k=1}^k \frac{d}{dt} \left[\frac{\mu}{4\pi} \iiint \frac{\vec{J}_k}{r} dV \right] - \sum_{k=1}^k \frac{d}{dj} \left[\frac{1}{4\pi\epsilon} \iiint \frac{\rho}{r} dV \right] \vec{u}_j \quad (I.35)$$

K : étant le nombre total de conducteurs.

L'équation (I.35) est appelée équation intégrale du champ électrique. Elle met en évidence les termes inductifs et capacitifs propres ainsi que les termes de couplages inductifs et capacitifs entre conducteurs.

Afin d'exprimer la chute de tension correspondante aux différents termes, nous intégrons cette équation sur le volume de l'élément étudié. L'équation (I.35) s'écrira donc :

$$\frac{1}{\sigma} \iiint_{V_i} \vec{J}_i \cdot dV = -\sum_{k=1}^k \frac{d}{dt} \left[\frac{\mu}{4\pi} \iiint_{V_i} \iiint_{V_k} \frac{\vec{J}_k}{r} dV dV' \right] - \sum_{k=1}^k \frac{d}{dj} \left[\frac{1}{4\pi\epsilon} \iiint_{V_i} \iiint_{V_k} \frac{\rho_k}{r} dV dV' \right] \vec{u}_j \quad (I.35)$$

Cette équation est la base de la méthode PEEC.

L'équation (I.35) fait apparaître trois termes bien distincts. Le terme situé à gauche du signe égal exprime le rapport de la densité de courant sur la conductivité du matériau, il représente l'image d'un terme résistif. Le premier terme de droite correspond au potentiel vecteur magnétique comprenant la dérivée par rapport au temps de la densité de courant ; nous pouvons donc le représenter par un terme inductif. Le second terme de droite correspond au potentiel scalaire électrique, comprenant la densité volumique de charges dans le conducteurs, il représente le terme capacitif.[4].

Discrétisation du domaine d'étude:

La première étape consiste à réaliser un maillage de la structure tridimensionnelle, chaque couple de points adjacents qui est situés dans une région de matériau homogène conducteur ou diélectrique, définit une cellule de volume, alors que chaque nœud placé sur la surface externe ou sur les interfaces entre les régions diélectriques et les conducteurs identifie une cellule surfacique

Discrétisation en cellules de surface

Discrétisation en cellules de volume

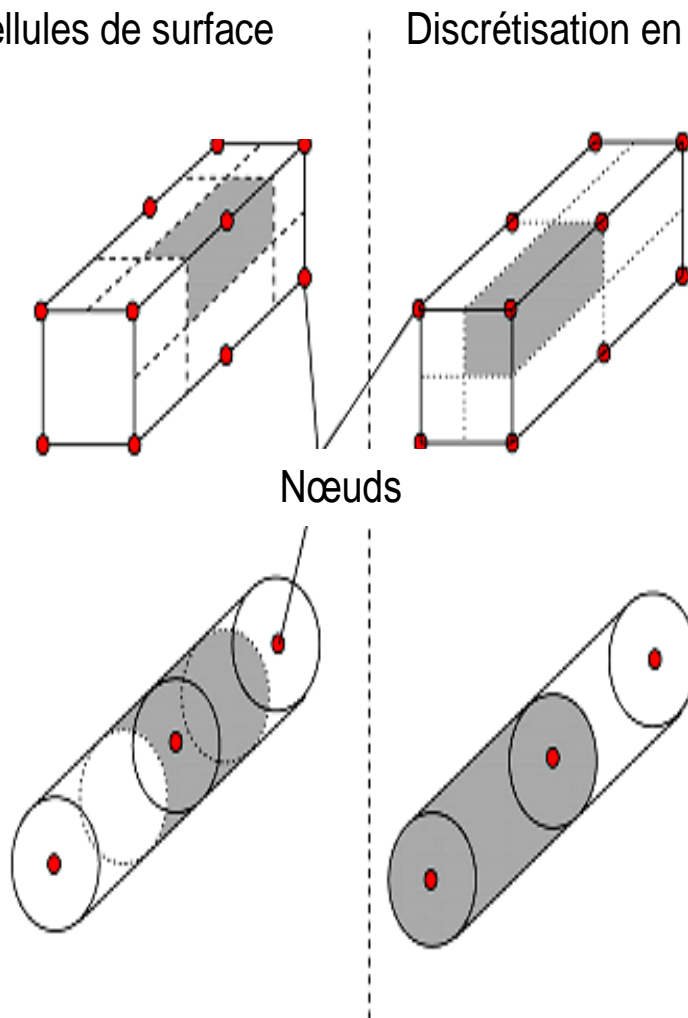
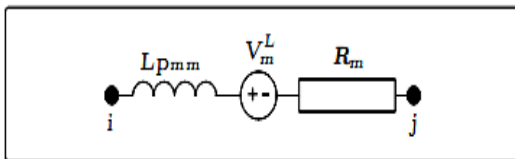
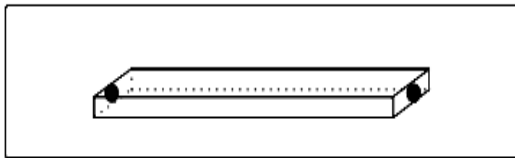
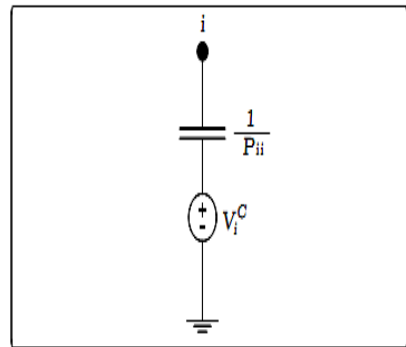
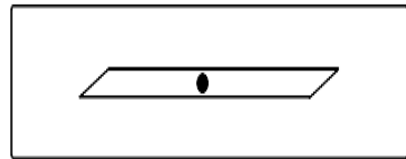


Figure I.9. Schéma de discrétisation en cellules de surface et de volume



Cellule volumique



Cellule surfacique

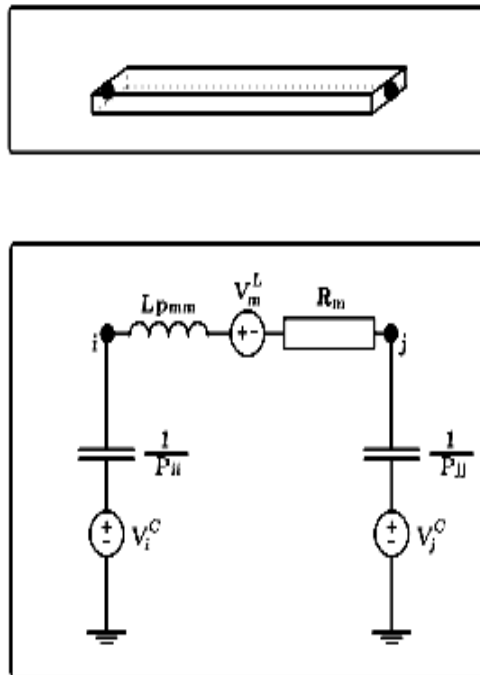
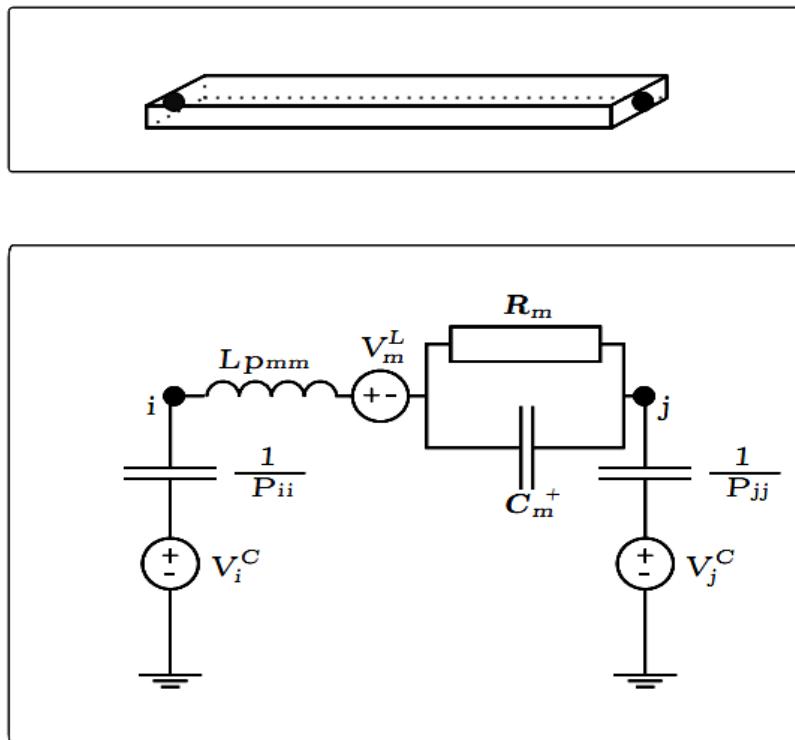


Figure 1.10. Schéma électrique équivalent d'une cellule conductrice



que

I.3.2.4. Calcul des éléments partiels et établissement du circuit électrique équivalent [5]

Le calcul de l'élément partiel s'effectue directement à partir des éléments du maillage volumique. Chaque subdivision volumique élémentaire est représentée par une résistance et une inductance propre couplée à toutes les autres subdivisions élémentaires. Les conducteurs élémentaires étant de section rectangulaire. L'expression classique suivante est utilisée pour calculer la résistance :

$$R = \rho \cdot \frac{l}{S} \text{ Avec } L : \text{ la longueur d'élément, } S : \text{ la section et } \rho : \text{ la résistivité du matériau}$$

Avec des éléments à section rectangulaire, les inductances propres et mutuelles entre deux éléments quelconques sont obtenues à l'aide de l'équation donnée dans la figure suivante. Il est à noter que l'inductance propre d'une subdivision est un cas particulier de la mutuelle inductance (calcul de la mutuelle d'une subdivision sur elle-même).

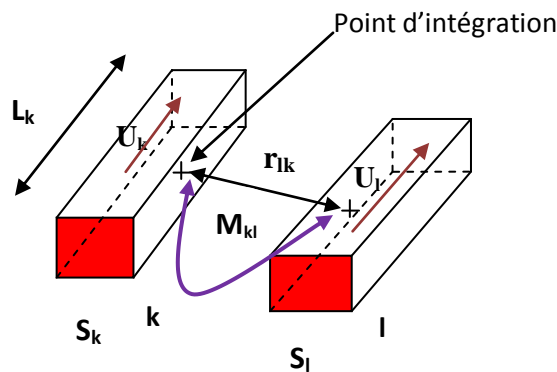


Figure I.12. Schéma récapitulatif de la mutuelle inductance entre deux barres massives

- Mutuelle inductance d'une subdivision :

$$M_{KL} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{1}{S_L S_K} \iiint \iiint \frac{U_L U_K}{r_{LK}} d\Omega_L d\Omega_k$$

- Inductance propre d'une subdivision :

Pour l'inductance propre, il suffit de remplacer l'indice L par l'indice k pour obtenir sa forme mathématique.

$$M_{KK} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{1}{S_K S_K} \iiint \iiint \frac{U_K U_K}{r_{KK}} d\Omega_K d\Omega_k$$

Les deux intégrales peuvent être calculées soit analytiquement, soit numériquement avec une technique d'intégration par points de Gauss. Toutefois, les techniques d'intégrations doivent être choisies soigneusement car des singularités peuvent apparaître si aucune précaution n'est prise

I.3.2.5 discrétisation

La méthode PEEC nous permet grâce aux formules analytiques présentées de déterminer l'inductance partielle d'un conducteur massif en prenant comme hypothèse que la densité de courant est uniforme.

Cependant, cette hypothèse n'est pas toujours vérifiée pour les structures que l'on traite vu leurs conditions de fonctionnement (effet de peau, effet de proximité...) [13].

L'hypothèse de la densité de courant est naturellement satisfaite. Dans le cas contraire, la densité de courant varie sur la section des segments, par conséquent ils doivent être maillés en subdivisions élémentaires telles que l'on puisse faire l'hypothèse qu'une densité de courant uniforme parcourt chaque subdivision. [9][10][11][12].

I.3.2.6 Maillage PEEC

Dans la méthode PEEC, il existe deux types de maillage :

Unidirectionnel (1D) et bidirectionnel (2D), Ils sont respectivement appliqués aux conducteurs unidirectionnels et bidirectionnels [13].

- ***Maillage unidirectionnel***

Pour les conducteurs unidirectionnels subdivisés en n éléments, le schéma électrique équivalent est obtenu en associant les n schémas électriques de chacune des subdivisions en parallèle.

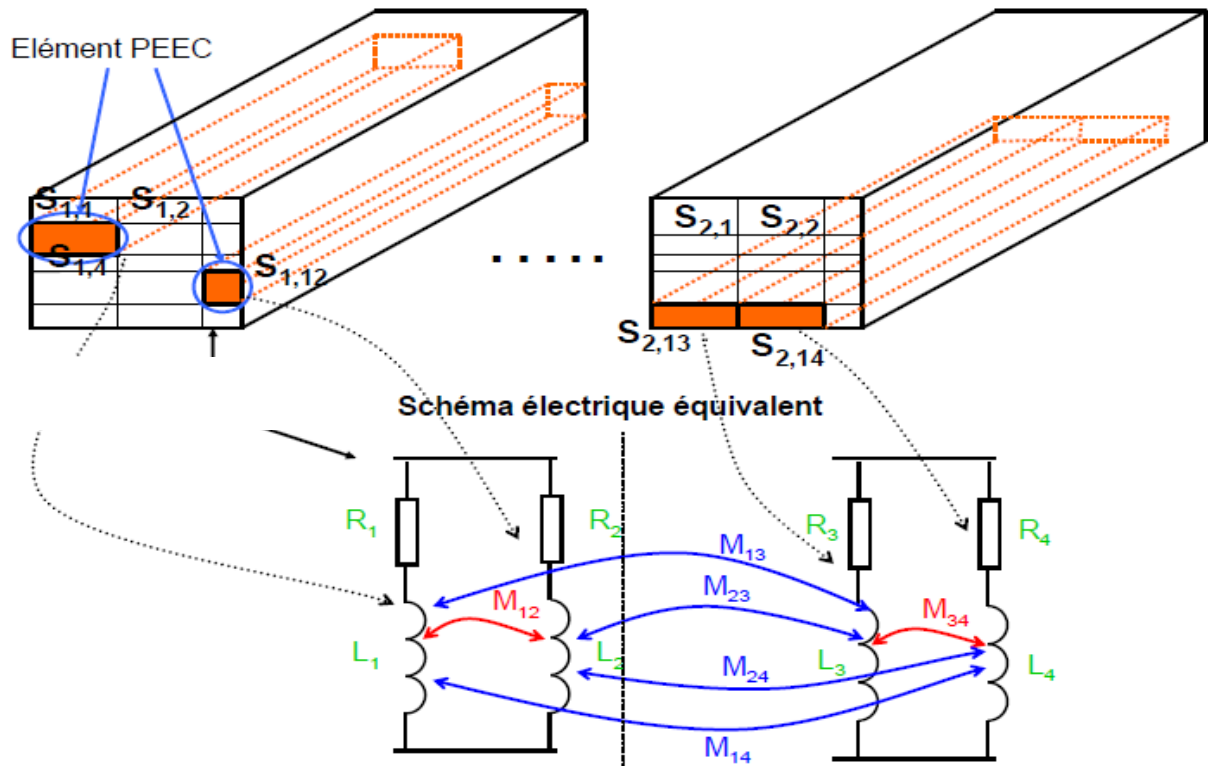


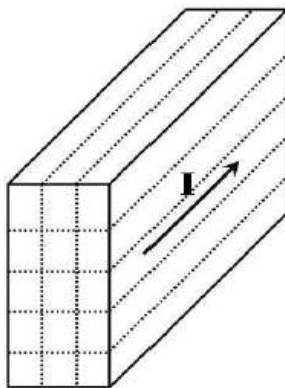
Figure 1.13 schéma électrique équivalent dans le cas du maillage unidirectionnel

Il existe dans la littérature deux types de maillage 1D :

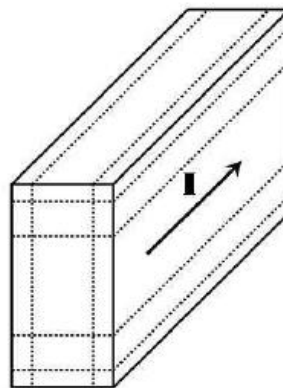
Maillage arithmétique : les subdivisions du maillage ont toutes les mêmes dimensions

Figure II

Maillage géométrique : En raison de proximité, la densité de courant est concentrée sur les bords du conducteur [13].



(a)



(b)

Figure I.14. Maillage arithmétique(a) et géométrique (b).

- *Maillage bidirectionnel*

Pour les conducteurs bidirectionnels, chaque élément de subdivision se voit attribuer un schéma électrique équivalent constitué de quatre circuits RLM en séries couplés

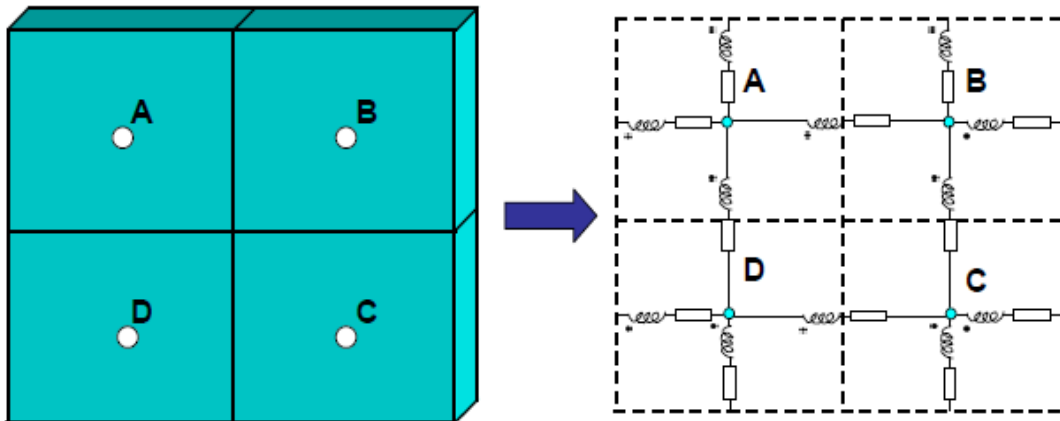


Figure 1.15. Schéma électrique équivalent dans le cas du maillage bidirectionnel

I.3.3. Qualité et inconvénient de la méthode PEEC

Les caractéristiques de la méthode PEEC sont :

- **Domaine de solution**

Temporel, Fréquentiel

- **Avantage**

Rapidité de calcul, car la discrétisation, qui est fonction de la géométrie et des conditionnements, entraîne un nombre de mailles très inférieur à celui généré par une Méthode comme la FEM.

Les dimensions des mailles de discrétisation et leur géométrie sont beaucoup mieux adaptées à la géométrie des problèmes.

L'interprétation des résultats est orientée circuits électriques.

Une résolution indépendante de la fréquence pour une grande partie de la modélisation

Une évaluation immédiate de chaque portion du circuit grâce à des formules analytiques.

- **Inconvénient**

La taille des problèmes sera limitée d'elle-même par le fait qu'il est nécessaire d'effectuer des inversions de matrices impédances qui bien que symétriques sont pleines, ce qui peut poser des problèmes numériques.

I.4. Conclusion

Les simulateurs électromagnétiques sont devenus des outils incontournables pour l'aide à la conception des dispositifs et systèmes. Ils sont basés sur des méthodes, le plus généralement numériques, qui solutionnent les équations de Maxwell ou des formes dérivées. Ces méthodes sont appliquées sur des formulations différentes et possèdent toutes leurs avantages et inconvénients. On remarque le fait qu'aucune d'entre elles ne soit la plus efficace pour tous les problèmes envisageables. Ceci suggère que des procédures hybrides qui prennent les côtés avantageux de plusieurs méthodes soient des voies potentielles pour améliorer l'efficacité de calcul.

Le but du travail de recherche est de développer un code de calcul basé sur le calcul des paramètres électriques utilisés dans la méthode PEEC (*Partial Élément Equivalent Circuit*) permettant la résolution de problèmes 1D, 2D et 3D. Nous avons utilisé cette méthode semi-analytique pour sa rapidité de calcul en évitant l'utilisation des méthodes numériques volumiques qui nécessitent souvent des temps de calcul et de place mémoire importants.

Chapitre II
Calculs des paramètres électriques

Chapitre II Calculs des paramètres électriques

II.1. Introduction

PEEC est une méthode semi-analytique qui permet de représenter un système de conducteurs sous la forme d'une matrice d'impédances dont les éléments sont des résistances, des capacités, des inductances propres et des mutuelles [10][11][12]. Dans notre étude on néglige l'effet capacitif.

II.2. Calcul des paramètres électriques en utilisant la méthode PEEC [9][10][11][12].

Les paramètres électriques sont déduits à partir des expressions suivantes

$$\Phi = LI \quad (\text{II.1})$$

Avec :

Φ (Wb) flux magnétique.

I (A) courant électrique.

L (H) inductance.

Le principe de la méthode PEEC (Partial Element Equivalent Circuit) consiste à décomposer les connexions électriques entre composants actifs ou passifs à l'aide d'un circuit électrique équivalent à constantes localisées permettant de modéliser leur comportement physique. Pour cela, la notion d'éléments partiels va être présentée.

La notion d'inductance partielle consiste à décomposer un circuit fermé en plusieurs parties, puis de calculer la contribution de chacun de ces circuits élémentaires à l'inductance totale. Cette notion, naturelle pour l'évaluation de la résistance, permet de connaître les contributions élémentaires des éléments du circuit à l'impédance globale de celui-ci. Rappelons tout de même que toute inductance physique (c'est-à-dire mesurable) reste attachée à un circuit fermé (conducteur allé et retour).

Les éléments, notés 11, 12, 13, 14 sur la figure 1 représentent les quatre parties rectilignes formant le circuit. À l'aide de l'expression (II.1), l'inductance équivalente totale d'une boucle formant un rectangle tel que dans la figure II.1 s'écrit :

$$l_{tot} = \frac{1}{I} \iint_S \vec{B} \cdot \vec{ds} \quad (\text{II.2})$$

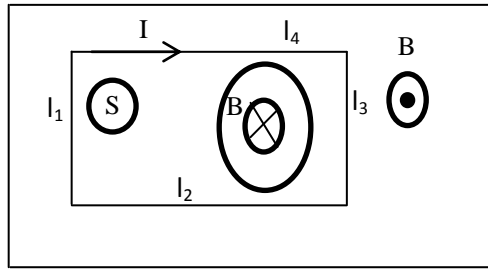


Figure II.1. Boucle de courant rectangulaire

En posant $\vec{B} = \text{rot}(\vec{A})$ et en utilisant le théorème de Stokes, l'expression suivante peut être établie :

$$L_{tot} = \frac{1}{I} \oint \vec{A} \cdot \vec{dl} \quad (\text{II.3})$$

Avec :

\vec{A} Est le potentiel du contour du circuit noté l_1, l_2, l_3, l_4 sur la Figure II.1. Par conséquent, il est possible de décomposer l'intégrale sur ce contour. Cela permet d'établir l'expression suivante :

$$L_{tot} = \frac{1}{I} [\int_{l_1} \vec{A} \cdot \vec{dl} + \int_{l_2} \vec{A} \cdot \vec{dl} + \int_{l_3} \vec{A} \cdot \vec{dl} + \int_{l_4} \vec{A} \cdot \vec{dl}] \quad (\text{II.4})$$

De même, le potentiel vecteur \vec{A} peut-être décomposé selon les contributions des segments de ce contour :

$$\vec{A} = \vec{A}_{l_1} + \vec{A}_{l_2} + \vec{A}_{l_3} + \vec{A}_{l_4} \quad (\text{II.5})$$

Dans ces conditions, l'inductance de l'ensemble de la boucle peut se décomposer de la façon suivante :

$$L_{tot} = \frac{1}{I} \sum_{n=1}^4 \sum_{m=1}^4 \int_{l_n} \vec{A}_{l_m} \cdot \vec{dl} \quad (\text{II.6})$$

L'expression précédente permet de faire apparaître la notion de mutuelle partielle :

$$L_{tot} = \sum_{n=1}^4 \sum_{m=1}^4 M_{p_{nm}} \quad (\text{II.7})$$

$M_{p_{nm}}$ représente la mutuelle partielle entre le segment n et le segment m. Si $n=m$, la valeur obtenue correspond à l'inductance partielle du segment n.

La notion d'inductance mutuelle étant maintenant présentée, il est nécessaire de s'attacher à la méthode permettant le calcul formel du potentiel vecteur magnétique \vec{A} . Ce potentiel vecteur peut s'obtenir à l'aide de la loi de Biot et Savart qui peut s'écrire pour l'élément l_1 :

$$\vec{A}_{l_1}(\mathbf{M}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \int_0^{l_1} \frac{I_1}{r} d\vec{l} \quad (\text{II.8})$$

Avec r : la distance entre le conducteur l_1 et le lieu \mathbf{M} où le potentiel vecteur est recherché.

II.3. Formulations [9][10][11][12].

II.3.1. Conducteurs filiformes (1D) en parallèle

La présentation du calcul est, dans le premier cas 1D, effectuée dans un cas filaire. Les expressions sont alors aisément exploitables et simples à mettre en œuvre et peuvent suffire pour apporter un ordre de grandeur ou une meilleure connaissance d'un sens de variation.

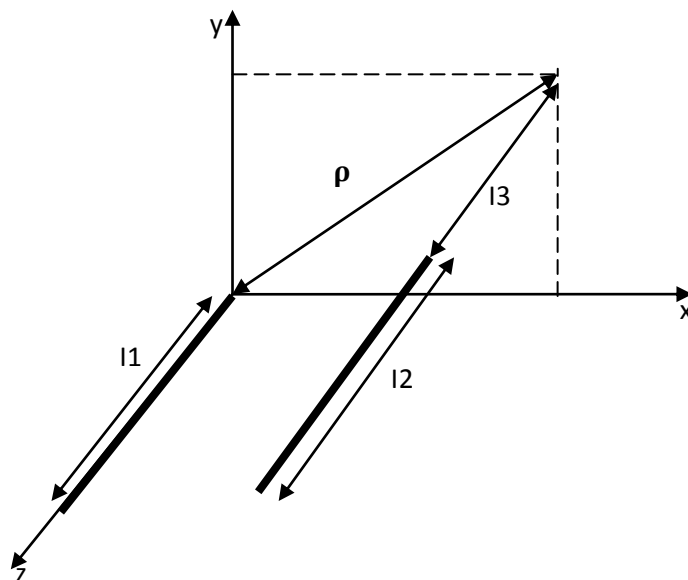


Figure II.2 conducteurs filiformes parallèles

La figure II.2 présente les deux conducteurs pour lesquels la mutuelle et les inductances partielles sont recherchées.

Dans le cas présenté sur la figure II.2 la mutuelle partielle entre les deux conducteurs peut s'écrire :

$$M_{p12} = \frac{1}{I_1} \int_{l_2} \vec{A}_{l1} \cdot d\vec{l} \quad (\text{II.9})$$

Le potentiel vecteur \vec{A}_{l1} peut s'obtenir à l'aide de la loi de Biot et Savart et ainsi peut s'exprimer de la façon suivante :

$$\vec{A}_{l1}(\mathbf{M}) = \frac{\mu_0 I_1}{4\pi} \int_0^{l_1} \frac{d\vec{l}}{r} \quad (\text{II.10})$$

Avec $r = \sqrt{p^2 + z^2}$.

L'utilisation de la loi de Biot et Savart fait l'hypothèse d'un environnement homogène.

Dans ces conditions, l'expression précédente devient :

$$\vec{A}_{l1}(\mathbf{M}) = \left[\frac{\mu_0 I_1}{4\pi} \int_{z_0-l_1}^{z_0} \frac{dz}{\sqrt{p^2 + z^2}} \right] \vec{u}_z \quad (\text{II.11})$$

Avec :

\vec{u}_z est le vecteur unitaire suivant z.

Ce qui permet d'écrire après intégration :

$$\vec{A}_{l1}(\mathbf{M}) = \left[\frac{\mu_0 I_1}{4\pi} (\ln(z_0 + \sqrt{p^2 + z_0^2}) - \ln(z_0 - l_1 + \sqrt{p^2 + (z_0 - l_1)^2})) \right] \vec{u}_z \quad (\text{II.12})$$

En intégrant l'expression (II.9) et à l'aide du potentiel vecteur donné par l'expression (II.12), la mutuelle partielle entre les deux fils peut s'écrire :

$$M_{p12} = [f(z)]_{l_2} \begin{matrix} l_3 - l_1, & l_3 + l_2 \\ + l_3 - l_1, & l_3 \end{matrix} \quad (\text{II.13})$$

Avec :

$$[f(z)]_{z_2}^{z_1} \begin{matrix} z_3 \\ z_4 \end{matrix} = f(z_1) - f(z_2) + f(z_3) - f(z_4) = \sum_{i=1}^4 (-1)^{i+1} f(z_i)$$

Et

$$f(z) = \frac{\mu_0}{4\pi} (z \ln(z + \sqrt{p^2 + z^2}) - \sqrt{p^2 + z^2})$$

Cette expression générale permet de calculer la mutuelle entre deux conducteurs filiformes agencés géométriquement en parallèle. La mutuelle entre deux conducteurs agencés géométriquement de façon perpendiculaire est nulle.

II.3.2. Conducteurs surfaciques 2D

II.3.2.1. Cas de deux rubans dans des plans parallèles

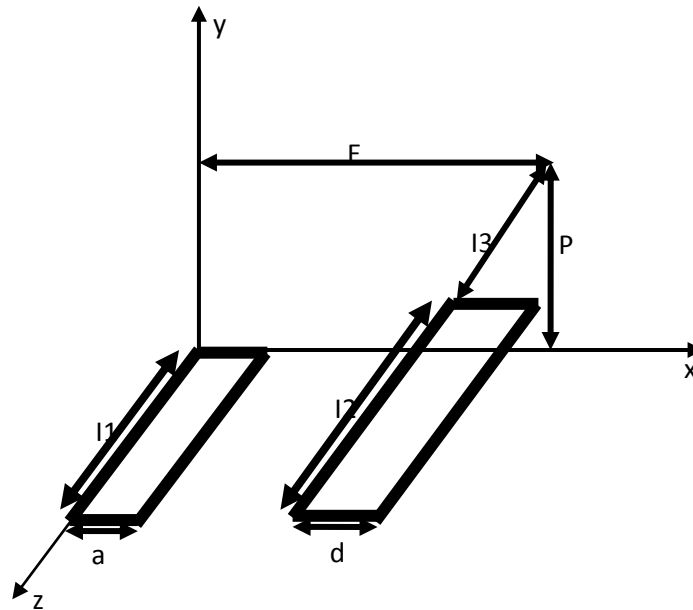


Figure II.3. Mutuelle entre 2 rubans

Le calcul des mutuelles et inductances sur des conducteurs filiformes n'est pas suffisant. En effet, il est souvent nécessaire de prendre en considération le profil des conducteur afin d'obtenir des résultats plus précis. Pour cela, la première phase du calcul va consister à évaluer l'inductance mutuelle existant entre deux conducteurs surfaciques (deux conducteurs dont l'épaisseur est nulle).

Les calculs de résistances ne sont pas donnés dans ce cas. En effet, la section étant nulle, la résistance est infinie.

Ces formulations peuvent être utilisées afin de déterminer des impédances entre des conducteurs d'épaisseur très faible devant leur largeur.

La figure II.3 présente deux rubans placés dans des plans parallèles ainsi que les différentes notations utilisées.

Afin d'obtenir l'expression permettant d'évaluer l'inductance et la mutuelle, il est nécessaire d'intégrer l'expression (II.13) dans le sens de la largeur (sens x).

$$M_{P12} = [f(z)] \begin{matrix} E + d, E - a, \\ E + +d - a, E \end{matrix} \quad (X) \begin{matrix} l_3 + l_2, l_3 - l_1, \\ l_3 + l_2 - l_1, l_3 \end{matrix} \quad (z) \quad (II.14)$$

Avec

$$[[[f(x,z)]_{x_1, x_3}^{x_2, x_4} (x)]_{z_1, z_3}^{z_2, z_4} (z)] = \sum_{i=1}^4 \sum_{j=1}^4 (-1)^{i+j} f(x_i, z_j)$$

Et

$$f(x,z) = \frac{\mu_0}{4\pi ad} \left(\frac{x^2 - p^2}{2} z \ln(z + \sqrt{x^2 + p^2 + z^2}) + \frac{z^2 - p^2}{2} x \ln(x + \sqrt{x^2 + p^2 + z^2}) - \frac{1}{6} (x^2 - 2p^2 + z^2) \sqrt{x^2 + p^2 + z^2} - x p z \arctan\left(\frac{xz}{p\sqrt{x^2 + p^2 + z^2}}\right) \right)$$

II.3.2.2. Cas de deux rubans dans des plans perpendiculaires

La figure II.4 présente deux rubans perpendiculairement ainsi que les différentes notations utilisées.

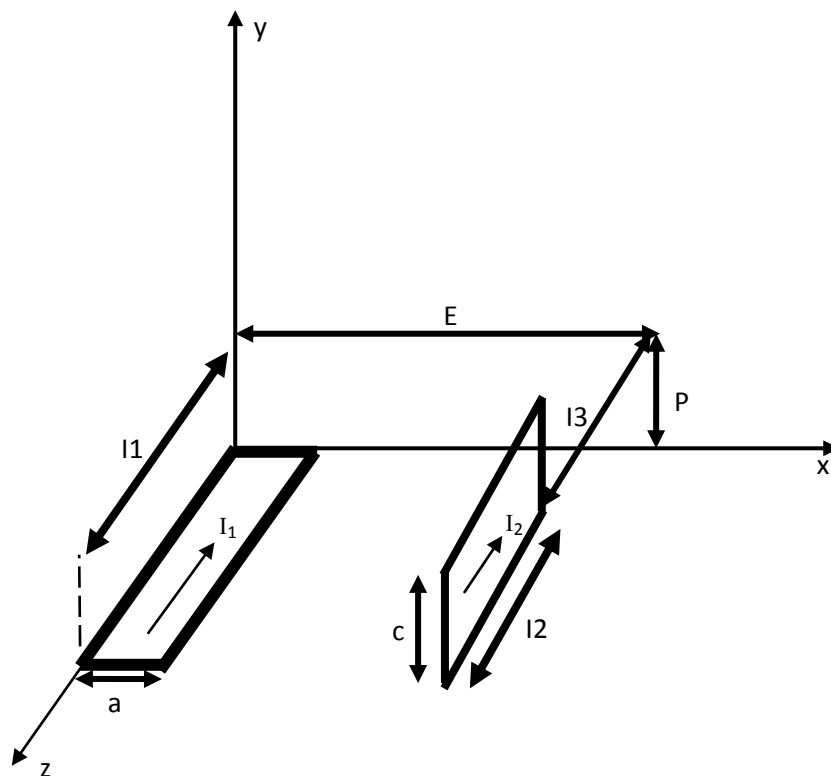


Figure II.4 Deux rubans agencés perpendiculairement

Afin d'obtenir l'expression permettant d'évaluer la mutuelle, il est nécessaire d'intégrer l'expression (II.13) dans le sens de la largeur (sens x pour le ruban 1 et sens y pour le ruban 2). L'expression suivante peut ainsi être obtenue :

$$M_{p12} = \left[\int_{E-a}^E \int_{l_2}^{l_3-l_1} \int_{l_3+l_2}^{l_3+l_2+z} f(x, y, z) dx dy dz \right] \quad (II.15)$$

$$\text{Avec : } \int_{x_2, x_4}^{x_1, x_3} \int_{y_2, y_4}^{y_1, y_3} \int_{z_2}^{z_1} \int_{z_4}^{z_3} f(x, y, z) dx dy dz =$$

$$\sum_{i=1}^2 \sum_{j=2}^2 \sum_{k=1}^4 (-1)^{i+j+k+1} f(x_i, y_j, z_k)$$

Et f(x, y, z)

$$\begin{aligned} &= \frac{\mu_0}{4\pi ac} \left(\left(\frac{z^2}{2} - \frac{y^2}{6} \right) y \ln(x + \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}) \right. \\ &+ \left(\frac{z^2}{2} - \frac{x^2}{6} \right) x \ln(y + \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}) \\ &+ xyz \ln(z + \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}) - \frac{xy}{3} \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \\ &- \frac{z^3}{3} \arctan\left(\frac{yx}{z\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}\right) - \frac{x^2 z}{2} \arctan\left(\frac{yz}{x\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}\right) \\ &\left. - \frac{y^2 z}{2} \arctan\left(\frac{xz}{y\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}\right) \right) \end{aligned}$$

II.3.2. Conducteur volumique

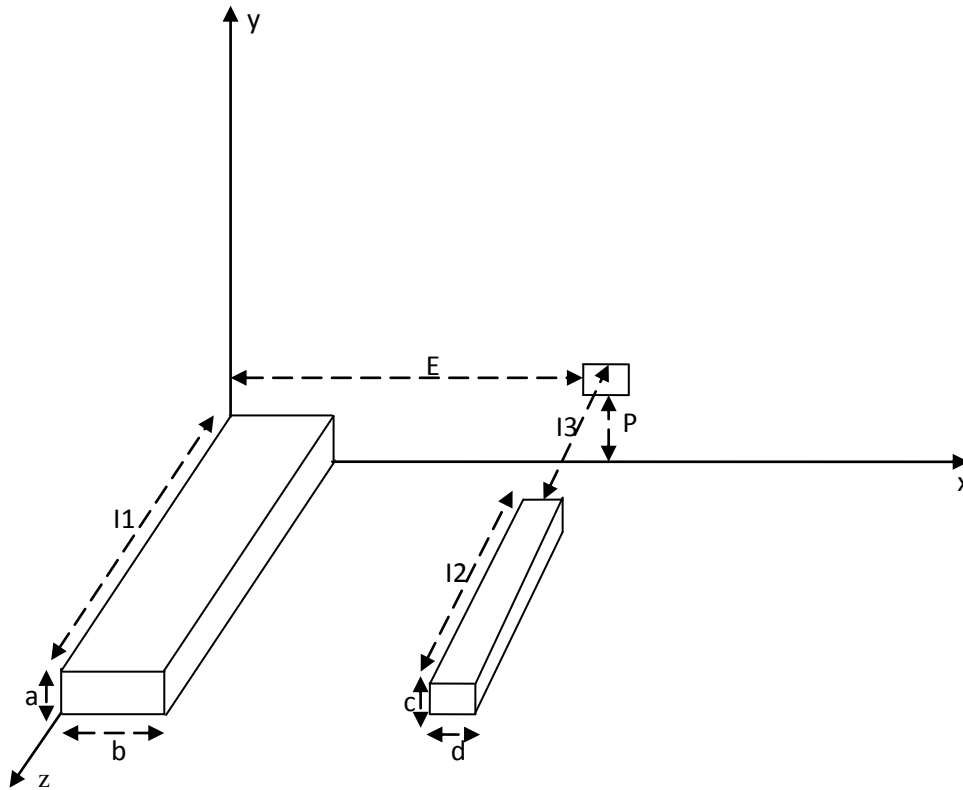


Figure II.5. Deux barres volumiques

Tous les conducteurs ne peuvent pas être assimilés à des éléments surfaciques. Par conséquent, il est nécessaire de rechercher une expression permettant d'évaluer l'inductance et la mutuelle partielle entre deux conducteurs massifs. La figure II.5 présente deux conducteurs volumiques ainsi que les différentes notations utilisées.

Afin d'obtenir l'expression désirée, il est nécessaire d'intégrer une des deux expressions concernant les conducteurs surfaciques. Par exemple, il suffit d'intégrer l'expression (II.14) sur les deux conducteurs dans la direction y. Cela permet d'obtenir l'expression suivante :

$$M_{P12} = \left[\int f(x, y, z) \right]_{E+d, E-a, E+a-d, E}^{(x)} \left[\int \right]_{p+c-d, p}^{(y)} \left[\int \right]_{l_3+l_2-l_1, l_3}^{(z)} \quad (II.16)$$

Avec :

$$f(x, y, z) \Big|_{x_2, x_4}^{x_1, x_3} \quad (x) \Big|_{y_2, y_4}^{y_1, y_3} \quad (y) \Big|_{z_2}^{z_1} \quad \frac{z_3}{z_4} (z) = \sum_{i=1}^2 \sum_{j=2}^2 \sum_{k=1}^4 (-1)^{i+j+k+1} f(x_i, y_j, z_k)$$

$$\begin{aligned} f(x, y, z) = & \frac{\mu_0}{4\pi a b c d} \left(\left(\frac{y^2 z^2}{4} - \frac{y^4}{24} - \frac{z^2}{24} \right) x \ln \left(x + \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \right) \right. \\ & + \left(\frac{x^2 z^2}{4} - \frac{x^4}{24} - \frac{z^4}{24} \right) y \ln \left(y + \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \right) \\ & + \frac{1}{6} (x^4 + y^4 + z^4 - 3y^2 x^2 - 3y^2 z^2 - 3x^2 z^2) \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \\ & - \frac{xyz^3}{6} \arctan \frac{xy}{z\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}} - \frac{xy^3 z}{6} \arctan \frac{xz}{y\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}} \\ & \left. - \frac{x^3 y z}{6} \arctan \frac{zy}{x\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}} \right) \end{aligned}$$

II.4. Application numérique et interprétation des résultats

II.4.1. Calcul de la résistance

Pour calculer la valeur de la résistance on utilise la relation suivante :

$$R = \rho \cdot \frac{L}{S}$$

D'où ρ : (Ω) résistivité du matériau

S : (m^2) section du conducteur

L : (m) longueur du conducteur

II.4.2. Calcul de la mutuelle inductance

Le calcul la mutuelle inductance se fait respectivement à l'aide des expressions (II.13), (II.14), (II.16). Pour le 1D, 2D et le 3D

II.5. Résultats de calcul :

Pour le 1D

Après application numérique les résultats obtenus sont :

$$\text{Mutuelle} = 4.1865e-007H$$

Pour le 2D

Après application numérique les résultats obtenus sont :

| | | | |
|-------------------------------|------------------------------------|--------------------------|------------------------------|
| Résultats obtenus | Résistance (R) 0.352 m Ω | Inductance (L) 841 nH | Mutuelle inductance 443nH |
| Résultats de confrontation[9] | 0.352 m Ω | 837 nH | 443nH |

On remarque qu'il y a une bonne concordance entre les deux résultats.

Pour le 3D

$$\text{Mutuelle} = 5.1743e-007H$$

II.6. Variation des paramètres géométriques

II.6.1 cas 1 D

Pour le modèle 1D la mutuelle varie en fonction de deux paramètres (distances) sont respectivement ρ et I3 on peut dire qu'à chaque augmentation de ρ et I3 la mutuelle diminue on remarque que la valeur de la mutuelle prend la valeur maximale lorsque I3 est nulle comme le montre les figures II.6 et II.7

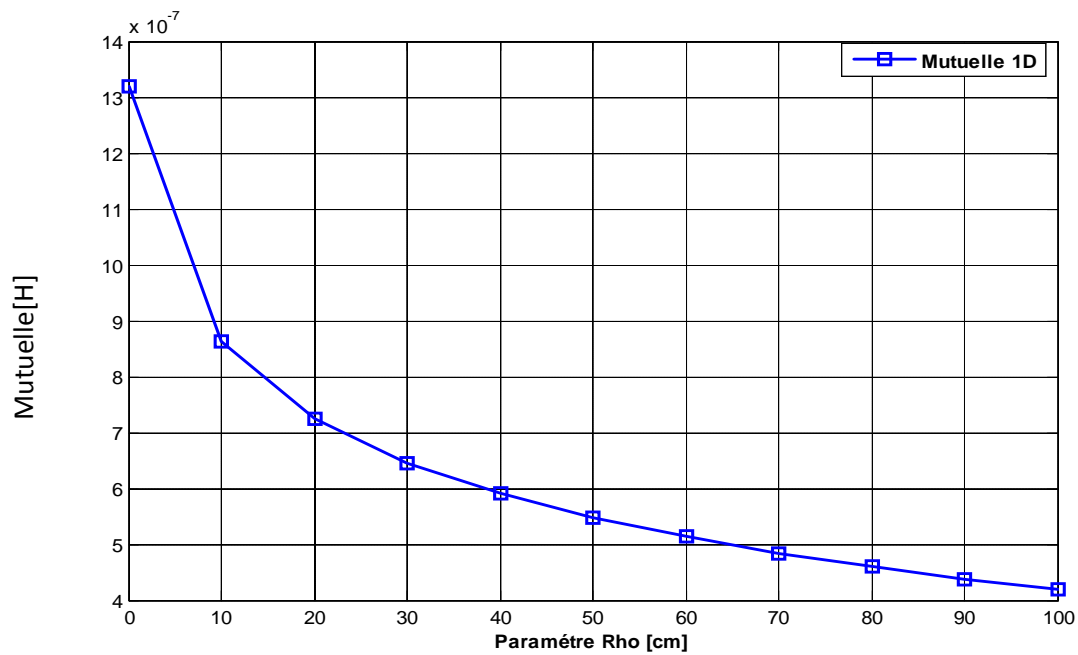


Figure II.6. Variation de la mutuelle entre deux fils filiformes en fonction de la distance E

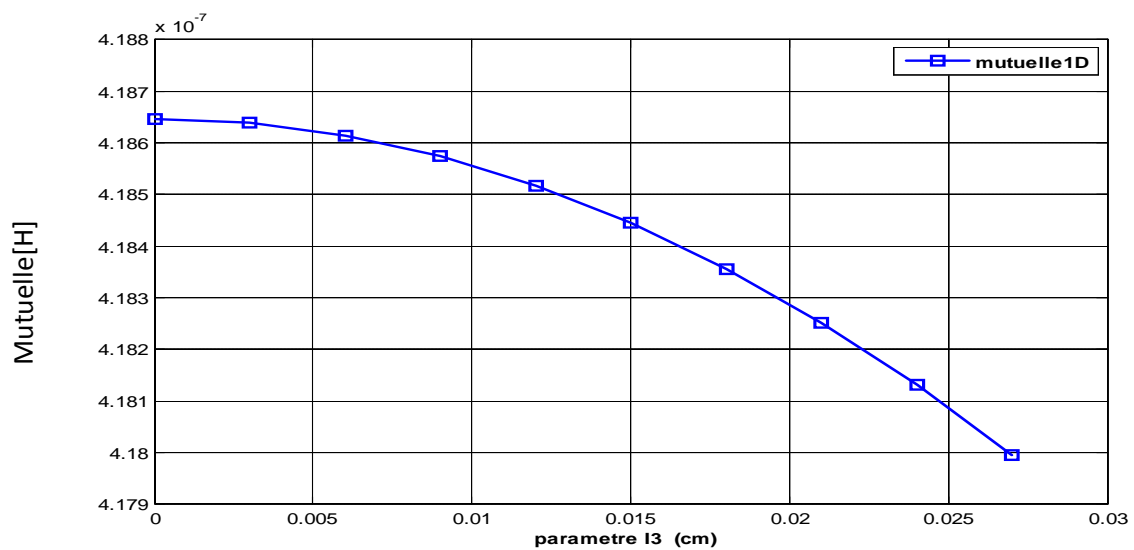


Figure II.7. Variation de la mutuelle entre deux fils filiformes en fonction de la distance I3

II.6.2.Cas 2 D

Pour le modèle 2D la mutuelle varie en fonction des trois paramètres sont respectivement E, P et I3 on peut dire qu'à chaque augmentation de E, P et I3 la mutuelle diminue on remarque que la valeur de la mutuelle diminue avec l'augmentation de ces distances comme le montre les figures II.8, II.9 et II.10

Résultats obtenus pour $E=0, P=0$ et I3 varie de $[0 - 0.03]$ (cm)

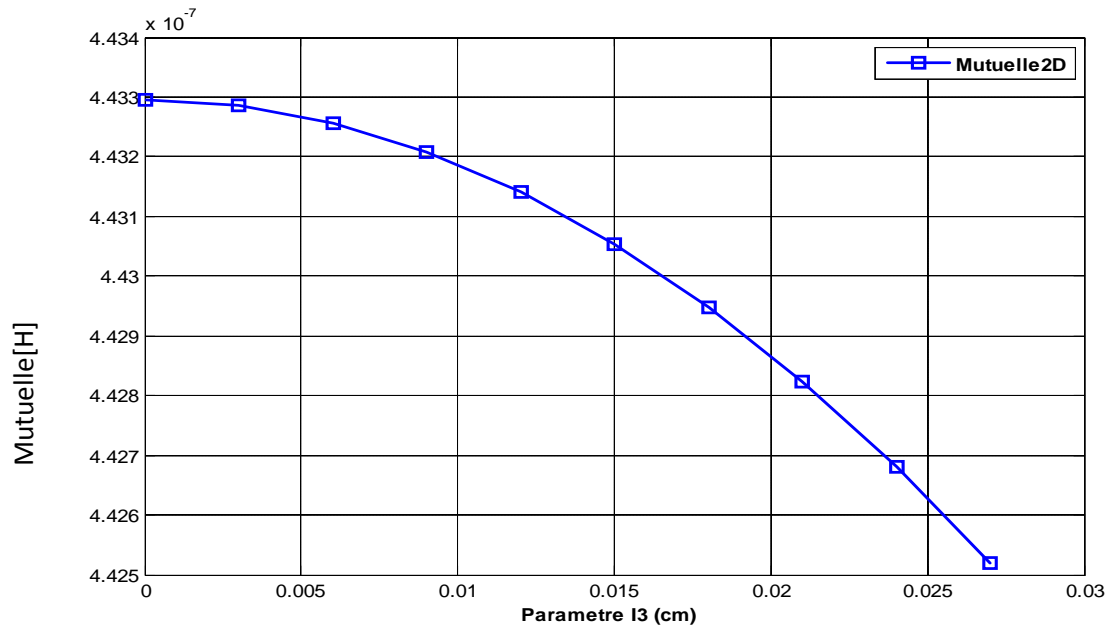


Figure II.8. Variation de la mutuelle entre deux rubans en fonction du paramètre I3

La figure II.9.représente la variation de la valeur de la mutuelle entre deux rubans en fonction de paramètre E, sachant que E est la distance entre les deux rubans. La valeur de la mutuelle partielle diminue d'une manière exponentielle.

Résultats obtenus pour $I3=0, P=0$ et E varie de $[60 - 160]$ et on note une forme indéterminé pour les valeurs 0 à 60

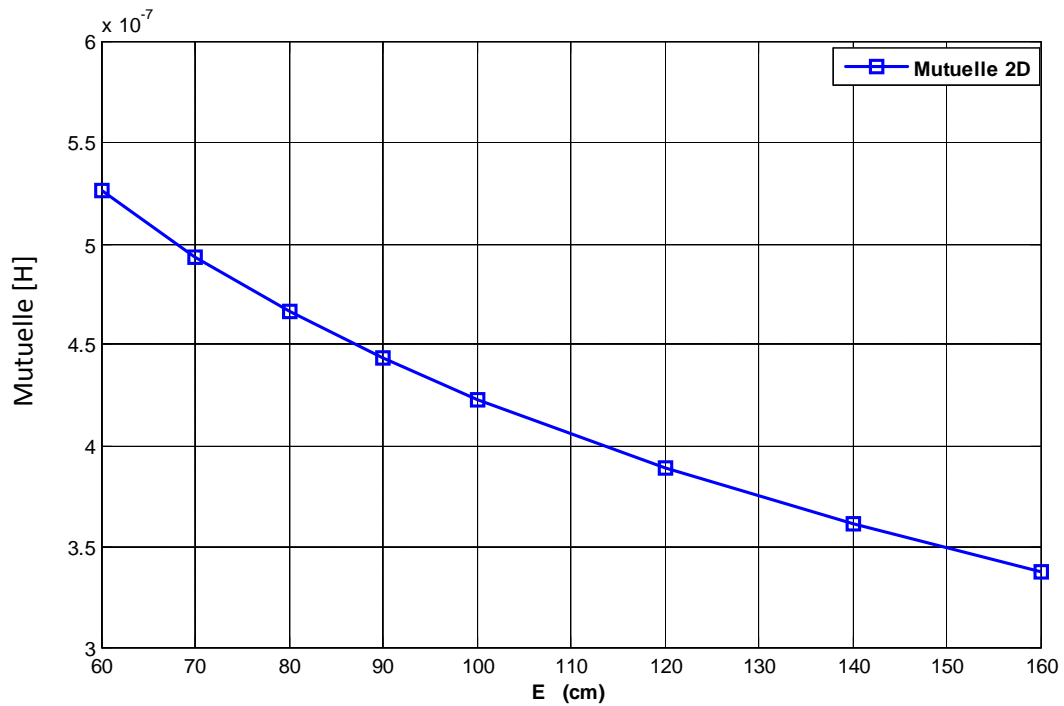


Figure II.9. Variation de la mutuelle entre deux rubans en fonction de paramètre E

La figure II.10 représente la variation de la valeur de la mutuelle partielle en fonction de la hauteur p. De la même manière que la figure précédente (figure II.10), on remarque que la mutuelle diminue avec l'augmentation de la hauteur p.

Résultats obtenus pour $E=0$, $I_3=0$ et P varie de $[0 - 100] \cdot 10^{-3}m$

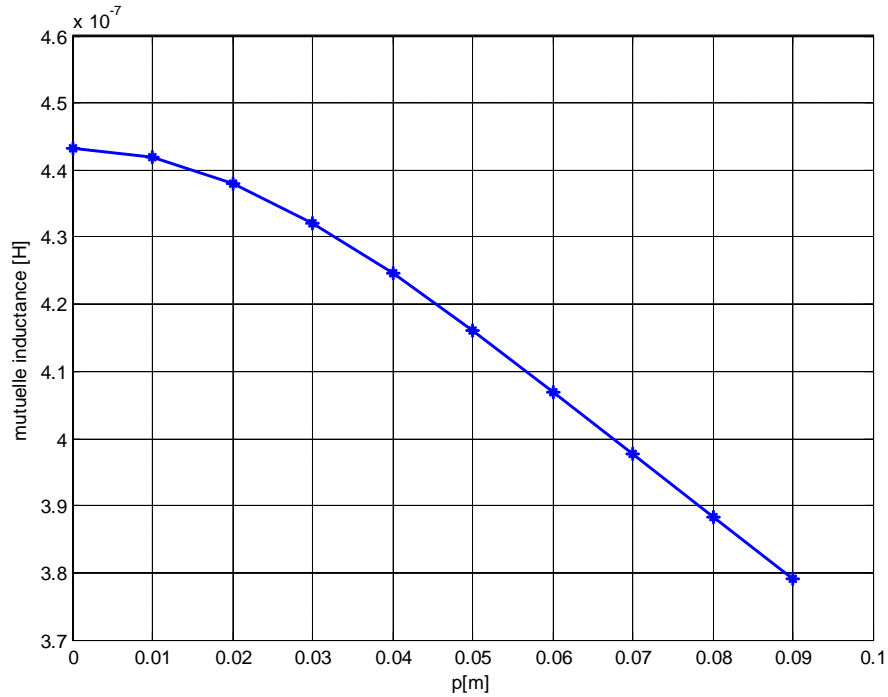


Figure II.10. Variation de la mutuelle partielle entre deux rubans en fonction de paramètre P

La figure II.11 représente la confrontation qualitative de la mutuelle en fonction de paramètre P de nos résultats avec ceux donnés dans la référence [10].

On remarque une bonne concordance entre les deux courbes c'est à dire que la valeur de la mutuelle suit la même allure et diminue avec l'augmentation de la distance.

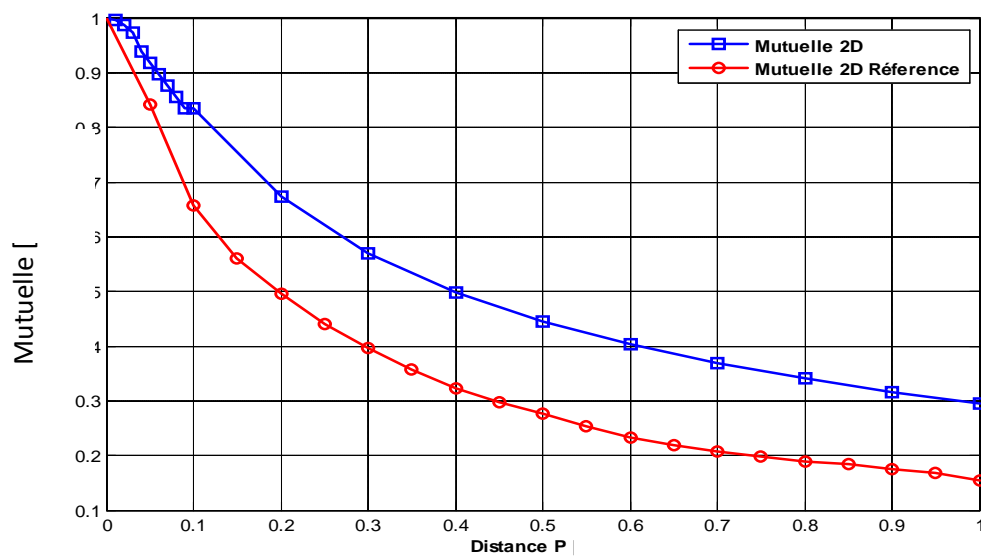


Figure II.11. Mutuelle partielle entre deux rubans en fonction de P

II.6.3.Cas 3 D

Pour le modèle 3 D la mutuelle varie en fonction de trois paramètres sont respectivement P, E et I3 on peut interpréter ces résultats de la même manière que précédemment (modèle 2D)

Résultats obtenus pour E=0, P =0 et I3 varie de [0 - 0.03m]

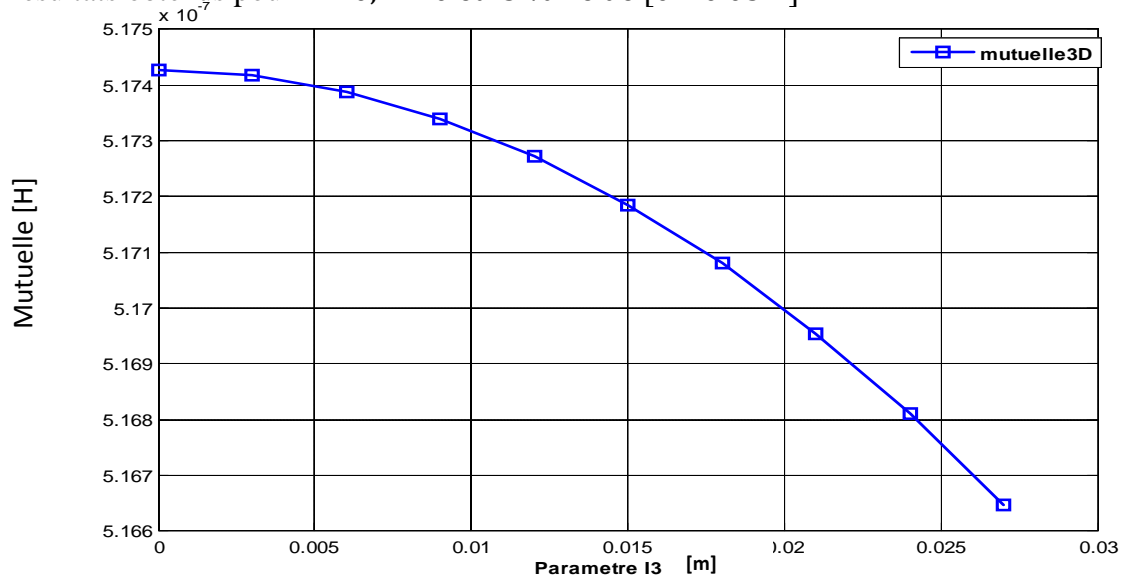


Figure II.12. Variation de la mutuelle entre deux barres massives en fonction de paramètre I3

La figure II-13 représente la variation de la valeur de la mutuelle entre deux rubans en fonction de paramètre E, sachant que E est la distance entre les deux rubans. La valeur de la mutuelle partielle diminue d'une manière exponentielle.

Résultats obtenus pour I3=0, P=0 et E varie de [60 - 150]*10⁻³m

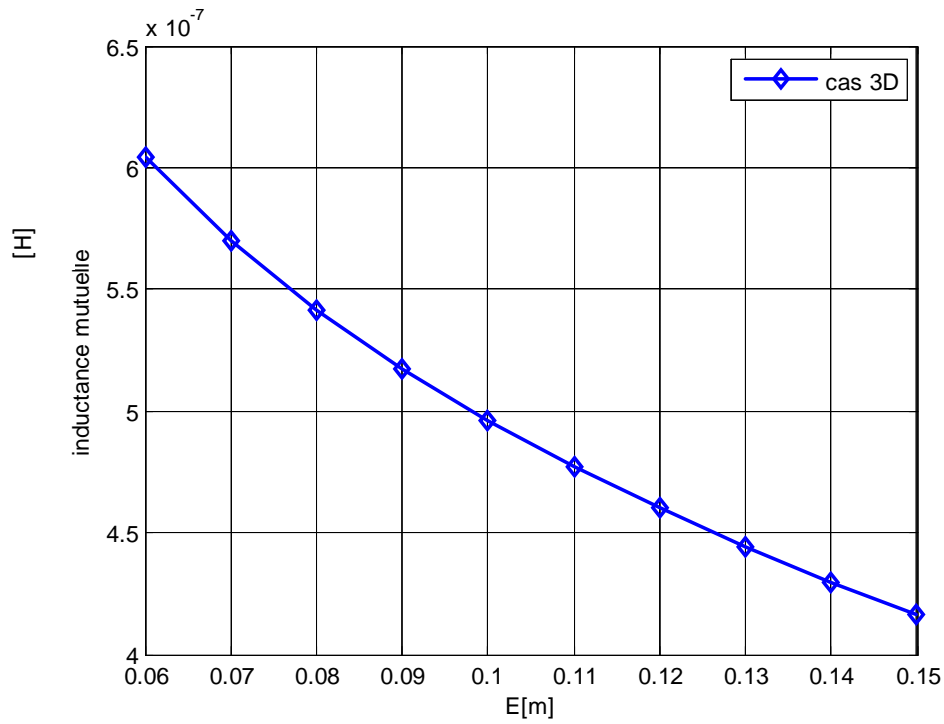


Figure II-13. Variation de la mutuelle entre deux barres massives en fonction de paramètre E

La figure suivante représente la variation de la valeur de la mutuelle partielle en fonction du paramètre p dans le cas 3D.

Résultats obtenus pour $E=90\text{cm}$, $I_3 = 0$ et P varie de $[0 - 100](\text{cm})$

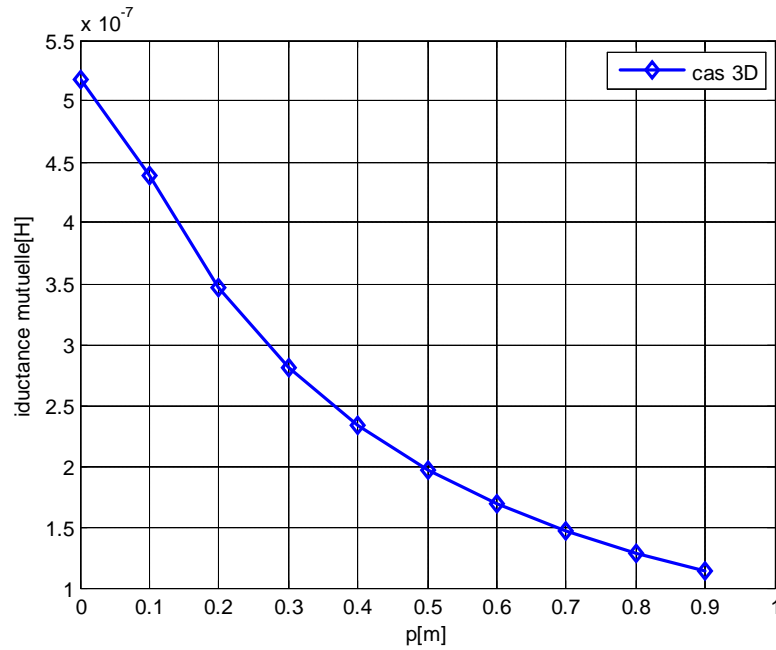


Figure II.14. Variation de la mutuelle entre deux barres massives en fonction de paramètre P

Comparaison des résultats 1D, 2D et 3D

Résultats obtenus pour $E=0$, $P=0$ et I_3 varie de $[0 - 0.03\text{m}]$ (pour le modèle 1D $\rho = 0$)

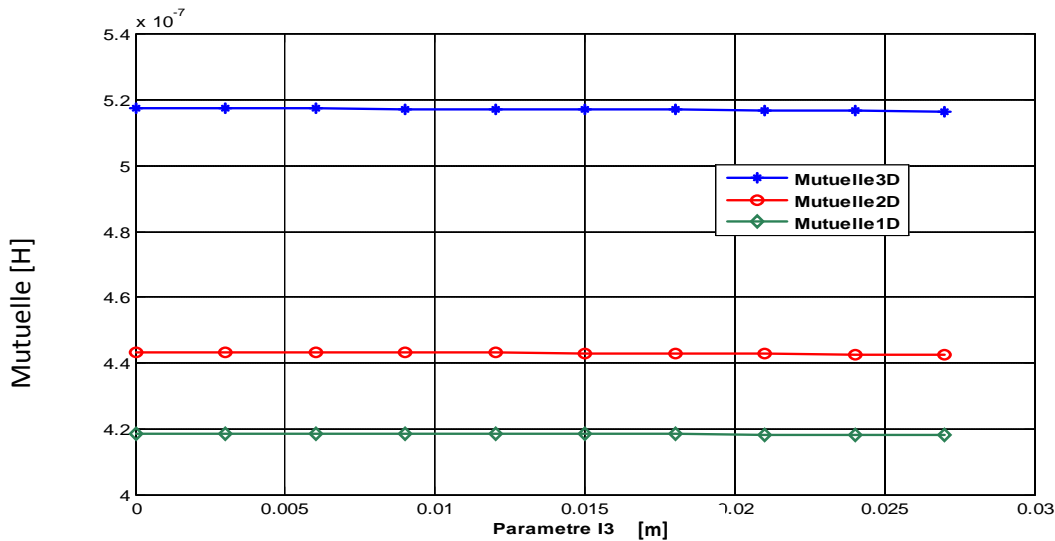


Figure II-15. Variation de la mutuelle partielle entre deux fils filiformes, deux rubans deux barres massives en fonction de paramètre I3

II.7. Interprétation des résultats obtenus dans les figures précédentes

pour déterminer les caractéristiques électriques d'une géométrie, il vaut mieux calculer les inductances partielles à l'aide de la formule entre barres massives. Le calcul d'inductance est moins long que celui d'une mutuelle car certaines bornes de l'intégration sont nulles, ce qui limite le nombre de termes à calculer en final.

Il est clair qu'il n'est pas possible d'approcher la mutuelle entre deux conducteurs par la formule de la mutuelle filiforme car très rapidement l'écart entre les deux est élevé. Au fait les paramètres qui influencent sur le calcul des paramètres sont : la section du conducteur et les distances I_3 , E et P . Nous voyons donc que l'approximation de la mutuelle entre deux conducteurs massifs par la mutuelle entre deux fils situés au barycentre n'est pas judicieuse. La situation dans laquelle cette approximation est vraie, lorsque les conducteurs sont suffisamment éloignés et de section relativement petite. Pour les connexions de type volumique (barre) plus les conducteurs sont éloignés, plus cette approximation est justifiée. Elle pourra donc nous servir pour déterminer le couplage inductif qui peut exister entre deux structures relativement éloignées d'une manière sûre sans engendrer de lourds calculs. Mais la limite pour réaliser cette approximation est très subjective car de nombreux paramètres entre en jeu: position relative des conducteurs, section relative des conducteurs. On voit donc qu'il sera très difficile de trouver des critères de décision "automatisables" pour utiliser l'une ou l'autre des formulations, et informatiser tous les cas de décision peut être plus long que l'utilisation de la formulation entre barres massives parallèles dans tous les cas.

II.7 Conclusion

Ce chapitre est consacré pour le calcul des paramètres électriques par la méthode PEEC. Nous avons rappelé les notions d'éléments partiels (résistance, inductance et mutuelle partielle), et exposé les expressions analytiques pour les calculer.

Bien que la méthode PEEC donne un bon résultat avec un petit temps de calcul, son domaine d'application est limité aux circulations de courant uni ou bidirectionnelles [13].

Comme beaucoup de techniques de modélisation, il peut être utile de discrétiser les conducteurs afin d'obtenir une modélisation précise. Toutefois cette technique peut également être utilisée sans aucun maillage. Les résultats obtenus sont moins précis mais restent acceptables [9][10][11][12].

Conclusion générale

Conclusion générale

La méthode PEEC semble être une bonne candidate pour représenter d'un point de vue système, des dispositifs électriques, en vue d'une simulation temporelle. Les principales raisons sont les suivantes :

- La méthode PEEC supporte particulièrement bien le maillage lorsque l'on observe des grandeurs globales telles que le courant circulant dans un conducteur, cela permet de réduire les temps de calcul et de traiter des problèmes de tailles plus conséquentes.
- La première partie de ce travail est consacrée à la description de méthodes semi-analytiques, comme la méthode des circuits couplés et la méthode PEEC.

L'objectif principal de ce travail est:

De calculer les paramètres électriques de deux barres conductrices, en utilisant la méthode PEEC, le calcul de ces paramètres à été fait en considérant trois cas, le cas à une dimension, le cas à deux dimensions et le cas à 3 dimensions. On a remarqué que l'inductance mutuelle diminue avec l'augmentation des paramètres géométriques caractérisant la distance entre les deux barres, le calcul de l'inductance se fait en utilisant la formule 3D toute fois il aurait été possible d'utiliser une autre formulation si l'une des hypothèses 2D ou 1D est valables et ainsi de la mixer à une approche volumique afin d'obtenir la résistance [9].

Les résultats sont satisfaisants et compatibles avec d'autres travaux qui sont donnés dans la littérature scientifique [9][10]. Comme perspective à ce modeste travail il serait intéressant de continuer la méthode PEEC et de l'appliquer sur un système électromagnétique qui sera discrétisé en éléments de circuits

Bibliographie

- [1] Madjid MEZIANI « contribution a' la modélisation analytico-numérique des transformateur de puissance », Mémoire de Magister U.M.M.T.O,2011.
- [2] DICHE Arezki « Développement de modèles de transformation pour l'étude des capteurs à courants de Foucault », Mémoire de Magister U.M.M.T.O, 2003.
- [3] Bouali Ferroudja « utilisation d'une méthode semi-analytique pour l'étude du contrôle non destructif en régime pulsé », Mémoire de Magister U.M.M.T.O, 2010.
- [4] MAXIME BESACIER « Adaptation de la méthode PEEC a' la représentation électrique des structures d'électronique de puissance », Thèse de Docteur de l'INP Grenoble, 2011.
- [5] TRUNG SON NGUYEN « Réduction de modules issus de la méthode PEEC pour la modélisation électromagnétique des interconnexions électrique », Thèse de Docteur de l- INP ;2008.
- [6] H. Mennana « contribution à l'étude d'un capteur à courant de Foucault en régime pulsé .Application à l'évaluation des paramètres d'une pièce conductrice », stage de Master recherche systèmes électroniques et génie électrique de l'université de Nantes, option : Génie électrique,2006.
- [7] HAMEL AMMAR « Etude des performances dynamiques du lanceur inductif linéaire » Mémoire de Magister, Ecole Militaire polytechnique, 2003
- [8] HUSSEN MONRAD « Mise œuvre d'une méthodologie pour l'étude du rayonnement parasite basse fréquence de panneaux solaires sur des capteurs situés en zone proche »,thèse de Docteur ;
- [9] James ROUDET,Édith CLAVEL, Jean-Michel GUICHON, Jean-Luc SCHANEN « Modélisation PEEC des connexions dans les convertisseurs de puissance », Techniques de l'ingénieur, D3071, pp 3071-1, 3071-12.
- [10] TRAN THANH SON « Couplage de la modélisation de dispositifs électromagnétiques comprenant de systèmes de conducteurs complexes », Thèse de Docteur de l'université joseph FOURIER,Grenoble.
- [11]F. Gardiol, « Traité électricité, Electromagnétisme, Volume III ». Presse Polytechniques et Universitaires Romandes, Suisse, 1996.